LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 35	SEPT. 1993	Abonnement 4 n^{os} par an : 30 F

SOMMAIRE

BIBLIOTHEQUE

DE LA REGIONALE

Nous vous rappelons brièvement le principe de fonctionnement de notre bibliothèque de prêt par correspondance (réservée aux adhérents APMEP lorrains) :

1. Choisissez l'ouvrage désiré dans la liste ci-dessous (pour plus de détails concernant ces ouvrages, voir Petit Vert n°33 de mars 93).

2. Contactez Marie-Laure SALGUES
1 rue des Lilas
57050 LE BAN SAINT MARTIN
par courrier, ou par téléphone : 87.32.58.55.
Si l'ouvrage est disponible, il vous sera expédié aussitôt.

3. Vous pouvez conserver l'ouvrage 3 semaines, voire même plus si personne ne le réclame après vous.

4. Le retour de l'ouvrage se fera à la demande de Marie-Laure :
* soit en l'expédiant au lecteur suivant (dont elle vous aura communiqué l'adresse) ;
* soit en le lui retournant directement.
Cela ne coûte donc que les frais d'expédition du retour.

LISTE DES OUVRAGES DISPONIBLES

N°1. Preuves et réfutations, de Imre Lakatos.

N°2. Formes optimales en mathématiques, de S. Hildenbrandt et A. Tromba.

N°3. L'univers mathématique, de Ph. Davis et R. Heisel.

N°4. Aventures mathématiques, de M. de Guzman.

N°5. Et pourtant ils ne remplissent pas N, de C. Lobry.

N°6. L'ordre et la volupté, de R. Fivaz.

N°7. Moyens d'apprendre sûrement et avec facilité, du Marqis de Condorcet.

N°8. Les mathématiques au fil des âges, de J. Dhombres.

N°9. Cauchy, un savant, une époque.

N°10. J'apprends, donc je suis, de H. Trocmé-Fabre.

Suite page 19 ▶

En guise d'éditorial

Ce numéro du « Petit Vert » est un peu exceptionnel : nous avons tenu à le tirer très rapidement en grande quantité afin de présenter à beaucoup de collègues (et en particulier aux stagiaires IUFM) la Journée Régionale des Mathématiques (voir les pages 7 à 10).
Nous vous invitons à participer très nombreux à cette Journée... et à vous y inscrire dès à présent. MERCI.

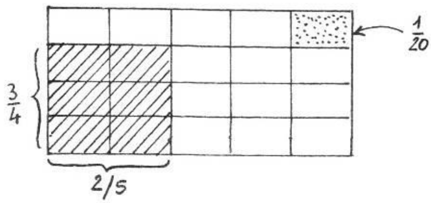
PROMENADE AU PAYS DES FRACTIONS

Par François DROUIN
Collège les Avrils
Saint-Mihiel (Meuse)

François Drouin relate et analyse les réactions des ses élèves de quatrièmes « d'aide et de soutien », parfois appelées quatrièmes « d'accueil » (classes constituées par les élèves jugés trop faibles ou pas suffisamment motivés pour entrer en quatrième technologique au lycée professionnel). Ces réactions seront certainement utiles aux professeurs enseignant dans les classes de collège dites « normales ».

$\mathbf{\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20}}$:

Pour visualiser ce résultat, j'ai longtemps fait comme de nombreux manuels :



Mais comment s'assurer que les élèves utilisent $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ autrement qu'une recette supplémentaire à digérer :
abracadabra pour multiplier les fractions, on multiplie les numérateurs et on multiplie les dénominateurs.

Dans l'esprit de nos élèves, vu la simplicité du procédé, pourquoi ne pas utiliser cette formule magique pour affirmer que :

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$$

Comme beaucoup, je m'en tirais par une pirouette : attention ! pour additionner deux fractions, il **faut** le même dénominateur.

aïe, aïe, aïe !
Il ne faut pas mettre les doigts dans son nez, mais il faut le même dénominateur. La seule justification à cette dernière obligation étant à peu près : ça « marche » tellement bien quand il y a le même dénominateur ! **Quant aux doigts dans le nez, je vous laisse justifier l'interdit !**

Dans les compétences exigibles du programme de cinquième, il est écrit savoir utiliser les égalités

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}, \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}, \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}.$$

En quatrième « d'aide et de soutien », plus de compétences exigibles. Savoir utiliser n'est plus la priorité.

Quelques tentatives pour justifier $\mathbf{\frac{2}{7}+\frac{4}{7}=\frac{6}{7}}$:

- Si je mange 2/7 de gâteau ajoutés à 4/7 de gâteau, pour les élèves j'aurai bien mangé 6/7 de gâteau (malgré le risque d'indigestion, le peu de gâteau laissé aux copains et le curieux partage en sept...).

- Mais à mon âge je me méfie des excès alimentaires et j'aimerais bien ne plus avoir à manger sur mon lieu de travail.
  J'ai essayé 2 cm + 4 cm. Les 6 cm ne posent pas de problème.
  J'ai donc $\frac{2}{100}\text{m}+\frac{4}{100}\text{m}=\frac{6}{100}\text{m}$. Mais je travaille avec des fractions de grandeur et non avec des nombres !

- Alors j'ai sorti le grand jeu : $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}=2\times\frac{1}{7}+4\times\frac{1}{7}=(2+4)\times\frac{1}{7}=6\times\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$.
  Là, je travaillais avec des nombres, mais quel silence dans la salle !
  $\frac{2}{7}=2\times\frac{1}{7}$: étonnement chez certains...
  Deux septièmes sont égaux à deux fois un septième, comme deux francs sont bien égaux à deux fois un franc. Là, ça va mieux...

$2\times\frac{1}{7}+4\times\frac{1}{7}=(2+4)\times\frac{1}{7}$: hé, monsieur, il y a $\frac{1}{7}$ qui a disparu !

