LE PETIT VERT

ISSN 0760–9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 45	MARS 1996	Abonnement 4 n^{os} par an : 30 F

Bilan de l’exercice du 1er janvier au 31 décembre 1995

	1995	*1994*	*94 et 95*
Recettes			
Cotisations (ristourne du national)	6 182.00 F	*7 590.00 F*	*13 772.00 F*
Abonnements Petit Vert	120.00 F	*270.00 F*	*390.00 F*
Intérêts livret A	1 783.32 F	*1 169.44 F*	*2 957.76 F*
Inscriptions séminaire de rentrée	5 190.00 F	-	*5 190.00 F*
Inscriptions Journée régionale	258.00 F	*2 666.00 F*	*2 924.00 F*
Vente de brochures	5 537.00 F	*3 122.00 F*	*8 659.00 F*
Subvention	-		*6 000.00 F*
Total des recettes	**19 075.32 F**	***20 817.44 F***	***39 892.76 F***
Dépenses			
Assurance	288.25 F	*283.60 F*	*571.85 F*
Achat de livres	576.75 F	-	*576.75 F*
Déplacements du Comité	3 728.00 F	*4 150.00 F*	*7 878.00 F*
Frais bancaires	5.50 F	*5.00 F*	*10.50 F*
Organisation du Rallye	-	*5 046.31 F*	*5 046.31 F*
Journée régionale	2 737.70 F	*125.00 F*	*2 862.70 F*
Séminaire de rentrée	7 816.00 F	-	*7 816.00 F*
Pot de l’A.G. 1994	307.80 F	-	*307.80 F*
Matériel pour l’exposition	292.00 F	-	*292.00 F*
Affranchissement Petit vert	1 265.20 F	*3 153.57 F*	*4 428.77 F*
Impression petit Vert	4 085.32 F	*4 583.45 F*	*8 668.77 F*
Secrétariat, fais postaux	1 337.39 F	*2 384.69 F*	*3 722.08 F*
Cotisation CCSTI	100.00 F	-	*100 F*
Total des dépenses	**22 539.91 F**	***19 731.62 F***	***42 271.53 F***
Solde de l’exercice	**- 3 464.59 F**	***1 085.82 F***	***- 2 378.77 F***

Commentaires

Les dépenses relatives à la journée régionale 1995 sont comptées dans l'exercice 1995, alors que les recettes correspondant aux inscriptions ont figuré dans l'exercice 94. Les résultats les plus significatifs sont donc obtenus en considérant les deux années.

Le bilan financier du séminaire de rentrée est négatif, le solde négatif correspond au déplacement des intervenants, venus de Rennes et de Troyes. Le prix de 180 demandé aux participants correspondait au coût de l'hébergement ; les déplacements des intervenants et leur hébergement étaient à la charge de la Régionale.

Les comptes de 1995 ne seront clos que te 31 décembre. Il y aura encore quelques dépenses: pot de l'AG, quelques déplacements, quelques timbres...

éditorial

En feuilletant les nouveaux programmes de sixième récemment remis à chaque enseignant de collège, j'ai pu y lire, dans les pages concernant l'enseignement de la musique : *Répartition spatiale et temporelle des événements sonores. Masses, lignes, horizontalité, verticalité, logique des rapports*.

Dans le livre de grammaire de sixième (RETZ) actuellement utilisé par les élèves de mon collège, le premier chapitre s'intitule "*revoyons les quatre opérations*". Ces quatre opérations sont *la substitution, le déplacement, addition et soustraction, la pronominalisation*.

Ayant en tête les préoccupations des concepteurs des programmes concernant la "maîtrise de la langue", l'enseignant transmet des connaissances dans une langue spécialisée entrant en concurrence avec d'autres langues spécialisées : par exemple *genre et nombre* en français, *chiffre et nombre* en mathématiques...

Pendant ce temps, la tête de l'élève bouillonne : "J'y comprends rien, M'sieur !!!"

D'autres exemples jailliront certainement le 27 mars, lors de notre journée régionale, en particulier pendant la conférence et les ateliers de la matinée.

Notre association montrera ce jour-là qu'elle sait rester proche des préoccupations des enseignants et qu'elle ne demande qu'à être renforcée pour être encore plus active.

François DROUIN

COMITÉ DE LA REGIONALE

(élu le 13/12/95)

Marie-José BALIVIERA , lycée Louis Geisler à RAON : responsable "Lycées Professionnels" (tél.29.41.16.07)

Michel BARDY [*] lycée Louis Lapicque à EPINAL : responsable "second cycle" (tél.29.34.02.10)

Michel BONN [*], IREM de Lorraine : responsable "Post-Bac" et "Formation des Maîtres" (tél.83.53.26.34)

Roger CARDOT, lycée Stanislas à VILLERS-LES-NANCY, trésorier adjoint chargé de la vente des brochures (tél.83.75.84.53)

Martine DECHOUX, collège Robert Schuman à HOMBOURG-HAUT : responsable "Premier cycle" (tél.87.91.22.51)

Pierre DORIDANT, lycée professionnel J.C. Pellerin à EPINAL (tél.29.82.41.04)

François DROUIN, collège Les Avrils à SAINT-MIHIEL : président (tél.29.89.06.81)

Jacqueline EURIAT, IUFM de Lorraine, site d'EPINAL : chargée de la bibliothèque régionale (tél.29.35.71.77)

Dominique GEGOUT, collège de La Haie Griselle à GERARDMER (tél.29.63.13.26)

Pol LE GALL [*], lycée Julie Daubié à ROMBAS : trésorier (tél.87.64.14.76)

Geneviève LEMERCIER, retraitée : secrétaire (tél.83.98.74.50)

Bernard PARZYSZ [*], IUFM Université de METZ (tél.87.75.19.26)

Christiane ROHMER, lycée Pierre et Marie Curie à NEUFCHATEAU : vice-présidente (tél.29.94.02.10)

Daniel VAGOST, IUT de METZ, dépt. STID : trésorier adjoint (tél.87.73.09.31)

Jacques VERDIER, lycée Arthur Varoquaux à TOMBLAINE : responsable "Petit Vert" (tél.83.20.94.72)

[*] membres du bureau national de l'APMEP

lettre à M. le Recteur

Voici la lettre que la Régionale Lorraine de l'A.P.E.M.P. a envoyée à Monsieur le Recteur de l'Académie au sujet du stage "Accompagnement des enseignants en début de carrière".
Cette démarche a été approuvée par le Comité Régional réuni le 07/02/1996. Nous vous tiendrons au courant de la réponse qui y sera faite.

Conformément à vos recommandations, la commission mathématique de préparation du P.A.F. 95 / 96 avait placé en "axe prioritaire n° 1 « **l'accompagnement des enseignants en début de carrière** » (néo-certifiés et agrégés, stagiaires 18 h "en situation", éventuels nouveaux M. A., etc.).

Le public potentiel avait été estimé à environ 70 personnes, et la commission avait par conséquent envisagé **deux** stages de 35, de sept jours chacun (3 jours "bloqués" en octobre, le reste "à la carte" en fonction des besoins).

Suite aux restrictions budgétaires de février et de mai, le responsable du domaine mathématique du P.A.F. n'a autorisé qu'une seule action, et en y réduisant le nombre d'heures-formateurs de façon draconienne.

Or il s'est avéré, au début des vacances d'été, que le public potentiel était de près de 90 personnes : il était impossible d'organiser décemment cette formation sans la dédoubler.

Il a fallu que le responsable pédagogique du stage "élimine" un certain nombre de professeurs du "public désigné", et qu'il mette en place un dispositif permettant d'encadrer 73 stagiaires (ce qui peut apparaître comme un non-sens pédagogique).

Il a fallu également qu'il ampute la formation "à la carte" qui avait été élaborée en fonction des besoins recensés lors de la première partie du stage : on est ainsi passé d'une formation cohérente à une formation parcellisée et incomplète (le Chef de Mission avait même envisagé, à la rentrée 1995, de supprimer cette seconde partie du stage !!!).

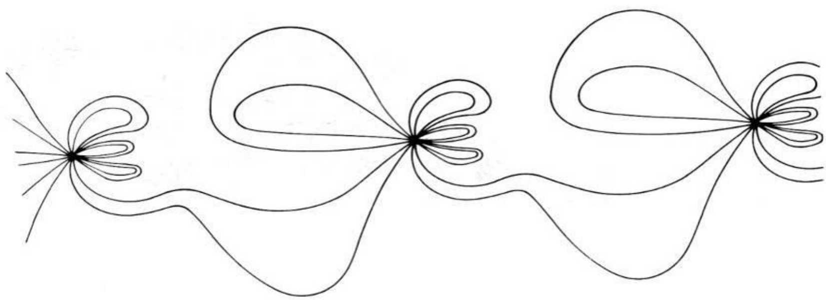
A cela se sont ajoutés des problèmes logistiques : les seuls locaux permettant d'accueillir un si grand nombre de stagiaires étaient à 1' I.U.F.M., et la M.A.F.P.E.N. refusait d'en payer la location. Le responsable du stage a dû se rabattre in extremis sur une solution de fortune (réfectoires d'un collège) peu adéquate.

L' A.P.M.E.P. regrette qu'une des priorités de la formation (1'accompagnement des nouveaux titulaires lors de leur première année d'enseignement), qui avait nécessité un long travail de préparation fait en commun par plus d'une dizaine de formateurs, soit ainsi gâchée pour des raison purement matérielles,

L'A.P.M.E.P. espère que cette formation, qui a été de nouveau programmée au P.A.F. 96 / 97 (deux stages de 30 personnes) pourra avoir lieu dans des conditions décentes.

Faute de quoi son responsable pédagogique et les formateurs, excédés par toutes ces tracasseries administratives, pourraient tout simplement "mettre la clé sous le paillasson", et en abandonner la maîtrise, ce qui serait, à notre avis, fort dommageable et préjudiciable au bon fonctionnement des classes confiées à ces professeurs "débutants".

