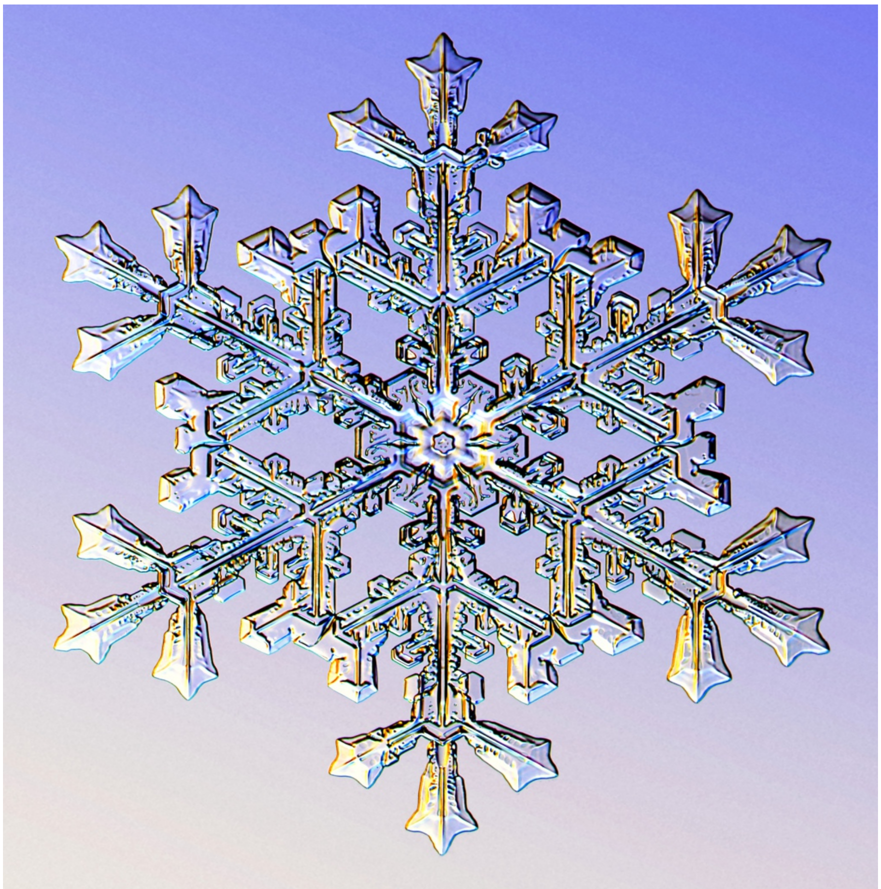
LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 136	Décembre 2018



http://www.snowcrystals.com

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal :décembre 2018. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) a tous les adhérents. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).
Ce numéro a été tiré à 10 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.

SOMMAIRE

ÉDITO

TECHNICIENS DES MATHÉMATIQUES

Les projets de programmes de mathématiques de Seconde, Première (spécialité) et Première technologique viennent de sortir. S'il y a consultation, on peut penser que les modifications ne se feront qu'à la marge. Pourtant, les changements annoncés sont de taille. Sur la forme, le tableau en trois colonnes a été abandonné au profit d'un déroulé plus linéaire intégrant notions, preuves, algorithmes, histoire des maths ; à l'image du style ministériel : moderne sur la forme, conservateur sur le fond. Je parlerai surtout du nouveau programme de Seconde ; celui de Première n'ayant pas son pendant de Terminale (contrairement à ce qu'avait demandé l'APMEP), il sera plus difficile à mettre en perspective. Le travail qui sera fait en Seconde par le professeur de mathématiques aura un impact conséquent sur la poursuite des élèves dans cet enseignement. Et la chose ne sera pas aisée pour les collègues (dont je fais partie) ! Pourtant, les sciences n'occupant plus qu'une portion congrue du tronc commun de Première, il est vital que tous les élèves prennent les mathématiques en enseignement de spécialité. Y arrivera-t-on sans le module de réconciliation préconisé dans le rapport ? Les élèves choisiront-ils une première technologique, plus visible et plus lisible ?

J'en ai profité pour lire de façon plus complète le rapport Villani-Torrossian afin de repérer les recommandations qui avaient été effectivement prises en compte dans l'élaboration des programmes. Ce rapport pointait essentiellement les ratés de l'enseignement des mathématiques depuis la préhistoire, mais ne parlait pas des réussites (dues aux prédécesseurs de notre actuel ministre). On peut se demander pendant combien de temps les réformes de l'Éducation Nationale se feront en brûlant tout ce qui a été construit auparavant et en cherchant à réinventer le feu tous les dix ans. Quelle évaluation objective a-t-on des anciens programmes ? Je n'ai pas vu la commission de suivi des programmes (demandée par l'APMEP) dans les personnalités invitées par la mission : cela se sent.

On voit dans les nouveaux programmes de Première et de Seconde des notions dont l'intérêt se limite à l'utilisation qui en sera faite par la suite (algorithme sur la puissance d'un nombre ou produit scalaire). Cette stratégie d'aspiration vers le haut semble être là pour satisfaire les besoins de certains enseignants du supérieur (classes prépas ?) en terme de technicité mathématique. Le Secondaire doit-il faire le SAV (Service Avant Vente) du post-bac ? Est-on sûr de redonner le goût des mathématiques ainsi, en revenant à un certain âge d'or de leur enseignement ? Le programme de Première, censé être un programme pour tous, apparaît déjà comme un programme pour les meilleurs (fonction exponentielle). Où est la place de la différenciation ? Elle faisait pourtant partie des demandes.

retour au sommaire

Ces dernières années, le calcul littéral a été progressivement relégué au Lycée et on observe aujourd'hui l'apparition d'un nouveau thème « Nombre et calcul », intéressant en soi, mais qui masque mal une grande manœuvre de remédiation de ce qui n'a pas été acquis jusque là, sous prétexte qu'il y en a besoin après le baccalauréat, qu'il y en a besoin en Sciences Physiques, en Sciences Économiques, etc. Je l'avais évoqué dans un précédent éditorial : tous les professeurs qui utilisent le calcul en cours ont une responsabilité dans son apprentissage, pas seulement le professeur de Seconde et je pense qu'il est un peu tard pour donner le goût du calcul à des jeunes de 15 ans, en proposant des activités ludo-éducatives avec des pingouins qui effectuent des additions. Les automatismes de calcul doivent être entretenus, améliorés, perfectionnés, mais ne peuvent pas être une fin en soi en raison d'une « obligation de résultat ». Si les élèves fonctionnent comme des machines, alors ils seront remplacés, dans leur vie professionnelle, par des machines. Les opérations n'ont pas de sens pour elles-mêmes en dehors d'un contexte de problème : on n'apprend pas ce qu'est la musique en faisant uniquement des gammes. L'aspect esthétique de l'art du calcul, revendiqué par Villani, n'est pas une évidence pour tous et un beau calcul n'est pas toujours un calcul facile à comprendre. Des neuroscientifiques ont contribué à la construction de ce nouveau programme ; quelle connaissance des mathématiques ont ces scientifiques ? Quelle connaissance de l'enseignement ? Trop de neurosciences tuent-elles les sciences ? Quelle est la place de l'affectif dans un programme aussi aride et qui laisse si peu de place à l'autonomie de l'élève, à l'autonomie de l'enseignant ?

Ce programme de Seconde donne une forte impression de décousu en raison de ces notions juxtaposées de façon surréaliste, comme dans un inventaire à la Prévert. Proposer un cours structuré, des preuves consistantes, des algorithmes constructifs, se révèle être un défi que tous ne sauront pas relever. Je pense ici aux contractuels ou aux néo-titulaires qui seraient tentés de prendre ce programme au pied de la lettre. C'est là (demande du rapport) qu'une stratégie de l'équipe de mathématiques de chaque lycée va devoir être mise en œuvre. Nous avons le pouvoir de rendre ce programme captivant malgré tout : à nous de combler les vides béants ! Ce n'est pas le niveau des élèves qui baisse, c'est celui des programmes.

Gilles.Waehren@wanadoo.fr

Un article du café pédagogique du 6 novembre 2018 de Joël Briand : **L'enseignement des mathématiques et ceux qui en parlent**

À partir de deux déclarations l'une de Cédric Villani effectuée sur Canal Plus en décembre 2014, l'autre de M.Torossian lors de la présentation du rapport de la commission « Villani-Torossian » en février 2018, je ferai deux remarques de natures complètement différentes : une relative à la place de la recherche sur l'enseignement des mathématiques vis-à-vis des structures et directives ministérielles actuelles, l'autre plus en phase avec mes préoccupations de formateur-chercheur, sur la place de la manipulation dans l'activité mathématique et ce qui s'en dit actuellement au travers de « méthodes » et de déclarations.

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

C'ÉTAIT IL Y A 25 ANS, DANS LE PETIT VERT n°36

Tout va pour le mieux dans le meilleur des mondes

Successivement, les journées nationales et la journée régionale nous permirent de nous retrouver, d'échanger des idées... Nous en sommes revenus enthousiastes. Cela fait du bien au moral de rencontrer des collègues qui veulent faire vivre les mathématiques de manière attrayante pour nos élèves. Mais... l'on n'y a pas appris grand chose au sujet de l'avenir du lycée. C'est le flou.

Nous avons cru comprendre qu'actuellement, on se préoccupait des problèmes du collège, "maillon faible" du système éducatif. Et l'avenir de nos élèves de seconde et de première ???

Afin de mener une réflexion beaucoup plus sérieuse que les précédentes, Monsieur le Ministre a consulté les collègues et les parents d'élèves concernés. Une commission "Bouchez" analysera vos propositions et écrira un livre blanc. Nous pouvons toujours envoyer nos suggestions jusqu'au 15/12/93 par minitel (36 14 Edutel code NCPT). De plus, une mission "nouveau collège pour tous" sillonne actuellement notre pays... Elle organisera dans notre académie, le 17/01/94, une ou plusieurs réunions. Qui rencontrera-t-elle ? Nous avons sûrement quelque chose à dire dans notre régionale. Mobilisons-nous !

En janvier ou en février, toutes vos propositions auront été analysées. Des mesures vont être prises. A la même période, vous verrez sûrement sur vos écrans de télé notre cher Ministre expliquer, face à des enseignants très représentatifs, son programme (comme lors d'une émission de FR3 interactive pendant laquelle le public a pu poser des questions à chaud à l'invité du jour : "Français, si vous parliez", enregistrée le 25 novembre 1993 !).

Le lycée... on l'oublie ! Qu'allons-nous dire aux milliers d'élèves de seconde que nous devons conseiller dans leurs choix de série ? Lisez le B.O.E.N. du 23/09/93 : les coefficients du bac 95 sont parus. Les finalités de chaque série dépendent-elles de ces fameux coefficients ? Les modalités des épreuves ? Les contenus des programmes que nous devrons enseigner en septembre 94 en première et en terminale ? C'est le grand mystère...

Personne ne se presse ! Il existe déjà des avant-projets des programmes de terminale. Un groupe de réflexion doit se mettre au travail... Au dernier moment, nous découvrirons des programmes provisoires qui auront un air de famille avec ceux que nous connaissons et qui seront prorogés d'année en année en attendant que l'on se mette sérieusement au travail.

Et nous, en bons fonctionnaires, nous devrons appliquer ces directives qui viendront d'être prises… avec toutes les précautions nécessaires.

Michèle Fabrégas

Michèle Fabrégas, qui a signé cet éditorial, a été présidente de la régionale lorraine de 1992 à 1995.
Son texte fait étonnamment écho à l'éditorial qu'a rédigé notre président pour ce bulletin !

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

SÉMINAIRE DE L'APMEP LORRAINE, AOÛT 2018

Les 25 et 26 août, une douzaine de membres de l'APMEP Lorraine se sont réunis à Ramonchamp dans les Vosges pour le séminaire bisannuel. La pluie abondante de samedi a favorisé le travail intense aussi bien l'après-midi qu'en soirée. Le dimanche matin fut aussi très studieux. Le dimanche après-midi, ce sont les jambes qui ont fonctionné… mais les langues étaient toujours déliées.

L'enjeu du séminaire était de taille : il s'agissait de remettre sur pied un site agréable à lire, proposant de nombreuses ressources pour l'enseignement des mathématiques, actualisé régulièrement et informant de l'activité de l'association au niveau régional. Un grand coup de chapeau à Fathi Drissi qui a passé de nombreuses heures pour construire une structure efficace. Gilles, notre président, nous a présenté ce nouvel outil comparant le cahier des charges et la réalisation, mettant en valeur les points réalisés et les tâches encore à effectuer.

Les participants ont pu ensuite prendre en main la rédaction des articles. Le partage des différentes tâches pour alimenter le site a été effectué.

Le site est accessible à tous mais l'association a besoin de tous les adhérents : n'hésitez pas à proposer des articles et/ou à adhérer : « soutenez l'APMEP »…

La mise en forme du nouveau site de la régionale

Après le travail, rien de tel qu'une petite randonnée pour terminer la journée

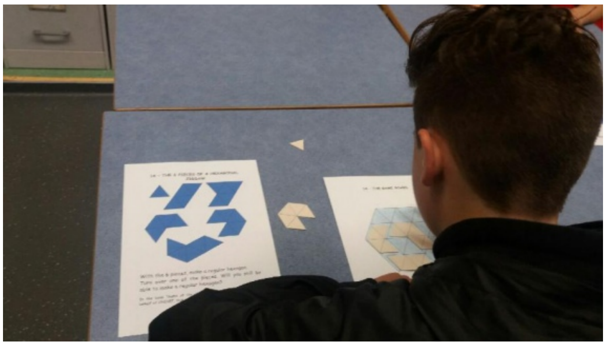
retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

DES MATHÉMATIQUES EN ANGLAIS

Le mercredi 16 mai 2018, pendant la semaine des langues vivantes, les élèves de 6ème C du Collège Guynemer ont fait des mathématiques en langue étrangère. La seule contrainte pour venir à bout des problèmes de géométrie, de véritables casse-têtes pour certains, était de s'empêcher de parler en français.

Des jeux de l'exposition de l'APMEP-Lorraine étaient à disposition sur les tables. L'enseignante, Audrey Thouvenin, et une adhérente de l'APMEP, Rachel François, tout comme les élèves, s'exprimaient uniquement en anglais. Des fiches de consignes étaient proposées exclusivement en langue étrangère : en anglais prioritairement et dans d'autres langues pour des élèves allophones de la classe. Après l'effet de surprise, les élèves ont adoré chercher des solutions tout en s'amusant, seuls ou en binômes.



Les ateliers proposés ont été construits par l'APMEP-Lorraine. Les objets-jeux sont accompagnés de fiches que les concepteurs ont rédigées en français, mais aussi en anglais, en allemand, en italien, en espagnol, en turc, en arabe. Elles sont téléchargeables dans la rubrique « Jeux et défis » de notre nouveau site.

Les enseignants peuvent emprunter ces jeux directement auprès de l'APMEP-Lorraine : contacter André Stef (54), Joëlle Agamis(55), Michel Ruiba (57), Marie-José Baliviera (88) et Pierre-Alain Muller (langues étrangères et Est mosellan). 10 € sont demandés pour nous aider à renouveler les objets manipulés.

Ces jeux ont aussi attiré l'attention du CASNAV de Nancy qui en a fait traduire cinq en albanais, arménien, croate, portugais, roumain, russe et serbe et les a mises à disposition sur son site.

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

PASSIONNANTES ET RIGOLOTES MATHÉMATIQUES

En juin dernier, trois anciennes professeurs de maths sont venues à l'école de Rochesson pour proposer une multitude de jeux de logique aux 54 élèves de l'école primaire.

Odile Backsheider, accompagnée de ses collègues, fait partie de l'APMEP. Ces profs sont venues bénévolement pour passer une journée avec les enfants : sudoku, tangram, labyrinthe, codage, casse-tête… ont été ainsi proposés aux élèves, de la plus petite section de maternelle aux élèves de CM2. Une belle occasion, appréciée des élèves, de faire des maths autrement sans voir le temps passer…

Paru dans Vosges-Matin du 10 juin 2018

JOURNÉE RÉGIONALE : 20 mars 2019

La prochaine Journée régionale aura lieu le mercredi 20 mars prochain, au lycée Stanislas de Villers lès Nancy.

Elle débutera par une conférence de Mireille Schumacher à propos de « Mathématiques et cuisine ». Elle se poursuivra par l'assemblée générale, les réunions des commissions par niveau, et se terminera par deux plages de dix ateliers.
Le repas pourra être pris au lycée Stanislas pour un montant de 13€.

Le programme de cette journée sera envoyé à tous les adhérents, ainsi qu'aux participants des années précédentes. Dès que vous l'aurez reçu, faites-en des copies pour vos collègues qui ne sont pas encore adhérents … et faites en sorte qu'ils le deviennent !

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale APMEP Lorraine.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges "mathématiques" entre les adhérents.
Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr .

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Rachel François, Françoise Jean, Walter Nurdin, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

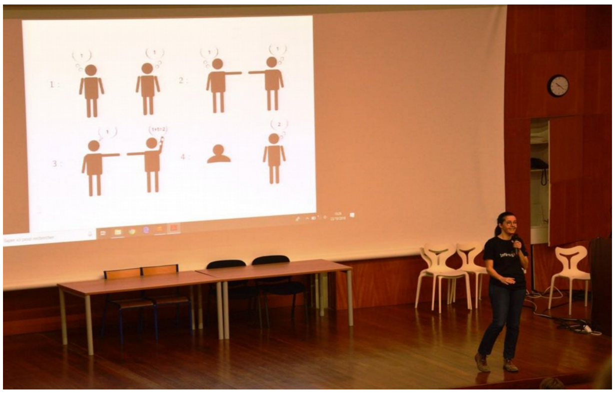
JOURNEES NATIONALES DE BORDEAUX

La ville des 3 M « Montaigne, Montesquieu, Mauriac » est devenue pendant quatre jours la ville des 4 M avec la mise à l'honneur des Mathématiques. Plus d'une trentaine de Lorrains avaient traversé la France en diagonale pour la circonstance. En conférence d'ouverture Mireille Bousquet, mathématicienne, nous a fait découvrir la diversité de son travail de recherche. À partir d'un problème sur les chemins autoévitants, facile à comprendre de tous, elle a présenté la complexité des questions posées, l'absence de réponses pour beaucoup d'entre elles et la richesse des démonstrations réalisées. Ateliers et conférences se sont succédés en réjouissant les participants.

Le stand de la Lorraine ne désemplissait pas : tous les jeux et puzzles proposés retenaient les congressistes jusqu'à la fermeture des portes. La convivialité des Lorrains n'était pas absente : pique-nique le midi sur le stand ou restaurant le soir, les temps de rencontre ne manquaient pas.

Le prix Hocquenghem a été remis à Marie Duflot-Kremer, de l'INRIA de Lorraine pour ses travaux sur l'informatique débranchée. Son enthousiasme, son dynamisme ont subjugué la salle. En quelques minutes elle a su faire participer activement toutes les personnes présentes dans l'amphi à l'exécution d'un algorithme pour déterminer le nombre exact de présents dans la salle… Nous ne manquerons pas de la retrouver aux journées régionales de Nancy !

retour au sommaire



Les temps de réflexions sur l’enseignement des maths et les différentes réformes en cours n’ont pas été négligés lors des commissions et des questions d’actualité. En présentant sa conférence de clôture, Gilles Dowek n’a pas manqué de nous alerter sur les derniers projets du gouvernement. Alors que nous vivons une révolution scientifique sans précédent, l’enseignement scientifique va être considérablement réduit pour bon nombre d’élèves à partir de la classe de première (deux heures de science toutes sciences confondues !). Cette situation est pour lui inacceptable et dangereuse. A l’ère de la révolution numérique, qui peut se dispenser de faire des mathématiques pour maîtriser ces outils ? Accepter cette carence dans la formation générale ce serait accepter de laisser en marge du progrès une bonne partie de la population.

Ces considérations alarmantes n’ont pas entamé notre enthousiasme pour enseigner les mathématiques, mais elles doivent nous rendre vigilants…

Rendez-vous est pris l’an prochain à Dijon pour d’autres saveurs.

(RÉ)ADHÉSION APMEP 2019

Si ce n’est déjà fait, n'attendez pas pour (ré)adhérer. Le plus simple est de le faire en ligne.

Les adhérents de l’APMEP bénéficient :

- **de l’envoi de la revue papier : « *Au fil d* » et de l’accès à ses compléments numériques après avoir activé le bouton Connexion** ; d’une réduction fiscale de 66 % sur le montant de l’adhésion au titre du don aux oeuvres d’intérêt général ;
- du tarif « adhérent/abonné » pour l’achat de brochures (réduction de 30 % sur le prix public des brochures éditées par l’APMEP et de 5 % sur le prix public des brochures non APMEP), ceci après avoir activé le bouton **Connexion** ;
- des droits réduits d’inscription aux Journées Nationales ;
- et pour les premières adhésions deux brochures cadeau en ajoutant 6 € pour les frais de port.

Faites également adhérer vos collègues et amis (la première adhésion "Tout APMEP" pour les enseignants est au tarif de 30 €, qui n'en coutent finalement que 15 compte tenu de la réduction fiscale). Tous les renseignements sont sur la plaquette « Visages 2018-2019 ».

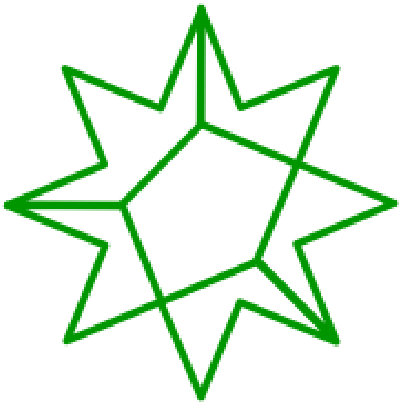
Nous vous rappelons que les BGV ne sont plus envoyés en version papier.

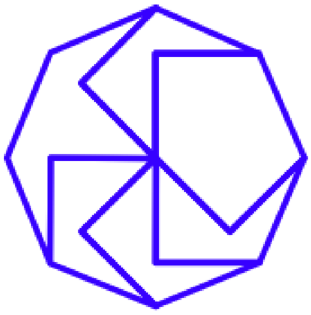
retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

D'UN OCTOGONE RÉGULIER À L'AUTRE

Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine





Ces découpages et réassemblages ont été repérés dans « 1000 casse-tête du monde entier » de Pieter van Delft et Jack Botermans (Éditions du chêne, 1977). Les pages de cet ouvrage sont accessibles sur la Toile. Ces octogones sont traçables avec GeoGebra qui permet de tracer un octogone régulier croisé, un octogone inscrit dans un cercle ou un octogone inscrit dans un carré.

Les tracés à la règle et au compas et la rencontre avec des polygones dont l'un est étoilé ne manquent pas d'intérêt, en particulier lors de la fabrication en carton ou en plastique des pièces à manipuler. Il y a de quoi construire, découper, réassembler et aborder certaines justifications de propriétés géométriques apparaissant lors des tracés.

Dans le premier octogone, des tracés préalables sont à faire pour obtenir le dessin des pièces placées (sixième étape dans l'annexe 1). Il en est de même pour obtenir un dessin de la solution dans le second (sixième étape dans l'annexe 1). Au cours du cycle 4, les élèves pourront rechercher dans ces tracés une figure élémentaire à reproduire à l'aide d'une ou plusieurs transformations et obtenir la figure finale. GeoGebra permettra ensuite de faire dérouler la construction pas à pas.

Des nombres premiers entre eux sont rencontrés lors de la recherche des polygones étoilés réguliers issus de l'heptagone régulier, de l'énnéagone régulier, de l'endécagone régulier, du tridécagone régulier, etc.

