

LE PETIT VERT



ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N°91

SEPTEMBRE 2007

Abonnement 4 n^{os}
par an : 5,80 €



*L'Ellipse, Washington DC, derrière la Maison Blanche.
(voir page 5)*

Consultez notre site :
<http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep>

SOMMAIRE

EDITORIAL

4

VIE DE L'ASSOCIATION

Journée Régionale 2008 : appel à ateliers	5
Invitation : la Régionale fête ses 40 ans !	14
Palmarès Concours 2007	23

ETUDE MATHÉMATIQUE

Un énoncé innocent (P. LE GALL)	20
---------------------------------	----

DANS NOS CLASSES

Des ellipses dès la classe de sixième (F. DROUIN)	6
---	---

MATH ET MEDIA

15

RUBRIQUE PROBLEMES

Sudoku mathématicien : solution du n°90	27
Solution problème 90	28
Problème 91	29

« LE PETIT VERT » est le bulletin de la Régionale Lorraine A.P.M.E .P.. Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la « vie mathématique » locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques « problèmes », « dans la classe » et « maths et média », et parfois une « étude mathématique ». Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à :

jacverdier@orange.fr et christophe.walentin@wanadoo.fr

Le Petit Vert : en noir et blanc, c'est bien en couleurs c'est mieux !

Si vous avez reçu ce numéro du Petit Vert par La Poste, en version papier noir et blanc (et couverture verte), cette annonce vous concerne.

Vous avez entre les mains un exemplaire imprimé sur papier, mais affranchi à 0,70 €. Cette forte augmentation, par rapport à ce que nous devions payer il y a un an, a une répercussion sur le budget de notre Régionale : environ 600 € par an. La Régionale vous offre désormais la possibilité d'**opter pour la version électronique** (en PDF, ADSL conseillé), que vous pourrez recevoir directement dans votre boîte à lettres. Avantage : vous aurez droit à **la couleur** (ce qui est plus agréable pour les photos), **aux liens actifs** (un simple clic...). Nous espérons que vous serez **très nombreux** à faire ce choix ; mais bien sûr, bien que cela pèse sur notre budget, vous pouvez continuer à préférer la version papier,

Modalités pratiques : pour recevoir la version PDF, vous envoyez tout simplement un courriel à jacverdier@orange.fr en y écrivant “ Je souhaite recevoir désormais la version électronique du Petit Vert directement dans ma boîte à lettres ”.

N.B. Si vous recevez déjà la Petit Vert en version électronique, vous n'avez rien à faire (sauf si votre adresse courante a été modifiée).

Le Comité

édito

Les vacances sont terminées et le rythme infernal de l'an passé a repris dès la rentrée. Nous voilà à nouveau dans le bain, les retrouvailles avec les collègues, le grand retour des copies et enfin un petit coin de ciel bleu.

J'espère que cette nouvelle année scolaire sera aussi positive pour la vie de notre régionale que celle de l'an passé (j'espère même encore plus positive !). Je ne peux que souligner le succès rencontré par le rallye, auquel bon nombre d'entre vous ont participé avec leurs classes, le succès de la journée régionale aussi qui tous les ans voit son nombre de participants augmenter.

J'espère que l'année qui s'annonce sera autant porteuse de bonnes nouvelles ! Que vous serez encore plus nombreux à inscrire vos classes au rallye, que vous serez encore plus nombreux à venir assister à la journée régionale, que vous serez encore plus nombreux à souhaiter organiser un goûter dans votre établissement (ce n'est pas difficile, on s'occupe de tout !), que vous serez encore plus nombreux à adhérer ou à faire adhérer vos collègues...

Vous le découvrirez un peu plus loin, la régionale lorraine a 40 ans cette année ! Je ne peux que souhaiter pouvoir fêter ses 50 ans, ses 60 ans ... avec vous ! En l'espérant toujours aussi active et dynamique.

A très bientôt et bonne année scolaire !

Céline COURSIMAULT
Présidente de la régionale

Journée régionale 2008 : appel à ateliers

La prochaine Journée régionale des mathématiques aura lieu le mercredi 19 mars 2008 à Nancy.

Nous pouvons déjà vous annoncer que le conférencier sera Ahmed DJEBBAR, spécialiste des mathématiques arabes.

Un des gages de réussite de cette journée est la présentation d'" **ATELIERS** " variés et nombreux : il serait bon qu'il y en ait au moins quinze, et nous avons déjà quelques pistes. Nous lançons donc un appel auprès de tous les collègues qui voudraient en présenter un. Ces ateliers se dérouleront l'après-midi, durant 1 h 30, et pourront rassembler de 15 à 30 participants.

Envoyez vos propositions **le plus rapidement possible** à la présidente de la régionale Apmep : coursimault.celine@wanadoo.fr (avec copie à jacverdier@orange.fr).

MERCI.

Dans nos classes

DES ELLIPSES DÈS LA CLASSE DE SIXIÈME, POURQUOI PAS ?

(François DROUIN)