En espérant que nos préoccupations vous paraissent légitimes, je vous prie, Monsieur le Recteur, de bien vouloir agréer l'expression de notre respectueuse considération.



poisson de septembre

Voici un extrait des consignes de passation que les professeurs devaient lire aux élèves lors de l'évaluation à l'entrée en sixième, à la dernière rentrée :

> **Consignes de passation**
>
> **Les consignes sont données aux élèves page par page. Pour chaque page, lire la consigne, laisser le temps prévu pour effectuer le travail, faire tourner la page. Veiller à ce que les élèves ne reviennent pas en arrière et ne prennent pas d'avance, afin que tous soient dans les mêmes conditions.**
>
> **Page 14**
>
> **Dire : " Prenez page 14. Vous avez un tableau concernant la composition de quelques aliments. Regardez - le attentivement, puis répondez aux trois questions qui vous sont posées. Vous avez 2,5 minutes. Allez-y ..."**
>
> **Page 15**
>
> **Après 2, 5 minutes, dire : "Prenez page 15. Sur cette page vous allez effectuer des additions et des soustractions : trois sont posées, quatre sont en ligne. Vous pouvez utiliser la partie blanche de la feuille mais écrivez bien le résultat à l'endroit prévu. Vous avez 6 minutes. Allez-y ... "**
>
> **Page 16**
>
> **Après 6 minutes, dire: "Prenez page 16. Sur cette page vous allez effectuer trois multiplications et trois divisions en ligne. Ecrivez bien le résultat à l'endroit prévu. Vous avez 3 minutes; Allez-y ..."**
>
> **Page 17**
>
> **Après 3 minute ... page 17. Sur cette page vous allez**
> **blème. Vous po ... la partie ... de la feuille**
> **mais écri ... hacu ... tions**
> **z 5 mi**

Le fait qu'il faille lire "2,5 minutes" (prononcez bien deux-virgule-cinq) a beaucoup étonné un de nos collègues : les minutes seraient-elles devenues décimales ? les secondes auraient-elles disparu, emportées par le vent de la réforme ? ... Et comme le "sens" du nombre décimal n'est pas totalement acquis à l'entrée en sixième, ce collègue n'ose imaginer ce que ses élèves auraient compris s'il avait respecté ces consignes : il a osé dire "deux minutes trente secondes" !!!!

P.S. Ne dites surtout plus à vos élèves que la récréation est à "dix heures et quart", dites-leur bien "dix heures vingt-cinq" (10,25 h, comme on dit "un mètre vingt-cinq" pour 1,25 m).

Pizza Hut

.ivraison à domicile en 30 minutes

Poisson d'avril

M. [redacted]

[redacted]

54000 NANCY

Chère Cliente, Cher Client,

Pour vous remercier de votre fidélité et vous aider à apaiser toutes vos envies de pizzas, nous vous avons réservé plusieurs offres exceptionnelles.

Pour commencer, 2 offres de réduction de **- 10 F et de - 20 F** sur la pizza de votre choix !

Mais ce n'est pas tout, si vous comptez parmi les fans de la Pizza Queen, vous allez sauter sur l'occasion, puisqu'elle vous est proposée au prix promotionnel de **54 F au lieu de 69 F** pour 2 personnes et de **79 F au lieu de 102 F** pour 4 personnes.

Enfin, 2 offres d'essai pour découvrir une nouvelle pizza : **la Pizza du Boucher**, une pizza **200 % Pur Boeuf** avec double steak que nous vous proposons uniquement jusqu'au 3 décembre 1995.

Comme toutes nos spécialités, vous pouvez commander la Pizza du Boucher avec la pâte de votre choix : la Pan Pizza (pâte américaine) ou la Classic (pâte traditionnelle).

Alors choisissez votre pizza préférée, invitez vos amis et profitez des offres qui vous sont réservées !

Bon appétit !

Florence Denis

Florence Denis
Service Clientèle Pizza Hut

Votre magasin Pizza Hut

83.35.73.73

119, Avenue Du 20eme Corps, 54000 Nancy

Ouvert tous les jours de 11h00 à 14h00 et de 18h00 à 22h00 (23h00 le vendredi et le samedi)

A propos des nouveaux programmes de l'élémentaire et se sixième

par Catherine BRUNET

Une présentation des lignes de force des nouveaux programmes de mathématiques de l'école et des programmes de sixième a été faite, le mercredi 8 novembre dernier, par Roland Charnay lors d'une journée des inspecteurs, à l'IUFM de Bonneuil.

Roland Charnay est membre du groupe de travail des écoles et membre du groupe technique disciplinaire de mathématiques.

Avant de commenter les nouveaux programmes R. Charnay a donné quelques repères concernant les enseignants et les élèves de l'école élémentaire et du secondaire.

DES REPÈRES POUR LES ENSEIGNANTS

L'IMAGE DES MATHÉMATIQUES

Une enquête a révélé que chez les enseignants de CM2 et de sixième l'image des mathématiques est très semblable : les mathématiques sont d'abord synonymes de rigueur et sont avant tout un langage universel.

LES BUTS DE L'ENSEIGNEMENT

Les buts de l'enseignement des mathématiques apparaissent aussi très voisins chez les enseignants des deux cycles : d'abord la maîtrise du sens des opérations, ensuite savoir justifier un résultat, une démarche, avec toutefois pour les professeurs de sixième une certaine inflexion vers le développement de la rigueur et l'acquisition méthodes de travail.

DES REPÈRES POUR LES ÉLÈVES

LE TRAVAIL ÉCRIT

Chez les élèves de sixième, le travail écrit est plus important et il possède un caractère *définitif* plus marqué qu'en CM2. Une enquête de l'INRP avait montré que la durée de l'écrit en classe augmente de façon significative, passant de 17 minutes par séquence en CM2 à 23 minutes en sixième. L'*écrit-recherche* domine dans les deux classes, mais il y a davantage d'*écrit-copie* en sixième (environ 1/3).

Dans le cadre d'une liaison entre professeurs de CM2 et professeurs de sixième il serait intéressant d'entreprendre la comparaison d'écrits : les écrits soumis aux élèves, les écrits demandés aux élèves (ce qui se produit avec le professeur, ce qui est s'écrit dans les manuels, ce qu'écrivent les élèves eux-mêmes, par exemple les réponses à des exercices…). En s'attachant notamment à leur évolution, d'une classe à l'autre, d'un type d'enseignant à l'autre...

LA DIFFICULTÉ DE LECTURE DES ÉLÈVES

Dans le même cadre de réflexion, R. Charnay aborde le problème de la difficulté de lecture des élèves à ce niveau de leur scolarité. Pour lire un texte de mathématiques, il faut certes savoir lire un texte, mais il faut aussi avoir de bonnes connaissances en mathématique. Savoir lire n'est donc pas le seul préalable, la maîtrise de connaissances mathématiques est aussi un préalable à la bonne lecture d'un texte mathématique. Un travail sur l'articulation de ces deux compétences pourrait être entrepris.

UN MANQUE D'AUTONOMIE DES ÉLÈVES

Les enseignants de sixième attendent très souvent une certaine autonomie de la part des élèves entrant au collège, autonomie qu'ils semblent avoir acquise à l'école élémentaire. Or ils la trouvent insuffisante.

R. Charnay analyse ce manque d'autonomie comme en réalité une perte d'autonomie à ce moment charnière de la scolarité de l'enfant. A l'entrée en sixième, il s'établit un nouveau contrat entre l'élève et les professeurs, il y a de nouvelles habitudes à prendre et les nouveaux enseignants ont des attentes parfois très diverses.

C'est donc une période où il y a perte d'autonomie car l'enfant se pose une foule de questions sur ses nouveaux droits, ses nouveaux devoirs, etc. El il cherche ses repères.

Aussi il est important de comprendre que l'autonomie d'un enfant n ' est pas acquise une fois pour toutes. Il faut la travailler à chaque niveau et - ne pas la voir comme indépendante des attentes des enseignants du cycle suivant.

LES PROGRAMMES

Les programmes du primaire et du secondaire ne subissent pas de profonds changements. Les quelques changements qui existent, aident, en fait, la mise en place d'une transition école/collège et permettent de l'aborder de façon nouvelle.

Les objectifs généraux de ces programmes évoquent d'ailleurs des capacités voisines et les intentions affichées sont les mêmes.

Ces programmes insistent, en CM2, sur les méthodes de travail et, en sixième, sur le langage, le vocabulaire, les notations, la compréhension des textes.

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

La fonction des problèmes dans l'apprentissage est quasi identique dans les deux programmes ; c'est une construction de l'apprentissage (en cycle 3 et en sixième) avec le rôle central des situations-problèmes. Ainsi la résolution de problèmes reste au centre des programmes des deux cycles.

Pourtant l'apprentissage par résolution de problèmes est en contradiction avec la notion de compétences exigibles telles qu'elles apparaissent dans le programme de sixième, remarque R. Charaay. II y a en effet un véritable enjeu pour la formation lors de la résolution d'un problème incluant une démarche complexe.

Il faut, en effet, distinguer une démarche de construction – démarche lente et complexe-, d'une démarche d'évaluation de compétences, laquelle comporte une évaluation d'éléments pris isolément II faut donc rester très vigilant quant à une dérive sur les compétences évaluées isolément.

A propos de la résolution des problèmes, le texte du cycle 3 distingue :
- d'une part les problèmes de recherche, les situations-problèmes mettant l'accent plus sur l'acte de recherche que sur les connaissances à utiliser, valorisant ainsi l'acte méthodologique,
- d'autre part les compétences explicites propres à la résolution des problèmes.

Ces compétences n'apparaissent plus de la même manière dans les deux programmes : en sixième toutes les capacités exigibles sont exprimées en terme de contenus, alors qu'en CM2 elles sont exprimées en terme de méthodes.

