

DANS NOS CLASSES

Des solides aux patrons, en classe de sixième et en formation PE.

Renaud DEHAYE

Collège de la Craffe, Nancy

IUFM, Site de Nancy

Aborder les patrons du cube sans manipulation en classe de sixième ne me semble pas très raisonnable. Quelques coloriages de patrons de cube (fichiers jeux APMEP) suffisent pour constater de nombreuses erreurs ou difficultés à relier entre elles les faces adjacentes du cube.

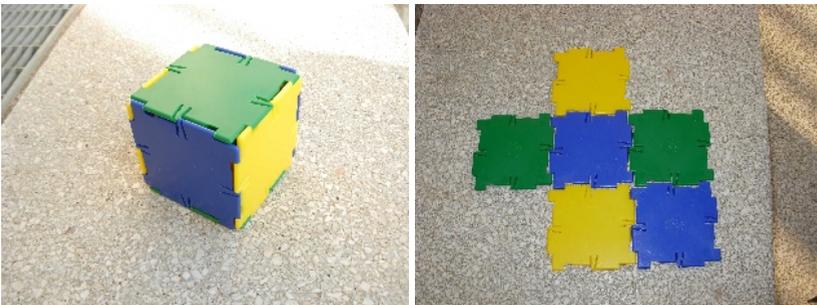
Le « recollement mental » des différentes faces reste difficile, y compris pour de nombreux adultes. Faire des mathématiques, c'est apprendre à se passer de la manipulation. Mais il faut y revenir à cette manipulation si le recollement mental ne peut se faire.

D'ailleurs, la manipulation est très présente à l'école maternelle (le matériel utilisé ici vient d'une école maternelle), puis, trop brutalement, elle a tendance à disparaître dès l'école élémentaire pour diverses raisons (matérielles, organisationnelles, effectifs, peur de jouer,...)

Demander à des élèves de cycle 3 ou de collège si tel patron dessiné sur une feuille est bien un patron de cube devient alors une question difficile. Les résultats à l'évaluation 6^e de 2006 l'attestent : 47,58 % de réussite au niveau national (exercice 32 item 95).

Les patrons du cube en sixième.

La séance présentée ici a été menée en classe de sixième en mai 2007. En utilisant l'heure de remise à niveau et le créneau de l'heure de vie de classe, j'ai réussi à prendre la classe (29 élèves) par demi groupes.



Séance cube. Première moitié de la classe (45mn) lundi 16h-17h.

Phase 1 : (groupes de 2 élèves)

Vous devez construire un cube avec le matériel POLYDRON.

Phase 2 : (groupes de 2 élèves et feuille A3 par groupe pour noter les patrons trouvés)

Vous devez trouver tous les patrons possibles de ce cube.

Phase 3 : Reprise de la consigne précédente avec explicitation de « patrons différents ».

Phase 4 : On relance la recherche en annonçant ***qu'il y a 11 patrons à trouver.***

La recherche n'a pas abouti aux résultats escomptés (7 patrons au plus ont été trouvés).

Séance cube modifiée. Deuxième moitié de la classe (45mn) mardi 8h-9h le lendemain.

On reprend les mêmes phases 1, 2, 3 que précédemment. On change la phase 4.

Phase 4 modifiée : Sans annoncer le nombre de patrons à trouver, j'invite les élèves au tableau en commençant une première colonne

Patrons ayant 4 carrés alignés		

Les élèves des différents groupes défilent au tableau et complètent leur feuille A3, ajoutant les patrons manquants, trouvant le titre des deux autres colonnes et trouvant les 11 patrons du cube.

On retrouve cette classification dans le fichier Jeux n°6 de l'APMEP.

Il est difficile de comparer ces deux séances car les conditions d'exercices sont très différentes. Mais la mise en commun au tableau, la confrontation des différents

groupes qui a engendré des mini-débats et bien sûr, l'aide aux classements des patrons, sont autant de facteurs qui ont permis de finaliser la recherche.

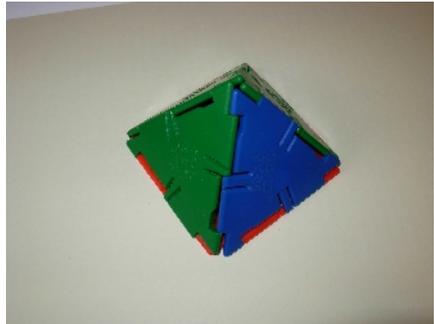
Les patrons de la pyramide régulière à base carrée en sixième.

