# LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP



| N° 31 | SEPTEMBRE 92 | Abonnement 4 n^os par an : 30 F |
|---|---|---|



Nous appellerons axiomes formels de la langue L les formules suivantes :

L 1. $\{\,^\frown\alpha\,^\frown\longrightarrow\,^\frown\{\,^\frown\beta\,^\frown\longrightarrow\,^\frown\alpha\,^\frown\}^\frown\}$, pour toutes les formules bien formées $\alpha$ et $\beta$.

L 2. $\{\,^\frown\{\,^\frown\alpha\,^\frown\longrightarrow\,^\frown\{\,^\frown\beta\,^\frown\longrightarrow\,^\frown\gamma\,^\frown\}^\frown\}^\frown\longrightarrow\,^\frown\{\,^\frown\{\,^\frown\alpha\,^\frown\longrightarrow\,^\frown\beta\,^\frown\}^\frown\longrightarrow\,^\frown\{\,^\frown\alpha\,^\frown\longrightarrow\,^\frown\gamma\,^\frown\}^\frown\}^\frown\}$, pout toutes les formules bien formées $\alpha$ ... $\gamma$.

L 3. $\{\,^\frown\{\,^\frown\sim\,^\frown\beta\,^\frown\longrightarrow\,^\frown\sim\,^\frown\alpha\,^\frown\}$ ... tes les formules bien formées $\alpha$ et $\beta$

L 4. $\{\,^\frown\{$ ... outes les formules ... de $\alpha$ en subst... ences libre... pos-sédan...


... $\}^\frown\beta\,^\frown\}^\frown\}$, pour ... formules bien formées ... $\beta$ telles qu'il ... e $v_i$ dans $\alpha$.

L ... $\{\,^\frown\{\,^\frown v_0\,^\frown eq\,^\frown v_1\,^\frown\}^\frown\longrightarrow\,^\frown\{$ ... $eq\,^\frown v_2\,^\frown\}^\frown\longrightarrow\,^\frown\{\,^\frown v_1\,^\frown eq\,^\frown v_2\,^\frown\}^\frown\}^\frown\}$

L 8. $\{\,^\frown\{\,^\frown v_0\,^\frown eq\,^\frown v_1\,^\frown\}^\frown\longrightarrow\,^\frown\{\,^\frown\{\,^\frown v_2\,^\frown\circ\,^\frown v_0\,^\frown\}^\frown eq\,^\frown\{\,^\frown v_2\,^\frown\circ\,^\frown v_1\,^\frown\}^\frown\}^\frown\}$

L 9. $\{\,^\frown\{\,^\frown v_0\,^\frown eq\,^\frown v_1\,^\frown\}^\frown\longrightarrow\,^\frown\{\,^\frown v_0\,^\frown\circ\,^\frown v_2\,^\frown\}^\frown eq\,^\frown\{\,^\frown v_1\,^\frown\circ\,^\frown v_2\,^\frown\}^\frown\}^\frown\}$

Nous appellerons règles formelles d'inférence pour la langue L les opérations suivantes :

L'opération de modus ponens qui, appliquée à deux formules, $\alpha$ et $\{\,^\frown\alpha\,^\frown\longrightarrow\,^\frown\beta\,^\frown\}$, donne le résultat $\beta$, $\alpha$ et $\beta$ étant des formules bien formées

# assemblée générale annuelle de la régionale

ELLE AURA LIEU
**LE MERCREDI 2 DECEMBRE A 14 H 30**

**AU LYCEE STANISLAS (BIOTECHNOLOGIES)**
**à VILLERS LES NANCY**

**Exposé sur le thème « PROJECTIONS ET REPRÉSENTATIONS DE L'ESPACE », par Bernard PAZRZYSZ, professeur de Didactique des Mathématiques à l'I.U.F.M. de Lorraine (site de Metz)**

Et aussi :

**Vote du rapport d'activités de l'année 1992,**
**vote du bilan financier,**
**et élection de Comité Régionale 1993.**

Pour le renouvellement du Comité régional, nous lançons un pressant appel à tous les adhérents de la Régionale :
Déjà fort de 16 membres, le Comité régional aimerait s'adjoindre toutes les personnes ayant des idées à faire partager.

Faire acte de candidature, si possible avant cette A.G., auprès de Michèle FABRÉGAS, 87.36.25.30

# ÉDITORIAL

## Une régionale active…

Lors des journées nationales (Rouen, Paris, Lyon...), la réunion de la régionale a plus de succès que l'A.G. annuelle qui a lieu à Nancy. Ce fut de même pour les week-ends. Pourquoi ?

A Strasbourg, nous serons encore nombreux. Faut-il y faire notre A.G. ? Faut-il la faire lors d'une journée régionale de même type que les journées nationales : ateliers le matin, conférence l'après-midi, avec stands de libraires, de la FNAC ?

Nous adopterons la seconde solution pour l'année prochaine. La préparation d'une telle journée nécessite du temps, des prises de contact... Quels ateliers faut-il animer ? Qui les animera ? C'est vous qui pourriez nous donner des idées par courrier, par minitel. Un sujet vous intéresse, vous voulez réfléchir sur tel ou tel problème, rédigez une annonce analogue dans le Petit Vert. Ainsi se créeront des réseaux, des petits groupes de réflexion qui échangeront leurs idées par courrier et qui se rencontreront le matin de la journée régionale. Il faut limiter les déplacements, c'est certain. Correspondre avec un collègue demande moins de temps.

Nous faisons tous des choses qui marchent dans nos classes, nous avons tous des petits trucs qui rendent la classe plus agréable. Ce serait intéressant d'en faire part à tous les adhérents. Nous avons la chance d'avoir le Petit Vert...

Des membres du comité régional participent au comité national, vont régulièrement aux réunions des commissions nationales à Paris, où ils transmettent vos impressions : n'hésitez pas à leur communiquer vos points de vue. Une association ne vit que si ses militants de base montrent qu'ils existent.

Actuellement, on ne parle plus que de rénovation. Rénove-t-on renseignement des math ? Fait-on en sorte que cet enseignement soit adapté à toutes les technologies modernes ? Quelles sont les perspectives de cet enseignement ? Un groupe de travail s'est mis en place au niveau national, son responsable est Daniel Vagost. Il serait souhaitable qu'une antenne existât en Lorraine.

N'oublions pas les collègues qui rentrent dans la profession. Certains sont formés, mais pas tous ! Il ne faudrait pas que les petits problèmes rencontrés en début de carrière deviennent des cauchemars. Pour dédramatiser des situations, rien de tel que d'en discuter et de voir que nous ne sommes pas seuls. Dans une association, tous les militants sont solidaires. Dans notre régionale, nous avons un responsable de la formation de maîtres, et les responsables des commissions peuvent vous donner des tuyaux utiles. Nos numéros de téléphone sont dans cette brochure.