CONTENU DES PROGRAMMES

LE CALCUL

On cherche aujourd'hui à moins développer la technique, la virtuosité dans les opérations. Néanmoins, la bonne maîtrise du calcul sur les nombres courants parait indispensable, en sachant que le niveau de technicité doit rester très raisonnable. L'élève doit connaître de « façon intime » les nombres inférieurs à 100 et les relations entre eux, ce qui permet une mobilisation rapide dans des situations diverses et variées, dans des problèmes de proportionnalité, lors d'un calcul mental, etc.

Il n'est pas scandaleux d'avoir une pratique régulière du calcul mental. Ce calcul mental doit être conçu comme un calcul réfléchi, comme un lieu de créativité, un lieu de raisonnement comme un moment où l'on travaille les propriétés implicites des opérations.

Rappelons aussi, que le sens des opérations n'est pas toujours bien acquis en début d'année de sixième. Par exemple, pour encore beaucoup d'élèves, la multiplication n'est perçue que comme une suite d'additions réitérées et donc cette opération n'est pas mobilisable pour le calcul d'une aire, encore moins pour un dénombrement...

LA DIVISION EUCLIDIENNE

Sa maîtrise en fin de CM2 et en sixième est loin d'être assurée et son apprentissage se poursuit donc au collège. Les ardeurs des enseignants du cycle 3 dans ce domaine doivent être limitées...

Par contre il est essentiel d'encourager les maîtres à travailler sur le sens de la division. Il n'est pas par exemple interdit de taire résoudre des problèmes de division par des procédures individuelles ne faisant pas appel à la procédure experte (la division) afin d'en faire travailler le sens.

Une approche possible de la division peut s'inscrire dans l'étude des différentes procédures utilisées par les élèves en analysant la différence entre, d'une part les procédures personnelles (comment je me débrouille sans la procédure experte), donc des procédures mal reconnues, et d'autre part la procédure standard en sachant que derrière chaque procédure standard il doit y avoir des procédures personnelles. Il faut ainsi encourager l'élève à se construire ses propres béquilles... La manière prioritaire de mettre en œuvre la différenciation est de faire résoudre le même problème par tous les enfants.

Et dans le cas de la division, il y a du temps pour faire cela sans précipitation.

Il faut rester conscient du fait qu'encore beaucoup d'élèves ne sont pas autonomes face à un problème ; ils cherchent sauvent plus à trouver la méthode attendue par le professeur, à reconnaître l'environnement du problème qu'à comprendre le sens du problème posé. Ils ne sont pas alors centrés sur le problème mais sur son contexte, son environnement.

LES NOMBRES DÉCIMAUX

Le produit de deux nombres décimaux disparaît en CM2. Aussi les enseignants du collège vont avoir à gérer d'une part la technique (ce qui est relativement facile) et d'autre part le sens (ce qui l'est moins). Il va falloir installer, par l'étude de situations et de problèmes, une rupture de sens, ne plus reconnaître la multiplication comme une réitération d'additions.

A l'école élémentaire, les enseignants perdent ainsi l'accès à la commutativité de la multiplication ; peut-on encore ainsi calculer l'aire d'un rectangle dans tous les cas ?

Mais là, la calculatrice est fort utile, elle permet de poser des opérations qu'on ne sait pas encore faire à la main car on n'a pas encore appris. Ainsi la calculatrice est un outil de plus pour travailler le sens des opérations.

LA PROPORTIONNALITÉ

Le programme du cycle 3 indique que les élèves doivent savoir reconnaître la proportionnalité dans des situations simples (échelle, pourcentage). Or pour reconnaître la proportionnalité, on a besoin de traiter des données et les indices sont alors, en fait, des connaissances à mobiliser. Il &ut donc développer des procédures personnelles pour résoudre des problèmes et donc en fait on donne du sens, on fait fonctionner un outil sans étudier l'objet en lui même.

Aussi, les procédures personnelles développées chez les élèves sont liées aux propriétés de linéarité ou aux relations simples sur les nombres et s'appuient sur le raisonnement contextualisé. On arrive ensuite à une procédure experte (le passage a l'unité, la règle de trois...,) procédure qui est mise en place au collège.

LA GÉOMÉTRIE

L'usage des lettres n'est pas au programme de l'élémentaire (même si c'est parfois vu) et donc cet usage n'est pas du tout familier à l'élève entrant en sixième. Aussi renseignant doit porter une grande attention à la désignation des objets géométriques car les élèves ne savent pas désigner les objets géométriques qu'ils côtoient.

En primaire, la géométrie est une géométrie expérimentale : les activités s'organisent autour de l'action sur les objets géométriques.

Au collège, l'étude est plus raisonnée et elle porte sur un ensemble de figures, répartie sur quatre ans et elle s'articule autour des transformations planes.

En primaire, on cherche à doter les élèves de compétences techniques avec les instruments (sauf rapporteur).

Et ta quantité de vocabulaire est minimum, l'idée de définition n'est pas du ressort du primaire. On caractérise alors les objets de la géométrie sans les définir.

Aussi le programme du collège a pour objectif un travail de structuration, d'étude systématique et de démonstration.

LA MESURE

Toutes les compétences concernant les volumes (sauf capacité) et l'aire du disque disparaissent du programme de l'élémentaire.

Et les commentaires du programme de sixième laissent à penser que le sens de l'aire, la différence entre aire et périmètre est à reprendre. « On pourra s'appuyer sur des travaux donnant du sens à la notion d'aire pour constituer et utiliser un formulaire... ».

Le travail sur les formules et leur apprentissage reste très limité à l'école élémentaire et les maitres ne doivent pas hésiter à rompre avec l'exhaustivité...

Cet article est extrait de "CHANTIERS MATHEMATIQUES", publication de la Régionale A.P.M.E.P. de l'Ile de France.

Nous remercions particulièrement cette Régionale, ainsi que 1'auteur, Catherine BRUNET, qui nous ont autorisés à le reproduire.

BIBLIOTHEQUE DE LA REGIONALE

Nous vous rappelons brièvement le principe de fonctionnement de notre bibliothèque de prêt par correspondance {réservée aux adhérents APMEP lorrains) :

1. Choisissez l'ouvrage désiré dans la liste des pages suivantes.

2. Contactez Jacqueline EURIAT
44 rue de Bezonfosse
88000 EPINAL
par courrier, ou par téléphone : 29.35.71.77.
Si l'ouvrage est disponible, il vous sera expédié aussitôt.

3. Vous pouvez conserver l'ouvrage 3 semaines, voire même plus si personne ne le réclame après vous.

4. Le retour de l'ouvrage se fera a la demande de Jacqueline :
* soit en l'expédiant au lecteur suivant (dont elle vous aura communiqué l'adresse) ;
* soit en le lui retournant directement.

Cela ne coûte donc que les frais d'expédition du retour

LISTE DES OUVRAGES DISPONIBLES

N°1. **Preuves et réfutations**, de Imre Lakatos.

N°2. **Mathématiques et formes optimales**, de Stefan Hildenbrandt et Anthony Tromba : grâce au mariage d'un texte captivant et de splendides photographies en couleurs, les auteurs exposent les propriétés des formes naturelles (bulles de savon, noyaux atomiques, planètes du système solaire, etc.). Ces formes diverses mais régulières obéissent-elles à des lois universelles ? Ce livre raconte les diverses tentatives pour résoudre ces énigmes : il décrit ainsi l'histoire du calcul des variations (branche des mathématiques qui traite des problèmes d'optimisation).

N°3. **L'univers mathématique**, de Ph. J. Davis et R. Heisel : l'histoire de la pensée scientifique de la préhistoire à nos jours. Ce livre offre une excellente synthèse de l'expérience mathématique (savez-vous que leur plus récente classification comprend près de 4 000 catégories ? que le nombre de nouveaux théorèmes publiés annuellement est de l'ordre de 200 000 ?).

N°4. **Aventures mathématiques**, de Miguel de Guzmán (1989, 184 pages) : montre le pouvoir extraordinaire de quelques notions mathématiques très simples et intuitives. Les objectifs principaux de cet ouvrage sont de stimuler l'intuition, et d'introduire le lecteur aux cheminements modernes de la résolution de problèmes. Les connaissances requises pour le lire sont élémentaires, à l'exception du dernier chapitre qui aborde les calculs infinitésimaux.

N°5. **Et pourtant ils ne remplissent pas N**, de Claude Lobry : la découverte de l'analyse non-standard.
Un curieux patchwork entre des leçons de mathématiques pures (visant à montrer que les entiers "naïfs" que nous croyons connaître n'ont aucune raison de "remplir" l'ensemble **N**) et quelques chapitres plus polémiques où l'auteur règle ses comptes avec quelques apparatchiks et mandarins de l'enseignement supérieur.

N°7. **Moyens d'apprendre sûrement et avec facilité**, du Marquis de Condorcet.
Douze leçons écrites pour les élèves, avec notes à l'usage du maître (reproduction d'un ouvrage paru en 1799).

N°8. **Les mathématiques au fil des âges**, de Jean Dhombres et autres : un exceptionnel outil de travail permettant d'introduire l'histoire des maths dans l'enseignement.

Un recueil d'extraits de textes, analysés et commentés par le groupe inter-I.R.E.M. Histoire et Épistémologie.

N°9. **Cauchy, un savant, une époque** : biographie de ce célèbre mathématicien.

N°10. **J'apprends, donc je suis**, de Hélène Trocmé-Fabre (1987,276 pages) : une introduction à la neuropédagogie : passerelle entre les neurosciences (le fonctionnement du cerveau) et la pédagogie.

N°12. **Des objets mentaux “ aire ” et “ volume ” au calcul des primitives**, de M. Schneider : un ouvrage de didactique.
Dans cette thèse (passée sous la direction de Nicolas Rouche), Maggy Schneider-Gilot analyse les représentations et les interprétations que les élèves du secondaire se font des aires et des volumes. Elle en tire à la fin quelques recommandations "didactiques" pour l'enseignement de ces notions.