Des octogones

À la médiathèque de Bar-le-Duc ➔

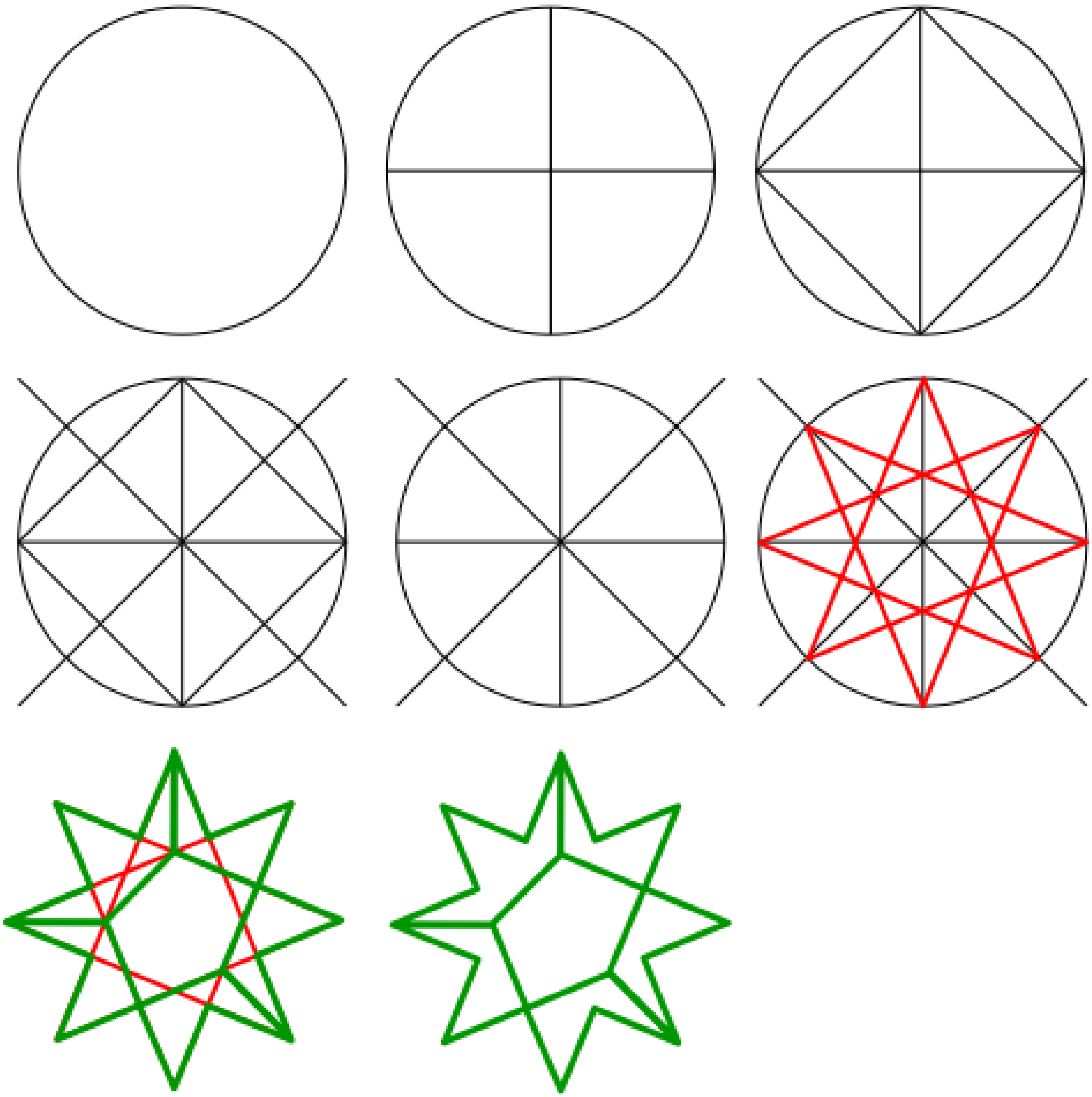
En annexes, sont joints deux programmes de construction à destination d'élèves de cycle 3 ainsi qu'un compte rendu de leur utilisation dans une classe de CM1-CM2.

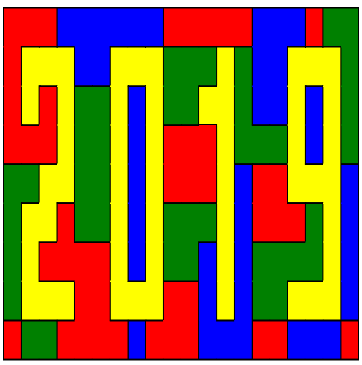
Le programme de construction de l'annexe 1 a été utilisé dans un groupe d'élèves de sixième. Les trois premières étapes ont été faites aisément. Cela s'est compliqué lorsqu'il a fallu tracer les « médianes » du carré, en particulier lorsqu'il a fallu tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné. Le tracé de l'étoile s'est ensuite dans l'ensemble bien passé (il manquait parfois certains segments). En revanche, le tracé vert a été plus difficile. Il a fallu expliquer plusieurs fois, commencer le tracé sur la figure précédente au tableau... Et pour un ou deux, être à côté d'eux pour les guider pas à pas sur leur figure. Un élève a réussi à construire l'octogone (sans modèle, bien sûr).

retour au sommaire

Annexe 1 : Huit étapes pour le découpage de l'étoile à huit branches

Étape 1 : trace un cercle de 6 cm de rayon.





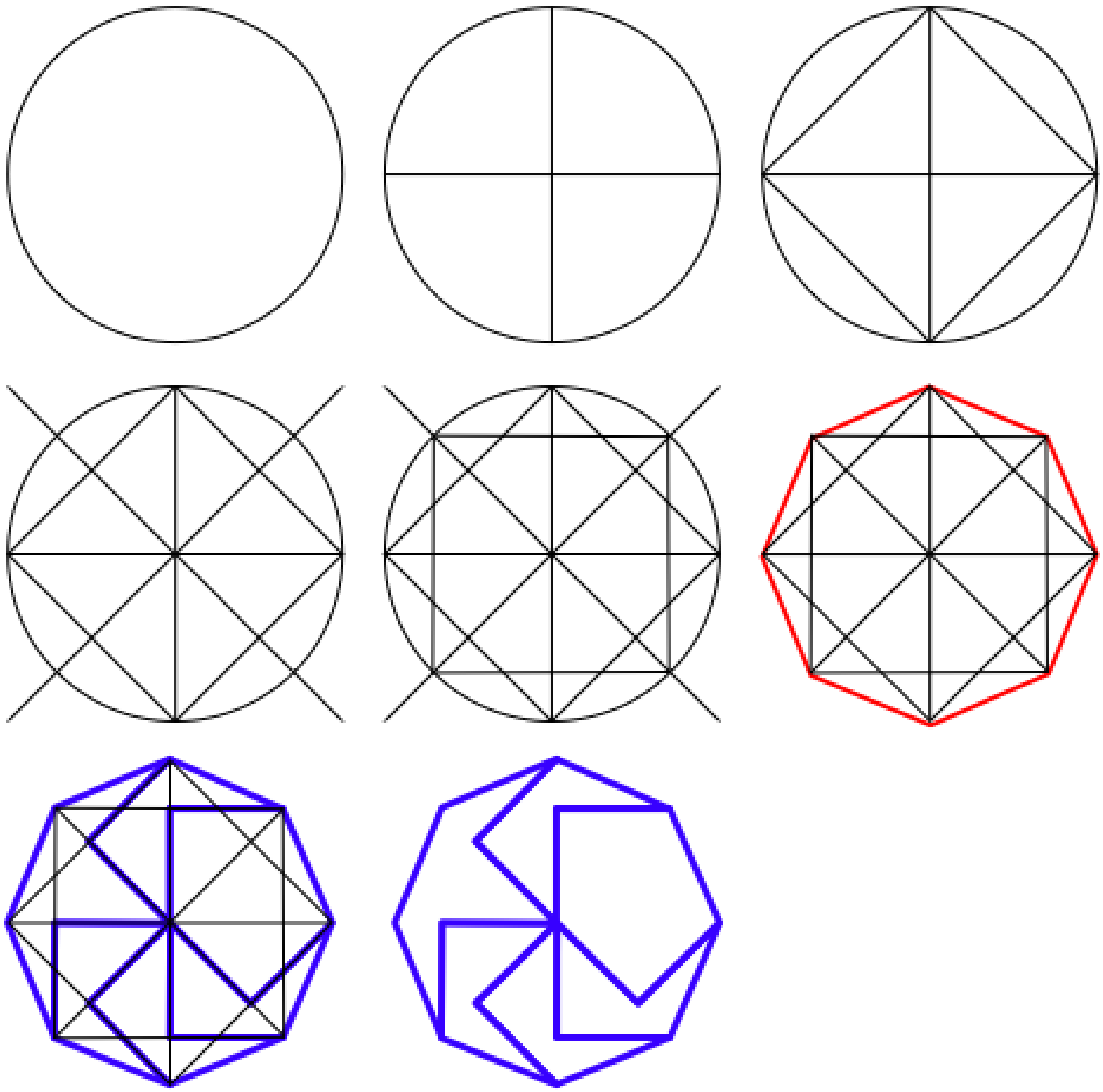
Un rectangle à colorier

La rédaction du Petit Vert et le Comité de la Régionale vous souhaitent à tous une excellente fin d'année, de joyeuses fêtes et une heureuse année 2019

retour au sommaire

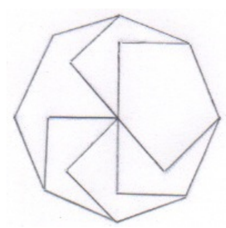
Annexe 2 : Huit étapes pour le découpage de l'octogone

Étape 1 : trace un cercle de 6 cm de rayon.



Annexe 3 : en avril 2018, dans une classe de CM1-CM2

Les élèves n'ont pas éprouvé de réelles difficultés à reproduire l'étoile à 8 branches et l'octogone (avec même moins de difficultés pour ce dernier).



Voici deux images de leurs réalisations.

retour au sommaire

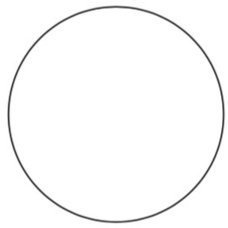
Déroulé de la séance

Un rappel de vocabulaire a été fait : cercle, centre, rayon, diamètre, carré, médiane, points d'intersection, …
Les programmes de construction ont été détaillés. Ci-dessous, voici celui concernant le découpage de l'étoile.

Huit étapes pour le découpage de l'étoile à huit branches

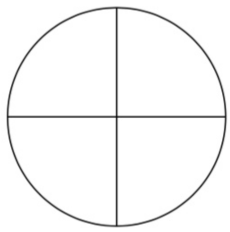
ÉTAPE 1

Trace un cercle de 6 cm de rayon.

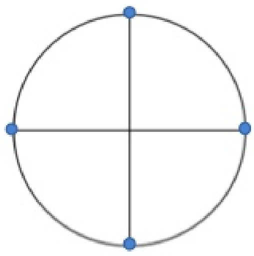


ÉTAPE 2

Trace deux diamètres perpendiculaires.

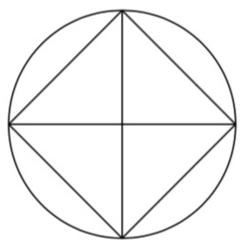


Ces deux diamètres croisent le cercle en 4 points d'intersection.



ÉTAPE 3

Relie ces quatre points d'intersection pour former un carré.

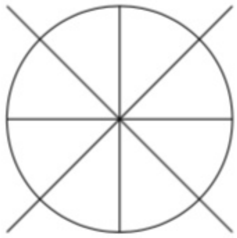


ÉTAPE 4

Trace les médianes du carré.
Prolonge-les de quelques centimètres.

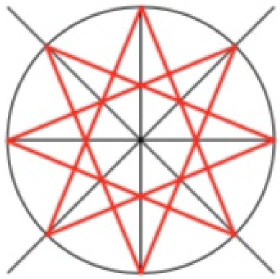
retour au sommaire

ÉTAPE 5



Gomme le carré.
Il y a 8 points d'intersection sur le cercle. On pourrait numéroter ces points de 1 à 8.

ÉTAPE 6



Relie le point 1 au point 4
Relie le point 2 au point 5
Relie le point 3 au point 6
Fais de même avec les autres points.

Tu obtiens une étoile à huit branches.

ÉTAPE 7

Repasse avec un crayon de couleur sur les 8 branches de l'étoile ainsi que sur les segments indiqués sur la figure.

ÉTAPE 8

Gomme tous les autres segments.

C'est dans cette dernière étape que les élèves ont rencontré le plus de difficultés quand il a fallu tracer les segments verts (ou bleus) qui déterminent les pièces du puzzle. Ces difficultés ont été particulièrement importantes pour l'étoile à huit branches.
Certains élèves bien avancés ont pu tester ce puzzle mais aucun n'a réussi du premier coup à transformer l'étoile en octogone (et vice versa) sans regarder le modèle.
Remarque : Dans « 1000 casse-tête du monde entier », il est dit : « La partition est exécutée de façon plus symétrique qu'il n'y paraît à première vue. Laissez vous guider par cette symétrie qui apparaitra une fois l'octogone reconstitué. ». Cet extrait peut être fourni en aide !

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

UN DESSIN GRADUÉ POUR NOËL

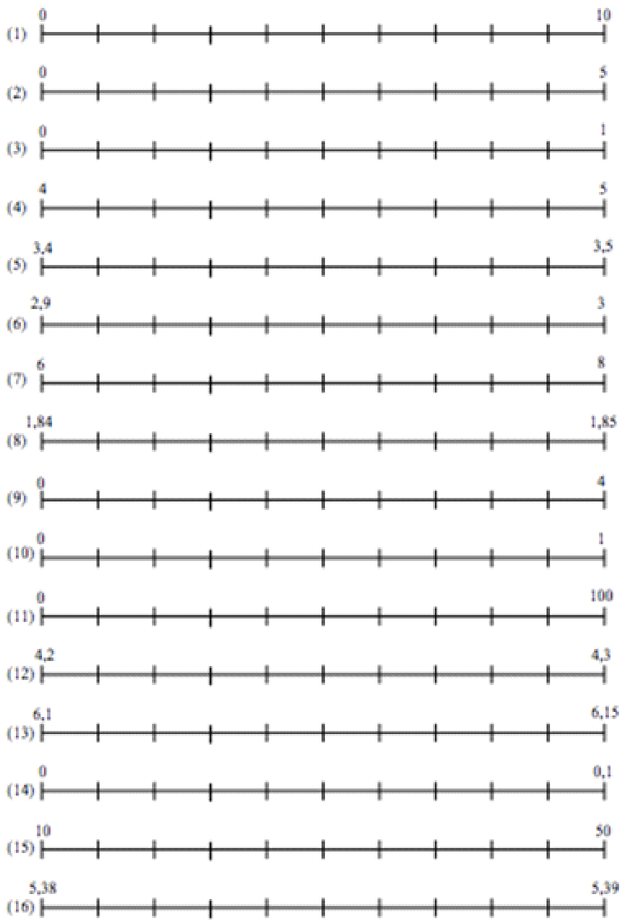
Ce qui suit relate l'utilisation fin décembre 2017 du dessin gradué ci-dessous créé spécialement pour des élèves de sixième du collège de Montmédy.

droite	point	abscisse
(1)	A	4
(1)	B	6
(2)	C	1,5
(2)	D	2,5
(2)	E	3,5
(3)	F	0,4
(3)	G	0,6
(3)	H	0,8
(3)	I	0,9
(4)	J	4,3
(4)	K	4,4

droite	point	abscisse
(4)	L	4,8
(5)	M	3,44
(5)	N	3,49
(6)	O	2,93
(6)	P	2,96
(6)	Q	2,97
(6)	R	2,98
-6	S	2,99
(7)	T	6,6
(7)	U	6,8
(7)	V	7,6

droite	point	abscisse
(8)	W	1,844
(11)	X	30
(11)	Y	90
(12)	Z	4,22
(13)	*a*	6,115
(14)	*b*	0,01
(14)	*c*	0,08
(15)	*d*	26
(16)	*e*	5,382
(16)	*f*	5,384

1/ Place les points ci-dessus sur les droites indiquées.



retour au sommaire

2/ Trace les lignes brisées suivantes.

HILH ; *Zadf* ; TWVS ; OURNLMO ; OXZ*befc*YN ; PGDFKJCABEQP.

3/ Colorie (aux crayons de couleur)

- le polygone PGDFKJCABEQ en rouge,
- le polygone OURNLM en gris (sans passer sur le rouge),
- le polygone HIL en noir,
- le polygone TXZadfcYSVW de la couleur de ton choix (sauf rouge, gris et noir).

Mise en œuvre

L'objectif était de travailler le placement de nombres décimaux sur une droite graduée en utilisant une idée de jeu évoquée dans la brochure JEUX 9 : les « dessins gradués » sont plus vite préparés qu'une MOSACOLLA (JEUX 10).

L'activité a été proposée dans deux classes de sixième pendant une heure de cours de la semaine précédant les vacances de Noël. Lorsqu'il a été annoncé aux élèves qu'ils allaient de nouveau faire un « dessin gradué », des « super » et des « chouette j'adore » ont fusé : pendant la recherche, dans ces deux classes de 28 élèves, on entendait une mouche voler.

Sur leur feuille qui a été ramassée, ils ont indiqué la droite qui pour eux leur semblait la plus difficile à utiliser.

À propos de ce qu'ont fait les élèves

Voici le relevé des réponses à propos de la ligne leur semblant la plus difficile (certains n'ont pas répondu, d'autres ont coché plusieurs droites, d'autres n'ont pas fini donc n'ont pas forcément "atteint" les droites les plus difficiles).

Numéro de la droite	1	2	3	4	5	6	7	8	11	12	13	14	15	16
Nombre d'élèves	0	2	0	0	0	1	8	1	0	1	15	4	22	2

Voici le relevé les lignes sur lesquelles il y avait des erreurs.

Numéro de la droite	1	2	3	4	5	6	7	8	11	12	13	14	15	16
Nombre d'élèves	1	9	1	2	2	2	10	1	0	0	25	1	10	1

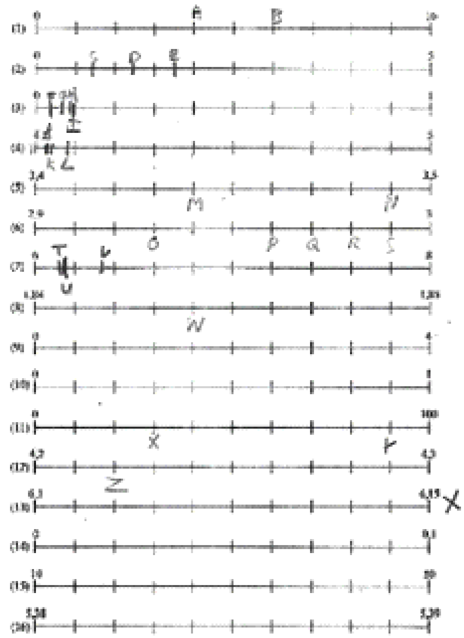
Tout enseignant a au moins un élève très gaffeur : la mauvaise utilisation de la graduation de la ligne 1 ne l'a pas empêché de bien placer le point « *a* » ! Le nombre d'erreurs à propos de la droite graduée numéro 13 n'est pas une surprise.

Pour l'ensemble des deux classes, les présents étaient 51. N'ont pas été comptés ceux qui n'ont pas fait telle ou telle ligne. « 27 erreurs en ligne 13 » ne veut donc pas dire 24 points justes (ils sont 7 à avoir correctement placé le point a). Il n'a pas été fait de pointage précis, mais en général, les erreurs sont sur les lignes cochées par les élèves. Pour les lignes où un seul s'est trompé, l'erreur vient souvent d'un décalage d'une graduation (étourderie ?).

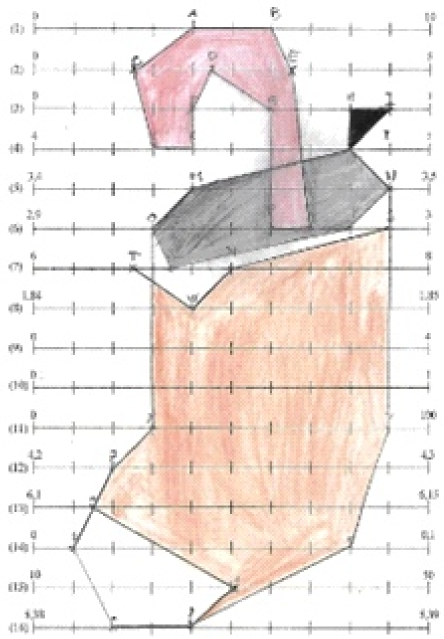
Une élève n'était pas là lorsque d'autres « dessins gradués » ont été fait en Aide Personnalisée, c'était donc son premier. Elle fait donc des erreurs que les autres ont faites et (heureusement !) ne font plus. Il est donc intéressant de ne pas faire qu'une seule fois ce type d'activité.

retour au sommaire

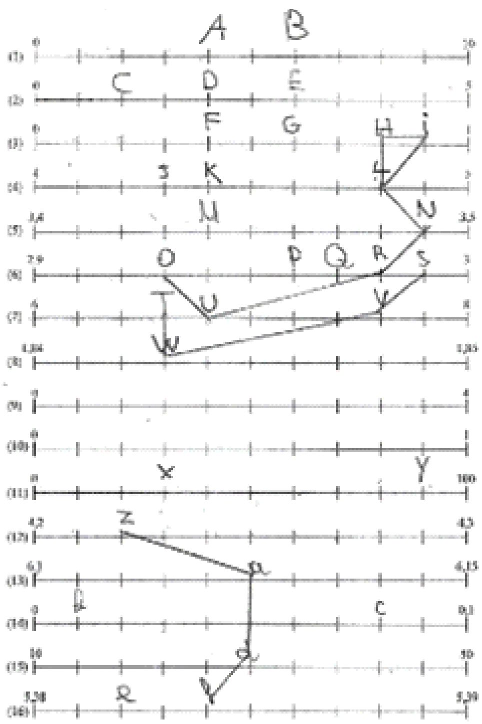
Quelques productions d'élèves



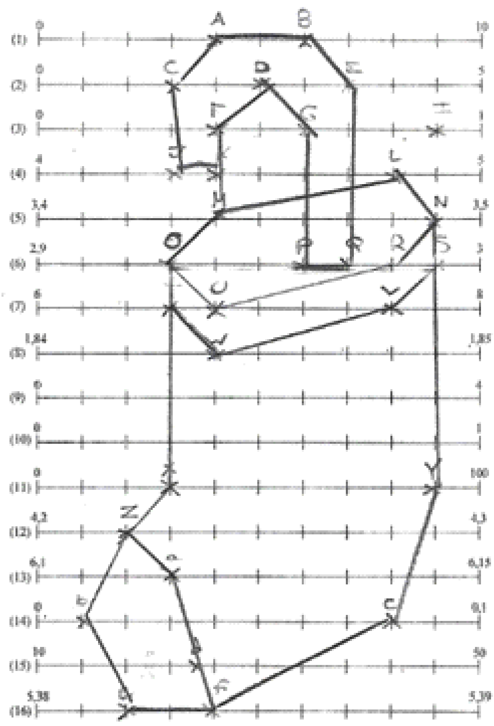
L'élève découvrait ce type d'activités.



Ce bon élève a fait quelques erreurs mais a eu le temps d'aborder le coloriage.



Un manque de temps pour les tracés et le coloriage.



Le point H manque, mais les points indiqués sont corrects.