Des membres de notre régionale ont participé à la conception d'EVAPM 2 et bon nombre d'entre vous ont fait passer les tests dans leurs classes. Etes-vous d'accord pour recommencer en première ? Si oui indiquez-nous la (les) première(s) dans laquelle (lesquelles) vous enseignez.

Je vous rappelle aussi que vous pouvez emprunter l'un des 22 ouvrages de la bibliothèque à distance (voir Petit Vert de mars 1992), ainsi qu'une « valise-jeux ». Vous pouvez aussi inscrire vos élèves de sixième-cinquième au Rallye (près de 6 000 candidats en 1991 et en 1992).

J'oubliais le plus important : bonne année scolaire et à bientôt !

Michèle Fabrégas

---

# assemblée générale annuelle de la régionale

ELLE AURA LIEU
**LE MERCREDI 2 DECEMBRE A 14 H 30**

**AU LYCEE STANISLAS (BIOTECHNOLOGIES)**
**à VILLERS LES NANCY**

Voir en page 2

# COMITE DE LA REGIONALE

Présidente
Michèle FABREGAS, Lycée Robert Schuman, METZ
Adresse personnelle : 4 rue Foës, 57070 METZ Tél. 87.36.25.30

Vice présidente, et responsable du Rallye 1993
Jacqueline EURIAT. I.U.F.M. site d'Epinal, Têt. 29.35.71.77

Trésorier
André FRIRY, retraité. Têt. 29.65.11-87

Trésorier adjoint, chargé des ventes de brochures
Roger CARDOT, Lycée Stanislas de Villers, Tél. 83.75.84.53

Secrétaires
Geneviève LEMERCIER, retraitée, Tél. 83.98.74.50
Michel THIRY, Lycée Georges de la Tour à Nancy, Tél. 83.97.21.94

Responsable premier cycle
François DROUIN, Collège «Les Avrils» à Saint-Mihiel. Tél. 29.89.06.81

Responsable second cycle
Michel BARDY, Lycée Louis Lapicque à Epinal, Tél. 29.34.02.10

Responsable Lycées Professionnels et Groupe «Jeux»
Marie-José BALIVIERA, Lycée Louis Geisler à Raon, Tél. 29.41.16.07

Responsable «Problématiques et perspectives de l'enseignement des mathématiques »
Daniel VAGOST, I.U.T. Techn. Commerciales à Metz, Tél. 87.73.09.31

Responsable «Post-Bac» et Formation des Maîtres
Michel BONN, U.F.R. Math, et Informatique à Metz, Tél. 83.53.26.34

Responsable du Petit Vert
Jacques VERDIER, Lycée Arthur Varoquaux à Tomblaine, Tél. 83.21.48.96

Autres membres du Comité :
Odile BACKSCHEIDER. Lycée Professionnel de Montigny, Tél. 87.65.79.81
Claudine BANA, Lycée Arthur Varoquaux à Tomblaine, Tél. 83.29.21.42
Pierre DORIDANT, Lycée J.-Ch. Pellerin à Epinal, Tél. 29.82.41.04
Marie-Claire KONTZLER, Collège Fr. Rabelais à l'Hôpital, Tél. 87.92.83.07
Mireille NARELLI, Lycée Pierre Mondes-France à Epinal.

Responsable de la Bibliothèque
Marie-Laure SALGUES, Lycée Sainte Ségolène à Moyeuvre, Tél. 87.32.58.55

# i.r.e.m. c’est possible !

Par Michel BONN, U.F.R. M.I.M. Metz

L’évolution des besoins de la société, la diversification des publics enseignés, le développement du concept de culture scientifique (et en particulier mathématique) ont fait évoluer la nature de la relation de l’enseignant de mathématiques avec sa profession.

Il est évident gué 1’axiome « le meilleur enseignant de mathématiques est celui qui a digéré le plus de théorèmes de mathématiques » a fait son temps, même si sa négation ne consiste pas à remplacer « plus » par « moins » dans la formulation précédente (cf. votre manuel de Logique préféré). Mais le souhait de la majorité d’entre nous n’est-il pas de se trouver « bien dans notre peau » de profs de Maths, ce qui passe par 1’intégration (par parties ?) d’une professionnalisation concrète dans la formation initiale, et d’une formation continue valorisante offrant un large éventail et regroupant dans un espace de liberté des collègues en cours de carrière s’investissant autour de centres d’intérêt communs.

Eh bien, braves gens, C’EST POSSIBLE ! Il existe dans chaque Académie un Institut de Recherche sur 1’Enseignement des Mathématiques (IREM) qui est là pour cela. Les IREM ont historiquement prouvé leur compétence dès leur création (dont 1’APMEP est grandement responsable). Il est vrai que le ministre de l’époque avait un tel besoin (déjà !) de profs de maths qu’il était prêt à nous vendre son âme - ce gui en langage de ministre signifie les cordons de sa bourse, du moins tant qu’il est dans la ... quadrature du cercle. Bref, qu’il s’agisse de « recyclage » ou de « groupe de recherche », chacun pouvait trouver chaussure à son pied - espace de liberté compris, c’est là la clef essentielle.

Qu’en est-il aujourd’hui ? D’une part, une image très positive fait que les interlocuteurs ne manquent pas et pour les deux aspects (initial et continu) évoqués ci-dessus, l’IUFM et la MAFPEN sont venus respectivement (comme disent les matheux bcbg) tirer la sonnette de l’IREH, en Lorraine comme ailleurs. De l’autre, un certain ronronnement dû sans doute au fait qu’il est difficile de tenir 20 ans sur le même modèle. Je ne crois pas au rôle de l’intendance dans cet essoufflement. Je suis convaincu qu’aucun Directeur n’aurait pu changer le cours des choses; ils ont tous été des hommes remarquables (en Lorraine en tout cas, je ne me sens pas compétent pour m’exprimer sur les autres) que je ne résiste pas au plaisir de citer : C. PAIR, J.-L. OVAERT, C. MORLET, J.-L. CLERC, B. ANDRÉ, Ph. LOMBARD, B. ANDRÉ (encore lui ?). Je retombe sur terre pour parler de ceux qui ne sont pas venus à l’IREM.

Lorsque j'ai parlé plus haut de formation « valorisante » (i.e. ayant un impact sur la carrière) je sous-entends - et tant pis si c'est un pavé dans la mare - que je considère qu'une telle formation fait partie des obligations de la carrière. et que l'IREM est là pour cela ; et que, par suite, tout enseignant de Mathématiques, de la maternelle à l'université, devrait un jour ou l'autre s'investir dans le cadre de son IREM. Force est de reconnaître qu'on en est loin actuellement, et qu'à coté des « Ah c'est vous l'IREM ? Eh bien continuez ! »", voire hostiles « Faisons des Maths (M Majuscule)..., des vraies ! », les Iremistes parmi nous sont minoritaires (ce qui ne contredit pas le paragraphe précédent). Et nous, les convaincus, notre devoir est de remuer, de dynamiser la Communauté Mathématique – avec l'appui profond et engagé de l'APM - pour que cet aspect de notre culture professionnelle soit pris en compte par beaucoup plus que 51 % de ses membres.