N°13. **Apprivoiser l'infini**, de C. Hauchart et Nicolas Rouche : un outil précieux rempli d'activités pour faire aborder aux élèves la notion d'infini (suites, limites, etc.).
A partir de problèmes expérimentés en classe, les auteurs analysent l'émergence des concepts de base (suite, série, limite, décimal périodique, majoration et minoration, récurrence...), ainsi que celle de l'idée de modèle mathématique et de l'aptitude à démontrer.

N°14. **Les mathématiques**, de Ian Stewart (Ed. BELIN) : les domaines de pointe, la richesse et la dynamique de cette science. L’auteur (responsable d’une rubrique dans un mensuel) retrace les avancées de sujets comme les géométries non-euclidiennes, la théorie des nombres premiers, la logique, le chaos, les fractales, les catastrophes et les probabilités. Il montre brillamment que les mathématiques, ce sont des idées et une aventure de l'intelligence plus que des calculs et une discipline scolaire.

N°15. **Schéma prévisionnel des formations**, par le Conseil Général de Lorraine, 1990.
Beaucoup de chiffres, de cartes, de statistiques, et les prévisions pour l'avenir.

N°17. **Lycée, peut mieux faire**, de Sylvianne Gasquet et N. Ruffieux : résultats de 10 ans d'enquête dans l'académie de Grenoble, remettant en cause beaucoup d'idées reçues. Les conclusions en sont assez étonnantes : trop de redoublements inutiles, trop de chiffres trompeurs (à commencer par les résultats du bac), trop d'obscures "politique-maison"...

N°18. **L'apprentissage de l'abstraction**, de Britt-Mari Barth : permet de mieux comprendre les processus de l'apprentissage, et en particulier le raisonnement inductif. La démarche proposée désire inciter les pédagogues à mettre en œuvre des situations d'apprentissage variées qui permettront aux élèves de former leur raisonnement.

N°19. **Histoire illustrée des mathématiques**, de J.L. Romet : fresque en bandes dessinées de l'histoire des maths jusqu'en 1900 (textes et dessins réalisés par des élèves de 6eme dans le cadre d'un P.A.E.).

N°20. **Les mathématiques au quotidien**, de P. Resseguier : Énoncés de problèmes habillés de façon humoristique, avec quelques pages de "cours" et des solutions détaillées.

N°22. **La physique de hasard, de Blaise Pascal à Niels Bohr**, de Ch. Ruhla. *Indisponible actuellement*. Présentation des lois du hasard dans un raccourci historique qui conduit le lecteur de Pascal et Fermat à Bohr et Einstein.

N°23. **La démonstration mathématique dans l'histoire** (Actes du Septième Colloque Inter-IREM d'Épistémologie et d'Histoire des mathématiques). IREM de Lyon.
De la géométrie grecque aux démonstrations automatiques par ordinateur, la démonstration a connu dans l'histoire plusieurs formes et différentes significations. Cet ouvrage présente les grands moments historiques, les débats et les réflexions à travers lesquels nous voyons les mathématiciens aux prises avec la démonstration.

N°25. **¿ Enseigner la mathématique ?**, par la Société Belge des Professeurs de Mathématiques, 1991, 280 pages.
Plate-forme de la S.B.P.M., votée en mars 1991, concernant les quatre points suivants :

- la formation initiale des enseignants de mathématiques ;
- leur formation continue ;
- les activités mathématiques dans les classes ;
- la recherche en didactique.

L'ensemble des documents proposés met clairement en évidence les problèmes posés actuellement à l'enseignement des mathématiques, et indique des pistes à suivre en vue d'élaborer des solutions.

N°26. **Pythagore, Euclide et toute la clique**, tome1, de Marc GUINOT, Ed. Aléas, 1992, 176 pages.
Sur le thème de la théorie des nombres (ou arithmétique), les mathématiciens ont développé une histoire qui s'étend sur plus de deux millénaires.

Cet ouvrage vise à présenter à des amateurs de bonne volonté ou à des professeurs soucieux d'étendre le champ de leurs connaissances, quelques-unes unes des questions qui ont agité, et qui agitent encore, les arithméticiens. L'ordre suivi s'appuie sur l'évolution historique de la théorie des nombres, et on trouvera dans cet ouvrage quelques-uns uns des plus anciens théorèmes de l'arithmétique : l'infinité des nombres premiers, l'algorithme du PGCD, les nombres irrationnels, et les triangles de Pythagore.

N°27. **Les mathématiques dans l'occident médiéval**, de Jean de Siebenthal. 620 pages, 440 figures, 60 fiches signalétiques sur les savants cités.
Les contributions des savants du VI^{e} au XVI^{e} siècle (dont certaines sont très surprenantes) sont présentées soit textuellement (reproduction de documents d'époque), soit réexposées en français actuel. Les grandes lignes de ces textes sont clairement dégagées.

N°28. **Le monde des illusions d'optique (objets impossibles et figures ambiguës)**, de Bruno Ernst, ed. Benedikt Taschen, 1993, grand format.
La vue et le traitement de l'information ; figures ambiguës ; objets impossibles ; origine et histoire ; maquettes.

N°29. **La mathématique des jeux**, Bibliothèque "Pour la Science".
Les différentes facettes des mathématiques ludiques (statistiques, probabilités, théories de l'information, théorie des graphes...) appliquées à la plupart des jeux connus : bridge, tennis, morpion, solitaire, roulette, etc. Et si après lecture vous ne gagnez toujours pas, peut-être saurez-vous mieux pourquoi vous avez perdu !

N°30. **Histoire universelle des chiffres**, de Georges IFRAH (deux volumes).
"Monsieur, d'où viennent les chiffres ?". Cette encyclopédie raconte en termes accessibles toute l'histoire des chiffres et apporte des lumières nouvelles non seulement à l'épopée du calcul, dont elle retrace les principales étapes (des cailloux à l'ordinateur), mais encore à des domaines aussi éloignés que l'histoire des religions et des mystiques.

N°31. **Histoire des problèmes, histoire des mathématiques**, de la Commission Inter-IREM Épistémologie et Histoire. Ed. Ellipses, 1993, 432 pages.
L'idée de cet ouvrage est d'aborder l'histoire des mathématiques en prenant comme thèmes les "grands problèmes" apparus au cours du développement de cette science. Il s'agit de présenter une histoire des mathématiques qui ne soit pas parcellisée selon les différentes périodes chronologiques, ni par les différents champs du savoir mathématique. Quelques titres de chapitres glanés sans le sommaire : comment mesurer la pyramide ? mais où est donc passée la

troisième dimension ? quelle réalité pour les imaginaires ? la vraie-fausse démonstration du cinquième postulat.

N°32. **Apprentissages numériques**, de Jean-Paul Fischer.
L'auteur tente de faire une synthèse entre les distinctions procédural/déclaratif de L. R. Squire (neuropsychologue) et de J. R. Anderson (psychologue cognitif). Il débouche sur une théorie originale qui distingue les connaissances procédurales et déclaratives, ainsi que deux mécanismes d'échange entre ces deux types de connaissances. Cette théorie rend compte du développement numérique des jeunes enfants et permet en exemple la discussion de deux problèmes majeurs : l'apprentissage de la table de multiplication et le passage à la dizaine.

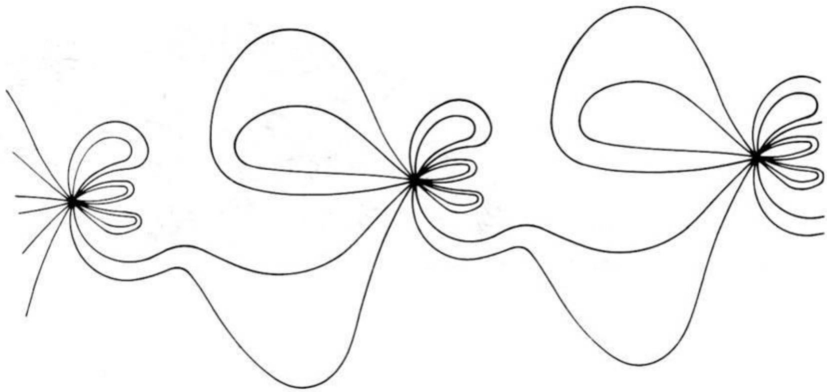
N°33. **Les outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques**. Actes de l'université d'été de Caen, août 1994.
Reflet de cette université d'été qui a proposé à des formateurs et à des enseignants une ouverture sur :

- des pratiques pédagogiques et des recherches didactiques ;
- les spécificités pédagogiques de quelques logiciels de calcul formel ;
- d'autres domaines d'utilisation du calcul formel ;
- des dispositifs institutionnels, des pratiques et des recherches dans d'autres pays.

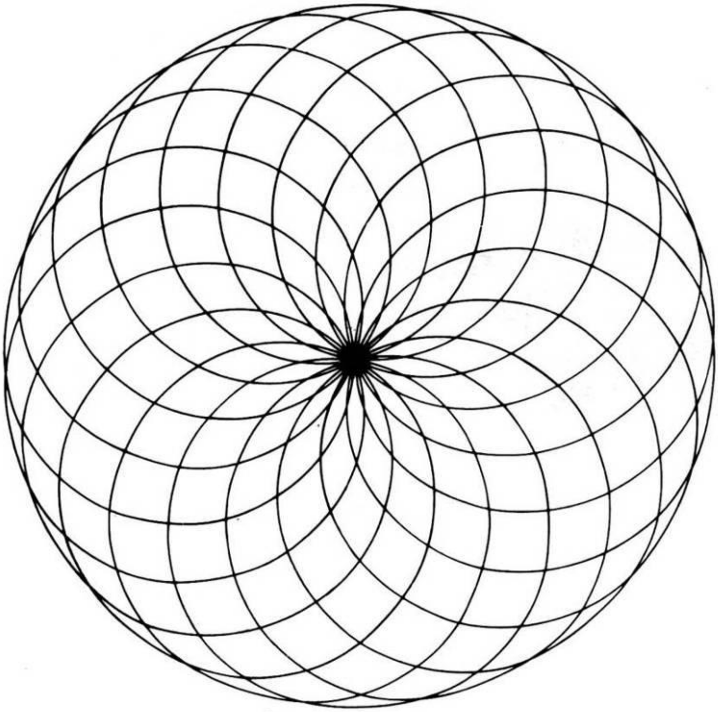
Le document contribue à fournir aux formateurs en mathématiques des éléments de référence sur "l'état de l'art" dans ce domaine.

