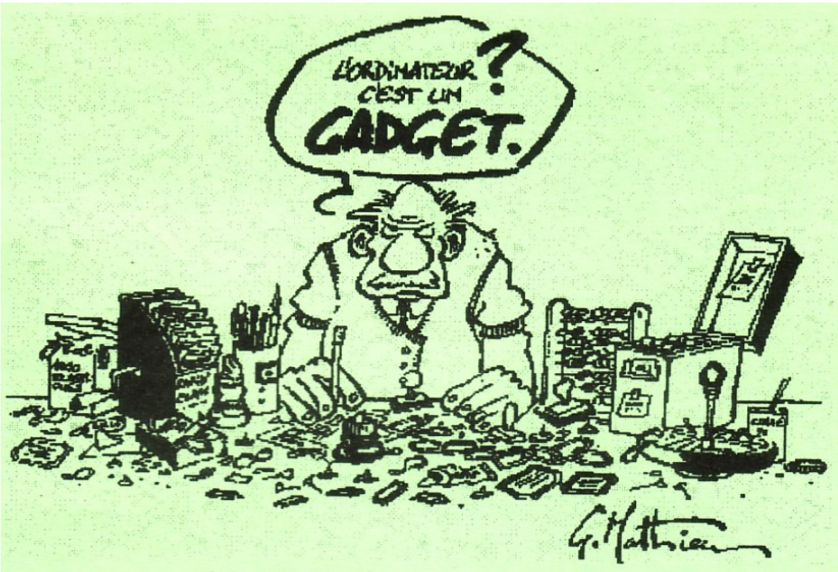
LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 53	MARS 1998	Abonnement 4 n^os^ par an : 30 F



Le site Internet du jour : http://www.worldnet.net/~cdeval/
(publicité absolument gratuite de notre part)

Accessible à partit du site de notre régionale APMEP Lorraine
http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/meths/apmep/

PETIT VERT N°53. MARS 1998

RAPPEL

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DE LA RÉGIONALE

Mercredi 18 mars à 17 heures
(à l'issue de la Journée Régionale des Mathématiques)
dans le grand amphithéâtre du C.R.D.P. de Nancy

Au cours de cette assemblée générale :
renouvellement du Comité de la Régionale,
élection du Bureau.

RENOUVELLEMENT DU COMITÉ DE LA RÉGIONALE

Le 18 mars, lors de l'Assemblée Générale de la Régionale, nous renouvellerons le Comité. Tout adhérent de la Régionale peut être candidat.

Pourquoi pas vous ?

A quoi s'engage un membre du Comité ?
à participer à environ 5 réunions par an.
à apporter ses idées sur les activités de la Régionales ou ses prises de position.
s'il en a le goût et le temps, à prendre d'autres responsabilités (impulser des actions, faire écrire des articles pour le Petit Vert, etc.).

Au cas où vous seriez candidat mais dans l'impossibilité de venir le 19 mars à Nancy, veuillez faire savoir rapidement à François DROUIN, président, que vous êtes candidat : par téléphone au 03.29.89.06.81 ou, mieux, par courrier : 2 allée du Cerisier, 55300

ÉDITORIAL

Une réforme est à peine installée que déjà s'ouvre un nouveau chantier. « Quels savoirs enseigner au lycée ? » ; telle est la question posée par le ministre de l'Éducation Nationale. Il est probable qu'il ait déjà une réponse ou du moins des éléments de réponse puisqu'il déclare « Qu'on arrête avec cette ségrégation par les maths, alors que leur importance va décroître énormément » (Nouvel Observateur du 30 janvier 98).

A l'APMEP où la réflexion existe en permanence nous n'avons pas attendu la consultation de notre ministre pour poser la question : « Quelles mathématiques pour le lycée ?». Les derniers textes rappellent les objectifs essen -tiels de la formation mathématique : développement de l'autonomie, de la créativité, de l'intuition, de l'imagination, de l'aptitude à se poser des questions, formation à l'esprit critique, au raisonnement (toute vérité doit recevoir une justification). Je ne pense pas que l'importance de ces objectifs va décroître ; je n'ose pas y croire et j'espère même le contraire sinon ce serait le règne des astrologues et autres charlatans !

Peut-être n'avons nous pas toujours réussi ? Peut-être que les programmes n'étaient pas toujours à la hauteur de ces objectifs ? Mais si une fois encore nous relevions le défi, non par provocation ou certitude mais pour participer vraiment à la formation du citoyen de demain ?

Daniel VAGOST

N.D.L.R. Daniel VAGOST est candidat pour représenter pendant 4 ans (suppléé par Odile BACKSCHEIDER) la Régionale LORRAINE au Comité National. Il y remplacera Pol LE GALL dont le mandat, non renouvelable, arrive à expiration.

PETIT VERT N°53. MARS 1998

RÉGIONALE LORRAINE : BILAN FINANCIER DE L'ANNÉE 1997

Bilan de l'exercice 1997	97	augm 97/96	96	95	94
Recettes					
Cotisations (Ristourne National)	7 458,17 F	19%	6 248,00 F	6 182,00 F	7 590,00 F
Abonnements Petit Vert	450,00 F	43%	315,50 F	120,00 F	270,00 F
Intérêts Livret A	1 364,17 F	-23%	1776,91 F	1 788,32 F	1 169,44 F
Inscriptions Séminaire de Rentrée				5 190,00 F	
Inscriptions Journée Régionale	4 514,00 F	-2%	4 606,00 F	258,00 F	2 666,00 F
Vente de brochures	18 342,50 F	124%	8 173,50 F	5 537,00 F	3 122,00 F
Subventions					6 000,00 F
Total	32 128,84 F	52%	21 119,91 F	19 075,32 F	20 817,44 F
Dépenses					
Assurance	298,92 F	0%	298,92 F	288,25 F	284,00 F
Bibliothèque	70,00 F			576,75 F	270,00 F
Déplacements	3 900,00 F	198%	1310,00 F	3 828,00 F	4 150,00 F
Frais bancaires	6,50 F	8%	6,00 F	5,50 F	5,00 F
Journée Régionale (repas, intervenants)	4 660,80 F	-21%	5 901,60 F	2 810,70 F	125,00 F
Manifestations (séminaire, rallye, goûters)	274,90 F			7 816,00 F	5 046,00 F
Logiciel PAO	350,00 F				
Envoi d'affiches	700,00 F				
Frais d'organisation de l'AG			391,35 F	307,80 F	308,00 F
Matériel pour l'exposition			1050,31 F	292,00 F	
Affranchissement Petit Vert	2 048,81 F	42%	1443,76 F	1 265,20 F	3 153,57 F
Impression Petit Vert	4 000,00 F	-10%	4 425,00 F	4 085,32 F	4 583,45 F
Secrétariat, frais postaux	1 871,08 F	11%	1688,98 F	784,39 F	2 384,69 F
Cotisation CCSTI, Grand Sauvoy	150,00 F	-25%	200,00 F	100,00 F	
Frais de port des brochures	1 800,50 F	120%	820,00 F	553,00 F	
Achat de brochures	9 257,37 F	72%	5 375,90 F		
Préparation Gérardmer (déplacements)	380,00 F				
Total	29 748,88 F	30%	22 911,82 F	22 712,91 F	20 039,71 F
Solde de l'exercice	2 379,96 F		- 1 791,91 F	- 3 637,59 F	777,73 F

Voir commentaires page suivante...

Commentaires sur le bilan financier :

Les ristournes sont en augmentation par décision nationale de reverser davantage d'argent aux régionales.

Le chapitre brochures est en hausse notable, grâce au succès des productions "Objets à manipuler" et "Troisième degré et imaginaires" donc également les dépenses d'achat, d'impression et de frais d'envoi de ces brochures.

Le poste frais d'envoi du Petit Vert n'est pas en augmentation considérable, simplement les enveloppes ont été comptées dans ce poste alors que précédemment elles passaient en "secrétariat".

Le poste "Déplacements" est aussi en forte hausse, mais en fait, c'est l'année dernière qu'il était anormalement bas.

