10 - Pythagore différentié

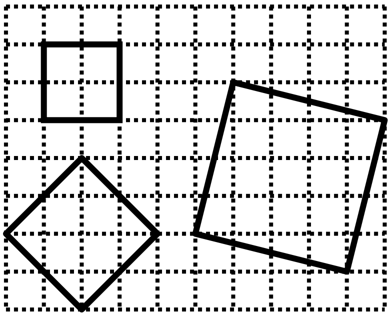
Avant-propos

Les propositions des pages 2 à 7 ont été utilisées en 2008 2009 en classe de quatrième au collège de Saint-Mihiel (55) puis au collège de Marly (57).
Elles ont servi la même année de support d'un temps de formation « Pédagogie différentiée » à l'IUFM de Lorraine pour de futurs enseignants de mathématiques du second degré.

Les propositions des pages 8 et 9 présentent diverses possibilités de trace écrite pour l'énoncé du théorème de Pythagore. Cet écrit date de 2006 et pourrait être complété par ce qui se trouve dans les manuels actuels.

Théorème de Pythagore
Groupe 1

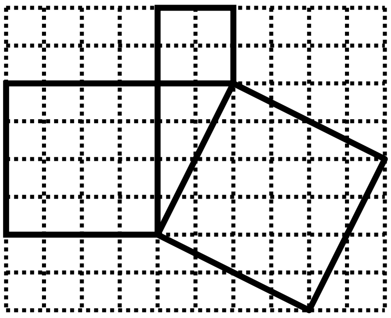
En utilisant les unités indiquées, trouve l’aire des trois carrés ci-dessous :

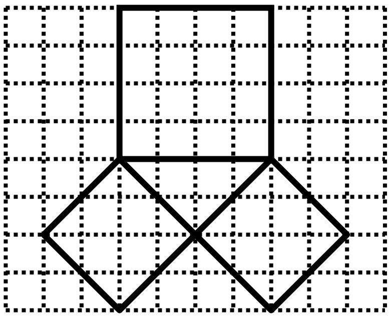


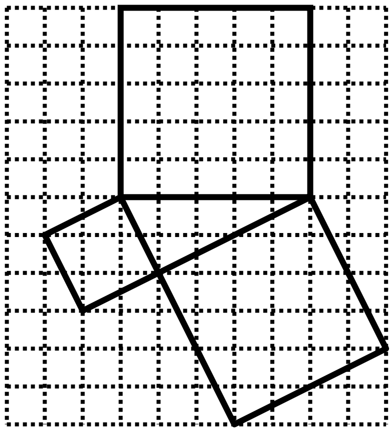
Unité de longueur

Unité d’aire

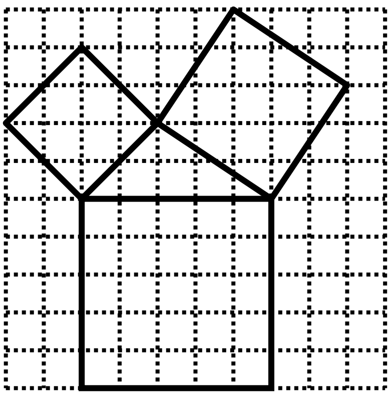
Dans les dessins ci-dessous, j’ai entouré un triangle rectangle par trois carrés construits sur ses côtés.
Pour chaque dessin, indique l’aire à l’intérieur des trois carrés.







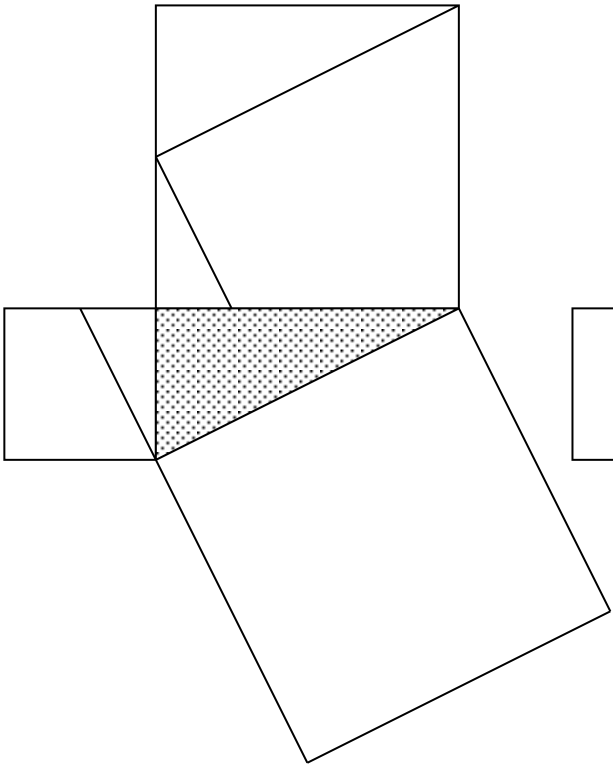
Comment retrouver l’aire du grand carré lorsque seules les aires des deux autres carrés sont connues ?