---

# mathématiques au lycée : une autre approche

Voilà quelque temps, l'A.P.M.E.P. lançait un groupe de réflexion intitulé « Problématiques au lycée » ; tors de ce lancement on pouvait lire :

Le mot « problématique » fait référence à deux idées :
- d'une part les classes de problèmes que les contenus permettent de résoudre,
- d'autre part les classes de situations qui peuvent légitimement poser question aux élèves.

Selon cette philosophie, nous étudierons pour chacune des problématiques que nous allons définir, parallèlement les situations-problèmes, et les **contenus** mathématiques correspondants, sans oublier bien sûr d'en calibrer tes exigences. Une approche des programmes moins analytique, autrement dit plus systémique, une grande richesse de situations en prise directe sur l'actualité et l'environnement et l'ouverture sur de nombreux concepts mathématiques exigent en effet de sévères limitations dans l'étude de ces concepts, dans la théorie surtout. Les "calibrages" ainsi définis seront évidemment différents selon les séries, quant à leur étendue, quant à la forme et quant au fond, ce qui exigera la définition la plus claire possible des objectifs visés pour chaque série.

Voilà qui est aussi clair qu'ambitieux...

Certains membres de la Régionale pensent qu'il serait intéressant qu'il existât localement un groupe analogue (qui pourrait travailler en parallèle avec le groupe national, parallélisme et synergie facilités par la présence de Daniel VAGOST). Alors pourquoi pas ?

Et si nous profitions des journées de Strasbourg pour en parler et pour fixer un calendrier des travaux ? Si tu ne viens pas à ces journées, ce n'est pas grave : manifeste-toi par un petit courrier que nous prendrons en compte.

A bientôt donc, à Strasbourg... ou en Lorraine.

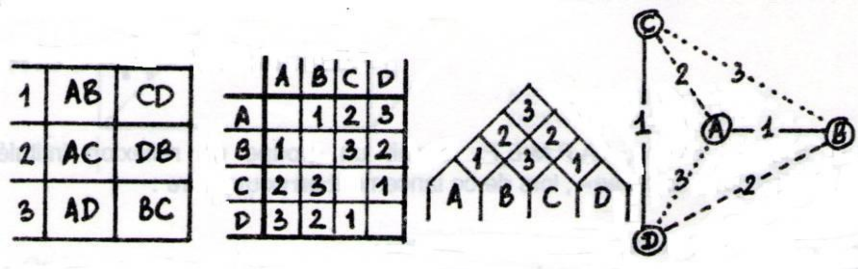
# CALENDRIER DE TOURNOI

*par Claude PAGANO*
*La Seyne sur Mer*

Dans un tournoi, chaque équipe rencontre successivement chacune des autres. Etablir un « calendrier », c’est prévoir les différentes rencontres qui auront lieu à chaque «journée » du tournoi.

Par exemple, pour quatre équipes (A, B, C et D), on peut prévoir que :
- la première journée A jouera contre B, et C contre D,
- la seconde journée A contre C, et B contre D,
- la troisième journée A contre D et B contre C.

On peut décrire ce calendrier de plusieurs façons :

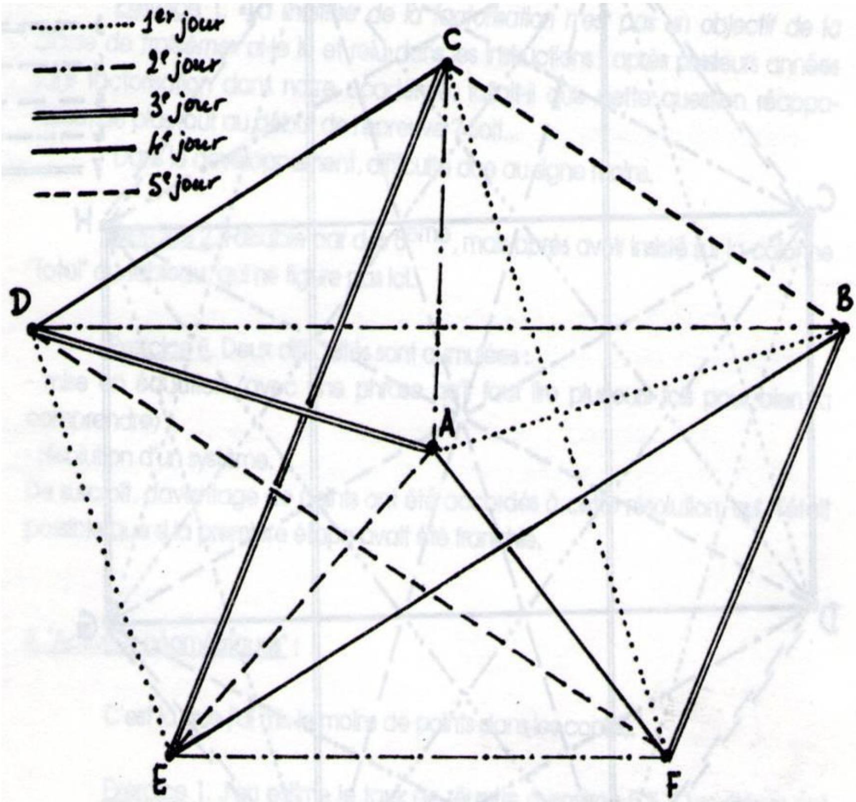



Si le nombre d’équipes est impair (n = 2k -1), on peut imaginer une équipe fictive, établir le calendrier pour n = 2k équipes, et décider que l’équipe opposée à l’équipe fictive se reposera ce jour-là.
Le problème consiste à savoir comment élaborer un calendrier pour n = 2k équipes. Il ne sera pas résolu ici dans sa généralité.

**Quelques indications cependant :**

- pour quatre équipes, le calendrier décrit ci-dessus est unique (à une permutation près des « noms » des équipes). La façon la plus simple de s’en persuader est d’observer la description du calendrier sous forme de graphe (à droite ci-dessus), en le «lisant» comme étant un tétraèdre.