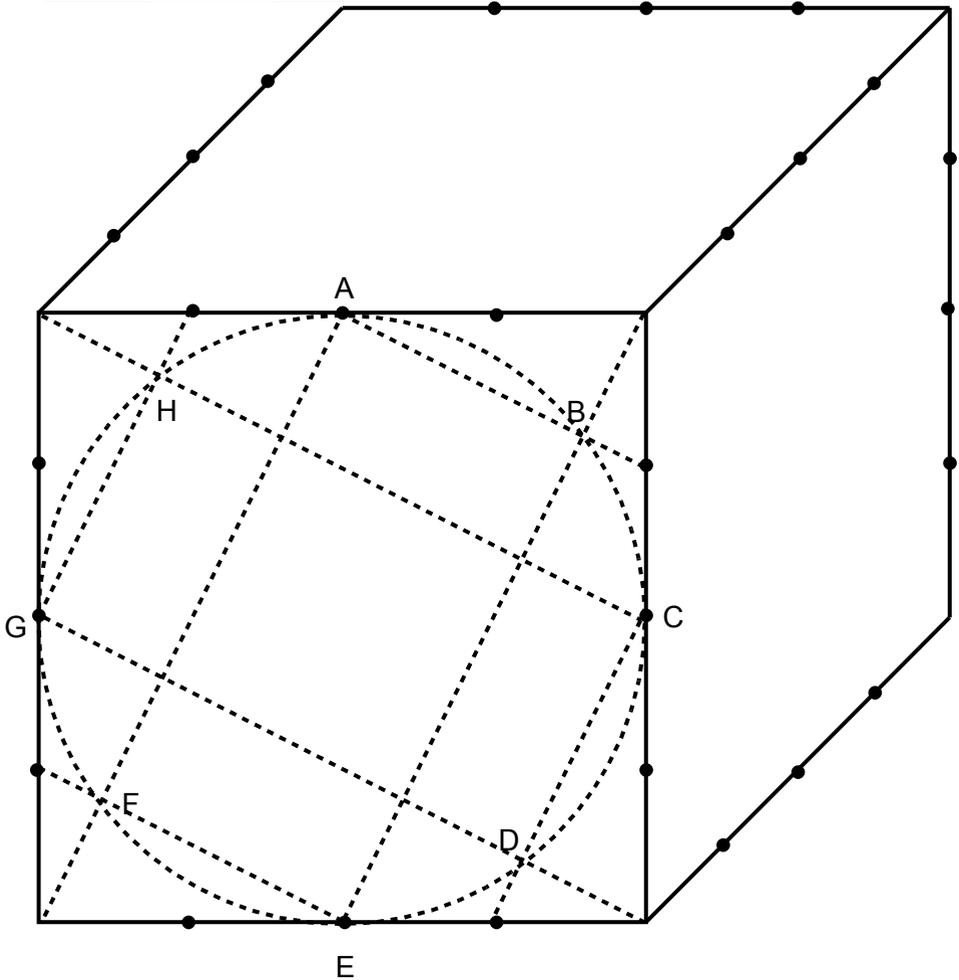
Le mot "ellipse" n'apparaît à aucun moment dans les programmes de collège, cependant, il est demandé de dessiner en perspective cylindres et cônes. Comment faire ces dessins sans savoir tracer une ellipse, mais aussi surtout comment faire ces dessins sans savoir que les courbes qui apparaissent sont des ellipses ?

Montrons un disque aux élèves (une assiette ? le fond d'une boîte de coulommiers ou d'une boîte de gâteaux ?). Faisons le pivoter autour d'un de ses diamètres (d'abord horizontal puis vertical, puis « quelconque »). Les élèves vont prendre conscience de ce que devient un disque lorsqu'il est vu « en perspective ».

À nous de leur faire tracer les courbes vues lors de cette manipulation.

Voici de quoi dessiner des cercles tangents aux côtés des faces d'un cube.

Sur chaque face visible, trace de même les traits en pointillés puis les nouveaux points A, B, C et D par lesquels passe le cercle.
Sur chaque face visible, trace les cercles tangents aux côtés de ces faces.



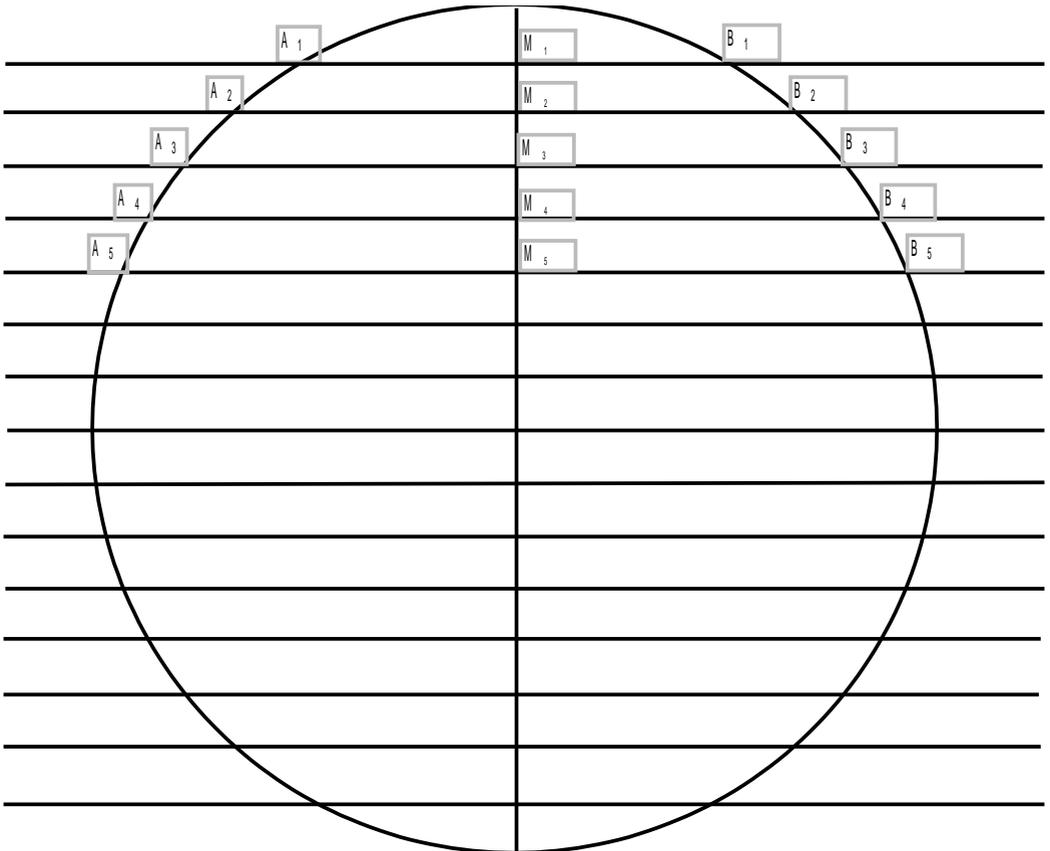
Ce type de dessin est à mettre en parallèle avec des choses présentées il y a quelque temps dans les brochures « Dessiner l'espace de l'IREM de Lorraine. ». Dans un des fascicules se trouvait une autre façon de visualiser un cercle sur la face avant d'un cube en perspective cavalière, puis de dessiner des représentations de ce cercle sur les autres faces.

L'activité présentée était à destination de mes élèves de sixième. Je ne doute pas qu'elle pourra être ré utilisée en classe de cinquième pour dessiner des cylindres tangents aux faces du cube ou en

classe de troisième pour dessiner des cônes dont le sommet est au centre d'une des faces.