TROISIÈME DEGRÉ ET IMAGINAIRES
BROCHURE DE LA RÉGIONALE LORRAINE

Un lecteur très attentif de cette brochure (en l'occurrence Philippe BARDY, Président de la Régionale de Rennes, que nous remercions vivement de l'avoir non seulement achetée, mais lue attentivement) me fait part de quelques erreurs, qu'il serait bon que vous corrigiez dans votre exemplaire personnel :

Tout d'abord un lapsus t'a fait écrire 4 fois p au lieu de b, pages 9 et 10.

Ensuite tu as affublé CARDAN, personnage certes passionnant et hors du commun, d'une longévité dont je doute (pages 20 et 44) ([1]).

Pour terminer, tu expliques, pages 20 et 21, la résolution de l'équation $x^3 + ax = b$ selon Cardan, en indiquant "qu'il y a juste un petit problème : c'est que le discriminant peut être négatif". C'est faux, il est toujours positif. C'est l'équation $x^3 = ax + b$, baptisée d'irréductible par BOMBELLI, qui peut poser le problème signalé. Ce sont d'ailleurs des équations de ce type que tu développes pages 22 et 23.

Je profite de ce courrier pour te signaler deux brochures de l'IREM de Rennes sur ce sujet :

1) **Faire des maths à partir de leur histoire**. Tome II 1992-94, dans laquelle on trouve le développement de la méthode de BOMBELLI pour réduire des racines cubiques, avec utilisation des complexes.

2) **Une histoire géométrique des imaginaires**. G. HAMON, 1997. Toute récente brochure qui aborde les tentatives de représentation géométrique des nombres imaginaires. Je l'ai juste parcourue, elle semble passionnante.

Je vous rappelle que la brochure citée en titre est en dépôt-vente à l'I.R.E.M. de Lorraine (25 F), et que vous pouvez aussi la commander directement à la Régionale (25 F + 8 F de port, chèque joint).

Jacques VERDIER

([1]). CARDAN est né en 1501, et non en 1401 !

RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE
BILAN D'ACTIVITÉS 1997

Journée régionale inscrite au P.A.F (stage à public désigné). Tous les professeurs de l'académie y sont conviés. La Régionale a fait envoyer un courrier par le rectorat dans tous les établissements. Les adhérents ont été aussi prévenus par le Petit Vert (bulletin de la Régionale).

Environ 160 participants. Quelques (rares) nouvelles adhésions.

Une conférence : La théorie géométrique des nœuds par Ph. LOMBARD (université Nancy 1).

Huit ateliers :

Cycle des approfondissements à l'école primaire : trois ans pour passer en 6ème (J. EURIAT)

Mathématiques et interdisciplinarité au collège (F. CHAIBAI)

Un club mathématique : pourquoi ? pour qui ? qu'y faire? (F. DROUIN)

Gestion de données (B. CHOUANIERE)

Problèmes concrets et algébrisation (D. GEGOUT)

Mathématiques en lycée professionnel (M.J. BALIVIERA)

Régression linéaire multiple (D. VAGOST)

Les essais de démonstrations du postulat d'Euclide et la théorie des parallèles (J. VERDIER)

L'assemblée générale de la Régionale a eu lieu à l'issue de cette journée régionale .

Autres réunions

1) Fin juin dans les locaux de l'I.R.E.M. de Lorraine, réunion de synthèse des sujets de Bac et du Brevet, annoncée dans le Petit Vert.

2) Le 26 novembre à Schoeneck (Est mosellan) pour les professeurs de lycée. Bernard PARZYSZ (I.U.F.M. de Lorraine) y a parlé de la problématique " changements de cadre et de registres " devant une dizaine de personnes. Un courrier avait été envoyé dans les lycées de l'"extrême-est lorrain" , destinés à tous les enseignants de maths de ces établissements.

Relations avec l'I.U.F.M.

Comme les années passées, une campagne d'adhésion a été organisée auprès des stagiaires I.U.F.M. - Un Petit Vert a été donné à tous avant la Toussaint. - Une présentation plus complète a été faite par des adhérents non formateurs à l'I.U.F.M. en décembre.

A cette occasion, en plus d'un bulletin d'adhésion, ils leur ont donné le bulletin national spécial journées d'Albi, le dépliant de présentation de l'A.P.M.E.P. et le Petit Vert de décembre.

Quelques adhésions nouvelles. Le coût (125 F) a été payé par les nouveaux adhérents qui ont reçu en plus un exemplaire des textes écrits par le G.R.P.P.C. (groupe de recherche et de proposition sur les programmes de collège) et reproduits par notre Régionale.

Journal régional (Le Petit Vert)

4 numéros dans l'année, d'une trentaine de pages. Envoyé gratuitement à tous les adhérents lorrains et aux présidents de Régionales, plus 17 abonnements payants.

Le bulletin est inscrit à la C.P.P.A.P. et bénéficie du tarif postal "journaux et périodiques"

Bibliothèque régionale par correspondance
37 ouvrages relativement peu empruntés en dehors des membres du comité régional. Parmi eux, 4 mémoires professionnels de stagiaires I.U.F.M. D'autres sont actuellement entre les mains du "comité de lecture" pour leur éventuelle entrée dans la bibliothèque de la Régionale.

Expo objets mathématiques
Les dix stands dupliqués en 4 exemplaires ont commencé à circuler dans l'académie (et en Alsace...). Un Fax envoyé en septembre par le rectorat dans les collèges de l'académie a créé de nouvelles demandes de prêts.

Nouvelle brochure
"3ème degré et imaginaires" (J**.** VERDIER) mise en vente lors de la journée régionale.
Présentation de cette brochure dans la presse nationale de l'A.P.M.E.P. d'où une diffusion en France (et même à l'étranger).

Défense des I.R.E.M.
Appel et pétition dans le Petit Vert (279 signatures au 13 janvier 1998). Lettre au Recteur actuellement sans réponse.

Stand de la Régionale aux journées de Marseille (aux côtés de l'I.R.E.M. de Lorraine) pour assurer la vente de nos deux dernières brochures.

Un représentant de la régionale a assisté
aux C.A. de l'I.R.E.M.,
aux conseils de l'U.F.R. S.T.M.I.A. de l'université H. Poincaré,
et aux réunions de préparation du P.A.F.. Comme les années précédentes, les journées nationales et la journée régionale sont inscrites au P.A.F. (public désigné et sans remboursement de frais).

Notre quota de brochures est vendu et même dépassé lors de notre journée régionale et à l'aide de bulletins de commande insérés dans le Petit Vert.

La régionale est assurée à la M.A.I.F. (178051 ID).

Le fichier informatisé a été déclaré à la CNIL le 9/04/96.

Mutations et premières nominations
La régionale a envoyé un courrier de présentation et un bulletin d'adhésion aux collègues entrant dans l'académie à la rentrée 1997 : 6 adhésions nouvelles.

Les « goûters » de l'A.P.M.

Le Comité de la Régionale a décidé d'une nouvelle initiative : quelques mercredis après-midi dans l'année, l'A.P.M.E.P. invite, dans un établissement de l'académie, les professeurs du secteur géographique pour travailler et débattre sur un thème donné. Cette réunion est suivie d'un « goûter » offert par la Régionale, qui se fait ainsi mieux connaître.

Deux « goûters » ont déjà eu lieu, le troisième est pour bientôt, peut-être d'autres suivront :

Mercredi 26 novembre 1997, au lycée Condorcet de Schoeneck (difficile d'aller plus loin vers le nord-est) : « Problématique des changements de cadre et de registre au lycée ». C'est Bernard PARZYSZ qui a « planché », présentant à cette occasion des travaux du groupe « Problématiques Lycée » de l'A.P.M.E.P. expérimentés en première E.S. au lycée Schuman de Metz.
L'assistance (hélas trop peu nombreuse : il est resté du gâteau !) était cependant internationale, puisqu'il y avait là deux professeurs du lycée franco-allemand de Saarbrücken, et deux professeurs allemands d'un Gymnasium de Zweibrücken.