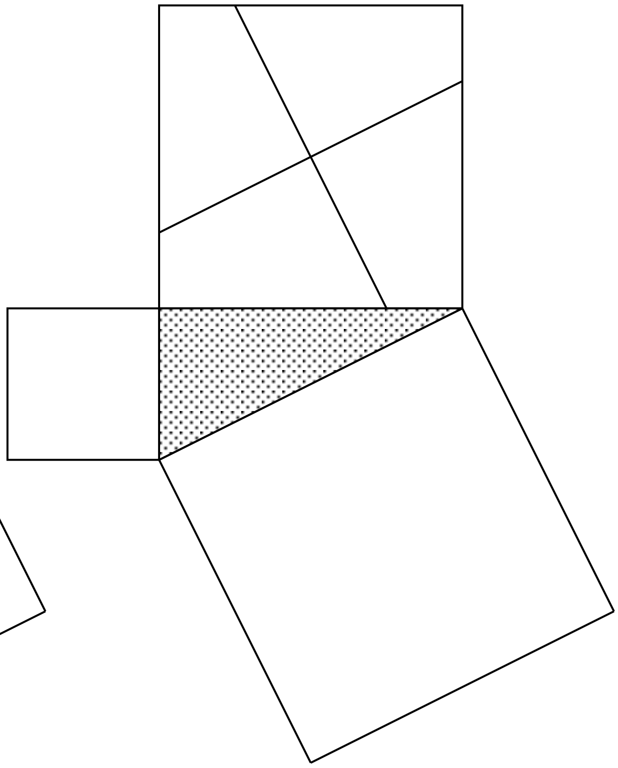


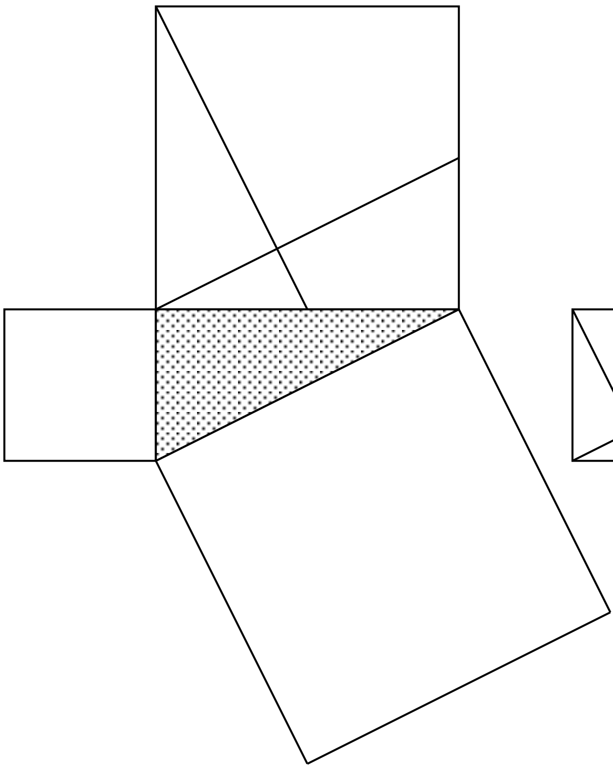
Le triangle entouré n’est plus rectangle. Peut-on encore retrouver l’aire du grand carré lorsque seules les aires des deux autres carrés sont connues ?

