LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N°137	MARS 2019

www.apmeplorraine.fr

SOMMAIRE

ÉDITORIAL

LE DROIT À L'ERREUR

Gilles Waehren

Souvent me prend l'irrépressible envie de confisquer correcteurs et autres effaceurs pendant les devoirs surveillés. D'une part, l'élève perd du temps (et celui-ci est limité) à rafistoler son travail ; d'autre part, il censure des idées dont, parfois, seul le professeur peut évaluer la justesse. J'essaie de les inciter à indiquer, dans la marge, l'endroit où ils pensent s'être trompés. Encore mieux : pourquoi ils croient que leur résultat est faux. J'essaie de leur faire comprendre que tout le monde a le droit de commettre une erreur, que cela nous aide à progresser, mais qu'il faut avoir le courage de le reconnaître et faire son possible pour se corriger. Même le professeur peut dire ou écrire une bourde ; et je leur montre quand je me trompe, pourquoi et comment je rectifie (j'espère que mes élèves ne s'imaginent pas que le professeur est infaillible). J'aimerais les former pour qu'ils adoptent cette attitude dans leur vie future.

J'aimerais que, quand un ministre de l'Éducation Nationale et ses conseillers conçoivent une réforme, ils aient aussi ce fonctionnement. Celle de la rentrée 2019 se met en place dans l'anarchie la plus complète entre directives contradictoires et initiatives locales hasardeuses. Les répartitions horaires ont été traitées dans la plupart des lycées : les suppressions de postes attendues sont là. Comment le ministère envisage-t-il que son projet alambiqué va se développer, alors qu'il entrave la souplesse d'une dotation horaire généreuse ? J'ai la réponse : mal. Voilà une machine d'une complexité diabolique qui va devoir tourner sans huile. C'est maintenant qu'on aimerait entendre : « Sur la réforme du Lycée, on s'est trompé : elle ne peut pas réussir avec moins d'heures de cours, moins de professeurs. » Et j'ajouterais : « Avec moins de maths. »

Car il faut avoir été un bien piètre comptable pour faire de tels calculs d'apothicaire. Il faut être particulièrement obtus pour ne pas voir les failles d'une théorie selon laquelle on peut administrer l'Éducation Nationale comme Jeff BEZOS gère Amazon. On ne doit pas faire d'économie de moyens sur la jeunesse de notre pays. Plus personne ne croit au modèle d'éducation à la française : il n'a pas su s'adapter aux besoins grandissants de nos élèves et on ne cesse de le dénaturer. La confiance dans notre école diminue, tant les discours dégradants envers la formation ont fini par prendre valeur de vérité. Dix ans d'économie de bout de chandelles, d'élucubrations sur les finalités de l'enseignement ont anéanti les ambitions de beaucoup de professeurs pour leurs élèves. Nos dirigeants ont-ils fait ce constat ? Une réforme ambitieuse demande des investissements ambitieux ; qu'elle soit bonne ou non.

Il y a une faute de calcul dans les moyens attribués, alors on reconnaît son erreur et on la corrige ! Pour que ce genre de mésaventure ne se reproduise plus, on donne une place décente aux maths et on recrute ! Le prof a dit.

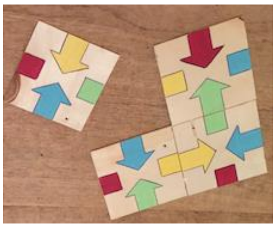
Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

FÊTE DE LA SCIENCE AU LYCÉE STANISLAS DE VILLERS-LÈS-NANCY

Christelle Kunc, Isabelle Shili et Valérie Pallez

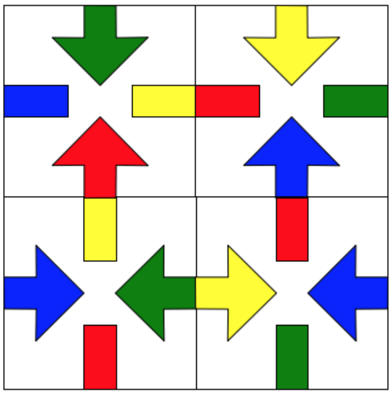




Pendant la matinée du 11 octobre, notre lycée accueillait 241 collégiens issus de six collèges voisins pour la fête de la science. Parmi ces ateliers scientifiques, nous avons mis en œuvre un atelier de jeux mathématiques provenant de notre exposition itinérante ou fabriqués au sein du groupe jeux régional. Toute la matinée, des groupes de collégiens des classes de 5e, 4e, et 3e, accompagnés de leurs professeurs se sont lancés avec enthousiasme dans les différentes activités proposées. Après avoir joué à un jeu de Nim, essayant de battre leurs camarades ou leur professeur, les élèves ont manipulé plusieurs puzzles géométriques découverts auprès de membres du groupe « jeux » de la régionale.
L'atelier autour d'une planche de Galton a rencontré beaucoup de succès. "*À quoi cela sert d'essayer puisque c'est du hasard* ?" se demande un élève. "*Mais si c'est du hasard, pourquoi les résultats sont-ils si différents* ?" lui répond son camarade en lui montrant le tableau construit par les élèves tout au long de la matinée. "*Ah oui, c'est bizarre, il doit bien y avoir une raison, quand même...* " Ce fut une matinée sympathique, sans aucun doute un rendez-vous à renouveler l'année prochaine !

Pour ceux qui ont envie de bricoler

Le patron des quatre pièces en carton se trouve dans le **PV114**.



Les quatre carrés ont été réalisés en utilisant le schéma de construction d'un jeu imaginé par Gianni A. Sarcone.

Le puzzle de l'exercice 3 du Rallye Mathématique de Lorraine 2018 a aussi été utilisé.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

LES JEUX MATHÉMATIQUES : UN SUCCÈS FOU !

Stéphanie Waehren

Pour la troisième année, l'expo « jeux » de l'APMEP a connu un très grand succès au collège Pierre Messmer à Sarrebourg.

Un élève d'U.L.I.S. travaille la vision dans l'espace

Animées par Marie-José Baliviera, les séances de jeux se sont enchaînées sans relâche de jeudi matin à vendredi soir, dans la médiathèque du collège.

Les volontaires de la pause méridienne

Le planning déjà chargé s'est vu complété sur la demande des collègues et des élèves pendant la pause de midi, et les fins d'après-midi.

L'activité de jeux est de plus en plus pratiquée dans le collège, que ce soit à l'occasion de la semaine des maths, pendant des séances d'A.P. ou dans le club « jeux de société » ouvert depuis septembre.

L'équipe de mathématiques, à l'initiative de l'invitation, est convaincue de l'intérêt de la démarche : les jeux permettent de développer et renforcer beaucoup de compétences, en particulier « chercher ».

Retour au sommaire

Nombreux étaient les élèves (ou les enseignants) persuadés au début « qu'ils n'y arriveraient pas ».

Le professeur de musique, d'abord intimidé s'est pris au jeu …

Quelques encouragements étaient parfois nécessaires avant d'entendre des cris de satisfaction et des sourires sur tous les visages à la fin de l'activité.

Au fond : « J'ai trouvé !!!!!! »

Les garçons s'y mettent à plusieurs

Très plébiscitée par les élèves en difficulté dans les activités abstraites, la séance leur a souvent permis de se rassurer quant à leur capacité à résoudre un problème, ou à « réussir » tout simplement.

Rendez-vous est pris pour l'an prochain.

Un grand merci à Marie-José et à l'APMEP qui propose des activités riches, attractives et si pertinentes.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

LES MÉDIAS DE L'APMEP

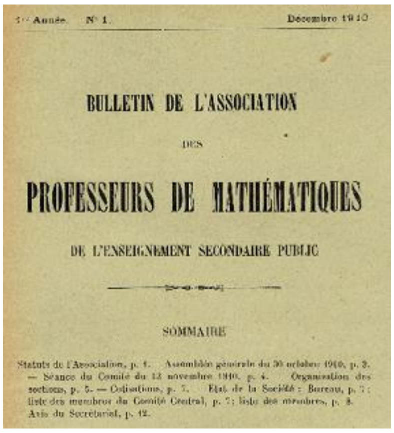
Jacques Verdier

Dans cet article, nous passerons en revue les divers bulletins édités par l'APMEP au niveau national, ainsi que quelques bulletins régionaux (dont le Petit Vert, bien sûr).

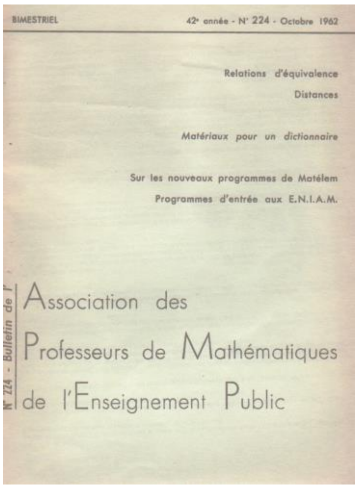
Le bulletin VERT

L'APMEP (qui à sa naissance s'appelait APMESP[1] est « née » en 1910. Dès sa création, elle s'est munie d'un bulletin, que l'on a –plus tard– familièrement appelé « Le gros vert » (cependant il n'était pas vert au début). On peut retrouver certains anciens numéros de ces bulletins à l'adresse suivante : https://www.apmep.fr/-Les-sommaires-et-articles.

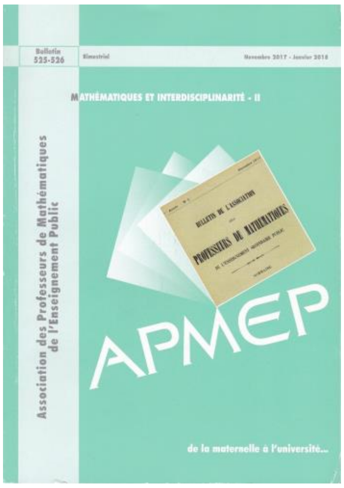
En 1923, le bulletin donnait la liste des « correspondants régionaux » de l'APMEP[2] : Aix-Marseille, Besançon, Bordeaux, Caen, Clermont-Ferrand, Dijon, Grenoble, Lille, Lyon, Montpellier, Nancy, Poitiers, Rennes, Nantes, Strasbourg, Toulouse, Alger, Tunis et … Hanoï.



Le premier bulletin



Bulletin vert (n°224), 1962

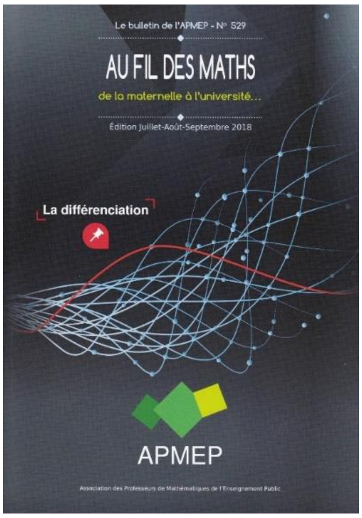


Bulletin 525-526, janvier 2018

Feuilletons un de ces bulletins, pris au hasard : le numéro de janvier 2000. Il débute par un éditorial, une rubrique « Dans nos classes », un dossier (en l'occurrence « Étudier en Europe »), une rubrique « Pour chercher et approfondir » (incluant une rubrique « Problèmes »), et une rubrique « Vie de l'association ».

Jusqu'en 2009, un bulletin « spécial » rendait compte des Journées nationales : entre autres les conférences, et quelques-uns des ateliers.

Le format de ce bulletin, était 15x21, puis 18x24. Le dernier « bulletin vert » (qui était un numéro double) est paru en janvier 2018. À partir du numéro 527 (janvier 2018), le bulletin a changé de nom (« **Au fil des maths** ») et de format (20x28). C'est celui que vous recevez actuellement par la poste si vous êtes adhérent.



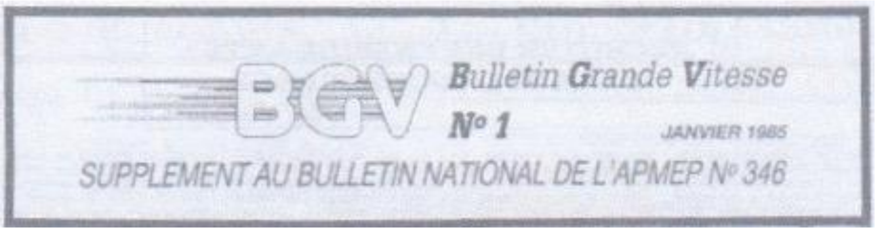
Nouveau Bulletin
« Au fil des maths » (2018)

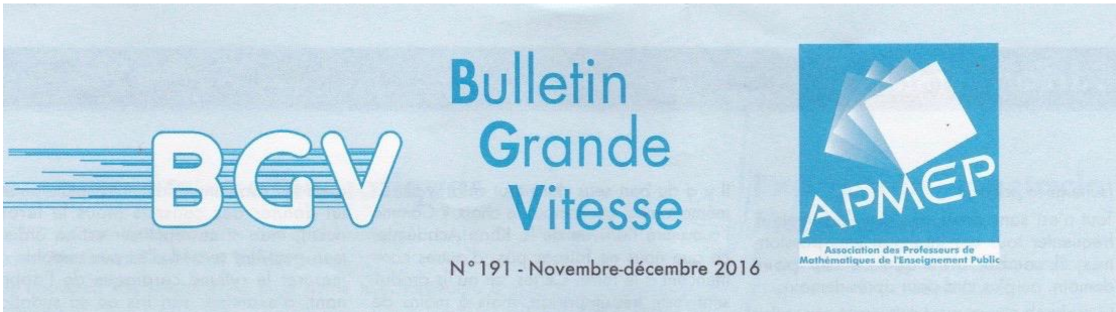
Retour au sommaire

LE BGV (Bulletin à Grande Vitesse)

Au début des années 80, l'APMEP ne publiait que son seul bulletin. L'association était très active, et les propositions d'articles étaient si nombreuses qu'il y avait jusqu'à deux ans d'attente pour qu'un article soit publié. En 1985, il a donc été décidé de publier un petit bulletin « à grande vitesse » (le BGV), dans lequel on trouverait les informations « périssables ». Depuis le n°190, l'annonce de parution de ce bulletin est envoyée par courriel aux adhérents.

Le BGV, n°1



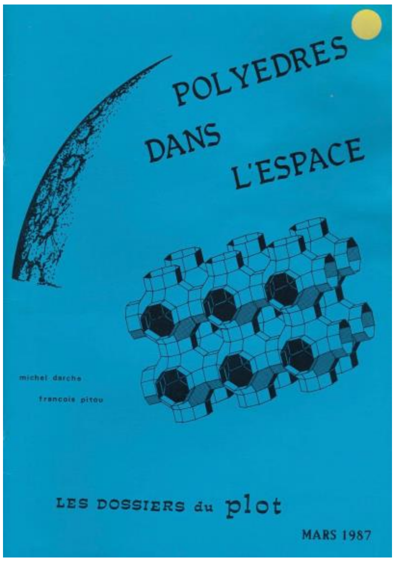


Ci-dessus, l'entête du dernier BGV en version papier.

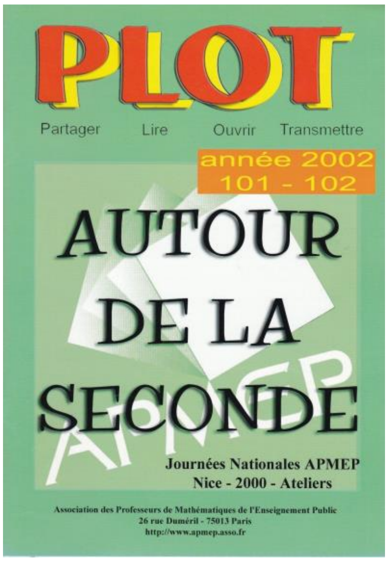
DANS LES RÉGIONALES

PLOT

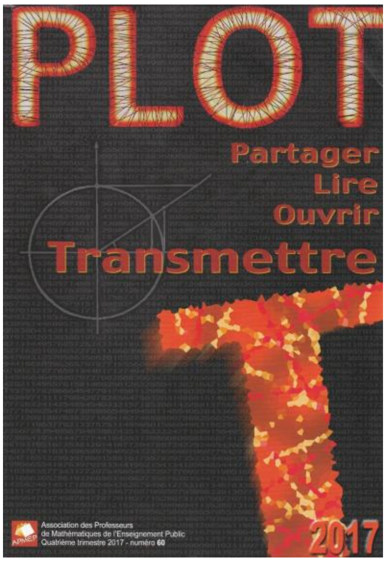
La revue « PLOT » (des initiales des trois régionales concernées : Poitiers, Limoges et Orléans-Tours) est née en 1976, à l'initiative de Jacques Borowczyk, Daniel Fredon et Pascal Monseiller. Outre cette revue trimestrielle (format 21x29,7), ces régionales ont édité du matériel pédagogique et des dossiers (polyèdres de l'espace, systèmes articulée, pliages mathématiques, etc.).



Dossier polyèdres



Dossier seconde



Le dernier PLOT paru (n°60, 2017)

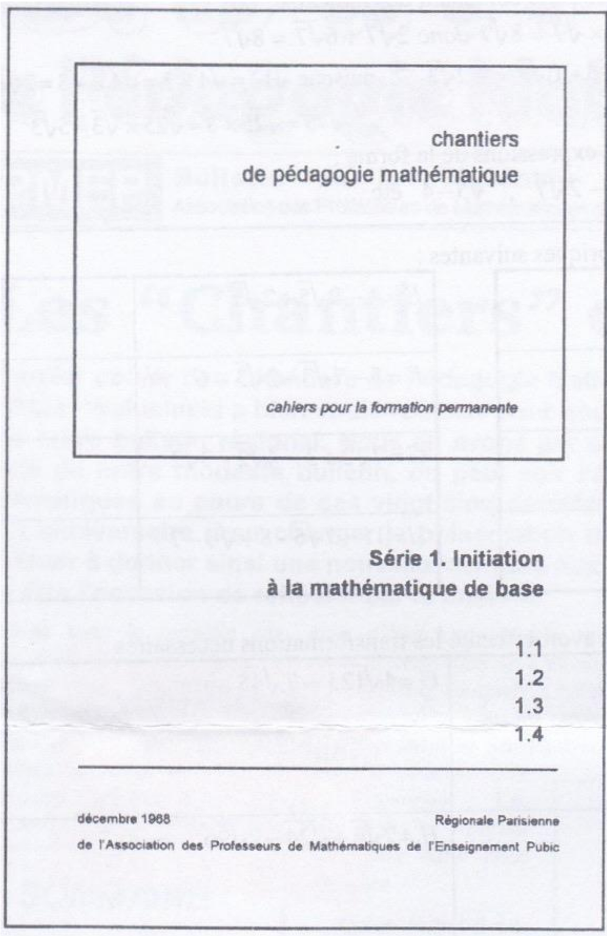
Retour au sommaire

Cette revue a été reprise par le national en 2003 : elle a été publiée sous forme de publication nationale, sous l'appellation « Partager-Lire-Ouvrir-Transmettre »[3].

CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

Ces « Chantiers », bulletin de la régionale Ile-de-France, sont nés en 1968 (un numéro spécial anniversaire est paru en décembre de cette année).

À partir de la fin de l'année 1993, les Chantiers sont publiés en ligne.



chantiers
de pédagogie mathématique

cahiers pour la formation permanente

**Série 1. Initiation
à la mathématique de base**

1.1
1.2
1.3
1.4

décembre 1968 Régionale Parisienne
de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

CHANTIERS
de Pédagogie Mathématique

APMEP Bulletin de la Régionale d'Ile-de-France
Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
Septembre 93 n° 82

Les "Chantiers" ont 25 ans

Le premier *cahier* des Chantiers de Pédagogie Mathématique est paru en Décembre 68. Gilbert Walusinski a bien voulu retracer pour nous les conditions dans lesquelles est né notre bulletin régional. Nous en avons par ailleurs établi un bref historique ; au-delà de notre modeste bulletin, on peut voir l'évolution de l'enseignement des mathématiques au cours de ces vingt-cinq dernières années. Nous profitons aussi de cet anniversaire pour changer la présentation de la première page, en espérant contribuer à donner ainsi une nouvelle jeunesse aux *Chantiers.* Cet anniversaire peut aussi être l'occasion de réfléchir sur le présent.

Ci-dessus, l'anniversaire des « Chantiers » (septembre 1993)

À gauche, le premier numéro de la série (1968)

AUTRES PUBLICATIONS RÉGIONALES ACTUELLES

- Alsace : un nouveau bulletin, né fin 2018. Nous lui souhaitons longue vie.
- Champagne-Ardenne : « Bulletin d'informations régionales ».
- Grenoble : « Variations de 07 à 74 », 3 numéros par an.
- Lille : Convergences
- Nantes édite une lettre régionale
- Orléans-Tours : Mic What ? Mic Math !
- Picardie : Récurrence
- Poitou-Charentes : Corol'aire

Nous espérons de ne pas en avoir oublié.

Certaines régionales ont également un site Internet propre, comme l'Ile-de-France, Poitiers ou la Lorraine (voir ci-après).

Retour au sommaire

LE PETIT VERT

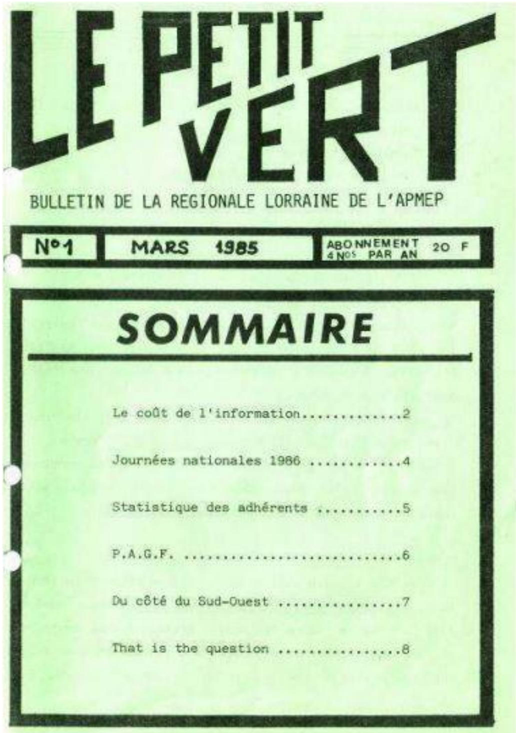
Il n'est plus la peine de présenter le « Petit Vert », bulletin de la régionale Lorraine, du moins pour les lorrains.

La question qui s'était posée en 1985 au comité régional était la suivante : « *Est-ce que ça vaut le coup de se lancer dans la publication d'un bulletin régional APMEP ? Est-ce que l'on en aura les moyens ? Y aura-t-il des articles en nombre suffisant* ? ». La réponse a été OUI, et nous avons déjà publié 137 numéros (sans compter quelques hors-série).

Le premier numéro est né en mars 1985. Ce premier numéro, au format A5, était publié sur du papier vert, ainsi que les 7 numéros suivants ! À partir du n°9 (mars 1987), seule la couverture était verte.

Le numéro 10 (juin 1987) était un numéro spécial commun à l'APMEP et à l'IREM de Lorraine, entièrement ciblé sur la classe de seconde (dont les programmes venaient d'être bouleversés). Petit clin d'œil au n°57 d'avril 1988 : la couverture était rouge !!! Elle représentait le graphe de la fonction sin(x) sur [0 ; 95*π*] sur l'écran d'une TI83. Depuis le n°118, les Petits Verts sont publiés au format A4, en couleurs. Le Petit Vert n'a cessé de grossir : il a même atteint les 82 pages A4 en septembre 2017 !