Mercredi 4 février 1998, au collège Albert Camus de Jarville, les professeurs de collège du « Grand Nancy » et du Lunévillois sont venus, à l'initiative de Farida CHAIBAI (élue lorraine au Comité National) travailler sur les parcours diversifiés, à partir de documents élaborés par la Régionale de Lyon. Le débat a été constructif et le petit goûter qui a suivi a réconforté tout le monde (on y a dégusté un pain d'épice fabriqué selon une recette traditionnelle).

Mercredi 22 avril 1998, au collège Les Avrils de Saint-Mihiel, l'A.P.M.E.P. et François DROUIN invitent tous les professeurs des collèges de la Meuse, de Commercy et Bar-le-Duc à Verdun, à débattre sur la gestion de l'hétérogénéité et sur les parcours diversifiés. Les documents préparatoires seront envoyés dans tous les établissements concernés, via le coordonnateur de mathématiques. Une assistance nombreuse étant attendue, le gâteau sera énorme !

Deux autres « goûters » sont envisagés sur le thème « **Utilisation d'Internet par les professeurs de mathématiques** » (en particulier : nos pages web régionales, la base de données publimath et les banques de données d'exercices), probablement l'un dans le nord de l'académie (Thionville ? Rombas ?), l'autre dans les Vosges. En effet, l'atelier que nous avons proposé sur ce thème à la Journée Régionale des Mathématiques (18 mars 1998) a eu beaucoup trop de succès : près de 60 demandes pour 18 places ; nous devrons réorienter ces participants vers l'atelier qu'ils avaient choisi en deuxième vœu... et nous ne voudrions pas qu'ils soient déçus à cause de ce trop grand succès de notre journée ! Une fois les dates et lieux définitivement fixés, les professeurs des secteurs concernés seront avertis directement par courrier dans leur établissement.

ÉLABORATION DU P.A.F. 98/99

La Commission mathématique d'élaboration du P.A.F. s'est réunie le 16 janvier 1998, sous la présidence de M. Claude FELLONEAU, I.P.R.-I.A.
Rappelons que la MAFPEN ayant été « supprimée » en décembre dernier, c'est désormais l'IUFM qui a en charge à la fois la formation initiale **et** la formation continue des maîtres. Pour ce qui est de la formation scientifique, et plus spécifiquement mathématique, des enseignants du second degré, c'est M. Jean-Pierre LAVIGNE, directeur adjoint, qui est chargé du dossier.

Au cours de cette Commission (à laquelle l'APMEP participe es-qualité), M. Lavigne a rappelé quelques chiffres :
Coût du P.A.F.-mathématiques :
894,75 h. de formation (soit environ 33 HSA) en 1995/96 ;
739,50 h. de formation (soit environ 27 HSA) en 1996/97 ;
876,00 h. de formation (soit environ 32 HSA) en 1997/98.
Pour ce qui est des frais de fonctionnement (essentiellement le remboursement des déplacements), 210 000 F avaient été alloués, mais ces moyens seront dépassés.
Ces chiffres ne tiennent pas compte des moyens accordés aux formations « de type II » (demandées par des équipes d'établissement pour répondre à des besoins spécifiques), ni les formations transversales (ouvertes aux collègues de toutes les disciplines).

Les moyens accordés par la MAFPEN à l'IREM étaient de 76 HSA en 1995/96, 60 HSA en 1996/97 et 0 HSA en 97/98 (55 HSA prévues mais non accordées, voir nos deux précédents numéros).

Pour l'année 1998/99, l'IUFM a demandé à la Commission de prévoir une baisse de 15 % du budget, et de travailler sur la base de 810 h de formation et 178 500 de fonctionnement.

Avec ces seuls moyens (c'est à dire sans heures IREM), le P.A.F.-mathématiques ne représenterait que 2,3 % environ de la formation continue, ce que la Commission a estimé inadmissible. Elle a donc demandé une audience auprès de M. René HODOT, directeur de l'IUFM : cette audience a été accordée. Nous vous en rendrons compte par ailleurs dès que nous aurons les informations.

Un autre point a retenu toute l'attention de la Commission : la lettre de Monsieur le Recteur, que l'on pourrait résumer par « pas de classe sans enseignant », dont voici l'intégralité :

Pour assurer le double objectif de continuité du service public due aux élèves (pas de classe sans enseignant) et du développement de la formation continue, il est tout à fait possible d'organiser les plans de formation continue sur la base d'un développement équilibré de quatre grandes modalités :
les activités hors du temps scolaire (universités et stages d'été,) ;
les activités de tutorat, de co-formation, d'auto-formation, de formation à distance ou en centre de ressource ; le développement des technologies de l'information et de la communication ouvre des perspectives nouvelles dans ces domaines ;

les activités sur le temps scolaire, hors du temps de service, avec aménagement annuel de l'emploi du temps (journée banalisée, horaire globalisé, ...) ;
les activités sur temps scolaire et du service qui nécessitent d'organiser le remplacement du professeur absent :
- au niveau académique pour les formations longues ;
- au niveau de l'établissement et de l'enseignant concerné pour les formations courtes.
Le plan de formation, intégré au projet d'établissement, négocié avec les enseignants et présenté au conseil d'administration reprendra l'ensemble des actions de formation et précisera les modalités de prise en charge des élèves pour les absences liées à la formation.

La Commission a évoqué la possibilité de « réserver » une journée aux formations mathématiques. Que cette option soit choisie, ou son contraire, apparaissaient des problèmes insolubles parce que contradictoires. La question n'a finalement pas été tranchée, et les « offreurs » de formation gardent la liberté de choix pour les dates (seule contrainte : fixer ces dates à l'avance, pour qu'elles puissent être signalées au PAF). La seule proposition qui ait retenu l'unanimité est « pas de formation pendant les vacances ».

Compte tenu des priorités annoncées par M. le Recteur, en particulier en ce qui concerne les NTIC (nouvelles technologies d'information et de communication), les ZEP, et le début de carrière des enseignants, la Commission a classé les offres de formation.
Le montant total de l'offre dépassant largement (1 047 h et 274 000 F) le budget alloué, la « section permanente » (quatre membres de la Commission) s'est réunie le 5 février pour restreindre l'offre (diminution de certains coûts de fonctionnement, réduction de la durée de certains stages, etc.).

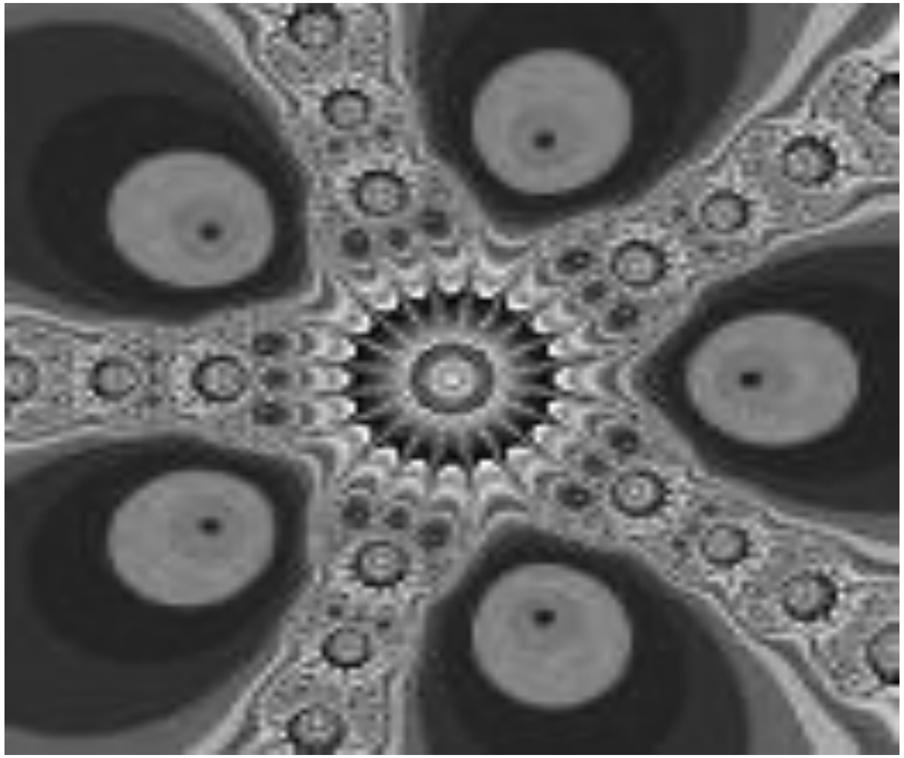
Finalement, les offres qui sont offertes sont les suivantes, classées par ordre de priorité. C'est le directeur de l'IUFM qui « tranchera » en fin de compte, si besoin est.

