LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 41	MARS 1995	Abonnement 4 n^{os} par an : 30 F

DIXIEME

1985 – 1995

ANNIVERSAIRE

BIBLIOTHEQUE DE LA RÉGIONALE

Nous vous rappelons brièvement le principe de fonctionnement de notre bibliothèque de prêt par correspondance (réservée aux **adhérents** A.P.M.E.P. lorrains, à jour de leur cotisation).

1. **Choisissez** l'ouvrage dans la liste publiée dans le n°39 de septembre 94 (liste résumée) ou dans le n°33 de mars 93 (liste détaillée).

2. **Contactez** Jacqueline EURIAT, qui a maintenant en charge la gestion de cette bibliothèque :
par courrier : 44 rue de Bezonfosse, 88000-EPINAL
ou par téléphone (29.35.71.77).
Si l'ouvrage est disponible, il vous sera expédié aussitôt.

3. Vous pouvez conserver l'ouvrage **trois semaines** (voire même plus si personne ne le réclame après vous).

4. Le retour de l'ouvrage se fera à la demande de Jacqueline EURIAT :
· soit en l'expédiant au lecteur suivant dont elle vous aura communiqué l'adresse ;
· soit en le lui retournant directement.
Le prêt d'ouvrages ne vous coûte donc que les frais d'expédition **du retour**.

Problème du trimestre n°41
(proposé par Victor Alexeïevitch BUKOWSKI,
Institut de Mathématiques Appliquées, KHABAROVSK, Russie)

Soit un triangle ABC de centre de gravité G.

La rotation de centre G et d'angle $+2\pi/3$ transforme B en B''.
La rotation de centre G et d'angle $-2\pi/3$ transforme C en C''.

Démontrer que le triangle AB''C'' est équilatéral.

éditorial

1995 : certains pensent $1981 + 2\times 7$, d'autres rêvent $2002 - 7$. Pour Michèle, c'est $1992 + 3$; pour LE PETIT VERT ainsi que pour son fidèle et efficace rédacteur en chef, c'est $1985 + 10$ (il est vrai qu'avec le n°41 d'une publication paraissant 4 fois par an naît l'envie de fêter un dixième anniversaire).

1995 : c'est aussi $3\times 5\times 7\times 19$.

"HORS PROGRAMME !"

"A QUOI ÇA SERT ?"

Au ministère, et au sein de l'A.P.M.E.P., on entend parler de contenus, de finalités, de "socle"... De nombreuses questions sont posées.

J'aimerais rajouter :

- le sens et la compréhension des notions rencontrées doivent-ils être réservés à une élite ?
- pourquoi ne pas prendre son temps pour aller au fond des choses ?
- un élève curieux est-il subversif ?

1995 : c'est enfin une année nouvelle pour notre Régionale et, pour ce premier bulletin de l'année, voici quelques souhaits :

- 1000 satisfactions avec nos élèves ;
- 9 élèves de moins dans les classes de 35 ;
- 100 pour cent d'augmentation du nombre des pages du Petit Vert consacrées à ce qui se passe dans nos classes ;
- 4 heures par semaine pour les activités mathématiques en sixième et en cinquième ;
- 15 nouveaux adhérents (au moins) issus de l'IUFM.

François DROUIN

Président de la Régionale
depuis le 18/01/95

COMITÉ DE LA RÉGIONALE
(élu le 18/01/95)

Marie-José BALIVIERA (*), lycée Louis Geisler à RAON : responsable "Lycées Professionnels" (tél.29.41.16.07)

Michel BARDY, lycée Louis Lapicque à EPINAL : responsable "second cycle" (tél.29.34.02.10)

Michel BONN, IREM de Lorraine : responsable "Post-Bac" et "Formation des Maîtres" (tél.83.53.26.34)

Gabriel BORGER (*), lycée Louis Vincent à METZ (tél.87.64.47.89)

Jérôme CARDOT (*), collège Les Avrils à SAINT-MIHIEL (tél.29.89.19.27)

Roger CARDOT, lycée Stanislas à VILLERS-LES-NANCY, trésorier adjoint chargé de la vente des brochures (tél.83.75.84.53)

Jean-Marie DIDRY, UFR STMIA Université Henri Poincaré, (tél.83.56.92.38)

Monique DORIDANT, lycée Mendès-France à EPINAL (tél.29.82.41.04)

Pierre DORIDANT, lycée professionnel J.C. Pellerin à EPINAL

François DROUIN, collège Les Avrils à SAINT-MIHIEL : président (tél.29.89.06.81)

Jacqueline EURIAT, IUFM de Lorraine, site d'EPINAL : chargée de la bibliothèque régionale (tél.29.35.71.77)

Michèle FABREGAS, lycée R. Schuman à METZ : vice-présidente (tél.87.36.25.30)

André FRIRY, retraité (tél.29.65.11.87)

Marie-Claire KONTZLER, collège François Rabelais à L'HOPITAL (tél.87.92.83.07)

Pol LE GALL (*), lycée Julie Daubié à ROMBAS : trésorier (tél.87.64.14.76)

Geneviève LEMERCIER, retraitée : secrétaire (tél.83.98.74.50)

Mireille NARELLI, lycée Mendès-France à EPINAL

Bernard PARZYSZ (*), IUFM Université de METZ (tél.87.75.19.26)

Pascal PETULLA, lycée Julie Daubié à ROMBAS (tél.87.32.67.66)

Christiane ROHMER, lycée Pierre et Marie Curie à NEUFCHATEAU (tél.29.94.02.10)

Daniel VAGOST, IUT de METZ : trésorier adjoint (tél.87.73.09.31)

Jacques VERDIER, lycée Arthur Varoquaux à TOMBLAINE : responsable "Petit Vert" (tél.83.32.39.64)

(*) membres du bureau national de l'APMEP

MARS 1985 ... MARS 1995

10 ans de "Petit Vert"

En feuilletant la collection...

Le numéro 1 (mars 1985) n'avait que 8 pages. Il posait la question essentielle :

> Est-ce que ça vaut la peine de se lancer dans la "grande aventure" de la publication d'un bulletin régional APMEP ? Est-ce qu'on en a les moyens ? Y aura-t-il des articles en nombre suffisant ?

10 ans de parution régulière ont donné la réponse à ces questions.

La raison du lancement de cette publication était essentiellement financière : l'envoi aux adhérents des informations relatives à la vie de la Régionale coûtait cher (quoique le timbre ne fût qu'à 1,70 F au tarif lent et 1,80 F au tarif "normal") ; passer sous le régime du bulletin périodique bénéficiant du régime "spécial périodiques" des PTT allait nous permettre de réaliser de substantielles économies.
Mais, depuis quelque temps, la Poste a considérablement (et très discrètement) augmenté le tarif "P.P." : l'affranchissement est actuellement (au 01/10/94) à 1,39 F le numéro.

LE PETIT VERT : pourquoi ce titre ? Le "gros" bulletin de l'APMEP était (et est toujours) à couverture verte, et certains l'appelaient "le gros vert" (gros ayant ici une connotation affective). Aussi il fut décidé que le "petit" bulletin, celui de la Régionale, s'appellerait tout naturellement LE PETIT VERT.
Au début, d'ailleurs, toutes les pages étaient vertes. Ce n'est qu'à partir du n°9 (mars 1987) que les pages intérieures sont devenues blanches.