DANS NOS CLASSES

LE FACTEUR DE MENSONGE

Gilles Waehren

Le programme de Statistiques en Seconde (2009) indique, dans les capacités attendues, « Représenter une série statistique graphiquement (nuage de points, histogramme, courbe des fréquences cumulées). » avec comme commentaire « [...]faire réfléchir les élèves sur des données réelles, riches et variées [...] proposer des représentations pertinentes. » - à noter que les représentations graphiques statistiques ont disparu des nouveaux programmes (2019). Après les avoir traitées de façon cavalière pendant plusieurs années, il m'a semblé utile de donner aux élèves des bases plus solides pour les construire et ce pour deux raisons. D'une part, quand les TPE, dans mon lycée, intégraient encore des mathématiques, la confusion entre histogramme et diagramme en barres était récurrente. D'autre part, un bon dessin valant mieux qu'un long discours, nos médias préférés regorgent d'infographies diverses et variées, mais pas toujours très mathématiques (voir la rubrique Maths et Médias du Petit Vert). C'est la page : Comment mentir avec un graphique du site flamand Smals Research qui m'a fourni le sujet du Devoir Maison que j'ai donné à mes deux classes de Seconde (2°10 et 2°11) sur ce thème.

Dans le sujet (voir en annexe), je fournissais un premier lien vers un article du site Et que faire ? , qui propose des pages assez généralistes et hétéroclites, consacré à la lecture des graphiques statistiques. On trouvera la source de cet article dans un e-book : Statistiques appliquées à la psychologie. Cette lecture avait pour but de leur montrer les diverses manières de mal construire un diagramme en barres ou un diagramme circulaire. Il s'agissait ensuite de se donner un outil pour mesurer le niveau de distorsion d'un graphique : le « lie factor ».

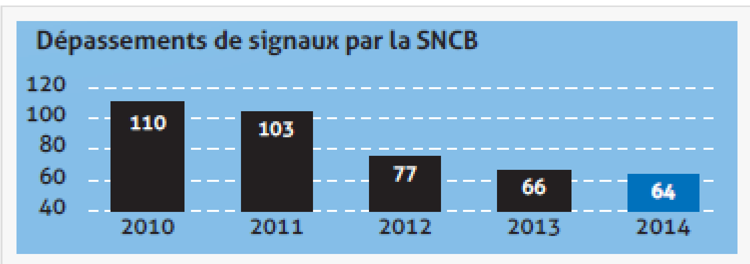
Le « lie factor » est une invention d'Edward Tufte, statisticien et concepteur d'infographies, défini par le rapport : $\text{lie factor} = \dfrac{\text{taille de l'effet dans le graphique}}{\text{taille de l'effet dans les données}}$.

La taille de l'effet est, en quelque sorte, un taux d'évolution :

$$\text{taille de l'effet} = \frac{|\text{seconde valeur} - \text{première valeur}|}{\text{première valeur}}.$$

La valeur absolue n'étant pas au programme 2009, il a fallu indiquer deux variantes de cette formule. Le critère de validité d'un graphique décidé par Tufte est que l'infographie est correcte si le facteur de mensonge est compris en 0,95 et 1,05.

Dans un premier exercice, le calcul du « lie factor » était exposé puis mis en pratique sur un graphique fourni par Smals Research :



Ce cas, relativement classique, de mise à l'ordonnée incorrecte est souvent utilisé, de manière intentionnelle, pour accentuer les écarts entre les valeurs. Le calcul du lie factor a souvent été bien réussi, comme chez cette élève (très bonne, cela dit, dans une classe de 2°10 plutôt faible) :

taille de l'effet dans le graphique ≃ 0,66

↳ On passe sur le graphique de 110 − 40 = 70 à 64 − 40 = 24 donc la taille de l'effet dans le graphique est $\frac{70-24}{70} \simeq 0{,}66$.

é très bien rédigé

ici, la 1ère valeur (70) est supérieure à la 2nde (24), donc on utilise la formule suivante : $\frac{\text{première valeur} - \text{seconde valeur}}{\text{première valeur}}$.

taille de l'effet dans les données ≃ 0,42

↳ ici, première valeur (110) > 2ème valeur (64) donc on utilise la formule : $\frac{\text{première valeur} - 2^{nde}\text{ valeur}}{\text{première valeur}} = \frac{110-64}{110} \simeq 0{,}42$

• lie factor $= \frac{\text{taille de l'effet dans le graphique}}{\text{taille de l'effet dans les données}} = \frac{0{,}66}{0{,}42} \simeq 1{,}57$

3) 1,57 n'est pas compris entre 0,95 et 1,05, donc il y a une distorsion de la réalité et l'intégrité de la visualisation n'est pas assuré

Toutefois, la mise en œuvre d'une formule, voire d'un petit algorithme (calculer les tailles des effets puis évaluer le « lie factor ») ne s'est pas toujours faite sans mal. S'approprier de nouveaux concepts n'est pas chose aisée pour tous les élèves.

Ici, l'élève (2°10) a interprété la question concernant la période de 2010 à 2014 en ajoutant les tailles de tous les effets entre ces deux années :

2. $\frac{110-103}{110} \simeq 0{,}06$ $\quad \frac{70-63}{70} = 0{,}1$

110 − 40 = 70
103 − 40 = 63
77 − 40 = 37
66 − 40 = 26
64 − 40 = 24

$\frac{103-77}{103} \simeq 0{,}25$ $\quad \frac{63-37}{63} \simeq 0{,}70$

$\frac{77-66}{77} \simeq 0{,}15$ $\quad \frac{37-26}{37} \simeq 0{,}2$

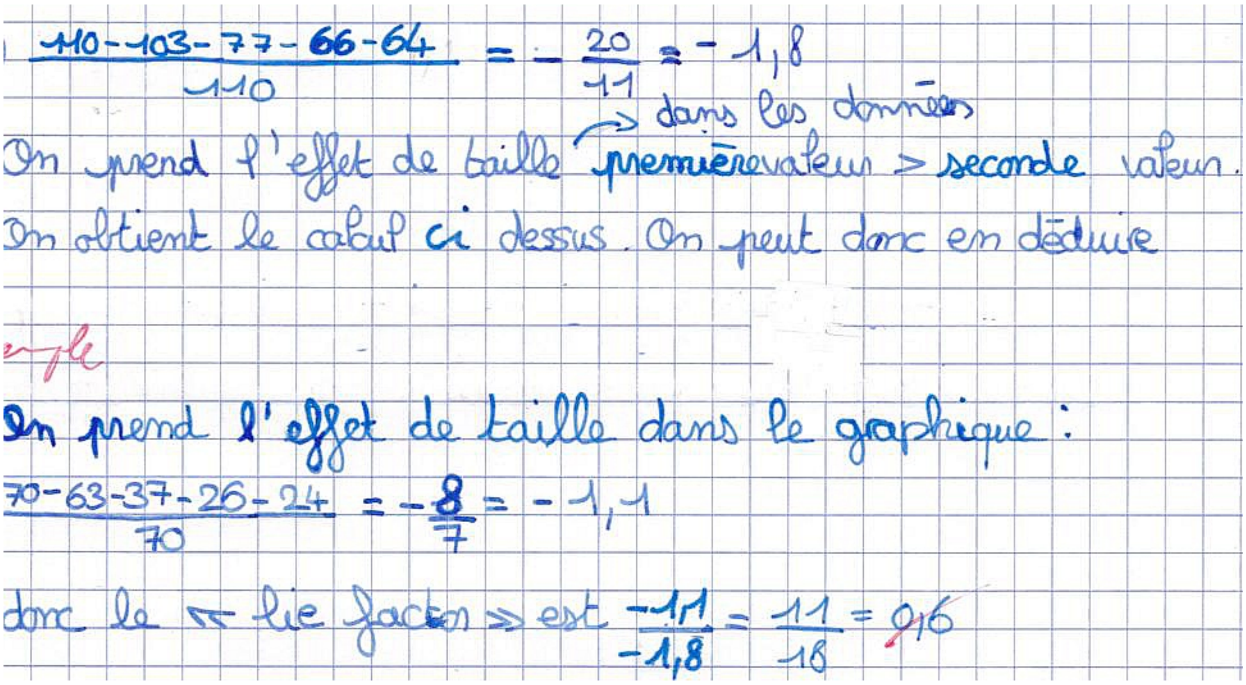
$\frac{66-64}{66} \simeq 0{,}03$ $\quad \frac{26-24}{26} \simeq 0{,}07$

0,06 + 0,25 + 0,15 + 0,03 = 0,49
0,1 + 0,70 + 0,2 + 0,07 = 1,07

$\frac{1{,}07}{0{,}49} \simeq 2{,}2$

retour au sommaire

Dans le cas suivant, sa camarade (2°10) utilise également toutes les valeurs pour la période.



$\frac{110-103-77-66-64}{110} = -\frac{20}{11} \approx -1,8$

dans les données

On prend l'effet de taille première valeur > seconde valeur.

On obtient le calcul ci dessus. On peut donc en déduire

ple

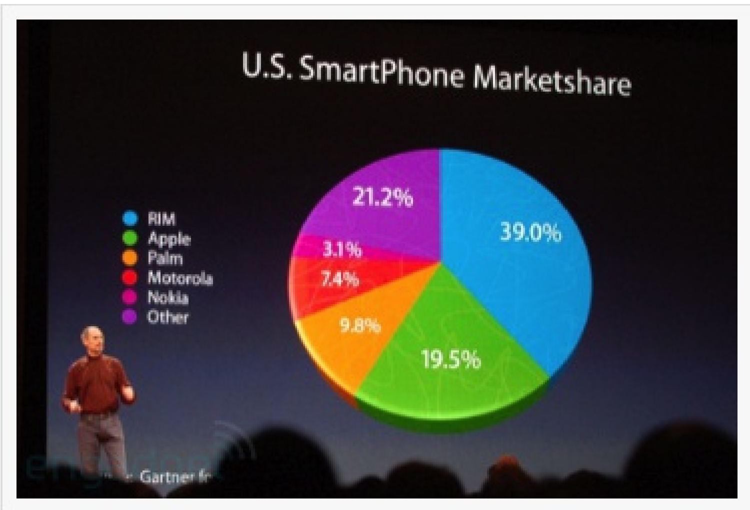
On prend l'effet de taille dans le graphique :

$\frac{70-63-37-26-24}{70} = -\frac{8}{7} = -1,1$

donc le « lie factor » est $\frac{-1,1}{-1,8} = \frac{11}{18} = 0,6$

Je pense que la formulation de la question pouvait prêter à confusion, mais l'exemple de mise en pratique ne devait pas laisser de place à ce genre d'interprétation ; d'autant plus que le sujet du devoir avait été éclairci en classe.
Je profitais de cet exercice pour insister sur deux aspects d'un graphique qui sont souvent négligés lors de la lecture et qui ne sont pourtant pas toujours évidents à énoncer : la population et le caractère considérés.

Le deuxième exercice s'appuyait sur un autre exemple fourni par la même page de Smals Research



Ce diagramme circulaire pouvait être analysé en mesurant les angles, selon le principe de construction défini en cours, mais aussi, en calculant les aires des secteurs. Dans les deux cas, le travail se faisait en traçant sur le polycopié du sujet. La tâche n'étant pas très aisée, j'avais déposé sur l'ENT une version couleur et A3 du document. Cette année, j'ai reconstruit sur tableur le diagramme, mais je n'ai pas su retrouver l'angle d'inclinaison du cylindre par rapport au plan horizontal. Les élèves devaient comparer les secteurs d'Apple (19,5%) et d'"Other" (21,2%).
Le travail sur les angles a donné ce genre de production (2°11, assez forte)

retour au sommaire

Pour le « lie factor » entre « 21,2 % » et « 19,5 » :
- on a, sur le graphique, de 78° à 79° donc la taille de l'effet sur le graphique est : $\frac{79-78}{79} \approx 0{,}013$.
- on a, avec les données, de 19,5 % à 21,2 %, donc la taille de l'effet dans les données est : $\frac{21{,}2-19{,}5}{21{,}2} \approx 0{,}08$

donc le « lie factor » est : $\frac{0{,}013}{0{,}08} = 0{,}1625$. Le graphique est distordu car il n'est pas compris [0,95 ; 1,05], donc la marque utilise cette technique pour faire croire qu'elle a une plus grande importance donc d'être 2e alors qu'elle 3e.

Cette élève (2°10) prétend mesurer les angles, mais elle fournit en fait les angles que l'on calcule pour construire le diagramme. Elle ne devrait pas trouver de distorsion, et pourtant.

1) Pour construire un diagramme circulaire il suffit de faire correspondre à chaque effectifs, pourcentage ou fréquence un angle de mesure proportionnelle.

2) Je mesure les angles de :

21,2 = 360 × 21,2 ÷ 100 = 76,32°
19,5 = 360 × 19,5 ÷ 100 = 70,20°

donc : $\frac{76{,}32-70{,}20}{76{,}32} \approx 75{,}40$

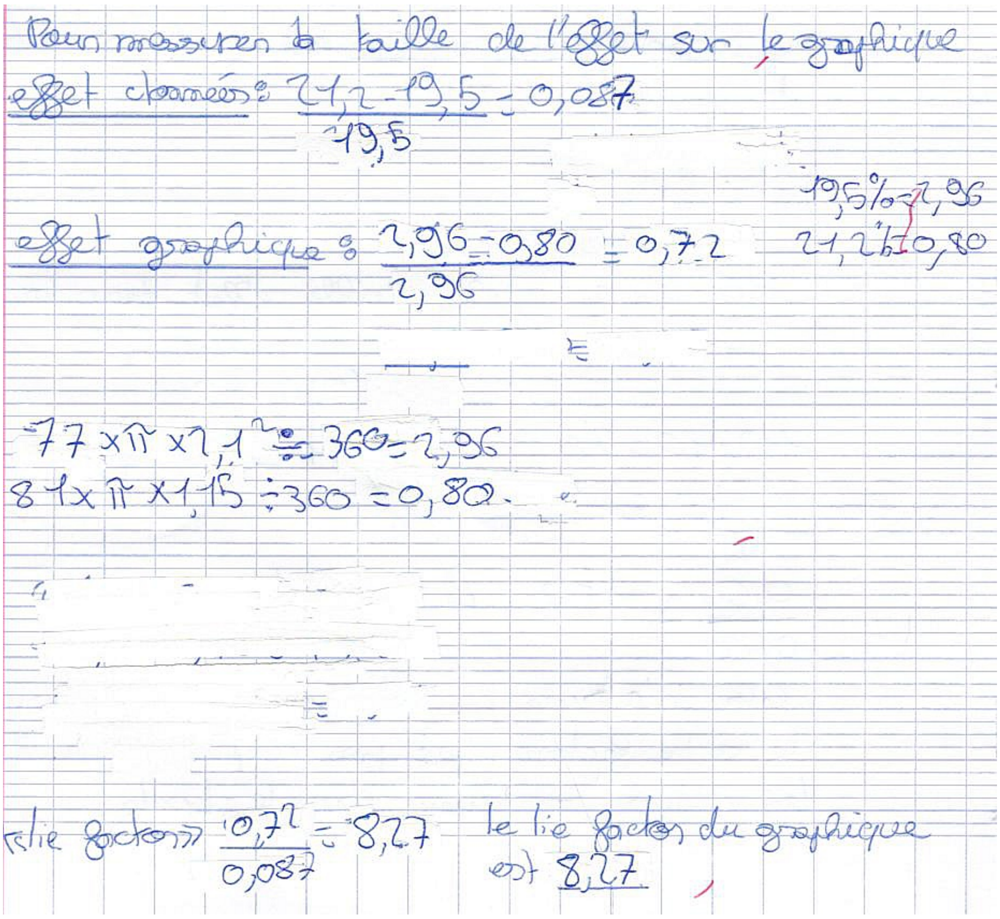
La taille de l'effet sur le graphique est égale à environ 75,40.

3) donné : $\frac{19{,}5-21{,}2}{19{,}5} \approx 18{,}41$ graphique : $\frac{76{,}32-70{,}20}{76{,}32} \approx 75{,}40$

ces valeurs ne correspondent pas

donc le lie factor est : $\frac{75{,}40}{18{,}41} \approx 4$

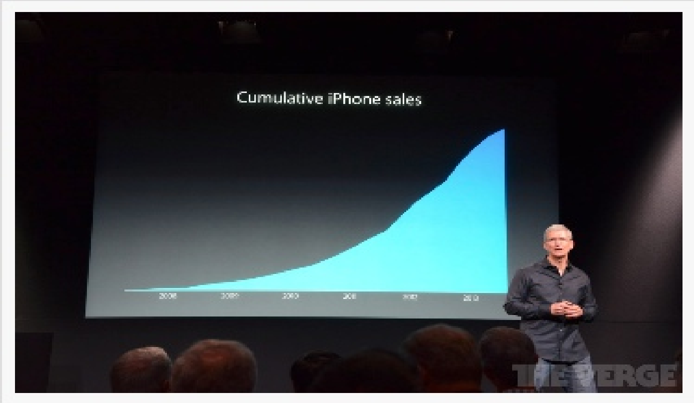
Les valeurs (première et seconde) n'ont pas été clairement identifiées, donc le calcul donne une distorsion importante. Peut-être que, comme Tufte utilise les mêmes mots pour des nombres différents, il serait bon de choisir d'autres termes plus évocateurs. Quoiqu'il en soit, la mesure au rapporteur ne s'est pas imposée comme une évidence. Le premier trimestre, en Seconde, est encore une période où les initiatives ne vont pas de soi. Par ailleurs, la demande d'explications sur les DM n'était pas toujours la même dans les deux classes : les élèves les plus forts sont aussi souvent ceux qui ont le plus de questions...
Les données étant relativement proches (8 % d'écart relatif de la plus petite à la plus grande), le calcul du « lie factor » montrait une distorsion relativement importante. Les mesures au rapporteur ne pouvant prétendre à une grande précision, on pouvait se demander si cette distorsion n'était pas due à cette imprécision. C'est pour cela que j'avais suggéré à certains élèves de recourir à un calcul d'aire, vu que les deux secteurs n'ont pas le même rayon.


Pour mesurer la taille de l'effet sur le graphique
effet données : $\frac{21,2-19,5}{19,5} = 0,087$
$19,5\% \to 2,96$
$21,2\% \to 0,80$
effet graphique : $\frac{2,96-0,80}{2,96} = 0,72$
$77 \times \pi \times 2,1^2 \div 360 = 2,96$
$81 \times \pi \times 1,15 \div 360 = 0,80$
« lie factor » $\frac{0,72}{0,087} = 8,27$ le lie factor du graphique est 8,27

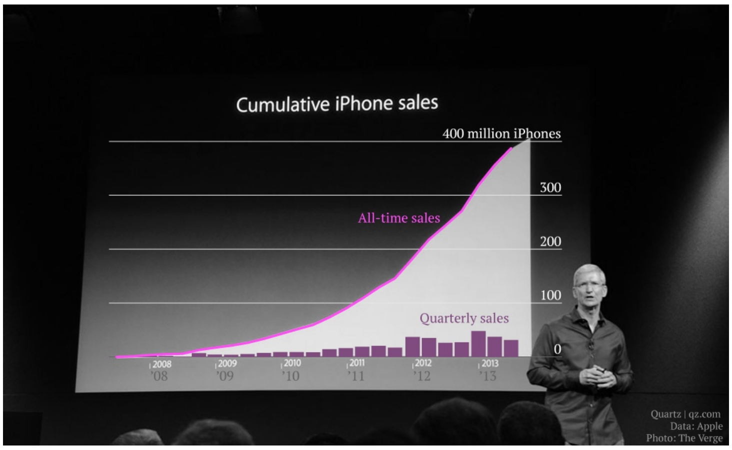
(Le travail a ici été rafistolé après l'indication sur les aires)

L'aide du professeur n'a donc pas été la même pour tous, mais comme j'évalue les DM par compétences, cela n'a pas impacté la note finale. Il faudrait peut-être demander dans l'énoncé de calculer le « lie factor » sur les angles et sur les aires et comparer les résultats. C'est le genre d'attitude que l'on peut légitimement attendre d'un lycéen : porter un regard critique sur son travail pour éviter des conclusions hâtives. Une tentation très forte chez nos élèves (voire le troisième exercice) est de surinterpréter. C'est aussi le reproche que l'on peut parfois faire aux médias dans leur utilisation des résultats statistiques. Soyons prudents avec les données numériques !

Le troisième exercice fournissait un diagramme moins courant dans les manuels de Seconde. Et pour cause, la firme à la pomme avait produit une courbe donnant en fonction de l'année (entre 2008 et 2012), le total des ventes cumulées depuis 2008 : on obtient nécessairement la courbe d'une fonction croissante sur toute la période.



Ce dernier exemple était là pour insister sur la pertinence des représentations. J'avais donc complété cette figure par le deuxième graphique qui l'accompagne sur Smals Research (ci-dessous).



Il était demandé aux élèves d'estimer les augmentations entre 2011 et 2012 puis entre 2012 et 2013 et de constater que cette courbe, qui semble montrer une forte progression des ventes cache une réalité plus terne, comme l'indiquent les petites barres. La question de la plus forte augmentation était quelque peu insidieuse : un certain nombre d'élèves s'en est tenu à la variation absolue. Mais la variation relative sur les données cumulées n'est pas forcément pertinente non plus.

2) Contrairement à la fausse impression que pourrait donner la courbe représentant les ventes d'iphones cumulées (c'est-à-dire les nouvelles ventes ajoutées aux précédentes), le diagramme en bâtons révèle que l'augmentation la plus forte n'a pas été celle de 2012 à 2013 mais celle de 2011 à 2012. En effet, il semble que les ventes aient doublé de 2011 à 2012, tandis qu'elles ont légèrement augmenté de 2012 à 2013.

Calculs ?

retour au sommaire

2) De 2011 à 2012, le nombre d'iphones vendus passe de 100 millions à 200 millions.

Pourcentage d'augmentation = ((valeur d'arrivée - valeur de départ) / valeur de départ) × 100

= ((200 000 000 - 100 000 000) / 100 000 000) × 100

= 100 % d'augmentation.

De 2012 à 2013, le nombre d'iphones vendus passe de 200 millions à 320 millions.

Pourcentage d'augmentation = ((valeur d'arrivée - valeur de départ) / valeur de départ) × 100

= ((320 000 000 - 200 000 000) / 200 000 000) × 100

= 60 % d'augmentation.

Le pourcentage d'augmentation est largement supérieur de 2011 à 2012 que celui de 2012 à 2013 (100 % > 60 %)

En tout cas, pour donner une conclusion appropriée, les langues se sont déliées :

Sur le 1er graphique, Apple souhaite duper le public en indiquant une forte hausse de vente. En réalité, elle représente toutes les ventes d'iphone depuis la création de ce produit, une courbe qui ne peut qu'être croissante. Le graphique rajouté l'évolution réelle des ventes par période, une progression qui stagne en indiquant des réelles ventes peu impressionnantes.

Finalement, j'ai trouvé ce troisième exercice trop compliqué pour des élèves de Seconde et j'ai choisi de le supprimer cette année. Il aurait pu trouver sa place dans le chapitre de ES ou de STMG consacré aux taux d'évolution.

