

DANS NOS CLASSES

Sangaku, des problèmes ouverts de géométrie du collège au lycée ?

Christophe Prévot, Collège Les Tilleuls, Commercy.

Qu'est-ce qu'une Sangaku ?

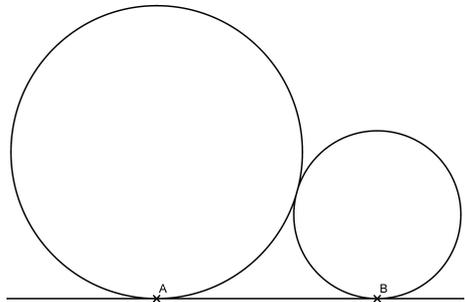
Chaque civilisation a eu besoin, au cours de son développement, d'outils mathématiques pour des usages très terre à terre comme le dénombrement, la détermination de surface, le calcul des impôts et taxes, etc. Les mathématiques dont nous avons hérité en France et, plus généralement en occident, sont issues principalement des branches grecques pour la géométrie et arabes pour l'algèbre. Globalement nous sommes plutôt ignorant des mathématiques développées chez les civilisations amérindiennes et asiatiques.

Les mathématiques japonaises (ou *Wasan*) ont pris leur envol au début du 17^e siècle suite à la publication du *Jinkôki (Traité inaltérable)* du mathématicien Yoshida Mitsuyoshi (1598-1672) qui s'inspirait fortement de traités mathématiques chinois antérieurs. Rapidement des écoles japonaises de mathématiques se sont organisées, comme toutes les autres écoles (e.g. écoles d'arts martiaux), avec un maître, des disciples et une recherche d'influence, voire de domination, des autres écoles. Les maîtres décidèrent alors de se lancer des défis mathématiques afin d'asseoir leur notoriété et celle de leur école. Dans la préface de l'ouvrage de Géry Huvent¹, *Sangaku Le mystère des énigmes géométriques japonaises* (Dunod, 2008), Annick Horiuchi² écrit : « *Les problèmes légués symbolisent ce que nous appellerions aujourd'hui le front de la recherche. [...] Ces joutes mathématiques que les maîtres s'échangent à distance stimulent incontestablement la recherche.* » C'est dans ce contexte que sont nées les *Sangakus*, plaques de bois peintes présentant des problèmes de géométrie sous forme d'une figure, exposées dans des temples et autres lieux sacrés ce qui étaient un excellent moyen de diffusion de l'art et de la connaissance.

L'une des énigmes de Sangaku la plus simple est celle-ci :

Démontrer que $AB^2 = 4Rr$ (où R et r sont les rayons des cercles).

On pourrait aussi traduire l'énoncé sous forme moderne ainsi : soient d une droite et C_1 et C_2 deux cercles de rayons respectifs r_1 et r_2 tangents entre eux et avec d . On appelle respectivement A et B le point de contact de d avec C_1 et avec C_2 . Démontrer que $AB^2 = 4r_1r_2$.



Suggestion d'utilisation en classe

Les Sangakus présentent des problèmes de géométrie dont certains sont accessibles aux élèves de collège et d'autres de lycée. Chaque tablette présente des problèmes ouverts de géométrie qu'il faut résoudre. L'utilisation dans le cours de mathématiques peut être l'occasion de mettre les élèves en situation de recherche et de confrontation de points de vue à travers deux types d'approches du problème :

- capacité à réaliser la figure géométrique, notamment à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ;
- capacité à résoudre l'énigme.

Si on considère l'exemple donné précédemment, le bagage mathématique nécessaire à la résolution de l'énigme se résume à :

- la propriété de Pythagore ;
- la propriété d'une tangente à un cercle ;
- la position du point de contact de deux cercles tangents avec leurs centres.

Il ne reste plus qu'à tester en classe, à l'occasion d'un travail de recherche à la maison, d'un débat, pour voir l'approche des élèves et leur investissement de ces acquis mathématiques pour la résolution de cette énigme et la mise en place d'une démonstration correcte.

Quant à la construction, elle nécessite une recherche intéressante qui peut conduire à des résultats qui susciteront à nouveau débat mathématique et nécessité de démonstration.

Ressources documentaires

- Géry Huvent, *Sangaku Le mystère des énigmes géométriques japonaises*, éd. Dunod, nov. 2008
- site de Géry Huvent : <http://pagesperso-orange.fr/gery.huvent>
- les Sangakus dans l'encyclopédie Wikipédia : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Sangaku>
- ouvrages traitant de Sangakus repérés dans Publimath : <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/cgi-bin/publimath.pl?r=sangaku>

¹ Agrégé de mathématiques, professeur au lycée Faidherbe à Lille et animateur de l'IREM de Lille

² Agrégée de mathématiques, professeur à l'université de Paris-Diderot (Paris 7)