

Rallye Mathématique de Lorraine 2021 - APMEP

Exercice 1 : « Palindromalfaiteurs »

Les diviseurs de 2021 sont 1, 43, 47 et 2021.

Leur somme est égale à 2112 qui est un nombre palindrome (c'est-à-dire qu'il peut se lire de gauche à droite comme de droite à gauche).

Le commissaire Girard et son équipe ont arrêté une bande de malfaiteurs qui ont commis plus d'une dizaine de cambriolages... Combien exactement ?

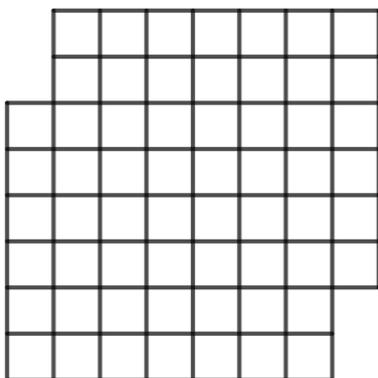
Pour le savoir il suffit de trouver le plus petit nombre ayant la même propriété que 2021, c'est-à-dire que la somme de ses diviseurs est égale à un nombre palindrome...

Exercice 2 : La terrasse du commissaire

Quatre ouvriers doivent carreler la terrasse du commissaire Girard qui est représentée ci-dessous.

Chaque ouvrier doit travailler une partie de même taille et même forme.

Aide-les à partager cette terrasse.



Exercice 3 : 2021 ... de moyenne !

La moyenne de 15 nombres entiers consécutifs est 2021.

Quel est le plus petit de ces nombres ?

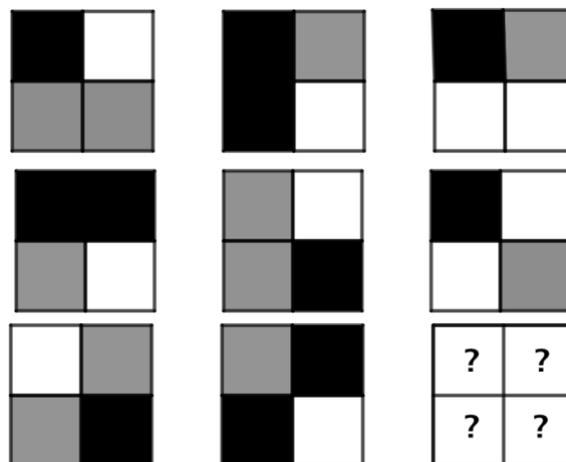
Exercice 4 : Échange de position

Trouve **tous** les nombres à 2 chiffres qui augmentent de 75% quand on échange leurs chiffres.

Exercice 5 : Le commissaire perd ...

De Montréal, le commissaire Vladimir a envoyé un jeu formé de 9 carrés tricolores tous différents, chacun partagé en 4 carrés identiques colorés en noir, gris ou blanc.

Après plusieurs utilisations, le maladroit commissaire Girard a égaré une pièce.



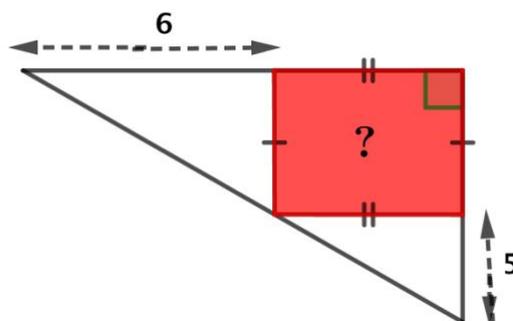
Aide-le à la redessiner.

Exercice 6 : Somme d'inverses

Trouve les nombres entiers naturels

$$a \text{ et } b \text{ tels que } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2021}$$

Exercice 7 : Aire inconnue

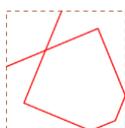
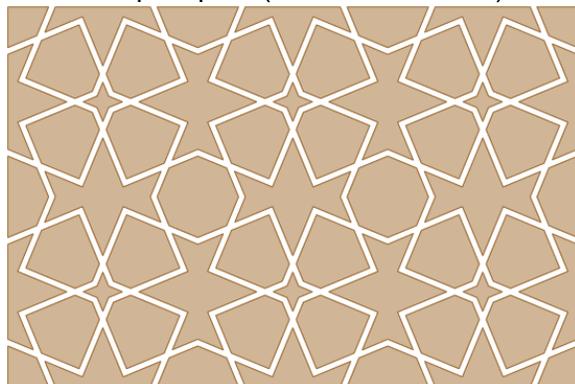


Quelle est l'aire du rectangle coloré ?

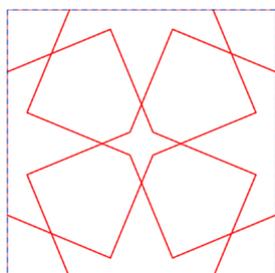
Rallye Mathématique de Lorraine 2021 - APMEP

Exercice 8 : Pavage

Le pavage ci-dessous est réalisé à partir d'un motif de base, lui-même obtenu à partir d'un motif plus petit (motif élémentaire).



**Motif
élémentaire**



Motif de base

En utilisant uniquement les outils proposés dans le fichier GeoGebra à ouvrir dans la feuille réponse, complète le motif élémentaire afin d'obtenir le motif de base du pavage.

Attention, les points ne seront pas construits au hasard. Ils doivent être obtenus par des intersections de droites, demi-droites ou segments reliant des points explicites de la figure.

Il est possible d'agrandir la figure en zoomant à l'aide de la molette de la souris.

Exercice 9 : Table ronde

Lors de l'exposé d'une affaire délicate, le commissaire Girard a convoqué son équipe au grand complet autour d'une table circulaire. Toutes les places sont occupées. 7 femmes ont une femme à leur droite, 12 femmes ont un homme à leur droite et 3 hommes sur 4 ont une femme à leur droite.

Combien de personnes cette équipe compte-elle ?

Exercice 10 : Cartes à braquer

Le commissaire Girard traque des braqueurs très rusés dont le mode de communication est assez original : le lieu du cambriolage est dévoilé par le cerveau de la bande à l'aide d'un message crypté dont la clé de décryptage est la valeur d'une carte et sa couleur.

L'équipe du commissaire dispose des informations suivantes :

- Les cambrioleurs utilisent huit cartes d'un jeu de 32 cartes ;
- Dans ces huit cartes, il n'y a que des Rois, des Dames et deux Valets ;
- Les cambrioleurs n'utilisent que les couleurs Pique ♠, Cœur ♥ et Carreau ♦ ;
- La probabilité d'obtenir un Roi est la même que celle pour obtenir une Dame ;
- La probabilité d'obtenir un Cœur est la même que celle pour obtenir un Pique ;

Quelles sont les 8 cartes qui composent le paquet qu'utilisent les cambrioleurs ?

Question subsidiaire : Des crêpes ...

On dispose de deux piles de crêpes. Toutes les crêpes ont même forme, même volume et même masse. La masse d'une crêpe est un nombre entier de grammes que l'on suppose supérieur à 1. C'est une crêpe !

Les deux piles sont posées sur deux plats identiques.

Avec le plat la première pile pèse 998 g.

Avec le plat la seconde pèse 1153 g.

On retire une pile d'un plat et l'on pose cette pile au-dessus de l'autre (donc avec un seul plat en dessous). Le tout pèse alors 1401 g.

Quelle est la masse d'un plat, celle d'une crêpe et quel est le nombre de crêpes dans chaque pile ?