Il serait également dommage que des collègues de lycée et de collège ne s'emparent pas de la configuration pour faire justifier à leurs élèves que les points A, B, C, D, E, F, G et H sont cocycliques.

Une autre approche possible est de faire comprendre l'« écrasement » du disque :



Trace les points K_1 et L_1 de la droite (A_1B_1) tels que les longueurs M_1K_1 et M_1L_1 soient égales à $0,25 \times A_1M_1$.

Trace les points K_2 et L_2 de la droite (A_2B_2) tels que les longueurs M_2K_2 et M_2L_2 soient égales à $0,25 \times A_2M_2$.

Trace les points K_3 et L_3 de la droite (A_3B_3) tels que les longueurs M_3K_3 et M_3L_3 soient égales à $0,25 \times A_3M_3$.

Continue de même sur les droites (A_4B_4) , (A_5B_5) ...

Sans le dire, les élèves vont rencontrer une affinité. Pour rester plus proche du programme de sixième, ils vont rencontrer la multiplication de deux nombres décimaux. L'enseignant pourra modifier les consignes pour leur faire calculer des fractions de longueur ou leur faire appliquer un taux de pourcentage. Cela pourra de plus être l'occasion de leur faire vivre une activité dans laquelle la multiplication n'agrandit pas toujours.

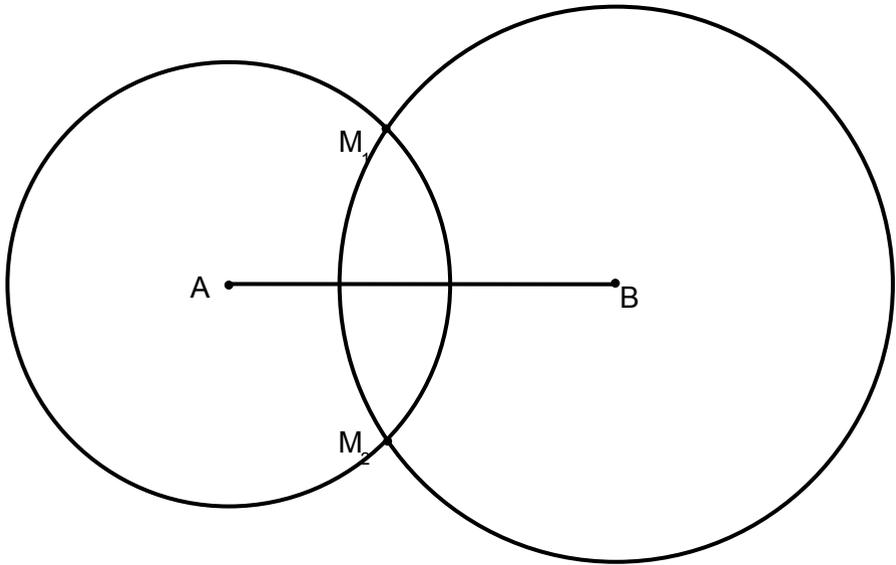
D'autres tracés d'ellipses pourront être présentés ensuite aux élèves :

Tout d'abord, celle dite « du jardinier » permet le tracé de nombreux triangles dont un côté est donné et dont la somme des longueurs des deux autres côtés. Il est dommage que la rencontre avec les jardins du château de Versailles ne soit faite qu'en 4^{ème} dans les programmes d'histoire géographie.

A l'époque de Louis XIV, les jardiniers de Versailles désirant tracer des massifs de fleurs en forme d'ellipse plantaient deux piquets en A et B. A l'aide d'une corde de longueur "k" supérieure à AB, ils marquaient au sol la trace faite par un troisième piquet placé en tel que $MA+MB = k$.

Nous allons utiliser cette relation $MA+MB = k$ pour trouver de nombreux points d'une ellipse.

Ci-dessous $AB = 7$ cm . Nous allons chercher de nombreux points M tels que $MA+MB = 9$ cm (13 cm est la longueur de la ficelle qui pourrait être utilisée).



Sur ce tracé, les deux points M_1 et M_2 conviennent.

AM									
BM									
AM + BM = 9 cm									

La création d'un tel tableau de valeurs est conforme à ce qui est attendu dans la partie gestion de données.

Le placement des divers points M correspond aux tracés de triangles dont les longueurs des côtés sont connues.

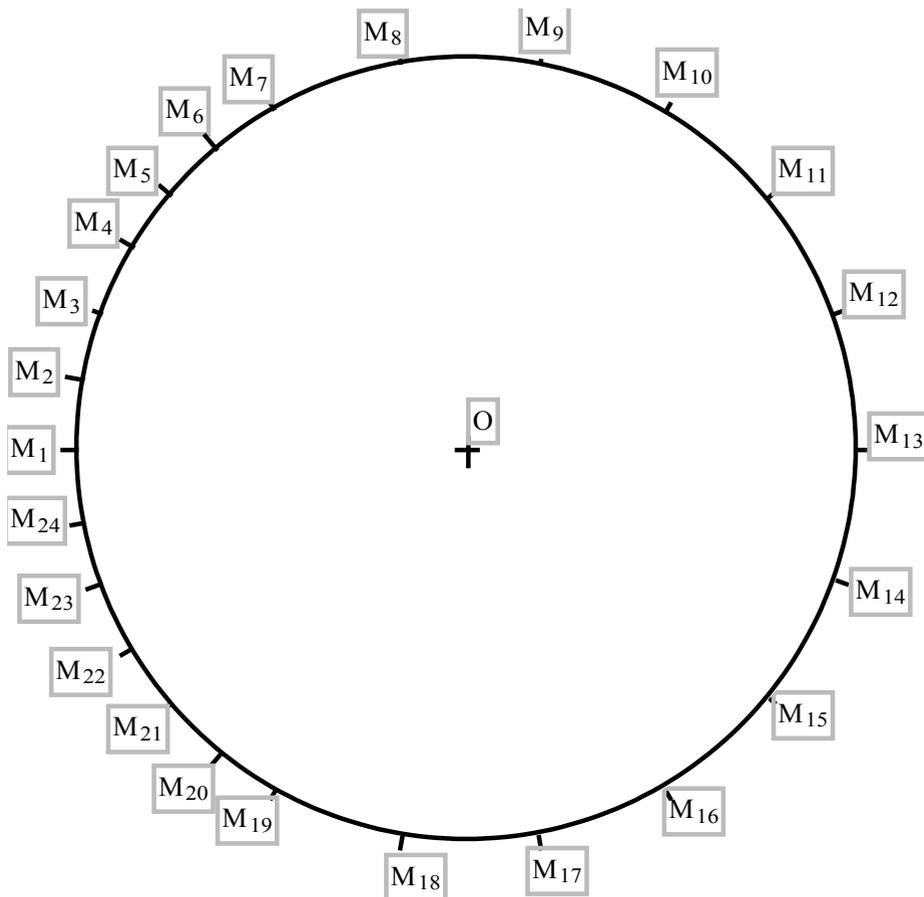
Il pourra être intéressant de faire remarquer que les longueurs de AM et BM peuvent être permutées et faire reconnaître les deux axes de symétrie de la courbe obtenue.