La lecture de graphiques correctement réalisés n'est jamais chose aisée : les informations de premier niveau (lecture directe) sont souvent bien perçues, celles de second niveau (interprétation des données, mode de construction) donnent parfois lieu à des contresens. Si, en plus, on fournit aux citoyens des graphiques mal construits, la lecture est une vraie gageure. Mon objectif était que les élèves prennent conscience qu'une information aux apparences mathématiques n'est pas forcément plus sérieuse qu'une autre et que l'école fournit des outils pour la décrypter. Ce type de travail dans lequel les élèves ont plus de latitude (beaucoup de contenu informationnel, quelques questions pas trop directives) leur donne souvent des ailes et devient, pour certains élèves, l'occasion de s'exprimer de façon plus personnelle, au travers d'opinions parfois tranchées ou d'une recherche mathématique plus ou moins aboutie.

retour au sommaire

Annexe : Le sujet du DM

<u>Infos</u>

Info 1 : Consulter la page « Apprendre à lire les graphiques en statistique et les erreurs ou méthodes de manipulation » (à saisir dans un moteur de recherche) (http://www.etquefaire.fr/Articles/apprendre-a-lire-les-graphiques-en-statistique-et-les-erreurs-ou-methodes-de-manipulation.php)

Info 2 : le « lie factor »

Pour pouvoir mesurer à quel point un graphique est une distorsion de la réalité, Edward Tufte, auteur majeur dans le domaine de la visualisation de l'information, a défini le concept de "*lie factor*" (que l'on pourrait traduire par facteur de mensonge) de la façon suivante :

$$\text{lie factor} = \frac{\text{taille de l'effet dans le graphique}}{\text{taille de l'effet dans les données}}$$

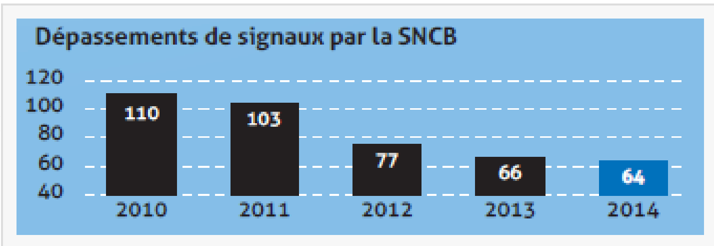
avec $\text{taille de l'effet} = \dfrac{\text{seconde valeur} - \text{première valeur}}{\text{première valeur}}$ si $\text{seconde valeur} > \text{première valeur}$

et $\text{taille de l'effet} = \dfrac{\text{première valeur} - \text{seconde valeur}}{\text{première valeur}}$ si $\text{première valeur} > \text{seconde valeur}$

Un "lie factor" de 1 indique donc qu'il n'y a pas de distorsion. Tufte estime que ce facteur doit rester entre 0,95 et 1,05 pour assurer l'intégrité de la visualisation.

<u>Exercice 1</u>

La SNCB (Société Nationale des Chemins de fer Belges) a mesuré sur cinq années le nombre de dépassements de signaux (pour simplifier : le train passe au feu rouge) et a produit le graphique ci-contre.



Exemple de calcul du « lie factor » pour ce graphique :

Pour l'évolution entre 2011 et 2012 :

- on passe, avec les données, de 103 à 77 donc la taille de l'effet dans les données est : $\dfrac{103-77}{103} \approx 0,25$

- on passe, sur le graphique, de $103-40=63$ à $77-40=37$ donc la taille de l'effet dans le graphique est : $\dfrac{63-37}{63} \approx 0,70$

donc le « lie factor » est : $\dfrac{0,7}{0,25} = 2,8$

Questions :

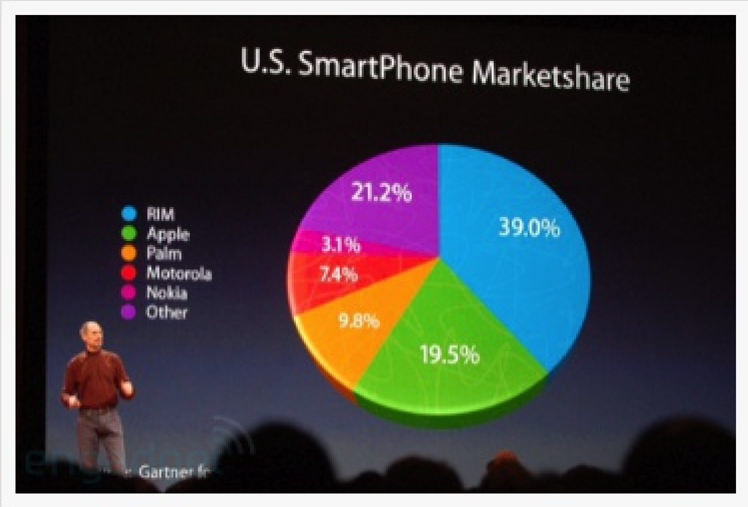
1. Quels sont la population et le caractère considérés ?

2. Calculer le « lie factor » pour la période de 2010 à 2014. Commenter.

<u>Exercice 2</u>

Lors d'une de ses célèbres « keynotes », la marque « Apple » a diffusé ce document pour présenter la répartition du marché des smartphone aux Etats-Unis.

retour au sommaire



1. Rappeler le principe de construction d'un tel diagramme.

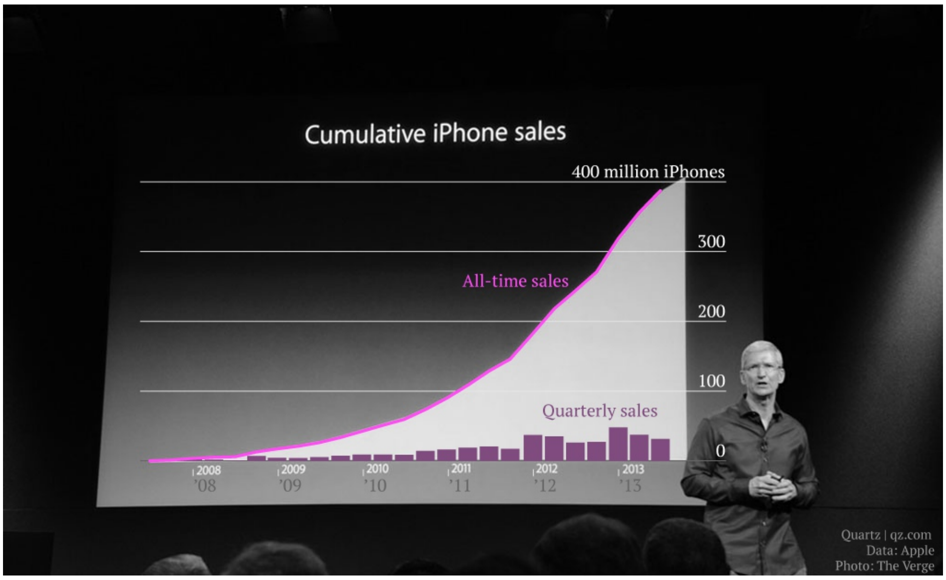
2. En mesurant sur la figure, comparer l'importance des secteurs « 21,2 % » et « 19,5 % » en calculant la « taille de l'effet sur le graphique ».

3. Calculer le « lie factor ».

Exercice 3

La même marque a voulu impressionner ses actionnaires avec des résultats de ventes en affichant le graphique ci-contre.

Un décodeur d'information américain a repris et complété cette image pour améliorer sa lisibilité :



1. Quel élément utile manquait sur le premier graphique ?

2. Quelle est l'augmentation la plus forte : celle de 2011 à 2012 ou celle de 2012 à 2013 ? Commenter.

retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

LE BILLARD CIRCULAIRE

Alain Satabin

Énoncé du problème

Dans un billard à bord circulaire sont placées deux billes distinctes *A* et *B*. Le problème consiste à trouver les points *M* de la circonférence où la bille *A* doit aller rebondir, sans effet, pour aller ensuite choquer la bille *B*.

Restrictions et notations

Les billes sont représentées par des points sans dimension du plan (noté P) et le bord du billard correspond au cercle *C* de centre *O* et de rayon 1. On supposera par ailleurs qu'aucune des deux n'est au centre du billard, cas où le problème devient trivial (les deux points de rebond possibles sont alignés sur les deux billes).

Posons OA = *a* et OB = *b*. Le problème étant symétrique, on peut supposer que $0<a\leqslant b<1$.

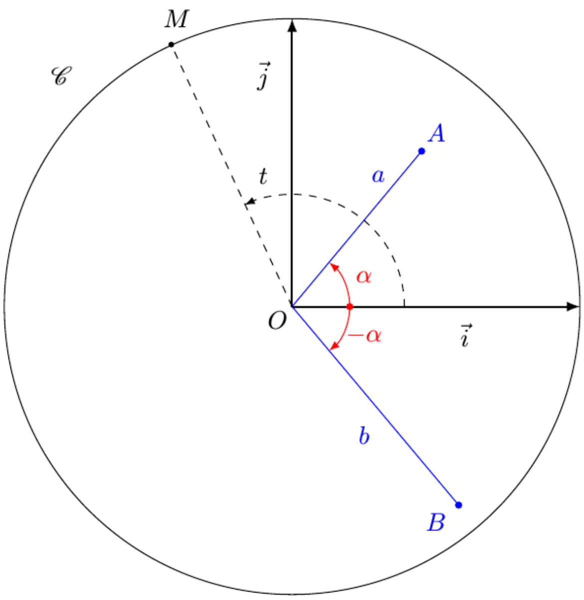
Posons $\widehat{\left(\overrightarrow{OB}\ ,\ \overrightarrow{OA}\right)}=2\ \alpha\ [2\pi]$.

Quitte à symétriser la figure, on peut supposer que $\alpha\in[0\,;\frac{\pi}{2}]$.

Prenons le vecteur $\vec{i}$ unitaire tel que $\widehat{\left(\vec{i}\ ,\ \overrightarrow{OA}\right)}=\alpha\ [2\pi]$ et $\vec{j}$ tel que $\mathrm{R}=\left(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$ soit orthonormé direct. Pour $M\in\mathrm{C}$, on note *t* son angle polaire avec $t\in]-\pi\ ,\ +\pi]$.

L'ensemble des points *M* solutions du problème sera noté S et l'ensemble des arguments $t\in]-\pi\ ,\ +\pi]$ solutions sera noté E. On a donc $\mathrm{S}=\left\{e^{it}\ ;\ t\in\mathrm{E}\right\}$.

Nous avons donc la situation suivante :



Par la suite, nous noterons S_Δ la réflexion d'axe Δ et $R_{K,\theta}$ la rotation de centre K et d'angle θ .

Analyse du problème

En vertu de la loi de réflexion de Descartes, $M\in\mathrm{S}$ si et seulement si la droite (OM), normale au bord du billard, est bissectrice de l'angle formé par les demi-droites $[MA)$ et $[MB)$; c'est-à-dire lorsque la réflexion $S_{(OM)}$ transforme la demi-droite $[MA)$ en la demi-droite $[MB)$.

retour au sommaire

En posant $A'=S_{(OM)}(A)$, on a $OA'=OA$, ce qui signifie que A' est situé à l'intérieur du cercle C et donc $M\in$ S si et seulement si $MA'B$ sont alignés. Cela équivaut à dire que les vecteurs $\overrightarrow{MA'}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont colinéaires (nécessairement de même sens).

En remarquant que $S_{(OM)}\circ S_{(Ox)}=R_{O\,,\,2t}$ on obtient $S_{(OM)}=R_{O\,,\,2t}\circ S_{(Ox)}$.

Ce qui permet de voir que $S_{(OM)}$ est associé à la transformation complexe : $\begin{cases} \mathbb{C} \to \mathbb{C} \\ z \to \bar{z}.e^{2it} \end{cases}$

L'affixe de *A* étant $a\cdot e^{i\alpha}$, celle de *A'* est donc $a\cdot e^{i(2t-\alpha)}$ et on déduit que :

$\overrightarrow{MA'}$ et $\overrightarrow{MB'}$ colinéaires $\Leftrightarrow$ $(z_{A'}-z_M)\overline{(z_B-z_M)}\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ $(a\cdot e^{i(2t-\alpha)}-e^{it})(b\cdot i^{i\alpha}-e^{-it})\in\mathbb{R}$

Cela permet d'obtenir une condition nécessaire et suffisante pour que l'argument t convienne :

$$\boxed{t\in E \Leftrightarrow a\,b\,e^{2it}-a\,e^{i(t-\alpha)}-b\,e^{i(t+\alpha)}\in\mathbb{R}}\text{(i)}$$

Résolution du problème

Une traduction géométrique de la condition

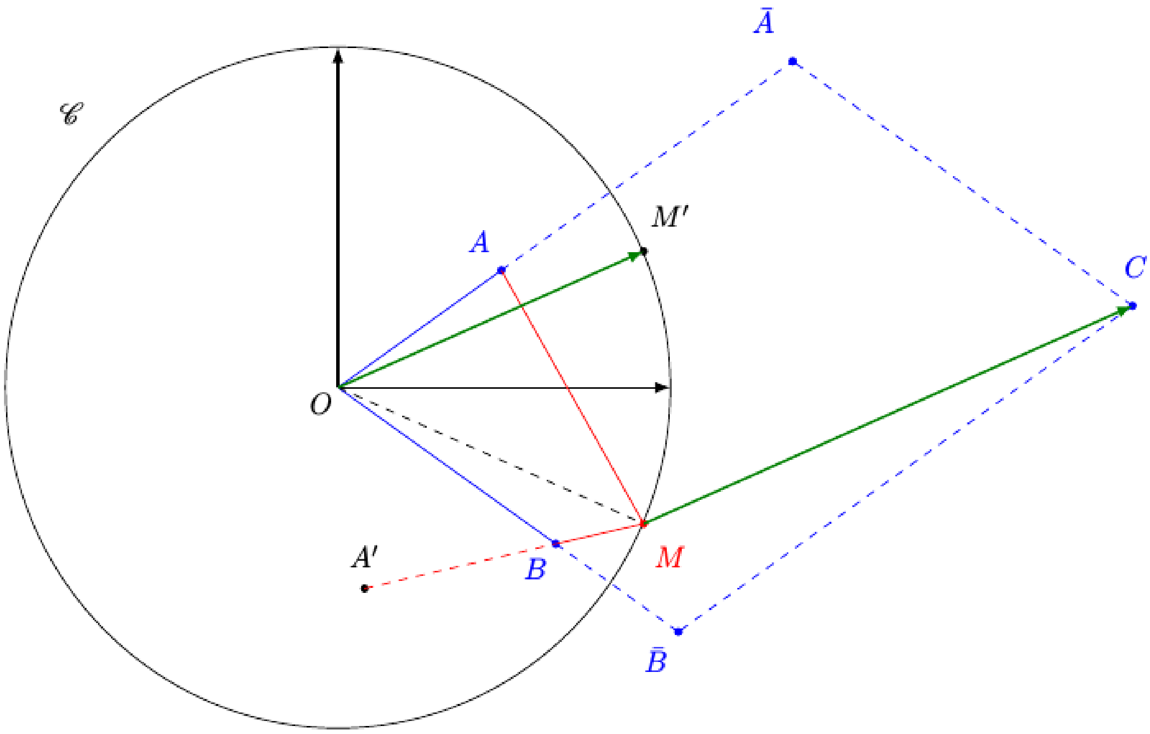
En divisant par (-*ab*) et en mettant e^{it} en facteur, la condition (i) peut également s'écrire :

$t\in E \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}e^{i\alpha}+\frac{1}{b}e^{-i\alpha}-e^{it}\right)\cdot e^{it}\in\mathbb{R}$ (ii)

Considérons l'inversion unitaire de pôle *O* : $\sigma\begin{cases} \mathbb{C} \to \mathbb{C} \\ z \to \frac{1}{\bar{z}} \end{cases}$

$\bar{A}=\sigma(A)$ et $\bar{B}=\sigma(B)$ ont respectivement pour affixes $\frac{1}{a}e^{i\alpha}$ et $\frac{1}{b}e^{i\alpha}$ et le point C tel que $O\bar{A}C\bar{B}$ est un parallélogramme a pour affixe $\frac{1}{a}e^{i\alpha}+\frac{1}{b}e^{i\alpha}$.

En considérant *M'* le symétrique de *M* par rapport à (Ox), d'affixe e^{-it}, on remarque que (ii) traduit le fait que les vecteurs $\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{OM'}$ sont colinéaires, ou encore que (*OM'*) // (*MC*).



$M \in \mathsf{S} \Leftrightarrow M \in \mathsf{C} \cap \mathsf{H}$ avec $\mathsf{H} = \left\{ M \in \mathsf{P};\ \overrightarrow{MC} \text{ et } \overrightarrow{OS_{(Ox)}(M)} \text{ colinéaires} \right\}$ (iii)

Remarque générale sur l'ensemble H

Soit *K*(*e*,*f*) le milieu de $[\bar{A}\ \bar{B}]$; le point *C* a alors pour coordonnées (2*e* , 2*f*) et on a :

$$M(x,y) \in \mathsf{H} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} \text{ et } \overrightarrow{OM'} \text{ colinéaires} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & x-2e \\ -y & y-2f \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2\,x\,y - 2\,f\,x - 2\,y\,e = 0$$

ce qui donne l'équation de H :

$$\boxed{\mathsf{H} = \{M(x,y) \in \mathsf{P};\ y(x-e) = f\,x\}} \text{(iv)}$$

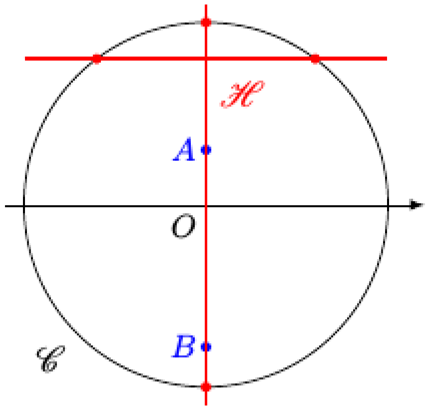
Par ailleurs, les affixes de $\bar{A}$ et $\bar{B}$ exprimées au §[4.1] permettent d'obtenir les coordonnées de K :

$$\boxed{e = \frac{b+a}{2\,a\,b}\cos(\alpha) \quad \text{et} \quad f = \frac{b-a}{2\,a\,b}\sin(\alpha)} \text{(v)}$$

Remarquons au passage qu'avec les conventions du §[2], *e* et *f* sont positifs ou nuls.

Analysons tout d'abord les cas où l'un au moins est nul.

Cas où $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$



Cela correspond au cas où $O \in [A\quad B]$.

On a *e* = 0 et H est alors la réunion des droites $x = 0$ et $y = f = \dfrac{b-a}{2\,a\,b}$.

Suivant la position de la droite horizontale, nous avons 2 ou 4 solutions.

Remarquons que le point (0 ; -1) ne constitue pas une solution physique car la bille *A* passerait au travers de la bille *B* avant d'aller rebondir, mais dans le cadre de l'étude mathématique nous conviendrons de garder ce type de solution.

$$\begin{cases} \text{si } \alpha = \dfrac{\pi}{2} \text{ et } \dfrac{b-a}{2\,a\,b} \geqslant 1 & \mathsf{E} = \left\{-\dfrac{\pi}{2} ; \dfrac{\pi}{2}\right\} \\ \text{si } \alpha = \dfrac{\pi}{2} \text{ et } \dfrac{b-a}{2\,a\,b} < 1 & \mathsf{E} = \left\{-\dfrac{\pi}{2} ; \dfrac{\pi}{2} ; \arcsin\left(\dfrac{b-a}{2\,a\,b}\right) ; \pi - \arcsin\left(\dfrac{b-a}{2\,a\,b}\right)\right\} \end{cases} \text{(vi)}$$

Cas où $\alpha = 0$

Cela correspond au cas où $A \in [O\ B]$. On a *f* = 0 et H est alors la réunion des droites $y = 0$ et $x = e = \dfrac{a+b}{2\,a\,b}$.

Or $0 < a \leqslant b < 1 \Rightarrow a(1-b) + b(1-a) > 0 \Rightarrow a + b > 2\,a\,b \Rightarrow \dfrac{a+b}{2\,a\,b} > 1$

La droite $x = e$ n'intersecte pas C et il n'y a que les deux points $(-1\ ;\ 0)$ et $(1\ ;\ 0)$ qui conviennent.

$$\boxed{\text{si } \alpha = 0 \quad \mathsf{E} = \{0\ ;\ \pi\}} \text{(vii)}$$

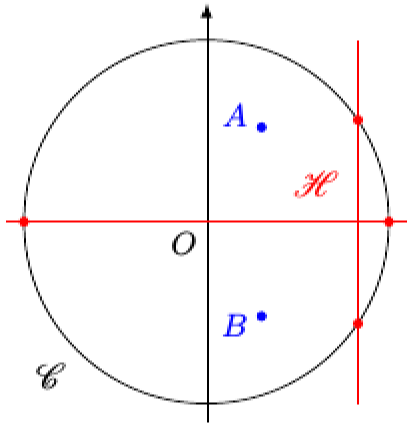
retour au sommaire

Cas où *a* = *b*

Ce cas peut-être réalisé simultanément avec le cas $\alpha=\frac{\pi}{2}$, mais pas avec le cas $\alpha=0$ puisque $A\neq B$.
A et *B* sont équidistants de *O* et on a *f* = 0.

H est la réunion des droites $y=0$ et $x=e=\frac{\cos(\alpha)}{a}$.

Suivant les valeurs relatives de a et α, nous pouvons avoir 2 ou 4 solutions pour M.



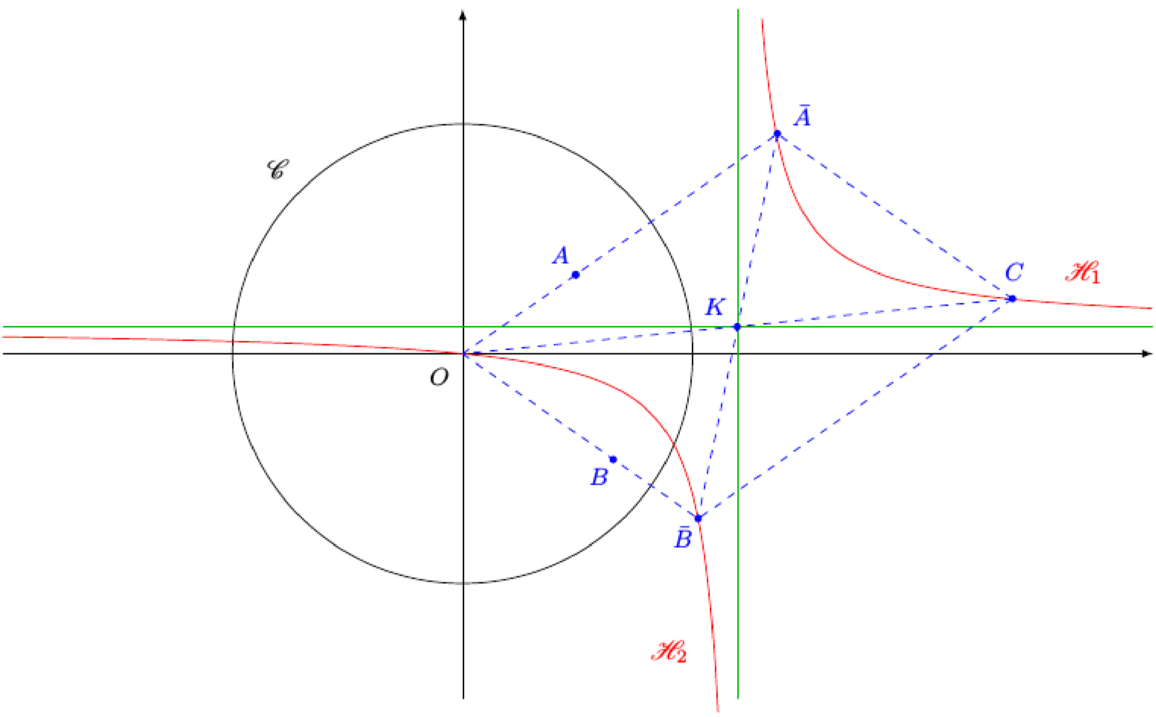
$$\boxed{\begin{cases} \text{si} \quad a=b \quad \text{et} \quad \cos(\alpha)\geqslant a & \mathsf{E}=\{0\ ;\ \pi\} \\ \text{si} \quad a=b \quad \text{et} \quad \cos(\alpha)<a & \mathsf{E}=\left\{0\ ;\ \pi\ ;\ \arccos\left(\frac{\cos(\alpha)}{a}\right);\ -\arccos\left(\frac{\cos(\alpha)}{a}\right)\right\} \end{cases}} \text{(viii)}$$

Le cas général : e ≠ 0 et f ≠0
Ce cas élimine les 3 cas particuliers examinés précédemment.