La typographie du titre n'a jamais été modifiée. La première page a toujours présenté un rectangle noir, de dimensions 12,5 cm x 11,5 cm (environ), qui contenait - au départ - le sommaire du numéro.
Le premier "**dessin de couverture**" est apparu en mars 1988 (n°13) : il illustrait un exercice posé en page 7.
Mais cette idée de dessin de couverture ne s'est pas imposée immédiatement : dès le numéro suivant, le sommaire revenait se "positionner" dans son rectangle... pour en disparaître définitivement en juin 1989 (et s'installer alors en dernière page).
Le choix de ce dessin de couverture est souvent fait in extremis par le rédacteur en chef qui, au moment de "boucler", tout occupé qu'il est à essayer de faire

tenir (avec force réductions parfois) tous les articles dans le nombre de pages imparti, s'aperçoit qu'il a totalement oublié la première page...

La pagination varie habituellement **de 16 à 24 pages**, suivant le nombre d'articles proposés.
Le record absolu a été battu par le n°15 de septembre 1988 : 36 pages (il est vrai qu'il contenait 20 pages d'analyses des sujets de bac et de brevet).

Au total, du n°1 au n°40 (décembre 1994), y compris les suppléments, mais en excluant le n°10 (cf. infra) et les numéros spéciaux relatant le Rallye (présentés sous pochette cartonnée en quadrichromie, format A4), nous avons publié 876 pages, soit une moyenne de presque 22,5 pages par numéro.

Le n°10 (juin 1987) était un gros "pavé" de 68 pages, paru sous le double titre "LE PETIT VERT" et "LA CAVERNE".
LA CAVERNE était le bulletin de l'IREM de Lorraine, paraissant au rythme de trois numéros par an (le premier numéro était daté de mai 1982); mais, depuis le n°9 (début 1986), qui avait déjà pris un énorme retard, plus rien ne venait du côté de l'IREM.
C'est pourquoi la Régionale avait décidé de pousser un peu à la roue pour que LA CAVERNE reparaisse. Cela a été l'occasion de "sortir" ce numéro entièrement consacré à la classe de seconde (nouveaux programmes de 1987).
Cela a malheureusement coïncidé avec la mort de LA CAVERNE...

Du numéro 4 (décembre 1985) au numéro 7 (septembre 1986), nos lecteurs ont pu prendre connaissance, publiée en feuilleton, de la préface des éléments de géométrie écrits par CLAIRAUT à l'attention de son élève, Madame la Marquise du Châtelet.

La rubrique **problème** a débuté au n°2, avec le problème n°1 (proposé par André VIRICEL). Le problème n°2 a été posé dans le Petit Vert n°3, le problème n°3 dans le P.V. n°4 et, curieusement, le Petit Vert n°5 proposait un problème n°5 !
A partir de là, le numéro du problème aurait pu correspondre au numéro du bulletin, pour faciliter les choses. Mais c'eût été trop simple : pas de problème dans le n°6, et problème n°6 dans le bulletin n°7 !
Heureusement, le n°10 proposait **deux** problèmes et, depuis, le numéro du problème correspond bien à celui du Petit Vert.

Qui propose les problèmes ? La palme est détenue par André Viricel, de Villers les Nancy (qui a longtemps été responsable de cette rubrique), qui en a proposé 8 ; mais parmi les 10 qui ne sont pas signés, un bon nombre doivent être de sa plume.
Viennent ensuite, par ordre décroissant : Jacques Verdier (6), Claude Pagano de La Seyne sur Mer (2), Michel Bonn (2), Jean-Marie Didry (2), François Drouin, G. Rohmer, M. Puisségur de Nevers, F.E. Arias des îles Canaries, Jean-Louis

Ovaert, Richard Beczkowski de Châlons, Serge Petit de Sélestat, et le Comité de la Régionale : chacun un.

Quand la maquette d'un numéro est prête (si tout va bien, au début des mois de mars, juin, septembre et décembre), elle est portée à l'I.R.E.M., et l'on y imprime (en offset) le bulletin. Ensuite commence tout le travail d'assemblage, de pliage et de **mise sous enveloppes,** qui est fait à Nancy par une équipe de bénévoles : ce travail dure environ 2 heures. Toutes les bonnes volontés supplémentaires seront chaleureusement accueillies (avec café et mirabelle à la clef !) : il suffit d'appeler le 83.32.39.64 pour faire partie de l'équipe...

A l'occasion de cet historique, je voudrais lancer un **VIBRANT APPEL** pour que les collègues nous racontent ce qu'ils font dans leurs classes. Sinon, le PETIT VERT ne pourrait pas franchir les 8 années qui le séparent encore de sa majorité. Un grand merci d'avance.

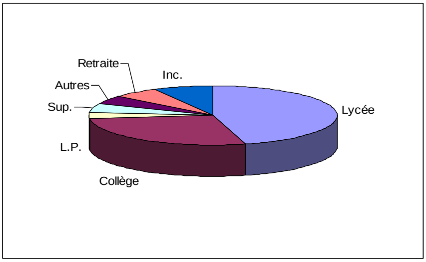
Jacques VERDIER

Statistique des adhérents de la Régionale Lorraine

(en date du 15/02/95)

	A jour en 1995				A jour en 1994 (et non renouvelé en 1995)				TOTAL REGION	
Dépt.	**54**	**55**	**57**	**88**	**54**	**55**	**57**	**88**		**%**
Lycée	36	8	44	27	15	1	8	9	148	50 %
Collège	21	6	30	14	6	0	8	3	88	30 %
L.P.	2	0	4	4	0	0	0	0	10	3 %
Sup.	7	1	5	1	2	1	0	0	17	6 %
Autres	5	2	2	1	1	2	1	0	14	5 %
Retraite	5	1	6	3	2	0	1	2	20	7 %
Inc.	8	1	4	4	0	0	4	4	25	8 %
TOTAL	**84**	**19**	**95**	**54**	**26**	**4**	**22**	**18**	**322**	

Commentaire :
« Inc. » correspond aux adhérents dont nous ne savons pas dans quel type d'établissement ils enseignent.
« Autres » correspond aux IPR, IEN, détachés Mafpen, etc.



QUELLE GEOMETRIE ENSEIGNER

AU COLLEGE ET AU LYCEE ?

Dans le n°4 (décembre 1985) du Petit Vert, nous faisions paraître, sous ce titre, un article relatant l'exposé fait par Monsieur Claude MORLET lors de notre assemblée générale annuelle.
Cet article est toujours d'actualité et c'est pourquoi, à l'occasion du dixième anniversaire de notre bulletin, nous avons décidé de le faire paraître à nouveau, sans aucune modification.

Depuis que l'on change les programmes de mathématiques (1970), c'est celui de géométrie qui a été le plus "ballotté".

Les programmes actuels sont dans un état épouvantable :
- avant 1970, il n'y avait rien sur les structures vectorielles (apparition des translations en Mathématiques Elémentaires seulement) ;
- en 1970, **tout est axé sur le vectoriel**, et on voit apparaître une construction théorique de la géométrie **indépendante des figures** (tout est ramené au domaine numérique) ;
- en 1975/76 (réforme HABY) : quasi-disparition des vecteurs dans le premier cycle ; le "vectoriel" ne reste qu'en seconde. D'où **d'énormes incohérences** : triangles "semblables" en sixième puis seulement en première S ; "pente" opposée à "vecteur directeur" pour les équations de droites ; disparition des aires et des angles en 5eme, 4eme et 3eme.

