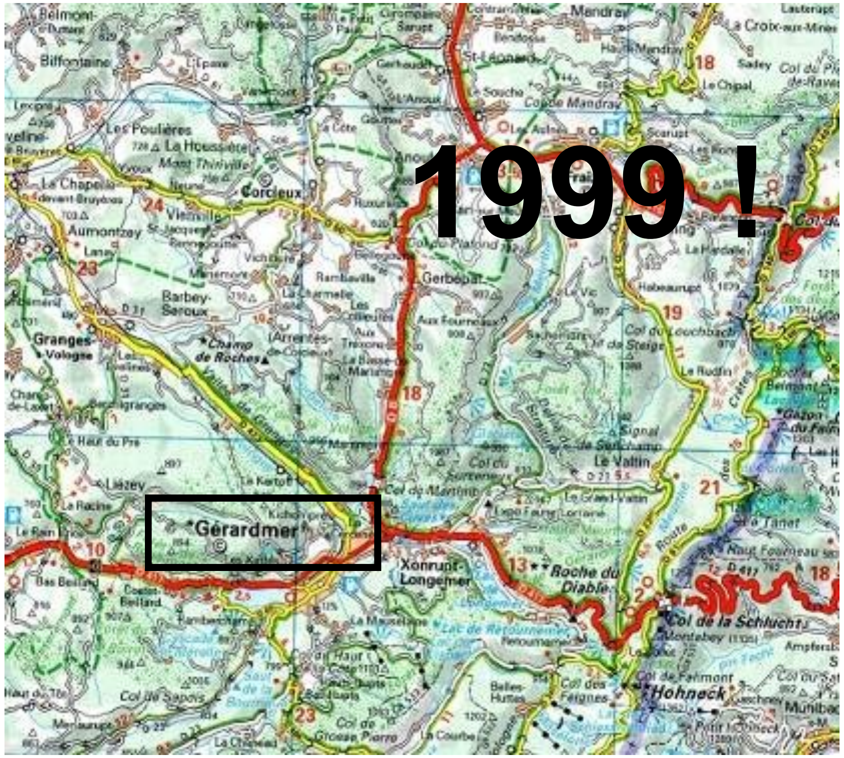
LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 49	MARS 1997	Abonnement 4 n^{os} par an : 30 F



I.R.E.M. de LORRAINE : dernières publications

Voici la liste des dernières publications de l'I.R.E.M.

Maths et Logo. Fascicule 2 (classe de cinquième) : fiches élève. 6 F.

Le théâtre au service de l'algèbre (classe de quatrième) : 20 F

Calcul algébrique (classe de troisième) : 55 fiches élève. 10 F

Équations de droites (classe de troisième) : fiches élève. 4 F

Autour du puzzle de Saarlouis (incluant les fiches élève). 20 F.

Vecteurs du plan (classe de seconde) : fichier élève. 10 F
Vecteurs du plan (classe de seconde) : fichier professeur. 15 F

A paraître :
La calculatrice graphique au lycée (niveau seconde/première).

Les prix indiqués ci-dessus correspondent aux brochures « à emporter » ; ils ne comprennent pas le port. Pour toute commande « à expédier », s'adresser à l'I.R.E.M. au 03.83.91.21.99 (secrétariat) ou au 03.83.91.25.82 (bibliothèque).

EDITORIAL

Le 18 décembre 96, les participants à 1' assemblée générale ont approuvé le désir des membres du comité d'organiser les journées nationales 1999 à Gérardmer. Le point d'interrogation qui suivait 1999 en première page de plusieurs Petits Verts va pouvoir devenir un point d'exclamation ... Les journées 86 à Metz sont encore dans bien des esprits et du pain sur la planche nous attend !

L'année 97 a commencé mathématiquement par la lecture de nombres négatifs sur nos thermomètres. Mais que cela ne rende pas frileux les adhérents de notre régionale qui ne peuvent rester de glace devant nos jeunes collègues confrontés à des premières années d'enseignement parfois difficiles. Présentons leur l'APMEP qui pourra leur apporter un peu de chaleur au cœur.

La journée régionale du 19 mars sera l'occasion de présenter à tous différentes facettes de notre métier en montrant la richesse des mathématiques et de leur enseignement. L'assemblée générale qui suivra verra, je l'espère, fondre les hésitations de nombreux adhérents prêts à donner un peu de leur temps pour préparer l'organisation des journées 99.

Et bien que celle-ci soit sérieusement commencée, il n'est sûrement pas trop tard pour souhaiter, sans aucune frilosité, une excellente année à tous.

PETIT VERT n°49. MARS 1997

Bilan d'activités 1996

Le Bilan d'Activités 1996 ci-dessous a été proposé aux adhérents lors de l'assemblée générale du 18 décembre 1996 à Vandœuvre.
Il y a été approuvé **à l'unanimité**.

La dernière assemblée générale a eu lieu le 13 décembre 1995 au lycée Varoquaux à Tomblaine.
Le Comité de la Régionale s'est réuni les 7 février, 27 mars, 19 juin, 21 septembre et 18 décembre 1996. De plus les adhérents lorrains présents aux journées nationales se sont réunis le 25 octobre à Albi.

PETIT VERT
Quatre numéros du PETIT VERT ont paru, mis en forme par un rédacteur en chef très dynamique. Ils sont imprimés à l'I.R.E.M., puis pliés et mis sous enveloppe par une équipe d'adhérents de Meurthe et Moselle.

BIBLIOTHÈQUE DE PRÊT
La liste des ouvrages la plus récente figure dans le PETIT VERT n°48 (et en détails dans le n°45). Une trentaine d'ouvrages pour lesquels, comme les années passées, les lecteurs les plus fidèles sont les membres du Comité de la Régionale.

EXPOSITION ET BROCHURE « OBJETS MATHÉMATIQUES »
Le prototype de l'exposition a été présenté le 13 décembre 1995 au Lycée Varoquaux de Tomblaine. Les enseignants et les élèves du collège voisin avaient été conviés. Les dix stands, dupliqués en quatre exemplaires, peuvent maintenant circuler dans les quatre départements lorrains (le descriptif et les conditions de prêt figurent dans le Petit Vert n°48).

La brochure l'accompagnant est terminée (voir descriptif et conditions de vente dans le Petit Vert n°48). Les premiers exemplaires ont été vendus lors des journées d'Albi.

JOURNÉE RÉGIONALE
Deux conférences et neuf ateliers pour 160 professeurs inscrits. Cette journée du 27 mars 1996 a été inscrite au P.A.F. comme stage à public

(Suite page 3)

désigné, et était ouverte aux adhérents comme aux non adhérents ; une demande d'inscription pour cette journée avait été envoyée dans chaque établissement de l'académie.

A.P.M.E.P.-LORRAINE ET I.U.F.M

Un dossier de présentation de l'A.P.M.E.P. a été distribué aux stagiaires I.U.F.M. Les nouveaux adhérents ont reçu un exemplaire des textes écrits par le G.R.P.P.C. et reproduits par notre régionale.

Comme les années précédentes, la Journée Régionale des Mathématiques figure dans le plan de formation des stagiaires I.U.F.M.

Il a été demandé aux stagiaires dont les mémoires professionnels étaient les meilleurs (ceux destinés à être "conservés par l'I.U.F.M.") de nous en confier un exemplaire. Un comité de lecture a été formé au sein de la Régionale : il décidera si le mémoire doit être gardé dans notre bibliothèque de prêt, ou même s'il peut être édité comme nouvelle brochure de la régionale (l'objectif étant de valoriser et de diffuser le travail de nos jeunes collègues).