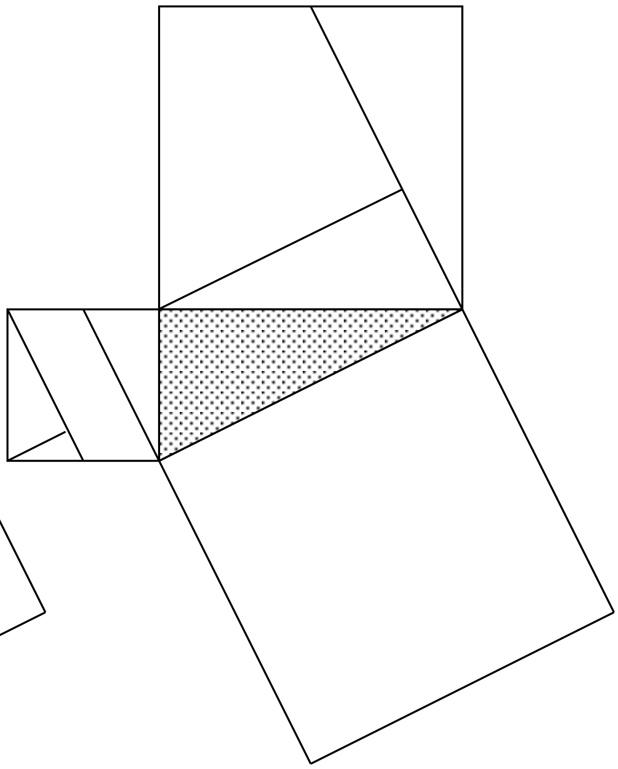
Puzzles de Pythagore
Groupe 2

Pour chacun des quatre dessins, il faut recouvrir sans chevauchement les grands carrés avec les pièces des deux autres carrés entourant le triangle rectangle ***(deux feuilles par élève)***.