Il faudrait absolument mettre de l'ordre et **fixer les objectifs** de cet enseignement de la géométrie, en fonction du public visé :

- pour les futurs scientifiques, qui auront encore besoin de mathématiques après le bac : ils auront besoin des **structures vectorielles** dès le début de l'enseignement supérieur (pour la dynamique, l'étude des champs de vecteurs, etc.), et de déboucher sur les **structures linéaires**.

- pour les lycéens du niveau bac, la géométrie apparaît essentiellement en analyse :

  les graphiques de fonctions (coordonnées, etc.) et la traduction géométrique _ numérique (exemple : interpolation linéaire),
  et dans l'étude du corps C des complexes (avec la trigonométrie).

- au niveau du L.P. ou de fin de troisième : on peut faire déjà énormément de choses rien qu'avec la "résolution" des triangles rectangles.

LES DEUX PRINCIPAUX OBJECTIFS DE LA GEOMETRIE DANS L'AVENIR :

Une constatation tout d'abord :
En 1960, la base de la culture scientifique était la physique et la mécanique (d'où, en mathématiques, les notions d'analyse et de géométrie correspondantes).
En 1985, la base de la culture scientifique est **probabilités/statistiques** et **informatique**. Nulle trace de géométrie dans cela : elle jouera un rôle de moins en moins important.

Le problème crucial : comment l'enseignement du collège va-t-il préparer à cette nouvelle culture ?

OBJECTIF 1 : la géométrie comme science du raisonnement (à condition de ne pas l'algorithmiser).

Il faut développer la **structuration logique de l'esprit** et de la pensée.
Il semble que la géométrie soit un terrain de prédilection pour développer ces capacités logiques et l'apprentissage du raisonnement.
<u>Problème</u> : cet apprentissage peut-il, et doit-il, s'adresser à **tout public** ?

Malheureusement, la **tendance actuelle** de l'enseignement de la géométrie est **contraire** à ce premier objectif : on n'enseigne plus le raisonnement, mais l'algorithmisation ; c'est certainement dû au hiatus important entre la capacité de raisonnement des élèves et ce qui est demandé au programme : on juge ([1]) les élèves sur leur capacité à "faire tourner" des algorithmes qu'ils apprennent par cœur et, par "glissement", ces algorithmes deviennent le programme.

OBJECTIF 2 : apprendre à maîtriser l'espace (et non pas à l'axiomatiser).

- on peut apprendre d'une part à **calculer** l'espace, d'autre part à **manipuler des structures** qui pourront être réutilisées par la suite (ces deux aspects étant peut-être antinomiques).

Songeons qu'en 1970 (il n'y a que 15 ans) **tout** était axiomatique ; on se demandait même s'il était licite de dessiner en géométrie ! Peut-on prévoir ce qu'il adviendra dans 15 ans ?

…/…

Ces objectifs existent actuellement, sous-jacents, dans les programmes. Mais tant que l'on fonctionnera avec des **PROGRAMMES** comme actuellement, on ne pourra pas faire de la géométrie.

(1) Il faut incriminer le **rôle de la notatio**n dans l'enseignement : les professeurs ont tendance à ne faire **que** des exercice "notables".

Avec les programmes actuels, il faudrait beaucoup plus de temps pour travailler ; mais l'expérience montre que quand on réduit les programmes, les professeurs "font" alors de la **technicité très pointue** (voir par exemple ce qui s'est fait en première sur les limites).

Claude MORLET, décembre 1985.

N.D.L.R. Actuellement (en 1995), l'enseignement de la géométrie au collège butte le plus souvent sur deux problèmes :
- une pratique antérieure trop souvent réduite à des calculs d'aires et de périmètres avec des formules apprises par cœur (ce qui est en contradiction avec les objectifs de l'élémentaire ; mais un des manuels les plus utilisés ne s'appelle-t-il pas **Objectif Calcul** *?) ;*
- des instruments de dessin non entretenus, cassés et non remplacés trois mois après la rentrée (la prime de rentrée est déjà bien loin...), ce qui ressortit à un problème "de société" bien plus général.

N.D.L.R. (bis). Dans le n°18 (janvier 1995) de la revue "REPERES-IREM" (pages 125 à 134), le Professeur VILLANI de PISE nous invite à réfléchir à un certain nombre de questions relatives à l'enseignement de la géométrie dans les années qui viennent :
- pourquoi est-il opportun et/ou nécessaire d'enseigner la géométrie ?
- qu'est-ce qui doit être enseigné ?
- comment doit-on l'enseigner ? les ordinateurs sont-ils plus adaptés à cet enseignement que les manuels ?
- qu'est-ce qui doit être évalué chez les élèves ?
- etc.

DIXIEME
1985 – 1995
ANNIVERSAIRE

Collèges :
Lettre à Monsieur le Recteur

Copie de la lettre envoyée par la Régionale APMEP à Monsieur le Recteur de l'Académie (le 11/01/95) :

Monsieur le Recteur,

Cette année scolaire, 17 collèges de l'académie expérimentent de nouvelles gestions du temps consacré à l'enseignement des mathématiques.

Afin de préparer la prochaine rentrée et d'accompagner les collègues de mathématiques durant l'année scolaire 95/96 qui verra une généralisation de la mise en œuvre des décisions ministérielles concernant le collège, la Régionale Lorraine de l'APMEP demande :

- la suppression des discordances entre le programme officiel (paru au B.O. en 1985) et les commentaires et instructions qui ont suivi ;

- la diffusion à chaque enseignant de collège, conformément à une des propositions de Monsieur le Ministre, des éventuelles modifications de programme et de leurs commentaires ;

- une large diffusion des expérience menées dans les 17 collèges en 94/95, accompagnée d'une réflexion inter-établissement concernant, en particulier, les dispositifs mis en place de consolidation en groupe selon les besoins ;

- un accompagnement de l'Inspection de mathématiques, de l'IREM et de la MAFPEN pour la mise en œuvre des éventuelles modifications de programme et la nouvelle gestion horaire de l'enseignement des mathématiques en sixième ;

- l'organisation officielle de contacts collège-école élémentaire (de nouveaux programmes sont en préparation à l'école).

En accord avec les conclusions de nombreux rapports commandés par Monsieur le Ministre, la Régionale Lorraine de l'APMEP ne peut que rappeler son très vif souhait de voir rétablir les quatre heures hebdomadaires accordées à l'enseignement des mathématiques en sixième et cinquième. Elle souhaite que la souplesse d'emploi du temps utilisée dans les collèges expérimentaux soit maintenue dans la rénovation des collèges.

En espérant que le bilan des expérimentations de cette année scolaire sera connu avant que les collèges n'établissent leur projet d'établissement, je vous prie...

Michèle Fabrégas, présidente.

Fonctions ω(n) et Ω(n)

Le 18 janvier, lors de sa conférence prononcée à l'occasion de la Journée Régionale des Mathématiques, Gérard MATHIEU nous a parlé (entre autres) des deux fonctions arithmétiques ω et Ω définies de la façon suivante :

si n est un entier naturel, ω(n) est le nombre de facteurs premiers différents composant n, et Ω(n) est le nombre de ces facteurs premiers comptes avec leur ordre de multiplicité.
Par exemple, pour $n = 1080 = 2\times2\times2\times3\times3\times3x5$, $\omega(n) = 3$ [il y a trois facteurs premiers distincts, 2, 3 et 5], et $\Omega(n) = 7$ [en comptant les ordres de multiplicité].