Des septièmes, il y en a deux. J'y ajoute quatre autres septièmes. J'aurai donc six septièmes. De plus, la notation utilisée entre autres par les allemands donne peu de consistance aux nombres $\frac{14}{3}$ et $\frac{4}{3}$ ($\frac{14}{3}$ est 4 2/3, et $\frac{4}{3}$ est 1 1/3).

Revenons à l'égalité $\mathbf{\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{20}}$

J'écris $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\left(3\times\frac{1}{4}\right)\times\left(2\times\frac{1}{5}\right)=3\times\frac{1}{4}\times2\times\frac{1}{5}=(3\times2)\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\right)$:

$\frac{3}{4}=3\times\frac{1}{4}$, maintenant on a compris.

$\left(3\times\frac{1}{4}\right)\times\left(2\times\frac{1}{5}\right)=3\times\frac{1}{4}\times2\times\frac{1}{5}$ avec toutes ces multiplications, pourquoi tant de parenthèses ?

$3\times\frac{1}{4}\times2\times\frac{1}{5}=(3\times2)\times\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\right)$: on regroupe comme ça nous arrange

Le **gros problème** à régler est le quart d'un cinquième est un vingtième. Si je coupe mon gâteau en 5 parts, et si je recoupe chaque part en 4, j'obtiens 20 parts ; et je prends un vingtième du gâteau. L'entorse à mon régime est bien légère, j'en laisse aux copains, mais je ne peux pas dire que mes élèves aient vu le rapport avec $\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$.

J'ai de nouveau travaillé avec le langage courant, et j'ai noté ceci !

3×20 = ... facile !!!
trois fois vingt égalent ... facile
le triple de vingt là, il faut réfléchir...
30 : 3 ... facile
le tiers de trente : ça se corse…
les deux tiers de trente : avec le résultat précédent, j'ai trouvé $\frac{2}{3}\times30$:
on a tous trouvé quelque chose...

En résumé :

Lorsque l'écriture est opératoire, des mécanismes (justes ou faux) fonctionnent. Pas besoin de chercher à comprendre, on trouve toujours quelque chose à faire. Dans le cas d'un écriture en français, il est plus difficile d'écrire n'importe quoi ; certains trouvent, d'autres sont bloqués.

Quelques questions encore :

- Pourquoi le double de trois septièmes serait-il plus difficile à trouver que $2\times\frac{3}{7}$ (dans certains manuels, on voit : $2\times\frac{3}{7}=\frac{2}{1}\times\frac{3}{7}=\frac{2\times3}{1\times7}=\frac{6}{7}$).
- De même pour la moitié de huit neuvièmes : $\frac{1}{2}\times\frac{8}{9}$ ou $\frac{8}{9}:2$?
- Comment des élèves pourraient deviner que le quart d'un cinquième est égal à $\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}$ puisque dans les compétences exigibles du programme de sixième, il est dit qu'il faut savoir multiplier un décimal par a/b ? Mais il n'est pas exigé de savoir que « prendre les 3/4 de 800 » cache l'opération « $\frac{3}{4}\times800$ », et qu'il est sûrement judicieux de calculer trois fois le quart de 800 !
  Tant de manuels nous disent on peut multiplier par 3 puis diviser par 4 ou diviser par 4 puis multiplier par 3. Quelle chance ! On peut dire la formule magique puis taper sur le bord du chapeau ou taper le bord du chapeau puis dire la formule magique. Dans un cas ou dans l'autre, le lapin apparaît.

En conclusion :

- Avec mes élèves de sixième, Je me suis empressé de « sortir » des compétences exigibles pour travailler sur les correspondances Français ↔ Écritures numériques.
- Une inquiétude demeure. Nos évaluations EVAPM ont tenté Je voir si les élèves savaient bien faire telle ou telle chose. Mais comment évaluer le sens donné aux choses par l'élève ?
  « $2\times\frac{3}{7}=\frac{2}{1}\times\frac{3}{7}=\frac{2\times3}{1\times7}=\frac{6}{7}$ » et « Le double de $\frac{3}{7}$ est $\frac{6}{7}$ » ne me paraissent pas relever du même niveau de compréhension ; et le libellé des compétences exigibles n'incite-t-il pas à favoriser le premier calcul ?
- La classe de quatrième d'aide et de soutien est un merveilleux observatoire des difficultés rencontrées par les élèves après 2, 3 ou 4 années de collège. Pas de programme rigide, 15 élèves au maximum... de quoi tenter beaucoup de choses, et en réussir quelques unes ...).

■

A.P.M.E.P. LORRAINE

JOURNEE RÉGIONALE DES MATHÉMATIQUES

NANCY, MERCREDI 24 NOVEMBRE 1993

Planning de la Journée :

9 heures : Accueil au C.R.D.P. de NANCY (99 rue de Metz)

9 h 30 à 11 h : **ATELIER** au choix (voir ci-dessous)

11 h à 12 h 30 : **ATELIER** au choix (voir ci-dessous)

13 h : Repas à l'I.U.F.M. de MAXEVILLE

14 h 30 à 17 h : **TABLE RONDE** (à l'I.U.F.M.)
Thème « Les programmes de mathématiques... Ils ne contiennent plus rien... On n'arrive jamais à les terminer...On ne fait plus de maths... Ils sont trop lourds... »
Avec :
Sylviane GASQUET, professeur de lycée, Daniel REISZ, I.P.R. académie de Dijon, Jean-François NOEL, professeur de L.P. (tous trois ayant participé à l'élaboration des nouveaux programmes), Serge PETIT, formateur de Professeurs d'école, Christian JEANBRAU, professeur de classe préparatoire, Michel BONN, Directeur de l'I.R.E.M. de Lorraine.
Animée par Daniel VAGOST, professeur de statistiques en IUT.
Nous espérons la présence, au moins en début d'après-midi, de Monsieur MAROIS, Recteur de l'Académie.