Information sur les nouveaux programmes de Terminale S et ES (1 j, 11 lieux)
Information sur les nouveaux programmes de collège (1 j, 16 lieux)
Journées Nationales APMEP à Rouen (coût nul)
Formation des Formateurs math. aux NTIC (10 mercredis après-midi)
Accompagnement des enseignants en début de carrière (4 jours)
Accompagnement des nouveaux enseignants de L.P. (2 jours)
Intégrer l'informatique et le multimédia en math. en L.P. (4 j)
Activités de consolidation au collège (3 j)
Gestion de l'hétérogénéité et élèves en difficulté au collège (4 j)
Démarrage des mathématiques en seconde hétérogène (1 j)
Séquences pédagogiques et Internet en math. (3 j)
Accompagnement des remplaçants (10 mercredis après-midi)
Tableur et grapheur dans les nouveaux programmes de collège (3 j)
Séquences pédagogiques utilisant les NTIC (3 j)
Des « détours » pour faire des mathématiques (4 j)
Savoirs et savoir-faire mathématiques en série ES (4 j)
Initiation à l'algèbre à travers le théâtre (6 j)

(Suite page 11)

(Suite de la page 10)

La proportionnalité au collège (4 j)
L'ordinateur au lycée : pourquoi ? comment ? (4 j)
Mathématiques et calcul formel au niveau BTS (3 j)
Enseignement modulaire en math au L.P., suivi (2 j)
Activités géométriques au collège (4 j)
Histoire des mathématiques (3 j)
L'algèbre au collège (4 j)
Calculatrice graphique, outil pour faire des maths (3 j)
Créer des applications multimédia (3 j)



PETIT VERT N°53. MARS 1998

EXPOSCIENCES 98

BLÉNOD LES PONT-A-MOUSSON
26, 27, 28 et 29 MARS 1998

La Régionale Lorraine de l'A.P.M.E.P. a décidé de participer à la quatrième édition d'EXPOSCIENCES, présentée par le collectif « PERL ».
Elle y présentera, avec le « Club Mathématique » du collège de SAINT MIHIEL, quatre des stands de l'exposition OBJETS MATHÉMATIQUES, ainsi que quelques travaux des élèves de ce club. L'objectif est de montrer comment la vision de l'espace peut être facilitée par la manipulation d'objets, comment ces solides peuvent être eux-mêmes sources de questions ouvertes, et d'établir contacts et échanges avec divers clubs mathématiques de la Région.

Nous faisons appel à toutes les bonnes volontés pour nous aider à « tenir » (une simple présence active suffit) le stand de notre Régionale pendant ces 4 jours. Pour cela, nous vous demandons de bien vouloir retourner le papillon ci-dessous à François DROUIN, 2 allée du cerisier, 55300 CHAUVONCOURT (tél.03.29.89.06.81). **MERCI.**

(à découper)

Prénom, NOM :

Adresse :

Téléphone :

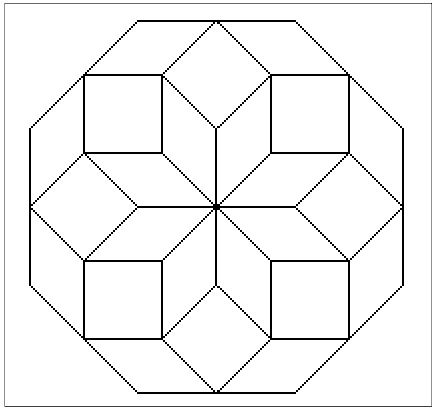
Je peux « prêter main-forte » à l'APMEP pour la tenue du stand Exposciences 98 à Blénod les Pont-à-Mousson :

- ☐ mercredi 25 mars fin d'après-midi, pour le montage du stand
- ☐ jeudi 26 mars matin
- ☐ jeudi 26 mars après-midi
- ☐ vendredi 27 mars matin
- ☐ vendredi 27 mars après-midi
- ☐ samedi 28 mars matin
- ☐ samedi 28 mars après-midi
- ☐ dimanche 29 mars matin
- ☐ dimanche 29 mars après-midi

LE PLAT DE SOISSONS

Bernard Parzysz

Le hasard de mes lectures m'a fait rencontrer, en illustration d'un article, la photographie d'un plat gallo-romain, en argent partiellement doré, exposé au musée municipal de Soissons et remontant à la seconde moitié du deuxième siècle de notre ère. Il s'agit d'un plat rond dont la partie centrale est décorée d'un motif géométrique, qui a la particularité d'être constitué de 56 segments de même longueur, délimitant 24 quadrilatères juxtaposés, losanges et carrés (*fig. 1*).

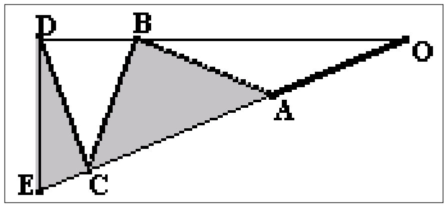


L'intérieur de chaque quadrilatère est orné d'un motif végétal (auquel je ne m'intéresserai pas ici, pour me centrer sur la géométrie du décor). Trois concordances m'ont remémoré la mosaïque découverte à Metz fin 1994 (*cf. Petit Vert* n° 40, déc. 1994) : 1° l'époque (2ème siècle), 2° la richesse de la composition géométrique, et 3° le remplissage des polygones par des motifs végétaux.

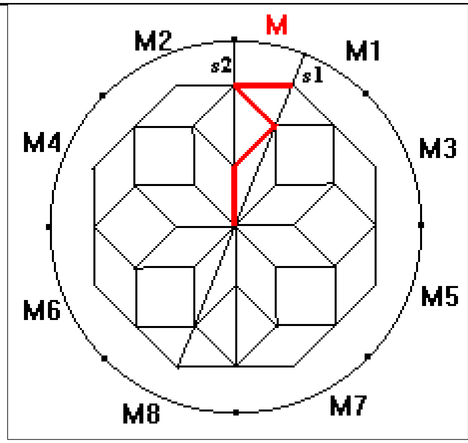
Une différence fondamentale cependant : dans le cas de la mosaïque, on se trouvait en présence d'une partie d'un pavage du plan, alors qu'ici il s'agit d'un motif complet en lui-même, inscrit dans un octogone.

1. Le groupe d'isométries associé

Il s'agit – on s'en serait douté – du groupe de l'octogone (= groupe diédral D_8), engendré par exemple par deux réflexions, s_1 et s_2, dont les axes déterminent un angle de 2π/16.On peut alors prendre comme région fondamentale l'un quelconque des deux secteurs compris entre ces deux droites, le motif minimal M consistant en une ligne brisée OABCD composée de 4 segments de même longueur (fig. 2).



Par actions successives alternées des deux réflexions, on engendre la totalité du décor géométrique.



Plus précisément (*fig. 3*) :

$M_1 = s_1(M)$
$M_2 = s_2(M \grave{E} M_1)$
$M_3 = s_1(M_2) = s_1 \circ s_2(M \grave{E} M_1)$
$M_4 = s_2(M_3) = s_2 \circ s_1 \circ s_2(M \grave{E} M_1)$
$M_5 = s_1(M_4) = (s_1 \circ s_2)^2(M \grave{E} M_1)$
$M_6 = s_2(M_5) = s2 \circ (s_1 \circ s_2)^2(M \grave{E} M_1)$
$M_7 = s_1(M_6) = (s_1 \circ s_2)^3(M \grave{E} M_1)$
$M_8 = s_2(M_7) = s_2 \circ (s_1 \circ s_2)^2(M \cup M_1)$,

ce qui achève la construction du décor.