J'ai voulu illustrer graphiquement les propos tenus par Gérard MATHIEU, afin de pouvoir "visualiser" les propriétés qu'il a démontrées.

Les fonctions ω et W ont un graphe très irrégulier sur **N**.
Voici par exemple les valeurs prises par ω(n) [colonne L2] et Ω(n) [colonne L3] pour n variant de 1000 à 1094 [colonne L1] :

L1	L2	L3
1000	2	6
1001	3	3
1002	3	3
1003	2	2
1004	2	3
1005	3	3
1006	2	2
1006	2	2
1007	2	2
1008	3	7
1009	1	1
1010	3	3
1011	2	2
1012	3	4
1013	1	1
1014	3	4
1015	3	3
1016	2	4
1017	2	3
1018	2	2
1019	1	1
1020	4	5
1021	1	1
1022	3	3
1023	3	3
1024	1	10
1025	2	3
1026	3	5
1027	2	2
1028	2	3
1029	2	4
1030	3	3
1031	1	1
1032	3	5
1033	1	1
1034	3	3
1035	3	4
1036	3	4
1037	2	2
1038	3	3
1039	1	1
1040	3	6
1041	2	2
1042	2	2
1043	2	2
1044	3	5
1045	2	3
1046	2	2
1047	2	2

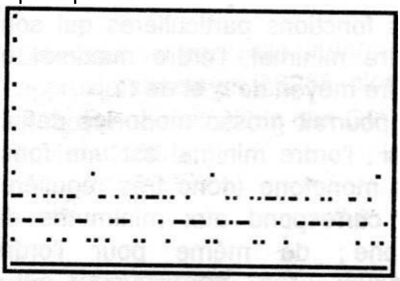
L1(48)=1047

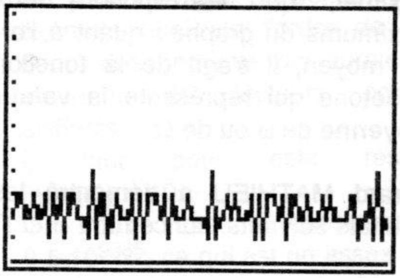
L1	L2	L3
1047	2	2
1048	2	4
1049	1	1
1050	4	5
1051	1	1
1052	2	3
1053	2	5
1054	3	3
1055	2	2
1056	3	7
1057	2	2
1058	2	3
1059	2	2
1060	3	4
1061	1	1
1062	3	4
1063	1	1
1064	3	5
1065	3	3
1066	3	3
1067	2	2
1068	3	4
1069	1	1
1070	3	3
1071	3	4
1072	2	5
1073	2	2
1074	3	3
1075	2	3
1076	2	3
1077	2	2
1078	3	4
1079	2	2
1080	3	7
1081	2	2
1082	2	2
1083	2	3
1084	2	3
1085	3	3
1086	3	3
1087	1	1
1088	2	7
1089	2	4
1090	3	3
1091	1	1
1092	4	5
1093	1	1
1094	2	2
	------	------

L1(96)=

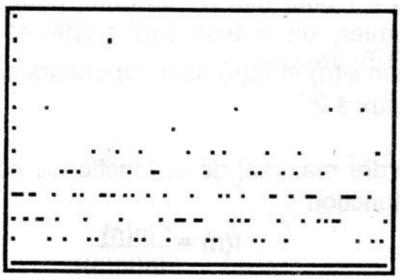
Pour tout p premier, on a bien sûr $\omega(p) = \Omega(p) = 1$.
On constate que pour la "majorité" des nombres, $\omega(n) = 2$ ou $\omega(n) = 3$: très rares sont les nombres se décomposant en quatre facteurs premiers ou plus. Ici, il n'y a que 1020, 1050 et 1092.

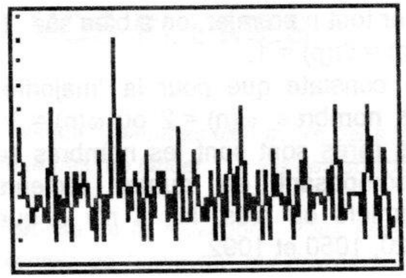
Voici les représentations graphiques de w sur l'intervalle [1000 ; 1094], l'une en prenant simplement les points (n ; ω(n)), l'autre en les reliant pour plus de "lisibilité" :





Et voici les représentations graphiques de Ω sur le même intervalle :





[la pointe extrême correspond à $\Omega(1024) = 10$, car $1024 = 2^{10}$].

Bien que les représentations graphiques de ω et de W soient "très irrégulières", on peut s'intéresser à trois fonctions particulières qui sont l'ordre minimal, l'ordre maximal et l'ordre moyen de ω et de Ω.

On pourrait grosso modo les définir ainsi : l'ordre minimal est une fonction monotone (donc très régulière) qui correspond aux minimums du graphe ; de même pour l'ordre maximal, qui correspondra aux maximums du graphe ; quant à l'ordre moyen, il s'agit de la fonction monotone qui représente la **valeur moyenne** de ω ou de Ω.

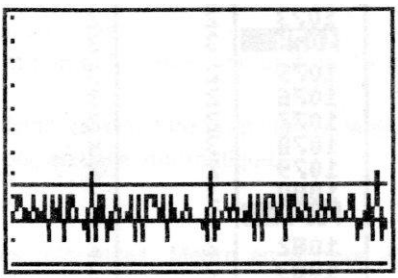
Gérard MATHIEU a démontré les résultats suivants, concernant ω et Ω :

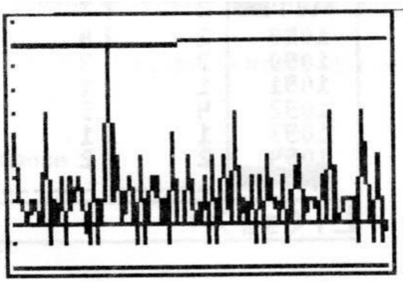
l'ordre minimal de w et l'ordre minimal de Ω sont la fonction définie par $f(n) = 1$ pour tout n ; en effet, pour p premier, on a bien $\omega(n) = \Omega(n) =1$; sinon $\omega(n)$ et $\Omega(n)$ sont supérieurs ou égaux à 2.

L'ordre maximal de la fonction ω est la fonction $f(n) = \dfrac{\ln(n)}{\ln(\ln(n))}$ et l'ordre maximal de Ω est la fonction $f(n) = \dfrac{\ln(n)}{\ln(2)}$

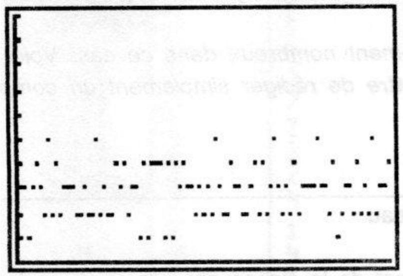
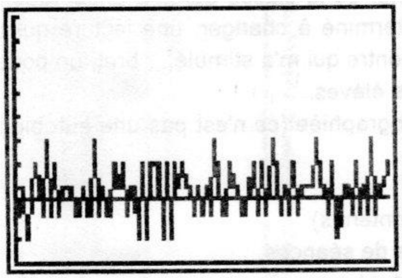
Quant à l'ordre moyen, on trouve **f(n) = ln(ln(n))** à la fois pour ω et pour Ω (ce qui à première vue pourrait paraître paradoxal). Ce qui revient à dire que le nombre "moyen" de facteurs premier composant un entier n, qu'on les compte avec leur ordre de multiplicité ou pas, est ln(ln(n)).