POINTS DIVERS

La Régionale a tiré à part les textes de l'A.P.M.E.P. du G.R.P.P.C. (groupe de réflexion et de propositions sur les programmes de collège). Cette petite brochure est proposée à la vente lors des manifestations de la Régionale, et par l'intermédiaire du Petit Vert.

Un représentant de la Régionale a assisté aux C.A. de l'I.R.E.M., aux conseils de l'U.F.R. S.T.M.I.A. de l'Université H. Poincaré, et aux réunions de préparation du P.A.F. Comme les années précédentes, les Journées Nationales et la Journée Régionale sont inscrites au P.A.F.

Comme l'an passé, a eu lieu une réunion de synthèse des sujets de bac, et le sujet du Brevet a aussi été analysé.

L'A.P.M.E.P-Lorraine, invitée par l'Inspection, a participé aux réunions de synthèse des travaux faits dans les collèges à propos des projets de programme des mathématiques de 5^{eme} et de 4^{eme}.
La possibilité d'organiser les Journées Nationales de l'A.P.M.E.P. en Lorraine a commencé à être examinée, et les premiers contacts ont eu lieu.

Bilan de l'exercice 1996

Recettes	96	95
Cotisations (Ristourne National)	6 248,00 F	6 182,00 F
Abonnements Petit Vert	315,50 F	120,00 F
Intérêts Livret A	1 776,91 F	1 788,32 F
Inscriptions Séminaire de Rentrée		5 190,00 F
Inscriptions Journée Régionale 95	4 606,00 F	258,00 F
Vente de brochures	8 173,50 F	5 537,00 F
Total	21 119,91 F	19 075,32 F
Dépenses		
Assurance	298,92 F	288,25 F
Achat de livres		576,75 F
Déplacements	1 310,00 F	3 828,00 F
Frais bancaires	6,00 F	5,50 F
Journée Régionale 96 (repas, intervenants)	5 901,60 F	2 810,70 F
Séminaire de Rentrée		7 816,00 F
frais d'organisation de l'AG	391,35 F	307,80 F
Matériel pour l'exposition	1 050,31 F	292,00 F
Affranchissement Petit Vert	1 443,76 F	1 265,20 F
Impression Petit Vert	4 425,00 F	4 085,32 F
Secrétariat, frais postaux	2 508,98 F	1 337,39 F
Cotisation CCSTI, Grand Sauvoy	200,00 F	100,00 F
Achat de brochures	5 375,90 F	
Total	22 911,82 F	22 712,91 F
Solde de l'exercice -	1 791,91 F	- 3 637,59 F
Etat : Actif et Passif au 15 décembre 96		
Compte courant	1 842,34 F	1 734,81 F
Livret A	34 513,95 F	37 237,04 F
Caisse	1 392,05 F	568,40 F
Brochures (estimation)	17 332,00 F	10 905,00 F
Total	55 080,34 F	50 445,25 F

Commentaires : les brochures ...

Le bilan négatif de -1791,91F est trompeur, car il ne tient pas compte des brochures. Tous les ans, l'APMEP nationale reverse une partie des cotisations à chaque régionale, en partie sous la forme de brochures et en partie par un versement bancaire (les 6248 F ci-dessus). Si la régionale souhaite vendre davantage de brochures, elle en commande au national (les 5375,90 F ci-dessus). Pour dresser un bilan sérieux de l'exercice de l'année, il faut donc estimer le stock de brochures. Cependant cette estimation n'est pas sûre, car certaines brochures ne se vendront peut-être plus...
L'augmentation du poste "Secrétariat frais postaux" est également liée au dynamisme de la vente des brochures, elle-même en augmentation.

Pol Le Gall

LU/VU

Généralement, c'est au mois de décembre que les revues présentent les livres ou disques, qu'il conviendra d'offrir à Noël. Ici, on attend que les fêtes soient passées ‑ et même largement dépassées ‑ pour le faire. Et pourquoi le lièvre de Pâques ne ferait-il pas lui aussi quelques cadeaux « intellectuels » ?
Au menu de ce mois, trois livres et un cédérom (c'est paraît-il ainsi qu'on écrit en français, CD-ROM étant de l'anglais !).

Math au long cours. Séquences pédagogiques. Collection 'Fenêtre active'. Coédition C.R.D.P. et I.R.E.M. de Lorraine. 156 pages, format 15x21. 1996. Prix 85 F disquette incluse.
Deux séquences pédagogiques, du niveau de la classe de seconde, constituent l'ossature de cet ouvrage.
La première, sur le thème des fonctions, est organisées en 10 activités ; elle vise à ce que l'élève atteigne les trois objectifs suivants :

utiliser les fonctions pour résoudre un problème.
reconnaître une situation fonctionnelle.
reconnaître et exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité, croissance, etc.)

La seconde séquence, sur le thème des transformations, est elle aussi organisée en 10 activités, dont 7 de 'découverte' de ces transformations. Ses objectifs sont les suivants :

utiliser la [****] pour résoudre un problème.
connaître et utiliser la définition de la [****]
construire l'image d'un point, d'une droite, d'un cercle, par une [****] donnée
reconnaître et caractériser une [****].
En remplaçant [****] successivement par homothétie, translation, rotation, symétrie orthogonale.

Ces séquences ont été conçues par les enseignants du groupe de travail « Modules » de l'I.R.E.M. et du groupe de travail « C.R.I.P.-Maths » de la M.A.F.P.E.N.
Elles sont précédées par un vaste panorama présentant les diverses utilisations de l'outil informatique dans ces séquences : informatique au service de l'atteinte de buts variés, informatique au service de la gestion de la différenciation, informatique au service des apprentissages individuels de l'élève ; et ce à divers moments de l'activité : approche d'un concept nouveau, synthèse de travaux de groupes, recherche d'un problème ou d'une démonstration, évaluation du travail, 'répétition' pour renforcer un

automatisme...

Cet ouvrage constitue un outil directement utilisable par les enseignants, qui n'auront même pas besoin de reprogrammer les exercices : une disquette est jointe (pour P.C.), avec les fichiers sous 'CALQUE2', 'LE GÉOMÈTRE', 'GRAPHE' ET 'GÉOPLAN'.

Les poulets de Minsk et 99 autres épouvantables casse-tête de la grande tradition russe, de YURI CHERNYAK et ROBERT ROSE, 196 pages, format 13x21, Éditions MASSON, 1996. 89 Francs
La préface nous met en garde. Voici ce qui risque de nous arriver si nous nous plongeons dans cet ouvrage : *« Vous deviendrez asocial, vous ne donnerez plus de rendez-vous, vous ne prendrez plus de douches, vous ne dormirez plus. Ou si vous dormez et vous lavez encore, ces problèmes vous donneront des cauchemars, et vous hanteront jusque sous la douche ».*
Heureusement, les auteurs nous ménagent, et commencent par deux chapitres d'échauffement, destinés à nous aiguiser l'appétit. Voici l'un de ces tout premiers exercices.

BORIS ET MARINA CHEZ LE BOULANGER.

> Boris et Marina aimeraient bien s'offrir des glaces. Malheureusement il manque 24 kopecks à Boris, et 2 kopecks à Marina. Ils décident de mettre leur argent en commun, et de s'offrir une glace pour deux. Mais là encore, ils constatent qu'ils n'ont toujours pas assez d'argent. Combien coûte une glace ?