D'autres tracés plus complexes peuvent être aussi abordés :

Trace le segment OM_2 puis trace **en rouge** la corde perpendiculaire à (OM_2) passant par le point M_2 .

Fais de même à partir des points $M_3, M_4, M_5 \dots$

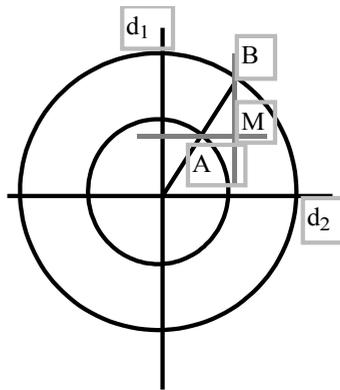
Les cordes rouges enveloppent une courbe appelée "ellipse".



Ces tracés font rencontrer l'enveloppe de cordes du cercle. Pour les élèves de sixième, ce sera surtout l'occasion de nombreuses manipulations de l'équerre.

Un autre tracé possible est de faire tracer les médiatrices des différents rayons OM_i et d'observer leur enveloppe. Pour les élèves de sixième, il s'agira de tracer de nombreuses médiatrices de segments...

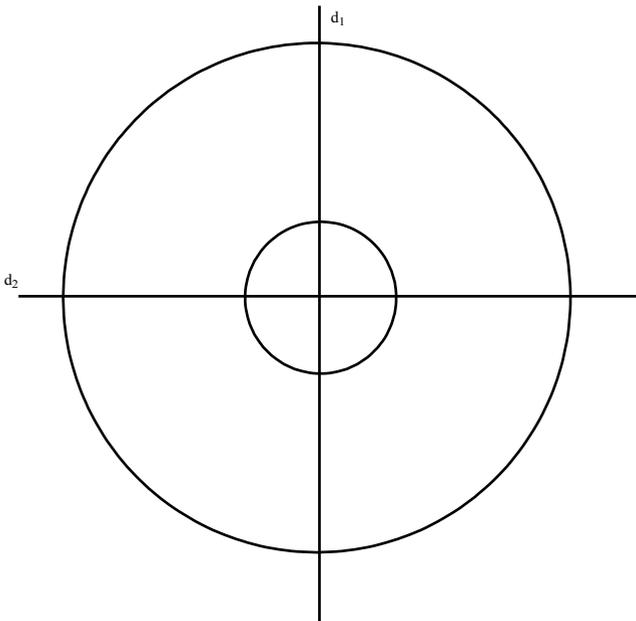
Pour terminer et pour rester dans le thème de notre récent concours,, je ne peux m'empêcher de montrer une méthode utilisée dans les tracés professionnels des architectes.



DEUX CERCLES POUR UNE ELLIPSE

Méthode utilisée par les architectes

Trace un rayon commun aux deux cercles. Il coupe les deux cercles en A et B. La droite perpendiculaire à la droite d_1 passant par A coupe la droite perpendiculaire à la droite d_2 passant par B au point M. Marque en rouge ce point M puis recommence ces tracés pour d'autres rayons communs aux deux cercles. Les points rouges sont les points d'une ellipse.



De nouveau, de nombreux maniements de l'équerre...

Je ne doute pas que ces tracés peuvent trouver leur place dans une progression spiralaire en classe de sixième. J'espère que les collègues enseignant dans les classes supérieures trouveront aussi quelque'intérêt à faire faire ces tracés. Et pourquoi ne pas pour certains d'entre eux utiliser de plus la fonction « trace » des logiciels de *géométrie dynamique* ?

Invitation



Oui, notre Régionale a 40 ans : elle est née « officiellement » le 24 novembre 1967, à Nancy.

Nous avons décidé de célébrer cet anniversaire le samedi 24 novembre 2007 à 15 heures, au lycée Varoquaux de Tomblaine : vous y êtes donc cordialement invités.

Quelques 'personnalités' viendront nous parler des premiers pas de la Régionale, des principales manifestations des 40 dernières années, des perspectives pour l'avenir, et aussi de l'histoire de l'A.P.M.E.P. « nationale » (qui sera, elle, bientôt centenaire). Nous comptons également sur la présence de Monsieur le Recteur de l'Académie. La réunion se terminera par un vin d'honneur.

Si vous comptez être des nôtres, nous vous demandons, pour la bonne organisation de cet événement, de bien vouloir le faire savoir à Odile BACKSCHEIDER : 8 rue René Bazin, 57070 METZ, mèl. j-m-backscheider@wanadoo.fr, tél. 03 87 65 79 81, avant le 31 Octobre au plus tard. Merci.

Le Comité

MATH & MEDIA

Voici le genre d'extrait de la presse qui peut nous être fort utile en classe. En effet, sans les nommer, il aborde les concepts de médiane et de déciles. Il ne reste plus qu'à nommer les « choses » : salaire médian, premier décile, neuvième décile... Et à expliquer (mais là c'est plus difficile) pourquoi le salaire moyen est supérieur au salaire médian.

Si vous trouvez des articles de presse abordant (implicitement comme ici, ou explicitement) des notions mathématiques, n'hésitez pas à nous les envoyer. Merci. jacverdier@orange.fr

Le salaire des fonctionnaires a diminué entre 2004 et 2005

Les agents de la fonction publique d'Etat ont perçu en moyenne 2127 euros nets par mois en 2005(...).

Mais la moitié du 1,84 million de fonctionnaires d'Etat (...) ont perçu un salaire mensuel net inférieur à 1974 euros.