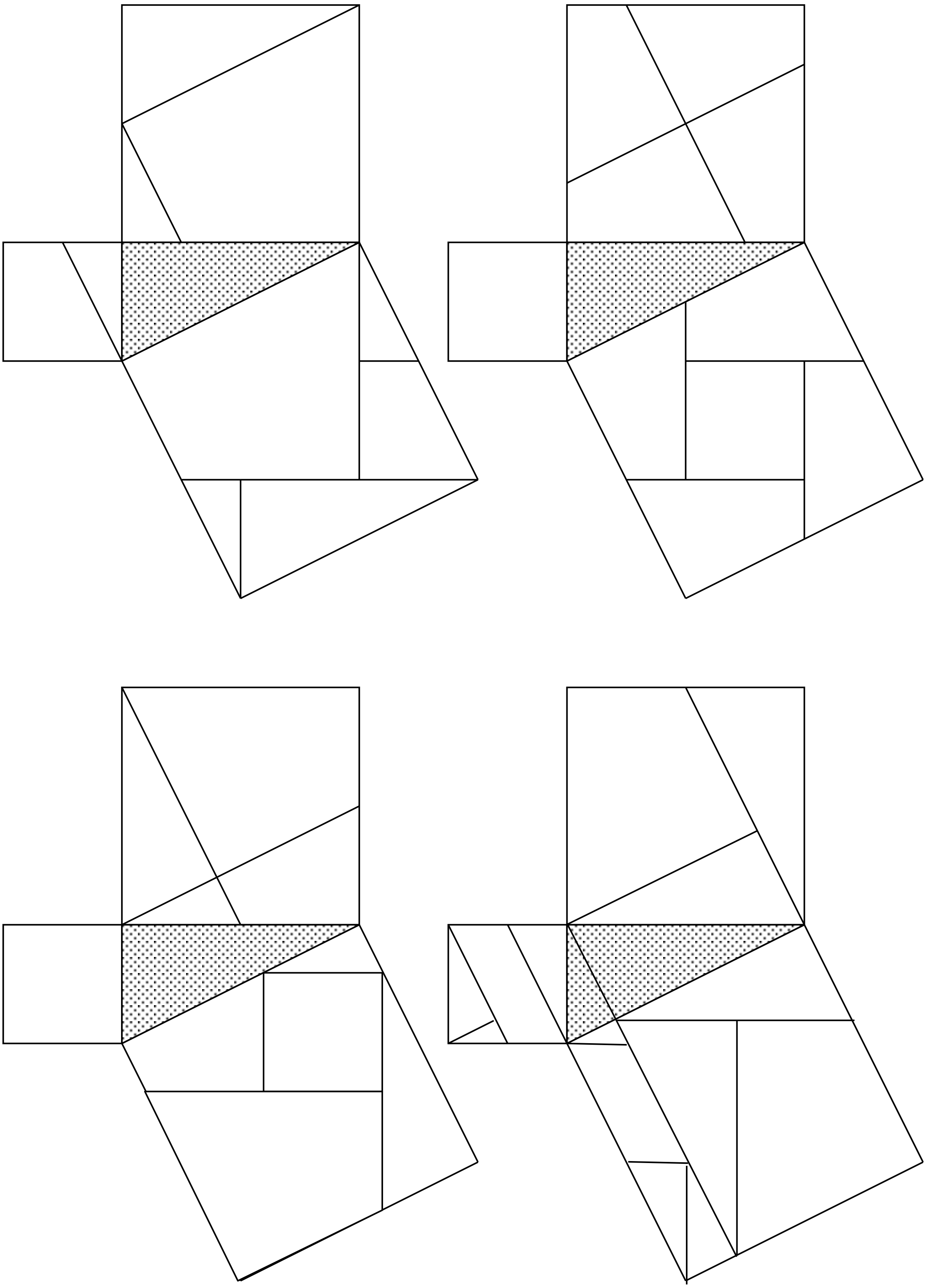




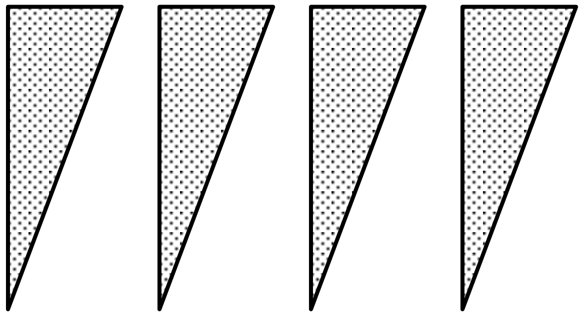




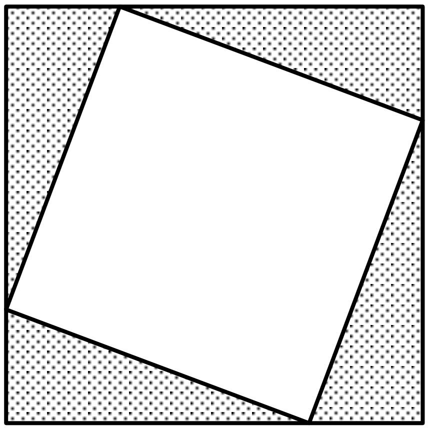
Puzzles de Pythagore ***(solutions pour l'enseignant)***



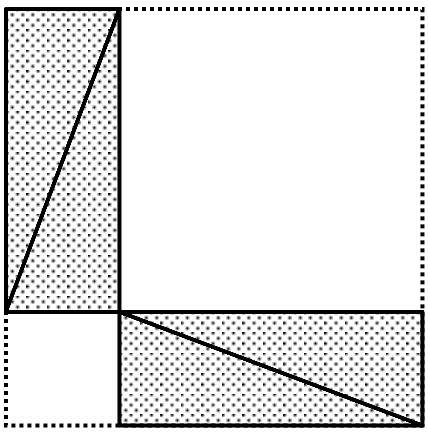
Quatre triangles rectangles et des carrés
Groupe 3



Voici une première façon de les placer dans un grand carré :



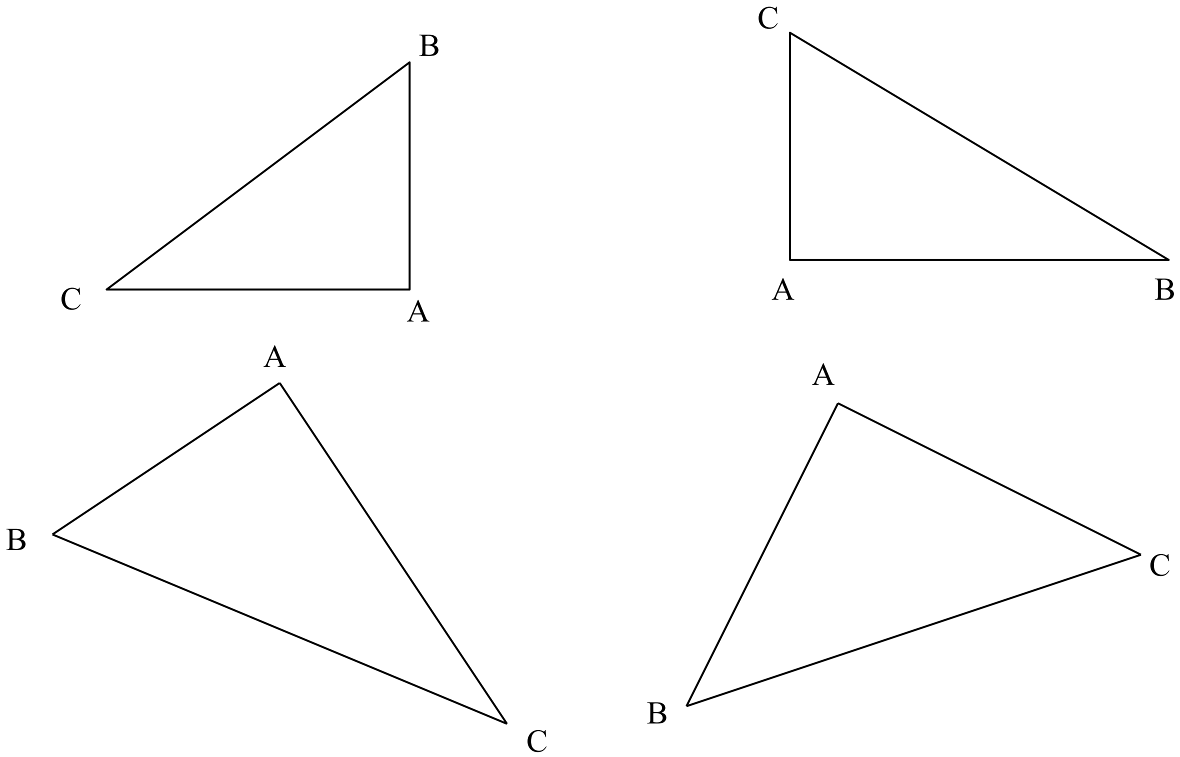
Pourquoi suis-je sûr que le quadrilatère central est un losange ?
Pourquoi suis-je sûr que le quadrilatère central est un carré ?