Les problèmes sont choisis dans le domaine de la logique, du calcul, de la géométrie (très peu), de la mécanique et de la cinématique, de la cosmographie, etc. Pour vous donner un autre exemple, il y a les tortues de Macha, que nous vous proposons dans la rubrique problème.
Heureusement pour notre bon équilibre mental, les auteurs donnent quelques indications (que l'on n'est pas obligé de lire) à la suite de chaque énoncé. Et on peut toujours tricher en allant lire les solutions à la fin du livre...

Des mathématiciens de A à Z, de BERTRAND HAUCHECORNE et DANIEL SURATTEAU, 384 pages, format 18x26, Editions Ellipses, 1996.
Les auteurs, enseignants en classes préparatoires, nous présentent là plus de 600 biographies de mathématiciens de tous les pays et de toutes les époques. Avec quelques éléments de la vies des hommes, mais aussi la présentation de quelques unes de leurs découvertes les plus importantes, et les formules ou théorèmes qui leur restent attachés (« Formule de Stokes », « Théorème de d'Alembert », « Droite et cercle d'Euler », « Axiome de Pasch », etc.).
Les plus connus, comme Gauss, Euclide, Riemann, Descartes ont droit à

plusieurs pages.
D'autres n'ont droit qu'à quelques lignes... En voici deux (de A, un ancien, à Z, un récent) :

ANAXAGORE DE CLAZOMÈNE

Clazomène, environ 500av. J. C. - Lampasque, 428 av. J. C.

Philosophe, mathématicien et astronome grec, ANAXAGORE résout aussi des problèmes de mathématiques. Il prétend que le soleil est une pierre incandescente plus grande que le Péloponèse, ce qui lui vaut la prison. Il est libéré grâce à son ami PÉRICLÈS, et quitte Athènes à tout jamais. Il profite de sa captivité pour chercher à résoudre la quadrature du cercle. Il est le premier à expliquer les éclipses et à comprendre que la lumière lunaire n'est que le reflet de celle du soleil.

ZORN, Max Auguste

Né en 1906.

Le mathématicien américain Max ZORN, professeur à l'Université de Yale, reste célèbre pour un énoncé équivalent à l'axiome du choix, d'utilisation très commode, qu'il donne en 1934.
Lemme de Zorn :
Tout ensemble ordonné, dans lequel toute partie non vide et totalement ordonnée est majorée, possède au moins un élément maximal.

DESCARTES, construire la connaissance. CD-ROM pour PC multimédia, sous Microsoft Windows 3.10 (Windows 95 recommandé), processeur 486DX2 (Pentium recommandé), 8 ko mémoire vive, lecteur C.D. vitesse double (quadruple recommandé). Éditions COSEI, B.P. 361, 17413-SAINT JEAN D'ANGELY. 299 Francs.
Ce cédérom était présenté aux Journées Nationales d'ALBI. Réalisé par une équipe pluridisciplinaire de huit enseignants et universitaires, il présente la vie et les oeuvres de René DESCARTES (1596-1650), et les domaines où s'est développée sa pensée : mathématiques, métaphysique, physique, morale et médecine.
Le texte et l'iconographie sont de très bonne qualité, des situations interactives permettent de bien comprendre, des animations permettent de visualiser les lois du mouvement ou la construction des courbes mathématiques, un commentaire sonore complète l'image... le tout d'une manipulation très facile.
J'y ai tout particulièrement apprécié, dans le domaine mathématique, la présentation des notations algébriques de l'époque (notations de Xylander, de

Viète, de Stévin, etc.).

Par ailleurs, en surveillant un devoir «sur table» avec un collègue, j'ai eu le plaisir de relire un livre que ce dernier avait apporté. Il s'agit de **EINSTEIN pour débutants**, de Joseph SCHWARZ et Michaël MAC GUINESS, publié en 1980 chez MASPÉRO. Le livre est ancien, et probablement introuvable maintenant.
Abondamment illustré (en austère noir et blanc), il entremêle trois récits :
les difficultés de la vie d'Einstein ;
le grand récit de la science physique, de la mécanique Newtonienne à Faraday, Maxwell, Hertz ;
la théorie de la relativité.
J'y ai noté une question, une des premières que s'est posé Albert Einstein encore étudiant : « Que se passerait-il si j'accompagnais une onde lumineuse à la vitesse de la lumière ? Si je tenais un miroir, la lumière de mon visage ne pourrait pas rattraper le miroir et s'y refléter... ».
Si vous le retrouvez dans votre grenier, et si vos enfants sont curieux dans le domaine scientifique, n'hésitez pas : prêtez-le leur !

Recension :

RAPPEL

ASSEMBLÉE GÉNERALE DE LA RÉGIONALE

Mercredi 17 mars à 17 heures
(à l'issue de la Journée régionale des mathématiques)
dans le grand amphithéâtre du C.R.D.P. de Nancy

Au cous de cette assemblée générale :
Renouvellement du Comité de la Régionale, élection du Bureau.

COLLÈGE

nouveaux programmes...

nouveaux contenus...

... l'a.p.m.e.p. y a réfléchi

En ces temps d'échanges concernant de nouveaux programmes en cinquième et en quatrième, la Régionale a fait un tirage des textes préparés par le Groupe A.P.M.E.P. de Réflexion et de Propositions sur les Programmes de Collège (G.R.P.P.C.).

Ces textes, discutés, amendés et votés par le Comité National de l'A.P.M.E.P. ont paru dans les bulletins nationaux entre 1992 et 1995 :

- connaissance des nombres et calculs numériques (juin 1992) ;
- constructions géométriques (juin 1993) ;
- calcul littéral (juin 1994) ;
- longueur, aire et volume (juin 1995).

Vous y trouverez le point de vue de l'A.P.M.E.P. sur des notions pour lesquelles l'enseignant aimerait bien comprendre les difficultés rencontrées par ses élèves.

Vous qui n'étiez pas encore adhérent en 1992, qui avez égaré vos anciens bulletins, ou qui voulez avoir facilement ces quatre textes à votre disposition, n'hésitez pas à vous les procurer :

- à l'I.R.E.M. (au prix coûtant de 7,50 F) ;
- en écrivant à François DROUIN, 2 allée du Cerisier, 55300 CHAUVONCOURT, au prix de 7,50 F le fascicule (plus 8 F de port pour un ou deux exemplaires). Paiement en timbres-poste ou par chèque à l'ordre de l'A.P.M.E.P.-LORRAINE.

PETIT VERT N°49. MARS 1997

Casse-tête

Le nom de Jeny Slokoum est, peut-être, bien connu des amateurs de casse-tête : il est l'inventeur et le collectionneur californien de casse-tête auquel Martin Gardner consacra un chapitre dans un de ses livres de vulgarisation.
En 1986, Slokoum, avec l'inventeur de casse-tête danois Djeki Botermann, publia un livre sur sa collection, probablement la plus importante au monde : « Casse-tête anciens et nouveaux ». Dans ce livre richement illustré étaient présentés des casse-tête "mécaniques", c'est à dire « des objets se composant d'une ou plusieurs pièces, qu'il convient de transposer dans l'état indiqué par le moyen de manipulations manuelles, en utilisant logique, intuition, réussite et habileté ».