La courbe H est alors une hyperbole d'équation $y=\frac{f\,x}{x-e}$ d'asymptotes $x=e$ et $y=f$, et de centre $K(e\ ;\ f)$.

Il est clair que $O\in$H, de même que *C* qui est son symétrique par rapport à *K*.

Par ailleurs, en remplaçant l'affixe de $\bar{A}\left(\frac{1}{a}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\alpha}\right)$ dans l'expression (ii), on obtient $\frac{1}{a\,b}$ qui est bien réel. Donc $\bar{A}\in$H, et de même $\bar{B}$ qui est son symétrique par rapport à K.



Il est clair que la branche d'hyperbole H_2 passant par *O* coupe toujours *C* en 2 points qui fournissent deux solutions au problème posé.
Pour étudier l'éventualité d'autres points solutions, calculons la distance de *O* à la branche d'hyperbole H_1 ne passant pas par O.

Pour $x>e$ et $M\left(x\ ;\ \frac{f\,x}{x-e}\right)$ un point de H_1, posons $\phi_{e,f}(x)=OM^2=x^2+\left(\frac{f\,x}{x-e}\right)^2$.

On cherche à déterminer $\mu_{e,f}=(\mathrm{d}(O\ ;\ H_1))^2=min_{]e\,;\,+\infty[}(\phi)$

On a $\phi'(x)=2\,x+2\left(\frac{f\,x}{x-e}\right)\left(\frac{-\,e\,f}{(x-e)^2}\right)=2\,\frac{x\,(x-e)^3-e\,f^2\,x}{(x-e)^3}=\frac{2\,x}{(x-e)^3}\,((x-e)^3-e\,f^2)$

comme $(x-e)^3-e\,f^2=\left(x-e-\sqrt[3]{e\,f^2}\right)\left((x-e)^2+(x-e)\,\sqrt[3]{e\,f^2}+\sqrt[3]{e^2\,f^4}\right)$

$\phi'(x)$ a le même signe sur $]e\ ;\ +\infty[$ que $\left(x-e-\sqrt[3]{e\,f^2}\right)$ et donc ϕ atteint un minimum en $x_{min}=e+\sqrt[3]{e\,f^2}$ et ce minimum vaut :

$$\mu_{e,f}=\phi\left(e+\sqrt[3]{e\,f^2}\right)=\left(e+\sqrt[3]{e\,f^2}\right)^2+\left(\frac{\left(e+\sqrt[3]{e\,f^2}\right)f}{\sqrt[3]{e\,f^2}}\right)^2=\left(e+\sqrt[3]{e\,f^2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{e^2\,f}+f\right)^2$$

en mettant $\sqrt[3]{e}$ (resp. $\sqrt[3]{f}$) en facteur dans la 1re (resp. 2e) parenthèse, on obtient :

$$\mu_{e,f}=\sqrt[3]{e^2}\left(\sqrt[3]{e^2}+\sqrt[3]{f^2}\right)^2+\sqrt[3]{f^2}\left(\sqrt[3]{e^2}+\sqrt[3]{f^2}\right)^2=\left(\sqrt[3]{e^2}+\sqrt[3]{f^2}\right)^3$$

et comme $H_1\cap C=\emptyset \Leftrightarrow \mu_{e,f}>1$ on obtient le résultat général suivant :

$$\boxed{\text{pour }\ e\times f\neq 0\ \begin{cases}\text{si }\ \sqrt[3]{e^2}+\sqrt[3]{f^2}>1 & \text{card}(S)=2\\ \text{si }\ \sqrt[3]{e^2}+\sqrt[3]{f^2}=1 & \text{card}(S)=3\\ \text{si }\ \sqrt[3]{e^2}+\sqrt[3]{f^2}<1 & \text{card}(S)=4\end{cases}}\ \text{(ix)}$$

Remarques sur les cas particuliers
Dans les 3 cas particuliers examinés précédemment l'hyperbole est "dégénérée" et ramenée à ses asymptotes.
On remarquera que le cas $\alpha=0$ (voir vii) satisfait à (ix) car $f=0$ et $e>1$.
Pour le cas $\alpha=\frac{\pi}{2}$ (voir vi), il satisfait à (ix) si on convient que pour $f=1$ la solution $\frac{\pi}{2}$ est "double" car le point correspondant appartient aux deux droites.
De même pour le cas $a=b$ (voir viii), il satisfait à (ix) si on convient que pour $e=1$ la solution π est "double" car le point correspondant appartient aux deux droites.

Une conclusion plus visuelle
L'astroïde **A** inscrite dans **C** dont les points de rebroussement sont sur les axes a pour équation :

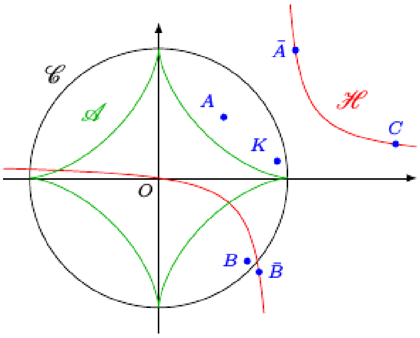
$$\text{A: }\ \sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}=1$$

Les conditions apparaissant dans la conclusion (ix) situent le point *K* par rapport à *A*.
On obtient ainsi le résultat suivant :

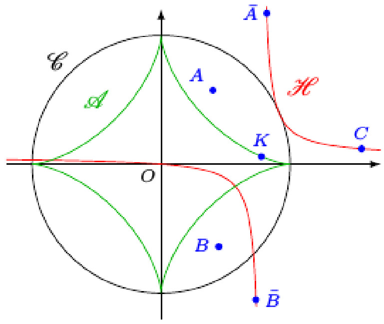
soit *C* le bord du billard et O son centre ; soient $\overline{A}$ et $\overline{B}$ les images par l'inversion unitaire de pôle *O* des billes *A* et *B* ; soit *K* le milieu de $[\overline{A}\ \overline{B}]$; et soit A l'astroïde inscrite dans *C* dont les points de rebroussement sont sur les bissectrices des droites (OA) et (OB)

- le problème comporte 2 solutions si le point *K* est situé à l'extérieur de *A* ;
- le problème comporte 3 solutions si le point *K* est situé sur *A* ;
- le problème comporte 4 solutions si le point *K* est situé à l'intérieur de *A*.

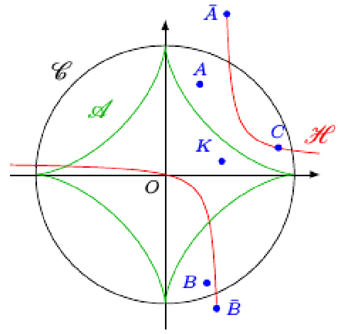
retour au sommaire



cas à 2 solutions



cas à 3 solutions



cas à 4 solutions

Calculabilité et traçabilité des solutions

Nous nous plaçons dans cette section en dehors des cas particuliers, ce qui signifie que *e* et *f* sont non nuls.

Expression des solutions

D'après (iii) et (iv), on a : $M(x\,,\,y)\in \mathrm{S} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=1 \\ y(x-e)=x\,f \end{cases}$

Comme $e\times f\neq 0$, $(x-e)$ ne peut être nul et en multipliant la première équation par $(x-e)^2$, on obtient :

$$\boxed{M(x\,,\,y)\in \mathrm{S} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(x-e)^2+x^2f^2-(x-e)^2=0 \\ y(x-e)=x\,f \end{cases}} \text{(x)}$$

L'équation polynomiale en *x* étant du quatrième degré, elle est soluble par radicaux.

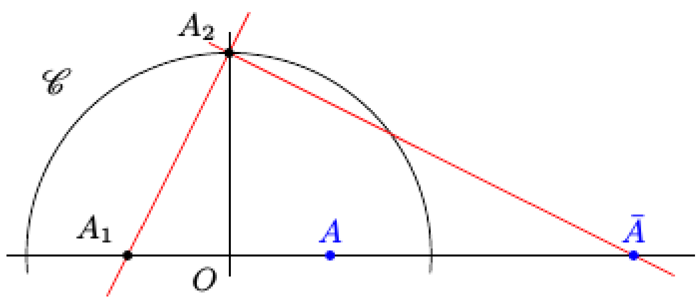
D'où le résultat :

Les coordonnées des solutions du problème peuvent être exprimées en valeur exacte.

Construction du point C

Le point $\bar{A}$ est entièrement défini par le fait que $OA\bar{A}$ sont alignés dans cet ordre et $OA\times O\bar{A}=1$.

Rappelons que dans un triangle rectangle, le carré de la hauteur issue de l'angle droit est égale au produit des projetés des côtés sur l'hypoténuse.



En considérant le point A_1 symétrique de *A* par rapport à *O* et un point A_2 à l'intersection de C et de la médiatrice de $[A\ A_1]$, le point $\bar{A}$ se trouvent par conséquent à l'intersection de la droite (OA) et de la perpendiculaire en A_2 à la droite (A_1A_2) (A_1A_2).

On construit ainsi à la règle et au compas les points $\bar{A}$ et $\bar{B}$, puis le point *K* milieu de $[\bar{A}\ \bar{B}]$ et enfin le point C.

retour au sommaire

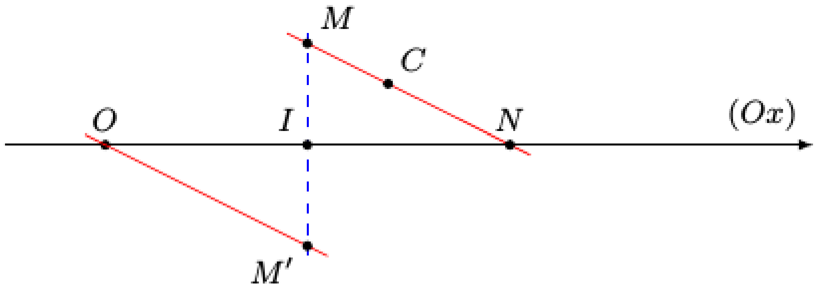
Une construction de H point par point

H a été défini en (iii) par $\mathrm{H}=\left\{M \in \mathrm{P} ; \overrightarrow{MC} \text{ et } \overrightarrow{OS_{(Ox)}(M)} \text{ colinéaires}\right\}$ où (Ox) est la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{AOB}$.

Si $M \in \mathrm{H}$, alors (OM') // (CM) en posant $M'=S_{(Ox)}(M)$

Remarquons que la droite (CM) ne peut être parallèle à (Ox) car alors on aurait $M' \in (Ox)$, et donc $M \in (Ox)$, et donc $C \in (Ox)$. Ce qui est exclu puisque $f \neq 0$.

Soit N le point d'intersection de (CM) et (Ox) et I le milieu de $[M\ M']$.



La symétrie de centre I transforme M en M', et donc transforme la droite (MN), alias (MC), en une parallèle passant par M', c'est à dire en (OM').

Comme cette symétrie laisse (Ox) globalement invariante, elle transforme $(MN) \cap (Ox)$ en $(OM') \cap (Ox)$, et donc N en O.

On en déduit que I est le milieu de $[O\ N]$ et que donc (MM') est la médiatrice de $[O\ N]$.

Réciproquement, soit N un point de (Ox), différent du projeté de C, et M le point d'intersection de la médiatrice de $[ON]$ et de la droite (CN)

le point $M'=S_{(Ox)}(M)$ est tel que $OMNM'$ est un losange puisque $[ON]$ et $[MM']$ sont respectivement médiateur l'un de l'autre

donc (OM') // (MN) et comme $(MN)=(MC)$ on en déduit que (OM') // (MC), et donc que $M \in \mathrm{H}$.

Après avoir construit les points $\bar{A}$, $\bar{B}$ et C, et la droite (Ox), on peut construite H point par point en déplaçant un point N sur (Ox), différent du projeté de C, et en construisant les points M intersection de (NC) et de la médiatrice de $[ON]$.

En affinant la construction à l'approche de C, on obtient une construction « par tâtonnement » des points solutions du problème.

Constructibilité des solutions à la règle et au compas

Considérons le cas particulier suivant :

$$a=\frac{2\sqrt{33}}{5\left(\sqrt{33}+1\right)} \approx 0{,}341 \qquad b=\frac{2\sqrt{33}}{5\left(\sqrt{33}-1\right)} \approx 0{,}484 \qquad \alpha=\arccos\left(\frac{1}{10}\right) \approx 1{,}471$$

Les modules et le cosinus de l'argument s'exprimant avec les opérations élémentaires et des racines carrées d'entiers, les points A et B correspondant sont constructibles à la règle et au compas à partir des points $(0;0)$ et $(1;0)$, ainsi que la droite (Ox) et les points $\bar{A}$, $\bar{B}$, K et C.

La condition (i) traduisant le fait que l'argument t convient s'écrit aussi, en annulant la partie imaginaire :

retour au sommaire

$$(b+a)\cos(\alpha)\sin(t)+(b-a)\sin(\alpha)\cos(t)=a\,b\,\sin(2\,t)$$

Les valeurs particulières considérées ici donnent :

$$\sin(\alpha)=\frac{\sqrt{33}\sqrt{3}}{10}\qquad b+a=\frac{33}{40}\qquad b-a=\frac{\sqrt{33}}{40}\qquad a\,b=\frac{33}{200}$$

En remplaçant, on obtient :

$$t\in \mathrm{E} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin(t)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t)=\sin(2\,t) \Leftrightarrow \sin\left(t+\frac{\pi}{3}\right)=\sin(2\,t)$$

La résolution de cette équation dans $]-\pi\,,+\pi]$ donne $\mathrm{E}=\left\{-\frac{4\pi}{9}, \frac{2\pi}{9}, \frac{\pi}{3}, \frac{8\pi}{9}\right\}$

Si les solutions du problème posé étaient constructibles à la règle et au compas à partir des positions des billes A et B, ce cas particulier prouverait qu'il est possible de construire l'angle $\frac{\pi}{9}$ à la règle et au compas à partir des points $(0;0)$ et $(1;0)$. Construction réputée impossible (voir l'impossibilité de la trisection de l'angle $\frac{\pi}{3}$).

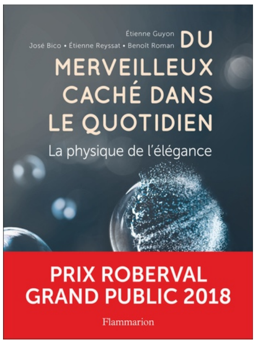
D'une façon générale, les points solutions ne sont pas constructibles à la règle et au compas.

LU POUR VOUS

DU MERVEILLEUX CACHÉ DANS LE QUOTIDIEN

Dans ce livre (ce pavé) de plus de 300 pages, Étienne Guyon, directeur du Palais de la découverte et de l'École normale supérieure, et ses collègues physiciens nous proposent de réapprendre à voir le monde qui nous entoure à partir de six grands chapitres (divisés en 35 sous-chapitres).
En vrac, en voici quelques uns : l'architecture de la Tour Eiffel, les bulles de savon, les chaines et chainettes, les arches, les toiles d'araignées, les oiseaux architectes, les ponts, les tissages et tressages, etc. etc.

Chacun de ces sous-chapitres est richement illustré, et chaque chapitre se termine par une petite expérience facile à réaliser.
En voici une : Roulez des boudins de pâte à modeler de tailles différentes, tout en conservant le rapport longueur/diamètre. Lesquelles tiendront debout ?
On a préparé deux boudins de 5 mm et 1 cm de diamètre et de longueurs respectives 5 cm et 10 cm. Ces colonnes ont la même forme, la petite étant exactement la moitié de la grande. Celle-ci, qui est également la plus large, ne peut pas se tenir droite et ploie lamentablement sous son propres poids, au contraire de la plus petite…



Pour en savoir plus

UN BEAU CADEAU À OFFRIR À NOËL…

retour au sommaire

VU SUR LA TOILE

CRYPTOLOGIE

Gilles Waehren

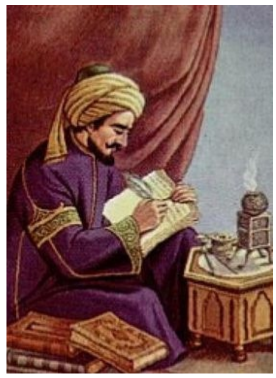
Cette science à la fois jeune pour sa théorie et ancienne pour sa pratique est l'occasion d'activités en classe (certaines déjà proposées dans le Petit Vert) riches et dynamiques. On peut commencer assez tôt (cycle 3) avec le chiffre de César en s'aidant du Matou Matheux. Les exercices de cryptographie sont l'occasion de travailler l'algorithmique de façon débranchée. On pourra aussi manipuler l'un des plus anciens moyens de codage qui est la scytale spartiate proposée dans cette section de apprendre-en-ligne.

Lors de l'utilisation de scytales, comme au jardin des enfants de la science à Metz ou comme dans une BD de Blake et Mortimer, les outils actuels permettent au récepteur du message de se passer de l'outil ayant permis de coder.

Le site dCode.fr sera un outil précieux pour qui cherche à coder/décoder des messages… à condition de connaître la clé de cryptage. Une saisie dans la barre de recherche sur la méthode de codage voulue (par exemple) et on obtient un descriptif assez complet ainsi que des zones de texte à compléter pour coder et décoder.

Quiconque souhaite développer ses connaissances en cryptologie ne peut faire l'impasse sur l'histoire de la machine Enigma : on prendra le temps de visionner cette vidéo d'une dizaine de minutes proposer par la chaîne Numberphile (« The Golden Ratio » ; c'est en anglais, sous-titré, mais c'est tellement bien raconté!). C'est un moyen de comprendre comment l'informatique et sécurisation des données sont devenus primordiaux dès la Seconde Guerre Mondiale. Cette incursion dans le monde anglo-saxon des messages secrets ne saurait être complet sans visiter les pages de Simon Singh , où l'on retrouvera certains de ses ouvrages qui font référence en la matière.

Les activités de codage et de décodage sont des activités mathématiques à part entière qui permettent de développer entre autres compétences, celles de recherche et de persévérance, mais aussi une certaine intuition et une bonne capacité d'analyse. C'est, pour beaucoup d'élèves, des moments de jeux mathématiques. Le site de Thérèse Eveillau donne quelques pistes pour construire des séquences.



Le concours Al-Kindi est aussi une manière haletante (temps limité, compétition) de mobiliser des élèves de la 4ème à la 2de sur des épreuves de cryptanalyse, à faire en classe entière. Pour ceux qui ne connaissent pas ce savant arabe, renommé en son temps, ils pourront mesurer toute la force de sa méthode de décodage par utilisation des statistiques, stratégie très présente encore dans notre actualité de traitement des données. En plus de cet outil d'analyse fréquentielle, md5decrypt met à votre disposition d'autres fonctions assez sophistiquées de chiffrage et de déchiffrage.

gilles.waehren@wanadoo.fr

Nous livrons à votre sagacité un message codé qui a trait à l'enseignement des mathématiques dans le PV N °94 de juin 2008 page 29.

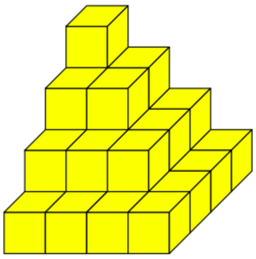
Jean-Louis Nicolas montre comment communiquer en toute sécurité dans la revue Explosion des mathématiques, pages 15 à 18. Alain Satabin nous donne quelques éléments de compréhension de la cryptographie dans Le Petit vert n° 134.

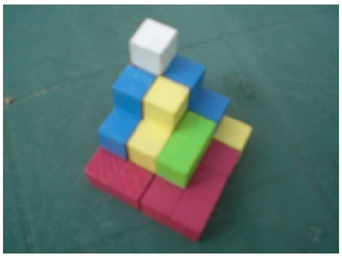
MATHS ET ARTS

UNE PYRAMIDE DE SOL LEWITT À MÜNSTER

François Drouin

Début juillet 2018, les échanges au sein du groupe « Jeux » de l'APMEP ont été riches.





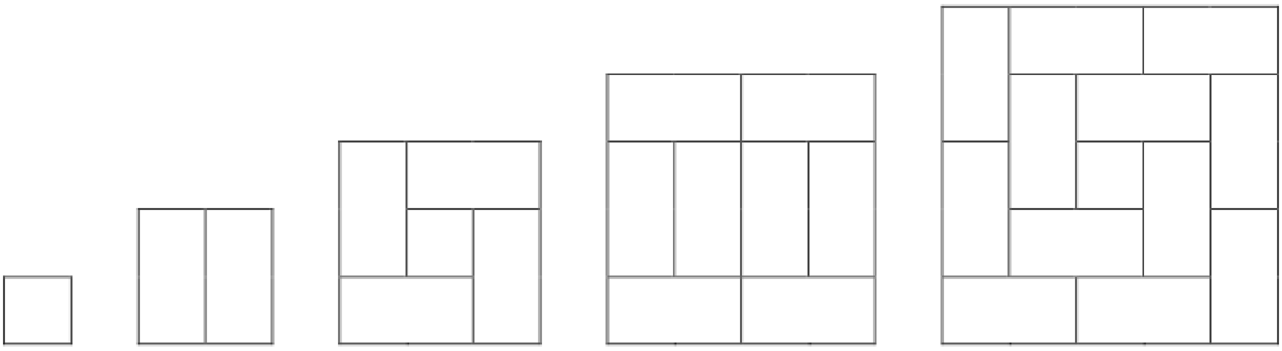
Bruno Alaplantive nous a donné envie de nous intéresser à cette pyramide « presqu'aztèque » formée d'assemblages de pavés de mêmes hauteur *h* et de bases carrées 1×1, 2×2, 3×3, 4×4, etc.

Dominique Cambresy s'est souvenu de cette pyramide installée par Sol LeWitt en 1987 à Münster (Allemagne). Des briques de dimensions 1×1×h et 1×2×h, ont été utilisées.

Elle a été démantelée dès le printemps 1988, nous devons donc nous contenter des documents trouvés sur Internet.

Combien de briques blanches Sol LeWitt a-t-il utilisé ?

Les briques trouvées dans une caisse de jouets ont été sollicitées (leurs dimensions peuvent être considérées comme étant 1×1×h et 1×2×h) : leur nombre étant insuffisant pour réaliser les dix-neuf étages de la pyramide, la manipulation ne suffira pas, il faut schématiser.