Cette structure est particulièrement simple, mais on voit :

1° que le motif qu'il faut prendre en compte pour engendrer le décor par une succession de 6 itérations alternées est, non pas M, mais $M \cup M_1$, c'est-à-dire l'ensemble constitué de M et de son symétrique par rapport à l'un quelconque des deux axes ;

2° que chaque itération fait gagner un motif ;

On peut d'ailleurs remarquer que l'on obtiendrait le même nombre d'itérations que ci-dessus en considérant deux axes faisant un angle de 6π/16, 10π/18+6 ou 14π/16. Ce qui, on s'en doute, est lié au fait que 3, 5, 7 sont premiers avec 8.

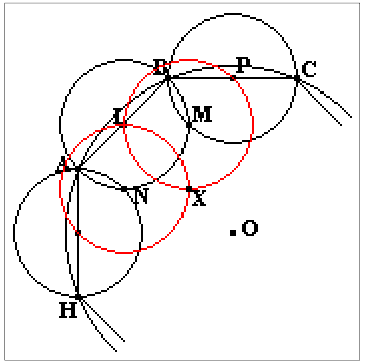
Il existe certes bien d'autres façons d'engendrer le groupe D_8, mais le recours aux deux réflexions citées en premier suggère une réalisation de type « ribambelle », obtenue par 4 pliages successifs d'une feuille carrée, suivis d'un découpage (*fig. 2*) : la ligne brisée OABCD s'obtient aisément en reportant, à partir du point O, une même longueur alternativement sur un bord puis sur l'autre, et il suffit ensuite d'enlever les triangles ABC et CDE. Il convient cependant, lors du découpage, de prendre garde à ne pas aller jusqu'au bord aux points B et C.

2. La construction à la règle et au compas

Néanmoins, les considérations qui précèdent ne sont pas d'une grande utilité pour réaliser matériellement, et de façon simple, l'ensemble du décor. On peut donc tenter d'imaginer des procédures utilisant la règle et le compas permettant d'y parvenir. Le procédé imaginé par l'artisan antique ne figurera peut-être pas parmi eux, mais on pourra les considérer comme des hypothèses plausibles.

Tout d'abord, étant donné le groupe de transformations associé à la configuration, il semble que l'on puisse baser la construction sur la division du cercle en 16, division obtenue à partir d'un diamètre par sept constructions successives de médiatrices (ou de bissectrices, ce qui revient ici au même). Cette division permet alors d'obtenir l'octogone, ainsi que les milieux de ses côtés.

On peut ensuite envisager deux pistes principales :



1° *Utilisation du seul compas, à la Mascheroni* (*fig. 4*).

a) Le cercle de diamètre [AB] coupe le cercle de diamètre [BC] en M, qui est le quatrième sommet de l'un des losanges extérieurs, soit IBPM. En traçant ensuite les 6 cercles analogues, on obtient au total les quatrièmes sommets des 8 losanges extérieurs.

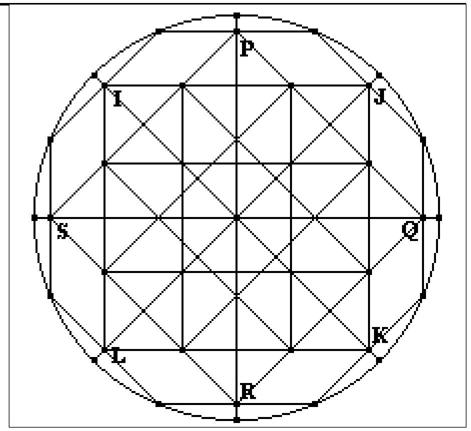
b) Le cercle de centre M passant par le milieu I de [AB] et le cercle de centre N passant par I se recoupent en X. Ce point est le quatrième sommet de l'un des carrés de la configuration. En traçant ensuite les 6 cercles analogues, on obtient au total les quatrièmes sommets des carrés, ce qui achève la construction de tous les sommets de la configuration.

N.B. Bien sûr, les sommets de l'octogone, ainsi que les milieux de ses côtés, pourraient eux aussi être obtenus au compas seul, en vertu du théorème de Mohr-Mascheroni (« *Tout point constructible à la règle et au compas peut être obtenu au compas seul* »), mais n'oublions pas qu'il s'agit ici de rechercher des constructions pratiques, aussi simples que possible, et non de faire preuve de virtuosité géométrique.

2° *Utilisation de la règle seule* (*fig. 5*).

a) On trace les deux carrés IJKL et PQRS, obtenus en prenant un milieu de côté de l'octogone sur deux. Les intersections de ces deux carrés fournissent 8 points, qui ne sont autres que les quatrièmes sommets des losanges extérieurs.

b) On a, en particulier, obtenu deux points sur chaque côté du carré IJKL. En joignant les points situés sur deux côtés opposés parallèlement aux autres côtés, on détermine 4 carrés dans les « coins » du carré IJKL, qui sont en fait des carrés de la configuration. Les 4 autres carrés s'obtiendront de manière analogue, en considérant le carré PQRS (notons que l'on a du même coup obtenu les 8 losanges intérieurs). Il ne reste plus ensuite qu'à effacer les traits superflus.



Les deux constructions ci-dessus présentent le « mérite » de ne nécessiter qu'un seul instrument pour obtenir les points déterminant la configuration. Cependant, dans le premier cas, il est quand même nécessaire de recourir à la règle pour terminer le dessin, afin de joindre les points obtenus. Au contraire, une fois le cercle divisé en 16, le second procédé utilise exclusivement la règle : il s'agit de joindre des points précédemment construits, puis d'éliminer les traits « parasites ». C'est pourquoi j'ai tendance à penser –mais c'est bien sûr subjectif– que c'est plutôt une construction de ce type qui a été mise en œuvre par l'orfèvre qui a réalisé le plat, avec un schéma-clé du type de la *fig. 6*. En tout cas, si des lecteurs du Petit Vert ont des idées d'autres algorithmes de construction, je serais heureux qu'ils m'en fassent part.

Ajout de la rédaction du Petit Vert en 2008 :

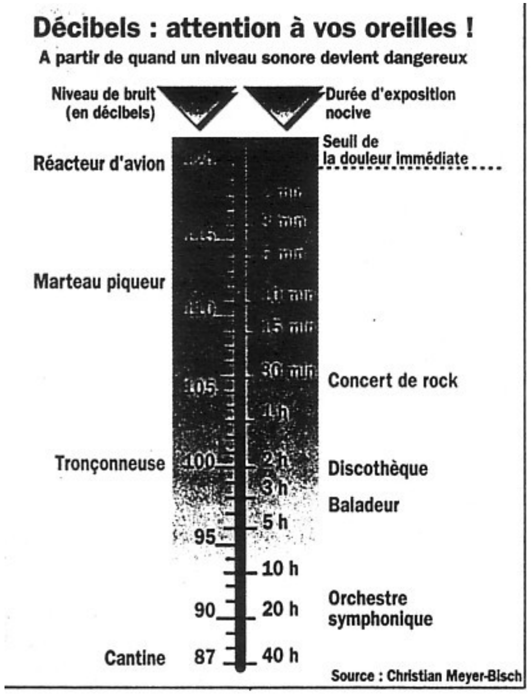
Photo du plat, issue du site du musée de Soissons

MATTS et MEDIAS

Rubrique de Bernard Parzysz

3. LES MÉFAITS DU BRUIT

Dans son numéro 1727 du 11 décembre 1997, le Nouvel Observateur publie un dossier sur « *le bruit, ennemi publie numéro un* ». Dans l'un des articles de ce dossier, intitulé « *Quand la sono brise les oreilles* » et signé Michel de Pracontal, figure le graphique ci-contre, où est indiquée sans autre commentaire, en fonction du niveau sonore de l'exposition, la durée à partir de laquelle celle-ci présente un danger pour l'audition.