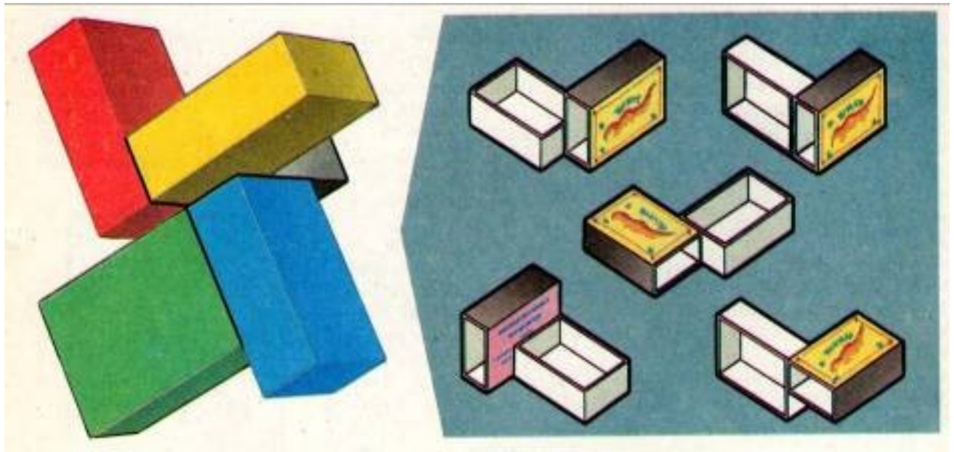
Faites connaissance avec un des casse-tête de ce livre, attirant en raison du fait qu'il est facile de le construire, mais difficile de le résoudre.
Pour le préparer, il vous faut de la bonne colle et cinq boites d'allumettes identiques, dont les dimensions sont dans les rapports 3/2/1 (on peut trouver de telles boites, bien qu'elles se distinguent des boites standard les plus répandues chez nous [*en Russie, N.d.T.*]).
Collez ces boites pour obtenir les cinq configurations que l'on montre sur le dessin de la page suivante.

Et maintenant, le problème : fermez toutes les boites !

Comme l'écrivent les auteurs du livre, on connaît trois solutions différentes. Vous pouvez voir page suivante la "vue extérieure" de l'une d'entre elles. Le secret de ce regroupement sera dévoilé dans le prochain numéro de la revue.

<u>Note du traducteur</u> :
Ce texte est extrait de la revue de vulgarisation scientifique « QUANT » (ISSN 0130-2221), numéro de février 1989. Et, bien entendu, je n'ai pas le numéro suivant où il y avait cette solution…
Traduction approximative sans garantie !

Casse-tête (suite)



RENOUVELLEMENT DU COMITÉ DE LA RÉGIONALE

Le 19 mars, lors de l'Assemblée Générale de la Régionale, nous renouvellerons le Comité. Tout adhérent de la Régionale peut être candidat.

Pourquoi pas vous ?

A quoi s'engage un membre du Comité ?

- à participer à environ 5 réunions par an ;
- à apporter ses idées sur les activités de la Régionales ou ses prises de position ;
- s'il en a le goût et le temps, à prendre d'autres responsabilités (impulser des actions, faire écrire des articles pour le Petit Vert, etc.).

Au cas où vous seriez candidat mais dans l'impossibilité de venir le 19 mars à Nancy, veuillez faire savoir assez tôt à François DROUIN, président, que vous êtes candidat : par téléphone au 03.29.89.06.81 ou, mieux, par courrier : 2 allée du Cerisier, 55300 CHAUVONCOURT.

PETIT VERT N°49. MARS 1997

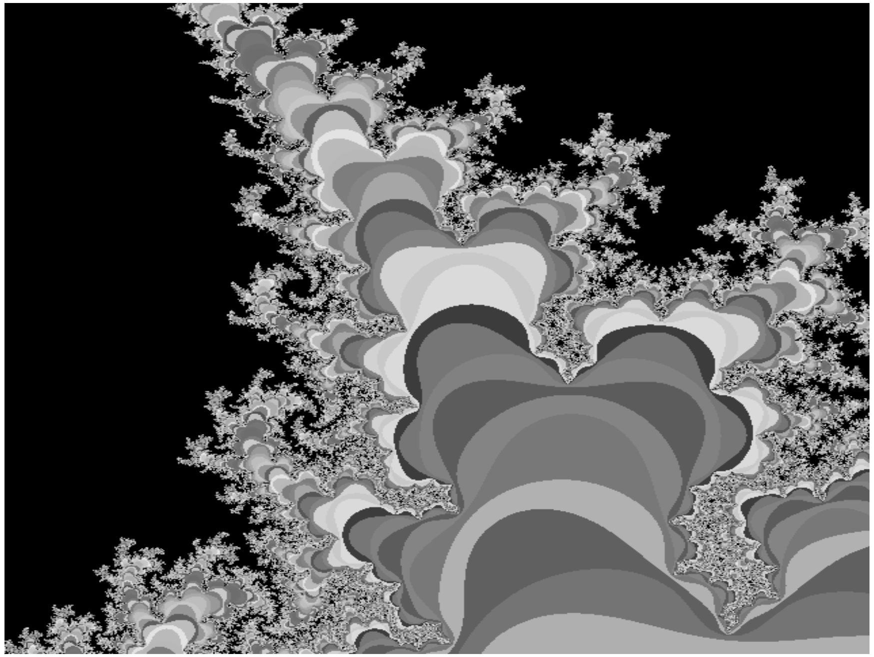
ÉLECTIONS AU COMITÉ NATIONAL

Lors de sa réunion du 18 décembre 1996, le Comité régional a apporté son soutien à quatre candidatures pour le Comité national. Les candidats sont :

Marie-José BALIVIERA
Roger CARDOT
Farida CHAIBAI
Jacques VERDIER

Le Comité vous demande donc de voter pour eux (c'est-à-dire de ne pas rayer leurs noms de la liste car, cette année, il y a plus de candidats que de postes).

MERCI



Note de la rédaction : les pages 15 à 18 comprenaient un bon de commande de brochures, que nous ne reproduisons pas ici.

PREUVE, PAR DÉCOUPAGE, QUE 8x13 = 5x21 !!!

Le rédacteur en chef a reçu, début décembre 1996, un courrier d'André VIRICEL, au sujet des tentatives de preuves « par découpage », telles celles qui sont utilisées pour le théorème de PYTHAGORE.
La simple observation de la figure ne suffit pas à apporter cette preuve : elle ne peut qu'apporter une « intime conviction » ; encore faut-il que les élèves de collège puissent faire la différence...

Un exemple très connu nous est apporté par la suite de FIBONACCI, qui permet d'écrire une infinité d'erreurs du type de celle qui est en titre :

1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	.....

où il est évident (!!!), sur la figure ci-contre, que 8x13 = 5x21.
La suivante sera 8x34 = 13x21, puis 13x55 = 21x34, etc.

On constate qu'il y a toujours une unité d'écart. Mais cet écart est alternativement en plus ou en moins ; c'est à dire que, sur la figure, il y a alternativement soit une unité de «vide» dans le rectangle dessiné, soit une unité de «recouvrement».

Nous allons apporter la preuve par récurrence de ce résultat.
Considérons quatre termes consécutifs d'une suite de FIBONACCI :

a	b	a+b	a+2b

Le produit des termes extrêmes est $P_1 = a(a+2b) = a^2+2ab$
Le produit des termes moyens est $P_2 = b(a+b) = b^2+ab$
Et $P_1 - P_2 = a^2 - b^2 + ab$.