17 h 15 : **Assemblée Générale** annuelle de la Régionale A.P.M.E.P. (avec élection du nouveau Comité).

REPAS :

Les repas seront pris à l'I.U.F.M. de MAXEVILLE (à environ 500 m à pied du C.R.D.P.), où se dérouleront les activités de l'après-midi.
Prix du repas : 25 Francs. Il est nécessaire de s'inscrire à l'avance pour ce repas.
Les étudiants en I.U.F.M. pourront manger avec leurs tickets habituels.

LISTE DES ATELIERS :

Chaque participant devra choisir un atelier pour la première plage horaire (9 h. 30 à 11 h.), et un autre atelier pour la seconde plage horaire (11 h. à 12 h. 30). Indiquer ce choix sur la fiche d'inscription. Attention, les ateliers n° 7 et 8 couvrent les deux plages horaires.

Atelier N°1 (9 h. 30 à 11 h.) : **T.P. D'ANALYSE AVEC INFORMATIQUE**, par Christelle Pravda de Starov.
Exemples d'utilisation pédagogique de l'informatique lors de T.P. de math au lycée ; travail autonome des élèves sur ordinateurs avec le logiciel Graph'X.

Atelier n°2 (9 h. 30 à 11 h.) : **HISTOIRE DES MATHEMATIQUES**, par Jacques Verdier.
Le concept de tangente à une courbe et son évolution dans l'histoire des mathématiques ; les outils qui ont été créés pour résoudre les problèmes de tracés de tangentes. Travail sur documents.

Atelier n°3 (9 h. 30 à 11 h.) : **AVEC L'ORDINATEUR, MATHEMATIQUES EN PERSPECTIVES**, par Françoise Jean et Marie-Hélène Munier.
Perspective, comme représentation des figures de l'espace (perspective parallèle), comme projet d'apprentissage (mise en perspective), comme continuité dans le travail (ouverture de perspectives sur plusieurs années).
L'atelier fera apparaitre, à travers des illustrations au collège et en seconde, ces différents points de vue : pavé droit en 6ème, représentation graphique de données numériques en 5ème, statistiques en 3ème, fonctions numériques et fiches de travail autonome en 2nde.

Atelier n°4 (11 h. à 12 h. 30) : **ACTIVITES LUDIQUES**, par Marie-José Baliviera et Pierre Doridant.
Exemples d'activités ludiques nécessitant peu de matériel et faisant appel principalement à l'observation, à la concentration et à la capacité d'analyse (niveau : collège, L.P., seconde).

Atelier n°5 (11 h. à 12 h. 30) : **L'INFORMATION CHIFFRÉE**, par Sylviane Gasquet (auteur de "Homéopathie mathématique", "Le langage des chiffres", etc.).

Atelier n°6 (11 h. à 12 h. 30) : **MANIPULER EN MATHÉMATIQUES**, par François Drouin.
Des cubes et des carrés en grande quantité, divers polygones à observer et à déplacer, quelques planches à clous et leurs élastiques, des puzzles et des casse-tête, un pied à coulisse en bois, une balance, de la ficelle, quelques polyèdres et de quoi les construire, des chutes de bois, mais pas encore de raton-laveur !!!

Atelier n°7 (9 h. 30 à 12 h. 30) : **ANALYSE DE MANUELS DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER DEGRÉ**, par Serge Petit.
L'analyse d'extraits de manuels nous rendra compte des conceptions de l'apprentissage véhiculées par leurs auteurs...

Atelier n°8 (9 h. 30 à 12 h. 30) : **DES HYPERTEXTES, POUR QUOI FAIRE ?**, par Christian Euriat et Bernard Raphaël.
Qu'est-ce au juste qu'un hypertexte ? Approche concrète par manipulation d'un exemple par les participants ; petite mise au point modérément théorique par les animateurs.
En quoi l'hypertexte peut-il intéresser un enseignant et ses élèves ? La consultation d'un hypertexte, intérêt et problèmes posés : bref exposé, discussion. La création d'hypertextes, intérêt et problèmes posés : construction d'un échantillon, discussion. Quelques pistes pour une utilisation en mathématiques : repérage de situations dans lesquelles les hypertextes peuvent servir.

bulletin d'inscription au dos de cette page

BULLETIN D'INSCRIPTION

A retourner à Michèle FABREGAS, 4 rue Foës, 57070 METZ, pour le 20 septembre impérativement.

Les personnels en activité seront inscrits par nos soins au stage 93RCA750V auprès de la MAFPEN et recevront en novembre un ordre de mission sans frais, les autorisant à d'absenter le mercredi 24, et les couvrant en cas d'éventuel accident de trajet.

NOM Prénom

Adresse personnelle

Etablissement d'exercice

Code personnel de formation (8 chiffres et une lettre) :

Numéro INSEE+clé :

Choix de l'atelier : 9 h. 30 à 11 h : N°

11 h. à 12 h. 30 : N°

REPAS :

Prendra le repas à l'I.U.F.M. : OUI NON

Etudiant I.U.F.M. muni de ticket : OUI NON

Le théorème de Fermat résolu ? $a^n + b^n = c^n$

Nous nous permettons de reproduire ici l'intégralité de l'article de Jean-François Augereau, paru dans le journal LE MONDE du 25 juin 1993 : nous pensons que cette information intéressera nos adhérents au plus haut point. La Rédaction.

par Jean-François Augereau

Le premier jour, les mathématiciens ont écouté poliment son brillant exposé. Le deuxième jour, leur intérêt s'est fait plus vif. La salle a commencé à bruire des commentaires les plus fous et les fax ont arrosé le monde entier d'informations. Andrew Wiles, mathématicien britannique, spécialiste de la théorie des nombres et actuellement chercheur en poste à l'université de Princeton, était en train de faire *« un truc énorme »* à l'occasion de ce séminaire à Cambridge (Grande-Bretagne) sur le thème « Fonctions L et arithmétique ». Et puis, le troisième jour, mercredi 23 juin, il a frappé un grand coup, annonçant la conquête d'un Saint-Graal arithmétique recherché par des milliers de mathématiciens depuis plus de trois cent cinquante ans : la démonstration du théorème de Fermat.