VHS n°1. Conférence de Gérard MATHIEU : **Fonctions $\omega(n)$ et $\Omega(n)$**. Cassette vidéo enregistrée lors de la journée régionale des mathématiques du 18/01/95.

Fin ■



Extrait du livre « Courbes mathématiques »
(Éditions du palais de la Découverte, 1996)



courbe $\rho = \cos \frac{9}{10} \theta$

L'équation cartésienne de cette courbe donnée ici en coordonnées polaires est :

$$R^9 (512R^5 - 1280R^4 + 1120R^3 - 400R^2 + 50R - 1)^2 - X^2 = 0$$

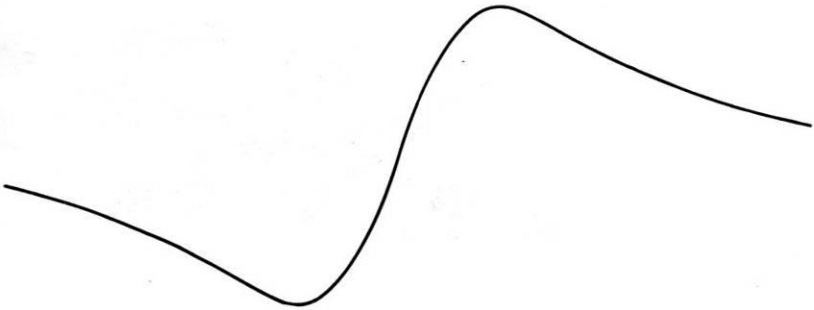
avec :

$$R = x^2 + y^2$$
$$X = x^9 - 36x^7 y^2 + 126x^5 y^4 - 84x^3 y^6 + 9xy^8$$

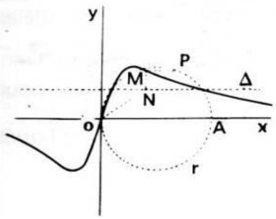
C'est une courbe unicursale du trente -huitième ordre.

De telles courbes ont été étudiées par le mathématicien américain M.R.E. MORITZ.

Extrait du livre « Courbes mathématiques »
(Éditions du palais de la Découverte, 1996)



anguinéa
(ou cubique serpentine)



Considérons un cercle Γ de diamètre OA = a et une droite Δ parallèle à Ox et à la distance h de Ox.
Faisons pivoter par O un rayon vecteur ONP qui coupe Δ en N et Γ en P.
Les parallèles aux axes menées par N et P définissent un point M qui décrit la cubique serpentine admettant Ox comme asymptote.
C'est une cubique unicursale d'équation cartésienne :

$$y = \frac{ahx}{x^2 + h^2}$$

Dans le cas de la figure : a = 4 h

Elle a été étudiée par le grand savant NEWTON et antérieurement par L'HOSPITAL et HUYGENS.

problèmes et solutions

Commentaires sur la solution du problème n°42
proposé par Bernard PARZYSZ

Rappel de l'énoncé :

Un hebdomadaire organise un concours selon le principe suivant : une question est posée aux lecteurs ; il s'agit pour les participants d'inscrire la réponse sur une carte postale, et de l'envoyer au siège de la revue.
Le règlement précise que le gagnant au concours sera "la personne dont la carte aura été tirée au hasard parmi celles portant une bonne réponse".

Cependant, afin de s'épargner la fastidieuse tâche de trier préalablement les bonnes réponses des mauvaises, les organisateurs décident d'utiliser la procédure suivante : on tire au hasard une carte parmi **toutes** les cartes reçues ; si cette carte indique la bonne réponse, son expéditeur est déclaré gagnant du concours ; sinon, on opère des tirages successifs (sans remise) d'une carte, jusqu'à obtention d'une bonne réponse.

Blaise, qui a envoyé une carte portant la bonne réponse, se demande si cette procédure ne le désavantage pas par rapport à celle qui figure dans le règlement initial.

Qu'en pensez-vous ?

Des solutions de ce problème ont été proposées par des lecteurs, et commentées par Bernard PARZYSZ dans le n°43.

Dans notre précédent bulletin (n°44, décembre 1995), une certaine Gilberte PASCAL (toujours non identifiée) commentait ces commentaires, et Michel HENRY, de l'IREM de BESANCON, commentait sa lettre.

Le "feuilleton" continue, puisque Bernard PARZYSZ répond à Michel HENRY.

Trouvant que cet échange de courrier (qui nous rappelle les échanges épistolaires entre PASCAL et FERMAT) était fort instructif, puisqu'il abordait les questions de fond relatives aux concepts sous-jacents dans les probabilités (et nous permettait donc de comprendre les difficultés des élèves à ce sujet), nous avons décidé de publier cette lettre :

Michel,

Ceci constitue, pour ainsi dire, une réponse à ta réponse à la réponse de "Gilberte Pascal".

Comme vous l'avez remarqué, Gilberte et toi, le problème que j'avais proposé était totalement piégé. Mais je n'avais pas prévu - tout au moins dans la rubrique - de commenter les réponses proposées par les collègues, et ceci principalement pour deux raisons : la première - peut-être pas fondamentale mais en soi suffisante - étant que, comme toujours, je m'y étais pris au dernier moment pour rédiger mon texte, et la seconde étant que, par principe, je considère la rubrique "Problèmes" du Petit Vert comme l'œuvre – collective - des lecteurs qui lui adressent des solutions, et non pas un lieu où je puisse développer mes propres idées (il y a d'autres lieux pour cela). C'est pourquoi je tâche de m'effacer autant que faire se peut, me contentant d'effectuer une synthèse, que j'espère fidèle, des réponses reçues).

Néanmoins, la lettre de Gilberte et ta réponse ont levé le lièvre, et ce n'est pas plus mal : peut-être pourrons-nous faire un peu avancer le schmilblick ?

Venons-en donc au sujet du débat : si je te suis bien, tu distingues 3 niveaux (hiérarchisés) de description de la situation proposée. Je vais donc reprendre ces niveaux, et t'en proposer ma propre "lecture" qui, me semble-t-il, diffère parfois un peu de la tienne:

- le ***niveau 0*** serait celui du "concret", de la "réalité" : on a des "cartes postales en noir et en couleur" (comme chantait Montand), aux sujets divers, de dimensions variées, apportées plusieurs jours durant au siège du journal dans un certain nombre de sacs postaux, etc. Diverses procédures d'obtention de la carte gagnante sont possibles (et, faute d'information, a priori toutes envisageables). Par exemple : choisir un des sacs postaux (comment?), l'ouvrir, plonger la main dedans sans regarder et extraire une carte (après avoir ou non mélangé le contenu du sac). Ou encore : déverser le contenu de tous les sacs en un grand tas, fermer les yeux et piocher une carte. Ou encore : trier toutes les cartes reçues pour ne garder que celles portant la bonne réponse, puis utiliser la procédure précédente. Ou encore...
A ce niveau, on n'a évidemment pas les moyens de dire quelque chose d'intéressant relativement à la question posée ; on peut tout juste émettre une opinion, éventuellement la défendre en utilisant le "bon sens" (celui de la sagesse populaire, qui dit aussi bien "à père avare, fils prodigue" que "tel père, tel fils"), mais sans plus.

- le ***niveau 1*** serait celui des objets idéaux chers à Platon, dans lequel les cartes postales, toutes rassemblées dans un même sac, sont *supposées* (c'est donc une hypothèse) "indiscernables au toucher" (comme disent les manuels). Le point de vue d'A. Viricel, comme tu le fais remarquer, se situe à ce niveau ; on peut dire qu'il suppose (mais de façon bien sûr implicite) que chaque carte a la même chance d'être tirée. Nous sommes bien ici dans un modèle de type "prékolmogorovien", celui de la "géométrie du hasard" utilisé par les probabilistes du 17^{e} au 19^{e} siècle. Ce niveau permet de fournir des réponses précises et argumentées aux problèmes que l'on se pose, mais il n'y a pas encore de véritable théorie axiomatique globale au sein de laquelle on puisse se placer. Il a néanmoins, historiquement, fourni des résultats importants en probabilités.

Dans le cas de la solution d'A. Viricel, il y a, à deux reprises, passage d'une procédure à un modèle :
1° la procédure consistant à rassembler les *n* bonnes cartes, puis à extraire l'une de ces cartes (*niveau 0*), est modélisée en considérant l'ensemble des bonnes cartes, dans lequel chaque carte à la même probabilité d'être tirée (*niveau 1*) ;
2° la procédure consistant à rassembler les *N* cartes reçues, puis à procéder à des tirages successifs d'une carte jusqu'à obtention d'une bonne carte (*niveau 0*), est interprétée comme signifiant que les mauvaises cartes ne comptent pas, puis modélisée ... par le même modèle que le précédent (*niveau 1*). D'où, évidemment, l'identité des réponses obtenues à la question posée.
Le problème, à mon avis, réside donc ici dans le passage du niveau 0 au niveau 1 : *à deux procédures différentes on fait correspondre un seul et même modèle*, ce qui a pour conséquence que la question initialement posée n'a plus de raison d'être, et entraîne la tautologie constatée.