Tous les Petits Verts sont actuellement en ligne sur le site de la régionale Lorraine :


LE PETIT VERT

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N°1 MARS 1985 ABONNEMENT 4 NOS PAR AN 20 F

SOMMAIRE

Le coût de l'information............2

Journées nationales 1986 4

Statistique des adhérents 5

P.A.G.F. 6

Du côté du Sud-Ouest 7

That is the question 8

Couverture du premier « Petit Vert » (1985)

Couverture du dernier numéro paru

On remarquera (particulièrement) le passage du papier seul à des compléments papier en ligne, jusqu'à l'intégralité des bulletins en ligne pour certains médias déjà. Pour tous quand ?

Pour tous ceux qui veulent en savoir plus sur l'évolution de l'APMEP depuis sa création, nous vous conseillons la lecture de cet ouvrage : « **Cent ans d'APMEP** », brochure n°192 (352 pages + un CDROM). À commander.

1APMESP (Association des Professeurs de l'Enseignement Secondaire Public) jusqu'en 1945
2Qui deviendront plus tard les régionales
3Les initiales du titre sont donc restées les mêmes

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

IL Y A 25 ANS DANS LE PV 37

Deux choses repérées dans ce Petit Vert de mars 1994.

Tout d'abord, la bienvenue aux quatre collègues russes accueillis dans notre région Lorraine, dans le cadre d'un échange entre l'APMEP et la RAYM (association russe des professeurs de mathématiques) : **Добро пожаловать во Францию.**

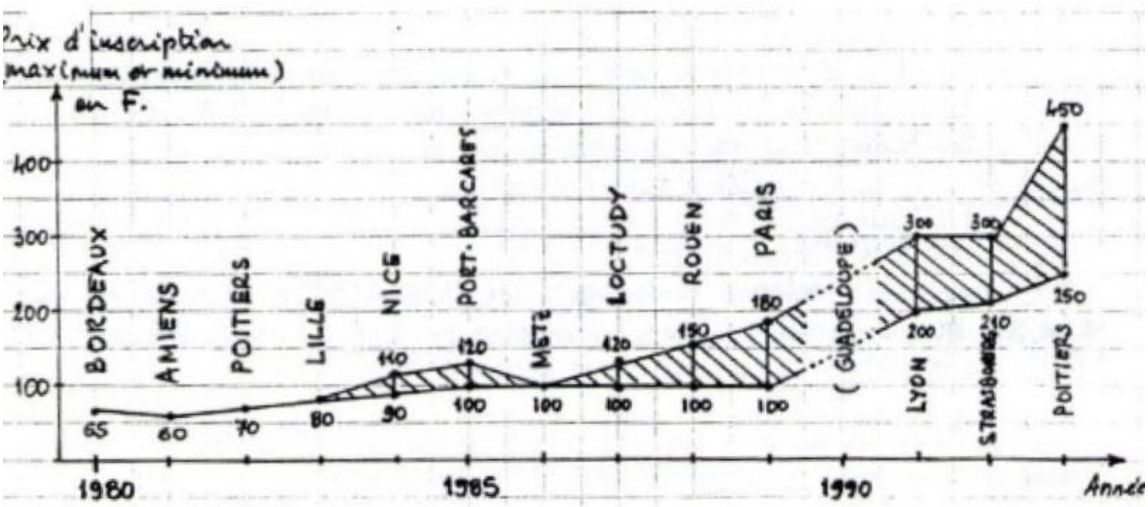
Moins réjouissant : le comité de la régionale Lorraine s'insurgeait de l'augmentation du prix de l'inscription aux journées nationales de l'APMEP.

(Extraits de notre courrier)

Pendant 10 années, le prix de base de l'inscription aux Journées Nationales n'a pas dépassé 100 F (jusqu'en 1989 inclus). La régionale de Lyon a « inauguré » le taux d'inflation à 100% : le prix minimum d'inscription est passé à 200 F en 1991 (et encore, à condition de s'inscrire par Minitel, qui ne fonctionnait pas, et avant une certaine date).

La régionale de Lorraine a alors voté et diffusé une motion de protestation … qui est restée lettre morte : les organisateurs des Journées suivantes, au lieu de revenir à des pratiques plus raisonnables, n'ont cessé d'augmenter les prix, le record pour 1993 étant : minimum 250 F, maximum 450 F (suivant la date).

Le graphique ci-dessous illustre la variation du cout d'inscription aux Journées.



Les Lorrains sont traditionnellement nombreux à participer aux Journées Nationales : 42 inscrits à Lyon, 45 à Strasbourg, 46 à Poitiers, et une quarantaine à Loctudy (à 1000 km de chez eux !). Toutes les régionales ne sont pas aussi « présentes ».

N'oublions pas que ces adhérents paient intégralement leurs frais d'inscription, leurs frais de déplacement (1300 km A-R pour Poitiers), et leurs frais d'hébergement, sur leurs propres deniers.

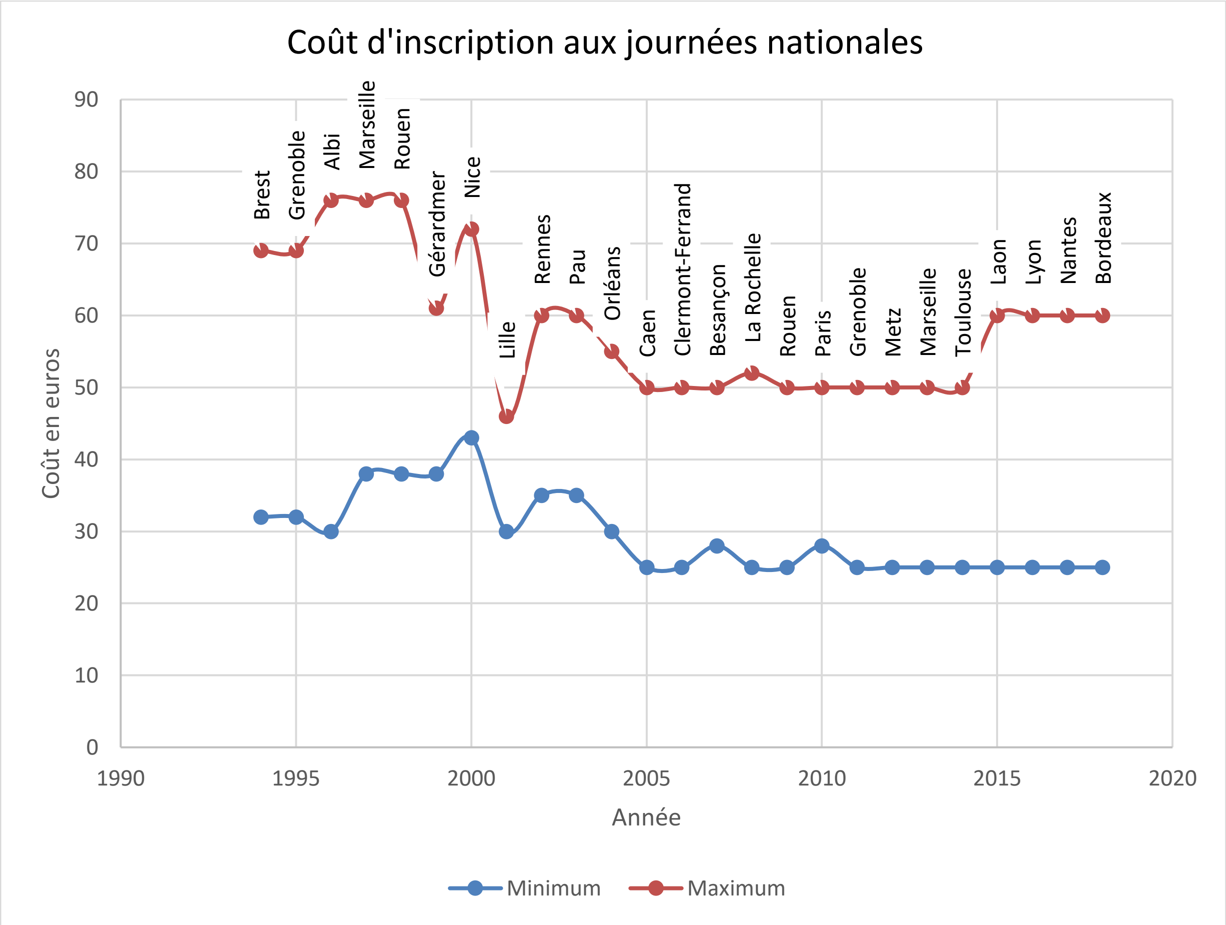
Retour au sommaire

Lorsque nous organisons, à Nancy, des Journées régionales pour nos militants, il y a plus de 140 participants (pas de droits d'inscription, repas à 25 F, …)

Nous ne voudrions pas que, pour des raisons financières, les lorrains « boycottent » les Journées nationales organisées par les autres Régionales au profit de Journées organisées sur place.

C'est pourquoi nous demandons instamment au Comité National de faire en sorte que les coûts demandés aux participants des Journées nationales ne soient pas exorbitants, et que cesse cette course inflationniste … d'autant plus qu'elle n'est pas justifiée : nous trouvons inadmissible que des régionales profitent des Journées pour empocher des bénéfices pharamineux au détriment des militants.

Et depuis ?



Le prix des journées est resté très raisonnable. Les adhérents s'acquittant du prix des journées au moins un mois avant la date des Journées n'ont pas vu les tarifs augmenter depuis 25 ans. De plus des tarifs spéciaux (5 ou 10 €) pour les étudiants de l'IUFM (devenue ÉSPÉ) et pour les professeurs du premier degré rendent ces journées très attractives. Par contre le prix de l'hébergement et des déplacements n'a pas suivi la même tendance ! Peut-être faudra-t-il revenir à des propositions d'hébergement collectifs sans oublier les covoiturages, déjà largement pratiqués ?

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

L'APMEP AU CONGRÈS DE L'AGEEM

L'APMEP est à l'honneur dans le nouvel opus de l'AGEEM. Il revient sur le 91ème congrès de l'AGEEM à Nancy. Les participants ont apprécié la découverte de nouveaux jeux mathématiques et ont apprécié de pouvoir télécharger à leur retour chez eux les ressources déposées à leur intention sur le site national de l'APMEP. Un compte rendu de la participation de l'APMEP Lorraine se trouve dans le Petit Vert 135.

Les enseignants peuvent emprunter ces jeux directement auprès de l'APMEP (Vous pouvez vous adresser en Moselle à Michel RUIBA ; en Meuse à François DROUIN ; en Meurthe-et-Moselle à Rachel FRANÇOIS ; dans les Vosges à Marie-José BALIVIERA). Ces jeux ont aussi attiré l'attention du CASNAV de Nancy qui en a fait traduire cinq en albanais, arménien, croate, portugais, roumain, russe et serbe et mis les fiches à disposition sur son site.

ANNONCE

LA SEMAINE DES ARTS EN MEUSE

Jouons avec les formes et les volumes

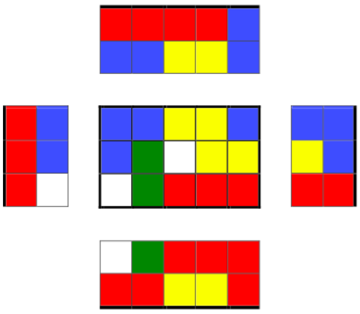
Retour au sommaire

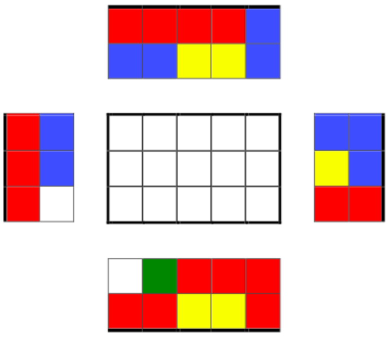
DANS NOS CLASSES

VUS PAR DEVANT ET VUS PAR DERRIÈRE

François Drouin

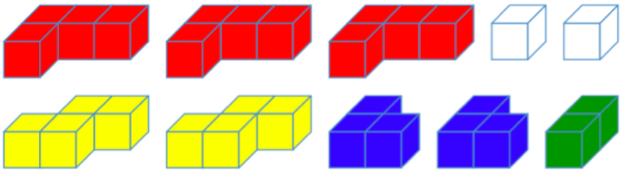
Le *Petit Vert n°133* relate comment des élèves de CM1 CM2 ont construit des pavés, puis colorié des dessins de leurs faces afin que d'autres élèves de la classe reconstruisent les solides.





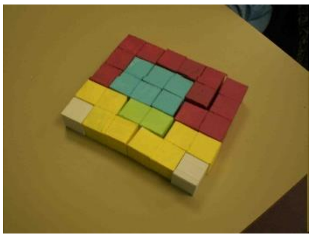
L'envie est venue d'expérimenter une activité à faire en amont pour faciliter la compréhension des dessins en perspective habituellement proposés dans les manuels.

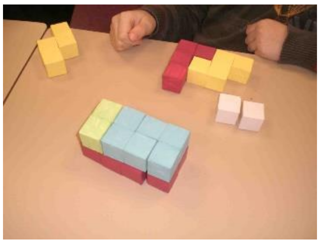
Les dix pièces



La semaine des maths 2018 m'a permis de retravailler dans la même école, dans un cours double comportant huit élèves de CM1 et 19 élèves de CM2. L'enseignant était avec moi, ainsi que deux étudiantes de M1 préparant le concours de Professeur des Écoles. L'activité a duré une heure et demie.

Après avoir fait dire aux élèves ce qu'était pour eux un pavé (le « rectangle avec une épaisseur » a réussi à devenir « un solide dont les faces sont des rectangles »), par groupe de deux, les élèves ont manipulé librement les pièces pour réaliser des pavés. Un temps a été pris pour trouver le nombre de cubes utilisés pour l'ensemble des pièces. Le total de 30 fut vite retrouvé, les calculs tels « 4+4+4 » sont apparus avant « 3 fois 4 ».

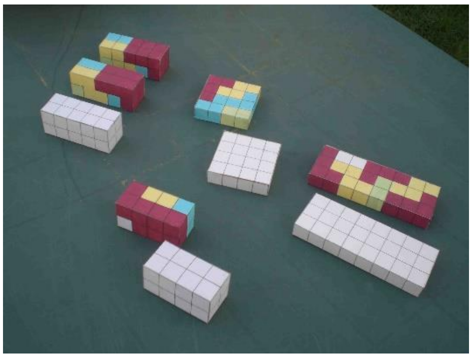




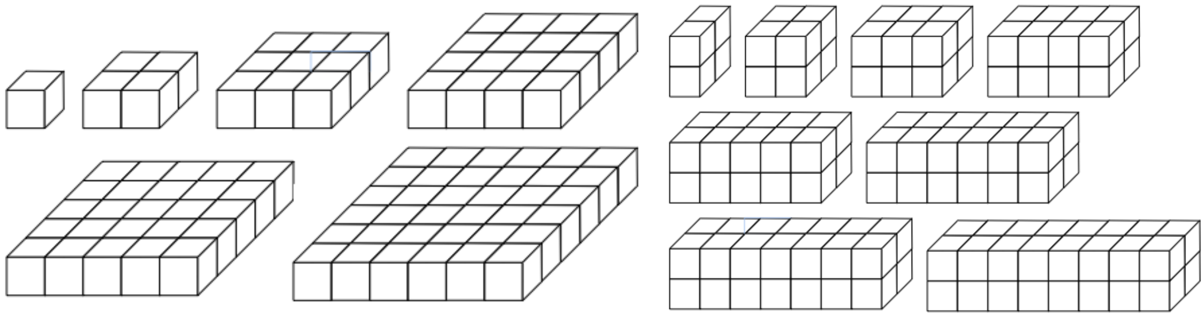
Retour au sommaire

Tâches proposées aux élèves

En **CM1**, il a été demandé de réaliser des pavés de hauteur 1 dont des faces étaient des carrés, en **CM2**, il a été demandé de réaliser des pavés de hauteur 2 et dont une face était un carré. Dans les deux cas, un exemple dessiné a illustré les demandes, les solides photographiés ci-contre étaient prévus comme aide.

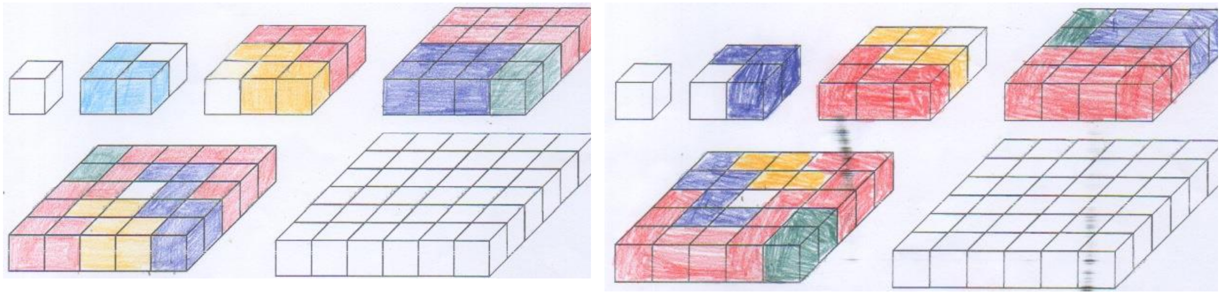


La recherche a pris comme appui ces dessins de pavés à colorier.

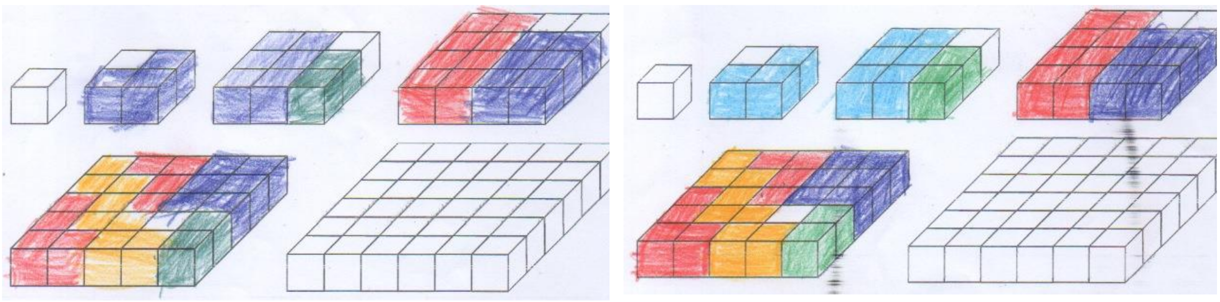


En **CM1** et en **CM2**, un des élèves placés par devant le pavé colorie ce qu'il voit par devant, par-dessus et à droite du solide. L'autre élève placé par derrière doit également colorier ce qu'il voit par devant, par derrière et à droite du solide.

Quelques productions d'élèves de CM1



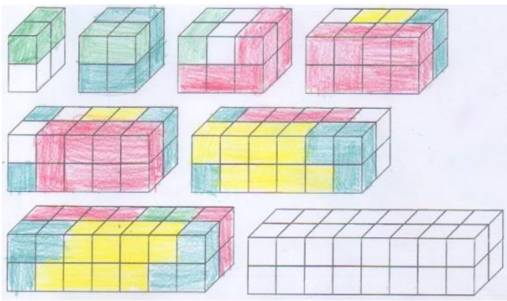
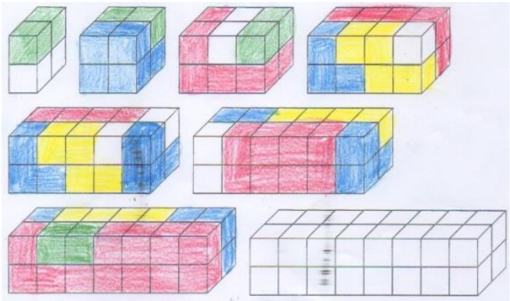
Pour ce premier groupe, le coloriage correspond à ce qui était vu par chacun des deux élèves.



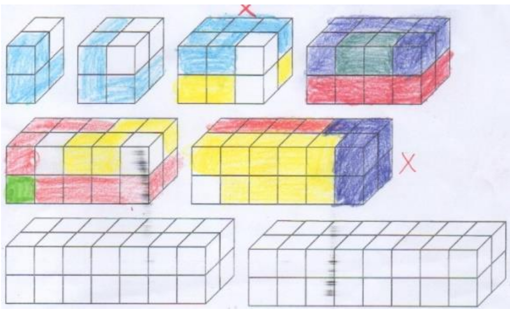
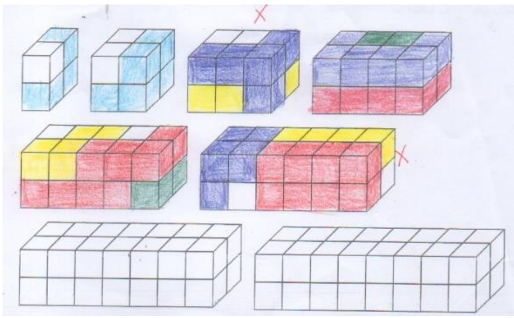
Retour au sommaire

Dans ce deuxième groupe, les élèves étaient positionnés « devant » et « derrière » le solide, mais ce qui a été colorié par l'un a influencé le coloriage de l'autre. Ce disfonctionnement a également été repéré dans un groupe d'élèves de **CM2**.

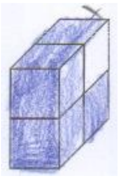
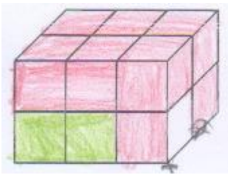
Quelques productions d'élèves de CM2

Pour ce premier groupe, le coloriage correspond à ce qui était vu par chacun des deux élèves.

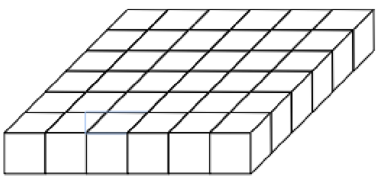



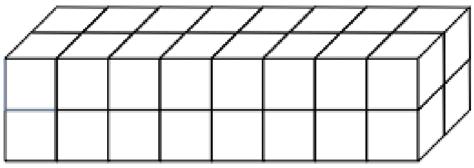
Les dessins d'un groupe étaient par la suite confiés à un second groupe afin qu'il réalise les solides dessinés et coloriés (cet échange a également été mis en œuvre en CM1). Ce groupe a remarqué des erreurs indiquées ici par les élèves avec des croix rouges.

Voici d'autres erreurs repérées dans les dessins d'un autre groupe. Elles donnent envie de retravailler sur des coloriages d'empilements de cubes tel que ceux présentés à la page 5 du document « Le cube Soma au cours moyen ». Les dessins des cubes de ces assemblages laissent visibles une face, deux faces ou trois faces, complètes ou incomplètes.

À propos de ces dessins de pavés





En **CM1** et en **CM2**, les élèves se sont heurtés à la réalisation du dernier pavé dessiné sur leur feuille. Des remarques ont fusé : « il manque des pièces ! ». Six lignes de six cubes repérées dans le dessin de gauche et huit tranches verticales de quatre cubes dans le dessin de droite ont permis de se persuader que l'ensemble des trente cubes formant les pièces du jeu ne permettait pas la réalisation des pavés dessinés. À cette occasion, les affirmations « Je n'ai pas trouvé » et « C'est impossible » ont pu être différentiées.

Retour au sommaire

En complément

Les élèves les plus en avance ont réalisé des solides apportés dans la classe et photographiés ci-contre. En **CM1**, les limites des pièces étaient visibles, en **CM2**, seules les limites des cubes étaient indiquées. Certains ont eu envie de construire la « pyramide aztèque » !

En fin de séance, du temps a été pris pour reprendre ce qui avait été validé par les élèves comme définition d'un pavé. Rencontrer des carrés parmi les faces ne les a pas perturbés. La formulation est devenue « un pavé est un solide dont les faces sont des rectangles ou des carrés ». En retravaillant sur le fait que pour s'assurer que la figure est un carré, avec l'équerre, on vérifie qu'il a quatre angles droits (géométrie instrumentée), les élèves ont pu prendre conscience que le carré est un rectangle particulier. Un parallèle a été fait avec le fait qu'un nombre entier est un nombre décimal particulier.