Au bas de l'échelle, 10% d'entre eux ont gagné moins de 1287 euros nets par mois et, en haut, 10% ont gagné plus de 3114 euros.

L'Est Républicain , 24 juin 2007.



Pas de points noirs en Meuse

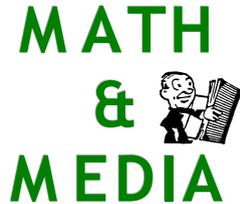
Sous ce titre, l'Est Républicain du 24 juin dernier expliquait que « *La particularité des routes de la Meuse est de ne pas comporter de véritables points noirs* ». L'article se terminait par une étude 'chiffrée' : « *On constate que les points névralgiques de la Meuse se situent sur les départementales. C'est là qu'on dénombre la plus forte proportion de tués. Il est vrai que le département compte seulement 60 km d'autoroutes, 250 km de nationales, et 3 300 km de*

départementales. Sur les 30 tués répertoriés en 2005, près de 59 % ont perdu la vie sur une route départementale. Un chiffre significatif... »

Que signifie ce chiffre ? Résumons les données par un petit tableau :

	Kilométrage	% de tués (2005)
Autoroutes et nationales	310	41 %
Départementales	3 300	59 %

Si l'on se réfère au nombre de tués par kilomètre de routes, on pourrait conclure que les départementales de la Meuse sont beaucoup moins dangereuses que les autoroutes et nationales. Mais un tel 'ratio' est-il pertinent ?



Il circule en effet beaucoup plus de monde sur une nationale ou une autoroute que sur une départementale. Il faudrait donc prendre en compte le nombre de kilomètres parcourus sur les diverses routes, données qu'il ne doit pas être aisé d'obtenir (il n'y a pas de comptages réguliers sur la plupart des petites routes comme il y en a sur les grands axes). Cependant, l'article précisait « *Si on se penche sur la cartographie des routes à risques établie par l'Observatoire national de la sécurité routière, la Meuse se montre plutôt bonne élève* » [N.d.l.r. ces données ne concernent que les autoroutes et les nationales].

Ce qui n'empêche pas l'auteur de l'article de conclure, in fine, juste après avoir annoncé les 59 % de tués sur les départementales, « *Il n'empêche que les routes de la Meuse sont potentiellement plus dangereuses que celles des départements voisins* »... La réponse est peut-être dans l'annexe ci-dessous.

Un autre point qui n'a rien à voir avec le fond du sujet : « **Sur les 30 tués répertoriés en 2005, près de 59 % ont perdu la vie sur une route départementale** ». Comment a été calculé ce 59 % ? S'il y a eu 18 tués sur les départementales, cela fait 60 % ; et s'il n'y en a eu que 17, cela fait un peu moins de 57 %. On ne voit pas comment on pourrait obtenir près de 59 % avec 30 individus... Sans parler de cette 'manie' de mettre des pourcentages partout, même sur de tous petits effectifs. Plus de 50 % des personnes qui ont participé à la rédaction de cet article sont d'accord avec moi !!!

Annexe

MATH & MEDIA



Quelques unes des données de l'Observatoire national de la sécurité routière : <http://www.securiteroutiere.equipement.gouv.fr/onisr/DonneesGenerales.srv?codeDep=55>

Population du département : 192 261 (85^e rang sur les 96 départements étudiés, 0,33 % de la population française).

Accidents corporels : 250 (82^e rang, 0,30 % du total France).

Nombre de tués : 30 (74^e rang, 0,56 % du total France).

Nombre de blessés : 319 (83^e rang, 0,30 % du total France).

Autoroutes : 60 km, avec un débit de 15 546 véhicules/jour (32 925 v/j au plan national)

Routes nationales : 250 km, avec un débit de 7 466 v/j (12 009 v/j au plan national)

Route départementales : 3 300 km, avec un débit de 839 v/j (1 621 v/j au plan national).

Kilomètres parcourus, en millions de véhicules × km / an, rapportés à 10 000 habitants **hors réseau local** :

Autoroutes : 17,7 (France : 21,8)

Nationales : 35,4 (France : 19,3)

Départementales : 52,6 (France : 35,9)

Indicateurs d'accidentologie locale :

L'indicateur d'accidentologie locale tient compte de la décomposition entre les différents réseaux (autoroutes, routes nationales, départementales et voirie urbaine), et du trafic correspondant. Il permet une comparaison plus rigoureuse entre départements.

	Données 2001-2005												
	IAL		IAL (*)									Agglomération	
	2005	IAL (*)	Autoroutes		Routes nationales		Routes départementales						
	Tués	Tués	Victimes graves	% tués	Risque relatif	% tués	Risque relatif	% tués	Risque relatif	% tués	Risque relatif		
FRANCE	1,00	1,00	ND	7,0%	1,00	20,5%	1,00	48,4%	1,00	17,8%	1,00		
MEUSE	1,37	1,13	ND	2,7%	0,67	23,8%	0,87	58,9%	1,30	9,9%	1,68		
LORRAINE	1,04	0,97	ND	8,3%	0,94	20,6%	0,92	52,9%	1,06	12,8%	0,79		

Ce tableau donne le risque départemental (tués sur cinq ans rapportés au parcours) suivant les différents réseaux : autoroutes, routes nationales et départementales en rase campagne ou en agglomération de moins de 5 000 habitants. Le risque en agglomération de plus de 5 000 habitants est calculé à partir

de la population des entités urbaines (voir méthodologie dans le rapport sur les indicateurs d'accidentologie locale).

L'IAL (indicateur d'accidentologie locale) est une pondération des risques relatifs (rapportés au risque France) par réseaux, en fonction de l'importance relative des parcours sur les différents réseaux.

Exemple : un IAL de 1,30 signifie qu'il y a eu sur cinq ans 30% de tués en plus dans ce département par rapport au bilan qu'il y aurait eu si les taux de risque sur ces différents réseaux avaient été ceux de l'ensemble de la France.

MATH & MEDIA



Péage urbain

La plupart de vos quotidiens vous ont certainement informé qu'à partir du 1^{er} août, les suédois devaient payer pour entrer ou sortir du centre de Stockholm. Voici d'ailleurs, ci-contre, les tarifs qu'ils devront acquitter, et qui dépendent de l'heure de passage (1 couronne vaut environ un neuvième d'euro).