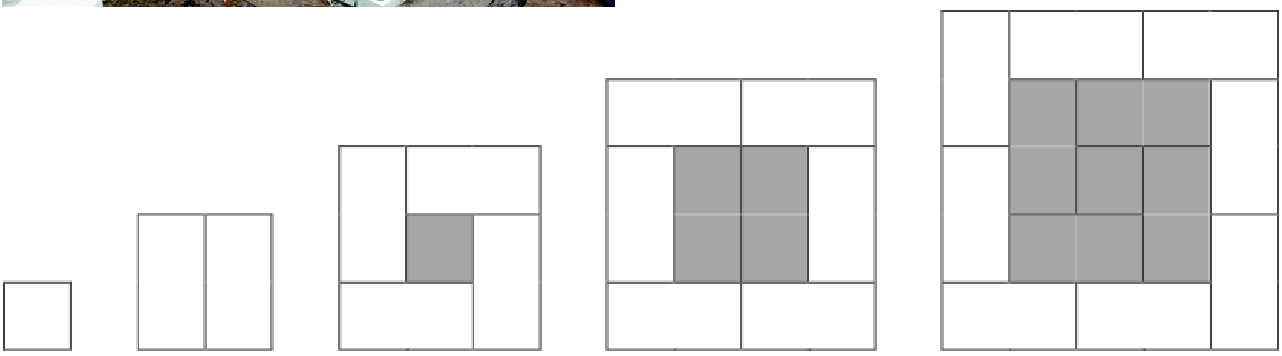


Voici imaginées des vues du dessus des cinq derniers étages.
Les vues de dessus à l'étape « *n* » se retrouvent dans les vues de dessus à l'étape « *n* + 2 ».
Ce double algorithme mis en œuvre permet de poursuivre les tracés pour les vingt étages et d'imaginer le nombre de briques utilisées.

retour au sommaire

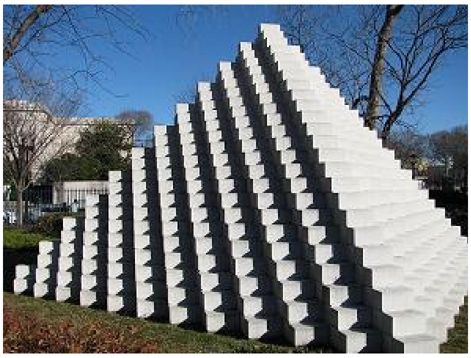
Tous ces dessins peuvent être fastidieux à réaliser. Vient également l'envie de se poser la question du nombre de briques nécessaires pour construire une pyramide de « *n* » étages. Après l'étape « manipulation » et l'étape « schématisation », nous allons aborder l'étape « mathématisation ».
Les lecteurs du Petit Vert n°122 retrouveront page 31 ce type de pyramide servant à une visualisation du calcul de la somme des carrés des *n* premiers nombres entiers.
$1^2 + 2^2 + \ldots\ n^2 = n\ (n+1)\ (2n+1) : 6$
La somme des carrés des vingt premiers nombres entiers est donc égale à $20\times21\times41 : 6$, c'est à dire 2870. Au sommet de la pyramide est placé un cube que nous considérerons comme unitaire, chaque brique a donc un volume de 2 cubes unitaires, nous pouvons donc considérer que le volume total de la pyramide est égal au volume de (2870 :2) briques. La schématisation nous montre que les étages de rang pair sont constitués de briques entières, et que les étages de rang impair comportent une brique unitaire en leur centre : c'est le cas des étages 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 et 19. La pyramide de Sol LeWitt semble donc réalisée de 10 cubes $1\times1\times1$ et de 1430 briques $2\times1\times1$.

Une photo prise lors de la construction de la pyramide nous montre que les briques blanches ont été placées sur une structure d'agglos gris. Ce qui a été écrit précédemment pourra être utilisé pour trouver le nombre de briques blanches et d'agglos gris utilisés pour réaliser l'œuvre.



D'autres pyramides de Sol Lewitt

L'artiste a également imaginé une autre disposition des briques blanches, ainsi qu'une double vision en creux de la pyramide à base carrée.



retour au sommaire

MATHS ET ARTS

UN CERCLE DE CULTURE DANS LE PAYS DE SARREBOURG

Ce qui suit est le résultat d'échanges entre des membres du comité de la régionale. Ce récent « Crop Circle » *fait partie des belles choses géométriques attirant le regard.*

Dans son édition du 12 juin 2018, le Républicain Lorrain titrait « Crop Circle à Sarraltroff : les petits hommes verts de retour dans les blés ».

Dans son édition du 24 août 2018, il titrait : « Le Crop Circle de Sarralroff était l'œuvre d'une bande de youtubeurs » et donnait dans sa version électronique l'accès aux vidéos faites par les créateurs de ce beau motif.

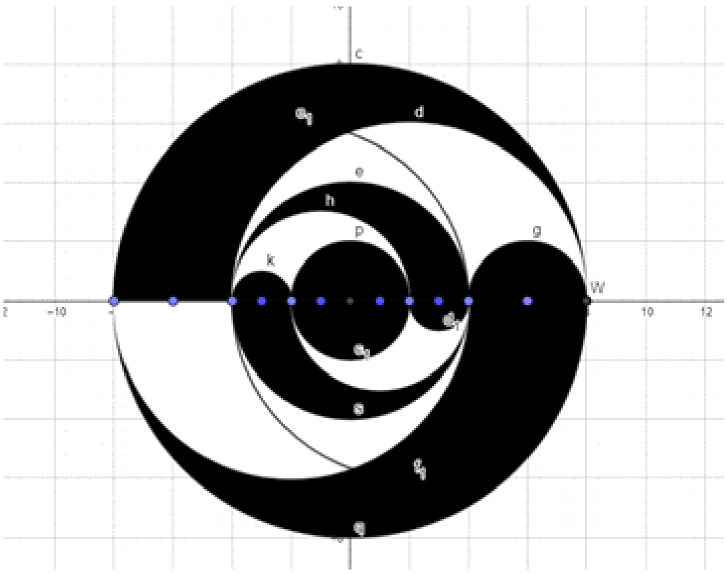
La première vidéo présente les intentions des auteurs de l'expérience. Elle nous explique également les tracés imaginés lors de la conception puis réalisés sur le terrain. Ceux-ci pourront être reproduits à échelle réduite sur une feuille de papier ou dans la cour d'un établissement scolaire.

La deuxième vidéo présente les réactions de personnes rencontrées sur le terrain.

La troisième vidéo donne la parole à des « spécialistes » de ces tracés dans les champs.

En plus de la présentation de tracés géométriques bien sympathiques, l'ensemble incite à prendre du recul à propos des arguments de ceux avançant que ces structures n'ont pas pu être réalisées par des êtres humains.

Le créateur du motif dit dans une dernière vidéo avoir récemment découvert GeoGebra. L'idée nous est venue d'utiliser nous aussi ce logiciel pour la reproduction du dessin et éviter à nos élèves les rencontres avec ce que certains nomment la «Géométrie Sacrée des Crop Circles».

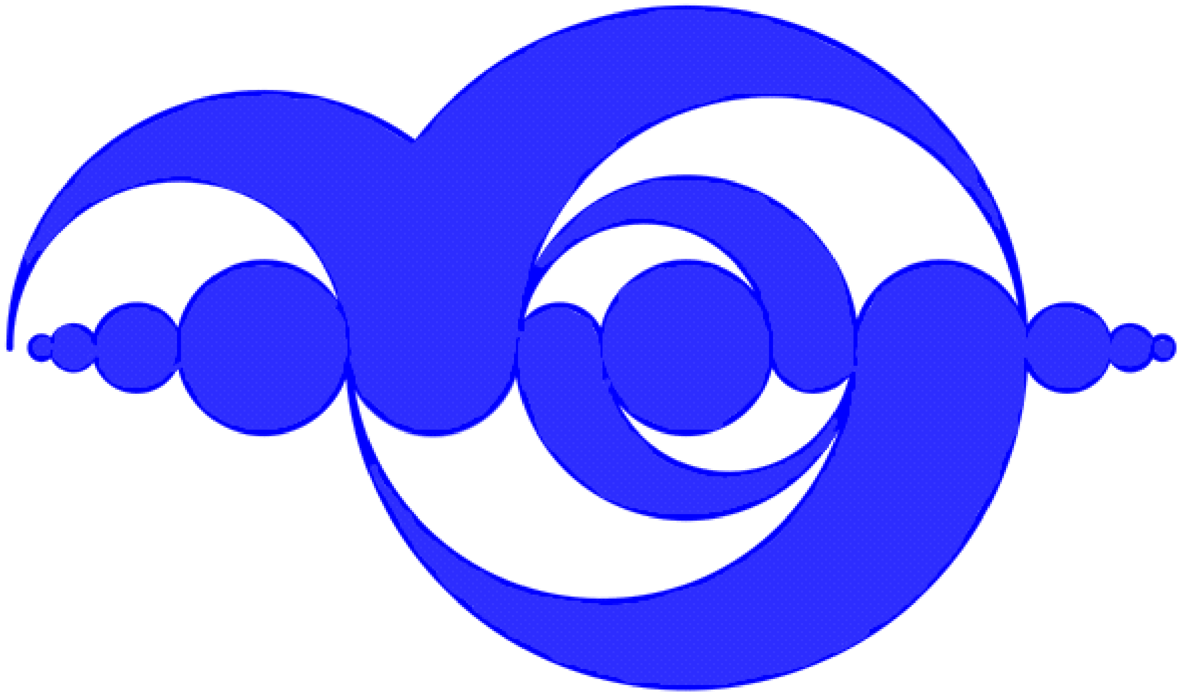


Dans cette première proposition, seule la partie centrale est reproduite. La méthode volontairement choisie utilise la superposition de demi disques noirs et blancs. Il faut commencer par les plus grands, en commençant par ceux du dessous. Il est à noter que cela ne correspond pas à ce qui est montré dans la première vidéo.

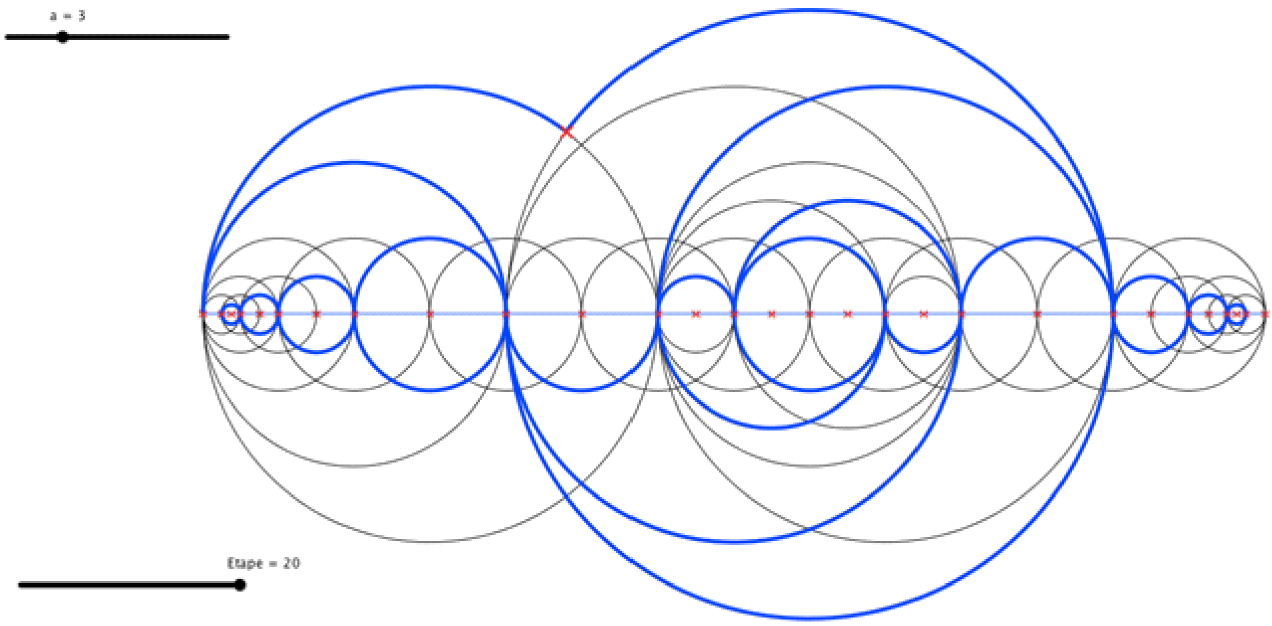
Une manipulation de disques en carton permet la réalisation du motif : voici une idée d'activité à proposer avec de jeunes élèves lors d'une future fête de la science.

retour au sommaire

Voici le motif dessiné en entier.



Les élèves réussiront-ils à retrouver tous les cercles utilisés pour le tracé ? Sur le terrain, le cercle le plus grand a un rayon de 40 m. Quelle échelle choisir pour que l'ensemble du dessin soit contenu dans une feuille au format A4 ?



L'animation montrant les étapes de construction est accessible sur notre site.
Dans une vidéo, le créateur dit que le motif occupe au sol une superficie de 12 ares. Comment vérifier ses dires ? Par ailleurs, l'agriculteur a été dédommagé par une somme de 300€. En recherchant le rendement moyen en 2018 d'une parcelle de blé dans l'est mosellan, en recherchant le prix de vente moyen en 2018 d'un quintal de blé, il y a possibilité de vérifier s'il a été correctement indemnisé. Cela semble être le cas, car il a su tenir sa langue…

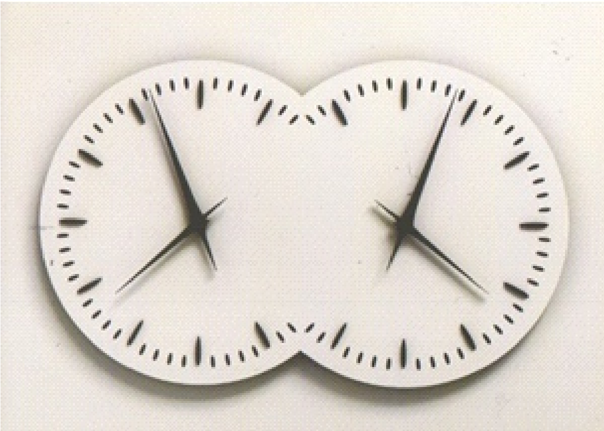
Nos lecteurs et leurs élèves auront sans doute envie d'imaginer d'autres motifs de *Crop Circle*. Le Petit Vert sera ravi de publier leurs créations.

retour au sommaire

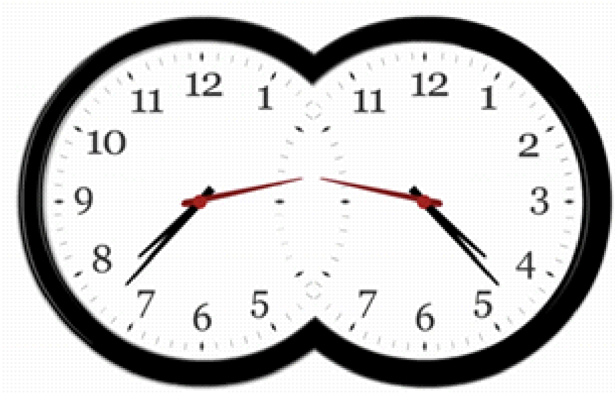
MATHS ET ARTS

LES INSÉPARABLES – DOUBLE HORLOGE

Groupe Maths et Arts – APMEP Lorraine



Cette carte postale éditée par les éditions V.P a été retrouvée lors du rangement d'un bureau. Elle représente l'œuvre « Les Inséparables, Double horloge » créée en 2000 et en 2010 par Esther Shalev-Gerz.

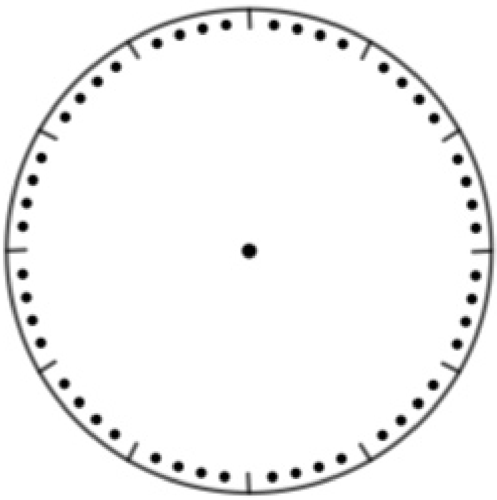


La page d'accueil du site de cette artiste plasticienne présente une animation de cette double horloge.

Les aiguilles se déplacent de façon symétrique.

Dans cet extrait d'écran, sur l'horloge de droite, il est 4h 23min, sur l'horloge de gauche, il est 7h 37.

Avec un seul cadran

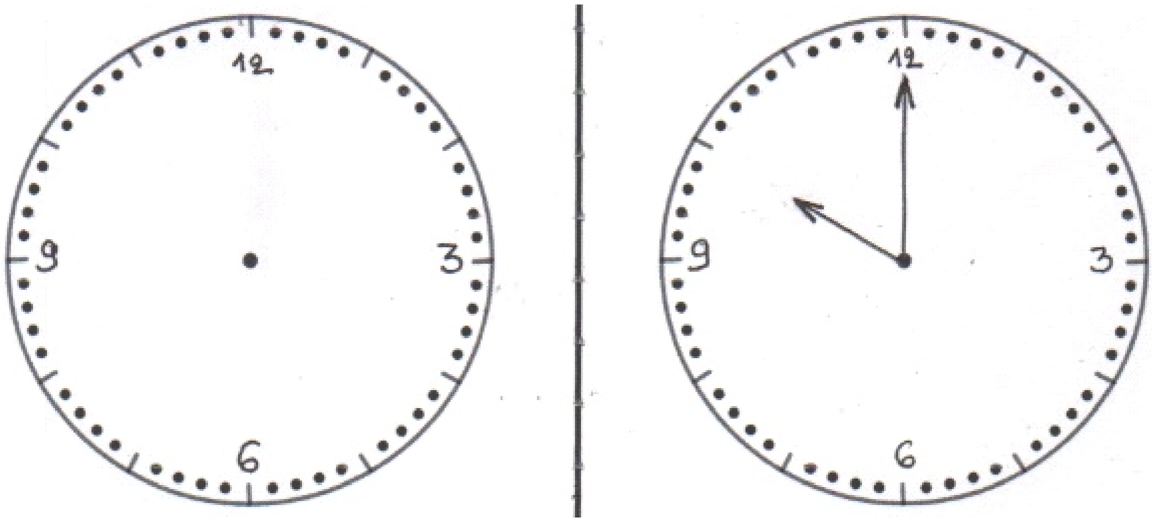


Le cadran mis en annexe sur notre site va servir dans un premier temps à y indiquer des placements de grandes et petites aiguilles et faire lire puis noter l'heure indiquée.
Dans un second temps, il va être utilisé pour visualiser le placement des aiguilles à différentes heures de la journée comme 5h, 22h, 19h30, 3h et demi, 23h45, 7 heures moins le quart. Le placement de la grande aguille se fait aisément, le placement de la petite aiguille fait intervenir des moitiés ou des quarts de l'arc de cercle indiquant une durée de 1h. Des placements au jugé seront faits.
Dans un troisième temps, des heures comme 9h moins 12 ou 13h 37 seront évoquées.

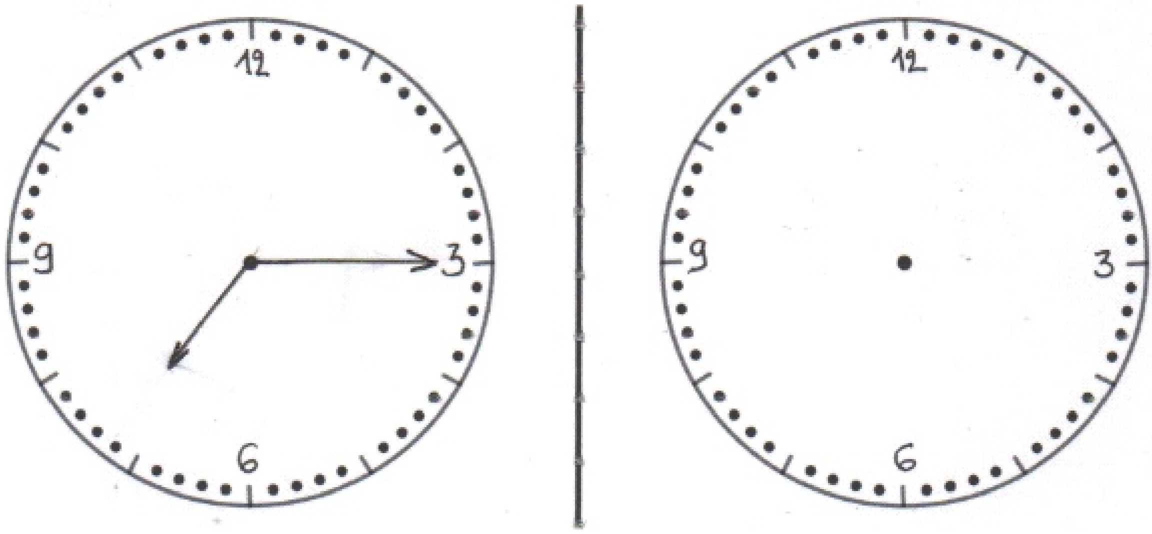
Remarque : une expression comme « 9h moins 12 » relève du registre de la langue parlée, une expression comme 13h 37(minutes) relève du registre de la langue écrite.

retour au sommaire

Avec deux cadrans

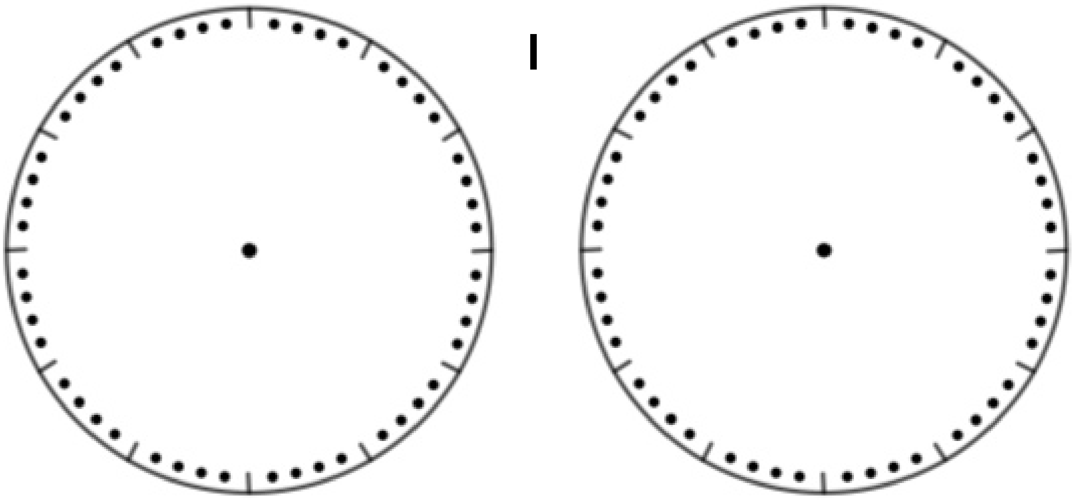


Il est 10h sur le cadran de droite. Dessine les aiguilles symétriques (l'axe est vertical). Quelle heure sera indiquée dans le cadran de gauche ?



Il est 7h15 sur le cadran de gauche. Dessine les aiguilles symétriques (l'axe est vertical). Quelle heure sera indiquée dans le cadran de droite ?

Pour d'autres paires d'aiguilles symétriques.
Quelles heures sont indiquées dans les cadrans ?