- ***le niveau 2*** serait celui de la mathématisation, conduisant en particulier à définir un espace probabilisé à partir de l'expérience "concrète" considérée au niveau 0.
Dans l'exemple qui nous occupe, on *peut* associer :
1° à la première des deux procédures ci-dessus, l'univers Ω_1 constitué par l'ensemble des *n* bonnes cartes : $\Omega_1 = \left\{\omega_i \,\middle|\, i \in \{1,....,n\}\right\}$, avec comme probabilité P_1 l'équiprobabilité. Appelant ω_1 la carte de Blaise et A l'événement "Blaise gagne", on a A = $\{\omega_1\}$, et la probabilité que Blaise gagne est alors $P_1(A) = \dfrac{1}{n}$.
2° à la seconde de ces deux procédures, l'univers Ω_2 constitué par l'ensemble des (N-n+l)-arrangements de cartes (distinctes) reçues (puisqu'il y a au maximum N-n+l tirages), univers du type de celui envisagé par Fermat dans sa correspondance avec Pascal au sujet du problème des partis, dans lequel on imagine que l'on continue à tirer des cartes même après l'obtention d'une bonne carte. Dans ce cas aussi, on prend comme probabilité P_2 l'équiprobabilité.
En notant B_k l'événement "Blaise gagne au k^{e} tirage", on a :

$A = \bigcup_{k=1}^{N-n+1} B_k$, et le calcul de $Card(A) = \sum_{k=1}^{N-n+1} Card(B_k)$ conduit à P(A) = \F(Card(A)) ; Card(Ω_2 = \F(1;n)) par des calculs voisins de ceux de J. Verdier.
(N.B. : j'ai choisi sciemment cet univers, de façon à ne pas introduire, contrairement à P. Le Gall et J. Verdier, de probabilités conditionnelles. Notons que ce même espace probabilisé est peut-être (mais on le sait pas) celui qu'ont choisi P. Le Gall aussi bien que J. Verdier; dans ce cas, on peut reprendre leurs solutions en se passant des probabilités conditionnelles, ce qui donnera quelque chose du genre ci-dessus).

Il me semble qu'il s'agit là, au formalisme près, d'une solution qu'auraient pu produire Pascal ou Fermat eux-mêmes, puisqu'elle se réduit en fait à des dénombrements et à la "géométrie du hasard". Et ainsi, plus qu'un passage du niveau 1 au niveau 2, la question me semble être plutôt celle du passage *du niveau 0 à un niveau modélisé*, c'est-à-dire d'une situation "réelle" à un modèle de cette situation, que ce modèle soit complètement formalisé et intégré à une théorie mathématique (*niveau 2*) ou non (*niveau 1*). La formalisation (*niveau 2*) présente l' "avantage" de permettre de faire l'économie du sens des objets manipulés, comme tu le fais justement remarquer (c'est ce qui se passe aussi dans la résolution algébrique de problèmes "concrets") ; mais encore faut-il, après traitement, pouvoir revenir au sens et interpréter le résultat obtenu dans le niveau 0.
D'autre part, je ne partage pas l'avis de Blaise lorsqu'il dit qu' "*il était bien inutile d'aligner des équations pour obtenir ce que l'on avait postulé en permanence*". Car, en réalité, qu'a-t-on postulé ci-dessus?

1° l'équiprobabilité dans Ω_1, et

2° l'équiprobabilité dans Ω_2.

Bien sûr, il y a l'équiprobabilité dans les deux cas, mais il ne me semble pas que l'une de ces deux hypothèses puisse impliquer l'autre, *étant donné qu'il s'agit de deux modèles différents*.

Ce problème est d'ailleurs analogue à celui - plus classique - rencontré à l'occasion de l'étude du schéma d'urne exhaustif, que l'on peut formuler ainsi :
Une urne contient N_1 boules noires et N_2 boules blanches. Quelle est la probabilité d'obtenir k boules noires :

a) à l'issue d'un tirage simultané de n boules?

b) à l'issue de n tirages successifs d'une boule, sans remise?

Bien sûr, notre "culture probabiliste" fait que nous savons que ces deux probabilités sont égales, mais est-ce si évident pour un élève ? Sans doute que non, étant donné que les deux procédures (*niveau 0*) sont totalement différentes. Il en est de même des modèles canoniquement associés à ces procédures :

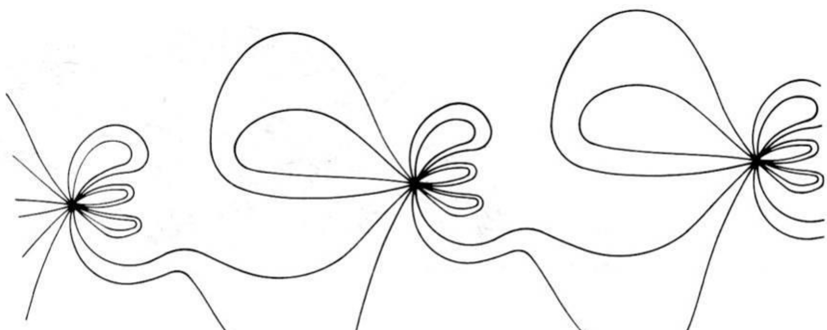
- dans le premier cas: l'univers Ω_1, est l'ensemble des parties de l'ensemble *B* des boules dont le cardinal est égal à *n* ;
- dans le second cas, l'univers Ω_2 est l'ensemble des *n*-arrangements d'éléments de *E* ;
- dans les deux cas, l'univers est muni de l'équiprobabilité.

La considération de la surjection canonique de Ω_1 sur Ω_2 (c'est-à-dire un raisonnement ou un calcul, au niveau des modèles) montre aisément que la probabilité de l'événement "on obtient *k* boules noires et *n-k* boules blanches" est la même dans les deux modèles. Mais, n'en déplaise à Blaise, *ceci n'est pas une évidence a priori*.

Le malentendu à propos du problème des cartes postales provient sans doute du fait que *les univers et les hypothèses n'ont pas été explicités* dans l'exposé des solutions de P. Le Gall et de J. Verdier. On retombe ici sur l'aspect didactique que tu évoques vers la fin de ton texte : la nécessité d'expliciter le modèle choisi pour rendre compte de l'expérience aléatoire étudiée, contrairement à ce que préconisent certains manuels qui estiment superflue la détermination explicite de l'univers dans lequel on se propose de travailler.

Que conclure, finalement ? Peut-être que, dans un modèle quel qu'il soit, *on ne peut trouver que ce qu'on y a mis*. Dans le cas présent, on ne peut contester - dans la mesure où les règles de traitement sont utilisées correctement - les résultats obtenus au sein d'un modèle, mais on peut contester le choix fait pour les divers modèles (c'est-à-dire, en fait, leur adéquation aux situations "concrètes" étudiées), ainsi que l'interprétation finale des résultats. Ce qui pose d'ailleurs une question débordant largement le cadre des probabilités (et dont la réponse n'est pas simple) : lorsqu'on fait une conjecture et que le modèle infirme cette conjecture, que peut-on en conclure ? Que la conjecture est fausse, ou que le modèle est inadéquat ?

Bernard



Solution du problème précédent (n°44)

énoncé proposé par J.-Yves HELY, Lycée J.Macé de RENNES.

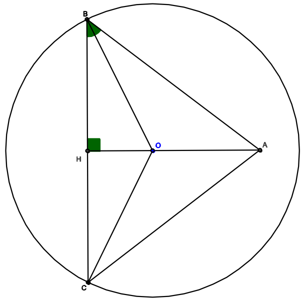
A l'intérieur d'un billard circulaire, on place une bille en un point A distinct du centre O.
Construire le trajet ABCA que doit suivre la bille pour qu'après deux réflexions successives sur la bande elle repasse par A.
Calculer la longueur de la trajectoire en fonction du rayon et de la distance OA = a.

Signalons tout d'abord une réponse tardive (et correcte) au problème n°43, ayant pour auteur Denis PEpIN (55 Verdun).
En ce qui concerne le problème 44, nous avons reçu six solutions, émanant de Rachid Al-HAZEN (75 Paris) Philippe CABASSON (57 Schoeneck), Geneviève D'ANDREA (57 Hettange-Grande), Jean-Yves HELY (35 Rennes), Jacques VERDIER (54 Tomblaine) et André VIRICEL (54 Villers-lès-Nancy).
(Monsieur Rachid AI Hazen (cf. en-tête de sa lettre ci-contre) se présente comme Président de la F.U.B.C. (Fédération Unifiée de Billard Circulaire). C'est sans doute un lointain descendant de son homonyme mathématicien Ibn al-Haytham al-Hazen (Bassora 965 - Le Caire 1039), inventeur - étrange coïncidence - du problème du billard circulaire[1] . Mais peut-être est-ce également un lointain descendant de Gilberte Pascal[2] ?)

Voici une synthèse des réponses reçues. On peut distinguer quatre parties (présentes ou non) dans les démonstrations proposées : le triangle ABC est isocèle en A ; la détermination de la position des points B et C sur le cercle ; la détermination de la longueur de la trajectoire ; la construction de B et C à la règle et au compas.

[1] Curieux homme, d'ailleurs, que celui-là. S'étant vanté auprès du calife du Caire de pouvoir construire une machine capable de régulariser le cours du Nil et avant malheureusement échoué, il dut simuler la folie pour échapper à la colère du souverain. Il a publié maints ouvrages de mathématiques, astronomie, médecine, physique... C'est dans son Optique (publiée à Bâle en 1572) qu'il décrit les lois de la réflexion, ainsi que le problème ici traité ; ce même ouvrage contient également la première description correcte de l'œil.
[2] Voir PB42

Première partie : le triangle ABC est isocèle en A



D'après la réflexion, on a $ABO = OBC$ d'une part et $ACO = OCB$ d'autre part (*voir figure*).
Comme de plus le triangle OBC est isocèle, on a $OBC = OCB$ d'où l'on déduit $ABO = OBC = ACO = OCB$.