En téléchargement : productions d'élèves avec les pièces de la pyramide aztèque

“ LE PETIT VERT ” est le bulletin de la régionale APMEP Lorraine.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la “vie mathématique” locale, et d'autre part de permettre les échanges “mathématiques” entre les adhérents.

Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr et au comité de rédaction du Petit Vert.

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

LE JEU OGAME

Valérian Sauton

Présentation

Professeur au collège Émilie Carles d'Ancerville. Proche de Saint-Dizier, le collège compte un peu moins de 400 élèves. J'ai choisi de présenter une activité sur le jeu en ligne OGame.

Cette activité a été proposée à mes classes de 5ème, 4ème, 3ème, moyennant quelques aménagements selon les niveaux, dans l'énoncé et, surtout, dans la correction.

Origine

Alors que je cherchais une idée originale pour travailler sur les suites au niveau 1ère S ou terminale S, je me suis rappelé du jeu en ligne OGame auquel je jouais étant lycéen. En parcourant le site wiki d'OGame, pour regarder les formules sur les suites, j'ai vu matière à travailler avec mes classes de collège dès la rentrée scolaire. Un exercice en entraînant un autre, je me suis rapidement retrouvé avec plusieurs feuilles d'exercices me permettant d'aborder de nombreux thèmes au programme du cycle 4.

Objectifs pédagogiques

Le principal objectif de cette activité était de commencer cette nouvelle année scolaire sur une note originale par autre chose qu'un « classique » chapitre de mathématique ou une feuille d'exercices de méthodes.

Selon les niveaux, les objectifs pédagogiques sont différents.

Avec les **cinquièmes**, il s'agit d'abord d'un travail sur la proportionnalité, les opérations sur les durées, le calcul de moyenne, la notion d'arrondi, un début de travail sur les nombres négatifs avec les températures, une introduction progressive de formules de plus en plus complexes. On y trouve aussi des calculs de pourcentages.

Tout au long de cette activité, je montre aux élèves comment utiliser le tableur de manière appropriée pour calculer, organiser et indiquer ses résultats en ajoutant du texte et en changeant les propriétés des cellules (bordure, couleur d'arrière-plan, …)

Pour les **quatrièmes**, on retrouve le travail sur la proportionnalité qui peut être davantage approfondi pour ceux ayant déjà travaillé sur le produit en croix. J'ai aussi présenté, sans approfondir pour le moment, la conversion d'heures décimales en « heures minutes » en préparation du chapitre sur vitesse-distance-temps prévu plus tard dans l'année. Le travail sur les formules, déjà abordés en cinquième, est poursuivi avec des formules plus complexes me permettant d'introduire/rappeler la notation puissance. Une formule fait aussi intervenir une racine carrée.

Retour au sommaire

Avec les **troisièmes**, cette activité me permet d'une part de faire une évaluation diagnostique sur leurs acquis des notions déjà travaillées dans les années antérieures et d'observer leur manière de communiquer. L'objectif suivant est d'amener ceux étant au point sur ces notions à automatiser ces tâches en utilisant un tableur et/ou scratch.

Description de l'activité

Une même présentation pour tous les niveaux

Après avoir distribué la feuille et laissé quelques minutes aux élèves afin de lire l'énoncé et prendre connaissance du thème de l'activité, je projette au tableau la vue d'ensemble de mon empire galactique. En effet, pour donner plus de vie et mieux expliquer le fonctionnement du jeu, je me suis créé un compte OGame que j'ai développé un peu les jours précédents.

Pendant une dizaine de minutes, j'explique le jeu dans ses grandes lignes. Je leur présente les trois ressources du jeu (métal, cristal, deutérium), fais un tour dans les différents onglets du menu pour leur présenter les différents bâtiments, les vaisseaux, les systèmes de défense et la vue sur l'onglet Galaxie.

OGame : Premiers pas

Un énoncé similaire mais différentes méthodes de résolution/correction selon les niveaux.

Le premier exercice est commun aux trois niveaux.

Retour au sommaire

OGame est un jeu en ligne de gestion d'empires spatiaux comptant plus de deux millions de joueurs à travers le monde.

Exercice 1– Les différentes ressources –

Afin de construire vos bâtiments, vos vaisseaux, rechercher de nouvelles technologies, vous disposez de 3 ressources : le métal, le cristal et le deutérium. Pour en obtenir, plusieurs méthodes :

- les récolter en construisant des mines sur vos planètes et en les faisant monter de niveau. Plus le niveau d'une mine est élevé, plus elle produit !
- les échanger avec d'autres joueurs.
- aller les piller chez vos adversaires !

1. Une mine de métal de niveau 16 produit 2 205 unités de métal par heure. Une mine de cristal de niveau 13 produit 897 unités de cristal par heure.
   a. Combien de métal va produire ma mine en une journée ? En une semaine ? En 15 minutes ?
   b. Combien de temps dois-je attendre avant de gagner 13 478 de cristal ? *Arrondir à la demi-heure.*
2. A 8h12 ce matin, j'avais sur ma planète 23 047 de métal et 4 508 de cristal. Afin de gagner plus de métal par heure, je souhaite faire monter ma mine au niveau 17. Pour cela, il me faut 39 410 de métal et 9 852 de cristal.
   a. Combien de temps dois-je attendre afin d'avoir suffisamment de ressources ?
   b. A quelle heure pourrai-je lancer l'amélioration de ma mine de métal ?
   c. Sans usine de robots, il faut 19h42 pour que l'amélioration se fasse. En lançant l'amélioration le plus rapidement possible, à quelle heure sera-t-elle terminée ?

J'ai choisi de corriger différemment la question 1.b. avec les 4^{è} et les 3^{è}.

La plupart des élèves ayant avancé seuls sur cette question ont divisé 13 478 par 897 et ont trouvé 15,025 pour arrondir à 15h03 min.

Suite à cette erreur, j'ai pu noter un POINT MÉTHODE dans le cahier d'exercices afin de faire le point sur la conversion d'une heure donnée en écriture décimale à une heure exprimée en « heures minutes », point en prévision du chapitre sur distance-temps-vitesse.

Une suite différente selon le niveau

Pour les 4è et 3è, un des objectifs principaux de cette activité est l'étude d'une formule.

Le jeu regorgeant de formules, j'ai choisi de commencer par une formule relativement simple ne mettant pas en jeu les puissances.

Retour au sommaire

Exercice 2– Deux bâtiments précieux –

L'usine de robots est un bâtiment qui permet de réduire considérablement la durée de construction des bâtiments, à l'aide de la formule suivante :

$$temps = \frac{M + C}{2500 \times (1 + R)} \; heures$$

Avec :

M : coût en métal

C : coût en cristal

R : niveau de l'usine de robots

1. Combien de temps faut-il, avec une usine de robots de niveau 4, pour construire une mine de métal de niveau 17 ? *Arrondir le résultat à la minute.*
2. Même question avec une usine de robots de niveau 9. *Arrondir le résultat à la minute.*
3. Un autre bâtiment permet de réduire le temps de construction : l'usine à nanite. L'usine à nanite est le perfectionnement de la technologie de robot. Les nanites sont des robots dont la dimension ne dépasse pas le nanomètre, mais capables de performances extraordinaires par leur mise en réseau. Leur développement augmente la productivité de presque tous les secteurs. L'usine à nanite réduit le temps de construction de tous les bâtiments, vaisseaux et défenses de moitié, **pour chaque niveau de l'usine** à nanite. Ainsi, une usine à nanite de niveau 2 divise par 4 le temps de construction d'un bâtiment.
   a. Compléter la phrase suivante : "une usine à nanite de niveau 3 divise le temps de construction par "
   b. Je dispose d'une usine de robots de niveau 9 et d'une usine à nanite de niveau 3. En combien de temps, vais-je construire une centrale électrique solaire de niveau 27 ? *Donnée : une centrale électrique solaire de niveau 27 coûte 2 840 756 de métal et 1 136 302 de cristal.*

Les deux premières questions ont reçu un très bon accueil par les élèves, la question 3 ayant posé davantage de difficulté.

Avec un groupe de troisièmes performants, nous avons même créé un fichier tableur permettant de mettre en œuvre cette formule et calculer l'heure de fin de construction connaissant l'heure de lancement. Utilisation de la fonction ENT() et ou MOD() .

	A	B	C	G	H	I	J
1	M	164000		9	h	49	min
2	C	57000					
3	R	8					

Retour au sommaire

J'ai choisi de présenter très rapidement le tableur afin de pouvoir l'utiliser régulièrement en classe. La plupart ne l'ayant jamais utilisé de manière « interactive », ils ont tous convenu que le tableur était bien plus efficace et rapide que la calculatrice.

Un travail préalable sur les puissances en classe de quatrième a été réalisé.

Exercice 3

Pour fonctionner, les mines et le synthétiseur de deutérium ont besoin d'énergie. S'il n'y a pas suffisamment d'énergie produite, la production ne s'arrête pas mais subit un ralentissement. Il existe différentes manières de se procurer de l'énergie dans le jeu :

- construire des centrales électriques solaires
- construire des centrales électriques de fusion : cette centrale consomme du deutérium pour produire de l'énergie.
- construire des satellites solaires : son rendement dépend de la température moyenne de la planète autour de laquelle il se situe en orbite.

1. L'énergie produite par une centrale électrique solaire est calculée à l'aide de la formule suivante :

$$énergie = 20 \times L \times 1{,}1^L \text{ avec } L \text{ le niveau de la centrale.}$$

   a. Quelle quantité d'énergie produit une centrale électrique solaire de niveau 4 ?

   b. Quel niveau minimum doit avoir ma centrale électrique solaire pour obtenir plus de 500 d'énergie ?

2. L'énergie produite par un satellite solaire dépend de la température moyenne T de la planète via la formule suivante :

$$énergie = \frac{T+160}{6}$$

Sur ma planète mère, la température varie de -15°C à 25°C.

   a. Quelle est la température moyenne de ma planète mère ?

   b. Combien d'énergie produit un satellite solaire sur ma planète mère ? *Arrondir à l'unité*.

   c. J'ai colonisé une planète sur laquelle la température oscille entre 43°C et 67°C. Combien d'énergie produit un satellite sur cette colonie ?

3. Une centrale électrique à fusion utilise la *technologie énergétique* pour transformer du deutérium en énergie. La formule est la suivante :

$$Énergie = 30 \times C \times \left(1{,}05 + \frac{E}{100}\right)^C$$

C : niveau de la centrale électrique de fusion

E : niveau de la technologie énergie

4. La consommation, par heure, en deutérium d'une telle centrale est donnée par la formule : $10 \times C \times 1{,}1^C$

Retour au sommaire

a. Je dispose de la technologie énergie de niveau 4. Combien d'énergie produit ma centrale électrique de fusion de niveau 5 ?

b. Combien de deutérium ma centrale consomme-t-elle une heure ?

Pour la classe de cinquième, l'exercice 2 diffère mais son objectif principal est aussi la compréhension de la notion de formule.

Exercice 2

Pour fonctionner, les mines et le synthétiseur de deutérium ont besoin d'énergie. S'il n'y a pas suffisamment d'énergie produite, la production ne s'arrête pas mais subit un ralentissement. Il existe différentes manières de se procurer de l'énergie dans le jeu :

- construire des centrales électriques solaires
- construire des centrales électriques de fusion : cette centrale consomme du deutérium pour produire de l'énergie.
- construire des satellites solaires : son rendement dépend de la température moyenne de la planète autour de laquelle il se situe en orbite.

1. L'énergie produite par un satellite solaire dépend de la température moyenne T de la planète via la formule suivante :

$$\acute{e}nergie = \frac{T+160}{6}$$

Sur ma planète mère, la température varie de 5°C à 25°C.

a. Quelle est la température moyenne de ma planète mère ?

b. Combien d'énergie produit un satellite solaire sur ma planète mère ? *Arrondir à l'unité*.

2. Parmi les formule(s) suivantes, lesquelles sont aussi correctes pour calculer l'énergie produite par un satellite solaire ?

$$\acute{e}nergie = T + 160 \div 6\,;\ \acute{e}nergie = (T + 160) \div 6\,;\ \acute{e}nergie = T + (60 \div 6)$$

3. J'ai colonisé une planète sur laquelle la température oscille entre 43°C et 67°C. Combien d'énergie produit un satellite sur cette colonie ?

4. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Température minimale en °C	Température maximale en °C	Température moyenne en °C
45	70	
21		48
-8	48	
-54	-20	

Retour au sommaire

Exercice 3

Afin de progresser efficacement d'un point de vue économique, il est nécessaire d'aller coloniser de nouvelles planètes et y construire des mines. Les ressources produites sur les colonies pourront servir à la construction d'une flotte de combat, au lancement d'une nouvelle recherche, etc...

1. Pour lancer une amélioraton sur ma colonie, je dois apporter 74 000 de métal, 47 000 de cristal et 27 000 de deutérium. Combien de petits transporteurs me faudra-t-il ?
2. Je souhaite transporter, depuis une colonie, sur ma planète mère 750 000 de métal, 230 000 de cristal et 167 000 de deutérium. De combien de grands transporteurs vais-je avoir besoin ?
3. Même question pour 20 450 000 de métal, 13 074 000 de cristal et 5 000 000 de deutérium.

VAISSEAUX

Type	Métal	Cristal	Deutérium	Points de structure	Bouclier	Attaque	Capacité de fret	Vitesse de base	Consom--mation
Petit transporteur	2000	2000	0	4000	10	5	5000	5000	10
Grand Transporteur	6000	6000	0	12000	25	5	25000	7500	50
Chasseur léger	3000	1000	0	4000	10	50	50	12500	20
Chasseur lourd	6000	4000	0	10000	25	150	100	10000	75
Croiseur	20 000	7000	2000	27000	50	400	800	15000	300
Vaisseau de bataille	45 000	15000	0	60000	200	1000	1500	10000	500
Destructeur	60 000	50000	15000	110000	500	2000	2000	5000	1000
Étoile de la mort	5000000	4000000	1000000	9000000	50000	200000	1000000	100	1
Traqueur	30000	40000	15000	70000	400	700	750	10000	250
Bombardier	50000	25000	15000	75000	500	1000	500	4000	1000
Recycleur	10000	6000	2000	16000	10	10	20000	2000	300
Sonde espionnage	0	1000	0	1000	0.01	0.01	5	100000000	1
Vaisseau de colonisation	10000	20000	10000	30000	100	50	7500	2500	1000

Retour au sommaire

DEFENSE						
Type	**Métal**	**Cristal**	**Deutérium**	**Points de structure**	**Bouclier**	**Attaque**
Lanceur de missiles	2000	0	0	2000	20	80
Artillerie laser légère	1500	500	0	2000	25	100
Artillerie laser lourde	6000	2000	0	8000	100	250
Artillerie à ions	2000	6000	0	8000	500	150
Canon de Gauss	20 000	15000	2000	35000	200	1100
Lanceur de plasma	50000	30000	20000	100000	300	3000
Petit bouclier	10000	10000	0	20000	2000	1
Grand bouclier	50000	50000	0	100000	10000	1

Matériel et documents utilisés

- vidéo projecteur
- pour la partie programmation, une salle informatique équipée de 18 postes avec OpenOffice-Calc

Évaluation

Les sujets du premier devoir à la maison et devoir surveillé étaient entièrement consacrés à OGame, à voir en annexe. Les élèves s'étant impliqués en classe et sur le devoir maison ont rendu d'excellents travaux, notamment chez les 5è et les 3è.

Notes personnelles

Faire découvrir l'univers d'OGame à mes élèves m'a beaucoup plu. La réaction des 5è était totalement différente de celle des 4è/3è. La plupart des élèves étaient captivés par le jeu et ils m'ont posé de nombreuses questions.

Le travail sur les formules a intéressé de nombreux élèves, bien plus que les questions de proportionnalité et d'horaires. Lorsque je referai cette activité, je commencerai cette fois par un ou plusieurs exercices avec formules et tableurs.

Je travaillerai le cinquième exercice avec les 4è lorsque j'aurai traité la racine carrée avec eux. Je pense aussi le donner à mes 3è pour travailler sur Scratch les « si...alors...sinon ».

Retour au sommaire

Exercice 5 – Distance entre deux planètes –

Le temps de vol entre deux planètes dépend de la vitesse des vaisseaux, du niveau de la propulsion utilisée et, bien sûr, de la distance entre les deux planètes. Dans cet exercice, nous allons apprendre à calculer la distance entre deux planètes. Dans un univers d'OGame, chaque planète possède des coordonnées du type $[x\colon yyy\colon zz]$. x, numéro de la galaxie, est un nombre entre 1 et 9. yyy, numéro du système solaire, est un nombre entre 1 et 499. zz, position dans le système solaire, est un nombre entre 1 et 15.

1. Parmi les listes de coordonnées suivantes, entourer celles qui sont impossibles en précisant pourquoi.

$$[3\,;245\,;10]\,;[7\,;641\,;3]\,;[11\,;127\,;1]\,;[5\,;458\,;2]\,;[4\,;165\,;18]$$

2. Au maximum, combien peut-il y avoir de planètes sur un Univers ?
3. Pour calculer la distance entre deux planètes, on utilise différentes formules :
   - Si les planètes sont dans le même système solaire :
   $$distance = 1000 + 5 \times \text{\'ecart entre les plan\`etes}$$
   - Si les planètes ne sont pas dans le même système solaire mais la même galaxie :
   $$distance = 2700 + 95 \times \text{\'ecart entre les syst\`emes}$$
   - Si les planètes ne sont pas dans la même galaxie :
   $$distance = 20000 \times \text{\'ecart entre les galaxies}$$

Calculer la distance entre les planètes de coordonnées suivantes :

(a) $[2\,;47\,;12]$ et $[2\,;47\,;2]$

(b) $[2\,;47\,;12]$ et $[2\,;54\,;15]$

(c) $[2\,;47\,;12]$ et $[4\,;12\,;7]$

4. La durée de vol, en secondes, est calculée ensuite à l'aide de la formule suivante :

$$durée = 10 + \frac{35\,000}{V_f}\sqrt{\frac{1000\,D}{V}}$$

avec :

- V la vitesse du vaisseau le plus lent
- V_f : le pourcentage choisi pour la vitesse de la flotte
- D : la distance entre les deux planètes

Je décide d'envoyer, en partance de $[2\,;47;12]$ jusqu'en $[2\,;\ 54\,;15]$ une flotte de croiseurs lancés à 100% de leur vitesse. En combien de temps vont-ils atteindre leur cible ? *Arrondir à la minute*.

5. Je décide d'envoyer, en partance de $[2\,;47;12]$ jusqu'en $[2\,;174\,;3]$ une sonde d'espionnage à 90% de sa vitesse. En combien de temps va-t-elle atteindre sa cible ? *Arrondir à la seconde*.

Retour au sommaire

Annexe

Devoir maison cinquième

Exercice 1.

Effectuer les calculs suivants, en détaillant **chaque** étape.

1) $-2+5\times(-7)$
2) $3-(-4)\times(-10)-13$
3) $13+(-5)-(-12)\times 2$
4) $(2+(-3))\times 5+3$

Exercice 2.

Afin de progresser efficacement d'un point de vue économique, il est nécessaire d'aller coloniser de nouvelles planètes et d'y construire des mines. Les ressources produites sur les colonies pourront servir à la construction d'une flotte de combat, au lancement d'une nouvelle recherche, etc...

Vaisseau	Coût en métal	Coût en cristal	Coût en deutérium	Capacité de frêt
Petit transporteur	2000	2000	0	5000
Grand transporteur	6000	6000	0	25 000

1) A l'aide du tableau précédent, **recopier** et compléter la phrase suivante : "Un grand transporteur coûte.......... fois plus cher qu'un petit transporteur mais peut transporter.......... fois plus de ressources! "
2) Pour lancer une amélioration sur ma colonie, je dois apporter 74 000 de métal, 47 000 de cristal et 27 000 de deutérium

(a) Quelle quantité totale de ressources vais-je apporter ?

(b) Combien de petits transporteurs me faudra-t-il ?

3) Je souhaite transporter, depuis une colonie, sur ma planète mère 750 000 de métal, 230000 de cristal et 167 000 de deutérium. De combien de grands transporteurs vais-je avoir besoin ?
4) Même question pour 20 450 000 de métal, 13 074 000 de cristal et 5 000 000 de deutérium.

Exercice 3. Les flottes

Une méthode plus rapide, mais plus risquée, de se procurer des ressources est d'aller piller ses voisins dans l'univers. Pour cela, il faut attaquer son adversaire avec suffisamment de vaisseaux pour l'emporter contre ses défenses et ses propres vaisseaux. Lorsque l'attaquant

Retour au sommaire

est victorieux, s'il a suffisamment de place dans ses soutes, il repart en possession de 50% des ressources se trouvant sur la planète attaquée. Aucun bâtiment de la planète attaquée n'est détruit. **70% des défenses** de la planète attaquée se reconstruisent gratuitement et directement après l'attaque.

Je souhaite attaquer une planète sans défense possédant 32 460 de métal, 8450 de cristal et 1408 de deutérium.

(a) Combien de métal puis-je piller ? Même question pour le cristal et le deutérium.

(b) Combien de petits transporteurs doivent attaquer afin que le pillage soit maximal ?

Avec ma flotte, je viens d'attaquer mon voisin Triwoxe. J'ai remporté le combat face à ses 158 lanceurs de missiles, ses 27 artilleries laser et 15 canons de Gauss. Après le combat, que lui reste-t-il comme défense ?

VOUS AUSSI… ÉCRIVEZ DANS LE PETIT VERT !

Vous êtes très nombreux à « plébisciter » les activités en classe que nous publions au fil des numéros. Mais beaucoup moins nombreux à nous proposer des activités que vous avez pratiquées avec vos élèves. Peut-être n'osez-vous pas...

Pour vous aider à franchir le pas, voici un petit guide pour vous aider à relater vos activités, vos expérimentations, etc. afin qu'elles soient comprises par ceux qui vous liront et que ceux-ci puissent les faire évoluer au service de leur enseignement.

À L'ORIGINE…

Préciser la situation : le niveau de la classe, le contexte, le climat de la classe qui vous a encouragé, un échec ou une prise de conscience qui vous a déterminé à changer, une lecture qui vous a donné une idée, un travail d'équipe ou une rencontre qui vous a stimulé... : bref, un bout de l'histoire qui vous a amené à proposer cela à vos élèves… Maximum ½ page (ce n'est pas une autobiographie).

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES

Indiquer aussi précisément que possible (sans vocabulaire ronflant) ce que vous aviez en tête, les buts que vous poursuiviez, ainsi que les objectifs-élèves visés.

DESCRIPTION DE L'ACTIVITÉ (méthodologie et contenus)

- Décrire soit une séance de travail, soit une série de séances.
- Se centrer sur CE QUE LES ÉLÈVES FONT CONCRÈTEMENT.

Retour au sommaire

- Indiquer très clairement l'effectif, les conditions matérielles, la structure proposée (travaux de groupes, travail en salle informatique...) et la disposition de la classe.

MATÉRIELS ET DOCUMENTS UTILISÉS

Donner des indications précises sur les documents utilisés par les élèves (mettre les fiches en annexe), et les documents dont vous vous êtes servi ou inspiré (livres, articles de revue, logiciels, sites internet, vidéos, etc.).

ÉVALUATION

Comment ça a marché ? Pourquoi l'échec ?

Quels critères de réussite ? Le point de vue des élèves.

La fiche peut aussi décrire quelque chose qui a raté... mais que vous trouvez utile de relater, justement parce que vous y croyiez !

NOTES PERSONNELLES

Une fois le travail fait et relaté, vous pouvez prendre de la distance :

- Faire apparaitre des contradictions,
- Montrer comment ça vous a fait évoluer,
- Dire pourquoi vous n'êtes pas près de recommencer,
- Affirmer bien haut que vous êtes ravi et qu'en conséquence vous ferez ça tous les ans jusqu'à votre retraite !!!