Faisons l'hypothèse de récurrence que $P_1 - P_2 = a^2 - b^2 + ab = 1$ (ce qui est vrai pour les quatre premiers termes de la suite de FIBONACCI donnée plus haut).

A l'étape suivante, nous aurons :

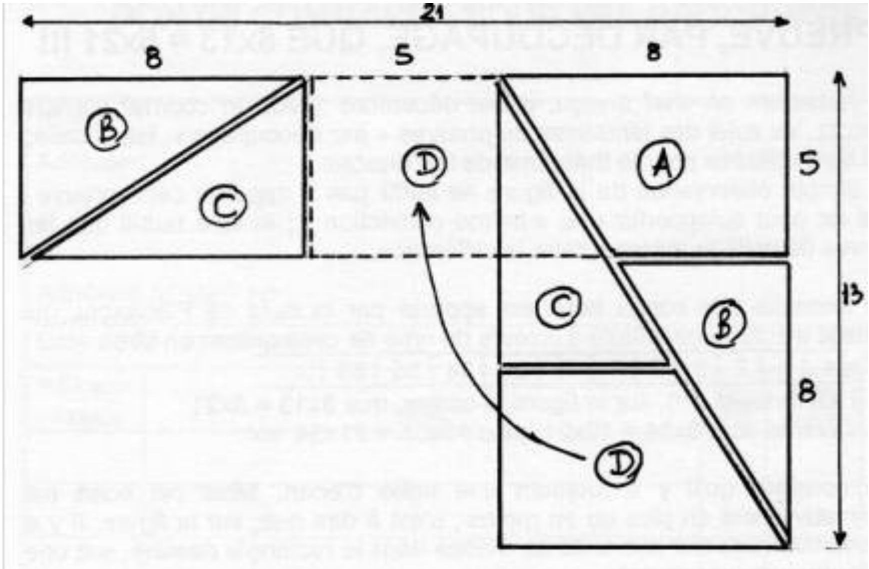
b	a+b	a+2b	2a+3b

et $P_1 = b(2a+3b) = 3b^2+2ab$ et $P_2 = (a+b)(a+2b) = a^2+2b^2+3ab$.
D'où $P_1 - P_2 = b^2 - a^2 - ab = \mathbf{-1}$.
A l'étape suivante, nous aurons :

a+b	a+2b	2a+3b	3a+5b

et $P_1 = (a+b)(3a+5b) = 3a^2+5b^2+8ab$ et $P_2 = (a+2b)(2a+3b) = 2a^2+6b^2+7ab$
D'où $P_1 - P_2 = a^2 - b^2 + ab = \mathbf{+1}$.

Et le résultat évoqué ci-dessus est bien démontré.



CRIP MATHÉMATIQUES

**Le C.R.I.P. Mathématiques est un des groupes du C.R.I.P.
(Centre de Recherche en Informatique Pédagogique)**

Objectifs généraux du C.R.I.P.

Les missions du C.R.I.P sont articulées autour de deux pôles :
- un pôle Recherche
- un pôle Diffusion

Le pôle Recherche est celui qui permet au C.R.I.P. d'envisager l'informatique sous l'angle de la pertinence pédagogique et non pas sous l'angle de la performance technologique.
Il doit prendre en compte les évolutions pédagogiques, les évolutions technologiques, les orientations officielles, la réalité du terrain.
Le pôle Diffusion permet au C.R.I.P. de mettre à la disposition des enseignants les résultats de ses recherches. Jusqu'à présent cette diffusion s'est réalisée dans trois directions principales :
- la formation dans le cadre du C.F.I.A.P., de la MAFPEN, de l'IUFM,
- l'animation de journées dans les établissements,
- la publication par l'intermédiaire de la collection Fenêtre Active (CRDP de Nancy-Metz).

On ajoutera une diffusion plus informelle (participations et interventions, dans des universités d'été, dans des stages du PNF, publications d'articles dans des revues pédagogiques, disciplinaires , informatiques, etc.)

Principes généraux du C.R.I.P.

Le C.R.I.P. est constitué d'équipes disciplinaires (éducation musicale, éducation physique, histoire-géographie, langues, lettres, mathématiques, philosophie, sciences économiques et sociales, sciences physiques, sciences de la vie et de la terre) ou transdisciplinaires (mutimédia, coordination) regroupées autour d'un projet soumis à un conseil scientifique. Ces équipes :
- adhèrent aux objectifs généraux,
- échangent entre elles afin de se construire un référent commun,
- collaborent dans la mesure du possible avec des universitaires,
- ont le souci de la cohérence globale.

Le C.R.I.P. Mathématiques

Travaux en cours

L'année 95-96 a vu la création de deux sous-groupes avec des objectifs distincts : le sous groupe collège a poursuivi les recherches sur l'apprentissage du raisonnement de la quatrième à la seconde, ceci en lien avec l'expérimentation du logiciel CHYPRE prévue dans la collaboration C.R.I.P.-C.R.I.N. (Université) ; le sous groupe lycée a initialisé une recherche sur l'intégration pertinente des outils de calcul formel au lycée. Le groupe collège est en veille cette année (congé formation), et le groupe lycée poursuit ses investigations sur les utilisations du logiciel DÉRIVE® au lycée.

Formations type I et II

Le C.R.I.P. Mathématiques propose des formations au PAF dans la rubrique mathématiques, intervient à l'I.U.F.M., réalise des animations en établissement dans le cadre de la formation du C.F.I.A.P., est sollicité pour des ateliers aux journées de la régionale A.P.M.E.P., et répond aussi aux demandes de type II concernant l'utilisation de l'ordinateur dans le cours de mathématiques.

Publications récentes

« Math au long cours » : copublication **MAFPEN-IREM** en 1996 dans la collection **« Fenêtre Active »** du **CRDP** : cet ouvrage, fruit de la collaboration entre le C.R.I.P. et un groupe IREM, présente un panorama et deux séquences pédagogiques qui illustrent et expliquent des usages de l'ordinateur en mathématiques. Ces séquences pensées pour la classe de seconde (fonctions, transformations...) établissent également un pont entre les programmes de 3ème et de première terminale.

« Math en perspectives » : publication **MAFPEN** en 1994 dans la collection **« Fenêtre Active »** : Perspective... comme mode de représentation en géométrie dans l'espace : le parallélépipède (6ème) fait l'objet de la première séquence. Perspective... comme possibilité d'exploitation de traitements en gestion de données (5ème) et en statistiques (3ème). Trois thèmes essentiels pour lesquels les enseignants de collège manquent souvent d'informations et de matériau directement exploitable.

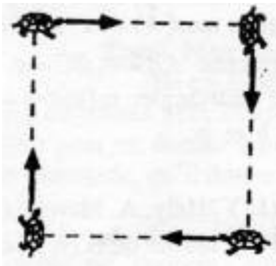
« Problèmes concrets » : copublication **MAFPEN-IREM** en 1991dans la collection **« Fenêtre Active »** : les auteurs proposent des activités à mettre en oeuvre dans les classes de 6ème, 5ème, SES, pour repérer les difficultés des élèves et y apporter des réponses en ce qui concerne la lecture d'énoncé, le choix des opérations, l'estimation d'un résultat vraisemblable, la rédaction de la réponse au problème...

