APPEL DU COLLECTIF « DÉFENSE DES I.R.E.M. »

Les soussignés déclarent souscrire à cet appel en date du 26/06/97

NOM, prénom, signature	Fonction, établissement d'exercice

Signez nombreux cet appel et retournez cette page à :
A.P.M.E.P.-LORRAINE / I.R.E.M.
B.P. 239
54506 VANDOEUBRE-LES-NANCY CEDEX

L'élastique

par le Groupe I.R.E.M.

« Calculatrices au lycée »

La société TEXAS INSTRUMENTS envoie régulièrement, dans tous les lycées, des cahiers de T.P. proposant aux professeurs des fiches d'activités nécessitant l'utilisation de calculatrices. Dans le « Cahier de travaux pratiques pour la classe de seconde » (couverture orange), réalisé par Alain LADUREAU et Michel GOUY, notre groupe s'est plus particulièrement intéressé à l'activité de la page 13, intitulée l'élastique.

Nous avons fait, en groupe, ce que tout professeur fait quand il « tombe » sur une fiche toute prête : nous l'avons analysée, et nous l'avons modifiée pour qu'elle soit à notre convenance (pensant, bien évidemment, que ces modifications sont des améliorations).

Pour la facilité de lecture de cet article, il serait préférable que les lecteurs qui la possèdent se reportent à cette fiche du fascicule TEXAS, car nous ne reproduirons pas ici l'original, mais seulement (en annexe) la fiche dans sa version modifiée.

Tout d'abord, nous avons choisi un objectif de travail : permettre aux élèves **d'aborder la notion de valeur minimale d'une fonction** (par ***lecture graphique*** associée à la construction de ***tables de valeurs***). Cela présuppose que les élèves ont déjà « rencontré » des fonctions autres que des fonctions affines, et qu'ils sont familiarisés avec des graphes qui ne sont pas des droites. Pour ce T.P., nous supposons aussi qu'ils savent représenter graphiquement une fonction sur l'écran de leur calculatrice. Par contre, aucune notion concernant les « Zooms décimaux » (1) n'est pas nécessaire et, s'ils ne le savent pas encore, ils découvriront dans ce T.P. comment obtenir une table de valeurs « automatique ».

(1) Voir l'article « Résolution approchée d'une équation avec la calculatrice graphique dans le Petit Vert de juin (n° 50). Les mêmes problèmes se poseraient ici si on utilisait des zooms et la fonction **TRACE** : c'est pourquoi nous ne l'avons pas fait … chaque chose en son temps !

Nous gardons la première question telle, avec simplement deux modifications mineures : nous précisons que dans tout ce T.P. l'unité est le cm., et nous appelons d la distance MA+MB (pour ne pas qu'il y ait de confusion possible entre la lettre l et le chiffre 1).

Pour la question 2, nous ne gardons que 2a) : exprimer la longueur AM en fonction de x. En effet, tout le reste présuppose que les élèves remplaceraient $\sqrt{x^2+4}$ par x + 2. Et la question 2b) inciterait même plutôt les élèves à faire cette faute. Il ne faut pas tout faire à la fois, et c'est l'objet d'un autre T.P. (plus précoce dans l'année) que de travailler sur la comparaison de $\sqrt{a^2+b^2}$ à a + b, et de $\sqrt{u}+\sqrt{v}$ à $\sqrt{u+v}$. Cependant nous avons modifié la formulation de la question 3) pour que les élèves ayant fait des erreurs de ce type puissent cependant poursuivre : nous leur faisons comparer les valeurs qu'ils ont obtenues par la « formule » à celles qu'ils avaient mesurées ; en cas de désaccord, c'est le professeur qui leur indiquera la marche à suivre (en particulier se reporter aux résultats déjà vus concernant les radicaux)

Dans la question 4, à part quelques améliorations mineures, nous avons seulement supprimé une question « Dans quel ensemble d prend-il ses valeurs ? », car il est impossible d'y répondre avant d'avoir terminé le T.P. et trouvé la valeur minimale de d ; à moins que les auteurs n'aient pensé à la réponse « $\mathbf{R}^+$ » qui n'a alors aucun intérêt.

Bien évidemment cette fiche, proposée par TEXAS, suppose que tous les élèves ont une calculatrice de cette marque. Pour la préparation des tables de valeurs, le professeur pourra réaliser de petites fiches « mode d'emploi » ; nous signalons simplement ici que pour les élèves qui possèdent des CASIO récentes (même bas de gamme comme la fx6910), la table de valeurs s'obtient très simplement grâce à l'icône . Cependant ce T.P. nécessite que **tous** les élèves puissent obtenir ces tables de valeurs automatiques (au besoin, les faire travailler deux par deux).

Pour la question 5) il est nécessaire de faire tracer la courbe sur papier millimétré (ou à la rigueur sur quadrillage 5x5), c'est pourquoi nous supprimons le petit morceau de quadrillage du bas de la page 14. Il faut préciser aux élèves de graduer l'axe des ordonnées entre **9** et 12 (sinon, il faudrait une feuille de 60 cm de haut !).