Le mystère tient en peu de mots. Il est la conséquence inattendue d'un théorème bien connu des potaches, le théorème de Pythagore.

Le théorème de Pythagore précise que le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Bref, que $a^2 + b^2 = c^2$. La formule a plu par sa simplicité au point que Diophante, un mathématicien grec de l'école d'Alexandrie qui vivait au IVe siècle de notre ère, s'est emparé de cette équation magique, qui peut avoir bien d'autres applications que la géométrie, pour décrire une méthode simple de construction des triangles rectangles dont les mesures des côtés sont des nombres entiers comme 3, 4 et 5. Elevés au carré, $3^2 + 4^2$ est bien égal à 25, lui-même résultat de 5^2. De même, 6, 8 et 10 satisfont aussi à cette équation.

Ce bel ordre aurait pu rester en l'état si, au XVIIe siècle, Pierre de Fermat, magistrat de Toulouse et de Castres, conseiller au parlement de Toulouse, ne s'était piqué d'une passion brûlante pour les mathématiques et les analyses de Diophante. Reprenant le thème du carré des nombres entiers, il montra, du moins le prétend-il, que cette équation, merveilleusement illustrée par Pythagore et Diophante, ne se vérifiait plus avec des nombres entiers pour des puissances supérieures à 2. En d'autres termes, pour Fermat, il n'est pas possible de trouver un nombre entier c qui, porté à la puissance n, soit égal à la somme de deux entiers, eux-mêmes à. la puissance n ([1]).

Ce problème, apparentent simple, est en fait d'une complexité extrême, sur laquelle nombre de mathématiciens se sont cassé les dents. Depuis plus de trois siècles, le « dernier théorème de Fermat » résiste aux plus grands esprits ([2]). Depuis plus de trois siècles, Pierre de Fermat défie des générations de mathématiciens, lui qui, suprême ironie ou astuce, avait écrit en marge d'une édition sur les travaux de Diophante qu'il avait résolu le problème et « *trouvé une remarquable preuve* », mais qu'il lui était impossible d'en donner la solution du fait de la petitesse de cette marge.

« Pour moi, je le confesse »

Rien ne pouvait être plus agaçant pour les mathématiciens qui eurent à le lire. D'autant que, tout magistrat qu'il fut, Pierre de Fermat était sans doute l'un des plus grands mathématiciens de son temps. Au même titre que Descartes, dont les travaux en géométrie firent la renommée. Fermat fut partout. Avec bonheur. En géométrie comme en théorie des nombres. Dans le calcul infinitésimal comme dans le calcul intégrât. Dans tes mathématiques comme dans la physique, dès lors qu'il s'occupa de réflexion et de réfraction de la lumière en optique géométrique.

Le premier sans doute, il a donné la formule multiplicative du nombre des combinaisons chères aujourd'hui aux statisticiens et aux parieurs du Loto et du PMU. Le premier encore, il a ébauché des recherches qui, si elles n'aboutirent pas, préfigurèrent les travaux de Newton et de Leibniz. Il a régné en maître sur l'étude des carrés magiques qu'on enseigne aux élèves de cinquième et de quatrième, et peut-être considéré comme un précurseur du calcul différentiel et l'un des inventeurs, avec Pascal, du calcul des probabilités.

Pascal, qui le nommait « *le premier homme du monde* », avouait qu'il ne pouvait pas toujours te suivre dans ses travaux. « *Cherchez ailleurs*, lui écrivait-il, *qui vous suive dans vos inventions numériques; pour moi je vous confesse que cela me passe de bien loin; je ne suis capable que de les admirer* ». Aussi est-il, après pareille louange, difficile de détruire le mythe et de s'acharner sur le fait de savoir si, sur son dernier théorème, Fermat n'a fait que constater une propriété sans la démontrer.

Même si cela est vrai, remercions-le. Car jamais les mathématiciens n'ont déployé autant d'efforts, ouvert de voies et développé de domaines, qui ont certes échoué dans la démonstration du théorème de Fermat, mais se sont en revanche révélés riches de bien d'autres applications, comme par exemple la création de codes numériques inviolables. Le théorème de Fermat était-il condamné à rester « inviolé» ? A défaut de le briser, beaucoup se sont simplement contentés de vérifier, grâce à des ordinateurs ultra rapides, qu'il était vrai et ce jusqu'à des puissances ou des exposants de quatre millions.

Voilà cinq ans pourtant, en 1988, on a bien cru que l'impossible était enfin arrivé, lorsqu'un chercheur de la Tokyo Metropolitan University, Yoichi Miyaoka, a affirmé à Bonn, devant un petit cercle de collègues de i'Institut Max-Planck pour les mathématiques, qu'il avait trouvé la solution. Il avait pour cela fait appel aux travaux récents d'un Soviétique, A. N. Parshm, de l'Institut Steklov à Moscou, sur la recherche d'analogies arithmétiques de certains résultats de la géométrie algébrique. Après plusieurs mois de vérifications, il s'avéra que Miyaoka s'était fourvoyé.

« *Il y avait des naïvetés dans sa démonstration* », souligne John Coats, mathématicien britannique à l'université de Cambridge et spécialiste de la théorie des nombres. Aujourd'hui, c'est au tour d'Andrew Wiles d'être dans l'arène. « *La situation est très différente*, explique John Coats, *car, celte fois, les experts du monde entier étaient là et ont pour la plupart, été convaincus par l'approche de Wiles* ».

