Remue-méninges
50 apr. J.-C.

.Une composition de Christelle un jour de confinement
Toulouse.
Amsterdam.
New York.
Nantes
Bruxelles avec le créateur mais à la suite avec ANGELE !!!!!!!

Des défis, des énigmes, des problèmes pour exercer votre observation, votre déduction, voire vos habilités en mathématiques en ce Jour de Confinement, d'où le titre.
Pour tous les niveaux et j'espère pour tous les goûts.

Des défis d'archives.
Pas de référence disponible sur mon ordinateur.
Le défi pour la Terre: Dominique Dimey.
Défi : Voir sous les jupes...

Défi. Un classique. 4=5.

Pédagogie de l'étonnement.

« Lire attentivement la démonstration qui suit (la double flèche $\Rightarrow$ signifie *implique que*) :

$$16-36=25-45$$
$$\Rightarrow 16-36+\frac{81}{4}=25-45+\frac{81}{4}$$
$$\Rightarrow 4^2-2\times 4\times\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2=5^2-2\times 5\times\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2.$$

En utilisant l'identité remarquable $(a-b)^2=a^2-2\times a\times b+b^2$, on en déduit que :

$$\Rightarrow\left(4-\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2$$
$$\Rightarrow 4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2}$$
$$\Rightarrow 4=5.$$

Réponse :

$4-\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}$, $5-\frac{9}{2}=\frac{1}{2}$

L'erreur est dans le passage du carré que l'on « enlève ». $a^2=b^2$ n'implique pas que a=b mais que a=b ou a=-b. On est dans le dernier cas.

Défi. Moins classique (pour moi). 3=2.

La preuve que 3 = 2

On sait que la dérivée de x^3 est $3x^2$. Mais x^3, c'est aussi x fois x^2, ce qui s'écrit aussi, si on prend x entier : $x^2 + x^2 + \ldots + x^2$, où on a écrit x fois x^2. On dérive alors cela comme une somme (la dérivée de x^2 est $2x$) : la dérivée de x^3 est $2x + 2x + \ldots + 2x$ où on a écrit x fois $2x$. Cette dérivée est donc $x.2x = 2x^2$. On a donc obtenu, pour les valeurs entières de x : $3x^2 = 2x^2$. On en conclut que 3 = 2.
Réponse :
Une erreur est sur la dérivation. Cette dérivation est fausse. Le nombre de termes de la somme dépend de x (puisque c'est x lui-même), et donc on n'a pas le droit de dériver par rapport à cet x !
On peut dériver n termes dépendant de x, mais pas dériver x termes dépendant de x...

Défi.
Que vaut : E($\sqrt{(n^2+\sqrt{(4n^2+\sqrt{(16n^2+\sqrt{(64n^2+1)})})})}$) ?
Réponse :
Le résultat est « n ».

Défi. Le carré de 2020 chiffres 6.
Je précise le titre.
L'écriture décimale d'un nombre est composé de 2020 fois le chiffre 6.
Quelle est la somme des chiffres du carré de ce nombre ?
Réponse :
La réponse est 18180. Il était temps mais il n'est pas un palindrome.
$66^2=4356$
$666^2=443556$
$6666^2=44435556$
$66666^2=4444355556$
Admettons, à cet instant le résultat qui apparaît que :
B= $666\ldots666^2$ =444...4443555...5556
Il y aurait 2019 chiffres 4. Un chiffre 3. Encore 2019 chiffres 5. Un dernier 6.
La somme vaut donc : 4x2019+3+5x2019+6=18180.
Cependant le résultat n'est pas démontré.
Reprenons au début.
A=666...666= 6x(10^{2019} + 10^{2018} + ...+1)= 6x (10^{2020} -1)/9= $\frac{2}{3}$ (10^{2020} -1)

A²= $\frac{4}{9}$ (10^{4040} -2x 10^{2020} +1)

Reprenons B.
B=6+5 $\frac{(10^{2019}-1)}{9}$ x10+ 3x 10^{2020} + 4 (10^{2019} -1)x 10^{2021} /9
Les calculs montrent que A²=B.
La conjecture sur l'écriture du nombre est vérifiée.