Comme on peut le constater, ce graphique présente, côte à côte, deux graduations :
- celle de gauche, régulière, indique le « niveau de bruit (en décibels) »,
- celle de droite représente la « durée d'exposition nocive ».

Cette dernière graduation pourrait être de type logarithmique puisque, dans le bas du graphique (où l'échelle est régulière), la durée est divisée par deux lorsqu'on passe d'une graduation à la suivante. Essayons de comprendre comment le graphique a été fabriqué.

Si l'on observe la correspondance entre les deux échelles, on peut constater qu'une augmentation d'intensité sonore de 3 décibels correspond à une réduction de moitié de la durée d'exposition. Par

Lorsqu'on passe de	87 à 90 dB,	la durée passe de	40 à 20 h ;
	90 à 93 dB,		20 à 10 h ;
	93 à 96 dB,		10 à 5 h ;
	100 à 103 dB,		2 à 1 h ;
	103 à 106 dB,		1 h à 30 min ;
	106 à 109 dB,		30 à 15 min ;
	111 à 114 dB,		10 à 5 min.

Rappelons que l'unité d'intensité sonore est le ***bel*** (du nom de Graham Bell), et qu'elle est égale au logarithme décimal du rapport de la puissance sonore P à une puissance de référence P_0, égale à 10^{-12} watt. L'unité usuelle étant le ***décibel*** (dB), on peut donc dire que l'intensité I (exprimée en dB) est donnée par la formule $I = 10\times\log(P/P_0)$.

Faisons maintenant (quitte à la réviser plus tard) l'hypothèse que le seuil de nocivité correspond à une énergie sonore donnée W_0. En notant P la puissance sonore subie, la durée limite d'exposition t (exprimée en heures) sera alors $t = W_0/P$. On en déduit $I = 10\times\log(W_0/P_0t)$, qu'on peut aussi écrire sous la forme $I = K - 10\log(t)$, avec $K = 10\times\log(W_0/P_0)$.. Cette formule justifie l'utilisation d'une échelle logarithmique pour les durées, lorsqu'on prend une échelle arithmétique pour les intensités.

Voyons maintenant si nous pouvons reconstituer le graphique du *Nouvel Observateur* à partir de la formule précédente, et pour cela partons du point "tronçonneuse" (100 dB ; 2 h); ce point nous fournit $100 = K - 10\log(2)$, soit encore $K = 100 + 10\log(2)$. D'où, finalement, $I = 100 + 10\log(2/t)$..

Pour tester notre hypothèse, calculons I pour les valeurs extrêmes de t figurant dans le tableau :

pour t = 40 h, $I = 100 + 10\log(2/40) = 90 - 10\log(2) \approx 86{,}99$ dB ;

pour t = 2 min : $I = 100 + 10\log(2\times30) = 110 + 10\log(6) \approx 117{,}78$ dB.

Comme les intensités correspondantes données par le tableau sont respectivement 87 et 118 dB, notre hypothèse de départ semble correcte.

<u>Conséquences</u> :

1°) Grâce à la formule ci-dessus, nous sommes en mesure d'expliquer pourquoi une augmentation de 3 dB correspond à une diminution de moitié du temps d'exposition.

En effet, on peut écrire $I(t/2) = 100 + 10\times\log(4/t)$,
soit $I(t/2) = 100 + 10\times\log(2) + \log(2/t)$
ou enfin $I(t/2) = I(t) + 10\times\log(2)$.
Et, comme $\log(2) \approx 0{,}301$, on a $I(t/2) \approx I(t) + 3{,}01$.

2°) Nous pouvons également déterminer l'énergie sonore W_0 à ne pas dépasser.
On a vu que $K = 10\times\log(W_0/P_0) = 100 + 10\times\log(2)$ et que $P_0 = 10^{-12}$ watt.
On en déduit $\log(10^{12}W_0) = 10 + \log(2) = \log(2\times10^{10})$.
D'où l'on tire finalement $W_0 = 2\times10^{-2}$ watt×heure.

4. LES PETITS CHINOIS

Le Nouvel Observateur, dans son numéro 1731 du 8 janvier 1998, présente, sous le titre commun « *Un siècle après Zola dix écrivains accusent* » des textes dont l'un, signé Amin Maalouf, s'intitule « *J'accuse les massacreurs des femmes* ». Dans cet article, l'écrivain libanais dénonce en particulier « *l'infanticide pur et simple, pratiqué semble-t-il à grande échelle dans les campagnes chinoises depuis qu'a été imposée aux familles la règle de l'enfant unique* ». Et il précise: « *Quand c'est une fille qui arrive en premier, elle se retrouve souvent au fond d'un puits. Selon une étude démographique française, on aurait déclaré en 1995, dans l'ensemble de la Chine, 116 naissances de garçons pour 100 filles, le ratio normal étant de 105 pour 100 ; on estime les "disparues" à un million par an* ».

Pour pouvoir contrôler ce dernier "chiffre" (comme disent les journalistes), il faudrait connaître le nombre annuel de naissances en Chine ; mais je n'en disposais pas. Cependant, a contrario, en prenant ce million de "disparues" comme base, j'allais pouvoir en avoir une idée.
En effet, soient N_g et N_f les nombres réels de naissances de garçons et de filles en Chine en 1995, et X le nombre de "disparitions" de filles.
Les données sont alors : $N_f/N_g = 100/105$, $(N_f - X)/N_g = 100/116$ et $x = 10^6$.
On en déduit $100/116 = N_f/N_g - X/N_g = 100/105 - X/N_g$,
D'où $X/N_g = 1100/(105\times116)$, et finalement $N_g \approx 1{,}107\times10^7$.

Il vient alors $N_f \approx 1{,}055\times10^7$, et finalement le nombre de naissances déclaré en Chine en 1995 devrait être $N = N_g + N_f - X$, soit environ $2{,}062\times10^7$.

Voulant enfin savoir si ce résultat hypothétique était vraisemblable, je me suis adressé à un collègue enseignant la géographie, qui m'a fourni le numéro 2535 (du 24 septembre 1997) de « *Problèmes économiques* » [*Édité par la Documentation française*]. On y trouve (p. 29 sq.) un article intitulé « *Statistiques comparées sur la population des États* », reprenant en partie un texte de Marguerite Boucher paru dans Populations et Sociétés (INED) en juillet 1997. On y trouve entre autres un tableau indiquant que le nombre de naissances observé en Chine (en 1996 ?) s'élève à 20 999 000, ce qui est vraiment très proche de la valeur trouvée plus haut.

Reprenant le calcul à partir de cette donnée statistique, on trouve (avec un ratio de 116 garçons pour 100 filles) que ces naissances se répartissent en à peu près 11 277 240 garçons et 9 721 760 filles. Partant cette fois du nombre de garçons (considéré comme authentique) on trouve enfin (avec un ratio de 105 garçons pour 100 filles) un nombre de naissances de filles égal à 10 740 230, soit une différence de 1 018 470, résultat conforme à l'estimation donnée dans l'article (sous réserve, bien sûr, que le rapport de 116 garçons pour 100 filles soit exact).

Problème du trimestre n°53
Énoncé proposé par Pascal BERTIN

Quatre villes sont disposées aux quatre sommets d'un carré. On désire les relier entre elles par un réseau routier constitué de tronçons rectilignes, de façon que chaque ville puisse être reliée aux trois autres. En voici deux exemples :

Il s'agit de chercher un tel réseau, dont la longueur totale soit aussi petite que possible. Que proposez vous ?

Envoyez vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à Bernard PARZYSZ, 3 rue Marie Sautet, 57000 METZ.

TESTÉ POUR VOUS

Mieux que la T.I.92, avec son système de calcul formel extrêmement performant, « DÉRIVE », et son logiciel de tracé et d'animation de figures « CABRI GÉOMÈTRE II », déjà connue de tous les enseignants de mathématiques, mieux que le système expert « HYPOTHÈSES » capable de vérifier si les construction des élèves sont correctes en regard de l'énoncé et de leur fournir des pistes de recherche,
nous venons d'avoir entre les mains la nouvelle machine « **PROBAC** » (construite par le géant américain de l'informatique McFEA) : une merveille d'ingéniosité et d'efficacité.