Vardagar (ej dag före sön- och helgdag)	
Kl	Kr
0630 - 0659	10:-
0700 - 0729	15:-
0730 - 0829	20:-
0830 - 0859	15:-
0900 - 1529	10:-
1530 - 1559	15:-
1600 - 1729	20:-
1730 - 1759	15:-
1800 - 1829	10:-

Mais la rédaction du Petit Vert a remarqué une « faille » dans le système, et tient à vous en faire profiter : si vous passez entre 6 h 59 et 7 h 00, ou entre 7 h 29 et 7 h 30, etc., vous n'aurez rien à payer, puisqu'il n'y a aucun tarif correspondant à ces moments-là... Il suffit de savoir « viser » pour passer devant la caméra au bon moment !

MATH & MEDIA



LA LOI DES NOMBRES

623 000 condamnations ont été prononcées en 2005. 9 % concernaient des mineurs. Neuf infractions sur dix étaient des délits. Les crimes concernent 1 % des cas.

Un délit sur trois est relatif à la circulation routière. Les délits sont sanctionnés dans 55 % des cas par une peine privative de liberté (dans 20 % des cas il s'agit d'une peine d'emprisonnement ferme). 30 % des condamnés ont moins de 25 ans. 14 % des condamnés sont de nationalité étrangère. Un condamné ... sur dix est une femme.

Encart lu dans « METROPOLIS », le magazine d'informations à Nancy, n°2 (septembre 2007)

Travail à faire après lecture : résumer ces informations par un graphique simple ; calculer la proportion de femmes étrangères parmi les moins de 25 ans condamnés à de l'emprisonnement ferme pour un délit relatif à la circulation routière ; etc.



Nos deux journalistes passent... au chocolat L'incroyable changement de vie de Marie-Laure et Philippe

Après une carrière de plusieurs décennies dans notre journal, Philippe Dautez (56 ans) et son épouse Marie-Laure Merlot (50 ans) effectuent un virage à 360°. Dans quelques jours, ces journalistes invétérés deviendront ... chocolatiers ! En même temps, ils ouvriront "La ferme chocolat" qui proposera aux vacanciers les chambres d'hôtes les plus gourmandes qui soient...

"La Province" (quotidien belge) du lundi 20 Août 2007

Une façon comme une autre d'aller de l'avant en faisant des pirouettes !

*ÉTUDE MATHÉMATIQUE***Un énoncé innocent...***par Pol LE GALL*

Considérons l'énoncé suivant, d'apparence anodine :

La population d'un pays était de 60 millions d'habitants le premier janvier 2006. Le taux de natalité en 2006 est de 13 pour mille et le taux de mortalité de 9 pour mille. Combien y a-t-il d'habitants dans le pays le 1^{er} janvier 2007 ? (On suppose qu'aucun habitant n'a émigré ni immigré).

Première interprétation

Une première approche de l'exercice serait sans doute la suivante :

Nombre de naissances (en millions d'habitants) : $\frac{60 \times 13}{1000} = 0,78$

Nombre de décès (en milliers d'habitants) : $\frac{60 \times 9}{1000} = 0,54$

Population au bout d'un an : $60 + 0,78 - 0,54 = 60,24$.

Il y a donc **60,24** millions d'habitants.

Deuxième interprétation

Supposons que les naissances aient toutes lieu au printemps et que les décès aient tous lieu à l'automne...

En ce cas la population serait en été de : $60 \times 1,013 = 60,78$.

Il faut ensuite appliquer le taux de mortalité à cette population, et on obtient : $60,78 \times 0,991 \approx 60,233$.

Il y aurait donc **60,233** millions d'habitants à la fin de l'année.

L'hypothèse des naissances qui précèdent les décès est évidemment absurde.

Cependant, supposons maintenant que les naissances aient toujours lieu le matin et les décès le soir. Chaque jour la population sera calculée par le produit de deux taux journaliers n et d tels que $n^{365} = 1,013$ et $d^{365} = 0,991$. Au bout de l'année, nous retrouverons les 60,233 millions d'habitants.

Le produit étant commutatif, si on suppose que certains jours les décès ont lieu le matin et les naissances le soir, cela ne change rien au résultat. Si on considère le taux horaire, ou par seconde, ou... cela ne change toujours rien.

Dès l'instant où les décès et les naissances de l'année ne sont pas simultanés, on est sur un modèle multiplicatif.

Troisième interprétation

Allons chercher sur le site de l'INSEE

http://www.insee.fr/fr/nom_def_met/definitions/html/accueil.htm ce que l'on appelle taux de natalité et taux de mortalité :

Le taux de natalité est le rapport du nombre de naissances vivantes de l'année à la population totale **moyenne** de l'année.

Le taux de mortalité est le rapport du nombre de décès de l'année à la population totale **moyenne** de l'année.

Soit P la population cherchée, N le nombre de naissances et D le nombre de décès (exprimés en millions d'habitants) on aurait donc :

$$\begin{cases} N = 0,013 \times P_{moy} \\ D = 0,009 \times P_{moy} \\ 60 + N - D = P \end{cases}$$

Une nouvelle question se pose : qu'appelle-t-on « population moyenne » ?

Si nous considérons qu'il s'agit (c'est ainsi que l'INSEE doit procéder) de la moyenne arithmétique entre la population au début et à la fin de l'année, on a :

$$P_{moy} = \frac{60 + P}{2}, \text{ donc } N = \frac{P + 60}{2} \times 0,013 \text{ et } D = \frac{P + 60}{2} \times 0,009, \text{ d'où}$$

$$P = \frac{P + 60}{2} \times 0,004 + 60$$

$$\text{donc } P = 60 \times \frac{1,002}{0,998} \approx 60,240481.$$

Quatrième interprétation

La croissance de la population est certainement exponentielle. On a donc une relation du type : $P(x) = 60(1+a)^x$, où x désigne le temps, exprimé en années.

On cherche $P(1)$.

La valeur moyenne de la population au cours de l'année est donc :

$$\int_0^1 P(x)dx = \int_0^1 60(1+a)^x dx .$$

Le calcul de l'intégrale nous donne : $P_{moy} = \frac{60a}{\ln(1+a)}$.