G. LEUVREY coordinateur du C.R.I.P. Mathématiques
C.F.I.A.P. I.U.T. Informatique 2 ter Bd Charlemagne
54000 NANCY

Problème du trimestre n°49
Extrait de l'ouvrage « Les poulets de Minsk »

Les tortues mathématiques de Macha

Macha a dressé ses quatre tortues de sorte qu'elle se suivent toujours l'une l'autre. Elle les place aux quatre sommets d'un carré, comme le montre la figure, chaque tortue ayant en point de mire le flanc droit de sa voisine. Les quatre tortues progressent à la même vitesse v. Au bout de combien de temps les tortues se rejoignent-elles ? Quelle est leur trajectoire ?



Solution du problème n°48
Extrait de l'ouvrage de Polya
« Comment poser et résoudre un problème»

Rappel de l'énoncé : construire un triangle connaissant la valeur α de l'angle A, la hauteur h issue de A et le périmètre p.

Ce trimestre, les collègues ont été relativement nombreux à envoyer des solutions. Il s'agit de Danielle BLUM (57, Metz), Geneviève D'ANDREA (57, Thionville), Jean-Yves HELY (35, Rennes), Pol LE GALL (57, Courcelles-Chaussy), Bruno LOVAT (57, Metz), Alain MERCIER (57, Saint-Julien-lèsMetz), Claude PAGANO (83, La Seyne sur Mer) et Jacques VERDIER (54, Tomblaine). Certains d'entre eux, on le verra ci-après, ont proposé plusieurs solutions.

Quant à Mme BLUM, elle a profité de l'occasion pour faire travailler sa classe de troisième sur ce problème, en donnant aux paramètres des valeurs numériques. Nous publions la solution "collégiale" de cette classe dans le prochain numéro du Petit Vert.

Les solutions reçues ressortissent à 5 types, comme on le verra ci-après. Nous

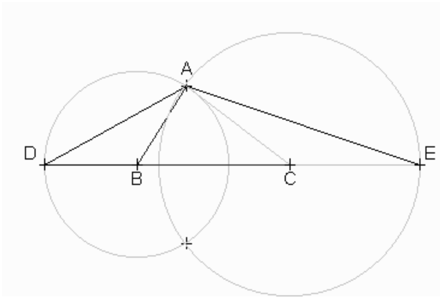
utiliserons les notations suivantes :

Soit le triangle ABC, de hauteur [AH].

- mesure des angles : mes(A) = α, mes(B) = β, mes(C) = γ, , .
- mesures de segments: AB = c, BC = a, AC = b, AH = h
- demi-périmètre du triangle : p (soit $a + b + c = 2p$).

Les données sont α, h et p.

1. Un rabattement (J.-Y. Hély, A. Mercier, J. Verdier)



Analyse :

Rabattons le sommet A sur (BC), autour de B en D et autour de C en E.

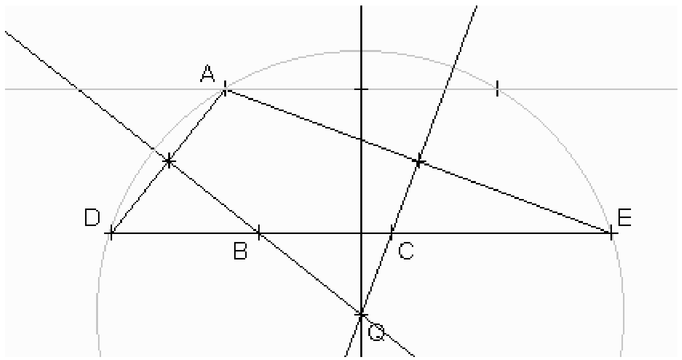
On a alors : DE = DB + BC + CE = 2p et l'égalité d'angles :

$$\mathrm{DAE} = \mathrm{DAB} + \mathrm{BAC} + \mathrm{CAE} = \frac{\beta}{2} + \alpha + \frac{\gamma}{2}.$$

Compte tenu du fait que la somme des trois angles du triangle ABC vaut π, on a finalement $\mathrm{DAE} = \dfrac{\alpha+\pi}{2}$. Donc D appartient à l'arc capable d'angle $\dfrac{\alpha+\pi}{2}$ relativement à la corde DE.

D'où la construction :

On construit le segment [DE] de longueur 2p, la médiatrice Δ de ce segment et on prend le point Q sur cette médiatrice, tel que l'angle EDQ mesure $\dfrac{\mathrm{A}}{2}$.



On trace le cercle de centre Q passant par D et E. L'arc capable cherché est l'arc sous-tendu par le segment [DE] et situé de l'autre côté de (DE) par rapport à Q. En effet, pour tout point M de cet arc on a bien : $\mathrm{DME} = \dfrac{1}{2}(2\pi - \mathrm{DQE}) = \pi - \mathrm{DQS}$ soit $\mathrm{DME} = \pi - \left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{\alpha+\pi}{2}$

.
Comme d'autre part AH = h, le point A se trouve sur une parallèle à la droite (DE) située à la distance h de celle-ci (il y a éventuellement deux solutions). Ayant A, on obtient B et C comme intersections respectives de (DE) avec les médiatrices des segments [AD] et [AE].

Discussion :
Le point A existe si et seulement si la parallèle à (DE) coupe l'arc de cercle, c'est-à-dire si h ≤ OS.

Or

$$\mathrm{OS} = \mathrm{QS} - \mathrm{QO} = \frac{\mathrm{DO}}{\cos\frac{\alpha}{2}} - \mathrm{DO}\times\tan\frac{\alpha}{2} = \mathrm{p}\left(\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{2}} - \tan\frac{\alpha}{2}\right) = \mathrm{p}\times\frac{1-\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

D'où finalement la condition : $\boxed{\mathrm{h}.\cos\frac{\alpha}{2} \le \mathrm{p}\left(-1\sin\frac{\alpha}{2}\right)}$.

2. Cercle exinscrit (J.-Y. Hély, A. Mercier, C. Pagano, J. Verdier)
Analyse :
Soit ω le centre du cercle Γ, exinscrit au triangle ABC dans l'angle A.
On a BI = BJ, CJ = CK, donc :
AI + AK =
AB + BI + CK + CA = AB + BJ + JC + CA=
a + b + c = 2p.
Mais comme AI = AK, il vient AI = AK = p.

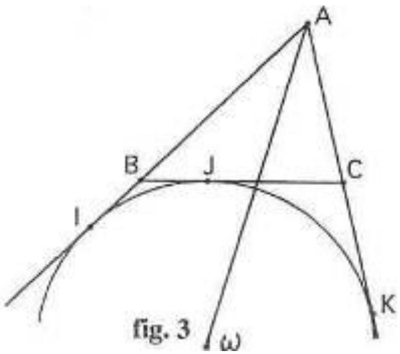
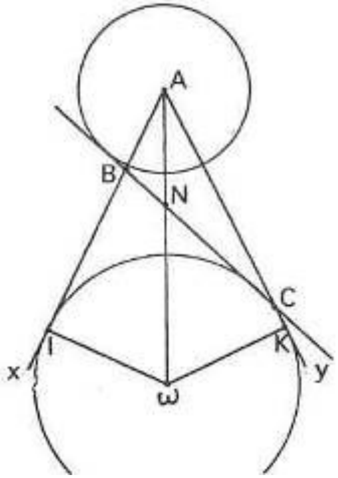


fig. 3

Construction :
On construit les demi-droites [Ax) et [Ay) telles que $\mathrm{xAy} = \alpha$, puis sur [Ax) (resp. sur [Ay)) le point I (resp. le point K) tels que AI = AK = p.
Ceci permet de construire le point ω et le cercle Γ. Il reste alors à construire (BC).
Comme on a AH = h, la droite (BC) est tangente commune intérieure à Γ et au cercle de centre A et de rayon h.
Pour la construire, il suffit de remarquer qu'elle passe par le centre d'homothétie « négatif » N des deux cercles, et l'on obtient N à partir de deux diamètres parallèles (construction classique).