- pour six équipes, il existe 6 calendriers différents (toujours à une permutation près des « noms » des équipes). L’un d’entre eux a été présenté sous forme de graphe (voir figure ci-après). L’ensemble des 6 possibilités est décrite ci dessous sous forme de tableaux (1 indique le premier jour, 2 le 8 second jour, etc.).




| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | B | 3 | 4 | 5 | 2 |
| | | C | 5 | 1 | 4 |
| | | | D | 2 | 1 |
| | | | | E | 3 |
| | | | | | F |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | B | 3 | 5 | 2 | 4 |
| | | C | 4 | 5 | 1 |
| | | | D | 1 | 2 |
| | | | | E | 3 |
| | | | | | F |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | B | 4 | 2 | 5 | 3 |
| | | C | 5 | 3 | 1 |
| | | | D | 1 | 4 |
| | | | | E | 2 |
| | | | | | F |

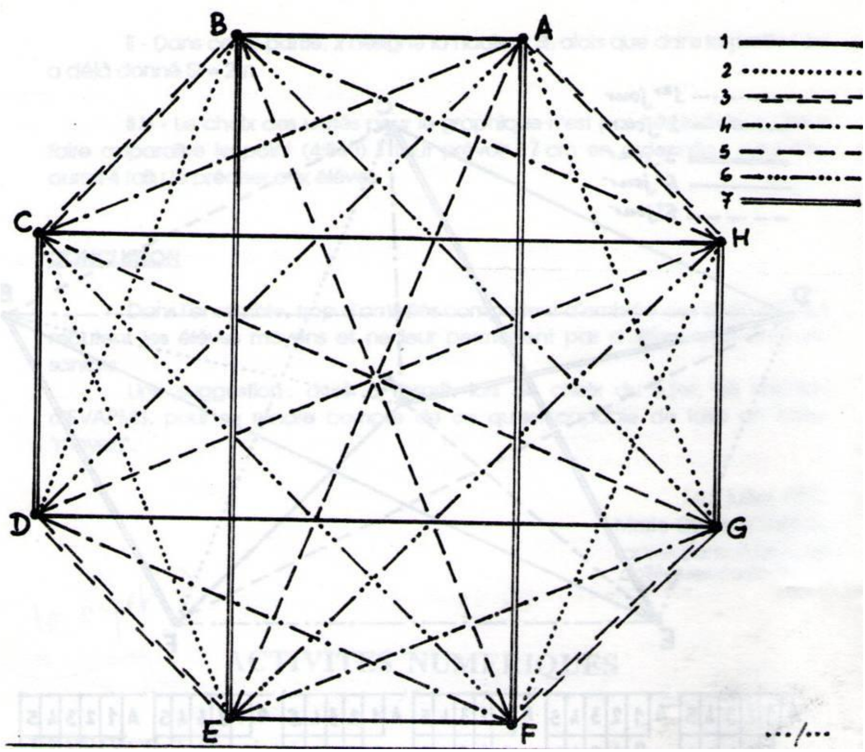
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | B | 4 | 5 | 3 | 2 |
| | | C | 1 | 5 | 3 |
| | | | D | 2 | 4 |
| | | | | E | 1 |
| | | | | | F |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | B | 5 | 2 | 3 | 4 |
| | | C | 4 | 1 | 3 |
| | | | D | 5 | 1 |
| | | | | E | 2 |
| | | | | | F |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | B | 5 | 4 | 2 | 3 |
| | | C | 1 | 3 | 4 |
| | | | D | 5 | 2 |
| | | | | E | 1 |
| | | | | | F |

- pour huit équipes {A, B,... H), il existe 120 possibilités. J'en ai choisi deux, que je représente ci-après sous forme de graphes.

A vous de jouer pour en trouver d'autres, ou pour dénombrer les calendriers pour n = 2k équipes...



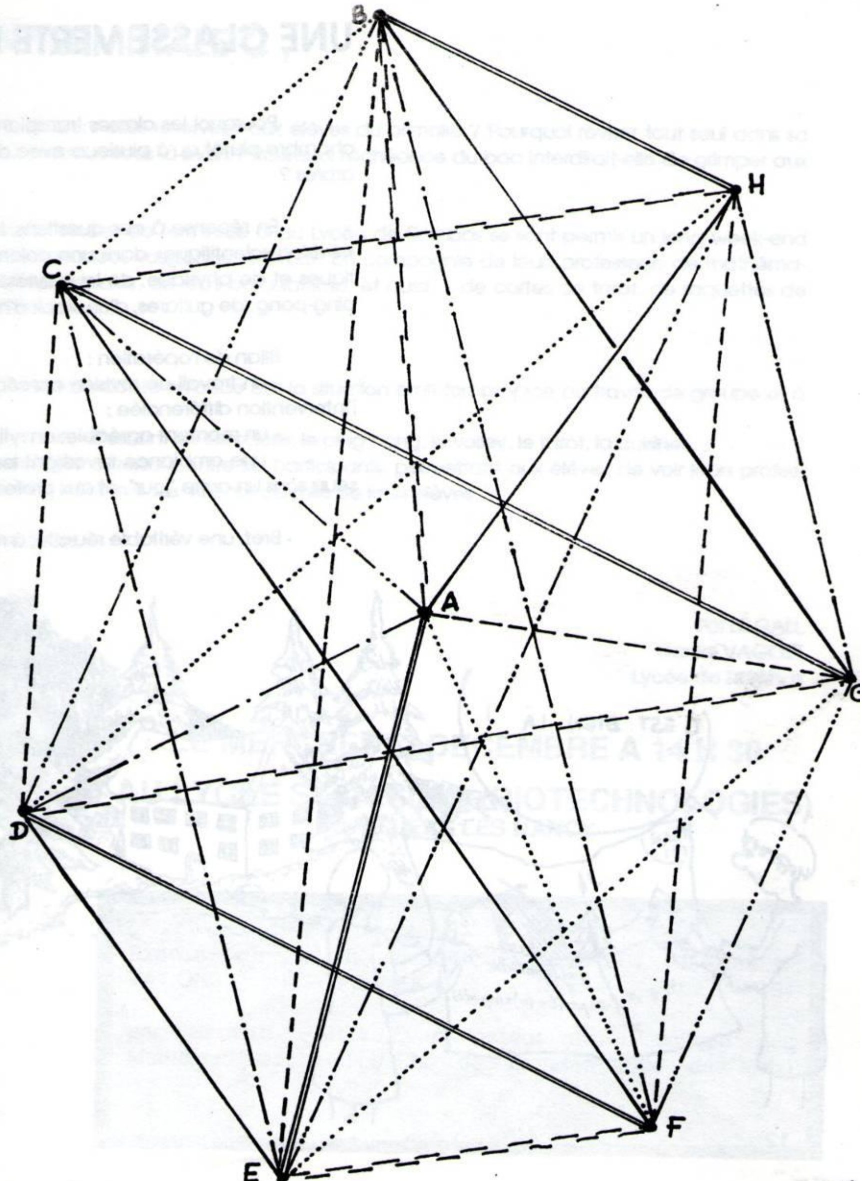

*Suite page 11...*

# APPEL A CONTRIBUTION

Le groupe chargé de la préparation des épreuves du Rallye, qui a déjà quelques idées de problèmes à proposer, aimerait en avoir encore beaucoup d'autres.

Il recherche des énoncés « faisables » par des jeunes de 10 à 13 ans, les plus originaux possible, permettant aux élèves de sixième et de cinquième de faire preuve de logique, de créativité, voire même d'astuce...