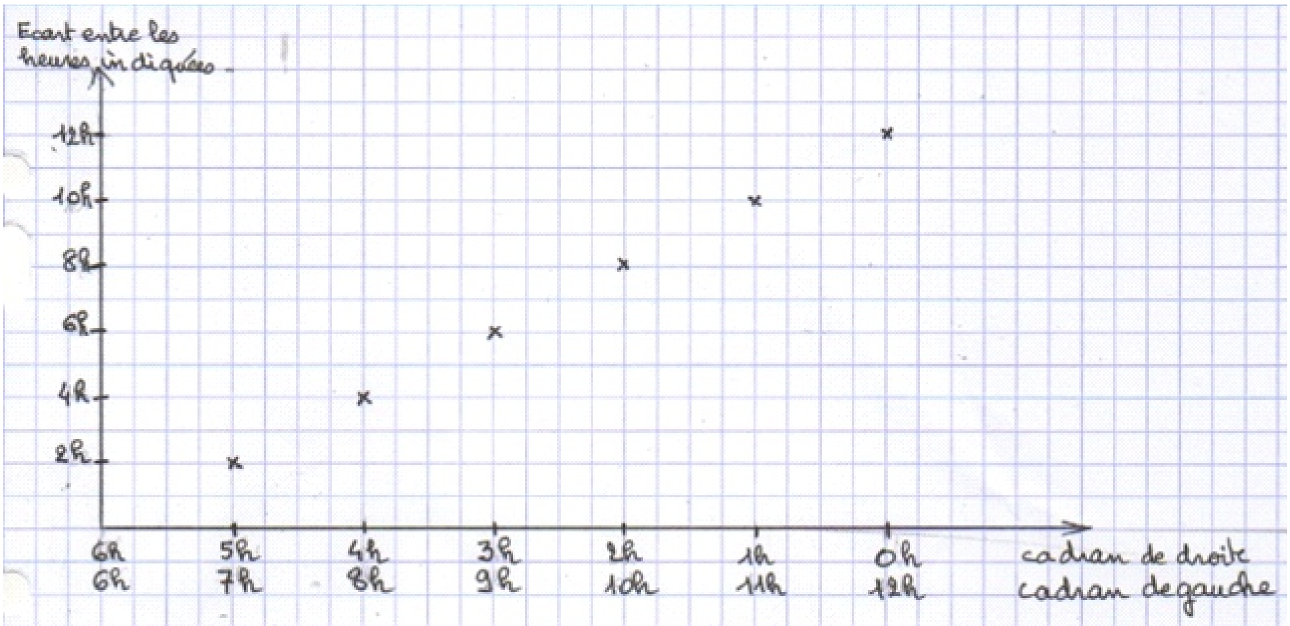
retour au sommaire

Écart entre les deux heures indiquées

Les heures seront celles de la matinée. Minuit sera nommé 0h du matin.
Voici un tableau à compléter :

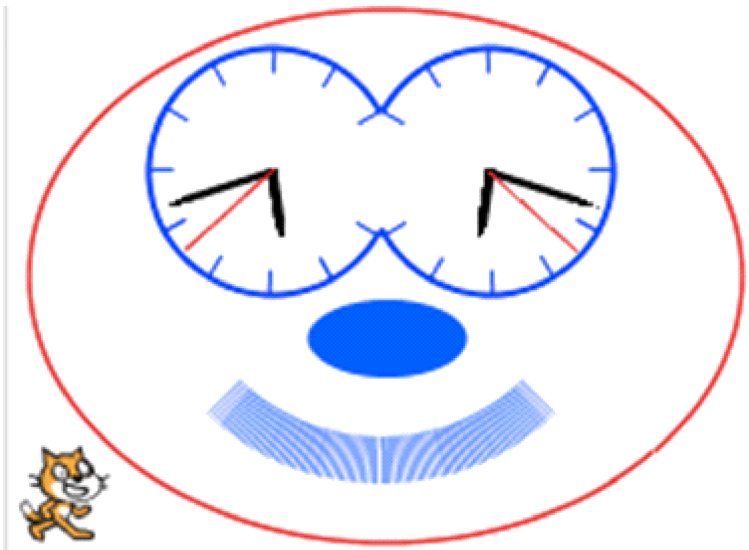
Heure indiquée sur le cadran de gauche	6h	7h		9h		11h	
Heure indiquée sur le cadran de droite	6h		4h		2h		
Écart entre les heures indiquées	0h						

Un tel tableau complété est à l’origine de cette représentation graphique.



L’alignement des points est constaté et sera justifié après le cycle 4.

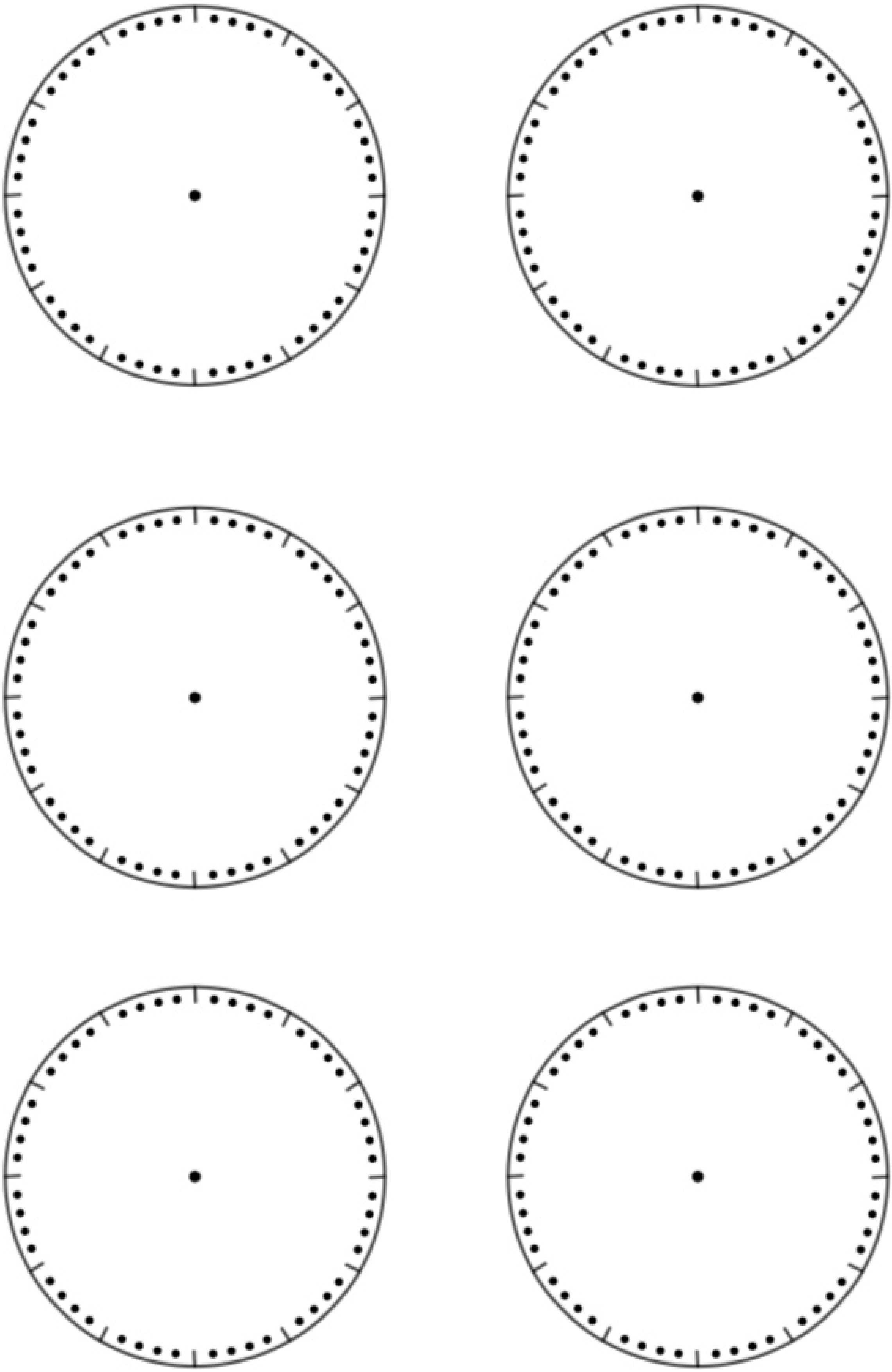
Avec Scratch



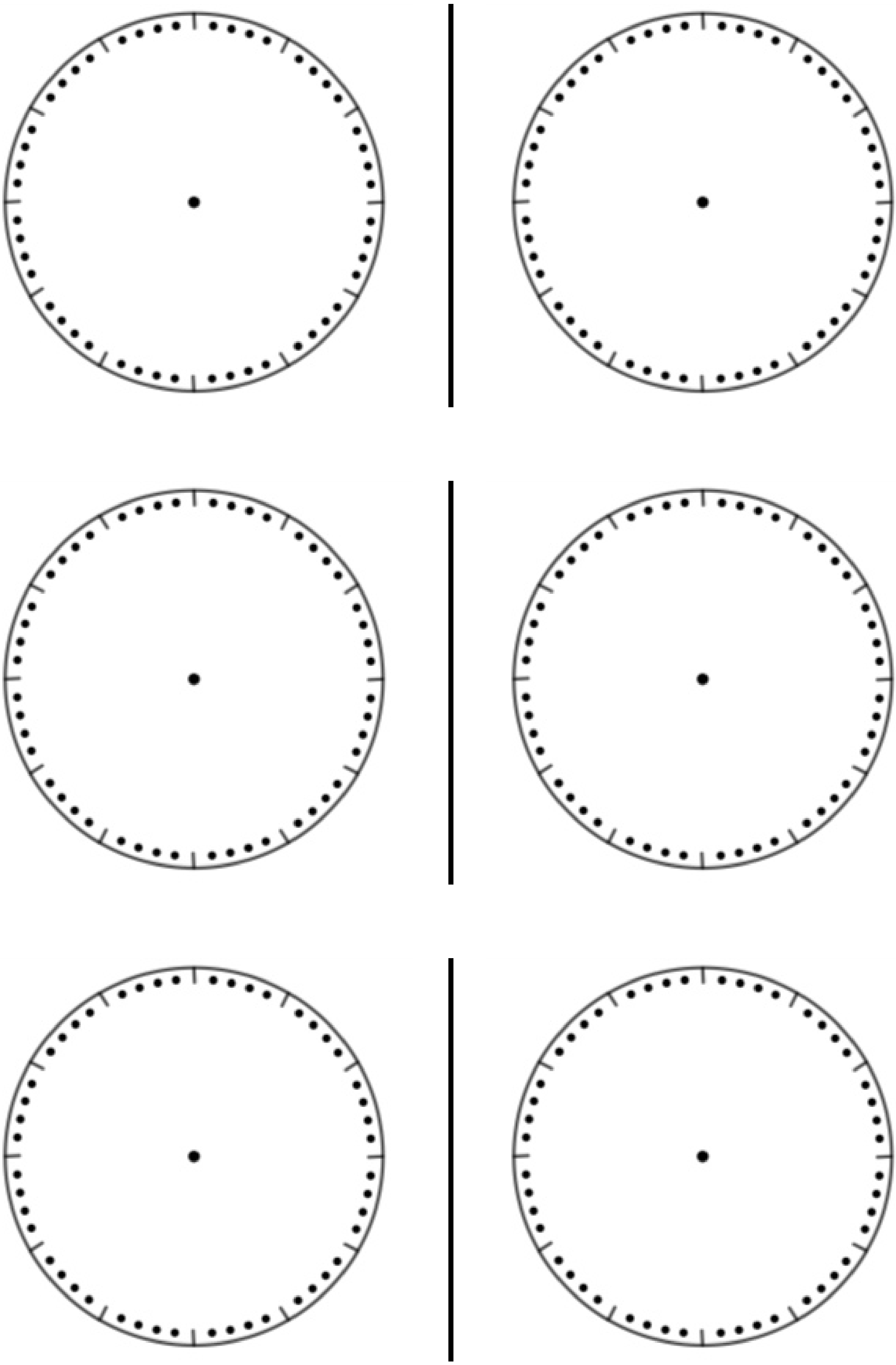
Le programme est disponible en annexe sur notre site. Les lecteurs qui n’ont pas installé Scratch sur leur ordinateur l’ouvriront en ligne dans leur navigateur internet.

retour au sommaire

Annexe 1 : en utilisant un cadran



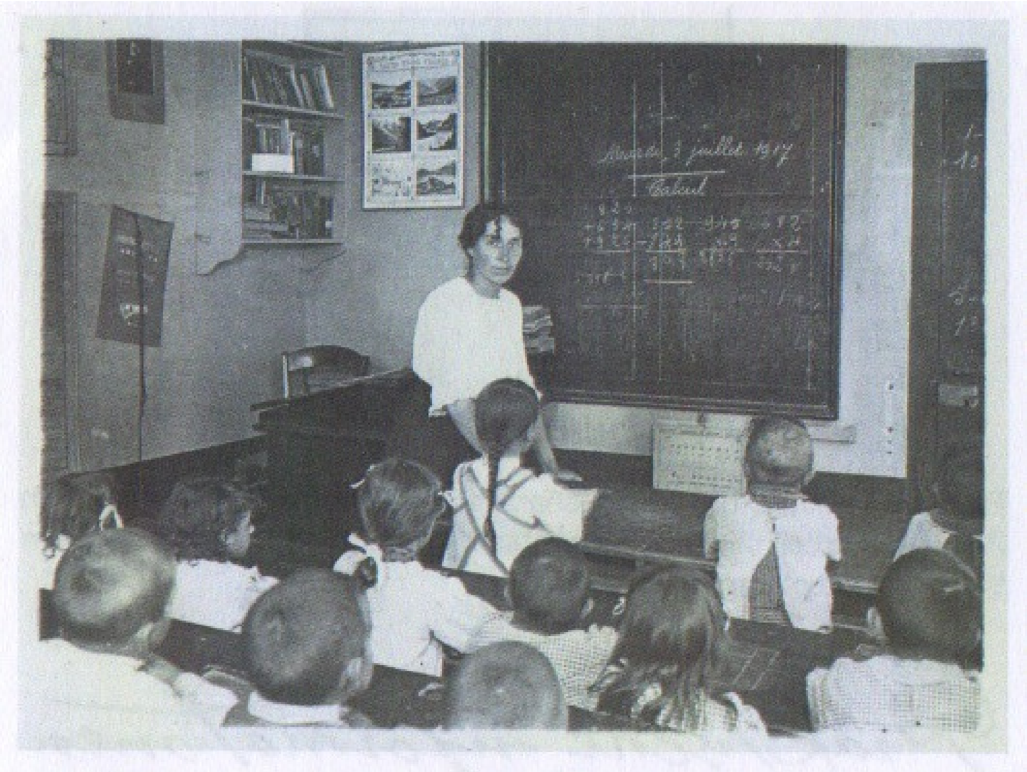
Annexe 2 : En utilisant deux cadrans



retour au sommaire

MATHS ET HISTOIRE

QUE RESTE-T-IL DE LA GRANDE GUERRE ?



Cette photo est issue d'un document de présentation de l'exposition « Que reste-t-il de la grande guerre ? » présentée jusque fin 2018 à Verdun au Centre Mondial de la Paix des libertés et des droits de l'homme.

Cent ans plus tard, les femmes restent très présentes dans ce type de classe, les tableaux sont blancs et souvent interactifs, les feutres ont remplacé la craie, les classes sont devenues mixtes, les bureaux à pupitre équipés d'encriers et cirés méticuleusement par les enfants « religieusement » sages en blouses toutes semblables, sont remplacés par des tables que des enfants s'empressent de dégrader avec leurs crayons dernier cri renouvelés presque quotidiennement.
Par ailleurs, la division posée est absente sur le tableau photographié ; suite aux récentes instructions ministérielles, elle sera sans doute plus présente sur les tableaux actuels.

Les programmes de cette époque sont accessibles dans un ouvrage mis en ligne sur Gallica. Sa lecture est passionnante.

ANNONCE

Une « **frise des mathématiques** » très intéressante.
(l'annonce était dans l'expresso du café pédagogique)

PHRASE DU TRIMESTRE

Il faut traiter la nature par le cylindre, la sphère, le cône, le tout mis en perspective.

Paul Cézanne, 1904

MATHS ET JEUX

UN JEU POUR APPRENDRE LES FRACTIONS AUX ENFANTS

Nous connaissions déjà Nicolas Pelay, docteur en didactique des mathématiques, par sa référence dans Eduscol sur « Le jeu en mathématiques », et aussi à l'APMEP. L'Est Républicain dans son édition de Vesoul, Haute-Saône, paru le 27 août 2018, nous apprend maintenant qu'il a inventé un jeu pour enseigner les fractions aux enfants.
Le 11 juillet, le FLIP (Festival Ludique International de Partenay) a remis le Label EducaFLIP 2018 « Jeux et Apprentissages ». Les jeux récompensés présentent les qualités d'être à fort potentiel pédagogique en plus d'être ludiques, utilisables à l'école et en famille et édités à des prix abordables (moins de 50€).

Les 10 jeux nominés cette année sont :

- Barbaou le monstre de la mer (Vaisseau Nautilud)
- Bananagrams (Bananagrams International)
- Cartatoto Récréactions animaux sauvages (France Cartes)
- **Donut Fight et Grami (Editions Kerozenn)**
- **L'Atelier des potions (Plaisir maths)**
- Le cap est bon (Art of games)
- Les Winifutés (Weelingua)
- **Logic City Editions Goula)**
- Team Up (Helvetiq)

Parmi ces 10 jeux, les trophées ont été remis à L'Atelier des potions (Plaisir maths), Donut Fight (Kerozeen Editions) et Logic City (Goula).

Atelier des potions-49 €

Donut Fight-13 €

Logic City-20 €

L'atelier des potions est défini comme « Un jeu magique pour apprendre les fractions en classe ou à la maison ». La rubrique Enseignants donne ces informations : « L'Atelier des potions est un jeu innovant, basé sur la manipulation, qui permet un enseignement et un apprentissage ludique et concret des fractions. Il a été conçu de façon collaborative par des chercheurs et des enseignants, dans le but d'être facilement utilisable en classe, en petits groupes ou en classe entière. »

Donut Fight permet aux enfants à partir de 6 ans de travailler la mémorisation et la stratégie. Ce jeu a été créé par Rozenn Le Coadou-Leclerc, orthophoniste et conceptrice de matériels de rééducation dédiés à la pratique orthophonique et son mari Loïc Le Coadou, rédacteur et graphiste. Les modalités du jeu apparaissent sur le site de l'éditeur: « Les joueurs mémorisent leur carte commande et reçoivent les cartes donut. À chaque tour de jeu, quatre possibilités : piocher soit un donut soit une carte chance (qui implique souvent un choix stratégique d'attaque ou de défense) ou passer son tour pour rafraîchir sa mémoire. Enfin, il est possible de récupérer le donut rejeté par le joueur précédent. Le premier à compléter sa commande est sacré vainqueur. Plusieurs modalités de jeu sont proposées (mode match, memory, mistigri, devinette, pokernut). Le matériel comprend 16 cartes commandes, 3 jeux de 16 donuts différents, 16 cartes chance et une règle du jeu avec différentes utilisations possibles.

Logic City est destiné aux enfants de 3 à 6 ans. Ce jeu éducatif est basé sur la perception visuelle et le repérage dans l'espace. Le but est de construire correctement, à l'aide des 14 pièces en bois coloré, les modèles proposés sur les 45 cartes défis progressifs auto-correctives.

Tout compte rendu d'utilisation de l'un de ces jeux en classe sera le bienvenu pour publication ici même, rubrique maths & jeux du petit vert !

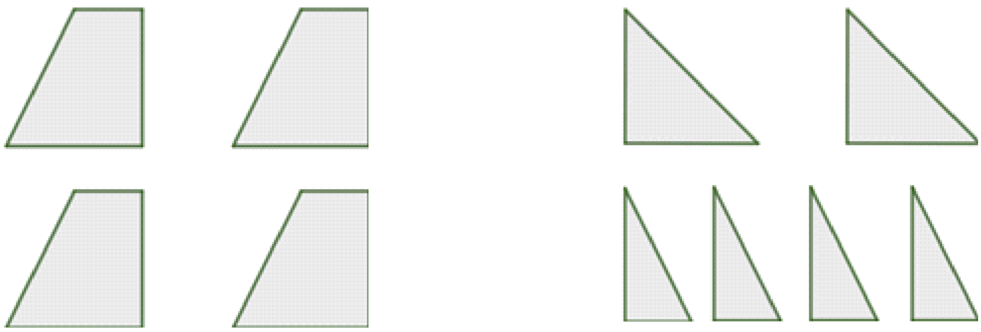
retour au sommaire

MATHS ET JEUX

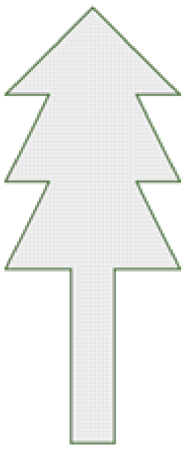
LE PUZZLE « MON BEAU SAPIN »

Groupe Jeux et Maths - APMEP Lorraine

Les dix pièces du puzzle



Dans le calendrier de l'Avent du collège Albert Camus à Montigny-les-Metz



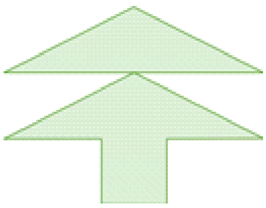
<u>Mon beau sapin</u>

Avec ces dix pièces, réalise un sapin.

Ces dix pièces permettent de construire un carré pour ranger le sapin.

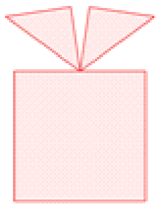
Sauras-tu réaliser ce carré ?

Des propositions d'autres joueurs de la régionale APMEP Lorraine



Un autre sapin

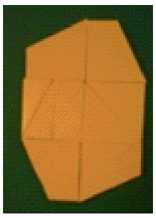
Une étoile



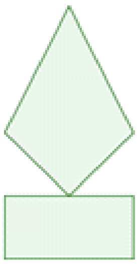
Un cadeau

Une tête de renne

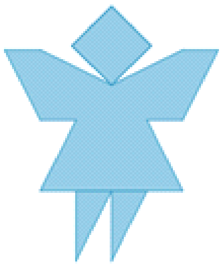
Le traineau du Père Noël



Une boule dans le sapin



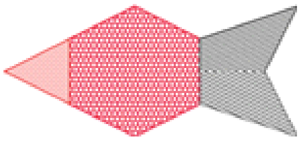
Une bougie



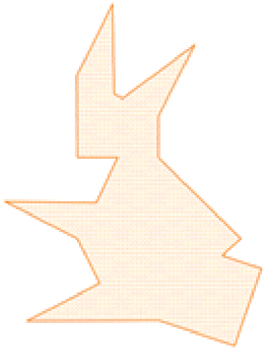
Un ange

retour au sommaire

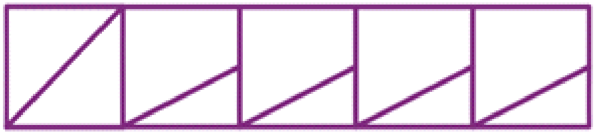

Une couronne pour la galette des Rois


Poisson d'avril (1)

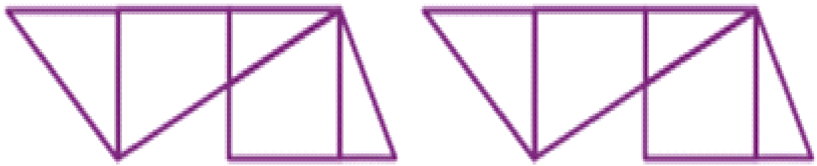

Poisson d'avril (2)


Le lapin de Pâques
Der Osterhase

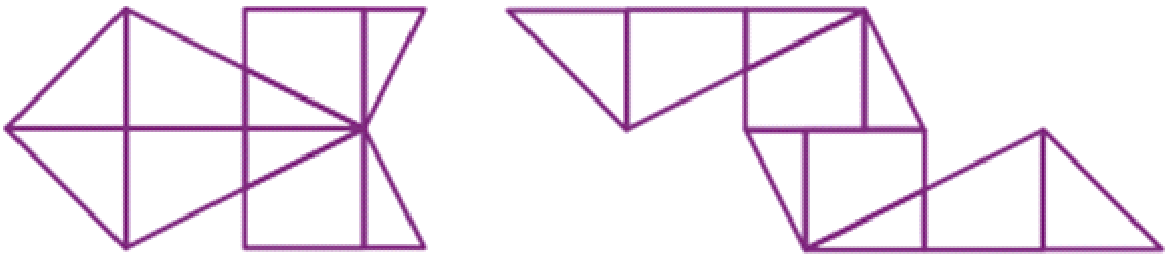
Premières formes géométriques



Cet assemblage est bien pratique pour la fabrication des dix pièces. Il permet aussi de comprendre pourquoi chacun des douze pentaminos peut être construit.

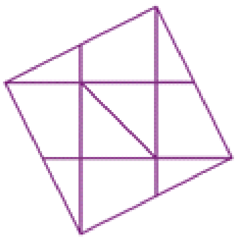


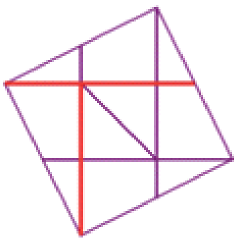
Chaque type de pièce est en nombre pair.
Construisons une paire d'assemblages identiques

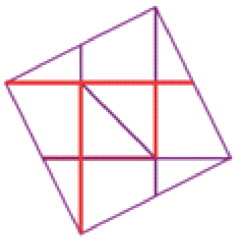


Cette méthode permet la réalisation d'assemblages symétriques.