S'il avait tort après les mois de vérifications auxquelles vont se livrer sans pitié ses honorables confrères, cela n'enlèverait rien à sa notoriété. On applaudirait à sa tentative dans la mesure où, comme l'écrivait, en mars 1988 dans la revue Science, un mathématicien à propos de Yoichi Miyaoka, *« son approche mathématique* [pour résoudre[le théorème de Fermat] *était à elle seule pleine de promesses* » pour les mathématiques.

JEAN-FRANÇOIS AUGEREAU

NOTES

([1]) Les mathématiciens définissent la puissance n d'un nombre comme le produit de ce nombre n fois par lui-même. Ainsi, a au carré est le produit de a par a et se note a^2 ; a au cube est égal à $a \times a \times a$ et se note a^3, etc.

([2]) Ce théorème est souvent appelé « le dernier théorème » parce qu'au XVIII^e siècle il était le dernier d'une longue série que les mathématiciens n'avaient pas démontré.

Le triomphe de l'inaccessible

« *Magnifique !* », a déclaré Enrico Bombieri, de Pise, actuellement en poste à Princeton. « *Impressionnant !* », a renchéri John Coats, de l'université de Cambridge, à l'occasion de cette mémorable conférence d'arithmétique faite à l'Institut Isaac-Newton. « *Cette fois-ci semble bien devoir être la bonne*, ajoutent Jean-Marc Fontaine et Luc Illusie, professeurs à Paris XI. *Le théorème de Fermat s'appellera désormais théorème de Wiles* ».

Ce « tour de force » couronne une longue série de travaux en géométrie algébrique et en théorie des nombres, auxquels ont contribué des mathématiciens du monde entier. Ce n'est pas le moindre des paradoxes de cette affaire : Andrew Wiles, quarante ans, n'a pas directement démontré le théorème de Fermat, mais fait plus fort encore en donnant les grandes lignes de la démonstration de la conjecture de Tamiyama-Weil dont le « grand théorème » du magistrat toulousain n'est qu'une conséquence.

« *Certes, il reste des détails à vérifier*, reconnaît John Coats, *mais ce n'est plus qu'une question de technique, et ce qui a été présenté à Cambridge suffit à démontrer Fermat* ». Le génie de Wiles, ajoute-t-il, a été de « *persister dans la conquête de cet inaccessible sommet des mathématiques qu'est la conjecture de Tamiyama-Weil alors que beaucoup avaient renoncé* ». « *Il a su reprendre certaines idées anciennes et récentes qui permettaient enfin de faire rentrer cet exercice profondément arithmétique qu'est le théorème de Fermat dans un de ces cercles d'idées et de théories qui agitent le milieu des mathématiciens* ». Cela tient presque de l'esthétique, de la poésie.

« *Jusqu'à hier*, précise Jean-Marc Fontaine, *on essayait de replacer Fermat dans un contexte plus général. C'est ainsi qu'au début du vingtième siècle, L. Mordell fit une conjecture sur tes courbes algébriques qui, dans le cas de Fermat, dit que si l'on impose en plus aux entiers a, b et c d'être premiers entre eux, alors il n'y a qu'un nombre fini de solutions. Cette conjecture, longtemps réputée inabordable, fut pourtant prouvée par un Allemand, Gerd Faltings, en 1983, ce qui eut a l'époque un immense retentissement* ». Mais Fermat résistait toujours.

« *Ce n'est qu'en 1988*, explique Luc Illusie, *qu'un pas décisif fut accompli quand, à la suite d'une idée du mathé-*

maticien allemand G. Frey et des travaux de J.-P. Serre (professeur au Collège de France) sur la théorie des représentations des groupes de Galois, le mathématicien américain K. Ribet démontra que le théorème de Fermat résultait d'une autre conjecture classique en théorie des nombres, dite conjecture de Tamiyama-Weil ».

Le problème de Fermat cessait donc d'être une curiosité pour prendre sa place dans un vaste réseau d'idées et de travaux actuels en théorie des nombres. Et c'est de cette inaccessible conjecture que Wiles a su triompher « *en exploitant de manière extrêmement astucieuse et ingénieuse une grande variété de techniques récemment mises en œuvre par B. Mazur et H. Hida sur la théorie des déformations des représentations galoisiennes, par G. Faltings sur les théorèmes de comparaison p-adiques et par V. Kolyvagin et M. Flache sur les systèmes d'Euler* ». Toutes notions qui sont, bien sûr, à la portée du premier venu...

Même les mathématiciens conviennent que la chose n'est pas simple. En témoigne l'opinion de Jean-Marc Fontaine pour qui « *une telle démonstration ne peut se comprendre entièrement en quelques jours* ». Mais l'affaire est importante et « *dès l'an prochain, il y aura des séminaires dans le monde entier pour vérifier les détails de la démonstration. Le théorème de Wiles n'est pas seulement la fin d'une grande histoire. Il change la manière de voir quelques-uns des grands problèmes qui intéressent actuellement les arithméticiens et augmente le champ des possibles* ».

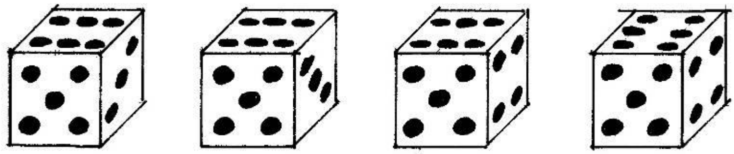
J.-F. A.