Soit, finalement, $ABO + OBC = ACO + OCB$, c'est-à-dire $ABC = OCB$.

Deuxième partie : détermination de la position des points B et C sur le cercle

Remarquons tout d'abord que l'on peut toujours supposer le rayon du cercle égal à 1. Plusieurs méthodes on été utilisées par les collègues qui nous ont écrit.

Méthode 1

Ph. Cabasson remarque que le point O, intersection des deux bissectrices intérieures du triangle ABC, est le centre du cercle inscrit dans ce triangle, donc qu'il est équidistant des côtés [AB] et [AC]. Ce qui se traduit (en posant $\mathrm{OA} = a$ et $\mathrm{OBC} = \alpha$) par $\sin\alpha = \mathrm{a}\cos(2\alpha)$. En remplaçant ensuite $\cos(2\alpha)$ par $1 - 2\sin^2\alpha$ et en posant $x = \sin\alpha$, on obtient l'équation $2ax^2 + x - a = 0$. Cette équation admet une unique solution comprise entre -1et 1 :

$x = \dfrac{\sqrt{1+8a^2} - 1}{4a}$. On obtient finalement $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{1+8a^2} - 1}{4a}$, ce qui permet de déterminer α, donc les points B et C.

Méthode 2

G. D'Andréa utilise un plan complexe d'origine O, tel que l'affixe a de A soit réelle et positive. En posant $\theta = (\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}})$ on a alors $\mathrm{B}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\right)$ et $\mathrm{C}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta}\right)$.

L'égalité $\sin(\overrightarrow{\mathrm{BC}}, \overrightarrow{\mathrm{BO}}) = \sin(\overrightarrow{\mathrm{BO}}, \overrightarrow{\mathrm{BA}})$ s'écrit aussi : $\dfrac{\text{dét}(\overrightarrow{\mathrm{BC}}, \overrightarrow{\mathrm{BO}})}{\mathrm{BC.BO}} = \dfrac{\text{dét}(\overrightarrow{\mathrm{BO}}, \overrightarrow{\mathrm{BA}})}{\mathrm{BO.BA}}$.

Comme on a $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\begin{pmatrix}0\\-2\sin\theta\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{\mathrm{BO}}\begin{pmatrix}-\cos\theta\\-\sin\theta\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}a-\cos\theta\\-\sin\theta\end{pmatrix}$, il vient $\sqrt{a^2 - 2a\cos\theta + 1} = -a\tan\theta$

(on remarque que cette relation implique $\theta \in \left]\dfrac{\pi}{2};\pi\right[$ donc $\cos\theta < 0$).

Après élévation au carré et en posant $x = \cos\theta$, on obtient l'équation $2ax^3 - (1+2a^2)x^2 + a^2 = 0$.

Cette équation peut s'écrire $(x-a)(2ax^2 + a^2) = 0$, d'où les trois solutions :

$x_1 = a$, $x_2 = \dfrac{1 - \sqrt{1+8a^2}}{4a}$, $x_3 = \dfrac{1 + \sqrt{1+8a^2}}{4a}$.

La seule solution négative est x_2, d'où finalement $\cos\theta = \dfrac{1-\sqrt{1+8a^2}}{4a}$.

N.B. Par rapport à la méthode 1, on a $\theta = \alpha + \dfrac{\pi}{2}$, d'où cos θ = -sin α, ce qui correspond bien aux résultats trouvés.

Méthode 3

J. Verdier utilise la propriété qu'a une bissectrice intérieure d'un triangle de diviser le côté opposé proportionnellement aux côtés adjacents, soit, en appelant H le milieu de [BC] : $\dfrac{\mathrm{OH}}{\mathrm{BH}} = \dfrac{\mathrm{a}}{\mathrm{AB}}$. Ceci, joint aux relations $\mathrm{AB}^2 = (\mathrm{OH} + \mathrm{a})^2 + \mathrm{BH}^2$, et $\mathrm{BH}^2 + \mathrm{OH}^2 = 1$ (Pythagore), fournit un système de trois équations à trois inconnues qu'il laisse à… ***Dérive*** le soin de résoudre.

Il signale à ce propos que :

1° Sur TI92, le logiciel refuse de résoudre ;

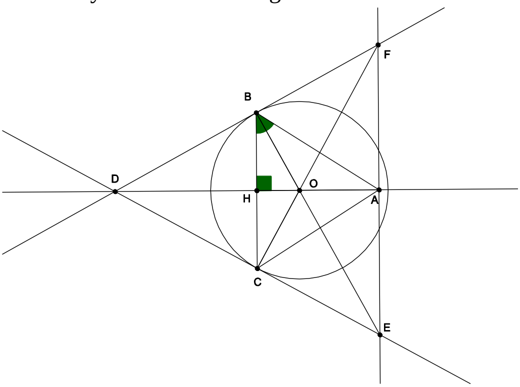
2° Sur ordinateur, *Dérive* donne quatre solutions pour OH : a , $\dfrac{1}{0^+}$, $\dfrac{\sqrt{1+8a^2}-1}{4a}$, $\dfrac{\sqrt{1+8a^2}+1}{4a}$ dont seule la troisième convient.

Méthode 4

En posant $\alpha = \widehat{\mathrm{OBH}}\ (= \widehat{\mathrm{OBA}})$, en écrivant $\begin{cases} \tan\alpha = \dfrac{\mathrm{OH}}{\mathrm{BH}} \\ \tan(2\alpha) = \dfrac{\mathrm{a}+\mathrm{OH}}{\mathrm{BH}} \end{cases}$ et en exprimant $\tan(2\alpha)$ en fonction de $\tan\alpha$, J. Verdier obtient cette fois l'équation $\mathrm{a}+\mathrm{OH} = \dfrac{2\mathrm{OH}}{1-\dfrac{\mathrm{OH}^2}{1-\mathrm{OH}^2}}$ qu'il confie derechef à *Dérive* sur TI92, avec succès cette fois.

Méthode 5

J.-Y. Hély considère les tangentes au cercle en B et C, qui se rencontrent en D et coupent la perpendiculaire en A à (OA) et F et E respectivement :



a) il démontre d'abords l'*alignement* des points B, O et E :

Le quadrilatère convexe AOBF est inscriptible (triangles rectangles de même hypoténuses) donc $(\overrightarrow{\mathrm{BO}}, \overrightarrow{\mathrm{BA}}) = (\overrightarrow{\mathrm{FO}}, \overrightarrow{\mathrm{FA}})$.

D'autre part $(\overrightarrow{\mathrm{FO}}, \overrightarrow{\mathrm{FA}}) = (\overrightarrow{\mathrm{EA}}, \overrightarrow{\mathrm{EO}})$ [symétri e par rapport à (OA)], et on a vu que $(\overrightarrow{BO},\overrightarrow{BA})=(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BO})$ [bissectrice] ; d'où $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BO})=(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EO})$ et $(\overrightarrow{BO},\overrightarrow{EO})=(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{EA})$. Puisque les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EA}$ sont colinéaires et de sens contraire, il en est de même pour $\overrightarrow{BO}$ et $\overrightarrow{EO}$. Les points B, O et E sont donc alignés (il en résulte que O est l'orthocentre du triangle DEF).

b) J.-Y. H détermine ensuite la *distance* OE (ce qui détermine la position de E). On a EO.EB = EA.EF (puissance de E par rapport au cercle circonscrit à AOBF), soit, en posant X= EO : $X(X+1) = 2EA^2 = 2(X^2-a^2)$.

la solution positive de cette équation est $X=\dfrac{1+\sqrt{1+8a^2}}{4a}$.

N.B Comme $\dfrac{OH}{OB}=\dfrac{OB}{OE}$, on en déduit que $OH=\dfrac{a}{X}$, c'est-à-dire $X=\dfrac{\sqrt{1+8a^2}-1}{4a}$: il s'agit donc bien de la même solution que cette obtenue par les méthodes précédentes.

Méthode 6

A.Viricel remarque que le faisceau (B ; AHOD) est harmonique (deux droites et leurs bissectrices).

On a donc $\dfrac{2}{\overline{OD}}=\dfrac{1}{\overline{OA}}+\dfrac{1}{\overline{OH}}$. D'autre part, dans le triangle rectangle OBD, $\overline{OH}.\overline{OD}=OB^2=1$.

D'où (en posant $x=\overline{OH}$) $\dfrac{2}{x}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{a}$, c'est-à-dire $2ax^2 + x - a = 0$, équation déjà rencontrée dans la méthode 1.

Troisième partie : détermination de la longueur de la trajectoire

Une fois précisée la position des points B et C, le calcul de la longueur de la trajectoire n'est plus qu'une question de formalité ; les formules données parles auteurs des solutions sont les suivantes (par ordre alphabétique) :

Ph. Cabasson : $\dfrac{1}{4a}\left(\sqrt{1+8a^2}+3\right)^{3/2}\left(\sqrt{1+8a^2}-1\right)^{1/2}$

G. D'Andréa : $\sqrt{4a^2+2+2\sqrt{1+8a^2}}+\dfrac{1}{2a}\sqrt{8a^2-2+2\sqrt{1+8a^2}}$

J.-Y. Hély : $\dfrac{1}{4a^2}\sqrt{4a^2+2+2\sqrt{1+8a^2}}\left(4a^2-1+\sqrt{1+8a^2}\right)$

J. Verdier (TI92) : $\dfrac{\left(\sqrt{1+8a^2}+4a^2-1\right)}{a\sqrt{2}\left(\sqrt{1+8a^2}-1\right)}$

A. Viricel : $\dfrac{1}{a\sqrt{2}}\left[2\sqrt{\sqrt{1+8a^2}-1+4a^2}+\sqrt{8a^4+\sqrt{1+8a^2}-1-4a^2}\right]$

N.B. je laisse au lecteur le soin de vérifier que ces longueurs sont bien égales : j'avoue humblement ne pas en avoir eu le courage. Je me suis simplement contenté de vérifier que pour a = 1 les diverses formules donnaient bien la valeur attendue, à savoir 3 √3 (car le triangle ABC est alors équilatéral).