Bref, **RELATER UN ESSAI QUI A ÉTÉ REALISÉ** (et le décrire dans tous ses aspects) ... au lieu de décrire un "tour de main" pédagogique.

Tout cela en 3 ou 4 pages environ.

Les rubriques sont souples, les titres peuvent changer…

Rester concret, ça gagne de la place.

Envoyer le tout à Comité de rédaction Petit Vert

ou à François Drouin ou à Michel Ruiba ou à Geneviève Bouvart.

Retour au sommaire

MATHS ET DIDACTIQUE

IL Y A MANIPULER ET MANIPULER !

Pourquoi le succès de cette entreprise de marchandisation de la méthode de Singapour ? Qu'est-ce qui fait que des enseignants investis dans leur travail croient se reconnaître dans cette offre ? Qu'est-ce que les chercheurs, les formateurs n'ont pas réussi à « faire passer » aux professeurs des écoles au cours des années passées ?

L'extrait d'un article paru dans le Café pédagogique mensuel, Éditions Sciences DECEMBRE 2018 - Numéro 184, intitulé « *L'enseignement des mathématiques et ceux qui en parlent* » de Joël Briand propose une réponse.

Prenons la question des manipulations et de l'expérience en mathématiques[1]. Ce point est en effet mis en avant par les promoteurs de la « méthode ». L'enfant manipulerait, il schématiserait et enfin il passerait à l'abstraction. Depuis 40 ans, les recherches en didactique des mathématiques ont montré l'importance de la manipulation dans la genèse d'une activité mathématique et les obstacles à l'acquisition de savoirs mathématiques qu'une manipulation mal organisée pouvait créer. L'idée communément admise, par exemple, que, pour faire des mathématiques il faut manipuler, est porteuse de graves malentendus. Si les questions se résolvent par du matériel, alors il n'y a aucune raison (sauf l'obéissance) pour s'investir dans des écrits, des tracés. […]
Cette question de la place et du rôle de la manipulation mérite donc qu'on y revienne. Pour cela, prenons un exemple d'une séquence de classe qui se déroule en cours préparatoire :
Une enseignante fait lancer un dé par chaque élève. À chaque lancer, elle écrit le nombre obtenu au tableau et met, en même temps dans une tirelire, un nombre correspondant de jetons. Au bout de 9 lancers (par exemple), est écrit : 5 + 4 + 2 + 4 + 1 + 6 + 4 + 4 + 5.
Elle pose alors la question suivante : « Quand j'ouvrirai la tirelire, à chaque fois qu'il y aura 10 jetons, on les échangera contre un bonbon [2]. D'après vous, combien de bonbons on va pouvoir avoir ? ». Dès cet instant, plusieurs élèves, en montrant le texte au tableau affirment « il n'y en aura pas dix, tu vois bien [en montrant ce qui est écrit], il n'y a que 6, maximum ». Dans cette première phase, le professeur a constitué un premier milieu de référence (le dé, la tirelire, Une règle du jeu, des joueurs, une production écrite) à partir duquel il installe un milieu d'apprentissage en ajoutant la question relative aux bonbons. Il s'agit de tenter d'anticiper des faits expérimentaux (il y aura (ou non) la possibilité d'avoir des bonbons), de les vérifier d'abord de façon empirique (« on n'a qu'à ouvrir la boîte »), passage obligé pour que s'installe un milieu propice à une autre activité : celle d'une construction théorique faite de langage essentiellement écrit qui permettra l'élaboration de processus de vérification d'une autre nature, devenant autonome, allant jusqu'à négliger l'ouverture de la tirelire. Qui d'autre que le professeur peut organiser cette mise en scène qui va créer le désir « d'en savoir plus » sans ouvrir la boîte ? Qui fera comprendre aux élèves qu'au-delà de la règle du jeu, cet interdit de l'ouverture de la boîte est une invitation à d'autres découvertes ?

---

[1] « La place de l'expérience dans la construction des mathématiques en classe », Revue « petit x », n° 75, pp. 7-33, 2007.

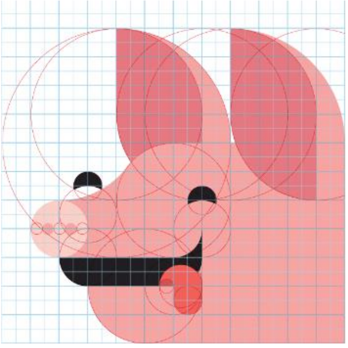
2 Je laisse l'entière responsabilité de cette motivation à une collègue avec qui j'ai eu plaisir à travailler !

Retour au sommaire

VU SUR LA TOILE

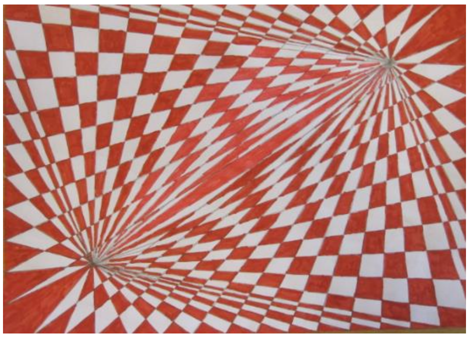
JOUONS AVEC LA GÉOMÉTRIE.

Gilles Waehren

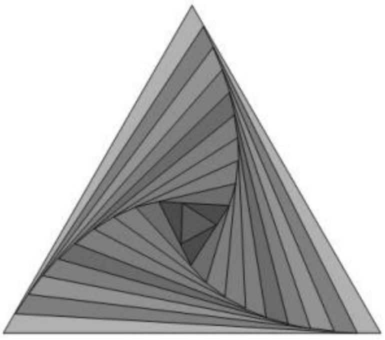


Afin de profiter de cette semaine des mathématiques 2019 en jouant avec les maths, je vous propose quelques ressources pour faire de la géométrie en s'amusant. Les supports d'activités ne manquent pas et les arts visuels en cycle 2 et 3 font souvent l'objet de réalisations géométriques et artistiques. À la fin, un petit rappel sur les sangakus permettra de donner un prolongement sur le cycle 4 et d'aborder la géométrie dans le nouveau programme du lycée, avec des problèmes motivants destinés à ceux que ces nouveaux textes rebutent déjà.

Les animaux géométriques ont un succès qui ne se dément pas. Ce lien proposé par Claire STAUB n'est pas sans rappeler les compas-nimaux d'Yvan MONARI, dont le troupeau ne cesse de s'agrandir.

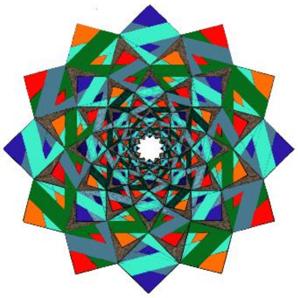


Sur cette page on pourra utiliser des fiches d'activités pour produire des œuvres inspirées d'artistes tels Vasarely ou Mondrian et ce blog propose quelques mises en pratique. Ce professeur expose les réalisations de ses écoliers, qui ont déjà intégré la promiscuité des arts graphiques et des mathématiques. Cette approche est souvent privilégiée par la méthode dite « heuristique » comme on peut le constater ici ou là. Ces moments de création peuvent parfois déboucher sur une véritable exposition en plein air, valorisant ainsi le travail de l'élève et la place des mathématiques dans notre environnement. Ces recherches m'ont permis de découvrir un artiste, Auguste Herbin, dont le travail graphique et langagier est particulièrement insolite.

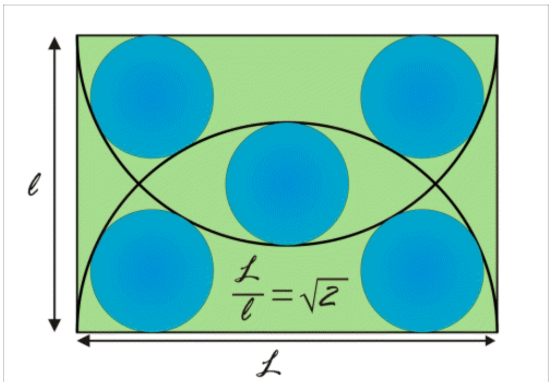


Dans le cadre d'un travail plus scolaire, on aura envie de tracer les figures du blog Géométriquement ou d'expérimenter la symétrie en direct avec les applications de Roland DASSONVAL : sur un axe vertical ou horizontal. Les Geomag permettent de découvrir les formes géométriques de bases en quelques manipulations, comme le montre cette vidéo (une erreur de raisonnement inintéressante à travailler avec les élèves en fin de vidéo) et d'en produire bien d'autres, dans l'espace ou dans le plan, avec comme seule limite le nombre de pièces disponibles… ou son imagination. Les séquences assez didactiques de ce collègue permettent d'aborder la géométrie de façon très attractive en cycle 2 et 3. On peut les prolonger par ces activités qui jettent des ponts entre Maths et Arts (ouvrir les deux documents en bas de page!!) puis se plonger dans ce document relativement exhaustif sur l'histoire de ce couple graphique.

Retour au sommaire



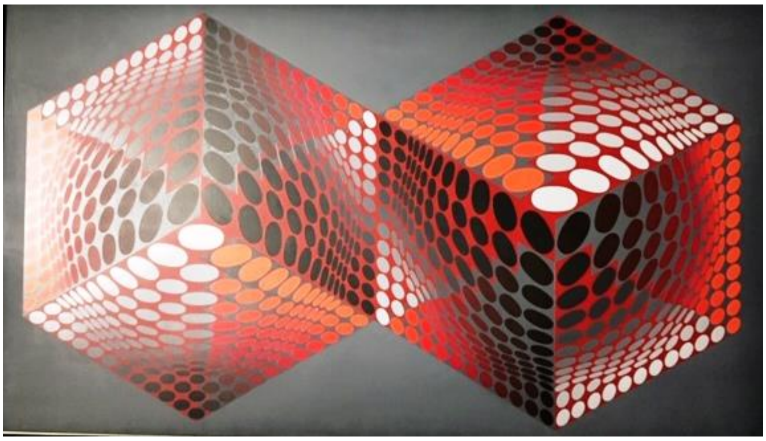
Le site db à VdB, destiné à l'enseignement primaire, comporte une galerie assez conséquente d'images à reproduire en classe, notamment inspirées par l'art arabe : ici ou là. On ne manquera pas de retrouver, à ce sujet, les activités de votre publication préférée, avec l'Art Mudéjar à Teruel ou un travail sur les zelliges en classe de Troisième. Les tracés de vos élèves pourront se faire en classe ou dans le cadre d'un club comme dans ce collège.



Pour le Lycée, on se rappellera que la voie professionnelle bénéficie, dans plusieurs de ses branches, d'un enseignement d'art qui peut être l'occasion de pratiquer les mathématiques autrement comme en témoigne cette expérience. Le travail sur les sangakus permet de faire un lien entre le cycle 4 et le Lycée et pourra générer des activités attractives, dans le cadre du nouveau programme de Seconde. En effet, ils permettent d'entretenir la géométrie de tracé mais aussi le calcul algébrique comme nous le montre cette page de l'excellent site de Gérard VILLEMIN. Pour augmenter cette collection, on piochera dans ces constructions sur GeoGebra ou dans les énigmes proposées pour ces sangakus. Bien sûr, on n'oubliera pas de se référer aux articles du Petit Vert comme cette activité de quatrième, synthèse des pistes offertes ci-avant.

ANNONCE

VASARELY - LE PARTAGE DES FORMES



Expositions

6 février 2019 - 6 mai 2019

de 11h à 21h

Galerie 2 - Centre Pompidou, Paris

Une source de situations algorithmiques bien sympas !

Retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

L'INVERSION GÉOMÉTRIQUE

Alain Satabin

I. Présentation de la chose

Sa définition

Soit O un point du plan et k un réel positif.

L'inversion F de pôle O et de rapport k^2 est la transformation du plan associée à la fonction complexe :

$$z \overset{f}{\rightarrow} \frac{k^2}{\bar{z}} \qquad \text{ou encore} \qquad z \overset{f}{\rightarrow} \frac{k^2\, z}{|z|^2}$$

Pour M un point du plan différent de O, on notera M' son image par f.

Quelques remarques immédiates

i. O n'a pas d'image (le pauvre !) ;

ii. les points O, M, M' sont alignés et $O \notin [MM']$ (regardez les arguments !) ;

iii. $OM \times OM' = k^2$;

iv. le cercle Γ de centre O et de rayon k est invariant point par point (appelé *cercle d'inversion*) ;

v. cette transformation est involutive : $F \circ F = Id_{plan}$;

vi. lorsque M se rapproche de O, le point M' dégage vers un infini, et réciproquement ;

vii. l'inversion commute avec toute rotation de centre O : $f(z.\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\alpha}) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\alpha}.f(z)$.

II. Images de base

1. Image d'une droite passant par O

Considérons la droite $\mathcal{D}^* = (0;\vec{u})\backslash\{O\}$ passant par O et dirigée par le vecteur unitaire $\vec{u}$, mais privée de O.

La définition montre sans trop de difficulté que le point M d'abscisse λ sur cette droite est transformé en le point d'abscisse $\frac{k^2}{\lambda}$ de cette même droite.

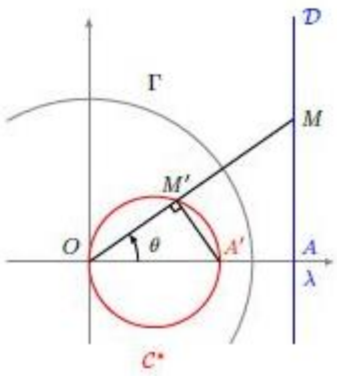
Cela adjoint au fait que $\frac{k^2}{\lambda}$ décrit $\mathbb{R}^*$ lorsque λ décrit $\mathbb{R}^*$, on déduit que $\mathcal{D}^*$ est globalement invariante.

2. Image d'une droite ne passant pas par O

En vertu de la remarque <I.2.vii>, il nous suffit d'analyser le cas d'une droite verticale $\mathcal{D}: x = \lambda$, ce qui correspond à l'équation complexe polaire :

$$z = \frac{\lambda}{\cos(\theta)} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\theta} \qquad \theta \in \left]-\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[$$

Retour au sommaire



Notons $M(z)$, $A(\lambda)$, $M' = F(M)$ et $A' = F(A)$.

Nous avons donc :

$$M'\left(\frac{k^2}{\lambda}\cdot\cos(\theta)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\theta}\right) \qquad A'\left(\frac{k^2}{\lambda}\right)$$

Cela permet de voir que M' est le projeté de A' sur la demi-droite $[OM)$, et que lorsque M décrit la droite $\mathcal{D}$, le point M' décrit le cercle $\mathcal{C}^*$ de diamètre $[OA']$, privé de O.

3. **Image d'un cercle passant par O**

La section précédente ajointe au fait que l'inversion est involutive nous permet de déduire que l'image d'un cercle de centre Ω, passant par O et privé de O, est une droite ne passant pas par O, perpendiculaire à la droite (O,Ω).

4. **Image d'un cercle ne passant pas par O**

Considérons l'inversion de pôle O et de rapport 1 et le cercle $\mathcal{C}$ de centre d'affixe $\omega\,\in\,\mathbb{R}^+$ et de rayon $r \neq \omega$.

$$M(z)\ \in\ \mathcal{C} \quad\Leftrightarrow\quad (z-\omega)\times\overline{(z-\omega)} = r^2 \quad\Leftrightarrow\quad z\ \bar{z} - \omega(z+\bar{z}) = r^2-\omega^2$$

En divisant tout par $z\ \bar{z}$ (non nul car $O\ \notin\ \mathcal{C}$), on obtient :

$$M(z)\ \in\ \mathcal{C} \quad\Leftrightarrow\quad 1-\omega\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}\right) = \frac{r^2-\omega^2}{z\ \bar{z}} \quad\Leftrightarrow\quad \frac{1}{z}\cdot\frac{1}{\bar{z}} - \frac{\omega}{\omega^2-r^2}\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}\right) = \frac{1}{r^2-\omega^2}$$

Avec $M' = F(M)$ d'affixe $z' = \frac{1}{\bar{z}}$:

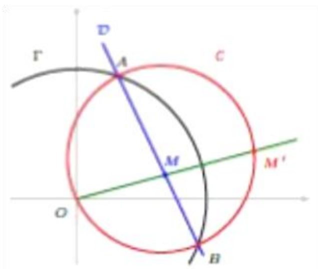
$$M(z)\ \in\ \mathcal{C} \quad\Leftrightarrow\quad z'\ \overline{z'} - \frac{\omega}{\omega^2-r^2}(z'+\overline{z'}) = \left(\frac{r}{\omega^2-r^2}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega^2-r^2}\right)^2$$

Ce qui signifie que le point M' est sur le cercle $\mathcal{C}'$ de centre d'affixe $\frac{\omega}{\omega^2-r^2}$ et de rayon $\frac{r}{|\omega^2-r^2|}$.

En considérant la droite (OM), globalement invariante, lorsque M décrit $\mathcal{C}$, il parait clair que tout le cercle $\mathcal{C}'$ est parcouru.

En remarquant que l'involution de rapport k^2 n'est jamais que la composée de celle de rapport 1 et de l'homothétie de centre O et de rapport k^2, et en se servant de (I.2.vii), on peut déduire que l'image d'un cercle ne passant pas par O est un cercle ne passant pas par le point O.

5. **Construction de l'image d'un point**



Considérons un point M différent de O et pas situé sur Γ (sinon il est invariant !).

Son image M' est situé sur la demi-droite $[OM)$.

Considérons une droite $\mathcal{D}$ passant par M, ne passant pas par O, et coupant Γ en 2 points A et B. Elle est transformée en un cercle passant par O, privé de O, et passant également par A et B puisque ces points sont invariants.

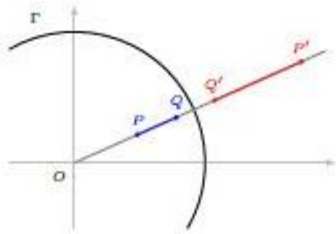
L'image de $\mathcal{D}$ est donc le cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle (OAB).

Retour au sommaire

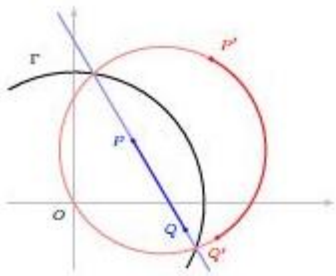
L'image de M est donc l'intersection différente de O de ce cercle avec la droite (OM).

6. **Image d'un segment**

Pour transformer le segment $[PQ]$ ne contenant pas O et en notant $P' = F(P)$ et $Q' = F(Q)$, deux cas peuvent se présenter :



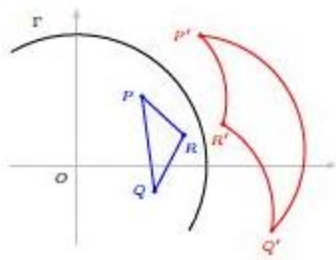
Si $O \in (PQ)$ alors l'image du segment $[PQ]$ est tout simplement le segment $[P'Q']$.



Si $O \notin (PQ)$, alors l'image du segment $[PQ]$ est alors l'arc $[\widehat{P'Q'}]$ ne contenant pas O du cercle circonscrit au triangle $(OP'Q)$.

7. **Image d'un triangle**

Dans le cas où aucun des côtés prolongés ne passe par O, l'image d'un triangle est l'assemblage de trois arcs de cercles.



8. **Tracé de l'image d'un cercle**

Si le cercle passe par O, il suffit de transformer deux points P et Q et l'image sera la droite (PQ).

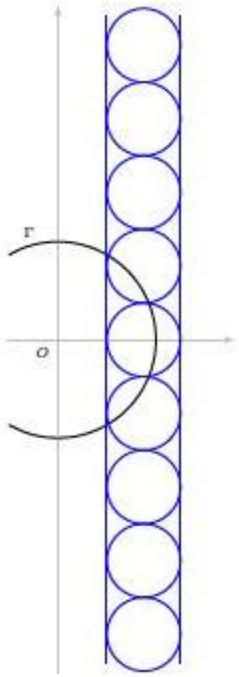
Si le cercle ne passe pas par O, il suffit de transformer trois points et de tracer le cercle circonscrit aux trois images.

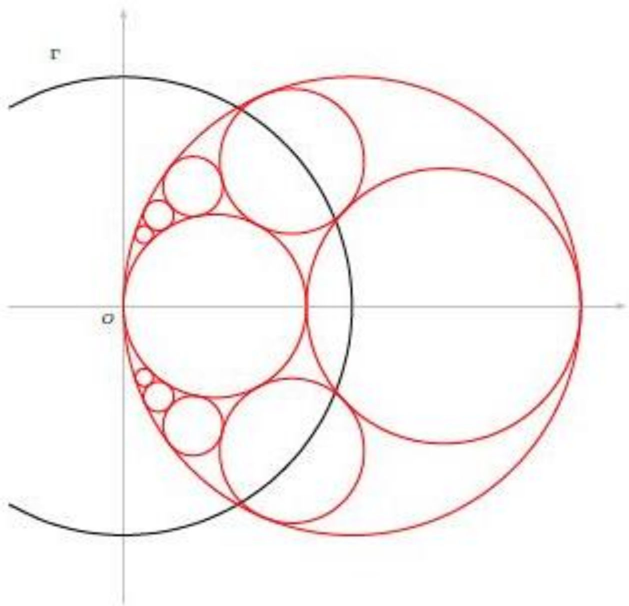
9. **De jolis dessins !**

L'inversion étant bijective (I.2.v), elle conserve le nombre de points d'intersection et la tangence des figures.

Dans la figure ci-dessous, on transforme un faisceau de cercles tangents à deux parallèles (figure de gauche). Les deux droites sont transformées en deux cercles passant par O (privés de O) auxquels sont tangents les cercles images du faisceau (figure de droite).

Retour au sommaire





III. Quelques propriétés moins évidentes

1. Cocyclicité

En transformant deux points P et Q, les propriétés (I.2.ii) et (I.2.iii) nous donnent :

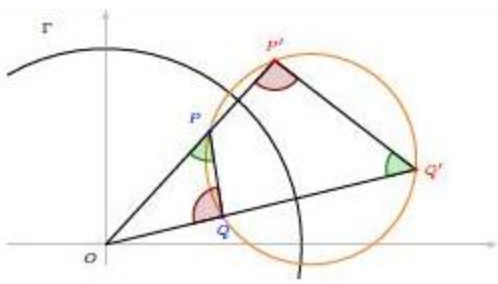
$$\frac{OP}{OQ'} = \frac{OQ}{OP'} \qquad \text{et} \qquad \widehat{POQ} = \widehat{Q'OP'}$$

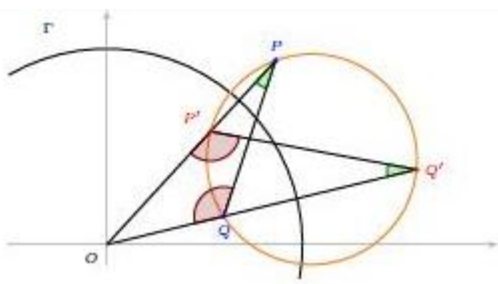
ce qui signifie que les triangles OPQ et $OQ'P'$ sont semblables d'où :

$$\widehat{OPQ} = \widehat{OQ'P'} \text{ et } \widehat{OQP} = \widehat{OP'Q'}.$$

Une conséquence de cette égalité est que les angles de droites $(P'P, P'Q')$ et (QP, QQ') sont égaux, ce qui signifie que les points $(PP'QQ')$ sont cocycliques.