INFORMATION

Au cours du mois d'octobre, la brochure réalisée par le groupe de recherche "probabilités-statistiques" de l'I.R.E.M. devrait être tirée et mise en vente.
Elle aura pour thème « Enseigner les probabilités au lycée » (dans l'optique de l'approche "fréquentiste" des nouveaux programmes, très différente de l'approche "pascalienne" qui exige l'équiprobabilité d'événements élémentaires, ou de l'approche axiomatique enseignée à la faculté).
Cette brochure comprendra une étude didactique du concept de probabilité, une analyse des représentations que s'en font les élèves (cf. PETIT VERT n°34 p 6), et des exemples d'activités pour la classe de première et celle de terminale.

Problème du trimestre n°35
proposé par le **Comité Régional**

Voici quatre dés « réglementaires » (au sens que la somme de deux faces opposées vaut toujours 7) et pourtant tous différents (c'est-à-dire non-isométriques quant à la disposition des points sur les faces).



COMBIEN de dés « réglementaires » différents existe-t-il ?

Solution du problème n°34 (PETIT VERT de juin 1993)
proposé par Jean-Marie **DIDRY** (VANDOEUVRE LES NANCY)

L'énoncé suivant est un « classique » de terminale : par tout point M du « petit » arc AB du cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC, MA + MB = MC.
Plus généralement, démontrer que pour tout point M du « petit » arc A_1A_2 du cercle circonscrit à un polygone réguler $A_1A_2A_3... A_{2n+1}$ on a : $MA_1 + MA_2 = \sum_{k=3}^{2n+1} (-1)^{k+1} MA_k$

Une première solution, proposée par l'auteur :

Pour tout k de 3 à 2n+1, utilisons le théorème de PTOLÉMÉE dans le quadrilatère inscrit $MA_2A_kA_1$:

$MA_k \times A_kA_k = MA_1 \times A_2A_k + MA_2 \times A_1A_k$. D'où :

$$A_1A_2 \times \sum_{k=3}^{2n+1} (-1)^{k+1} MA_k =$$

$$MA_1 \times A_2A_3 + MA_1 \times \sum_{k=4}^{2n+1} (-1)^{k+1} A_2A_k + MA_2 \times \sum_{k=3}^{2n} (-1)^{k+1} A_1A_k + MA_2 \times A_1A_{2n+1}$$

Pour des raisons de symétrie, $A_2A_3 = A_2A_1$ et $\sum_{k=4}^{2n+1} (-1)^{k+1}.A_2A_k = 0$,

ainsi que $A_1A_{2n+1} = A_1A_2$ et $\sum_{k=3}^{2n} (-1)^{k+1}.A_1A_k = 0$. D'où le résultat annoncé.

Remarque d'André VIRICEL : en « translatant » de (-2) les indices des sommets du polygone, le résultat prend la forme suivante, plus « symétrique » :

Pour tout point M du petit arc A_0A_{2n} du cercle circonscrit au polygone régulier $A_0A_1...A_{2n}$, on a : $\sum_{k=0}^{2n}(-1)^k.MA_k = 0$

Cette forme se prête bien sur à une solution trigonométrique :

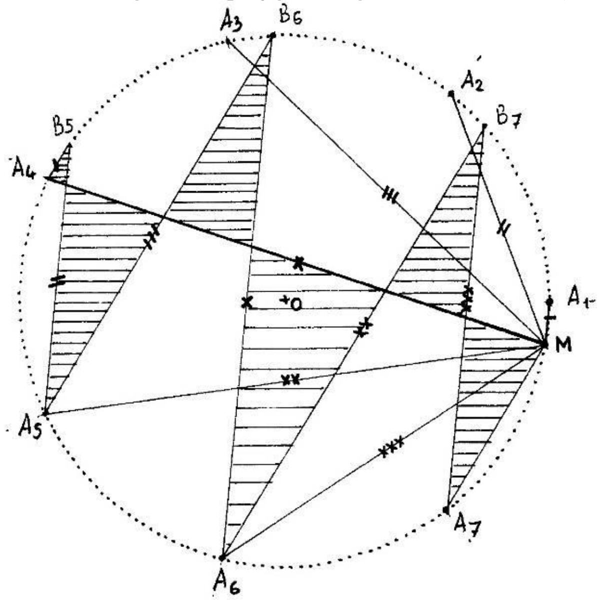
Notons α la mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OA_0}\right)$ et posons $\theta = \dfrac{2\pi}{2n+1}$

Alors $MA_k = 2.OA_0.\sin\left(\dfrac{\alpha+k\theta}{2}\right)$.

Or $\sum_{k=0}^{2n}(-1)^k \sin\left(\dfrac{\alpha+k\theta}{2}\right) = \mathrm{Im}\left[e^{\frac{i\alpha}{2}}.\sum_{k=0}^{2n}\left(-e^{\frac{i\theta}{2}}\right)^k\right] = 0$, car $\left(-e^{\frac{i\theta}{2}}\right)^{2n+1} = 1$

Solution géométrique dans le cas général, proposée par André **VIRICEL** :

La solution, bien que donnée ici dans le cas d'un heptagone régulier $A_0...A_7$ reste valable dans le cas général (polygone régulier à 2n+1 côtés) :



On mène par A_7, A_6 et A_5 les parallèles à MA_1 ; elles recoupent le cercle respectivement en B_7, B_6 et B_5.
Les cordes B_7A_6, B_6A_5 et B_5A_4 sont parallèles à MA_7.