Quatrième partie : construction de B et C à la règle et au compas

A la règle et au compas, il s'agit de placer le point H sur (OA).

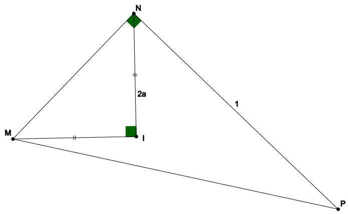
Comme on a $OH = \dfrac{\sqrt{1+8a^2}-1}{4a}$, le problème se ramène à :

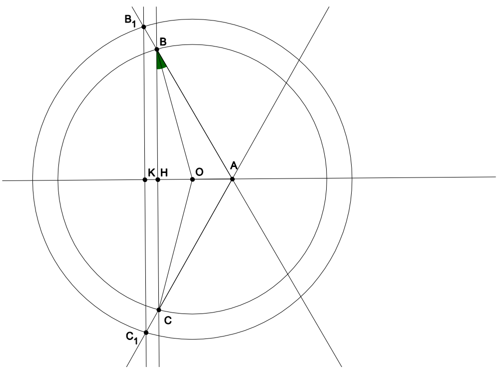
- construire un segment de longueur $\sqrt{1+8a^2}-1$
- diviser ce segment par 4a.

Plusieurs solutions ont été proposées.

Méthode 1 (G. d'Andréa)

Elle construit un segment [MP] de longueur $\sqrt{1+8a^2}$ (voir *figure 1*, dans laquelle IM = IN = 2a et NP = 1) ; on reporte le segment selon EK (voir *figure 2*), d'où $OK = \sqrt{1+8a^2}-1$





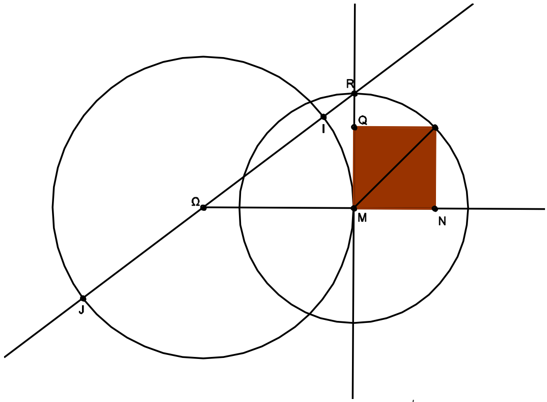
Elle trace alors le cercle de centre O et de rayon 4a ; la perpendiculaire en K à (OA) coupe ce cercle en B_1 et C_1.
Le segment $(OB_1]$ (resp. $(OC_1]$) coupe le cercle donné en B (resp. C) : on a en effet $\dfrac{\mathrm{OH}}{\mathrm{OK}} = \dfrac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OB_1}} = \dfrac{1}{4\mathrm{a}}$.

Méthode 2 (J.-Y. Hély)

Voir méthode 5 ci-dessus. Il part de l'équation X(X+1) = 2(X²-a²), qu'il réécrit X(X-1) = 2a².

Pour obtenir un segment de longueur X :

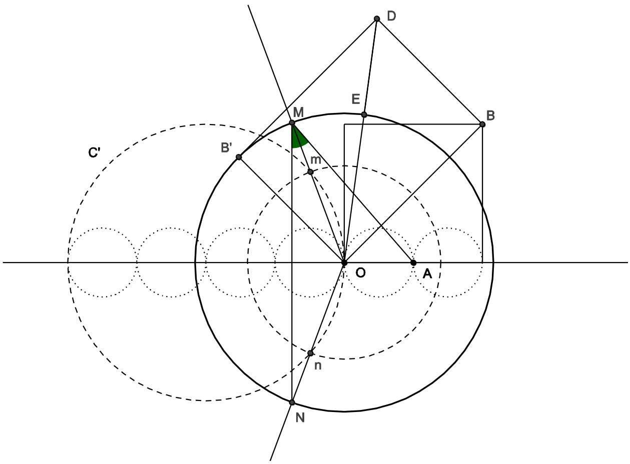
- il trace un cercle de centre Ω et de rayon 1/2 et, à partir d'un point M de ce cercle, construit un carré MNPQ de côté a, extérieurement au cercle (avec N sur [ΩM]) :



- il rabat P en R sur (MQ) : on a donc MR = MP = a√2
- il trace (ΩR), qui coupe le cercle en I et J. D'où (puissance de R par rapport au cercle) : $RM^2 = \overline{RI}.\overline{RJ}$ et, comme RI = RJ - 1, le segment [RI] a la longueur cherchée.

Méthode 3 (Rachid al-Hazen)

Voici sa construction (*citation de l'auteur*) : « On trace six cercles de diamètre OA afin de permettre de tracer un carré de côté 2OA d'un côté de O et un cercle C' de diamètre 4OA de l'autre côté. On trace la diagonale [OB] du carré et un rayon [OB'] du billard, qui lui est perpendiculaire. On considère la diagonale [OD] du rectangle construit sur ces deux segments.



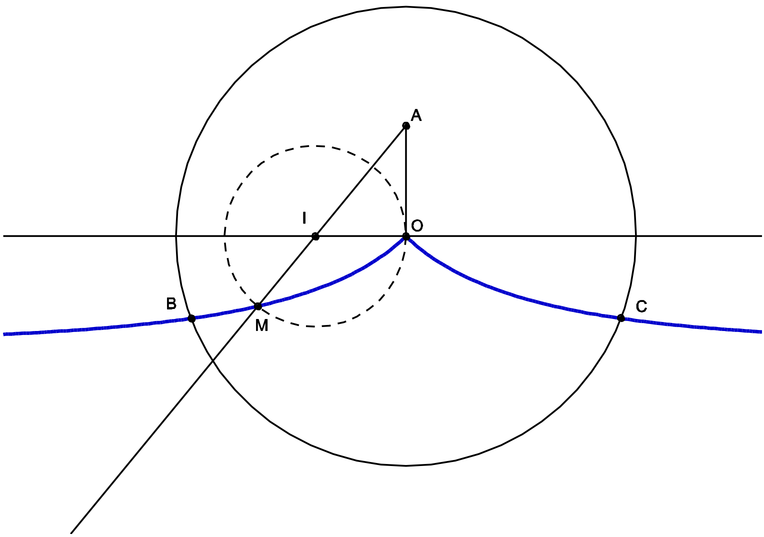
On trace le cercle de centre O et de rayon le segment [ED] obtenu en enlevant un rayon du billard à la diagonale [ED]. Ce dernier cercle coupe le cercle C' en deux points m et n. On trace les rayons passant par ces deux points ; les points d'intersection M et N de ces rayons avec le bord du billard sont les points qu'il faut viser depuis le point afin d'avoir la trajectoire triangulaire souhaitée ».

N.B. Le lecteur pourra vérifier, en calculant $\cos \mathrm{AOM}$, qu'il correspond bien à la valeur trouvée dans la seconde partie. Rachid al-Hazen ne le fait pas car, dit-il « *la place me manque sur cette page pour la dérouler convenablement* ». Ne serait-il pas également un cousin éloigné de Pierre de Fermat ?
Notre correspondant signale enfin que « *cette méthode, infaillible, a été interdite pas la fédération internationale au cours de la convention de Delft en 1972, car son usage dénuait la compétition de tout intérêt* ».

Remarque

A. Viricel remarque que [AB] coupe le diamètre Δ perpendiculaire à (OA) en un point I tel que le triangle IOB est isocèle (*voir figure ci-dessous*) : en effet, on a $(\overrightarrow{BO},\overrightarrow{OI})=(\overrightarrow{BO},\overrightarrow{BC})=(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BO})$.

Soit alors un point I de Δ, et le point M de [AI] défini par AM = AI + IO ; ce point appartient à une strophoïde, de sommet A et de point double O. les points B et C cherchés sont les intersections de cette courbe avec le cercle.



Problème du trimestre n°45

énoncé proposé par Bernard PARZYSZ

MATHEMATIQUES DU CITOYEN

Extrait du catalogue décembre-janvier 1996 de la chaîne CAMARA (photo-vidéo-son) :

Payez en 10 fois tous vos achats à partir de 1 000 f pour un coût de **crédit de 4%** de la valeur d'achat.

CAMARA vous propose pour tous vos achats à partir de 1 000 F le paiement en 10 fois plus un apport personnel équivalent au coût du crédit (...).

TEG 9% [*] hors assurances facultatives. Le montant du crédit est égal au prix de vente moins l'apport personnel (...).

Exemple : Montant de l'achat 3 000 F. Apport personnel 4% soit 120 F + 10 mensualités de 300 F. Montant du crédit : 2 880 F. Coût du crédit hors assurances facultatives : 120 F. Soit un coût total de l'achat à crédit de 3 120 F.

Question 1 : dans les conditions décrites ci-dessus (TEG de 9%, apport initial égal au coût du crédit, paiement en 10 mensualités), le coût du crédit est-il bien égal à 4% de la valeur de l'achat ?

Question 2 : Le problème peut-il se généraliser (apport initial quelconque, TEG quelconque, nombre de mensualités quelconque,...) ?

[*] N.B. le TEG (Taux Effectif Global) est, **par définition**, égal à 12 fois le taux mensuel du crédit. Ce n'est donc **pas** le taux annuel. Cette "entourloupe légale" est spécifique à la France.

Envoyez vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à Bernard PARZYSZ, 3 rue Marie Sautet, 57000 METZ.

SOMMAIRE

(*) Un bon de commande de brochures était inséré dans ce Petit Vert (pages 17 à 20). Nous ne l'avons pas reproduit ici.

LE PETIT VERT n° 45
(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt legal : 1996
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F
L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)