On a représenté ci-dessous ω, l'ordre moyen de ω, et l'ordre maximal de ω sur [1000 ; 1094] ; on pourra constater que les deux dernières fonctions sont pratiquement constantes sur cet intervalle ; même chose pour Ω :

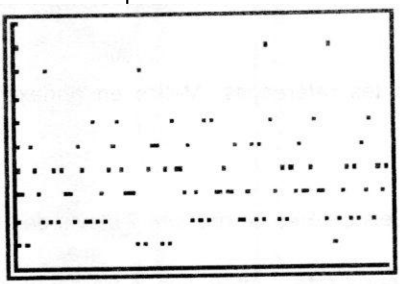
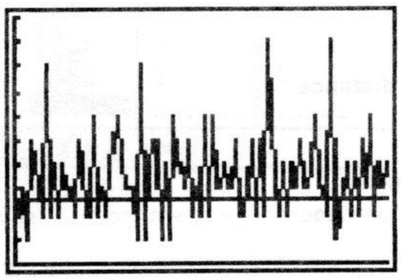




J'ai recommencé les mêmes calculs sur l'intervalle [1000000 ; 1000094], et je trouve ces deux représentations pour ω (sur la seconde figure également l'ordre moyen) :

Même chose pour Ω :

Sur cet intervalle [1000000;1000094], on ne trouve que six nombres premiers : 1000003, 1000031, 1000033, 1000037, 1000039 et 1000081, qui donneront $\omega(n) = \Omega(n) = 1$.
Le maximum de ω vaut 5, et il est obtenu pour les six nombres 1000008, 1000020, 1000050, 1000065, 1000075 et 1000090. Ce dernier nombre, par exemple, se décompose ainsi : $2\times5\times7^2\times13\times157$.
Le maximum de Ω vaut 9, et il est obtenu pour $n = 1000064 = 2^7\times13\times601$ et pour $n = 1000080 = 2^4\times3^3\times5\times463$.

Dans tout cet intervalle, $\ln(\ln(n))$ vaut approximativement 2,6258, alors que la moyenne statistique des $\Omega(n)$ vaut environ 2,86.

On pourrait aussi se demander par exemple quel est l'ordre de grandeurs des nombres qui auraient en moyenne 10 facteurs premiers distincts.
Il faut pour cela résoudre $\ln(\ln(n)) = 10$.
On trouve quelque chose comme $9{,}5\times10^{9565}$, ce qui est un assez grand nombre (imaginez que la Terre n'existe que depuis $1{,}5\times10^{17}$ secondes environ !!!)..

Jacques VERDIER

A vos plumes

Question : *j'aimerais bien écrire pour le Petit Vert ce que je fais dans ma classe, mais je n'ose pas me lancer… il y a des spécialistes de l'écriture, dont je ne suis pas.*

Réponse de la rédaction : *Vous êtes effectivement nombreux dans ce cas. Voici un exemple de « canevas » qui devrait vous permettre de rédiger simplement un comte redu de votre travail.*

1. Donner un titre ; préciser la classe ou le niveau.

2. A l'origine : la situation, le contexte, le climat de la classe qui m'a encouragé, un échec ou une prise de conscience qui m'a déterminé à changer, une lecture qui m'a donné une idée, un travail d'équipe ou une rencontre qui m'a stimulé... bref, un bout de l'histoire qui m'a amené à proposer CELA à mes élèves.…
Utiliser le « je ». Maximum ½ page dactylographiée (ce n'est pas une autobiographie)

3. Description de l'activité (méthodologie et contenus**)**
Décrire soit une séance de travail, soit une série de séances.
Se centrer sur ce que les élèves font réellement, et non sur ce que moi, prof, je dis ou j'écris...
Indiquer très clairement les conditions matérielles, l'effectif, la structure proposée et la disposition de la classe (travaux en petits groupe de trois, en salle informatique...).

4. Matériels et documents utilisés
En donner une indication très précise, avec les références. Mettre en annexe les fiches et des documents que vous avez conçus.

4. Évaluation.
Comment ça a marché ? Pourquoi l'échec ? Quels critères de réussite. L'avis des élèves.
(La fiche peut aussi décrire quelque chose qui a raté... mais que l'on trouve utile de relater, justement parce que j'y crouyais).

Une fois le travail fait et relaté, je peux **prendre de la distance** :
- faire apparaître des contradictions,
- montrer comment ça m'a fait évoluer,
- dire pourquoi je ne suis pas près de recommencer,
- affirmer bien haut que je suis ravi et qu'en conséquence je ferai ça tous les ans jusqu'à ma retraite !

Bref, relater un essai **qui a été réalisé** (et le décrire dans tous ses aspects) ... au lieu de décrire un "tour de main" pédagogique.

Tout cela en 3 pages dactylographiées environ (sur disquette, c'est encore mieux !).
Les rubriques sont souples, les titres peuvent changer…

RESTER CONCRET, ça gagne de la place.

L'équipe de rédaction (impatiente de vous lire)

SEMINAIRE DE RENTREE

DE LA REGIONALE LORRAINE

Profitant du fait que la prérentrée a été fixée au vendredi 1er septembre (pour les enseignants des collèges), la Régionale a décidé de renouer avec une "tradition" : le séminaire de rentrée.

Celui-ci aura lieu à RAMONCHAMPS (près de Remiremont), dans un centre de vacances familiales, du samedi 2 septembre après-midi au dimanche 3 septembre après-midi.

Retenez dès à présent ces dates.

Toutes les précisions concernant l'organisation de ce séminaire (contenus mathématiques, hébergement...) seront publiées dans le Petit Vert n°42 de juin. C'est à ce moment-là aussi que vous vous inscrirez.

Solution du problème du trimestre n° 39 (septembre 1994)

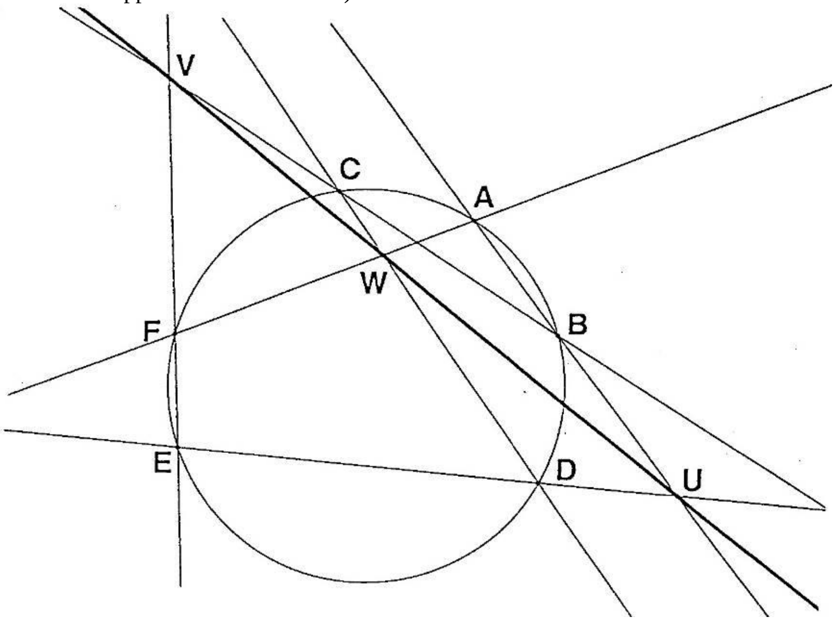
La « tourniquette »

Sur une conique (***C***) on choisit quatre points **quelconques** A_0, A_1, A_2 et A_3. On construit les points A_4, A_5 et A_6 (***C***) de façon à avoir $(A_3A_4)//(A_0A_1)$, $(A_4A_5)//(A_1A_2)$ et $(A_5A_6)//(A_2A_3)$. Montrer que A_6 est alors confondu avec A_0.