Mais la suite de la question 5) ne peut pas être conservée telle quelle : comment un élève de seconde, qui n'est pas totalement familiarisé avec le tracé des courbes de fonctions, pourrait-il répondre à la question « **Pourquoi** on ne peut joindre les points avec une règle » ; la propriété concernant les milieux (suggérée comme piste de réponse) n'est pas exploitable ici : sur le graphique, les milieux des segments joignant deux points consécutifs **semblent** être à peu près sur la courbe (à l'épaisseur du trait de crayon près) ; et le calcul algébrique est impensable avec une telle expression de d.

Nous suggérons donc un débat en classe, arbitré par le professeur, sur la meilleure

PETIT VERT N°51. SEPTEMBRE 1997

façon de s'y prendre pour tracer une courbe. Et nous y rajoutons une question 5c) : comparer le résultat obtenu sur papier millimétré avec la courbe obtenue sur l'écran de la calculatrice en prenant comme Xmin = 0 ; Xmax = 6 ; Ymin = 9 et Ymax = 12.

La question 7 doit être aussi fondamentalement modifiée : car à ce stade les élèves ne possèdent encore pas de méthode pour effecteur une recherche systématique de l'abscisse du minimum. On se rend bien compte que le graphique sera inefficace si on veut une réponse à 10^{-2} près, mais l'énoncé initial laissait les élèves dans la confusion la plus totale quant à la démarche à utiliser. C'est pourquoi nous avons modifié cette question. Le graphique suggère de rechercher le minimum entre 1 et 2 : c'est pourquoi nous proposons de balayer cet intervalle avec un pas de 0,1. Voici le résultat obtenu : . La plus petite valeur est obtenue pour x = 1,7 ; ce qui ne veut pas dire que c'est la réponse cherchée ! On va ensuite balayer l'intervalle [1,6 ; 1,8] avec un pas de 0,01, et obtenir ceci : . On a alors deux « candidats potentiels » x = 1,71 et x = 1,72. Là encore, il faudra un débat en classe, pour faire le bilan sur cette démarche, et notamment amener les élèves à se rendre compte que si on poursuit dans cette voie, jamais on n'obtiendra la valeur exacte de l'abscisse recherchée (on pourra obtenir une meilleure précision, c'est tout).

X	Y1
1.4	9.2354
1.5	9.2268
1.6	9.2216
1.7	9.2196
1.8	9.2207
1.9	9.2247
2	9.2316

Y1=√(X²+4)+√((6…

X	Y1
1.69	9.2196
1.7	9.2196
1.71	9.2195
1.72	9.2195
1.73	9.2196
1.74	9.2196
1.75	9.2197

Y1=√(X²+4)+√((6…

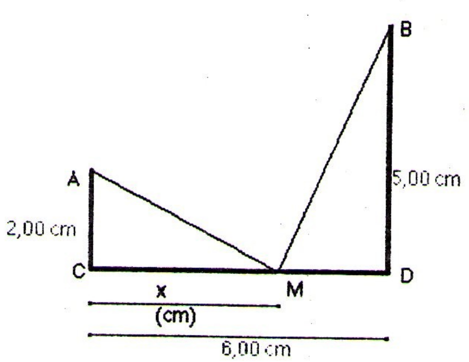
La quatrième page permet de déterminer la valeur exacte de x_0 : il faut se rendre compte qu'on est là en présence d'un cas tout à fait exceptionnel, puisque l'on a une méthode géométrique permettant de déterminer cette valeur (et c'est tout l'intérêt de cet exemple « classique »). Il ne faudrait cependant pas que les élèves s'imaginent que de telles démarches sont toujours possibles. Prenons un autre « classique » de recherche de maximum : la boite que l'on obtient en amputant les quatre coins d'une feuille rectangulaire de carrés de côté x (la volume obtenu est une fonction polynôme du troisième degré en x) ; il est impossible - en seconde du moins - d'obtenir autre chose que des valeurs approchées de l'abscisse du minimum.

Les modifications que nous avons apportées à cette dernière page sont pour la plupart mineures ; la plus important concerne la figure proposée, où nous ne faisons pas figurer les tracés concernant la position minimisant d : nous laissons la question ouverte, pendant que la première question devrait mettre les élèves sur la voie.

Voir fiche en annexe pages suivantes ➔

L'élastique

Un élastique fixé en A et B est passé dans un anneau qui coulisse entre C et D.
Le but de cette activité est d'étudier les variations de la longueur de cet élastique suivant la position de M sur [CD], et de chercher la position du point M pour laquelle cette longueur est minimale.