Retrouvant la même possibilité de fonctionnement deux semaines plus tard, j'ai cette fois engagé la recherche des patrons de la pyramide régulière à base carrée.

Bien qu'au programme de 4^e, cette recherche m'a semblé intéressante pour travailler le passage du solide au patron, la pyramide étant beaucoup moins classique et moins connu que le cube.

Un prolongement avec la construction sur feuille blanche des patrons et le calcul de leur aire permettait aussi de réinvestir les connaissances sur les triangles :

- tracés de triangles équilatéraux et d'un carré à l'aide de l'équerre et du compas
- décomposition d'un triangle équilatéral en deux triangles rectangles égaux, ce qui n'a pas posé problème pour la plupart des élèves dans la mesure où ce travail de décomposition avait déjà été vu avec d'autres formes géométriques (trapèze isocèle, hexagone régulier notamment).



Séance pyramide

Phase 1 : (groupes de 2 élèves)

Vous devez construire une pyramide avec le matériel POLYDRON.

Phase 2 : (groupes de 2 élèves et feuille A3 par groupe pour noter les patrons trouvés)

Vous devez trouver tous les patrons possibles de cette pyramide.

On fait alors constater que les faces de la pyramide sont un carré et quatre triangles équilatéraux.

Phase 3 : On relance la recherche. **Il y a entre 5 et 10 patrons au total.**

Phase 4 : En devoir maison pour la semaine suivante, dessiner tous les patrons trouvés (arêtes 3 cm), et calculer l'aire de chaque patron (voir annexe).

Réussites à l'issue du devoir maison :

Les 8 patrons exactement	7 élèves
Les 8 patrons + un patron impossible	3 élèves
Les 8 patrons + deux patrons impossibles	1 élève
7 patrons exacts + un patron impossible	8 élèves
6 patrons exacts + deux patrons impossibles ou en doublette	4 élèves
5 patrons exacts	3 élèves
3 patrons exacts	1 élève

Aucun critère de classement ne semble avoir été retenu par les élèves. N'ayant plus la possibilité de manipuler à la maison, certains ont complété leur recherche par des patrons erronés (voir photos ci-dessus par exemple) ou des doublons pour atteindre au moins le nombre de 8 patrons, nombre pressenti par la majorité des élèves comme étant le « bon » nombre de patrons à trouver.

Pendant la correction, j'ai proposé aux élèves le principe de classement que l'on retrouve ci-dessous dans la séance professeur des écoles.

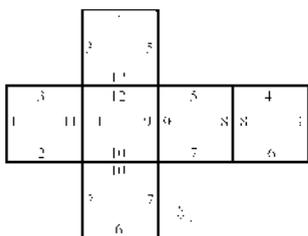
Les patrons du cube en formation des professeurs des écoles.

La recherche des patrons du cube est un thème incontournable en préparation au CRPE (concours de recrutement des professeurs des écoles). Ce thème figure au programme du cycle 3 de l'école élémentaire et de nombreux sujets de concours y font référence (Nancy-Metz 2006 par exemple).

Deux types de manipulation sont possibles :

- Utilisation du matériel POLYDRON comme dans la séance sixième.

- Utilisation de 6 carrés en cartons dont les arêtes sont numérotées 2 à 2 et dont les combinaisons permettent ou non de former le patron d'un cube (voir fichier Jeux 6 de l'APMEP – Le jeu des développements du cube).



« *Jeux de formes et formes de jeux* »
de Bernard Bettinelli.

Dans les deux cas, après une recherche d'environ 15 à 20 minutes, le critère de classement « nombre de carrés alignés » de ces patrons est mis en évidence et la synthèse est produite au tableau. (voir Phase 4 modifiée ci-dessus).

Un prolongement possible est l'utilisation des 11 patrons du cube pour former un polygone de périmètre minimal ; on en profite alors pour éclairer les compétences du cycle 3 autour de la distinction aire/périmètre. (encore Jeux 6 !).

Revenons quelques instants sur le classement des patrons car le **principe de dénombrement** apparaît à de nombreuses reprises dans l'enseignement à l'école primaire.

On l'associe trop souvent au chapitre Probabilités de la classe de première mais il se retrouve dans de nombreux problèmes de recherche en mathématiques.

Les professeurs des écoles y sont confrontés dès l'école maternelle avec ce qu'on appelle l'**énumération** d'un ensemble.