Défi : Pile ou Face.
Prenez une poignée de pièces.
Jetez les pièces sur une table.
Vous vous éloignez de la table, vous vous retournez et vous demandez à une personne quelconque de retourner deux pièces de monnaie. La personne peut le faite autant de fois qu'elle le veut (toujours deux pièces).
Vous demandez maintenant de mettre une main sur la pièce de son choix.
Vous retournez à la table et vous dites si la pièce cachée est sur pile ou sur face.
Comment est-ce possible ?

Réponse.
Il suffit de repérer au premier lancé combien il y a de piles et de faces.
Sur un exemple : 4 piles 3 faces.
Lorsqu'on retourne deux pièces .
Si les deux pièces sont sur pile. Il reste toujours un nombre pair de pile et n nombre impair de face.
Si une pièce est pile l'autre face.La première devient face mais l'autre devient pile. Le tout reste inchangé.
Si les deux pièces sont sur face. Les parités restent inchangées.
Donc dans tous les cas la parité est identique.
On pose la main sur une pièce. Cela change la parité et on peut donc retrouver si c'est pile ou face.

Défi de votre âge pour les moins de 66 ans.

1; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10; 11.
Vous allez mettre soit « + » soit « - » à la place du « ; »
pour que le résultat fasse votre âge.
Si vous avez des difficultés pour le faire faites le pour votre âge +3 ans.
Alors ?

Réponse :
Calculons 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11=66 ans.
Lorsque je change et que à la place d'un « + » je le change en « - » j'enlève 2 x nombre.
J'enlève donc un nombre pair.
J'obtiens donc un nombre pair.
Vous comprenez donc que si vous avez un âge impair vous n'arriverez pas à trouver.
Peut-on atteindre tous les pairs ?
En partant de 66 je peux enlever 2, 4, 6, 8, ...22.
Ensuite 24, 26, ...42.
On continue ainsi jusqu'au bout.

Défi d'un stage à Longwy.
Au siècle précédent les professeurs des écoles pouvaient avoir des stages de formations en mathématiques sur 15 jours donc de 8h du matin à 16h30 des mathématiques.
La formation était autre.
Début du stage à Longwy. Pause à midi, on mange ensemble et une enseignante me donne un défi proposé par une élève de cycle 2, le vendredi juste avant le stage.
On prend deux nombres entre 1 et 9.
Par exemple : 4 et 2.
4-2-6-8-4-2-6-8...Mais je suis en train de recommencer la suite.
Au fait, avez-vous compris comment l'élève fait ?
4+2=6
2+6=8
6+8=14 mais je ne conserve que les unités. J'itère la procédure.
Deux autres:9 et 2.
Faites et constat ?
Toujours vrai ?
Réponse :
Heureux hasard le stage était sur la résolution de problèmes.
J'ai donc pris l'après midi cet exemple comme un des supports du discours que je voulais donner.
La première justification, pouvant être comprise par les enfants, était de faire tous les cas.
Ils ne sont pas si nombreux.
81 cas.

Il faut les dénombrer avec les élèves. Les noter.
Ensuite on prend son crayon. Chaque élève à 3 ou 4 cas. On peut le faire sur 2 jours, c'est une séance de calcul mental.
Les résultats sont vérifiés, la méthode est exhaustive, c'est une démarche scientifique.
Lorsque le problème a été testé dans une classe, il a été compris et les élèves savaient pourquoi ils calculaient.
Une fois cette méthode bien comprise (enseignants et élèves) j'ai proposé une deuxième méthode qui ne donnait pas explicitement les cas mais qui justifiait que l'on avait à un moment une boucle.
Je crois me souvenir que la démonstration n'a pas convaincu la totalité des enseignants.
C'est votre défi caché de trouver une autre méthode qui donne la réponse à la question sans faire tous les cas.

Bruxelles... le retour ...Un autre Belge.