Passons sur le nom, PROBAC, qu'il ne faut pas confondre avec Bac Pro. Mais cette machine sera utile aussi aux élèves de ces séries.

Nous avons bien dit : **une merveille !**

Cette nouvelle machine (on n'ose plus dire calculatrice) se compose d'un scanner, d'un système expert d'analyse d'énoncés mathématiques et, bien évidemment, de tout ce que l'on trouvait déjà sur les matériels cités au début.
Le fonctionnement est **hyper-simple** : vous entrez le texte (sur papier) de votre énoncé dans la fente du scanner ([1]) et vous voyez apparaître à l'écran, au bout de quelques secondes, la solution rédigée de votre problème.

Enfin... rédigée est un bien grand mot : tous les calculs sont menés à bien (c'est le principal, pour l'élève), avec parfois quelques résultats intermédiaires, mais la rédaction de la démarche laisse encore à désirer : on passe de chaque ligne à la suivante par un « donc » péremptoire ... qui

(1) Un seul petit inconvénient : comme cette machine est destinée à être autorisée au examens, son format (12x21 cm) ne permet pas la lecture d'énoncés en format A4 : elle est limitée au format B5 (162x229 mm). Mais, compte tenu des marges habituellement utilisées, un sujet de bac peut être découpé par le candidat en morceaux lisibles par la machine.

PETIT VERT N°53. MARS 1998

laissera sceptiques quelques correcteurs. Gageons que la prochaine version améliorera ce détail.
En géométrie, par contre, la rédaction est beaucoup plus complète, mais lourde : les théorèmes utilisés par le système expert sont cités in extenso. La candidat aura à cœur de se distinguer en en omettant quelques uns !

Nous avons écrit plus haut que la solution défilait sur l'écran ; pourquoi n'est-elle pas imprimée sur papier ? Tout simplement parce que le règlement actuel du baccalauréat l'interdit. Mais il existe bien sûr un module imprimante (en option) très utile pour les devoirs maison : il suffira à l'élève de coller sur sa copie le texte fourni par la machine.

Un seul inconvénient, le prix : actuellement 2 480 F H.T. (module imprimante non compris), ce qui favorisera encore les élèves issus des milieux sociaux les plus favorisés. Mais l'APMEP agira auprès des ministères concernés pour que, à la place de la prime de rentrée scolaire (1 600 F actuellement), chaque élève de terminale de lycée soit doté d'un tel matériel. Le constructeur serait, d'après nos informations, tout à fait près à prendre en charge la différence.

Au niveau académique, en partenariat avec l'Inspection Pédagogique de Mathématiques et la MAFPEN, la Régionale Lorraine APMEP a mis sur pied une formation accélérée de trois jours pour tous les correcteurs de baccalauréat (toutes séries) ; cette formation, pour laquelle les personnels intéressés ont déjà été convoqués, aura lieu à LA MADINE les mardi 1er, mercredi 2 et jeudi 3 avril.

Le groupe « Calculatrices »

RAPPEL

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DE LA RÉGIONALE

Mercredi 18 mars à 17 heures
(à l'issue de la Journée Régionale des Mathématiques)
dans le grand amphithéâtre du C.R.D.P. de Nancy

Au cours de cette assemblée générale :
renouvellement du Comité de la Régionale,
élection du Bureau.

Calculatrices au lycée

Voici deux documents concernant l'utilisation des calculatrices au lycée.
Le premier est un extrait du B.O. n°45 du 18/12/1997, qui ajoute une capacité exigible en fin de terminale : « afficher à l'écran la courbe représentative d'une

ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES | NOR : MENL9702108N RLR : 524-6 ; 524-7 | NOTE DE SERVICE N° 97-258 DU 11-12-1997 | MEN DLC A1

Utilisation des calculatrices en classes de première et terminale des séries générales et technologiques des lycées

■ L'enseignement des mathématiques en classes de première et terminale des séries générales et technologiques des lycées fait appel à l'utilisation des calculatrices dans des situations liées aux programmes des classes concernées. Les objectifs visés et les capacités exigées des élèves sont précisés dans les préambules de ces programmes.
À compter de la rentrée 1997, les élèves doivent être entraînés à l'utilisation des calculatrices graphiques. Ils doivent notamment savoir afficher à l'écran la courbe représentative d'une fonction ; cette capacité est exigible en fin de terminale, à compter de l'année scolaire 1997-1998.
En ce qui concerne les classes de terminale des séries économique et sociale (ES) et scientifique (S), on se référera aux arrêtés du 15 mai 1997 (B.O. hors série n° 4 du 12-6-1997) qui définissent les nouveaux programmes applicables à la rentrée 1998.

Pour le ministre de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie
et par délégation,
Le directeur des lycées et collèges
Alain BOISSINOT

D'après des "bruits de couloir", il faudrait lire ici 1998 !?!

La seconde est un extrait d'une lettre envoyée par le Ministère (D.L.C.) aux constructeurs de calculatrices :

> Afin de préserver l'indispensable égalité des candidats à l'examen, le Ministre a décidé de modifier la réglementation définissant les conditions d'utilisation de la calculatrice durant les épreuves du baccalauréat.
> La nouvelle réglementation fixerait un maximum de 32 kilo-octets à la taille mémoire, autori-serait les possibilités graphiques mais, en revanche, interdirait les fonctionnalités du calcul formel. En outre il serait précisé que, dans la salle d'examen, la calculatrice ne doit disposer d'aucun élément permettant le communication avec une autre machine, et qu'elle ne doit être équipée d'aucune extension.
> (...)
> J'attire votre attention sur le fait que l'administration entend informer les familles le plus rapidement possible de manière à les préparer à une entrée en application de la nouvelle réglementation lors d'une session ultérieure du baccalauréat.

Au dernières nouvelles, et sous toutes réserves, le Ministère ne poursuivrait pas dans cette voie. Mais attendons...

Solution du problème n°52
Énoncé proposé par François DROUIN

Le numéro spécial « NOMBRES » de LA RECHERCHE (n°278, juillet-août 1995) indique un méthode utilisée par les paysans du Nordeste brésilien :
« Pour trouver l'aire d'une parcelle ayant la forme d'un quadrilatère, ils multiplient la demi-somme des longueurs de deux côtés opposés par la demi-somme des longueurs des deux autres côtés opposés. »
Existe-t-il des quadrilatères autres que le rectangle pour lesquels cette méthode est exacte ?

Les quatre réponses reçues ce trimestre émanent de Michel BARTHEL (ancien stagiaire IUFM, actuellement sous les drapeaux), François COLMEZ (92 Antony), Alain HERBELOT (88 Vittel) et Pol LE GALL (57 Rombas).

1) Solution de M. Barthel et P. Le Gall:

Cette solution est basée sur l'aire d'un triangle ABC, qui peut s'exprimer sous la forme $\mathcal{S}(ABC) = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|$, soit encore $\frac{1}{2}AB.AC.\sin\hat{A}$.

Soit un quadrilatère convexe ABCD.

On a $\mathcal{S}(ABCD) = \mathcal{S}(ABD) + \mathcal{S}(CBD) = \frac{1}{2}AB.AD.\sin\hat{A} + \frac{1}{2}CB.CD.\sin\hat{C}$,

et aussi $\mathcal{S}(ABCD) = \mathcal{S}(BAC) + \mathcal{S}(DAC) = \frac{1}{2}BA.BC.\sin\hat{B} + \frac{1}{2}DA.DC.\sin\hat{D}$.

En prenant membre à membre la demi-somme il vient $\mathcal{S}(ABCD) = \frac{1}{4}(AB.AD.\sin\hat{A} + BA.BC.\sin\hat{B} + CB.CD.\sin\hat{C} + DA.DC.\sin\hat{D})$.