Discussion :



Cette construction n'est possible que si les deux cercles sont extérieurs, c'est-à-dire si ωA ≥ h + ωI.

$$\omega\mathrm{A} = \frac{\mathrm{AI}}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\mathrm{p}}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

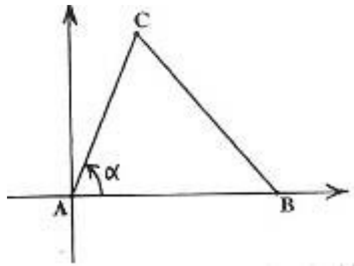
Or

$$\omega\mathrm{I} = \mathrm{AI}\times\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \mathrm{p}\times\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

et .

$$\frac{\mathrm{p}}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \ge \mathrm{h} + \mathrm{p}\times\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

D'où la condition qui n'est autre que celle trouvée au 1°.



3. Géométrie analytique (B. Lovat)
Analyse :
Considérons le repère orthonormal d'origine A, tel que B soit sur l'axe des abscisses et ait une abscisse positive, et que C soit dans le demi-plan supérieur. On a alors A*(0 ; 0)*, B*(c ; 0)* et C*(b.*cos*α ; b.*sin*α)*.
La droite (BC) a pour équation $b.\sin\alpha.(x-c)-(b.\cos\alpha-c).y=0$.

Elle est tangente au cercle de centre A et de rayon h.

On cherche un autre cercle auquel cette droite est tangente (enveloppe), ce qui permettra de construire (BC) comme tangente commune à ces deux cercles.

On a, dans le triangle ABC, $a^2 = b^2 + c^2 - b.c.\cos\alpha$, d'où :

$2p = \sqrt{b^2+c^2-b.c.\cos\alpha} + b + c$ ce qui conduit à $b = \dfrac{2p(p-c)}{2p-c(1+\cos\alpha)}$.

En reportant cette valeur dans l'équation de (BC), on obtient :

$$2p(c-p)\left[(x-c)\sin\alpha - y.\cos\alpha\right] + cy\left[c(1+\cos\alpha)-2p\right] = 0$$

Il s'agit là d'une équation du second degré en c, qui peut s'écrire :

$$\left[y(1+\cos\alpha)-2p.\sin\alpha\right]c^2 + 2p\left[(x+p)\sin\alpha - y(1+\cos\alpha)\right]c + 2p^2(y.\cos\alpha - x.\sin\alpha) = 0$$

.
La droite (BC) est tangente à un cercle si et seulement si cette équation admet une solution double, c'est-à-dire si son discriminant est nul. Soit (après division par p^2) :

$$\left[(x+p)\sin\alpha - y(1+\cos\alpha)\right]^2 - 2\left[y(1+\cos\alpha) - 2p.\sin\alpha\right]\left(y.\cos\alpha - x.\sin\alpha\right) = 0 .$$

Ceci s'écrit encore :

$$(x^2+y^2)\sin^2\alpha - 2px.\sin^2\alpha - 2py.\sin\alpha(1-\cos\alpha) + p^2.\sin^2\alpha = 0 .$$

Ceci s'écrit enfin : $(x-p)^2 + \left(y - \dfrac{p(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}\right)^2 = \left(\dfrac{p(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}\right)^2$.

En remarquant que $\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \tan\dfrac{\alpha}{2}$, on obtient :

$(x-p)^2 + \left(y - p.\tan\dfrac{\alpha}{2}\right)^2 = \left(p.\tan\dfrac{\alpha}{2}\right)^2$, qui n'est autre que l'équation du cercle de centre $\omega\left(p\,;\,p.\tan\dfrac{\alpha}{2}\right)$ et de rayon $R = p.\tan\dfrac{\alpha}{2}$.

On remarque que ω appartient à la bissectrice intérieure de l'angle A (car $y = 0$ donne la solution double $x = p$) : ce cercle n'est donc autre que le cercle exinscrit au triangle ABC dans l'angle A.

On est alors ramené à la construction de la solution 2.

4. Relations métriques (I) (G. d'Andréa, A. Mercier)

<u>*Analyse*</u> :

On remarque que le problème se ramène essentiellement à la construction des points B et C (cf. solution 2) ; pour cela, on va exprimer a en fonction des données.

On a $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\alpha = (b+c)^2 - 2bc(1+\cos\alpha)$.

Mais on a aussi $b + c = 2p - a$ et $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$, d'où $bc = \dfrac{ah}{\sin\alpha}$.

Reportons ces valeurs dans l'équation ci-dessus :

$$a^2 = (2p-a)^2 - 2ah\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = (2p-a)^2 - 2ah.\cot\frac{\alpha}{2} .$$

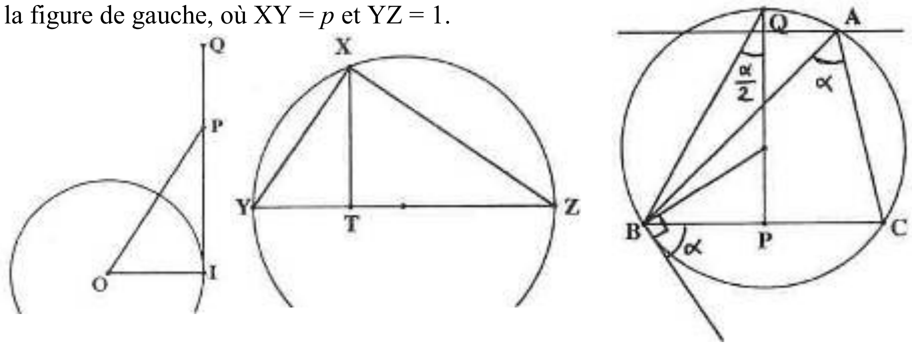
On en tire alors $a = \dfrac{p^2}{p + \dfrac{h}{2}\times\cot\dfrac{\alpha}{2}}$.

Et, en posant $l = p + \dfrac{h}{2}\times\cot\dfrac{\alpha}{2}$, il vient finalement $al = p^2$.

<u>*Construction*</u> :

On construit d'abord un segment de longueur l, ce qui ne représente aucune difficulté (voir figure ci-contre, à droite), dans laquelle le cercle a pour rayon $\dfrac{h}{2}$, l'angle $\widehat{POI}$ a pour mesure $\dfrac{\pi-\alpha}{2}$ et PQ = p.

Puis un segment de longueur α, comme par exemple sur la figure de gauche, où XY = p et YZ = 1.



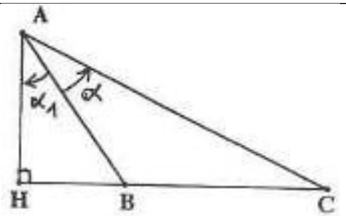
On construit alors un segment [BC] de longueur a, puis un arc capable de α sous-tendu par [BC] et enfin la parallèle à (BC) à la distance h située du même côté de (BC) que l'arc capable.

Cette droite coupe l'arc capable en A (figure ci-contre).

<u>*Discussion :*</u>

Le point A existe si et seulement si on a $h \le PQ = \dfrac{a}{2}\cot\dfrac{\alpha}{2}$; ce qui, en exprimant a en fonction des données, conduit à $h^2 + 2ph.\tan\dfrac{\alpha}{2} - p^2 \le 0$.