Nous avons reçu, pour ce problème, des solutions de : Vincent **LÉCUYER** (54 PULNOY), Claude **MORIN** (87 LIMOGES), Christiane **ROHMER** (88 NEUFCHÂTEAU), Jacques **VERDIER** (54 NANCY) et André **VIRICEL** (54 VILLERS-LÈS-NANCY)

1- Démonstration générale : (A. VIRICEL)

La démonstration proposée s'appuie sur le théorème de Pascal : ***Les trois points d'intersection des côtés opposés d'un hexagone inscrit dans une conique sont alignés*** (sur une droite appelée droite de Pascal) :



Dans le cas du problème, appelons :

U le point d'intersection de (A_0A_1) et (A_3A_4),
V le point d'intersection de (A_1A_2) et (A_4A_5),
W le point d'intersection de (A_2A_3) et (A_5A_0).

Par hypothèse, les points U et V appartiennent à la droite de l'infini.

Le théorème de Pascal, appliqué à l'hexagone $A_0A_1A_2A_3A_4A_5$, nous dit que le point W appartient à la droite (UV) : il est donc, lui aussi, à l'infini. Par suite, les droites (A_2A_3) et (A_5A_0) sont parallèles.

D'autre part, par hypothèse, les droites (A_2A_3) et (A_5A_6) sont parallèles. Il en résulte que les droites (A_5A_0) et (A_5A_6) sont parallèles (et donc confondues). Et finalement, les points A_0 et A_6 sont confondus.

Remarques :

C. MORIN définit sur l'ensemble des points d'une conique (Ω) la loi interne suivante : I étant un point fixé de (Ω), on pose A+B = C, C étant le point où la parallèle à (AB) menée par I recoupe (Ω) ; il remarque que l'énoncé est équivalent à l'associativité de cette loi (qui confère à (Ω,+) une structure de groupe commutatif).
A. VIRICEL, qui démontre divers cas particuliers de l'énoncé général (voir ci-après), va ensuite plus loin, en "gonflant" le problème en 3 dimensions, sous la forme de la conjecture suivante (qu'il démontre dans quelques cas particuliers) :

> Soient, sur une quadrique (Q), trois coniques A, B, C (intersections de (Q) avec les plans a, b, c) telles que B soit tangente à A et à C.
> On considère, sur (Q) :
> - la conique A', tangente à C et située dans un plan parallèle à a
> - la conique B', tangente à A' et située dans un plan parallèle à b.
> Alors la conique C' de (Q), située dans un plan parallèle à c, est tangente à A.

(N.B. : en fait, il y a 2 possibilités pour A', et 4 pour B' ; d'où 8 pour C'. Il faut donc "choisir convenablement" les coniques, étant donné que deux coniques C' seulement sont tangentes à A).

2- Cas de la parabole : (C. MORIN, C. ROHMER, J. VERDIER et A. VIRICEL)

Remarque préliminaire : par un choix judicieux des axes de coordonnées, l'équation d'une parabole (P) peut toujours se ramener à $y = x^2$.

Soient alors deux points distincts A et B de (P), de coordonnées respectives (x_A , x_A^2) et (x_B , x_B^2) ; le coefficient directeur de la droite (AB) est x_A+x_B.
(Remarque: cette formule est encore valable lorsque A = B, car alors le coefficient directeur de la tangente à (P) en A est $2x_A$).

Le parallélisme des cordes (AB) et (CD) se traduit donc par $x_A+x_B = x_C+x_D$. Avec les données de l'énoncé, on obtient par conséquent :

$$x_0+x_1 = x_3+x_4$$
$$x_1+x_2 = x_4+x_5$$
$$x_2+x_3 = x_5+x_6.$$

Ce système conduit (par addition) à $x_6 = x_0$, c'est-à-dire à $A_6 = A_0$.

3- Cas des coniques à centre :

a) Hyperbole : (C. MORIN, C. ROHMER, J. VERDIER et A. VIRICEL)

Comme ci-dessus, on remarque que l'équation d'une hyperbole (H) peut toujours se ramener à $y=\dfrac{1}{x}$; d'autre part, si A et B sont deux points distincts (resp. confondus) de (H), le coefficient directeur de la corde (AB) (resp. de la tangente en A à (H)) est $-\dfrac{1}{x_A x_B}$. Le parallélisme des cordes (AB) et (CD) se traduit donc ici par $-\dfrac{1}{x_A x_B}=-\dfrac{1}{x_C x_D}$, soit $x_A x_B = x_C x_D$.

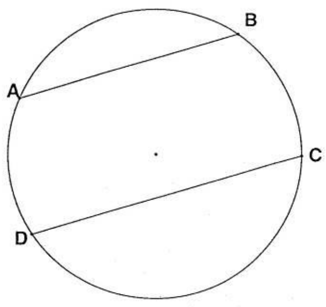
Avec les données de l'énoncé, on obtient alors le système :

$\begin{cases} x_0 x_1 = x_3 x_4 \\ x_1 x_2 = x_4 x_5 \\ x_2 x_3 = x_5 x_6 \end{cases}$, système qui donne (par multiplication) $x_6 = x_0$, soit $A_6 = A_0$.

b) Ellipse :

Une ellipse peut être considérée comme la transformée d'un cercle par affinité orthogonale, et ladite transformation, qui est affine (comme son nom l'indique), conserve le parallélisme. Il suffit donc de démontrer la propriété pour le cercle :

Solution de A. VIRICEL :



Soient deux cordes parallèles [AB] et [CD] d'un cercle (C). du plan orienté ; on a l'égalité d'arcs (orientés) arc(AD) = arc(CB) [*figure ci-dessus*].

Avec les données du problème, on aura donc ici

$\begin{cases} \text{arc}(A_0A_4) = \text{arc}(A_3A_1) \\ \text{arc}(A_4A_2) = \text{arc}(A_1A_5) \quad \text{(arcs orientés)} \\ \text{arc}(A_2A_6) = \text{arc}(A_5A_3) \end{cases}$

D’où, par addition (Chasles) : arc(A_0A_6) = arc nul, soit $A_0 = A_6$.

Solution de V. LÉCUYER :

Deux cordes parallèles d'un même cercle ont même médiatrice.

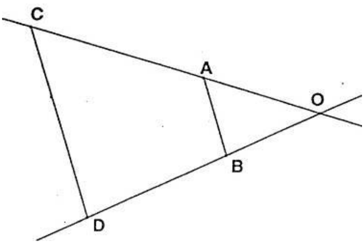
Avec les données du problème, appelons s_1, s_2, s_3 les réflexions par rapport respectivement aux médiatrices des cordes $[A_0A_l]$, $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$. On a alors $A_6 = (s_3 o s_2 o s_l)^2(A_0)$. De plus, la transformation $s_3 o s_2 o s_l$, composée de trois réflexions par rapport à des droites concourantes, est une réflexion ; elle est donc involutive, et $A_6 = A_0$.