Derrière tout cela se cache la notion de puissance d'un point par rapport à un cercle, ce qui est une autre histoire, puisque $\overline{OP} \cdot \overline{OP'} = \overline{OQ} \cdot \overline{OQ'} = k^2$

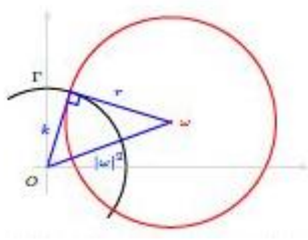




2. Cercles globalement invariants

En reprenant le résultat obtenu au (II.4.), un cercle centré sur le demi-axe des abscisses est invariant par l'inversion de rapport 1 si et seulement si $\omega^2 = r^2 + 1$.

En passant au cas général par le truchement d'homothéties et de rotations, il apparait que le cercle de



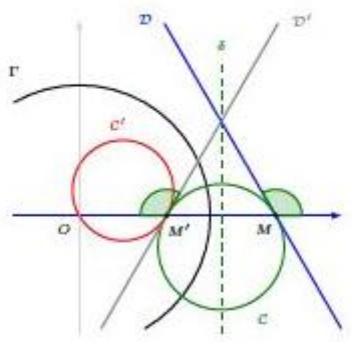
Retour au sommaire

centre d'affixe ω et de rayon r est globalement invariant par l'inversion de rapport k^2 si et seulement si $|\omega|^2 = r^2 + k^2$.
Un petit coup de théorème de Pythagore nous permet de constater que les cercles globalement invariants sont ceux qui sont orthogonaux au cercle d'inversion.

3. **Conformité**

L'inversion conserve les angles au signe près et c'est d'ailleurs une des rares choses qu'elle laisse tranquille !
Vu que des droites peuvent être changées en cercles, il faut bien s'entendre sur la notion de conservation des angles ! Nous parlons ici d'angles entre courbes, c'est-à-dire d'angles géométriques entre les droites tangentes au point de contact.

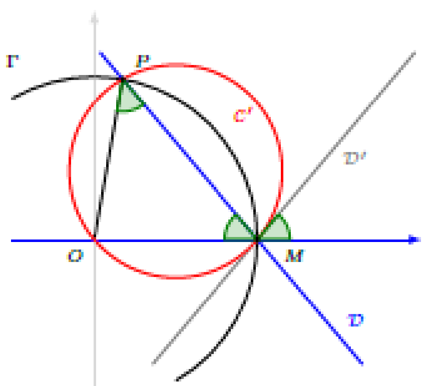
Regardons déjà ce qu'il advient d'un angle en M entre une droite passant par O et une autre droite $\mathcal{D}$ ne passant pas par O. Comme d'habitude, il n'est pas restrictif de prendre M sur l'axe (Ox). Pour commencer, supposons que $M \notin \Gamma$, c'est-à-dire que M n'est pas invariant.
Appelons M' l'image de M et construisons le cercle $\mathcal{C}$ passant par M et M' tel que $\mathcal{D}$ soit sa tangente en M. Son centre est situé sur la médiatrice δ du segment $[MM']$.
Ce cercle est globalement invariant et la droite $\mathcal{D}$ est donc transformée en le cercle $\mathcal{C}'$ passant par O et M', tangent à $\mathcal{C}$ en M'. La droite $\mathcal{D}'$ symétrique de $\mathcal{D}$ par rapport à δ étant tangente à $\mathcal{C}$ en M', l'est aussi à $\mathcal{C}'$ en ce même point.



Par symétrie d'axe δ, et compte tenu du fait que cette symétrie laisse (Ox) invariante, nous avons :

$$(\widehat{Ox, \mathcal{D}'}) = (\widehat{\mathcal{D}, Ox})$$

Finalement, nous avons établi que l'angle en M entre la droite (OM) et la droite $\mathcal{D}$ est égal à l'angle en M' entre la droite (OM') (image de (OM)) et le cercle $\mathcal{C}'$ (image de $\mathcal{D}$).
Reprenons le cas précédent, mais cette fois avec $M \in \Gamma$, c'est-à-dire M invariant.
Lorsque la droite $\mathcal{D}$ est perpendiculaire à (Ox), son image est le cercle de diamètre $[OM]$ et la tangente en $M' = M$ à cette image est $\mathcal{D}$, donc encore perpendiculaire à (Ox).
Considérons donc le cas où la droite $\mathcal{D}$ n'est pas perpendiculaire à (Ox).
Elle recoupe alors Γ en un autre point P, également invariant et l'image de la droite $\mathcal{D}$ est le cercle $\mathcal{C}'$ circonscrit à (OMP).
Notons $\mathcal{D}'$ la tangente à ce cercle en M.
Par prolongement limite du théorème de l'angle inscrit dans



Retour au sommaire

le cercle $\mathcal{C}'$, on a $(\widehat{PO,PM}) = (\widehat{MO,\mathcal{D}'}) = (\widehat{Ox,\mathcal{D}'})$

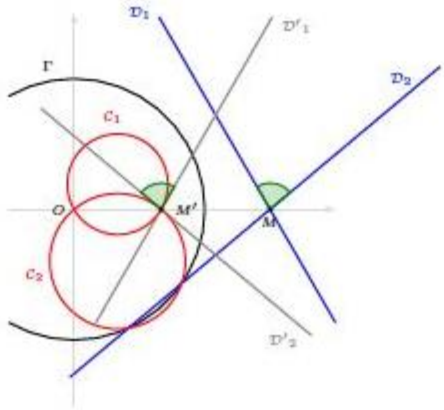
Comme le triangle OPM est isocèle de sommet O, on a de plus

$$(\widehat{PO,PM}) = (\widehat{MP,MO}) = (\widehat{\mathcal{D},Ox})$$

Il en découle que $(\widehat{\mathcal{D},Ox}) = (\widehat{Ox,\mathcal{D}'})$ et que l'image $\mathcal{C}$ de $\mathcal{D}$ fait le même angle que $\mathcal{D}$ avec la droite (Ox).

Il nous reste à analyser le cas d'un angle de deux droites dont aucune ne passe par O et là ce n'est plus qu'une histoire de relation de Chasles.

Considérons les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ se coupant en M situé sur (Ox). Ces droites sont respectivement transformées en deux cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ passant par O et par $M' = F(M)$.



L'angle entre ces deux cercles est l'angle formé par leurs tangentes respectives $\mathcal{D}'_1$ et $\mathcal{D}'_2$ en M'.

Les résultats précédents donnent :

$$(\widehat{\mathcal{D}_1,\mathcal{D}_2}) = (\widehat{\mathcal{D}_1,Ox}) + (\widehat{Ox,\mathcal{D}_2}) = (\widehat{Ox,\mathcal{D}'_1}) + (\widehat{\mathcal{D}'_2,Ox}) = (\widehat{\mathcal{D}'_2,\mathcal{D}'_1})$$

et prouvent que les images font le même angle en M' que les objets en M.

Cela achève de prouver que l'inversion est une *transformation conforme*, c'est-à-dire qu'elle conserve les angles géométriques.

IV. Quelques images de coniques

Considérons maintenant uniquement l'inversion de rapport 1.

Notons que la courbe d'équation polaire $r = \phi(\theta)$ est transformée en la courbe d'équation polaire $r' = \frac{1}{\phi(\theta)}$ puisque $f(\phi(\theta) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}) = \frac{1}{\phi(\theta)} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.

Rappelons enfin que le passage de l'équation cartésienne aux polaires se fait via $\begin{cases} x = r \cdot \cos(\theta) \\ y = r \cdot \sin(\theta) \end{cases}$

1. Une parabole de sommet O

Son équation cartésienne $y^2 = a \cdot x$

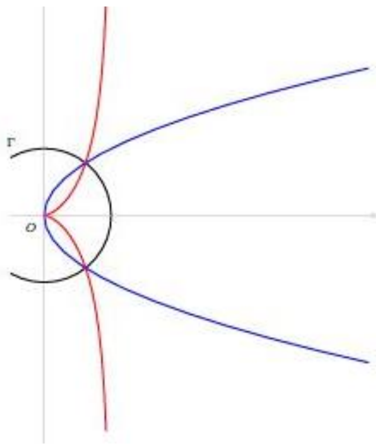
devient en polaire $(r \cdot \sin(\theta))^2 = a \cdot r \cdot \cos(\theta)$

c'est-à-dire $r = a \cdot \frac{\cos(\theta)}{\sin^2(\theta)}$.

Et son image a pour équation

$$r' = \frac{1}{a} \cdot \frac{\sin^2(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{1}{\cos(\theta)} - \cos(\theta)\right)$$

Ce qui est une cissoïde de Dioclès.



Retour au sommaire

2. **Une hyperbole équilatère de sommet *O***

Son équation cartésienne

$$(x+a)^2 - y^2 = a^2$$

devient en polaire

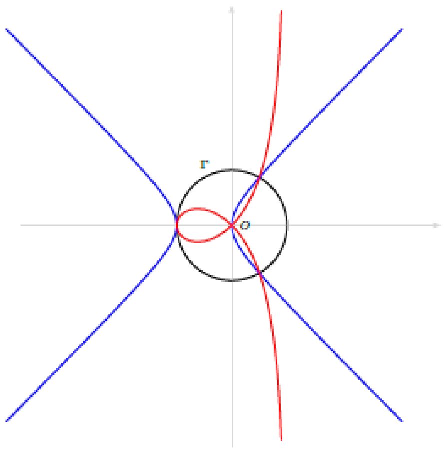
$$r^2 \cdot \cos(2\theta) + 2ar\cos(\theta) = 0$$

c'est-à-dire $r = -\frac{2a\cos(\theta)}{\cos(2\theta)}$

Et son image a pour équation

$$r' = -\frac{1}{2a} \cdot \frac{\cos(2\theta)}{\cos(\theta)}$$

Ce qui est une *strophoïde*.



3. **Une hyperbole équilatère de centre *O***

Son équation cartésienne

$$x^2 - y^2 = a^2$$

devient en polaire

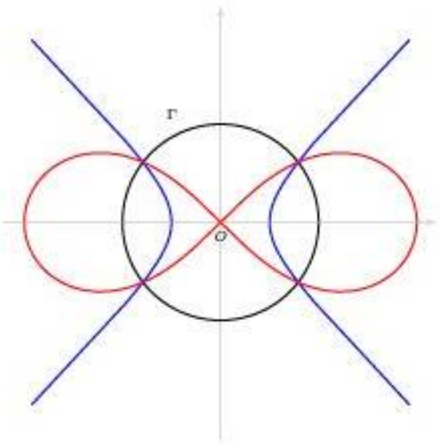
$$r^2 \cdot (\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)) = a^2$$

c'est-à-dire $r = \frac{a}{\sqrt{\cos(2\theta)}}$.

Et son image a pour équation

$$r' = \frac{1}{a} \cdot \sqrt{\cos(2\theta)}$$

Ce qui est une *lemniscate de Bernoulli.*



4. **Une ellipse de centre *O***

Son équation cartésienne $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

devient en polaire

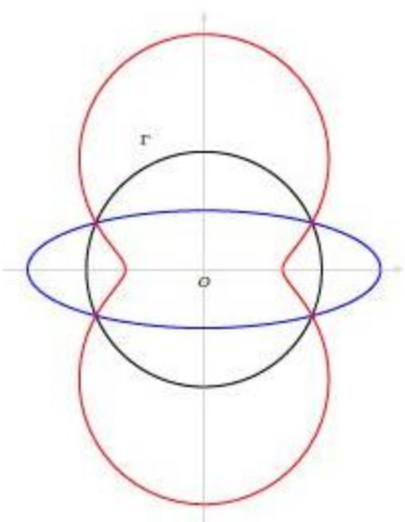
$$r^2 \cdot \left(\frac{\cos^2(\theta)}{a^2} + \frac{1-\cos^2(\theta)}{b^2}\right) = 1$$

c'est-à-dire $r = \frac{ab}{\sqrt{a^2-(a^2-b^2)\cos^2(\theta)}}$

Et son image a pour équation

$$r' = \frac{1}{ab} \cdot \sqrt{a^2 - (a^2-b^2)\cos^2(\theta)}$$

Ce qui est une *courbe de Booth*.



Retour au sommaire

5. **Une ellipse de sommet O**

Son équation cartésienne

$$\frac{(x-a)^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

devient en polaire

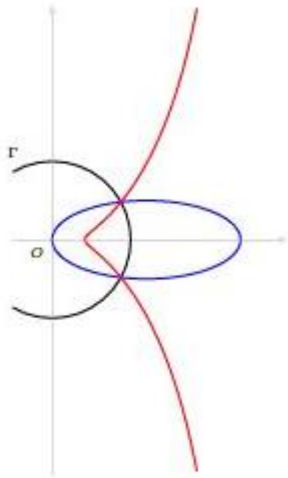
$$r=\frac{2ab^2\cos(\theta)}{b^2\cdot\cos^2(\theta)+a^2\cdot\sin^2(\theta)}$$

Et son image a pour équation

$$r'=\frac{b^2\cdot\cos^2(\theta)+a^2\cdot\sin^2(\theta)}{2ab^2\cos(\theta)}$$

$$=u\cos(\theta)+\frac{v}{\cos(\theta)}$$

courbe de la famille des cubiques circulaires rationnelles droites.



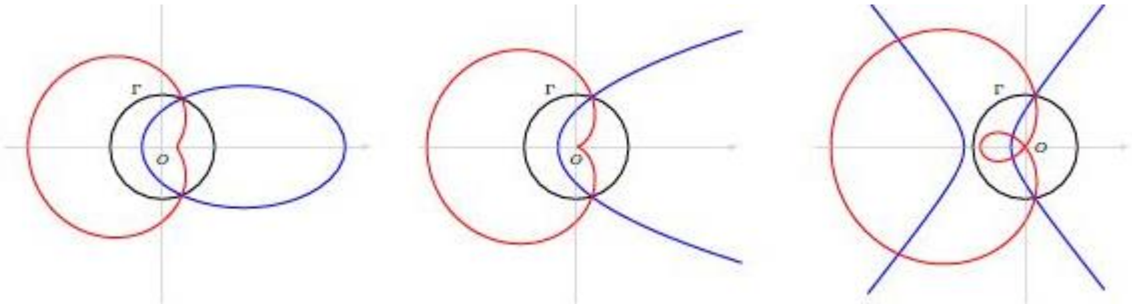
6. **Conique de foyer O et d'excentricité e**

Son équation polaire est du type $r=\frac{p}{1+e\cdot\cos(\theta)}$

et donc son image a pour équation polaire $r'=\frac{1}{p}(1+e\cdot\cos(\theta))$

ce qui est un *limaçon de Pascal* (pas Blaise, son père Étienne).

Trois cas sont évidemment à distinguer suivant la position de e par rapport à 1 :



V. Des courbes anallagmatiques

1. Mais c'est quoi ?

Une courbe *anallagmatique* est une courbe globalement invariante par inversion géométrique.

Nous en avons déjà croisé quelques unes : le cercle Γ, les droites passant par O, les cercles orthogonaux à Γ.

2. Un résultat intéressant

Considérons une courbe $\mathcal{G}$, appelée *déférente*, et un point M décrivant cette courbe.

Pour chaque point M, traçons le cercle $\mathcal{C}_M$ de centre M orthogonal à Γ.

Pour ce faire, on trace le cercle γ de diamètre $[OM]$ qui coupe Γ en deux points A et B et le cercle cherché est tout simplement le cercle de centre M passant par A et B (voir figure de gauche ci-dessous).

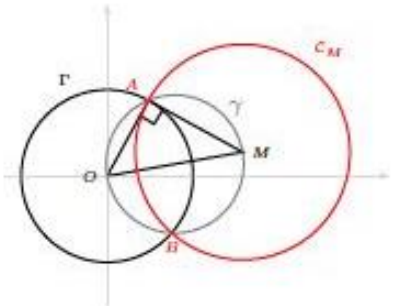
Tous ces cercles sont globalement invariants par l'inversion et la courbe $\mathcal{C}$ qu'ils enveloppent

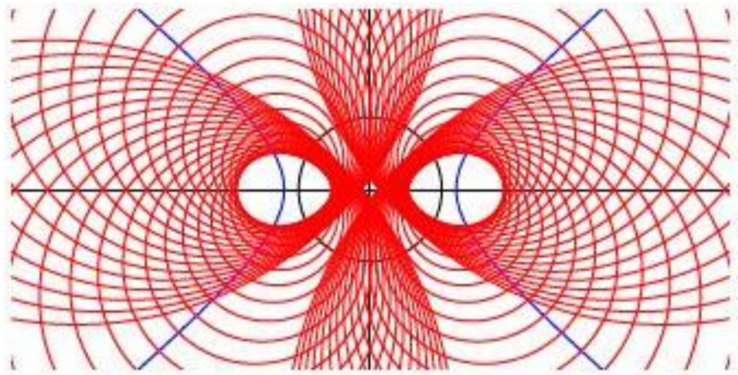
Retour au sommaire

est transformée en une courbe qui est tangente à tous ces cercles (conservation du contact), c'est-à-dire en elle-même.

En conclusion, l'enveloppe $\mathcal{C}$ de la famille de cercles $\{\mathcal{C}_M\ ;\ M \in\ \mathcal{G}\}$ est anallagmatique.

Sur la figure de droite ci-dessous nous avons le cas particulier où la déférente $\mathcal{G}$ est une hyperbole de centre O (en bleu : $\frac{x^2}{1{,}5^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$), ce qui fournit un *ovale de Cassini* comme courbe anallagmatique.

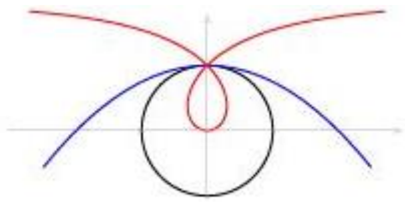




3. **Quelques exemples de courbes anallagmatiques**

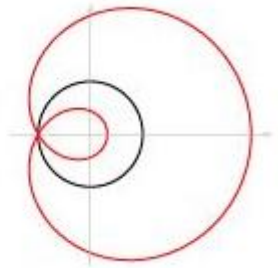
La *strophoïde* (en rouge) est anallagmatique lorsque le pôle d'inversion est au sommet de la boucle et que le point double est sur le cercle d'inversion.

Elle correspond au cas où la déférente est une parabole (en bleu) de sommet le point double.



Le *limaçon de Pascal* avec le point double sur Γ (en rouge) est anallagmatique dans le cas où son équation complexe est du type :

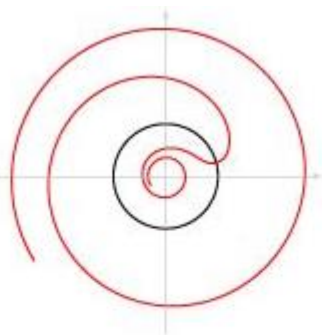
$z = -1 + \left(\sqrt{b(b-2)} + b\cos(\theta)\right)\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\,\theta}$avec $b > 2$.



Les *spirales anallagmatiques* ont une équation du type $r = \left(n\theta \pm \sqrt{n^2\theta^2 - 1}\right)^{\frac{1}{n}}$ avec $n > 0$.

La partie avec le signe + est extérieure au cercle d'inversion et celle avec le signe – lui est intérieur.

La figure ci-contre a été faite avec $n = 4$ pour θ variant de $0{,}25$ à 10



Retour au sommaire

VI. L'inversion en mécanique et en optique

1. L'inverseur de Peaucelier

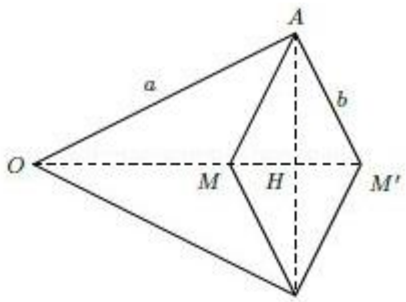
Il s'agit d'un système à barres articulées. Un losange déformable est relié par deux bras au point O, pôle de l'inversion, et les longueurs a et b sont choisies telles que $a^2 - b^2 = k^2$.

Sur la figure de gauche, il apparaît que

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OM'} = \left(\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM}\right) \cdot \left(\overrightarrow{OH} - \overrightarrow{HM}\right) = OH^2 - HM^2 = a^2 - AH^2 - HM^2 = a^2 - b^2 = k^2$$

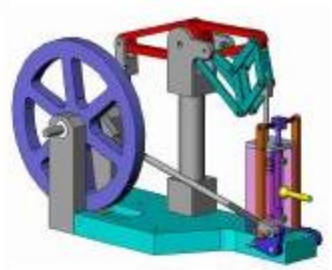
ce qui prouve que M et M' sont bien inverses l'un de l'autre par l'inversion de pôle O et de rapport k^2.

Il suffit de fixer le point O sur la table à dessin et de faire décrire une courbe au point M pour que le point M' trace l'inversion de cette courbe.



En mécanique, cela fournit un moyen efficace de transformer un mouvement circulaire en mouvement rectiligne (ou inversement) sans contrainte latérale comme dans le système de piston et biellette.

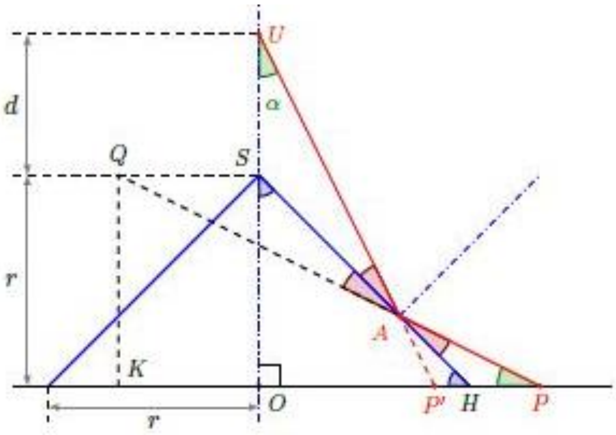
Il suffit d'astreindre, par une barre supplémentaire, le point M à se déplacer un un cercle passant par O pour que M' décrive un segment de droite parfaitement rectiligne.



2. Anamorphose par réflexion conique

Nous observons une image dans un miroir conique d'angle au sommet 90° (seul cas en rapport direct avec l'inversion), l'oeil U étant situé sur l'axe à une distance d du sommet du cône. Un rayon issu d'un point P vient vers notre oeil après avoir rebondi sur le miroir en A, ce qui nous donne l'impression de le voir en P'.

Retour au sommaire



Les lois de la réflexion fournissent $\widehat{UAS} = \widehat{PAH}$, et comme $\widehat{USA} = \widehat{PHA} = 135°$, il s'en suit que les triangles USA et PHA sont semblables, et que donc $\widehat{SUA} = \widehat{HPA}$.

Soit Q le point d'intersection de la droite (PA) avec la parallèle à (OH) passant par S, et H son projeté perpendiculaire sur (OK).

Comme angles opposés, nous avons $\widehat{QAS} = \widehat{PAH}$ et donc $\widehat{QAS} = \widehat{UAS}$.

Comme de plus $\widehat{USA} = \widehat{QSA} = 135°$ et qu'ils ont un côté commun, les triangles USA et QSA sont isométriques.

Nous en déduisons que $US = QS = KO = d$.

Dans les triangles rectangles UOP' et QKP, nous avons donc : $\tan(\alpha) = \frac{OP'}{OU} = \frac{QK}{PK}$

En posant $x = OP$ et $x' = OP'$ cela donne : $\frac{x'}{d+r} = \frac{r}{x+d}$

Ce qui nous donne la relation : $x = \frac{r(d+r)}{x'} - d$

Le point P est donc l'image de P' par l'inversion de pôle O et de rapport $\sqrt{r(d+r)}$, suivie d'un décalage radial vers O d'une distance d.

Appelons Φ cette transformation un peu curieuse.