Envoyez vos propositions à Jacqueline EURIAT,
44 rue de Bezonfosse, 88000 EPINAL


B
H
C
A
G
D
E
F

## LE MERCREDI 2 DECEMBRE A 14 H 30

## AU LYCEE STANISLAS (BIOTECHNOLOGIES)

### à VILLERS LES NANCY

**Exposé sur le thème « PROJECTIONS ET REPRÉSENTATIONS DE L'ESPACE », par Bernard PAZRZYSZ, professeur de Didactique des Mathématiques à l'I.U.F.M. de Lorraine (site de Metz)**

# UNE CLASSE VERTE EN TERMINALE C

Pourquoi les classes transplantées seraient-elles réservées aux élèves du primaire ? Pourquoi réviser tout seul dans sa chambre plutôt qu'à plusieurs avec des professeurs sous ta main ? Pourquoi l'échéance du bac Interdirait-elle de grimper aux arbres ?

En réponse à ces questions, tes deux classes de terminale C du Lycée de Rombas se sont permis un long week-end « révision scientifique » dans une colonie de vacances vosgienne, à Yvoux, en compagnie de leurs professeurs de mathématiques et de physique, de leurs livres, de leurs annales, de leurs calculatrices, et aussi ... de cartes de tarot, de raquettes de ping-pong, de guitares, d'un stock d'histoires drôles...

Bilan de l'opération :

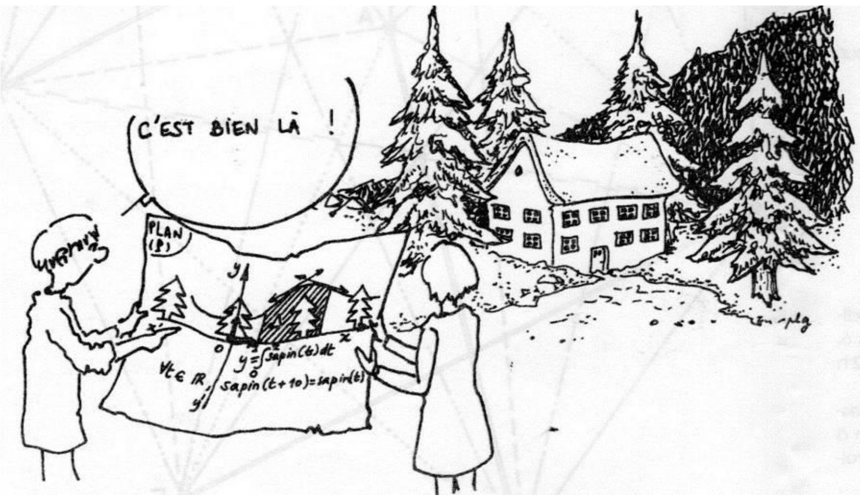
- un travail de révision conséquent et sans doute efficace car la situation était fort propice au travail de groupe et à l'Intervention différenciée ;

- un moment agréable, un rythme de vie alternant les exercices, le ping-pong, le volley, le tarot, la cuisine... ;

- une ambiance favorisant tes échanges détendus entre les participants, permettant aux élèves de voir leurs professeurs sous un autre "Jour1, et aux professeurs de découvrir les 'talents" cachés de leurs élèves.

Bref, une véritable réussite, à reconduire...

Pol le Gall
Daniel Vagost
Lycée de Rombas



# ANALYSE DU SUJET DU BREVET DES COLLEGES
(session de Juillet 1992)

*Par Marie-Claire KONTZLER,Le 7 juillet 1992,*
*(après consultation de collègues correcteurs)*

Dépuis plusieurs années, les sujets de mathématiques proposés au Brevet donnent des résultats assez décevants. Je crois que cette session 92 est la pire de ce point de vue : moyenne aux alentours de 6 ou 7 sur 20, alors qu'en français elle a été de 9,5 ou 10 et en histoire-géographie de 10 ou 10,5. Après avoir corrigé mes 60 copies, je me suis sentie complètement découragée.
Je crois que, lors du choix des sujets, la commission ne tient pas assez compte de la réalité des classes de troisième : passage en seconde pour seulement 60% des élèves ; peu d'entraînement à l'argumentation (que ce soit en français, en math, ou autres matières) ; motivation très moyenne pour le passage du Brevet où le contrôle continu joue un rôle important (200 points sur 320) et donc pour lequel une grande partie des élèves a conscience que les jeux sont faits avant tes épreuves.
J'ajoute encore que les résultats de math n'influencent guère le taux de réussite, puisque la barre d'admission est fixée, après les corrections, pour que celui-ci devienne acceptable...
J'en viens plus précisément au sujet de cette année ; il serait utile, pour me suivre, de l'avoir sous les yeux (*voir ci-après, pages 16 à 18*).

## 1. Points positifs :

- diversité des questions ;
- conformité au programme.

## 2. Le temps

J'ai l'habitude de traiter les questions pendant que je surveille, sans rédiger, et en faisant les dessins à main levée ; je chronomètre, puis je multiplie par 6.
J'ai mis 22 min, ce qui donne après multiplication 132 min (donc dépasse les 2 h imparties) : c'est la première fois que cela m'arrive.
Deux collègues qui corrigeaient avec moi m'ont dit qu'il leur a fallu respectivement 45 et 50 min pour traiter le sujet en entier. Le rapport de 45 min à 2 h est-il correct entre un professeur de mathématiques et un élève de troisième ?
Dans la réalité, la question de temps ne dérange pas les élèves : les bons ou assez bons en auront fait assez pour assurer leur réussite ; d'autres s'ennuient déjà au bout d'une heure !

3. Activités numériques :

Exercice 1. *« La maîtrise de la factorisation n'est pas un objectif de la classe de troisième»* ai-je lu et relu dans les instructions ; après plusieurs années sans factorisation dans notre académie, fallait-il que cette question réapparaisse, de plus tout au début de l'épreuve ? Soit…
Dans le développement, difficulté due au signe moins.

Exercice 2. Faisable par des 5$^{\text{ème}}$, mais après avoir insisté sur la colonne "Total" du tableau, qui ne figure pas ici.

Exercice 3. Deux difficultés sont cumulées :
- mise en équation (avec une phrase qu'il faut lire plusieurs fois pour bien la comprendre) ;
- résolution d'un système.

De surcroît, davantage de points ont été accordés à cette résolution, qui n'était possible que si la première étape avait été franchie.

4. Activités géométriques :

C'est là que j'ai mis le moins de points dans les copies.

Exercice 1. J'en estime le taux de réussite à environ 5 % !!! Les élèves ont appris et beaucoup savent que lorsqu'on multiplie les dimensions par 2 ou 3, l'aire est multipliée par 4 ou 9 ; mais combien font le rapprochement entre leurs connaissances et cette question ?

Exercice 2. La figure devient fouillis en l'absence de mesures précisées, L'exigence d'un énoncé rigoureux de la réciproque du théorème de Thalès est exagérée au niveau troisième : la précision de l'ordre des points est difficile à formuler (voir l'embarras dans différents manuels de 3$^{\text{ème}}$) ; d'autre part, si les points ne sont pas dans le bon ordre, la question du parallélisme ne se pose plus, les droites étant manifestement sécantes...
Heureusement pour le correcteur (!!!), environ 90% de non-réponses à cette question...