N.B. : C. MORIN et C. ROHMER proposent, pour le cas de l'ellipse, une solution analytique à partir de la représentation paramétrique x = a.cost, y = b.cost de l'ellipse :
soient A, B, C, D quatre points de l'ellipse (E), correspondant respectivement aux valeurs t_A, t_B, t_C, t_D du paramètre ; le parallélisme des cordes (AB) et (CD) se traduit par l'égalité $t_A + t_B = t_C + t_D$, la suite de la démonstration étant analogue à celle indiquée pour la parabole.

On peut remarquer que cette condition ne fait que traduire, après être revenu de l'ellipse au cercle par affinité orthogonale, l'égalité d'arcs AD = CB de la démonstration précédente.

4- Cas d'une conique dégénérée en deux droites:

a) Droites sécantes : (A. VIRICEL)



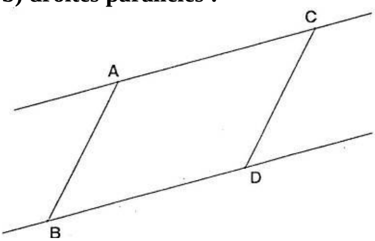
Soient deux droites sécantes en O, et deux points A et C de l'une, deux points B et D de l'autre (tous quatre distincts de O). Le parallélisme de (AB) et (CD) se traduit (Thalès) par l'égalité $\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OC}} = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OD}}$.
Dans le cas du problème, on suppose les 4 points A_0, A_2, A_4, A_6 alignés sur l'une des deux droites, et les 3 points A_1, A_3, A_5 alignés sur l'autre. Les conditions de parallélisme de l'énoncé se traduisent par les égalités :

$$\frac{\overline{OA_0}}{\overline{OA_4}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA_3}}, \quad \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA_5}} = \frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA_4}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA_6}} = \frac{\overline{OA_3}}{\overline{OA_5}}$$

d'où l'on déduit (par multiplication et simplification) : $\dfrac{\overline{OA_0}}{\overline{OA_6}} = 1$, puis enfin $\overline{OA_0} = \overline{OA_6}$,

soit $A_0 = A_6$.

b) droites parallèles :



Soient deux droites parallèles, et deux points A et C de l'une, deux points B et D de l'autre. Le parallélisme de (AB) et (CD) se traduit par le fait que ABDC est un parallélogramme et donc par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
Dans le cas du problème, et en plaçant les points comme dans le cas précédent, on obtient ainsi les trois égalités : $\overrightarrow{A_0A_4} = \overrightarrow{A_1A_3}$, $\overrightarrow{A_4A_2} = \overrightarrow{A_5A_1}$ et $\overrightarrow{A_2A_6} = \overrightarrow{A_3A_5}$.
Par addition (Chasles), on en déduit $\overrightarrow{A_0A_6} = \vec{0}$, soit $A_0 = A_6$.

N.B. : En comparant l'étude des divers cas particuliers, on peut remarquer des "homomorphismes" entre les démonstrations ; on voit ainsi comment se transforment ces démonstrations lorsqu'on passe de la parabole à l'hyperbole (somme →produit) ou au cercle (abscisse →abscisse curviligne), et des droites sécantes aux droites parallèles (rapport de colinéarité → vecteur).
On peut également voir ici à l'œuvre la puissance d'une théorie générale des coniques, qui permet justement de ne pas traiter séparément les divers cas particuliers - faisant cependant perdre le plaisir d'une "promenade" parmi ceux-ci -, ainsi que celle de la géométrie projective, qui permet de considérer les points à l'infini comme des points "ordinaires".

Problème du trimestre n°41
(proposé par Victor Alexeïevitch BUKOWSKI,
Institut de Mathématiques Appliquées, KHABAROVSK, Russie)

Soit un triangle ABC de centre de gravité G.

La rotation de centre G et d'angle $+2\pi/3$ transforme B en B".
La rotation de centre G et d'angle $-2\pi/3$ transforme C en C".

Démontrer que le triangle AB"C" est équilatéral.

DIXIEME
1985 – 1995
ANNIVERSAIRE

BIBLIOTHEQUE DE LA REGIONALE

Attention : nouvelle adresse pour emprunter les ouvrages (voir page 2) :
Jacqueline EURIAT
par courrier : 44 rue de Bezonfosse, 88000-EPINAL
ou par téléphone (29.35.71.77).

Solution du problème n°40 de décembre 1994
proposé par Michel **BONN** (VANDŒUVRE-LES-NANCY)

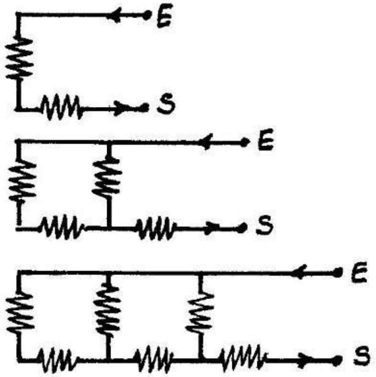
Un physicien (nul n’est parfait) dispose d’une réserve contenant une infinité de résistances égales, d’une valeur de 1 Ω chacune.
Etant infiniment désœuvré, il s’amuse à construire des circuits électriques selon le calendrier suivant :

premier jour :

deuxième jour :

troisième jour :

et ainsi de suite...



Comme c’est un physicien extrêmement scrupuleux, il note chaque jour (dans un cahier infiniment épais) la résistance du circuit obtenu.

Au bout d’une infinité de jours, il s’aperçoit qu’il est toujours aussi désœuvré, puisque la valeur affichée par son ohmmètre est toujours la même.

Questions :

1° Pouvez-vous expliquer comment ont varié les relevés jour après jour, et identifier la valeur « finale » ?

2° Si le cœur vous en dit, pouvez-vous envisager une généralisation permettant par exemple d’obtenir pour cette valeur n’importe quel nombre fixé à l’avance ?

Les solutions obtenues pour ce problème ont pour auteurs Jérôme **CARDOT** (55 SAINT-MIHIEL), Joël **LAMOISE** (54 LUNÉVILLE), Vincent **LÉCUYER** (54 PULNOY), Claude **MORIN** (87 LIMOGES) et Jacques **VERDIER** (54 NANCY).

1- Problème initial :

On sait que, étant données deux résistances a et b :
- lorsqu'elles sont placées en série, elles équivalent à la résistance R= a + b ;
- lorsqu'elles sont placées en parallèle, elles équivalent à la résistance R' définie par $\frac{1}{R'} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (soit $R' = \frac{ab}{a+b}$).

En appelant R_n la résistance obtenue au bout de n jours on a, d'après la forme du circuit, la relation de récurrence :

$$R_{n+1} = 1 + \frac{R_n}{1+R_n} .$$

Posons $R_{n+1} = f(R_n)$, avec $f(x) = 1 + \frac{x}{1+x}$. La fonction f envoie [l ; 2] dans lui-même, et on a $0 < f'(x) < 1$ sur cet intervalle ; il en résulte que la suite (R_n) converge vers un point r de cet intervalle, qui vérifie r = f(r). On en déduit alors $r = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (c'est-à-dire le ***nombre d'or***).