On considère la ligne brisée $MA_7B_7A_6B_6A_5B_5A_4$. Elle forme avec MA_4 six triangles isocèles.
La somme des arcs interceptés par chacun des angles à la base est égale à 3/7 du cercle.
On en déduit que la somme des longueurs des trois cordes parallèles à MA_1 et égale à la somme des longueurs des quatre cordes de même direction que MA_7.
Or chacune de ces cordes est égale à l'un des sept segments allant de M aux sommets de l'heptagone, donc :

$$MA_1 + MA_3 + MA_5 + MA_7 = MA_2 + MA_4 + MA_6.$$

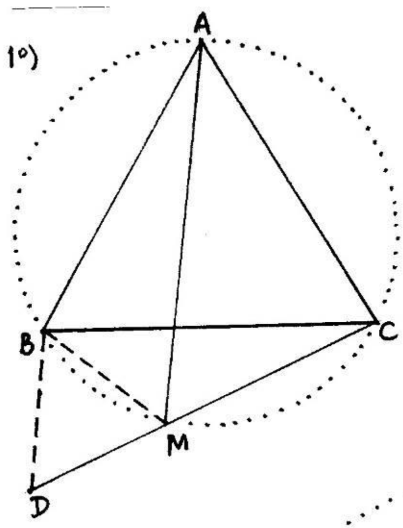
Jean **LAMBERT** (SAINT-MAX) a également résolu ce problème, et nous propose le corollaire suivant :
Soit M un point du petit arc A_0A_{2n} du cercle circonscrit au polygone régulier $A_0A_1...A_{2n}$, tel que $A_0OM < \dfrac{\pi}{2n+1}$.
Si H_k désigne le milieu de $[MA_k]$, alors $\sum_{k=0}^{2n}(-1)^k.OH_k = 0$.

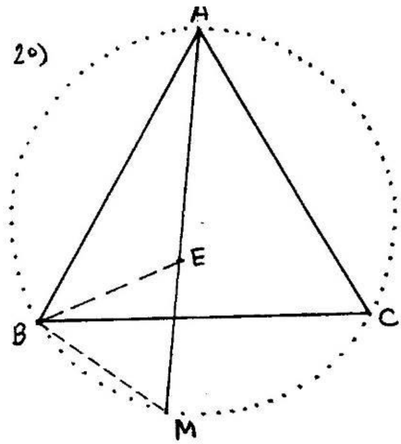
Voici enfin **trois solutions géométriques dans le cas du triangle équilatéral** :
Indications de ces solutions (*figures au dos*) :

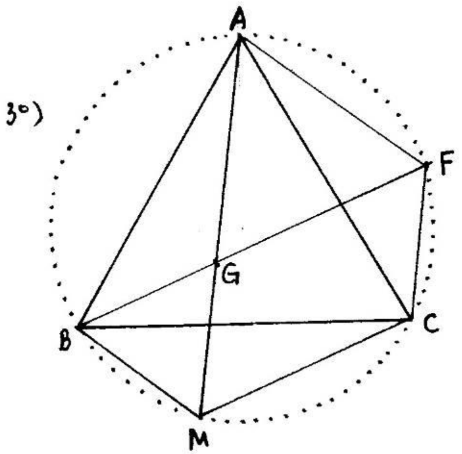
1°) Prolonger CM de MD avec MD = MB.
Le triangle BDM est équilatéral.
La rotation de centre B et d'angle π/3 transforme D en M, C en A, donc CD en AM.
Donc MA = MB + MC. Cqfd.

2°) Porter ME sur MA tel que ME = MB.
Le triangle BME est équilatéral.
La rotation de centre B et d'angle π/3 transforme M en E, C en A, donc MC en EA.
Donc MA = MB + MC.. Cqfd.

3°) Mener la corde BF parallèle à MC.
Il en résulte que CF est parallèle à MA et que AF est parallèle à MB.
MB = MG ; AF = GA = MC
Donc MB + MC = MG + GA = MA.
Cette dernière démarche est utilisable dans le cas d'un polygone régulier quelconque. Cqfd.







INFORMATION

A la rentrée de septembre, l'I.R.E.M. est en mesure de vous fournir, … prix coûtant (éventuels frais de port en sus) un fascicule comprenant les horaires, programmes officiels (et instructions) de mathématiques pour les classes de collège (6ème à 3ème) et pour la classe de seconde des lycées.

Aller les chercher à l'IREM directement, ou contacter le 83.27.55.51

... *Suite de la page 2*

N°11. Eléments d'histoire des sciences, de Michel Serres.

N°12. Des objets mentaux « aire » et « volume » au calcul des primitives.

N°13. Apprivoiser l'infini, de C. Hauchart et N. Rouche.

N°14. Les mathématiques, de Ian Stewart.

N°15. Schéma prévisionnel des formations, par le Conseil Général de Lorraine.

N°16. Apprendre à penser, de R. Debray.

N°17. Lycée, peut mieux faire, de S. Gasquet et N. Ruffieux.

N°18. L'apprentissage de l'abstraction, de B.-M. Barth.

N°19. Histoire illustrée des mathématiques, de J.L. Romet.

N°20. Les mathématiques au quotidien, de P. Resseguier.

N°21. Mathématiques, par Ch. Mauduit et Ph. Tchamitchian.

N°22. La physique de hasard, de Blaise Pascal à Niels Bohr, de Ch. Ruhla.

N°23. La démonstration mathématique dans l'histoire. IREM de Lyon

N°24. Initiation au raisonnement déductif au collège, I.R.E.M. de Lyon.

N°25. ¿ Enseigner la mathématique ?, par la Société Belge des Professeurs de Mathématiques.

N°26. Pythagore, Euclide et toute la clique, de Marc Guinot.

N°27. Les mathématiques dans l'occident médiéval, de Jean de Siebenthal.

Nouvelle acquisition (juillet 93) :

N°28. Le monde des illusions d'optique (objets impossibles et figures ambigües), de Bruno Ernst, éd. Benedikt Taschen, 1993, grand format.
Table des matières : la vue et le traitement de l'information ; figures ambigües ; objets impossibles ; origine et histoire ; maquettes.