Exercice 3. Encore deux difficultés cumulées dans le 2° : veut-on savoir si l'élève sait translater, ou s'il est capable d'additionner deux vecteurs ?

5. Problème :

I.b - Une justification rigoureuse est relativement compliquée. Très peu d'élèves proposent des arguments valables si la question est formulée ainsi.

II - Dans cette partie, $x$ désigne la hauteur SI, alors que dans la partie I on a déjà donné SI = 2 m.

II.b - Le choix des unités pour le graphique n'est pas très judicieux ; pour faire apparaître le point (4 ; 840) il faut prévoir 17 cm en ordonnée; peut-être aurait-il fallu le préciser aux élèves.

**CONCLUSION**

Dans l'ensemble, trop d'activités comportent d'emblée des difficultés qui rebutent les élèves moyens et ne leur permettent pas d'utiliser leurs connaissances.
Une suggestion : avoir à l'esprit, lors du choix du sujet, les résultats d'EVAPM 3, pour se rendre compte de ce qu'est capable de faire un élève "moyen".

# LE SUJET

## ACTIVITES NUMERIQUES

### EXERCICE 1 (4 points)

On pose $A = 64x^2 - 49 - (8x - 7)(x + 3)$

1) Factoriser $64x^2 - 49$ puis factoriser A.

2 ) Développer et réduire $A = 64x^2 - 49 - (8x - 7)(x + 3)$

3 ) Développer et réduire $(8x - 7)(7x + 4)$

### EXERCICE 2 (5 points)

En 1896, Pierre de Coubertin eut l'idée de faire revivre les Jeux Olympiques. Treize pays ont participé aux Jeux cette première année et le tableau suivant donne la répartition des 37 médailles d'or attribuées :

| Etats-Unis | Allemagne | Grèce | France | Autre pays |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 5 | 9 | 3 | |

1) Quel est le nombre de médailles d'or obtenues par les "Autres pays" ?

2) Traduire le tableau par un diagramme circulaire. On prendra un rayon de 4 cm et on dressera un tableau précisant pour chacune des 4 premières classes l'angle correspondant, calculé à 1° près.

## EXERCICE 3 (3 points)

J'ai 45 "pin's" et j'ai décidé d'arrêter ma collection.
J'échange chaque "pin's" publicitaire contre 4 autocollants et chaque "pin's" non publicitaire contre 3 autocollants. J'ai maintenant 156 autocollants.

Combien de "pin's" de chaque catégorie avais-je dans ma collection ?

# ACTIVITES GEOMETRIQUES

## EXERCICE 1 (4 points)

Sur un plan à l'échelle 1/12 000, un jardin public est représenté par un rectangle dont l'aire est de 12 cm².
Quelle est, en hm² (ou ha), l'aire réelle du jardin public ?

## EXERCICE 2 (4 points)

Soient deux points M et N, et une droite $\Delta$, sécante à (MN) en O. On appelle I le milieu de [MN]. Les points I et O sont distincts.
Soient A et B deux points distincts de $\Delta$.
On considère les triangles AMN et BMN. Soient G et H leurs centres de gravité respectifs (On rappelle que le centre de gravité d'un triangle est le point d'intersection des médianes et qu'il se trouve aux deux tiers de celles-ci à partir des sommets).

1) Tracer la figure. Recopier et compléter : IG = ... IA   et   IH = ... IB

2) Prouver que (GH) et $\Delta$ sont parallèles en énonçant avec précision le théorème utilisé.

## EXERCICE 3 (4 points)

Tracer un triangle quelconque ABC. Placer un point M sur le segment [AB] et le point N sur [AC] tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles.

1) Soit K le point de (BC) tel que (NK) soit parallèle à (AB).
Recopier et compléter :

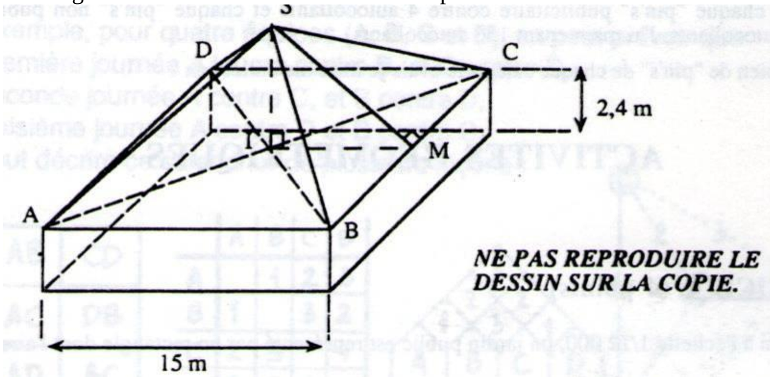
$$\overrightarrow{BK} + \overrightarrow{BM} = ...$$

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{KC} = ...$$

2) Quelle est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{KM}$ ? Justifier.

# PROBLEME

Un restaurant d'entreprise est constitué d'un pavé droit de base carrée surmonté d'une pyramide régulière SABCD dont la base ABCD a pour centre I.




I - On donne SI = 2 m.

a) Calculer le volume total du bâtiment.

b) On désigne par M le milieu de [BC]. Expliquer pourquoi IM mesure : 7,5 m.

c) En déduire SM arrondi à 0,01 m près. Puis, l'aire totale de la toiture à 1 m² près par excès.

II - Dans cette partie, on désigne par $x$ la hauteur SI.

a) Calculer en fonction de $x$ le volume $v(x)$ du bâtiment.

b) On considère un repère orthogonal. Représenter graphiquement la fonction $v$ définie par :

$v(x) = 75x + 540$ pour : $0 \leq x \leq 4$

- en abscisse : 1 cm représente 0,5 m,
- en ordonnée : 1 cm représente 50 $m^3$

c) Des normes de chauffage imposent que le volume total soit inférieur à 750 $m^3$. A l'aide du graphique précédent, déterminer les valeurs de $x$ pour lesquelles cette condition est satisfaite.

NB : On rappelle que le volume de la pyramide est donné par : $V = \frac{1}{3}Bh$

## Solution du problème n°30 (Petit Vert de juin 92)

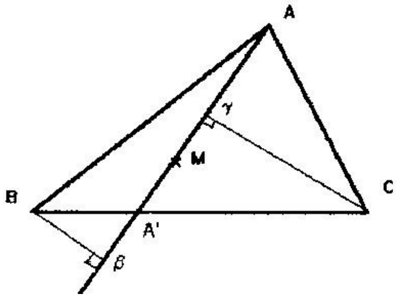
proposé par Richard **BECZKOWSKI** (CHÂLONS-SUR-SAÔNE)

ABC est un triangle quelconque. On prend sur le segment [AB] $m$ points $B_i$ ($1 \leq i \leq m$) deux à deux distincts. De même, on prend sur le segment [AC] $n$ points $C_j$ ($1 \leq j \leq n$) deux à deux distincts.
En joignant B à tous les points $C_j$ et C à tous les points $B_i$, on découpe le triangle ABC en $(n+1)(m+1)$ régions.
On demande le rapport de l'aire de chacune de ces régions à celle du triangle ABC.