Or les relations $\begin{cases} N = 0,013 \times P_{moy} \\ D = 0,009 \times P_{moy} \end{cases}$ restent vraies.

$$60 + N - D = P$$

Donc $60 + 0,004 \frac{60a}{\ln(1+a)} = 60(1+a)$, d'où $a = e^{0,004} - 1$, et on a donc :

$$P = 60 \times 0,004 \approx 60,240481 .$$

On trouve le même résultat qu'auparavant, il faudrait encore une décimale pour départager les deux calculs.

Cette proximité de résultats s'explique :

$$\frac{1 + \frac{x}{2}}{1 - \frac{x}{2}} - e^x \text{ est équivalent à } \frac{x^3}{12} \text{ au voisinage de } 0.$$

Palmarès du concours mathématique 2007 « MATHEMATIQUES ET ARCHITECTURE »

Le jury régional s'est réuni le samedi 2 juin à Metz et a départagé les concurrents.

1^{er} prix au club mathématique du **collège du Géhan** à Saulxures-sur-Moselotte (88), pour deux travaux : l'un sur l'architecture des cathédrales, l'autre sur la Pyramide du Louvre (avec construction d'une maquette).

2^e prix à la classe de 4^e 2 du **collège Le Breuil** à Talange (57), pour ses travaux sur une architecture futuriste.

Mention au club mathématique du **collège Montaigne** de Dompair (88), pour la réalisation d'une maquette inspirée de monuments parisiens.



Le club mathématique du collège Géhan lors de la remise des prix

Rallye Mathématique de Lorraine



Les professeurs de mathématiques et le proviseur du lycée Henri-Nominé ont félicité leurs élèves pour leur sans-faute à l'épreuve du Rallye mathématique.

EDUCATION
nominé

lycée henri-

Les maths attaquent

"Le nombre 2007 est écrit en allumettes, combien d'autres nombres puis-je faire en ne changeant qu'une seule allumette ?" Apparemment les élèves du lycée Henri-Nominé n'ont eu aucun mal à trouver la réponse.

Pour la première édition du rallye mathématique de Lorraine, le proviseur du lycée Henri-Nominé Jean Kieffer a pu, avec fierté, récompenser une classe de seconde qui s'est classée

en deuxième position derrière le lycée de Toul. Cette manifestation scientifique a été organisée

par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP).

Tout commença vendredi 4 mai, date à laquelle 2 550 élèves de Lorraine issus de 41 classes de 3^e et 51 de seconde générale, ont passé deux heures durant U ne épreuve de mathématiques.

[Retour sommaire](#)

Les adolescents, répartis dans de petits groupes de 3 ou 4, étaient confrontés à un questionnaire et devaient rendre leur réponse commune.

Ainsi, avec un total de 40 sur 40, les élèves de

Nominé sont arrivés premiers ex aequo avec le lycée de Toul mais ont été finalement classés en seconde position après avoir été départagés par une question subsidiaire.

élèves de la classe et les 4 enseignants qui les ont accompagnés tout au long de l'année ont été félicités

par le proviseur. Ils ont reçu, en guise de récompense, une calculatrice scientifique.

Le proviseur a également souligné sa joie de voir

les filles de plus en plus nombreuses dans des filières qui comptaient auparavant 75 % de garçons. Pierre-Alain Muller,

précisé : « Ce rallye n'a pas été mis en place dans le but

d'évaluer les élèves mais au contraire de les encourager à poursuivre dans des vocations scientifiques. Qui plus est, encourager la communication est primordial à cet âge où tout est axé sur l'individualisme.

Ce coup d'essai est une réussite et nous comptons bien pérenniser ce rallye ». Le lycée s'est également vu remettre une médaille ainsi qu'un livre d'or qui restera exposé en souvenir.

Mais qu'importe ! Malgré la pluie et la fraîcheur, les 30 professeur au lycée à bien



Quelques mathématiciens nés en Lorraine

(par ordre d'entrée en scène)

Jean **ERRARD**, né en 1554 à Bar-le-Duc, mort en 1610 à Sedan.

Didier **DOUNOD**, né en 1574 à Bar-le-Duc, mort en 1620.

Jean **L'HOSTE**, né en ?, mort en 1631.

Père Johannes **LEVRECHON**, né en 1591 à Bar-le-Duc, mort en 1670 à Pont-à-Mousson.

Albert **GIRARD**, né en 1595 à Saint-Mihiel, mort en 1632 à Leiden (Pays-Bas).

Marc **PARSEVAL**, né en 1755 à Rosières-aux-Salines, mort en 1836 à Paris.

Joseph Diaz **GERGONNE**, né en 1771 à Nancy, mort en 1859 à Montpellier.

Jean-Victor **PONCELET**, né en 1788 à Metz, mort en 1867 à Paris.

Joseph **LIUVILLE**, né en 1809 à Saint-Omer mais passe toute son enfance à Toul, mort à Paris en 1882.

Charles **HERMITE**, né en 1822 à Dieuze, mort en 1901 à Paris.

Edmond **LAGUERRE**, né à Bar-le-Duc en 1834, mort en 1889 à Bar-le-Duc.

Emile **MATHIEU**, né à Metz en 1835, mort en 1900 à Nancy.

Pierre René **BROCARD**, né en 1845 à Vignot, mort en 1922 à Bar-le-Duc.

Charles **RENARD**, né en 1847 à Damblain, mort en 1905 (à Lamarche ?).

Gaston **FLOQUET**, né en 1847 à Epinal, mort en 1920 à Nancy.

Henri **POINCARÉ**, né en 1854 à Nancy, mort en 1912 à Paris.

Georges **DARMOIS**, né en 1888 à Eply, mort en 1960 à Paris.

Henri **CARTAN**, né en 1904 à Nancy.

« Nicolas **BOURBAKI** », né vers 1935 à « Nancago » (= Nancy + Chicago !).

Louise **SZMIR-HAY**, née à Metz en 1935, morte à Oak Park (USA) en 1989. C'est la seule mathématicienne lorraine. Bibliographie en croate sur http://e.math.hr/zene/zene_print.html#Hay et en anglais sur <http://www.agnesscott.edu/iriddle/women/hay.htm>.

Nous n'avons mis sur cette liste que les mathématiciens nés en Lorraine ; il faudrait y ajouter des « étrangers » dont l'activité mathématique se situe presque exclusivement dans notre région : de Jean PÉLERIN dit VIATOR à Jean DELSARTE, Laurent SCHWARTZ, etc.