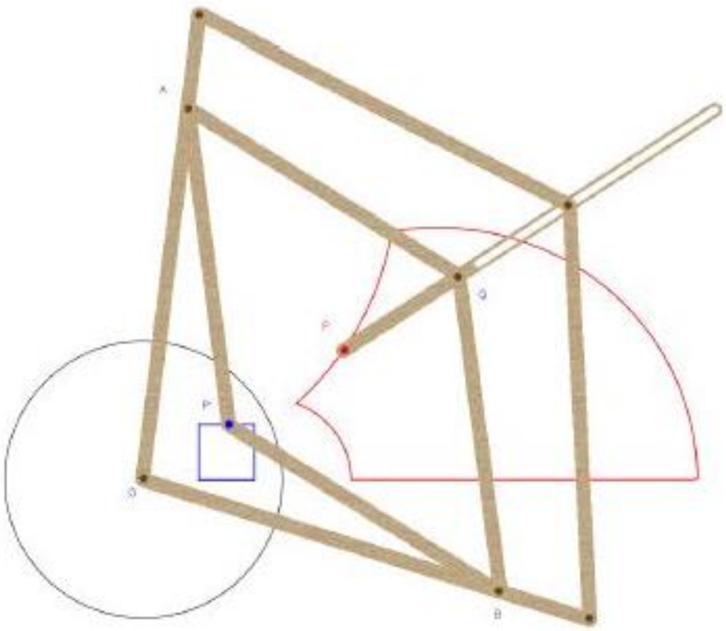
Si, par exemple, on veut observer un carré dans le miroir (lieu des points P'), il faudra que P décrive l'image par Φ de ce cercle.

Il est possible d'adapter l'inverseur de Peaucellier à cette transformation.

Considérons le cas d'un miroir conique de diamètre de base 20 cm et de hauteur 10 cm avec l'œil placé à 10 cm au dessus du sommet du cône ($h = r = d = 10$).

On prend l'inverseur de Peaucellier avec $a = OB = OA = 27$ cm et $b = AP' = AQ = BP' = BQ = 23$ cm. Il concrétise une inversion de rapport $\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{200} = \sqrt{r(d+r)}$.

Retour au sommaire



Pour obtenir $P = \Phi(P')$, il suffit alors de translater le point Q de 10 cm dans la direction de O. On ajoute deux barres supplémentaires afin de guider une barre coulissante passant par Q et dans le prolongement de O, et de placer le point P' à 10 cm de Q sur cette barre articulée.

ANNONCE

LES NOMS DES NOMBRES DE 10 À 100
ÉTUDE DE QUELQUES « ANOMALIES »

La langue française semble présenter beaucoup d'anomalies dans la dénomination des nombres : pourquoi treize, quatorze, quinze puis dix-sept, dix-huit ? Pourquoi cinquante, soixante, puis soixante-dix, quatre-vingts ?

Nous allons essayer d'étudier l'origine de ces dénominations et de voir si ces anomalies (ou d'autres) se produisent également dans d'autres langues. La numération en base 10 est quasi universelle (nous avons dix doigts). Les 10 premiers nombres entiers sont donc distinctement nommés, et nous n'évoquerons pas ici leurs origines.

Mais comment désigner les nombres qui suivent ? La plupart du temps, on utilise des systèmes additifs (comme dix-sept qui signifie 10+7) ou multiplicatifs (comme treizeci qui signifie 3x10 en roumain), voire soustractifs (comme duodeviginti qui signifie 10 2, en latin). On verra dans cet article que très rares sont les noms de nombres (comme 40 en russe) qui ne s'obtiennent pas par une de ces trois méthodes.

En téléchargement : [L'article complet.]

[Retour au sommaire]

MATHS ET ARTS

ROUGE, JAUNE, BLEU

François Drouin

Red Yellow Blue

Ellsworth Kelly *1999*

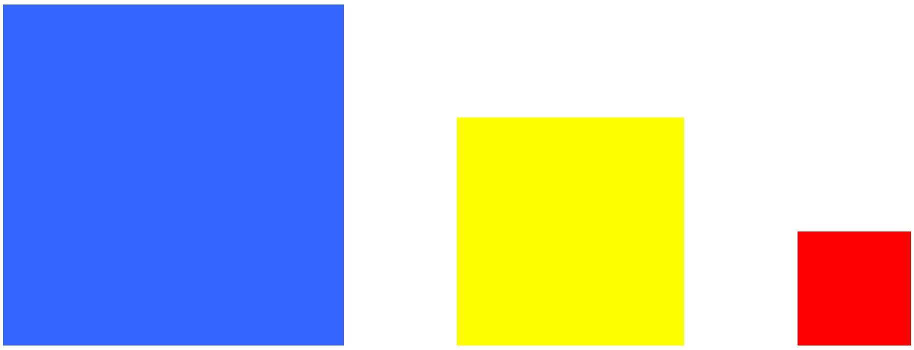
L'œuvre *Red Yellow Blue* illustrait l'affiche de l'exposition «Ligne Forme Couleur » à la collection Lambert (du 5 juillet au 4 novembre 2018 à Avignon).

Constituée de formes géométriques bien apparentes, elle donne envie d'imaginer des activités à mettre en œuvre par les élèves.

Il reste à poursuivre les recherches pour comprendre pourquoi ces trois couleurs ont été choisies : voici une bonne occasion de solliciter les collègues enseignant les Arts Plastiques dans nos établissements scolaires.

Au cycle 1

Fournir les carrés pour réassemblage et collage : reconnaitre que le carré rouge est sur le carré jaune, que le carré jaune est sur le carré bleu et positionner correctement les carrés.

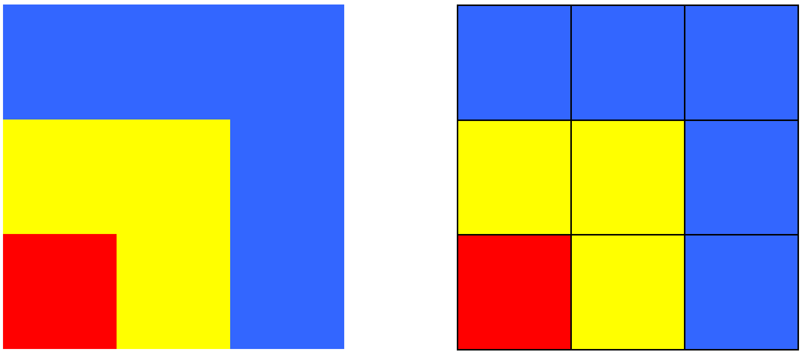


Fournir des carrés de couleurs variées pour s'assurer de leur reconnaissance par tous les élèves.

Fournir des formes variées pour que l'élève choisisse le grand carré bleu, le « moyen » carré jaune et le petit carré rouge.

Au cycle 2

Des segments sont tracés et prolongés pour faire apparaître un quadrillage.



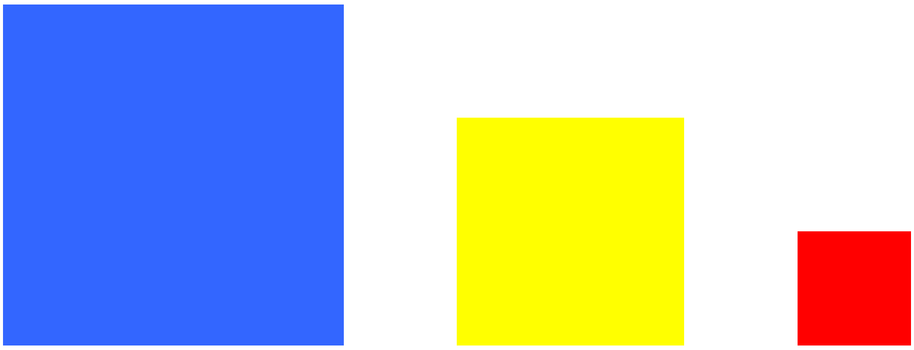
Le dessin sera reproduit dans des quadrillages variés.

Retour au sommaire

Au cycle 3

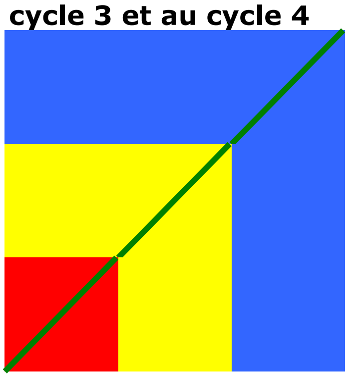
Les dessins seront faits sur papier non quadrillé.

Trois carrés sont superposés.



Le premier carré tracé peut être le carré bleu ou le carré rouge : le côté du carré bleu est le triple du côté du carré rouge, le coté du carré rouge est le tiers du côté du carré bleu. L'aire du carré bleu est égale à 9 fois l'aire du carré rouge, l'aire du carré rouge est $\frac{1}{9}$ de l'aire du carré bleu.

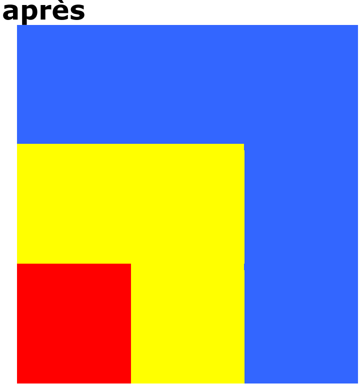
En fin de cycle 3 et au cycle 4

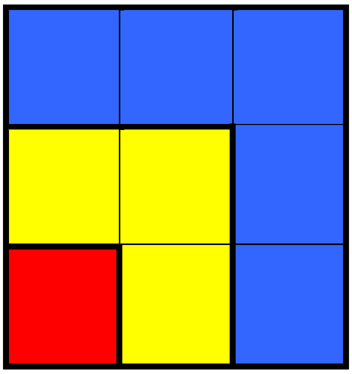


L'œuvre peut être reproduite à l'aide de logiciels de géométrie. Scratch peut sans doute également être utilisé.

Au collège, la géométrie déductive prend la suite de la géométrie instrumentée utilisée au Cours Moyen. Pourquoi suis-je sûr de l'alignement des sommets « en haut à gauche » des trois carrés ? Il serait dommage que l'activité se limite à une activité de tracé.

Au cycle 4 et après





L'œuvre visualise le fait que la somme des trois premiers nombres entiers impairs 1, 3 et 5 est égale à 3^2.

La somme des 100 premiers nombres entiers impairs est-elle égale à 100^2 ? Une feuille de calcul d'un tableur apporte une réponse.

La somme des n premiers nombres entiers impairs est-elle égale à n^2 ? Une démonstration par récurrence apportera la preuve de cette généralisation.

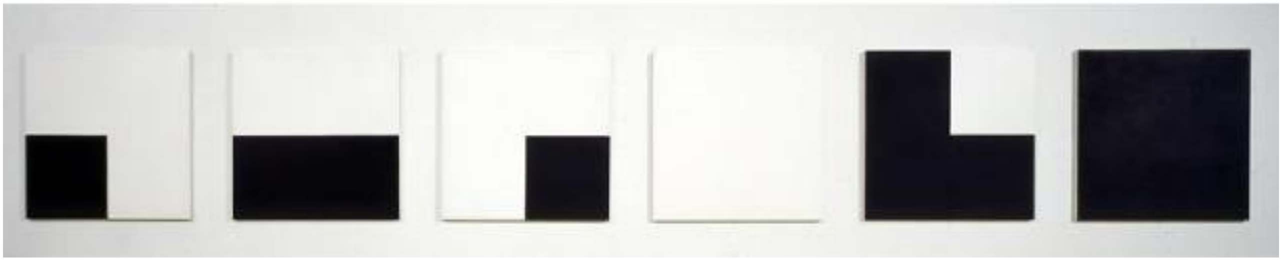
Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

SIX RÉPARTITIONS ALÉATOIRES DE QUATRE CARRÉS NOIRS ET BLANCS D'APRÈS LES CHIFFRES PAIRS ET IMPAIRS DU NOMBRE PI

Groupe Maths & Arts – APMEP Lorraine

François MORELLET – 1958



Cet ensemble de six toiles est présenté jusqu'au 22 juillet 2019 au Centre Pompidou de Metz dans le cadre de l'exposition « L'aventure de la couleur ».

La présentation de l'œuvre indique que la parité des chiffres du nombre Pi a été utilisée mais ne précise pas toile après toile les choix de l'artiste.

Dans l'Ain, au collège Lucie Aubrac de Ceyzériat, les élèves ont participé à un EPI "Histoire des arts" consacré à François Morellet. Dans les documents mis a disposition des élèves se trouve une présentation des choix « carré noir ou carré blanc ».

Voici la partie entière et les vingt-trois premières décimales de Pi :

$$\pi = 3{,}141\ 5926\ 5358\ 9793\ 2384\ 6264\ldots$$

Voici les chiffres disposés dans les vingt-quatre carrés déterminés par les médianes des six toiles carrées.

3	1
4	1

5	9
2	6

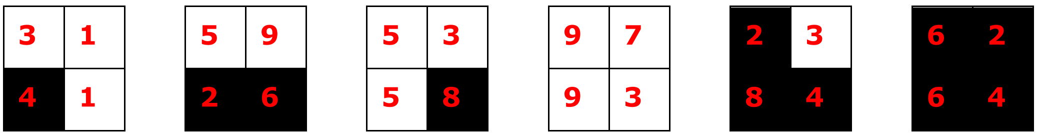
5	3
5	8

9	7
9	3

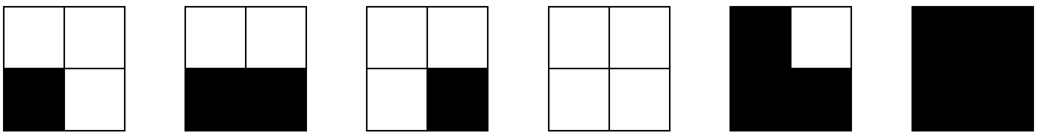
2	3
8	4

6	2
6	4

Les chiffres pairs correspondent à des carrés noirs, les chiffres impairs à des carrés blancs.



Les chiffres ne sont pas visibles dans l'œuvre peinte.



Remarque : la répartition des carrés n'est pas aléatoire car définie dès la connaissance des décimales utilisées. Elle pourrait le devenir en faisant intervenir le hasard dans le choix des vingt-quatre décimales consécutives utilisées.

Retour au sommaire

Avec « racine de 2 »

L'envie est venue de réaliser comme François Morellet un ensemble de six carrés coloriés selon la parité des vingt-quatre premiers chiffres de $\sqrt{2}$.

Un site nous fournit les cent premières décimales de $\sqrt{2}$, il nous permet d'extraire les chiffres qui vont être utilisés.

$$\sqrt{2} = 1{,}4142135623\ 7309504880\ 168\ldots$$

Voici les chiffres disposés dans les vingt-quatre carrés déterminés par les médianes des six toiles carrées.

1	4
4	1

2	1
5	3

6	2
7	3

3	0
5	9

0	4
8	8

0	1
8	6

Les chiffres pairs correspondent à des carrés noirs, les chiffres impairs à des carrés blancs.

1	4
4	1

2	1
5	3

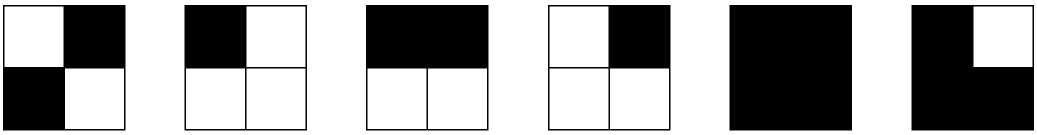
6	2
7	3

3	0
5	9

0	4
8	8

0	1
8	6

Les chiffres ne sont pas visibles dans l'œuvre imaginée.



Et pour « racine de 3 » ?

Le site d'un étudiant site nous présente le calcul des décimales de $\sqrt{2}$ en utilisant le langage « Python ». Il reste à adapter ce qui est présenté pour les décimales de $\sqrt{3}$.

Un calculateur en ligne permet le calcul des décimales de la racine carrée d'un nombre réel positif.

Dans les deux cas, la méthode dite de Newton est utilisée.

La méthode attribuée à Héron pourrait aussi être mise en œuvre.

Publications du Conseil supérieur des programmes (CSP) le 15 10 2018

Exemple d'algorithme

- Déterminer par balayage un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-n}.

Méthode balayage

Balayage et dichotomie

Retour au sommaire

Calcul de $\sqrt{3}$ en utilisant la méthode de Héron

Chercher une valeur approchée de $\sqrt{3}$ revient à rechercher le côté d'un carré dont l'aire est 3.

Le rectangle de dimensions 1 et 3 a une aire égale à 3.

Sa longueur est trop grande, sa largeur est trop petite.

Je calcule la moyenne m_1 des deux dimensions de ce premier rectangle.

$$m_1 = (1 + 3) : 2 = 2$$

Je considère un deuxième rectangle d'aire 3 et dont une des dimensions est m_1. La seconde dimension est 3 :m_1, c'est à dire $\frac{3}{2}$.

Je calcule la moyenne m2 des deux dimensions de ce deuxième rectangle.

$$m_2 = (2 + \frac{3}{2}) : 2 = \frac{7}{4}.$$

Je considère un troisième rectangle d'aire 3 et dont une des dimensions est m_2. La seconde dimension est 3 :m_2, c'est à dire $\frac{12}{7}$.

Je calcule la moyenne m_3 des deux dimensions de ce deuxième rectangle.

$$m_3 = (\frac{7}{4} + \frac{12}{7}) : 2 = \frac{97}{56}.$$

m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
2	$\frac{7}{4}$	$\frac{97}{56}$		
2	1,75	1,7142…		

Un quatrième et un cinquième rectangle seront utilisés pour compléter le tableau ci-dessus.

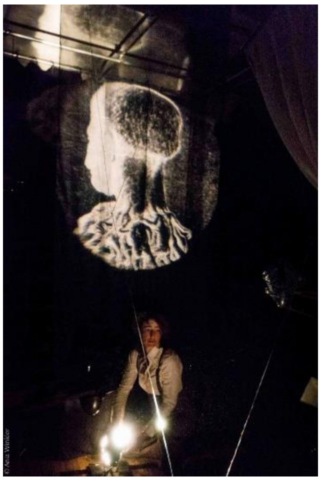
Comparez les écritures des moyennes de la dernière ligne avec l'écriture de $\sqrt{3}$ proposée par la calculatrice.

Pour les cinq rectangles utilisés, vérifiez qu'une des dimensions est supérieure à $\sqrt{3}$ et que l'autre est inférieure à $\sqrt{3}$.

Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

RÊVES ET MOTIFS – ALEXANDRE GROTHENDIECK



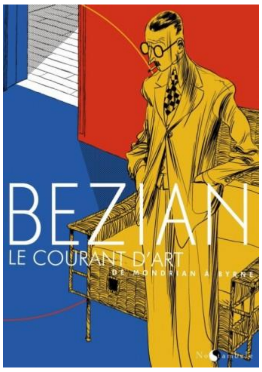
Un pur bonheur de vivre un moment dans un monde poétique, mathématique, esthétique avec la compagnie « Les Rémouleurs » et leur spectacle sur Alexandre Grothendieck (1928-2014), le grand mathématicien. Un miroir liquide crée des surfaces minimales, sensibles au moindre mouvement et à la lumière. Une boîte optique « Le cyclope » projette des objets en volume. Les marionnettes construites à partir de surfaces planes, papier kraft huilé, se transforment sous nos yeux en personnages et animaux. Un violoncelle rythme les textes dont la plupart sont extraits de « Récoltes et semailles, réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien ».

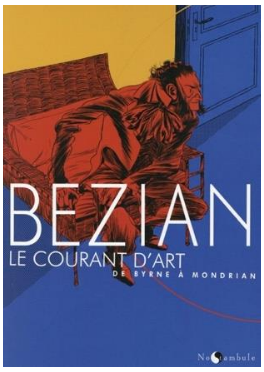
Le mathématicien Alexandre Grothendieck est à (re)découvrir. La compagnie « Les Rémouleurs » vaut le détour.

Un spectacle qui mérite d'être gouté, une compagnie qu'il faut remercier et encourager !

MATHS ET ARTS – NOTE DE LECTURE

LE COURANT D'ART





De Mondrian à Byrne ou de Byrne à Mondrian, le Courant d'Art traverse les deux sens de lecture de cette Bande Dessinée imaginée par Frédéric Bézian et éditée en 2015 par les éditions « Noctambule ».

Nos lecteurs connaissent Piet Mondrian et l'utilisation de couleurs vives dans un certain nombre de ses toiles. Ils connaissent peut-être moins Oliver Byrne qui en 1847 a publié « THE FIRST SIX BOOKS OF THE ELEMENTS OF EUCLID WITH COLOROUD DIAGRAMS AND SYMBOLS ». Bézian imagine Walter Gropius et Piet Mondrian repérant Oliver Byrne attablé dans une brasserie en train de reprendre les éléments d'Euclide et d'en donner une visualisation colorée afin de les vulgariser. L'intérêt des membres du mouvement artistique De Stijl pour l'utilisation des couleurs primaires est-il un résultat de cette rencontre fortuite ?

Retour au sommaire

MATHS ET HISTOIRE

PYTHAGORE AU CHÂTEAU DE LUNÉVILLE

Le musée du château de Lunéville vient d'acquérir quatre tableaux de Claude Charles. L'un d'entre eux, peint en 1702, s'intitule : Allégorie de la Mathématique ou La Géométrie.

Sur l'écritoire on aperçoit les figures géométriques illustrant le théorème de Pythagore. Selon l'Iconologia de Cesare Ripa, les ailes couronnant l'allégorie signifient que « par la force de son esprit elle s'élève à la contemplation de choses célestes ».

Un Globe céleste surplombe l'ensemble du tableau.

Claude Charles (1661-1747), né à Nancy, revient dans sa ville natale en 1688 après avoir suivi une formation à Epinal, à Rome et à Paris. L'arrivée en 1698 du jeune duc Léopold qui rend son indépendance à la Lorraine donne à l'artiste une occasion de commencer une brillante carrière officielle. Pour le duc Léopold les Arts ont une dimension politique et lui permettent d'affirmer le prestige de son pouvoir. En 1702 le peintre Claude Charles est un des fondateurs de l'Académie de peinture et de sculpture de Nancy, aux côtés du mathématicien Didier Lalance. Ouverts à tous, les cours y sont donnés l'après-midi. Des leçons traitent des « mathématiques et de leurs dépendances », c'est-à-dire des principes de géométrie nécessaires notamment pour tracer les perspectives.

Retour au sommaire

Maths et Jeux

LA SOURIS ZINZIN

Groupe Jeux de APMEP Lorraine

Ce jeu est inspiré du jeu Ricochet Robots d'Alex Randolph édité par Rio Grande Games. Le logiciel Scratch est utilisé. Font suite deux propositions pouvant être mises en œuvre avec de jeunes élèves.

But du jeu

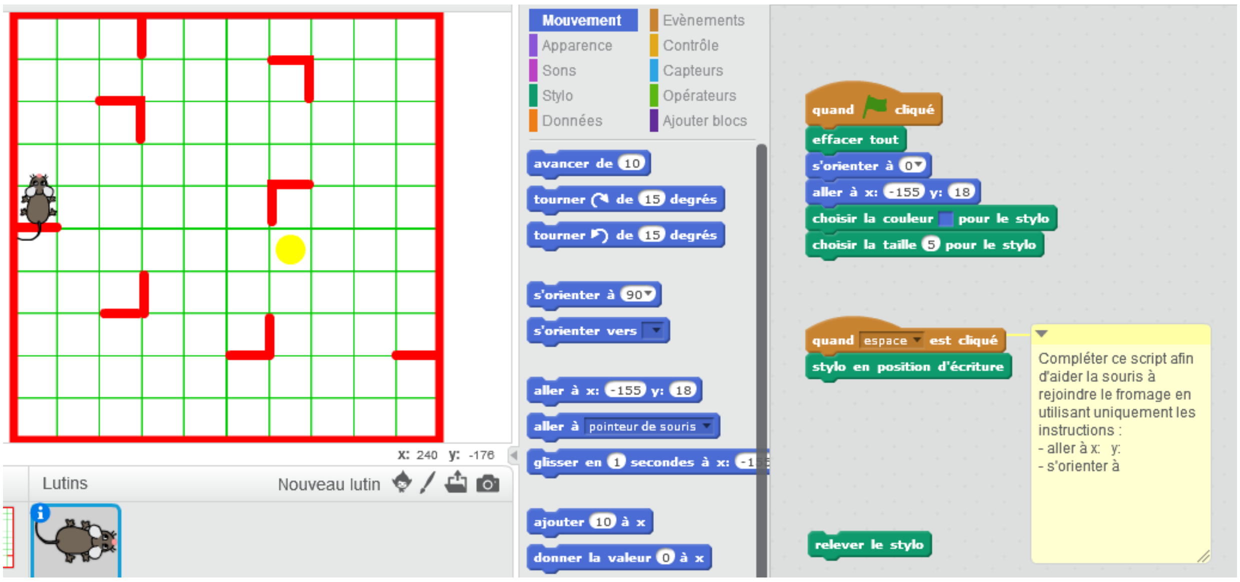
La souris est placée sur la position de départ, elle doit rejoindre la meule de fromage en suivant les lignes et les colonnes du plateau de jeu, mais la souris a un gros problème : elle ne sait pas s'arrêter.