Cette dernière expression est évidemment toujours inférieure ou égale à $\Sigma = \frac{1}{4}(AB.AD + BA.BC + CB.CD + DA.DC)$, avec égalité si, et seulement si, $\sin\hat{A} = \sin\hat{B} = \sin\hat{C} = \sin\hat{D} = 1$, c'est-à-dire si ABCD est un rectangle.

Or, on peut aussi écrire Σ sous la forme $\Sigma = \frac{1}{2}(AB + CD).\frac{1}{2}(AD + BC)$, qui n'est autre que la formule "brésilienne".

Nous pouvons donc conclure que cette formule n'est exacte que pour les champs rectangulaires, et que sinon elle donne une valeur trop grande.

2) Solution de A. Herbelot et de F. Colmez (communication orale):

La solution qui suit est en fait une version un peu plus sophistiquée que la solution envoyée par A. Herbelot, que j'ai mise en forme suite à une conversation avec F. Colmez. Elle utilise la notion d'*aire algébrique*.

On définit, pour un parallélogramme ABCD, son aire algébrique comme étant $\mathcal{A}(ABCD) = \text{dét}(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$. Elle est donc positive (i.e. égale à l'aire géométrique $\mathcal{S}(ABCD)$) si $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ constituent une base directe, nulle si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires et négative, égale à $-\mathcal{S}(ABCD)$, si $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ est une base indirecte.

Soit donc un quadrilatère direct ABCD, et soient I, J, K, L les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD], [DA] (remarque: IJKL est direct). On appelle MNPQ le parallélogramme dont les côtés [MN], [NP], [PQ], [QM] ont pour milieux respectifs I, J, K, L (remarque: MNPQ est direct). Posons enfin $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{LJ}$, $\vec{v} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{IK}$, et $\vec{w} = \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{QD}$.

Enfin, dans ce cas, le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{LJ}$ ($= \overrightarrow{AB}$) et $\overrightarrow{IK}$ ($= \overrightarrow{AD}$) est égal au produit de leurs normes si, et seulement si, ils sont orthogonaux. Donc l'aire du quadrilatère ABCD sera maximum dans le seul cas où ce parallélogramme sera en fait un rectangle.

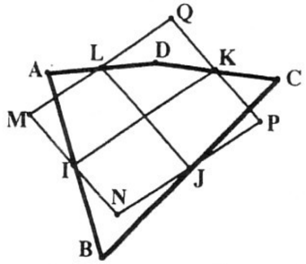
P.S.1: Pol Le Gall pose quelques questions supplémentaires:

- Cette approximation est-elle meilleure que celle qui consisterait à remplacer, dans la formule brésilienne, les côtés opposés par les côtés consécutifs? ou le demi-produit des diagonales? ou...?

- Quel critère choisir pour répondre à la question précédente ? Peut-on envisager une réponse probabiliste, qui dirait pour quelle formule on a le moins de chances de se tromper pour une marge d'erreur donnée ?

- Quel est l'avenir du théorème qui vient d'être démontré, à savoir: "*un quadrilatère convexe est un rectangle si, et seulement si, son aire vérifie la formule brésilienne*" ?

- Que penser de la formule des Brésiliens du Sud-Ouest *(sic)*, qui consiste à effectuer le produit de deux côtés consécutifs des 4 façons possibles, et à prendre la moyenne de ces 4 produits ?



On a $\mathcal{S}(ABCD) = \mathcal{A}(ABCD)$

$= \mathcal{A}(ABD) + \mathcal{A}(BCD)$

$= \frac{1}{2}[\text{dét}(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) + \text{dét}(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB})]$

Mais on peut encore écrire:

$$\text{dét}(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) = \text{dét}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}, \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QD}) = \text{dét}(\vec{u} + 2\vec{w}, \vec{v} + 2\vec{w})$$
$$= \text{dét}(\vec{u},\vec{v}) + 2.\text{dét}(\vec{u},\vec{w}) - 2.\text{dét}(\vec{v},\vec{w}) \text{ (linéarité)}$$
$$\text{dét}(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}) = \text{dét}(\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QD}, \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NB}) = \text{dét}(-\vec{u} + 2\vec{w}, -\vec{v} + 2\vec{w})$$
$$= \text{dét}(\vec{u},\vec{v}) - 2.\text{dét}(\vec{u},\vec{w}) + 2.\text{dét}(\vec{v},\vec{w})$$

D'où, en prenant la demi-somme des deux expressions: $\mathcal{S}(ABCD) = \text{dét}(\vec{u},\vec{v})$, c'est-à-dire $\mathcal{S}(ABCD) = \text{dét}(\overrightarrow{LJ},\overrightarrow{IK})$ (lequel, d'ailleurs, est égal à l'aire du parallélogramme MNPQ).

Mais $\overrightarrow{LJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ et $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$, donc:

$LJ \le \frac{AB + DC}{2}$ et $IK \le \frac{AD + BC}{2}$, avec égalité si, et seulement si, les vecteurs en cause sont colinéaires, c'est-à-dire (AB)//(CD) et (AD)//(BC) respectivement. Les deux égalités ci-dessus sont donc vérifiées si, et seulement si, ABCD est un parallélogramme; alors, MNPQ est confondu avec ABCD.

P.S.2: Jacques Verdier a relevé, dans le bulletin de la Régionale APMEP de Nice, le texte suivant:

"*Au Moyen-Age, l'abaque (arithmétique) était enseignée en langue vulgaire, pour ceux qui ne connaissaient pas le latin. Le premier ouvrage d'arithmétique imprimé pour enfants, négociants et marchands est* Lo Compendio de la Abaco, *édité en 1492 à Turin et écrit en langue niçoise.*

C'était surtout un ouvrage pratique et pédagogique, où l'auteur évitait toute démonstration (...). Comme il était d'usage à cette époque, ce traité se terminait par un chapitre de géométrie où l'auteur, Pelolos, utilisait les règles qu'il avait exposées pour les calculs numériques."

Voici un exemple tiré du XVIIIe chapitre de ce livre (exemple 6 p. 199):

"*Soit un champ dont les côtés mesurent 15, 66, 13 et 64.*

Calcule 15 + 13 /2 = 14 et 66 + 64 /2 =65. Sa surface 65 x 14 = 910."

PS3: Une réponse (très) tardive de Jérôme Cardot, ancien Lorrain "exilé" en Bretagne Occidentale .. nous la publierons dans un prochain bulletin.

Annonces

L'A.P.M.E.P. propose aux collègues de sections européennes ou internationales, ainsi qu'à tous ceux qui sont intéressés par des échanges internationaux, de constituer un réseau afin de :
- recenser les thèmes d'échanges ;
- mettre en relation ceux qui travaillent su un même thème ;
- produire des documents, par exemple des comptes rendus d'expériences ;
- aider à la mise en œuvre d'échanges.

Si vous êtes intéressé, prenez contact avec :

Richard CABASSUT
38A rue de l'Abbé Hanauer
67100 STRASBOURG
Tél. 03 88 39 24 07
E-mail : rcabassut.apmep@ac-strasbourg.fr

ou :
Jean-Paul BARDOULAT
Chemin de Malet
09000 FOIX
Tél. + fax 05 61 65 34 15

Postes au concours

Les postes offerts aux concours de recrutement 1998 ont été publies dans le J.O. du mercredi 4 février.

Concours externes :
agrégation mathématiques 400 (427 en 1997)
capes mathématiques 1050 (1154 en 1997)
caplp2 math/physique 365 (450 en 1997)

Concours internes :
agrégation mathématiques : 200
capes mathématiques : 205
caplp2 math/physique : 85

Consolez-vous, le nombre de postes au capes de Sciences de la Vie et de la Terre a augmenté...

PETIT VERT N°53. MARS 1998

SOMMAIRE

LE PETIT VERT
(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

Directeur de la publication : Jacques VERDIER

N° CPPAP : 2 814 D 73 S. ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : 1998.
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), Boulevard des Aiguillettes, VANDOEUVRE

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 FRANCS (*)

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au "PETIT VERT"
Signature :

Joindre règlement à l'ordre de : APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)
(*) L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents l'A.P.M.E.P.