*La solution proposée par l'auteur se présente comme une suite d'exercices d'utilisation du barycentre. Vous trouverez page 21 des éléments pour traiter le problème dans le cas général ou dans des cas particuliers, avec des élèves non concernés par les barycentres.*

**Exercice 1**

Il consiste à prouver que tout point M intérieur à un triangle ABC est barycentre des points A, B et C affectés respectivement des coefficients aire(BMC), aire (CMA) et aire(AMB).



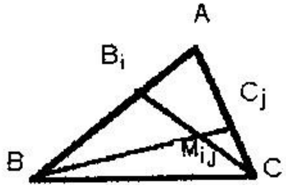

A' est barycentre de ((B ; A'C) ; (C ; A'B)) car $A'C \times \overline{A'B} = A'B \times \overline{A'C} = 0$.
Nous pouvons remplacer les coefficients par des coefficients proportionnels qui seront successivement :

- aire(AA'C) et aire(AA'B) car les triangles AA'C et AA'B ont la même hauteur relative aux bases A'C et A'B ;
- Cγ et Bβ qui sont les hauteurs des mêmes triangles relativement à leur base commune [AA'] ;
- aire(CMA) et aire(BMA) car Cγ et Bβ sont hauteurs des triangles CMA et BMA de base commune [MA].

Le point A' est donc barycentre de ((B ; aire(CMA)) ; (C ; aire(BMA))).
Le barycentre de ((A ; aire(BMC) ; (B ; aire(CMA) ; (C ; aire(BMA)) est donc sur (AM).
Pour les mêmes raisons, il se trouve sur (BM), et sur (CM) : c'est donc bien M.

**Exercice 2**

$B_i$ et $C_j$ étant donnés respectivement sur [AB] et [AC], préciser la position de $M_{i,j}$ sur $[CB_i]$ et sur $[BC_j]$ :




Posons $\overrightarrow{AB_i} = b_i\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC_j} = c_j\overrightarrow{AC}$.

$B_i$ est le barycentre de ((B ; $b_i$) ; (A ; 1 - $b_i$)) et $C_j$ barycentre de ((C ; $c_j$) ; (A ; 1 - $c_j$)).
On peut faire en sorte que A ait le même coefficient dans les deux cas : $B_i$ est barycentre de ((B ; $b_i(1 – c_j)$) ; (A ; $(1 – b_i)(1 – c_j)$) et $C_j$ de ((C ; $c_j(1 – b_i)$ ; (A ; $(1 – c_j)(1 – b_i)$), et donc barycentre de (($B_j$ ; $1 – c_j$) ; (C ; $c_j(1 – b_i)$)) ou de (($C_j$ ; $1 – b_i$) ; (B ; $b_i(1 – c_j)$)).

On en déduit $\overrightarrow{CM_{i,j}} = \dfrac{(1-c_j)\overrightarrow{CB_i}}{1-b_ic_j}$ et $\overrightarrow{BM_{i,j}} = \dfrac{(1-b_i)\overrightarrow{BCj}}{1-b_ic_j}$ .

**Exercice 3**

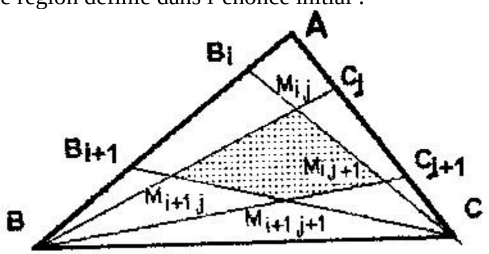
Calculer le rapport de l'aire du triangle $BM_{i,j}C$ à celle du triangle BAC.

D'après l'exercice 1, $M_{i,j}$ est barycentre de :
((A ; aire($BM_{i,j}C$) ; (B ; aire($CM_{i,j}A$) ; (C ; aire($AM_{i,j}B$)) ;
D'après l'exercice 2, $M_{i,j}$ est barycentre de :
((A ; $(1 - b_i)(1 - c_j)$ ; (B ; $b_i(1 - c_j)$) ; (C ; $cj(1 - b_j)$)).
La somme des coefficients vaut $1 – b_ic_j$.

On en déduit : $r_{i,j} = \dfrac{\text{aire}(BM_{i,j}C)}{\text{aire}(BAC)} = \dfrac{(1-b_i)(1-c_j)}{1-b_ic_j}$

**Exercice 4**

Calculer l'aire d'une région définie dans l'énoncé initial :



Le rapport de l'aire de la surface grisée à celle du triangle ABC est :

$$\boxed{R_{i,j} = r_{i,j} + r_{i+1,j+1} - r_{i,j+1} - r_{i+1,j}}$$

On peut considérer ce résultat comme la réponse au problème posé, ou essayer de transformer cette expression.

**Exercice 5**

Transformer l'expression obtenue pour $R_{i,j}$.

Posons $u_j = r_{i,j} - r_{i+1,j} = \dfrac{(1-b_i)(1-c_j)}{1-b_i c_j} - \dfrac{(1-b_{i+1})(1-c_j)}{1-b_{i+1}c_j} = \dfrac{(1-c_j)^2(b_{i+1}-b_i)}{(1-b_i c_j)(1-b_{i+1}c_j)}$

Ici, les calculs deviennent plus lourds, et il faut soit prendre son courage à deux mains, soit utiliser un logiciel de calcul formel. Les deux méthodes mènent au même résultat (heureusement !) qui est le suivant :

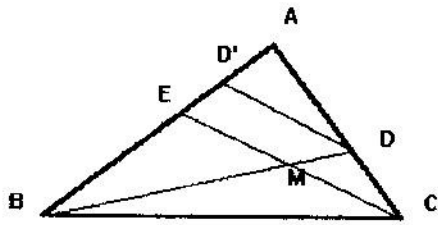
$$\boxed{R_{i,j} = \frac{(b_{i+1}-b_i)(c_{j+1}-c_j)(2-S_1+2S_4-S_3)}{(1-b_i c_j)(1-b_{i+1}c_j)(1-b_i c_{j+1})(1-b_{i+1}c_{j+1})}}$$

où $S_4$, $S_3$ et $S_1$ sont respectivement le produit, la somme des produits trois à trois, et la somme des rapports de $b_i$, $b_{i+1}$, $c_j$, $c_{j+1}$.

## IDÉES POUR UNE RÉSOLUTION SANS BARYCENTRE :

**Détermination de la position de M**

La parallèle à (CE) menée par D coupe (AB) en D'. Deux possibilités : utiliser les triangles homothétiques, ou le théorème de Thalès.