Ce second grand carré est-il superposable au premier grand carré ?
Pourquoi suis-je que les quadrilatères qui apparaissent en blanc sont des carrés ?

Comment retrouver l'aire du carré central obtenu lors du premier assemblage lorsque seules sont connues les aires des deux carrés blancs apparus ?

Côtés de l'angle droit et hypoténuse.
Groupe 4



Voici quatre triangles rectangles en A.

Mesure les trois côtés de chaque triangle. Mets les mesures dans le tableau ci-dessous.

AB							
AC							
BC							

Connaissant les longueurs des deux côtés de l'angle droit, pourrais-tu retrouver la longueur de l'hypoténuse ?
Si oui, applique ce que tu viens de trouver pour trois nouveaux triangles rectangles que tu vas tracer.

En utilisant de nouveau les mesures des côtés des quatre triangles proposés, complète le tableau ci-dessous.

AB^2							
AC^2							
BC^2							

Connaissant les longueurs des deux côtés de l'angle droit, pourrais-tu retrouver la longueur de l'hypoténuse ?
Si oui, applique ce que tu viens de trouver pour trois nouveaux triangles rectangles que tu vas tracer.

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4
Contenus			
- calculs d'aires, comptage, quadrillage - découpage (ou encadrement virtuel) - conjecture, démonstration à partir d'exemples - contraposée (4ème figure)	- découpage et assemblage - ludique - visuel - expérimental - manipulatoire - aires, plus de nombres - ce n'est pas une démonstration (voir « 64=65 »)	- plus classique pour nous - plus d'étapes de démonstrations avec des propriétés déjà vues - aires avec formules - calcul littéral - créer le formalisme mathématique à utiliser - c'est une démonstration	- calculatoire - mesures - expérimental - conjecture - ce n'est pas une démonstration - pas de notion d'aire
Pour quels types d'élèves ?			
- visuels - ayant besoin de nombres pour prouver	- manuels, bricoleurs - chercheurs - élèves motivés, pas mauvais	- pas aux visuels car Pythagore n'apparaît pas clairement - bons élèves	- plutôt en difficultés

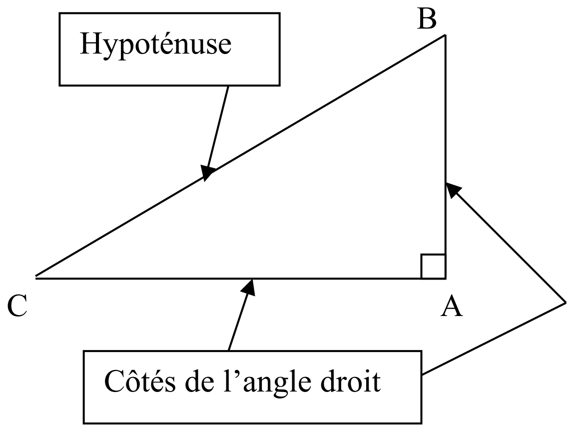
Synthèse à mener dans l'ordre 1 – 2 – 4 – 3.