En effet, pour accéder au cardinal d'un ensemble, un enfant peut synchroniser la récitation de la comptine numérique (« un, deux, trois quatre,... ») avec l'**énumération** de tous les objets de l'ensemble (énumération visuelle ou gestuelle qui demande de l'organisation) de façon à ne compter qu'une fois et une seule chaque objet. Cette énumération doit faire l'objet d'apprentissages spécifiques, en partie décrits dans un article du Bulletin Apmep n°471.

D'autres activités donnent l'occasion de mettre en œuvre un dénombrement : le tableau à double entrée, introduit souvent artificiellement en moyenne ou grande section de maternelle, trouve tout son sens en tant que solution à un problème du type : « j'ai un rond, un triangle, un carré, du rouge, du jaune, du bleu, combien de formes différentes peut-on ainsi produire ? »

Au cycle 2, on propose par exemple le coloriage de tours à 4 étages avec 4 couleurs différentes, activité ambitieuse permettant de confronter les élèves à

la recherche de différentes solutions et au contrôle de l'exhaustivité des solutions (livre du maître ERMEL CP pour une description précise de l'activité).

Au cycle 3, l'apprentissage des grands nombres avec les différentes classes (unités, milliers, millions) donne lieu à des exercices de recherche du type :

On dispose des étiquettes cent(s), cinq et mille.

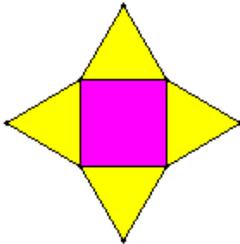
Ecrire tous les nombres possibles utilisant 2 mots.

Ecrire tous les nombres possibles utilisant 3 mots.

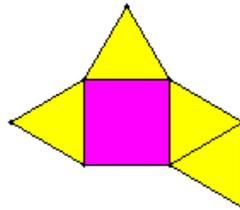
où la mise en œuvre d'un dénombrement organisé (pléonasse !) s'avère indispensable (livre du maître ERMEL CM1).

Les patrons de la pyramide régulière à base carrée en formation des professeurs des écoles.

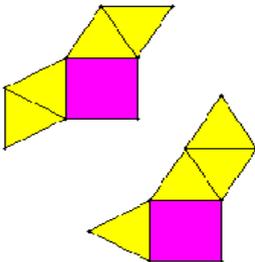
On retrouve la séance pyramide décrite précédemment avec cette fois la recherche d'un critère de classement des patrons. Le critère « nombre de côtés du carré occupés par un triangle » est proposé par un étudiant. Il permet une synthèse efficace et nous donne la garantie que tous les patrons sont là.



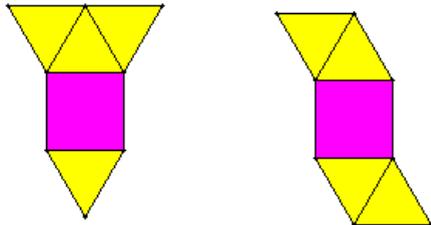
N°1 : quatre cotés occupés



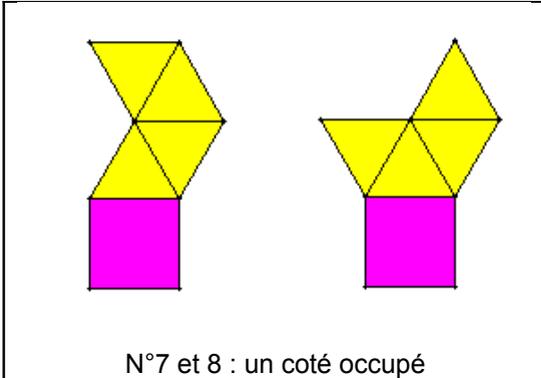
N°2 : trois cotés occupés



N°3 et 4 : deux cotés adjacents occupés



N°5 et 6 : deux cotés opposés occupés



*Figures réalisées avec le logiciel Apprenti Géomètre
(cf. Bulletin Apmep N° 457 et <http://www.enseignement.be/geometre/>).*

Annexe.

Mathématiques	Collège La Craffe, classe de 6 ^e 2
Devoir maison n°19	Pour lundi 21 mai 2007

Trouve tous les patrons de la pyramide régulière à base carrée représentée ci-contre.
Attention : deux patrons seront considérés identiques si l'on peut passer de l'un à l'autre par un déplacement ou un retournement.

- Dessine tous ces patrons sur feuille blanche en prenant 3cm pour longueur d'arêtes.
- Calcule l'aire de ces patrons (à expliquer).

Exercice 14 p 250