Dans tout ce T.P., l'unité de longueur est le cm

1) Refaire la figure ci-dessus à l'échelle 1 sur le cahier.
Mesurer sur la figure la longueur de l'élastique lorsque x vaut 0, 1, 2 puis 3. Compléter alors le tableau ci-dessous :

x	0	1	2	3
d = AM + MB (à 0,1 cm près)				

2) Exprimer la longueur AM en fonction de x :

AM =

3a) Exprimer d = AM + MB en fonction de x :

d = AM + MB =

Peut-on simplifier cette expression ? Si oui, donner l'expression simplifiée :

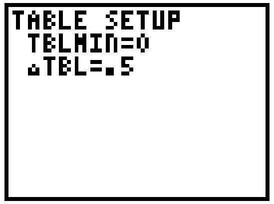
d = AM + MB =

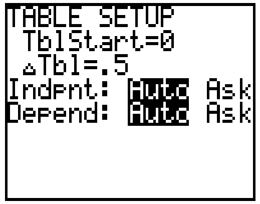
3b) Compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3
Valeur de d calculée d'après l'expression ci dessus (à 0.1 près)				
Valeur de d mesurée à la première question				

En cas de désaccord entre les valeurs trouvées dans ce tableau, **appelez votre professeur** avant de continuer.

4) On souhaite réaliser un graphique qui rende compte des variations de d en fonction de x lorsque le point M décrit le segment [BC].
4a) Dans quel ensemble x prend-il ses valeurs ?
4b) Dans votre calculatrice, placer dans Y_1 (menu **Y=**) l'expression de d en fonction de x trouvée à la question 3.
4c) Préparer la « table de valeurs » de la calculatrice : appuyez sur et réglez les paramètres comme suit :





Appuyez alors sur **TABLE** pour faire apparaître les valeurs de d.
Remplir le tableau ci-dessous en prenant des valeurs approchées à 10^{-2} près :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
d													

5) Représentation graphique.
5a) En utilisant une feuille de papier millimétré et en prenant 2 cm comme unité sur l'axe des abscisses et 5 cm comme unité sur l'axe des ordonnées, placer avec précision tous les points de coordonnées (x ; d) du tableau ci-dessus. On graduera de 0 à 6 en abscisse, et de 9 à 12 en ordonnée.
5b) Tracer la courbe à main levée le plus soigneusement possible.
Débattre avec la classe et avec le professeur de la légitimité de joindre

les points à la règle.
5c) Comparer cette courbe tracée à la main avec celle que l'on obtient sur l'écran de la calculatrice graphique (prendre $X_{min} = 0$; $X_{max} = 6$; $Y_{min} = 9$ et $Y_{max} = 12$).

6) Utiliser ce graphique pour lire les valeurs approchées des réponses aux questions suivantes :
6a) Quelle est la longueur d pour x = 4,75, pour x = 0,8 et pour x = 2,8 ?

x	4,75	0,8	2,8
d			

6b) Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles on a : d = 9,5 ; d = 9 ; d = 11,5 ; d = 10 ; d minimale ?

d	9,5	9	11,5	10	d minimale
x					

7) Recherche de la valeur x_0 de x pour laquelle d est minimale. Le but de cette question est d'essayer de déterminer une valeur approchée de x_0 à 10^{-2} près.

a) En utilisant la calculatrice, refaire un tableau de valeurs pour x compris entre 1 et 2 avec un pas de 0,1 :

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
d											

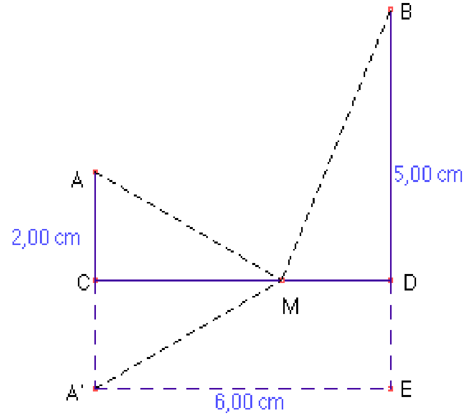
b) Refaire un tableau pour les valeurs de x entre 21,6 et 1,8 avec cette fois un pas de 0,01 ; quelle valeur approchée de x_0 peut-on maintenant prendre ?

x	1,6	1,61	1,62	1,63	1,64	1,65	1,66	1,67	1,68	1,69
d										
1,7	1,71	1,72	1,73	1,74	1,75	1,76	1,77	1,78	1,79	1,8

BILAN EN CLASSE AVANT DE PASSER
A La FEUILLE SUIVANTE

PETIT VERT N°51. SEPTEMBRE 1997

RECHERCHE DES VALEURS EXACTES DE x_0 ET DE LA DISTANCE MINIMALE d_0



Observer la figure ci-contre. A' est le symétrique de A par rapport à (CD).
Démontrer que A'M + BM est égal à AM + BM :
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
Pour quelle position de M sur [CD] a-t-on la longueur d la plus petite ?
…………………………………………
…………………………………………
…………………………………………
En déduire la valeur **exacte** de x_0 :
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
Comparer cette valeur exacte à la valeur approchée déterminée en bas de la page 3.

Calculer alors la valeur **exacte** de la distance minimale d :
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Comparer cette valeur exacte à la valeur approchée déterminée dans le tableau du bas de la page 3.

COMPLÉMENT : tableau indiquant les variations de d en fonction de x.
Compléter le tableau ci-dessous, en indiquant les valeurs **exactes**.