LE THEOREME DE PYTHAGORE

Dans tout triangle rectangle, le carré construit sur l'hypoténuse est équivalent à la somme des carrés construits sur les deux autres côtés.
(Traité de géométrie théorique et pratique par Eysseric et Pascal. - F. TANDOU et Cie - 1864)

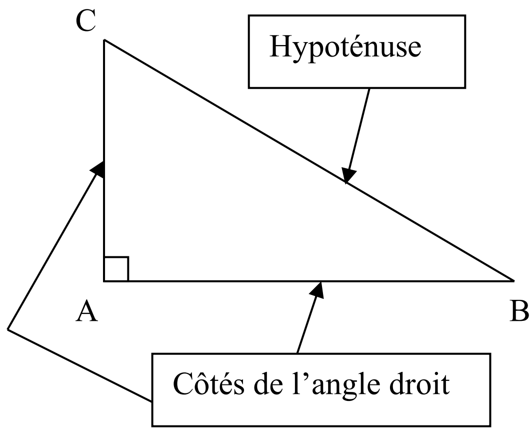
Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.
(Géométrie plane – classes de quatrième et de troisième par P. Camman et A.G. Rébouis – J DE GIGORD Éditeur Paris 1934)

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$
(Collection TRIANGLE Mathématiques 4ème HATIER 2002)



Propriété de Pythagore
<u>Rappel</u> : dans un triangle rectangle, le plus grand côté s'appelle l'hypoténuse.

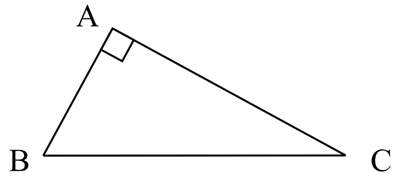
Dans un triangle rectangle le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.
Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$
(Maths CAP. HACHETTE technique 2002)



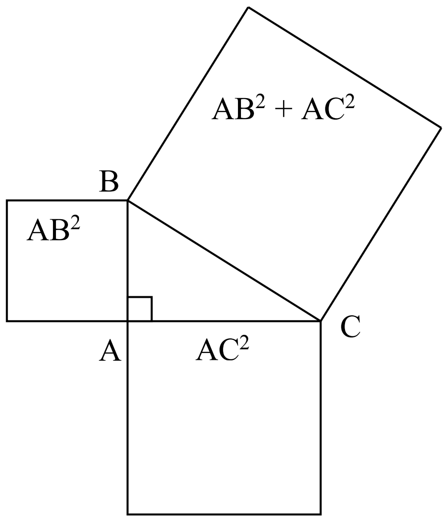
Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit

<u>Données</u>
ABC est rectangle en A

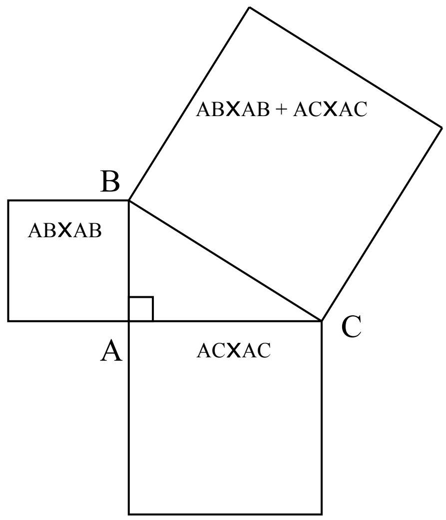
<u>Conclusion</u>
$BC^2 = AB^2 + AC^2$

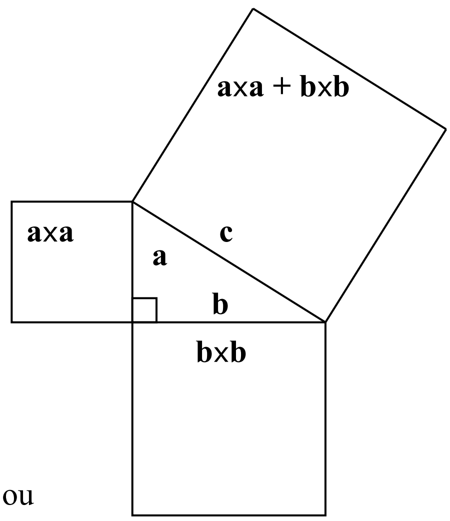


(Collection Dimathème 4ème DIDIER 1998)



ou





Proposition F. DROUIN (2006)

ou