Si on choisit de faire partir la souris dans une direction, on doit donc poursuivre le trajet dans cette direction jusqu'à rencontrer un mur.

Dans ce jeu, chaque équipe de deux joueurs dispose de deux plateaux différents.

Deux programmes Scratch sont proposés pour chaque plateau. L'un sert à manipuler la souris zinzin pour tester différents trajets, l'autre est à compléter pour montrer le trajet trouvé.

Tous les programmes sont en ligne !



Au bout du temps imparti, pendant lequel chacun des deux joueurs de l'équipe manipule la souris pour tester différents trajets de son plateau, chaque équipe annonce combien de coups il lui faut pour atteindre les deux fromages. Celle qui obtient le plus haut score remporte la manche.

Barème

Pour chaque plateau, l'équipe qui propose le moins de coups (un coup à chaque fois que la souris rencontre un mur) gagne 3 points.

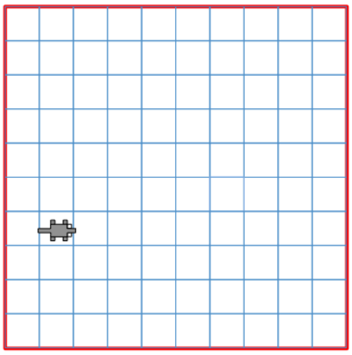
Si le deuxième joueur parvient à compléter le programme à l'aide des indications données par son coéquipier et que la souris effectue réellement le trajet annoncé, alors l'équipe gagne 3 points supplémentaires.

Retour au sommaire

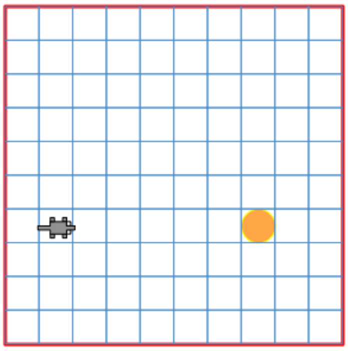
Exploitation en classe de 5ème

On pourra corser le jeu en demandant à chaque joueur de coder le trajet qu'il a trouvé en indiquant seulement les coordonnées des points où la souris rencontre un mur. Le repère qui sera utilisé est bien entendu celui du logiciel Scratch.

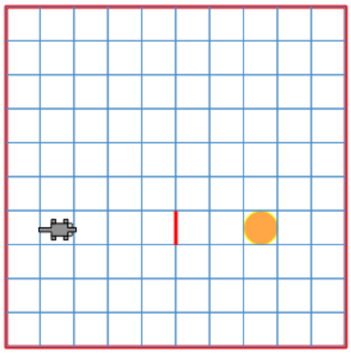
Lili, Mehdi et la souris Zinzin (épisode 1)



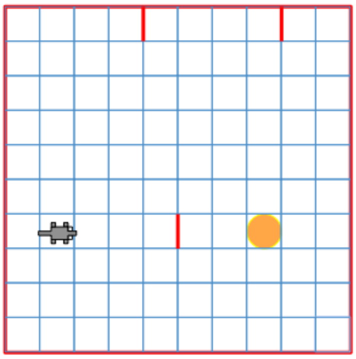
La souris Zinzin dort dans la pièce.



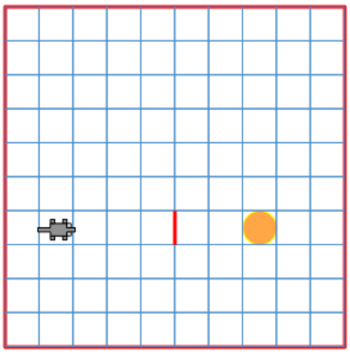
Mehdi pose devant Zinzin un morceau de fromage.



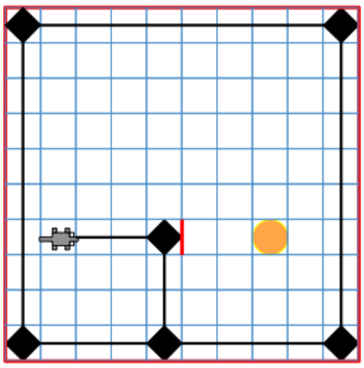
Un peu espiègle, Lili dépose une barrière entre Zinzin et le fromage. Pourquoi Zinzin risque-t-elle de mourir de faim ?



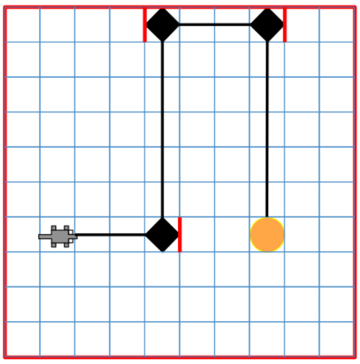
Medhi dispose deux autres barrières. Combien de changements de positions devra faire Zinzin pour atteindre son fromage ?



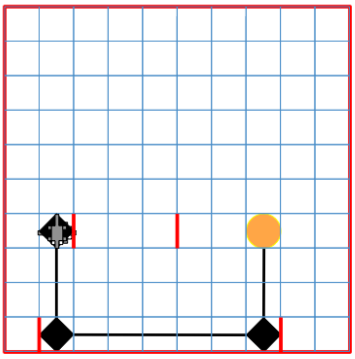
Lili affirme à Medhi qu'il aurait pu placer des barrières de telle sorte que Zinzin ait moins de changements de positions à faire. Comment aider Medhi ?



À cause de la barrière posée par Lilli, Zinzin tourne en boucle.



Les deux barrières posées par Medhi permettent un chemin avec sept changements de position.

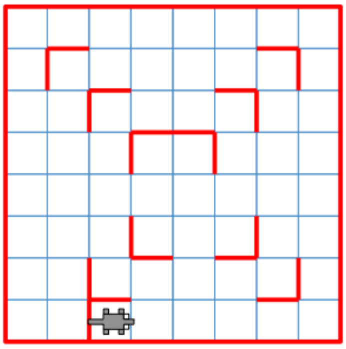


Ces trois barrières posées permettent un chemin avec six changements de position.

Retour au sommaire

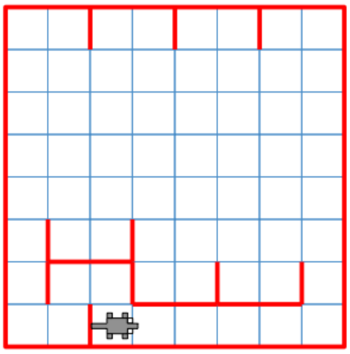
La souris Zinzin a faim (épisode 2)

1. **Un premier circuit**



Zinzin a faim. Pas de fromage en vue. Mehdi a bon cœur. Il prépare un circuit permettant à Zinzin d'aller explorer toutes les cases de son territoire et ramasser à coup sûr le fromage qui sera déposé par Fathi.

Fais comme Lili, vérifie que le fromage pourra être déposé dans n'importe quelle case du circuit imaginé par Mehdi.

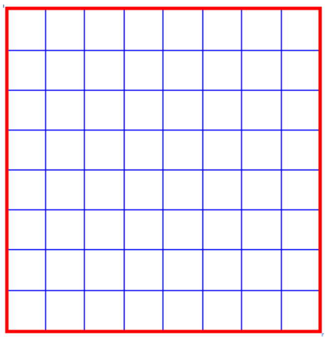


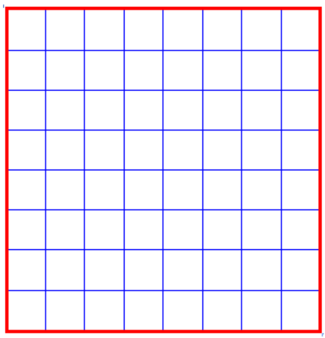
Zinzin a faim. Pas de fromage en vue. Lili a bon cœur. Elle prépare un circuit permettant à Zinzin d'aller explorer toutes les cases de son territoire, ramasser à coup sûr le fromage qui sera déposé par Fathi puis revenir à son point de départ.

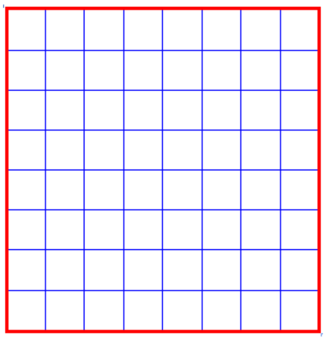
Fais comme Medhi, vérifie que le fromage pourra être déposé dans n'importe quelle case du circuit imaginé par Lili.

2. **D'autres circuits ?**

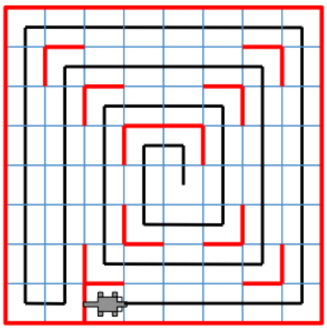
Sauriez-vous préparer de tels circuits en partant d'autres cases du domaine exploré par Zinzin ?

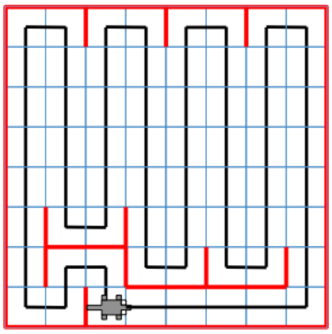






3. **Des circuits imaginés par Mehdi et Lili**





Retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère. Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr . Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre nouveau site.

EXPÉRIMENTATION EN CE1 À LAXOU : ENFIN RÉGLER LEUR COMPTE AUX CHIFFRES !

Sous ce titre, l'Est Républicain relate la visite de la Rectrice du Grand Est dans une classe de CE1 d'une école de Laxou.

Voici un court extrait :

« Tout est bon pour apprendre à compter, et surtout repérer qu'un nombre, ce n'est pas qu'un numéro inscrit dans une suite. Un nombre désigne d'abord une quantité. Et ça, en début de CE1, ce n'est pas toujours acquis. »

Nous ne pouvons que nous retrouver dans ces quelques phrases : la pression parfois sociale et familiale à savoir « réciter des nombres » n'est pas suffisante pour leur donner du sens.

Par ailleurs, à la lecture du titre de l'article, nous remarquons que la visite du journaliste dans cette classe n'a pas suffi pour lui rappeler qu'un chiffre n'est pas un nombre. Voici la conclusion de l'article de l'Est Républicain du 7 décembre 2018 : "*S'il est donc une leçon du jour à retenir, la voici : la diversité des supports d'apprentissage (incluant le jeu !) entraîne les enfants à une vraie élasticité, de sorte d'éviter des blocages qu'on se traîne ensuite durant des années*.".

Il y a 25 ans dans le Petit vert n°37, François rédigeait le compte rendu d'un atelier sur l'importance de manipuler : *« La plupart du temps, dans nos classes, l'activité mathématique se fait mentalement, oralement ou par écrit. Cet atelier voulait montrer que le toucher pouvait également intervenir dans la compréhension de certaines notions. »*

Et si l'on prenait davantage en considération les travaux des pédagogues et chercheurs pour écrire de nouveaux programmes, peut-être pourrions-nous être plus efficaces pour que nos enfants comprennent plus aisément les nombres.

UN DÉCIMÈTRE CUBE À LA MAISON

Nous ne jetons pas nos piles usagées dans la nature ou dans une poubelle quelconque.

Nous les mettons dans un « cube à piles ».

Nous utilisons un cube dont le volume est $1dm^3$ et dont la capacité est 1L.

Même si la collecte de 1000 cubes semblables reste utopique, ce bel objet mérite d'être utilisé en classe.

Retour au sommaire

MATHS ET MEDIA

UNE SEULE NOTE (10,5), CELA FAIT UNE MOYENNE DE 9,4 !

Petite anecdote de maths au quotidien qui est arrivée à un de nos adhérents…

« Ma fille est rentrée énervée du collège en m'expliquant qu'elle a eu un 10,5 à son devoir d'allemand qui est, pour l'instant, la seule note du trimestre et qu'elle a donc 9,4 de moyenne… »

« Dit comme ça, ça surprend ! Je creuse un peu et voilà l'explication partielle que j'ai trouvée : son devoir est noté en 3 parties pour lesquelles elle a eu 7/10 ; 3/5 et 0,5/5 d'où le résultat de 10,5/20. L'enseignante, parce que ces parties correspondent à des compétences différentes, a renseigné le logiciel de gestion de notes adossé à ***monbureaunumérique*** *qui est utilisé dans le collège avec les 3 notes (7/10 ; 3/5 et 0,5/5) toutes avec un coefficient de 1*

Vous avez compris d'où sort le 9,4 (avec, soit dit en passant, une erreur sur l'arrondi !)»

« Je ne sais pas comment fonctionne le logiciel de notes de ***monbureaunumérique****. Pronote est encore utilisé dans mon lycée, mais j'espère que la façon de comptabiliser les notes qui ne sont pas sur 20 est paramétrable (ce qui est le cas sur Pronote qui propose de ramener ou non la note sur 20). Si ce n'est pas le cas, il va falloir former les collègues qui font aveuglément confiance à l'ordinateur…*

En tout cas, ce fut l'occasion d'un bel échange mathématique avec ma fille ».

Sébastien nous donne une piste pour comprendre ce qui s'est passé :

« Quand on rentre une note sur 10 pour le premier trimestre, coefficient 1, elle est au final comptée comme une note sur 20. Après échange avec les responsables de l'ENT, il s'avère que pour qu'une note sur 10, entrée sur 10 dans le logiciel, soit comptabilisée comme note sur 10 il faut lui attribuer ... un coefficient 0,5 !!! »

(Qui sont ces gens qui ont conçu ce logiciel ? ont-ils validé les compétences à l'époque ?)

Autres remarques :

La somme des trois nombres $\frac{7}{10}; \frac{3}{5}\ et\ \frac{0,5}{5}$ est égale à $\frac{7}{5}$. C'est ce que considère l'ordinateur : pour lui, une note est un nombre. Pour calculer une moyenne, il calcule la moyenne des trois nombres avec le même coefficient si rien n'est précisé. Par conséquent, une note sur dix « pèse » la moitié d'une note sur 20, il faut donc l'affecter d'un coefficient 0,5.

Quand l'enseignant écrit la somme $\frac{7}{10}+\frac{3}{5}+\frac{0,5}{5}=\frac{10,5}{20}$, il n'effectue pas l'addition dans $\mathbb{R}$.

Retour au sommaire

MATHS ET PHILOSOPHIE

VOLTAIRE, LA SCIENCE ET LES FEMMES

Didier Lambois

La philosophie des Lumières se caractérise par son souci constant de faire triompher la raison. Elle cherche à vaincre l'obscurantisme religieux, les superstitions aliénantes, elle veut sortir la philosophie de ses errements métaphysiques. Pour ce faire elle adopte une attitude critique et se tourne volontiers vers la rationalité scientifique. C'est ce qui explique que la plupart des philosophes du XVIII siècle se soient intéressés aux sciences, et Voltaire (1694-1778), souvent considéré comme le paradigme des Lumières, n'échappe pas à la règle.

L'enseignement qui nous est donné au collège et au lycée nous présente Voltaire comme un intellectuel engagé, ce qu'il est[3], et il nous fait connaître ses œuvres satiriques, ses contes philosophiques, *Candide*, *Zadig*, *Micromégas*, etc. Les professeurs de littérature qui sont chargés de cet enseignement mentionnent rarement l'aspect scientifique de ses recherches.

Voltaire a beaucoup étudié et critiqué la physique cartésienne, et avec son ami Maupertuis il deviendra un fervent défenseur de la physique newtonienne. Voltaire s'intéresse également aux travaux de Buffon, aux œuvres de Bacon, de Locke etc. Ses préférences vont incontestablement vers les sciences de la nature et les sciences expérimentales, mais son scepticisme l'amène à vouer aussi un véritable culte pour les sciences exactes, pour les mathématiques. Cela dit, même s'il rédige quelques articles strictement mathématiques, sur la géométrie par exemple, Voltaire n'est pas pour autant mathématicien. Mais il va contribuer grandement à faire connaître deux mathématiciennes : Hypatie et Émilie du Châtelet. À plusieurs reprises Voltaire se réfère à Hypatie et il n'aura de cesse de faire l'éloge d'Émilie du Châtelet. Est-ce à dire qu'il souhaite défendre les mathématiques ou encore qu'il veuille promouvoir la femme qui se consacre aux mathématiques ? C'est peu probable…

Hypatie

Nous disposons de fort peu d'éléments pour retracer avec certitude ce qu'ont été la vie et l'œuvre d'Hypatie. Née vers 370 ap. J.-C., elle est la fille de Théon d'Alexandrie, mathématicien célèbre surtout pour son édition des *Éléments d'Euclide*. C'est lui qui enseigne les mathématiques à sa fille et cette dernière devient très rapidement une brillante enseignante. Elle ne deviendra pas pour autant une mathématicienne de génie et ses travaux dans ce domaine se limiteront à des commentaires de grands mathématiciens, commentaires sur les *Arithmétiques* de Diophante par exemple, ou encore sur les *Coniques* d'Apollonios de Pergé.

Hypatie, par J. M. Gaspard

Tous les témoignages dont nous disposons s'accordent pour nous faire penser que la célébrité d'Hypatie venait tout autant de sa personne vertueuse que de ses qualités intellectuelles indéniables. Le philosophe Damascios la décrit comme une femme vierge *« excessivement belle et gracieuse »*, et Socrate le Scolastique nous dit *« qu'elle avait fait*

3 Chacun connaît la fameuse affaire Calas, à l'origine du trop méconnu Traité sur la Tolérance publié en 1763..

Retour au sommaire

un si grand progrès dans les sciences qu'elle surpassait tous les Philosophes de son temps » et qu'un « *nombre presqu'infini* » de personnes se pressaient pour venir l'écouter.

Mais nous ne connaîtrions pas le nom d'Hypatie si cette dernière n'était morte dans des conditions atroces. En 415, dans un contexte très tumultueux (un conflit de pouvoir oppose l'évêque Cyrille et le préfet païen Oreste, ami d'Hypatie), Hypatie est lapidée, assassinée, dépecée par un groupe de chrétiens envoyés par Cyrille.

« Au cours de la fête chrétienne du Carême en mars 415, les parabalani, sous les ordres du Lecteur nommé Pierre, ont attaqué Hypatie alors qu'elle rentrait chez elle. Ils l'ont traînée au sol jusqu'à une église voisine connue sous le nom de Caesareum, où ils l'ont déshabillée de force, puis l'ont tuée avec des ostraka [*ce qui peut être traduit par des « morceaux de poterie » ou des « coquilles d'huîtres »*]*. Ils ont ensuite découpé son corps en morceaux puis ont traîné ses membres mutilés à travers la ville jusqu'à un endroit appelé Cinarion, où ils ont mis le feu à ses restes*[4]*. »*

De fait, c'est surtout cette fin tragique qui retient l'attention de Voltaire, et s'il veut nous faire connaître Hypatie c'est parce qu'il y voit l'occasion de condamner les excès de la religion, les excès des chrétiens, longtemps martyrs et devenus bourreaux.

« Y a-t-il rien de plus horrible et de plus lâche que l'action des prêtres de l'évêque Cyrille, que les chrétiens appellent saint Cyrille ? Il y avait dans Alexandrie une fille célèbre par sa beauté et par son esprit ; son nom était Hypatie. Élevée par le philosophe Théon, son père, elle occupait, en 415, la chaire qu'il avait eue, et fut applaudie pour sa science autant qu'honorée pour ses mœurs ; mais elle était païenne. Les dogues tonsurés de Cyrille, suivis d'une troupe de fanatiques, l'assaillirent dans la rue lorsqu'elle revenait de dicter ses leçons, la traînèrent par les cheveux, la lapidèrent et la brûlèrent, sans que Cyrille le saint leur fit la plus légère réprimande. » « Je me contente de remarquer que saint Cyrille était homme, et homme de parti ; qu'il a pu se laisser trop emporter à son zèle ; que quand on met les belles dames toutes nues, ce n'est pas pour les massacrer ; que saint Cyrille a sans doute demandé pardon à Dieu de cette action abominable, et que je prie le père des miséricordes d'avoir pitié de son âme[5]*. »*

Émilie du Châtelet

Émilie du Châtelet

Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil, marquise du Châtelet-Lomont, est née en 1706. Voltaire a eu l'occasion de fréquenter sa famille en 1714[6], mais c'est en 1733, alors qu'il rentre de son exil en Angleterre, qu'il tombera sous le charme de l'ardente amoureuse qu'est devenue Émilie. Cette dernière s'est mariée avec le marquis du Châtelet, dont elle a trois enfants, mais elle a une vie sentimentale très agitée. Elle a déjà succombé aux charmes du duc de Richelieu (ou l'inverse ?), elle a cédé aux avances de Maupertuis (ou l'inverse ?) etc.

4 Socrate le Scolastique, Histoire ecclésiastique, 440.

5 Voltaire, Examen important de Milord Bolingbroke et Dictionnaire philosophique.

6 À 20 ans Voltaire, jeune poète sarcastique, était déjà « la star » des salons mondains. Il était le protégé de la famille de Breteuil.

Retour au sommaire

En juin 1734, alors que Voltaire est à nouveau condamné, cette fois pour la publication de ses *Lettres Philosophiques*, elle lui propose de trouver refuge (avec la bénédiction de son mari) dans le château qu'elle possède à Cirey-en-Champagne, aux frontières de la Lorraine. Ils y vivront ensemble pendant une dizaine d'années et resteront « amis » jusqu'à la mort d'Émilie, en 1749[7].

Mais Émilie ne brille pas seulement par sa vie mondaine et ses diamants[8], elle brille surtout par son intelligence et son esprit. Grâce à son père, elle a reçu une éducation très poussée et elle a d'elle-même poursuivi ses études scientifiques avec Clairault, Maupertuis et König[9]. Aussi la vie qu'elle mènera avec Voltaire à Cirey sera une vie de plaisir et de travail. *« Nous lisons quelques chants de Jeanne la Pucelle, ou une tragédie de ma façon (…). De là nous revenons à Newton et à Locke, non sans champagne, et sans excellente chère, car nous sommes des philosophes très voluptueux »* écrit Voltaire dans une lettre à Thiriot (Novembre 1735).

Ces dix années à Cirey sont propices aux travaux d'écriture et aux recherches. La marquise initie Voltaire à la « physique expérimentale » et, outre de nombreux contes ou textes historiques, ce dernier publie *Les Éléments de la Philosophie de Newton*, qu'il dédie à Émilie. Cette dernière, quant à elle, traduit *La Fable des abeilles* de Mandeville, elle conçoit, pour son fils, un livre de vulgarisation scientifique (*Institutions de physique*), elle rédige une *Dissertation sur la nature et la propagation du feu* (ce sera le premier ouvrage d'une femme publié par l'Académie des Sciences), elle travaille à un *Examen de la Bible*, mais elle se consacre surtout à la traduction et au commentaire des *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* de Newton.