Presque tous les correspondants ont remarqué que les valeurs successives de R_n s'écrivent comme quotients de deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci définie par $u_l = u_2 = 1$; plus précisément, on a $R_n = \frac{u_{2n+1}}{u_{2n}}$.

<u>Remarques</u> :

La suite (R_n) est décroissante ; J. VERDIER note ainsi que "*plus on accumule les résistances dans ce circuit, moins il est résistant*".

C. MORIN précise que, au bout de deux semaines, R_n diffère du nombre d'or de moins de 10^{-11}, et que "*pour le physicien (...) (et pour une calculatrice à 12 chiffres) l'infini est atteint au bout de deux semaines*".

J. LAMOISE, lui, écrit R_n sous la forme $R_n = \frac{2a_n + b_n}{2c_n + d_n}$ où les coefficients sont déterminés par $\begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{n-1}$.

2- Généralisations :

C. MORIN fait – finement - remarquer que, pour obtenir une résistance de n ohms (avec n entier naturel non nul), il suffit de mettre n résistances d'un ohm en série. Mais on peut difficilement dire qu'il s'agit là d'une *généralisation* du problème précédent !

Plus sérieusement, trois types de généralisations ont été proposés :

Premier type : (V. LÉCUYER, C. MORIN).

On part encore d'une résistance d'un ohm. Chaque jour, on ajoute :

- en parallèle : b résistances de 1 ohm (au lieu d'une seule)
- en série sur ce circuit : a résistances de 1 ohm (au lieu d'une seule).

Par analogie avec le cas initial, on obtient cette fois la relation de récurrence :

$R_{n+1} = a + \dfrac{b.R_n}{b+R_n}$. On pose $g(x) = a + \dfrac{bx}{b+x}$; cette fonction g envoie l'intervalle [a ; a+b] dans lui-même, et on a $0 < g'(x) < l$ sur cet intervalle. La suite (R_n) converge donc vers un point r de cet intervalle, qui vérifie $r = g(r)$; on obtient alors $r = \dfrac{a+\sqrt{a^2+4ab}}{2}$.

Le problème est alors de rendre cette valeur limite égale à n (entier naturel non nul). Ce qui nous mène à l'équation $a(a + 4b) = (2n - a)^2$, avec $a \leq 2n$. Une solution évidente de cette équation est a = l, b =n(n-1) : c'est celle qui a été proposée par les correspondants.

... Mais il y a d'autres solutions. En effet, l'équation précédente peut se mettre sous la forme $n^2 = a(b + b)$.

Ce qui signifie que les solutions sont données par a = k, $b = \dfrac{n^2}{k} - n$, où k est un diviseur de n^2 inférieur ou égal à n.

Deuxième type : (J. VERDIER)

Dans ce modèle, on fait a = b, mais on n'impose plus à a et b d'être entiers. On obtient ainsi une sorte d'"homothétique" de la situation initiale, dans laquelle la valeur-limite est $a \times \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Il suffit donc de prendre $a = \dfrac{2n}{1+\sqrt{5}}$.

Troisième type : (J. CARDOT)

On sait que, pour 0 < q < l, la série 1 + q + q²... converge vers $\dfrac{1}{1-q}$.

L'idée est ici de multiplier par q, à chaque stade, la résistance du jour précédent, la valeur de q étant choisie de façon que $\dfrac{1}{1-q}$ soit égal à l'entier n fixé (soit $q = 1 - \dfrac{1}{n}$).

Appelons C le circuit constitué :

- de n-1 résistances d'un ohm placées en série ;
- d'une résistance d'un ohm placée en parallèle avec cette série.

La résistance de ce circuit est égale à $1 - \dfrac{1}{n}$.

La démarche consistera donc à remplacer, chaque jour, chaque résistance d'un ohm du circuit de la veille par un circuit C.

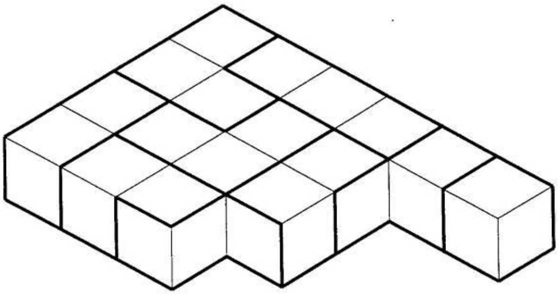
Complément de solution au problème des TRILOSANGES

Proposé par François Drouin

(cf. PETIT VERT n° 39 p. 11 et n° 40 p. 9)

Nous avons reçu de Claude ***Morin*** *(87 Limoges) une contribution relative à ce problème des 9 trilosanges :*

Le plus grand assemblage plat représentable avec les 9 trilosanges comporte 17 cubes ; voici une solution (sans doute la solution à une symétrie près) :

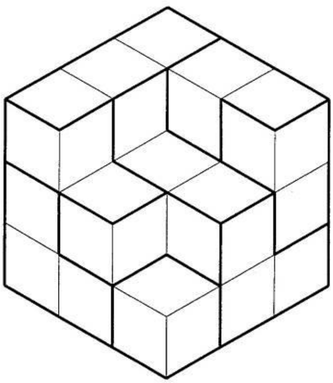


On ne peut pas faire mieux que 17 cubes, car le nombre de faces "verticales" dans un tel assemblage est au moins égal à 10 :

- une face pour chacun des trilosanges 1, 2 et 3 ;
- deux faces pour chacun des trilosanges 4 et 5 ;
- trois faces pour le trilosange 6.

Il reste donc au maximum $3\times9 - 10 = 17$ faces horizontales.

On peut placer les 9 trilosanges dans un hexagone régulier, de façon à représenter un assemblage de 22 cubes (dont 7 sont cachés) :



(il y a deux autres assemblages symétriques l'un de l'autre, en faisant tourner la figure de ±120°)

BILAN FINANCIER EXERCICE 1994

RECETTES		DEPENSES	
Epargne	1 169,44	Secrétariat	2 673,29
Vente brochures	3 122,00	Déplacements	3950,00
Abonnements	270,00	Groupe de travail	300,00
Subvention rallye	6 000,00	Expo/conférence	125,00
Cotisations	7 590,00	Petit Vert	6 607,72
Séminaire	2 666,00	Rallye	6 165,61
Total recettes	**20 817,44**	**Total dépenses**	**19 821,62**
Bilan exercice 1994		**+ 995,82 F**	

COMPTES BANCAIRES

Situation au 31/12/93		Situation au 31/12/94	
Compte courant	8 729,74	Compte courant	7 556,12
Compte épargne	33 279,28	Compte épargne	35 448,72
Solde 1993	**42 009,02**	**Solde 1994**	**43 004,84**
Mouvement		**+ 995,82 F**	

Commentaires :

Les « cotisations » correspondent à la part que l'APMEP nationale nous reverse sur vos adhésions (soir 345 adhérents à jour de cotisation au 01/01/94).

Les 2 666 F « séminaire 95 » correspondent à 62 repas pour la journée du 18/01/95 encaissés en décembre : ils apparaîtront en dépenses (dans le bilan 1995) quand nous aurons payé la facture des repas au F.J.O.
Ce qui fait qu'en réalité la régionale a dépensé plus qu'elle a gagné (1 670,18 F) ; mais nos espérons que nos recettes augmenteront en 1995 : il nous faut vendre plus de brochures (commandez-les directement à la Régionale, et pas à Pris).

SOMMAIRE

LE PETIT VERT n° 41
(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt legal : 1995
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 550 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F
L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)