L'équation du second degré en h correspondante admet une solution négative $h\_$ et



$$h_+ = \frac{p\left(1-\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\frac{\alpha}{2}}$$

une solution positive .

L'inéquation ci-dessus équivaut donc à $h \le h_+$, condition identique à celle trouvée au 1°.

5. Relations métriques (II) (P. Le Gall)

Analyse : Orientons le plan de façon que la mesure principale de $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ soit positive, c'est-à-dire qu'on peut poser $\text{mes}\,(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \alpha$.

Soit H le pied de la hauteur issue de A. Posons $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AH}) = \alpha_1$. D'après les données, on pourra aisément construire le triangle dès qu'on connaîtra α_1 (voir ci-après).
Déterminons donc α_1 en fonction des données.
Sur (BC) orientée de B verc C on a, en posant $\alpha_2 = \alpha - \alpha_1$:

$\overline{BH} = h.\tan\alpha_1$, $\overline{HC} = h.\tan\alpha_2$, d'où $a = h(\tan\alpha_1 + \tan\alpha_2)$, $c = \dfrac{h}{\cos\alpha_1}$ et $b = \dfrac{h}{\cos\alpha_2}$ *(voir dernière figure de ce paragraphe)*.

D'où $$2p = a+b+c = h\left(\tan\alpha_1 + \tan\alpha_2 + \frac{1}{\cos\alpha_1} + \frac{1}{\cos\alpha_2}\right).$$

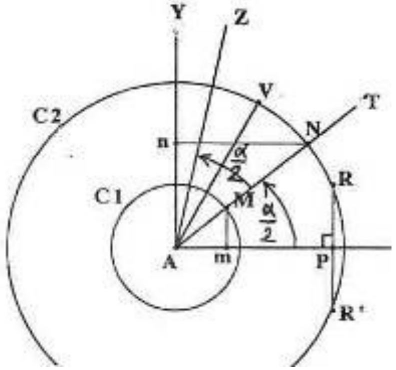
En remarquant que $\tan\theta + \dfrac{1}{\cos\theta} = \cot\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\theta}{2}\right)$, on obtient

$$2p = h\left[\cot\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha_1}{2}\right) + \cot\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha_2}{2}\right)\right]$$, la relation peut encore s'écrire :

$$2p.\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha_1}{2}\right).\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha_2}{2}\right) = h.\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\right) = h.\cos\frac{\alpha}{2}.$$

On a, en outre :

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha_1}{2}\right).\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha_2}{2}\right) = \frac{1}{2}\left[\cos\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2} - \cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\cos\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\right].$$



D'où, étant donné que $\alpha_1 - \alpha_2 = 2\alpha_1 - \alpha$:

$$\boxed{p.\cos\left(\alpha_1 - \frac{\alpha}{2}\right) = p.\sin\frac{\alpha}{2} + h.\cos\frac{\alpha}{2}}$$

Cette relation permet la construction.
Construction :
Soit un cercle trigonométrique de centre A, repéré par $(\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AY})$ et l'angle $(\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AZ})$ de mesure α .
On trace les cercles (C_1) et (C_2) de centre A et de rayons respectifs h et p (*voir figure*).

Le demi-droite [AT), telle que l'angle $(\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AT})$ ait pour mesure , coupe (C_1) et (C_2) respectivement en deix poins M et N.
Le point M se projette en m sur [AX), et le point N se projette en n sur [AY).
Spoit P le point de la demi-droite [mX) tel que AP = Am + An.

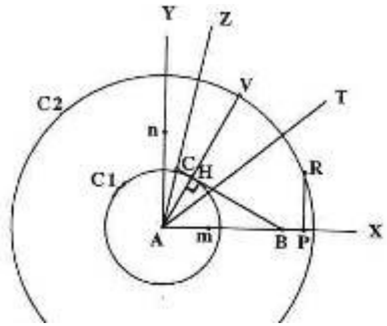
On a, par construction, $AP = p.\sin\dfrac{\alpha}{2} + h.\cos\dfrac{\alpha}{2}$.

La perpendiculaire élevée de P sur (AX) coupe (C_2) en deux points R et R', et on a :

$$\cos(\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AR}) = \cos(\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AR'}) = \cos\left(\alpha_1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

D'où $$\alpha_1 - \frac{\alpha}{2} = mes(\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AR}) = mes(\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AR'})$$

Finalement, $$\alpha_1 = mes\left((\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AT}) + (\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AR})\right) = mes\left((\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AT}) + (\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AR'})\right)$$



Ceci permet de construire la demi-droite [AV) telle que $(\overrightarrow{AX},\overrightarrow{AV})$ ait pour mesure α_1.
Il suffit (*voir figure*) de porter sur la demi-droite [AV) le point H tel que AH = h, et de tracer la perpendiculaire en H à (AH), qui coupe respectivement en B et C les demi-droites [AX) et [AZ).
Discussion :
Le point R existe si et seulement si P est

QUATRE NOUVEAUX OUVRAGES A LA BIBLIOTHÈQUE

Le Comité de Lecture, réuni le 12 février 1997, a choisi, parmi les mémoires des stagiaires I.U.F.M. de juin dernier, quatre brochures qu'il juge dignes de figurer dans notre bibliothèque régionale de prêt par correspondance. Notre fonds sera donc augmenté des quatre ouvrages succinctement décrits ci-dessous.
Pour les modalités d'emprunt, se reporter à notre précédent bulletin, page 16.

N° 34. Anne-Marie PARISOT-GENIN, **OUVERTURE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES SUR D'AUTRES MATIÈRES ET LA VIE SOCIALE.**
Ce professeur a très bien compris comment ses élèves de première S.T.L. réagissaient au mathématiques, et quelles étaient leur difficultés. A partir de là, elle nous propose quelques pistes dont pourra profiter tout enseignant de 1e S.T.L., 1e S.T.T. ou 1e E.S.

N°35. Jocelyn TOURNIER, **POUR UNE UTILISATION PÉDAGOGIQUE DE LA CALCULATRICE EN SECONDE**
De judicieuses activités, des comportements pour rendre les élèves intelligents. Un point de vue optimiste... mais, sans cela, comment continuer à enseigner ?

N° 36 Lionel LAMBOTTE. **LA DIVERSITÉ DES RYTHMES DE TRAVAIL LORS D'EXERCICES EN CLASSE,**
Au collège, l'hétérogénéité s'accroît et les enseignants s'inquiètent. Voici une bonne analyse des différentes réponses possibles à ce problème : cette étude devrait intéresser un très large public.

N° 37. VALÉRIE AYET-JACOBÉE, **LE RÉTROPROJECTEUR ET L'ENSEIGNEMENT.**
D'une grande lisibilité, ce travail est directement exploitable de manière pratique par les enseignants de collège. Si seulement tous les enseignants pouvaient montrer ainsi ce qu'ils font après avoir analysé pourquoi ils le font...

PETIT VERT N°49. MARS 1997

SOMMAIRE

LE PETIT VERT N° 49
(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

Directeur de la publication : Jacques VERDIER
N° CPPAP : 2 814 D 73 S. ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : 1997.
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), Boulevard des Aiguillettes, VANDOEUVRE
Ce numéro a été tiré à **550** exemplaires.

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 20 FRANCS (*)

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au "PETIT VERT"
Signature :

Joindre règlement à l'ordre de : APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)
(*) L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents l'A.P.M.E.P.