La première fois... par Roger Cardot

En juin dernier, mon paquet sous le bras, je suis entré dans un nouveau monde...
Juché sur un tabouret au fond d'une salle, les yeux rivés au tableau où défilaient des chiffres, j'inscrivais tant bien que mal les cotations officielles : 16, 20, 44, et les intermédiaires : 7, 3, etc.
Vous avez dit « harmonisation » ? Cacophonie et brouhaha !
Et il semble que le golden boy qui crie le plus fort ait raison. La cote monte ou descend d'un point à chaque intervention ; un point sur 80, pensez-donc... la note finale est sur 20 et entière !
Et si les actionnaires savaient ?
Je suis rentré chez moi et j'ai relu les instructions de ma convocation :
« La commission d'entente, réunie pour la plupart des épreuves une demi-heure après la remise des copies, permet aux correcteurs de prendre connaissance de quelques compositions et de définir, pour chaque discipline, des critères communs de correction : évaluation des erreurs, appréciation des qualités et niveau de la notation. Elles doivent également déterminer l'importance à accorder à l'orthographe, la présentation et la qualité de la rédaction de la copie ».

LE PETIT VERT n° 35
(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt légal : 1993
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 600 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F
L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)

Note de la rédaction (septembre 2010)

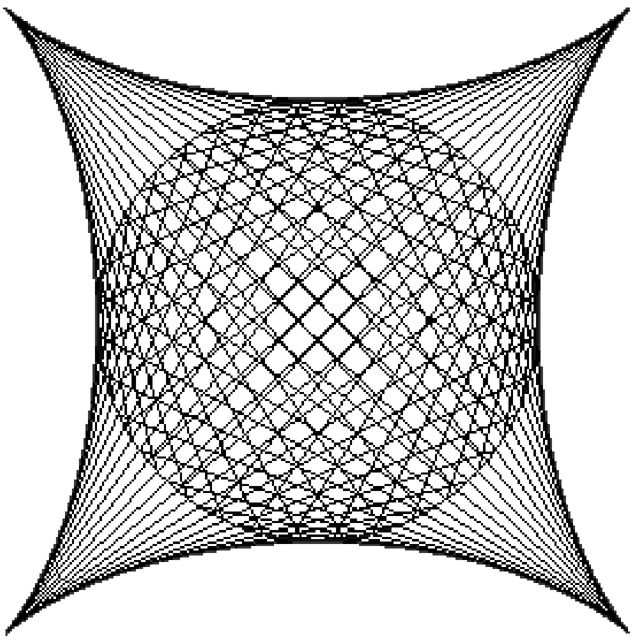
Le Petit Vert n°35 de septembre 1993 a été suivi d’un supplément de 4 pages paru en novembre.
Nous publions ce supplément ci-après.

LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

NOVEMBRE 1993 SUPPLÉMENT AU N° 35	Abonnement 4 nos par an : 30 F



Supplément au Petit Vert n°35 de septembre 93

Nancy, le 8 novembre 1993

Cette feuille est destinée à vous donner quelques informations avant l'Assemblée Générale, ce que nous ne pouvons pas faire par le canal du Petit Vert numéro 36 (qui paraitra en décembre).

Tout d'abord, nous vous rappelons que l'Assemblée Générale de la Régionale aura lieu ce 24 novembre à 17 heures (juste après la table ronde sur les programmes) à l'I.U.F.M. de Maxéville.

Nous faisons appel à vous tous, et en particulier aux enseignants de collège qui y sont sous-représentés, pour faire partie du Comité Régional de l'A.P.M.E.P. Le Comité 1994 sera élu au cours de l'A.G.
Le Comité se réunit toutes les six semaines environ. Il est chargé de définir la "ligne politique" de la Régionale : ses propositions sur le collège, ses réactions sur les projets de programme (quand ils sont soumis à concertation !), etc. Chacun de ses membres prend en charge une partie (plus ou moins importante) de la vie de la Régionale, dans la mesure de ses possibilités.

Si vous êtes candidat, et si vous ne pouvez pas venir le 24/11/93, faites le savoir à Michèle Fabrégas (4 rue de Foës, 57070 METZ).

Par ailleurs, certains membres de notre Régionale Lorraine la représentent au Comité National. C'est le cas de Michèle Fabrégas, dont le mandat va venir à expiration en juin 1994. Nous devons désigner, avant le 31.12.93, le candidat représentant notre Régionale au Comité National : aussi, lors de l'A.G. du 24.11, nous attendons vivement votre candidature.

Lors de la Journée Régionale du 24.11, les livres de la bibliothèque (la liste est dans le Petit Vert n°35) seront présentés, et à votre disposition pour le prêt. Nous demandons à ceux qui ont un livre chez eux de bien vouloir en terminer la lecture et le rapporter ce jour-là. Merci.

Nous vous rappelons également que vous pouvez commander toutes les brochures A.P.M.E.P. directement à la Régionale (et non pas à Paris) : en effet, pour toute commande par son intermédiaire, la Régionale touche une "ristourne" de la part de l'A.P.M.E.P. Nationale... alors ne nous privez pas de cette (modeste) source de revenus, nous n'avons pas beaucoup d'autres ressources.
Pour les commandes, contacter Roger Cardot (5 rue de Saffais, 54360 BARBONVILLE) ; voir bon de commande dans le Petit Vert de décembre.

A bientôt.

Le prochain PETIT VERT (n° 36) paraîtra en décembre. Vous pourrez y lire :

- un problème posé par Fermât à Torricelli ;
- un article sur l'hélice et la vis d'Archimède ;
- des commentaires sur le sujet de juin du brevet :
- les solutions du problème n°35 (les dés), et des compléments sur les solutions du problème n°34 ;
- l'analyse de certains livres intéressants qui viennent de paraître ;
- etc.

Soyez nombreux à nous proposer des articles (de 1/2 à 5 pages).
Faites parvenir vos manuscrits ou disquettes (Word sous MS-DOS) à Jacques VERDIER, 15 rue de Château Salins, 54000 NANCY. Merci.

LE PETIT VERT n° 35 bis
(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt légal : 1993
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 350 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F
L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)