On pose $\dfrac{AD'}{AE} = \dfrac{AD}{AC} = c$ et $\dfrac{AE}{AB} = b$.

On obtient : $\dfrac{BM}{BD} = \dfrac{BE}{BD'} = \dfrac{AB-AE}{AB-AD'} = \dfrac{AB-bAB}{AB-bcAB} = \dfrac{1-b}{1-bc}$

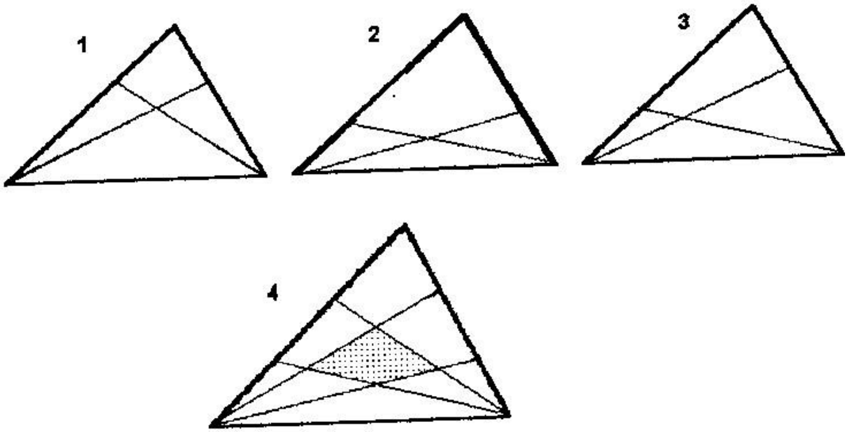
**Calcul du rapport de l'aire de BMC à celle de ABC**

On établit que $\dfrac{\text{aire(BMC)}}{\text{aire(BDC)}} = \dfrac{\text{BM}}{\text{BD}} = \dfrac{1-\text{b}}{1-\text{bc}}$

et que $\dfrac{\text{aire(BDC)}}{\text{aire(ABC)}} = \dfrac{\text{CD}}{\text{CA}} = \dfrac{\text{AC}-\text{AD}}{\text{CA}} = 1 - \dfrac{\text{AD}}{\text{AC}} = 1 - \text{c}$.

D'où, par multiplication : $\dfrac{\text{aire(BMC)}}{\text{aire(ABC)}} = \dfrac{(1-\text{b})(1-\text{c})}{1-\text{bc}}$

**Quelques thèmes :**




Dans chacune des trois figures, deux côtés sont partagés en trois segments égaux.

Dans **1** et **2** il faut déterminer la position du point d'intersection des sécantes sur ces sécantes, ainsi que sur la médiane du troisième côté.

Dans **3** il faut placer le point d'intersection des sécantes sur ces sécantes.

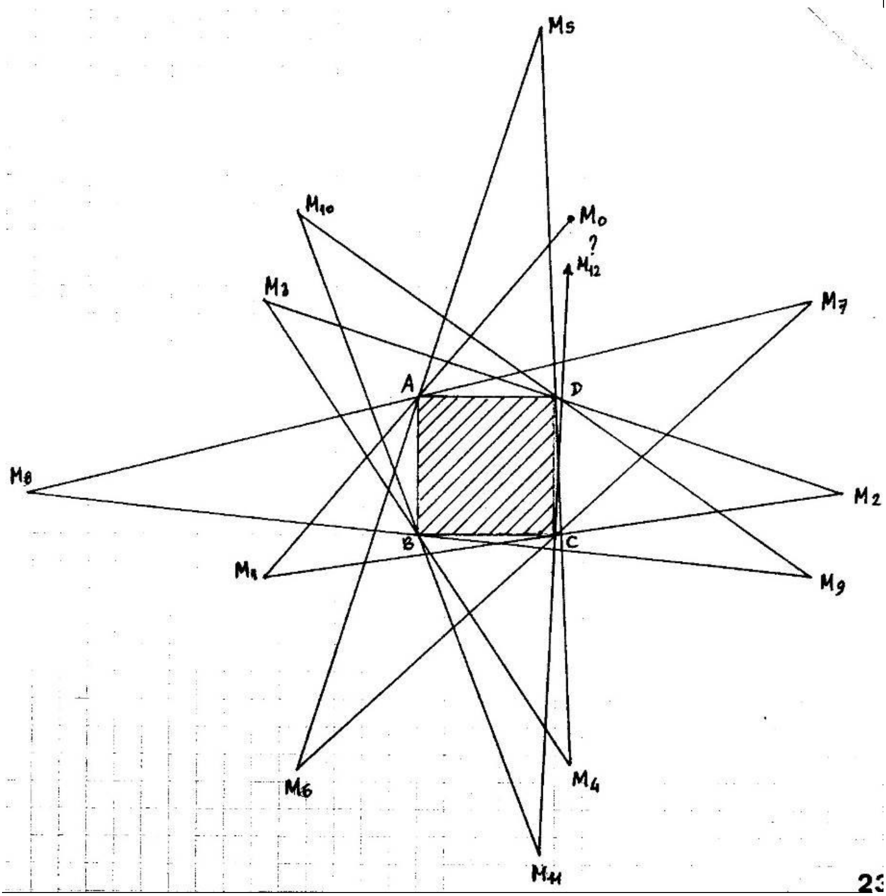
Dans **4** il faut calculer le rapport de l'aire de la partie grisée à l'aire du triangle.

R. BECZKOWSKI

## Problème du trimestre n°31
proposé par André **VIRICEL** (VILLERS LES NANCY),
d'après une idée « strasbourgeoise »

Soit $M_0$ un point quelconque du plan, extérieur au carré ABCD.
On construit une suite de points $M_n$ de la façon suivante : de $M_n$, en « regardant » le carré ABCD, on cherche le sommet qui est « vu » le plus à droite ; $M_{n+1}$ est le symétrique de Mn par rapport à ce sommet.
Montrer qu'il existe un rang p tel que $M_p = 0$.

*Sur la figure ci-après, par exemple, $M_{12} = M_0$ :*



# AVIS DE RECHERCHE

Y aurait-il des collègues intéressés par la mise au point d'objets simples pour manipuler en mathématiques et élaborer quelques pistes d'activités pour la classe ?

La carton, le plastique... auraient plutôt tendance à être jetés, mais peuvent aussi se transformer en petits carrés, en losanges, en puzzles, en baguettes… et devenir le support de recherches mathématiques précédant l'habituel travail sur papier.

A Saint-Mihiel, nous récupérons à droite et à gauche depuis plusieurs années (on ne jette pas, on recycle...) et une structure d'échanges d'idées (de la maternelle à l'université) serait la bienvenue.

**Contacter François DROUIN, Collège «Les Avrils», 55300 SAINT MIH1EL**

**LE PETIT VERT n° 32**
(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt légal : 1992
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 500 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F
L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)