Deux sites références sur les mathématiciens du monde entier : <http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/BiogIndex.html> et : <http://www.chronomath.com/>

Sudoku mathématicien : solution du n° 90

N	A	R	T	X	E	O	M	H
E	X	T	H	O	M	R	A	N
M	H	O	A	N	R	E	X	T
T	R	H	O	A	X	M	N	E
A	N	X	E	M	T	H	O	R
O	E	M	N	R	H	A	T	X
R	T	N	M	E	A	X	H	O
X	O	A	R	H	N	T	E	M
H	M	E	X	T	O	N	R	A

MAX NÖTHER (1844-1921)

Né à Mannheim, où il commence ses études universitaires, il enseigne de 1875 à sa mort à Erlangen.

Spécialiste des géométries algébriques, il a travaillé sur les courbes et surfaces algébriques, en particulier sur les courbes gauches (prix Steiner en 1881).

Sa fille Emmy, émigrée aux USA en 1933, est connue pour son travail sur les anneaux appelés maintenant "nöthériens".



Votre adresse, s.v.p...

Nous essayons de compléter le fichier de la régionale en y intégrant les adresses électroniques de tous les adhérents. Si vous n'avez pas reçu récemment de message électronique de notre part, c'est que nous n'avons pas votre adresse (ou que nous en avons une fausse).

Merci de renvoyer alors le plus rapidement possible à jacverdier@orange.fr un court message comportant les renseignements suivants :

- Votre adresse électronique
- Avez-vous OUI ou NON l'ADSL ?

Cela nous permettra de vous envoyer, si le cas se présente, des informations urgentes, que nous n'avons pas pu mettre dans le Petit Vert en temps utile par exemple.

Un grand merci par avance

Solution(s) du problème du trimestre n°90
--

On considère le polynôme $P(x) = x^2 - 12x + 36$. Déterminer deux réels α et β distincts tels que $P(\alpha) = \beta$ et $P(\beta) = \alpha$.

De nombreuses réponses pour ce problème : Jacques Choné, Robert Thiery, Christophe Brighi, Jacqueline Claudon, ainsi que Yann Payoux et Pascal Richard (sur qui je « teste » de nombreux problèmes, qu'il en soit chaleureusement remercié !). Deux versions de ce problèmes ont apparemment coexistées : dans la version papier, un signe plus a muté en moins... Ce qui ne changeait pas fondamentalement les choses.

La question générale était la suivante : étant donné un polynôme du second degré, il est facile de trouver ses points fixes, mais comment trouver ses 2_cycles ?

Les 2_cycles de P sont en fait les points fixes de $P \circ P$ qui ne sont pas points fixes de P.

Si $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors on peut factoriser :

$$\begin{aligned}
 P \circ P(x) - P(x) &= aP^2(x) + bP(x) + c - ax^2 - bx - c \\
 &= a(P^2(x) - x^2) + b(P(x) - x) \\
 &= (P(x) - x)(aP(x) + ax + b) \\
 &= (P(x) - x)(a^2x^2 + (a + ab)x + ac + b)
 \end{aligned}$$

puis

$$\begin{aligned}
 P \circ P(x) - x &= P \circ P(x) - P(x) + P(x) - x \\
 &= (P(x) - x)(a^2x^2 + (a + ab)x + ac + b + 1)
 \end{aligned}$$

(Bien sûr on pouvait aussi procéder par division « classique » des polynômes, mais cette méthode astucieuse proposée par Christophe Brighi allège les calculs...)

Les 2_{cycles} cherchés sont alors les racines de

$a^2 x^2 + (a + ab)x + ac + b + 1$. Le lecteur curieux pourra vérifier que les 2_{cycles} sont réels si et seulement si les points fixes sont réels et distants de plus de $2a$.

Problème du trimestre, n°91

proposé par Jacques Verdier

Etre grand-père nous permet de renouer avec des jeux de société auxquels on n'avait pas joué depuis ... des années. Et, on ne se refait pas, d'en tirer un énoncé de problème ! Pour ceux qui ne connaissent pas ce jeu du cochon qui rit, je vais expliquer brièvement (juste ce qui est nécessaire à la compréhension du problème qui sera posé).

Chaque joueur doit "fabriquer" un petit cochon. Il dispose de trois dés, qu'il lance simultanément. S'il obtient au moins un six, il peut obtenir le "corps" du cochon. Une fois qu'il l'a obtenu, et pas avant, il cherche à obtenir les quatre pattes, les deux yeux et les deux oreilles : pour chacun de ces 8 "ingrédients", il faut qu'il obtienne au moins un as à son coup de dés (attention : même s'il obtient deux ou trois as, il ne peut prendre qu'un seul objet). Pour terminer, il doit mettre la queue du cochon : là, l'affaire se corse : il faut obtenir au moins deux as sur un coup de trois dés.

Il est évident que le joueur "chanceux" aura terminé son cochon en 10 coups : il aura sorti un six au premier coup de trois dés, un as à chacun des 8 coups suivants, et deux as au 10^e coup ! Le joueur (très) malchanceux, lui, attend toujours que la chance lui sourit...

Le problème est le suivant : quel est le nombre moyen de coups à jouer pour terminer le cochon ?

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou toute proposition de nouveau problème à : Loïc Terrier, 42B rue du maréchal Foch, 57130 Ars sur Moselle ou envoyez un mail à loic.terrier@free.fr .

A quoi servent ces solutions qui sont impossibles ? Je répons par trois choses, pour la certitude de la règle générale, et qu'il n'y a pas d'autre solution et pour son utilité.

Albert Girard, mathématicien lorrain (voir page 21).



LE PETIT VERT

(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : Septembre 2007.

Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences). BP 239. 54506 VANDOEUVRE
Directeur de la publication : Jacques VERDIER

Ce numéro a été tiré à 380 exemplaires.

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 5,80 €.

Découper ou recopier ce bulletin.

NOM :

ADRESSE :

Signature :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au « Petit Vert ».

Joindre chèque à l'ordre de l'APMEP-Lorraine et envoyer à
Jacques VERDIER, 48 rue du Pont de Pierre, 54130 SAINT-MAX.

Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement est gratuit. Deux options au choix : version papier ou version électronique (PDF). Nous vous recommandons cette seconde option : envoyez alors votre adresse électronique à jacverdier@orange.fr