Même si le couple « d'amis » connaît ensuite quelques vicissitudes, leur collaboration intellectuelle ne cessera qu'à la mort d'Émilie. Au cours de ses derniers jours à Lunéville, Voltaire l'aide encore à achever la traduction de Newton.

La science et les femmes

Comme pour Hypatie, certaines mauvaises langues de l'histoire des sciences pourront dire qu'Émilie du Châtelet n'a pas créé d'œuvre originale et fondatrice. Peut-être ces mauvaises langues ont-elles raison, mais nous devons prendre garde aux conclusions que de tels propos pourraient induire. Ce serait oublier trop vite les conditions qui étaient faites aux femmes, ce serait oublier trop vite l'immense mérite qu'elles ont d'avoir su rivaliser avec les grands esprits de leur temps.

7 Émilie est morte à Lunéville, en septembre 1749, six jours après avoir mis au monde une petite fille qu'elle a eue avec son dernier amant, Saint-Lambert. Voltaire est présent, et il écrit à sa maîtresse, Mme Denis : « Je passe ici les jours dans les larmes (…) Je ne regrette point une maîtresse, loin s'en faut. Je regrette un ami et un grand homme ».

8 « Quatre mille diamants faisaient son moindre ornement » écrit Voltaire, mais la marquise aimait aussi le strass que venait d'inventer le joaillier alsacien Georges-Frédéric Strass.

9 Clairault (1713-1765) est un grand mathématicien, très précoce, membre de l'Académie des sciences à 18 ans, qui a laissé son nom à un théorème. Il a travaillé avec Maupertuis (1698-1759), philosophe, mathématicien, naturaliste, et a fréquenté aussi König (1712-1757), mathématicien allemand, membre de l'Académie des sciences de Paris, qui contestait à Maupertuis l'invention du principe de moindre action. Certains disent qu'Émilie s'habillait en homme pour rejoindre ses brillants professeurs au café Gradot, haut lieu de la vie intellectuelle, interdit aux femmes (Pascale Debert, Émilie du Châtelet philosophe des Lumières, Le Pythagore)

Retour au sommaire

Peut-être pouvons-nous affirmer aussi que l'histoire a tendance à regarder ces femmes d'exception comme n'étant plus tout à fait femmes. Voltaire lui-même parle d'Émilie comme d'un homme :
« J'ai perdu un ami de vingt-cinq années, un grand homme qui n'avait de défaut que d'être femme, et que tout Paris regrette et honore. (…) Une femme qui a été capable de traduire Newton et Virgile, et qui avait toutes les vertus d'un honnête homme aura sans doute part à vos regrets[10] ».
Est-ce à dire que la science serait, par principe, réservée aux hommes ? Voltaire n'est pas plus féministe[11] que mathématicien, mais ses références à Hypatie et à Émilie doivent nous conduire à interroger nos pensées de « derrière la tête ». Où en sommes-nous, aujourd'hui, par rapport à cette longue tradition misogyne ? Allez ! Encore un petit effort…

Voltaire devant le château de Cirey

En 2014, dans le Journal du CNRS, Martin Andler évoquait ce « gros point noir » qu'est l'absence de femmes dans le palmarès des médailles Fields. *« Comment l'expliquer ? Tout d'abord, on peut penser que les stéréotypes qui circulent sur le fait que les femmes seraient moins douées en mathématiques que les hommes doivent forcément avoir un impact, même au plus haut niveau. Et puis, la limite de 40 ans, toujours elle, joue sûrement en défaveur des femmes qui, lorsqu'elles ont choisi d'avoir des enfants, le font avant d'avoir atteint cet âge. »* Il terminait en espérant que les choses changent : c'est chose faite. La même année, à Séoul, Maryam Mirzakhani (1977-2017) devenait la première mathématicienne à recevoir cette distinction. Espérons qu'elle ne reste pas, comme Hypatie ou Émilie, un cas d'exception dans l'histoire des sciences.

---

10 Lettre à Frédéric II, roi de Prusse, le 15 octobre 1749.

11 Dans Émilie, Émilie, ou l'ambition féminine au XVIIIème siècle, Élisabeth Badinter qualifie Voltaire de « féministe ». Voltaire fait effectivement l'éloge des femmes, il les aime ; il se bat aussi contre ceux qui veulent tourner en ridicule « les femmes savantes » et il affirme haut et fort l'égalité intellectuelle des deux sexes. C'est déjà beaucoup, mais même s'il respecte la liberté des femmes il n'est pas encore un militant du droit des femmes comme pourra l'être Olympe de Gouges quelques années plus tard. Voltaire est avec les femmes comme il est avec les mathématiques, il les aime, il les goûte, mais il n'y consacre pas sa vie.

Retour au sommaire

ANNONCE

UNE MATHÉMATICIENNE À L'HONNEUR.

Visuel d'après maquette/disponible sur demande

Le timbre est réalisé d'après une huile sur toile (XVIIIe) de Maurice Quentin de la Tour qui représente Mme du Châtelet à sa table de travail (détail).

Émilie Le Tonnelier de Breteuil, « amie » de Voltaire, est très tôt passionnée par la science. Elle eut la chance d'être encouragée par son père puis son mari, le marquis du Châtelet, à une époque où il était rarissime d'offrir une formation scientifique à une jeune femme, même dans la noblesse.

La poste a frappé un timbre à l'effigie d'Émilie du Châtelet, mathématicienne (et physicienne) du siècle des Lumières mi-janvier 2019. Le timbre sera tiré à 800 000 exemplaires.

Eduscol a repéré l'événement. La régionale APMEP a elle aussi repéré l'événement et a signalé que la vente Premier Jour aurait également lieu à Lunéville.

PHRASE DU TRIMESTRE

Sans doute vous serez célèbre.
Par ces grands calculs de l'algèbre.
Où votre esprit est absorbé.
J'oserais m'y livrer moi-même.
Mais hélas, A + D – B.
N'est pas égal à je vous aime.

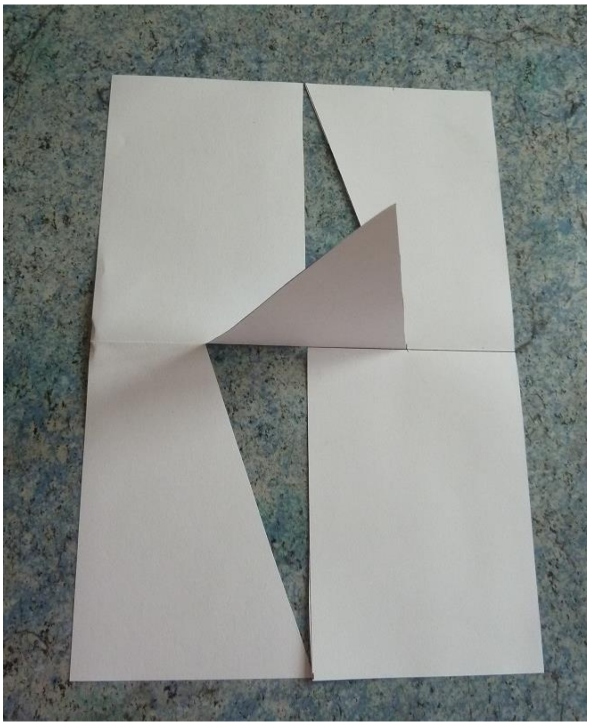
Voltaire

Retour au sommaire

MATHS ET PLIAGES, DÉCOUPAGES

« THE IMPOSSIBLE PYRAMIDE PUZZLE »

L'image qui suit est une reproduction d'un problème posé sur le site de « Archimede's laboratory ». Il est ainsi posé :



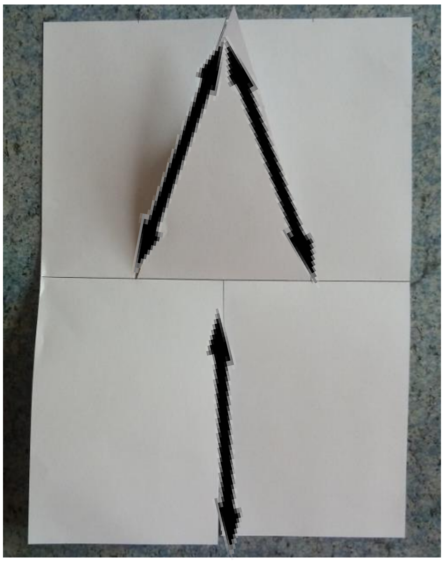
Un triangle isocèle vertical 1

« Reproduisez la figure ci-contre en pliant et en découpant une feuille de papier A4. Il ne doit point rester de chutes de papier, et la structure tridimensionnelle doit former un tout unique.

Vous ne pouvez pas découper le papier en 2 ou plusieurs parties différentes. »

Ce triangle qui pointe ne correspond pas à une découpe apparente et désoriente l'observateur. En fait, il faut imaginer un déplacement de l'une des parties de la feuille pour comprendre la formation de la structure.

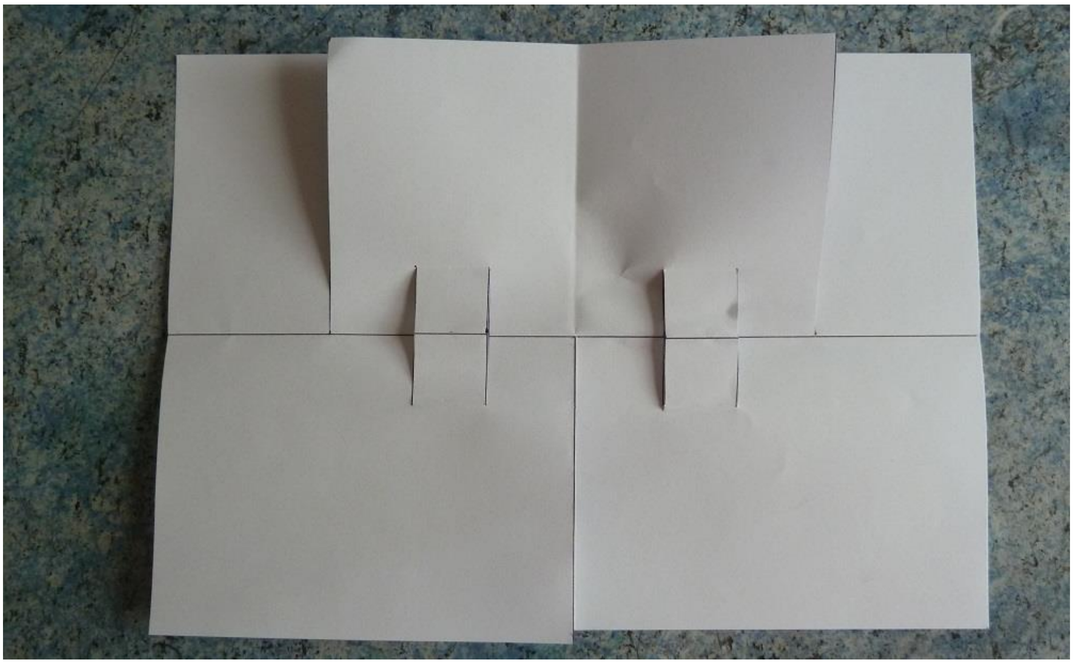
Pour l'obtenir, on plie la feuille dans le sens de la largeur (pli parallèle à la largeur), pli qui va déterminer les limites des découpes. On effectue soigneusement trois entailles (voir ci-contre). Pour cela il faut déterminer les milieux des largeurs et effectuer les découpes symétriquement pour obtenir, par la suite, après une rotation de 180° d'une des parties de la feuille, un alignement parfait. Pour cela, après les 3 coupes, on maintient la feuille par les deux longueurs et une rotation d'un des deux côtés (ici côté gauche) permet d'obtenir la structure.



Retour au sommaire

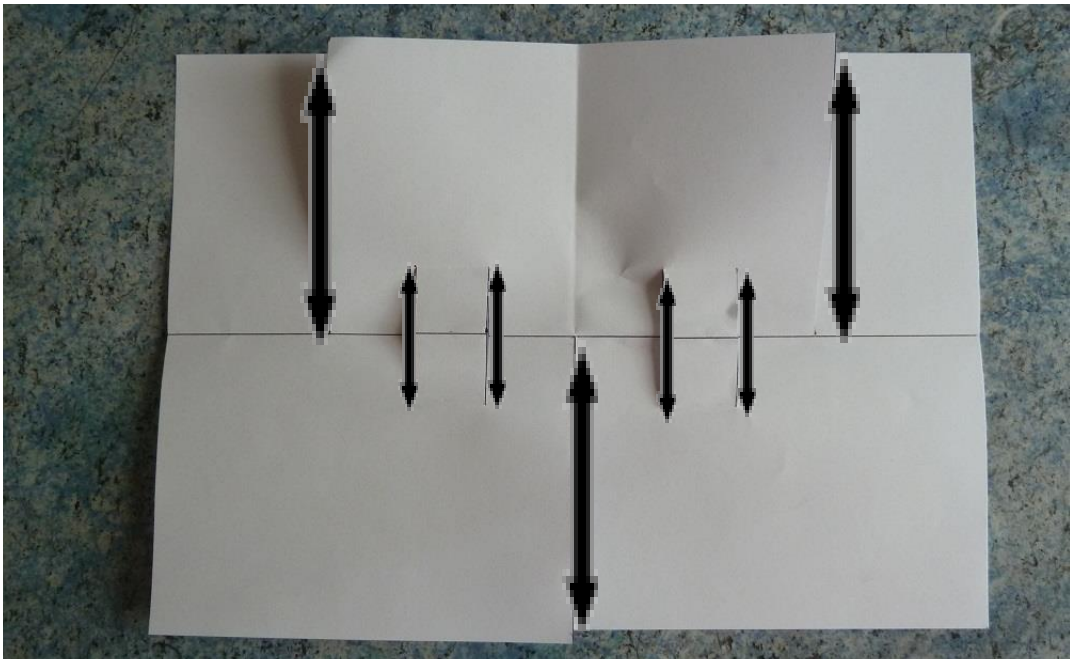
Voici une seconde construction qui reprend la même démarche.

Ces images sont extraites des « Problèmes sans texte » du groupe IREM éponyme.
Les deux découpes « cubiques » que l'on aperçoit sont présentes pour maintenir le rectangle sensiblement dans une position verticale.

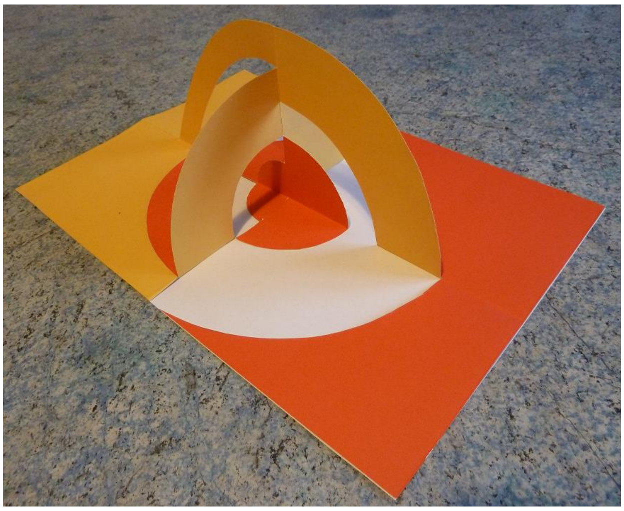


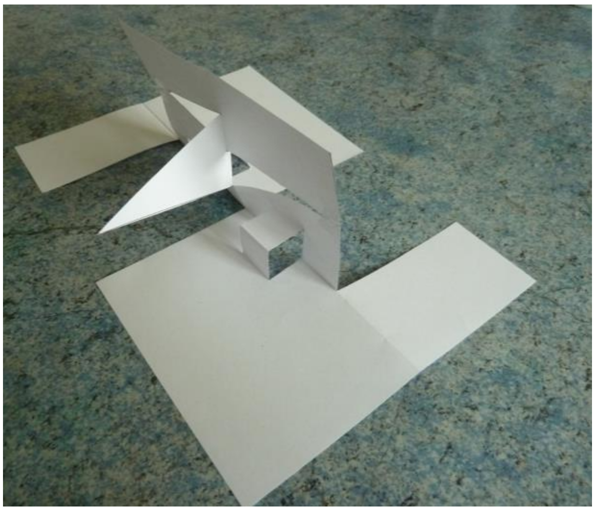
En pliant la feuille dans le sens de la longueur on effectue 4 petites entailles pour construire les « cubes » qui vont maintenir la partie verticalement et trois entailles plus importantes qui vont permettre la rotation de l'un des côtés.
En maintenant la feuille par les deux largeurs il suffit, pour obtenir la construction, d'effectuer une rotation de 180° de la partie gauche de la feuille, tout en conservant la partie droite dans sa position. Pour finir il faut former les « cubes » qui vont maintenir verticalement la partie centrale.

Retour au sommaire



On peut poursuivre le problème en demandant de minimiser le nombre de coups de ciseaux pour obtenir la structure. On arrive facilement à 2 pour la structure précédente. Le théorème du « coup de ciseaux » des Demaine (fils et père) et d'Anna Lubiw précise que toute figure polygonale peut être découpée en un seul coup de ciseaux.



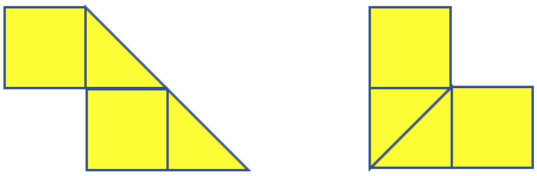


Cependant on peut reprendre l'activité en passant commande d'un demi-cercle vertical, voire d'une autre figure.

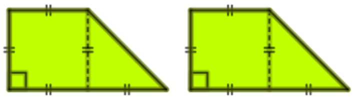
L'imagination de nos élèves sera certainement plus prolifique et harmonieuse que celle qui a permis de construire ces édifices qui combinent simplement les propositions précédentes.

Retour au sommaire

DÉFI N°137 - LES BIMI « L »



Les pièces ci-dessus sont des assemblages de ces deux trapèzes rectangles :



Chaque trapèze rectangle est formé par un carré et un demi-carré accolés.

Dessiner tous les assemblages possibles (par un côté entier). Les trapèzes peuvent être retournés.

DÉFI ALGORITHMIQUE N°137

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.

Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme.

L'énoncé avait été donné en 2009, il est ici actualisé pour 2019. Proposez une fonction qui renvoie le résultat quel que soit le numéro de l'année.

Dans mon village, les heures s'écoulent au son des cloches : un coup pour 1 et 13 heures, 2 coups pour 2 et 14 heures, etc. jusqu'à 12 coups pour midi et minuit.

Le premier des coups de minuit, dans la nuit du 31 décembre au 1er janvier fut aussi le premier des coups sonnés pour l'année 2019. Quand donc a retenti le 2019^{ième} coup de cette même année ?

SOLUTION DU DÉFI N°136 - NOËL 2018

En 2018, Noël est un mardi et le premier janvier 2019 est aussi un mardi. Dans combien d'années ces deux jours de fête seront-ils de nouveau des mardis ?

En ajoutant un jour à chaque année bissextile, on trouve que Noël 2029 et le 1er janvier 2030 tombent un mardi.
En fait, il y a 7 jours entre Noël et le 1er de l'an qui suit donc ces deux dates tombent toujours le même jour de la semaine.

Retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI ALGORITHMIQUE N°136

Le défi algorithmique du PV 136 demandait de trouver la probabilité que l'heure de réveil en sursaut, entre 22 h 30 et 7 h 30, du commissaire Girard soit un carré parfait. La fonction probaCarreParfait() renvoie la proportion de carrés parfaits entre 22:30 et 07:30 avec une remise à zéro après 23 :59. L'algorithme tient compte des données de l'énoncé sans proposer de généralisation à des heures de début et de fin quelconques. Elle utilise la fonction carréParfait renvoie un booléen indiquant si l'entier passé en paramètre est un carré parfait. Effectuer probaCarreParfait() permet d'obtenir la réponse cherchée.

Pseudo-code :

Fonction carreParfait(n : entier ; booléen)

dec ← $\sqrt{n} - [\sqrt{n}]$;

renvoyer (dec < 0,0000001).

NB : $[x]$ est la partie entière du réel x.

Fonction probaCarreParfait(; flottant)

h ← 22 ;

m ← 30 ;

nbCarres ← 0 ;

tant que h ≠ 7, **faire** :

si carreParfait($100\mathrm{h} + \mathrm{m}$), **alors** :

nbCarres ← nbCarres +1 ;

finSi ;

m ← m + 1 ;

si $\mathrm{m} = 60$, **alors** :

h ← h+1 ;

m ← 0 ;

si h = 24, **alors** :

h ← 0 ;

finSi ;

finSi ;

finTantque ;

renvoyer $\frac{\mathrm{nbCarres}}{540}$

Retour au sommaire

Code Python :

```
""" Fonction carreParfait(n : entier ; booléen)
n : entier dont on veut savoir si c'est un carré parfait
renvoie un booléen, vrai si n est un carré parfait, faux sinon """

def carreParfait(n):
    dec=sqrt(n)-int(sqrt(n))
    return (dec<0.0000001)



""" Fonction probaCarresParfaits(;flottant)
h : entier, le numéro de l'heure
m : entier, le nombre de minutes
nbcarres : entier, le nombre de carres parfaits entre 2230 et 2359 puis entre
0 et 730
renvoie un flottant, donnant la proportion de carres parfaits  """
def probaCarresParfaits():
    h=22
    m=30
    nbcarres=0
    while h!=7:
        if carreParfait(h*100+m):
            nbcarres+=1
        m+=1
        if m==60:
            h+=1
            m=0
            if h==24:
                h=0
    return nbcarres/860
```

Retour au sommaire

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE (N°137)

D'après un problème proposé par Jacques Choné

On se donne un nombre entier n.

Deux joueurs lancent chacun à leur tour une pièce équilibrée. Le joueur 1 lance en premier la pièce, puis le joueur 2, etc. et on finit par le joueur 1. Ainsi le joueur 1 lance la pièce une fois de plus que le joueur 2.

On note X le nombre de « Pile » obtenus par le joueur 1 au bout de ses $n+1$ lancers et Y le nombre de « Pile » obtenus par le joueur 2 au bout de ses n lancers.

1. Déterminez la probabilité $P(X > Y)$.
2. En déduire la valeur de

$$\sum_{k=0}^{n} \left(\binom{n}{k} \sum_{l=k+1}^{n+1} \binom{n+1}{l}\right)$$

Le responsable de cette rubrique est Philippe Févotte. (philippe.fevotte@wanadoo.fr). Vous pouvez lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème.

SOLUTION DU PROBLÈME PRÉCÉDENT (N°136)

La solution proposée par l'auteur :

Montrons qu'une condition nécessaire pour que ce soit possible est que le degré de *P* soit pair.

Supposons que le degré de *P* soit impair. Il aurait alors une racine réelle u_0 ; on en déduit que $P(u_0^2 + u_0 + 1) = 0$ donc que $u_1 = u_0^2 + u_0 + 1$ est aussi racine de *P* puis par une récurrence simple que tous les termes de la suite $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ de premier terme u_0 et vérifiant pour tout *n :* $u_{n+1} = u_n^2 + u_n + 1$ sont racines de *P.* Or cette suite est strictement croissante *;* ainsi *P* aurait une infinité de racines, ce qui est impossible. D'où le résultat.

Remarques :

- un exemple de polynôme de degré 2 qui satisfait à la condition est $X^2 + 1$;
- un exemple de polynôme de degré 1 qui satisfait la condition dans $\mathbb{C}[X]$ est $X + i$ car

$$X^2 + X + 1 + i = (X + i)(X + 1 - i).$$

Retour au sommaire