La famille du puzzle « mon beau sapin »


Le puzzle « mon beau sapin »


Le puzzle à trois pièces

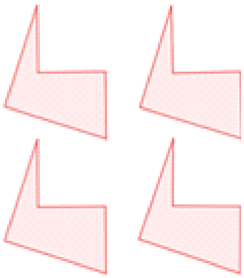

Le puzzle de Sam Loyd

Ce nouveau puzzle s'intègre dans la famille de puzzles présente dans les premières versions de notre exposition régionale et reprise dans la brochure APMEP « Jeux 9 », page 125. Ce qui est réalisable avec le puzzle à trois pièces » et le « puzzle de Sam Loyd » l'est donc aussi avec le puzzle « Mon beau sapin »
Ce nouveau puzzle affirme aussi ses liens de parenté avec le puzzle égyptien qui avait trouvé une petite place dans le coin « Jeux » de notre ancien site régional. Les propositions « un autre sapin » et « une couronne pour la galette des Rois » en sont extraites.

retour au sommaire

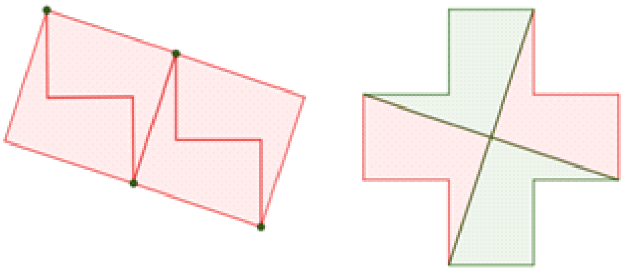
À cette adresse, vous trouverez les autres créations de joueurs et joueuses de notre régionale, mises sous la forme de documents utilisables dès le cycle 1.

Complétons la famille



À l'aide de ces quatre pièces, réalise :

- une croix,
- un rectangle.



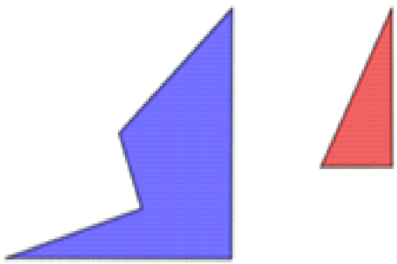
L'observation de ces solutions ne rend pas immédiats les liens de parenté.

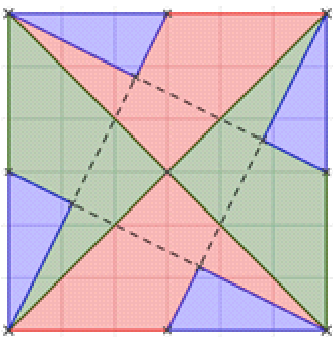
Et avec huit pièces ?

Les pièces à imprimer en quatre exemplaires et à découper.

À l'aide des huit pièces, réalise :

- un carré,
- une croix,
- un rectangle,
- un trapèze,
- un triangle isocèle,
- un parallélogramme.





La réalisation du carré avec les huit pièces montre ses liens avec la famille évoquée précédemment.

Nos lecteurs familiers de la manipulation des pièces du « puzzle à trois pièces » et du « puzzle de Sam Loyd réussiront sans peine à réaliser les polygones demandés.

Pour utiliser le puzzle à trois pièces avec de jeunes élèves

- Puzzle trois pièces élémentaires
- Dans le Petit vert n°127,(pages 15 à 24) deux liens utilisables en cycle 3
- Trois liens utilisables dès le cycle 1 :
  - Puzzle « trois pièces et famille silhouettes »
  - Puzzle « trois pièces et famille silhouettes 1 »
  - Puzzle « trois pièces et famille silhouettes 2»

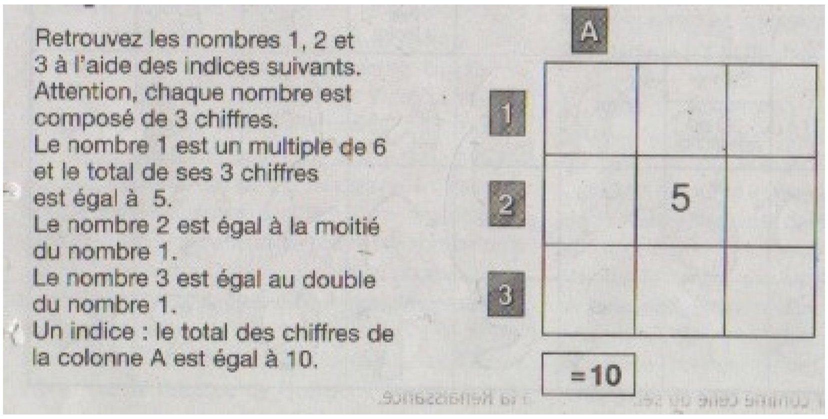
retour au sommaire

MATHS & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .
Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre nouveau site.

MULTIPLE DE 6 ?



Retrouvez les nombres 1, 2 et 3 à l'aide des indices suivants. Attention, chaque nombre est composé de 3 chiffres.
Le nombre 1 est un multiple de 6 et le total de ses 3 chiffres est égal à 5.
Le nombre 2 est égal à la moitié du nombre 1.
Le nombre 3 est égal au double du nombre 1.
Un indice : le total des chiffres de la colonne A est égal à 10.

	A		
1			
2		5	
3			
	=10		

Le 14 octobre 2018, dans sa page « Jeux », le magazine « le MAG » joint à notre journal du dimanche présentait cet « ÉQUAJEUX ». Rechercher un multiple de 6 dont la somme de ses chiffres est égale à 5 nous a laissé sceptique.

Les nombres mis dans la solution fournie sont « 1- 302, 2-151 et 3-604. Il ne s'agit donc pas d'une faute de frappe.

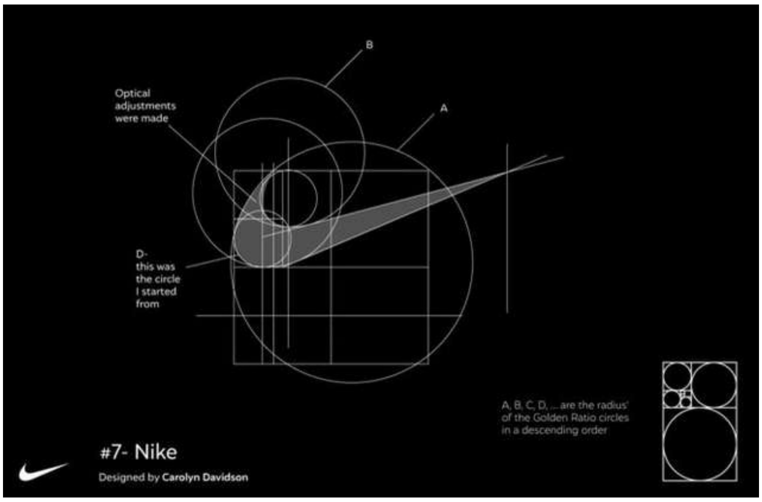
Des élèves repéreraient-ils l'erreur et sauraient-ils proposer une version plus satisfaisante de ce jeu ?

Remarque : un autre « ÉQUAJEUX » est évoqué dans le Petit Vert n°118 aux pages 37, 38 et 39.

ANNONCE

UN ARTISTE QUI MÊLE MATHS ET LOGOS DE MARQUES

Un exemple :



Merci à Claire Renou pour cet envoi.

retour au sommaire

MATHS ET MEDIA

147 – 102

Le 6 octobre, l'Est Républicain s'est fait l'écho de la venue d'un député venu passer une journée dans une classe rurale de CE2 CM1 CM2. L'opération posée au tableau est conforme aux récentes recommandations venues du ministère.
L'élève avait peut-être au préalable calculé mentalement la différence, le député avait peut-être besoin de poser l'opération pour redonner du sens à « 0 ôté de 4 ». L'article qui suit cette photo mise en première page du cahier local ne le dit pas.

ANNONCE

THÉÂTRE « FAIRE DANSER LES PROBABILITÉS »

Venez découvrir au théâtre de la Méridienne à Lunéville
le vendredi 18 Janvier 2019 à 20H30

PARA DOXA

Pièce chorégraphique – avec un peu de théâtre – pour quatre interprètes, *Para Doxa* est une féerie mathématique où la danse côtoie les plaisirs de la réflexion sur les thèmes du partage, de l'équité et de la démocratie. C'est le fruit d'une collaboration entre le chorégraphe David Rolland et trois scientifiques : Denis Renault, Maï Pham-Sauvageot et François Sauvageot.

retour au sommaire

MATHS ET PHILO

CONDORCET : LA RÉFORME DE L'ÉDUCATION

Didier Lambois

Même si certains philosophes, tels Platon ou Montaigne, avaient montré depuis longtemps l'importance de l'éducation, cette dernière n'a pas toujours été une préoccupation du pouvoir politique ; il a fallu attendre la Révolution française pour qu'elle le devienne[1]. En effet, si l'idéal politique est celui de la démocratie, c'est-à-dire du peuple souverain, il est nécessaire de donner à ce peuple les connaissances et la réflexion qui lui permettront de ne pas sombrer sous la dictature du premier démagogue venu. Il ne sert à rien de donner la liberté civile si l'homme reste esclave de son ignorance. A ce titre, Condorcet peut être considéré comme le premier théoricien d'une école républicaine et laïque qu'il veut « libératrice ».

Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet (1743-1794).

En soutenant une thèse d'analyse devant d'Alembert et Clairaut, à l'âge de 16 ans, Condorcet se fait connaître comme mathématicien. En 1765 il publie une étude de calcul intégral qui lui vaut d'entrer à l'Académie des sciences. Il collabore à *l'Encyclopédie* mais très vite il s'engage en politique, d'abord en analysant les modes de scrutin[2], puis en publiant de nombreux textes sur l'égalité des sexes, l'abolition de l'esclavage, la laïcité, la peine de mort etc. Lorsqu'éclate la Révolution, il est élu à l'Assemblée législative, et en républicain convaincu il vote l'abolition de la monarchie, milite pour le suffrage universel, propose des réformes de l'éducation et du droit pénal. En 1793 il montre son désaccord avec le projet de constitution et proteste contre l'arrestation des chefs girondins. Déclaré en état d'arrestation le 8 juillet puis condamné à mort, il se voit contraint de se cacher pendant plusieurs mois. C'est au cours de cette période qu'il rédige son ouvrage le plus connu, *l'Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain* (publié en 1795). Condorcet s'y montre convaincu de la perfectibilité indéfinie de l'humanité grâce à l'instruction publique.

Alors qu'il tente de fuir pour ne pas mettre en danger ceux qui le protègent, il est arrêté le 27 mars 1794 et est retrouvé mort dans sa cellule le surlendemain. Les circonstances de sa mort restent inexpliquées.

[1] Vingt-cinq projets pour réformer l'école furent proposés entre 1791 et 1799. Présenté en 1791 puis le 20 avril 1792, celui de Condorcet n'aura, dans l'immédiat, pas plus de succès que les autres. Il faudra attendre presqu'un siècle pour que les hussards de l'école républicaine mettent en application bon nombre de propositions faites par Condorcet.

[2] En 1785 il publie une étude intitulée *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix.* Le célèbre « paradoxe de Condorcet » montre la difficulté qu'il y a pour établir un mode de suffrage qui soit juste. Cette question reste d'actualité. Voir https://www.youtube.com/watch?v=ZoGH7d51bvc

retour au sommaire

Condorcet s'intéresse à l'instruction publique, à l'instruction de tous (y compris les femmes), et non plus simplement à l'éducation d'un individu, au préceptorat, comme le faisaient Rousseau et les philosophes avant lui. Les projets de Condorcet proposent une organisation très précise de cette instruction laïque et gratuite, mais c'est surtout par le contenu de l'enseignement que ses projets sont profondément modernes et révolutionnaires : la science et les mathématiques doivent y occuper la première place.

Pour Condorcet, l'enseignement ne doit pas se contenter de transmettre des connaissances ou des recettes. La finalité de l'enseignement doit toujours être de permettre à chaque individu de cultiver sa perfectibilité et surtout d'accéder à la liberté, c'est-à-dire de ne plus dépendre d'autrui. Une éducation qui n'aurait pour seule finalité que de permettre une adaptation sociale ou économique, de conduire à une sorte de conformation sociale, serait une éducation qui manquerait à sa mission.

« L'homme qui, dans les actions de la vie commune, tombe, par le défaut de lumières, dans la dépendance d'un autre homme, peut-il se dire véritablement libre ? (…) Dire que le peuple en sait assez, s'il sait vouloir être libre, c'est avouer qu'on veut le tromper pour s'en rendre maître[3] *»*

Mettre l'éducation au service de la liberté suppose de choisir des enseignements qui aient un réel pouvoir explicatif et un réel pouvoir formateur : il faut des enseignements qui fassent appel à la seule raison[4]. Condorcet exclut tout enseignement religieux, il récuse tout enseignement qui ne repose que sur l'autorité, et il veut privilégier la science et la philosophie qui sont à ses yeux des modèles raisonnés et ouverts du savoir.

« C'est la science (…) qui doit être l'objet d'une société savante[5] *»*

De tels propos sont d'une actualité brulante. Nous vivons aujourd'hui une nouvelle réforme du système éducatif. Cette réforme vise à *« mieux organiser notre système éducatif pour que les moyens consacrés par la Nation à cette première priorité permettent la réussite de tous les élèves »*, et le premier ministre précise qu'il faut *« faire de profondes transformations, pas de petites économies »*[6].

L'éducation concerne toujours « *tous* » les élèves et elle reste « *la première priorité* ». Sa finalité serait aujourd'hui « *la réussite de tous les élèves* ». Encore faut-il s'entendre sur ce que veut dire réussir. S'agit-il simplement d'avoir son bac ? De pouvoir trouver un travail ? Mais la question cruciale est celle des « *profondes transformations* » qui sont proposées.

Ces « *transformations* » concernent d'abord le volume horaire. « En seconde générale et technologique, le futur horaire prévoit 26 heures de cours hebdomadaires alors qu'actuellement une classe de seconde nécessite 28h30. Le différentiel représente environ 2700 postes. En première on passe à 28 heures alors que l'horaire actuel est plutôt de 30 heures. Là aussi on a un gain sensible de postes (entre 2 et 3 000 pour le seul enseignement public). En terminale l'horaire est ramené à 27h30 alors qu'il est actuellement de plus de 30 heures [7]». Nous le voyons, ce ne sont pas des « *petites économies* » qui vont être faites…

[3] Sur la nécessité de l'instruction publique, 1793.
[4] Nous avons déjà évoqué le lien entre raison et liberté dans le Petit Vert n° 133
[5] Cinq mémoires sur l'instruction publique, 1791.
[6] Ouest France, 2 août 2018.
[7] Café pédagogique

retour au sommaire

Les « *transformations* » concernent aussi les contenus. Dans les *enseignements communs* de première, soit 16 heures, 2 heures sont consacrées à *l'enseignement scientifique*, toutes sciences confondues. Il en est de même en terminale. Les mathématiques deviennent des *enseignements de spécialité*. Pour le dire autrement, elles vont être réservées à des spécialistes. Combien ? Et combien dépendront de ces spécialistes ? Combien seront-ils à ne plus faire de mathématiques à partir de la classe de première ?

« *L'homme qui sait les règles de l'arithmétique nécessaires dans l'usage de la vie, n'est pas dans la dépendance du savant qui possède au plus haut degré le génie des sciences mathématiques* » disait Condorcet[8]. Dans une société où la science est omniprésente, celui qui ne maîtrise pas les outils mathématiques pourra-t-il trouver sa place ? Pourra-t-il s'affirmer comme homme libre ou sera-t-il condamné à subir sans comprendre ? Condorcet disait aussi que « *tout pouvoir, de quelque nature qu'il soit, en quelques mains qu'il ait été remis, de quelque manière qu'il ait été conféré, est toujours ennemi des lumières*[9] ». Ne sommes-nous pas en train d'éteindre les lumières pour faire des économies ?

[8] Cinq mémoires sur l'instruction publique, 1791

[9] Cité par Catherine Kintzler dans les Grands Dossiers des Sciences Humaines, *Les Grands penseurs de l'éducation*, n°45. Elle est l'auteure de *Condorcet. L'instruction publique et la naissance du citoyen*, Minerve, 2015.

LU POUR VOUS DANS LE CAFÉ PÉDAGOGIQUE

Serge Petit : Quelques éléments d'analyse des évaluations de CE1

Les évaluations de CP et de CE1 sont parues, elles suscitent bien des réactions d'ordre politique, d'ordre syndical, d'ordre pédagogique et posent de nombreuses questions sur leur pertinence. Mon propos est ici d'effectuer une rapide et très incomplète analyse de l'évaluation proposée en mathématiques en début de CE1.
Cet article est paru le 18 septembre dernier dans l'Expresso du café pédagogique :
http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2018/09/SergePetitAnalyseEvaluationsCE1.aspx

Voici la conclusion de cet article :

Les évaluations CE1 ne permettent pas de mesurer les compétences et connaissances figurant dans les fondamentaux du cycle 2, comme la compréhension du système de numération de position ou celle de l'égalité. Elles ne permettent pas d'évaluer les compétences des élèves en lecture et en écriture de la langue française, pourtant un des objectifs majeurs de l'école à ce niveau des apprentissages. Elles sont des évaluations passives, dans lesquelles les élèves n'ont jamais à mobiliser spontanément des connaissances ou compétences. Traduisent-elles alors ce que l'on attend d'un citoyen français ? La passivité ?
De plus, ces évaluations sont truffées d'erreurs ou de zones d'ombre qui permettent dès à présent de contester leur pertinence.

Les enseignants font face à une propagande politique qui veut laisser croire que toutes les décisions ministérielles sont fondées sur des recherches scientifiques, donc indiscutables, et que quelques conseils ou décisions simplistes vont permettre la réussite de tous les élèves.
Il convient de manière urgente de suivre le conseil d'Olivier Houdé, et les professeurs des écoles, qui ne sont pas des moutons de Panurge, devraient « apprendre à résister aux automatismes de pensée lorsqu'ils sont simplificateurs et dangereux ».

Note de la rédaction du Petit Vert : Serge Petit est bien connu des adhérents de l'APMEP, et plus particulièrement des alsaciens et des lorrains : il a animé plusieurs ateliers lors de nos journées régionales et dans des « gouters » pédagogiques.

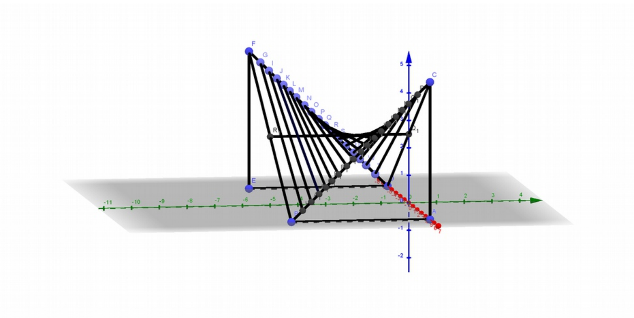
retour au sommaire

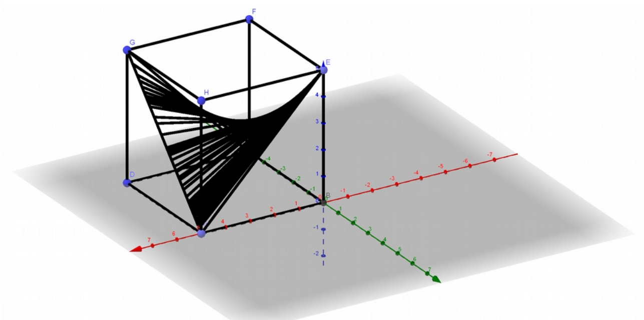
MATHS ET PLIAGES

LE PARABOLOÏDE HYPERBOLIQUE

Walter Nurdin

Le paraboloïde hyperbolique, que l'on nomme plus trivialement « selle de cheval », est la surface formée par une parabole glissant sur une autre parabole tournant sa concavité dans le sens opposé.
On peut également la définir comme étant une surface obtenue par le déplacement d'une droite s'appuyant sur deux droites non coplanaires. Cette surface est donc réglée.
Cette dernière définition facilite la réalisation d'un PH (paraboloïde hyperbolique).
En appliquant cette propriété, voici deux réalisations qui permettent de visualiser un PH.[1]





La première, en construisant au fur et à mesure des droites parallèles qui s'appuient sur les hypoténuses de triangles rectangles inversés.
La deuxième, en demandant la trace d'une droite qui se déplace sur les mêmes hypoténuses.

On peut également confectionner des structures harmonieuses en appliquant cette propriété.
Les scouts le font régulièrement en camp.[2]

Portique du sous-camp Français à l'Eurojam 2003.

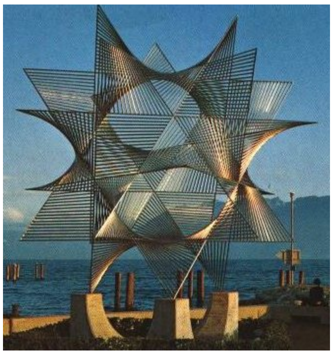
---

1 Dans un repère bien choisi, une équation cartésienne d'une HP est de la forme : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - z = 0$ voire : $z = \frac{xy}{\alpha}$.

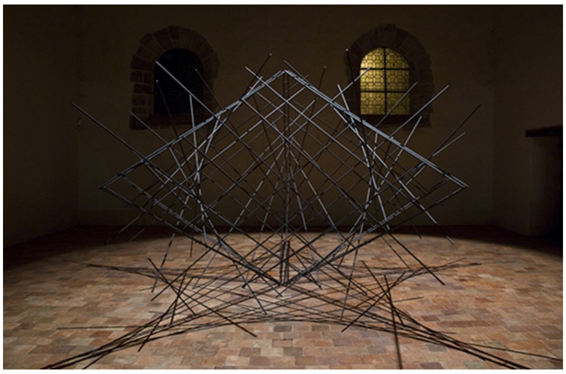
2 http://www.toujourspret.com/techniques/campisme/installations/paraboloide_hyperbolique.php

retour au sommaire

Des artistes ont imaginé des œuvres en assemblant plusieurs PH.



Angel Duarte, Lausanne, 2005



Vincent Carlier

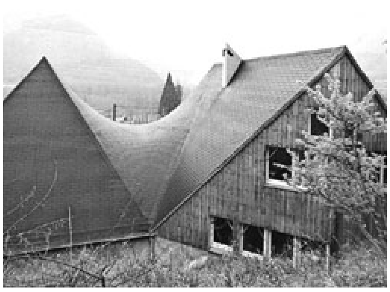
Un PH est certes esthétique, mais le fait qu'en tout point il soit convexe dans une direction et concave dans l'autre confère à une structure PH une grande rigidité pour une grande portée et pour un poids relativement faible.[3] Cette dernière propriété et le fait d'être une surface réglée facilitant la pose de l'armature pour le béton armé ont fait que des architectes ont construit des bâtiments utilisant des PH.

Pavillon Philips : Le Corbusier et Xenakis.

Exposition universelle de 1958.

Librairie annexe :

Sagrada Familia de Gaudi.



Architecte : Demolombe 1980.

Oscar Niemeyer a construit au Havre une maison de la culture, désormais scène nationale, « Le volcan » qui est le volume d'un PH. La ligne directrice est une hyperbole contenue dans le plan vertical. Le volume est généré par des cercles qui eux sont horizontaux et de diamètre variable. Les centres des cercles sont situés sur l'hyperbole directrice.

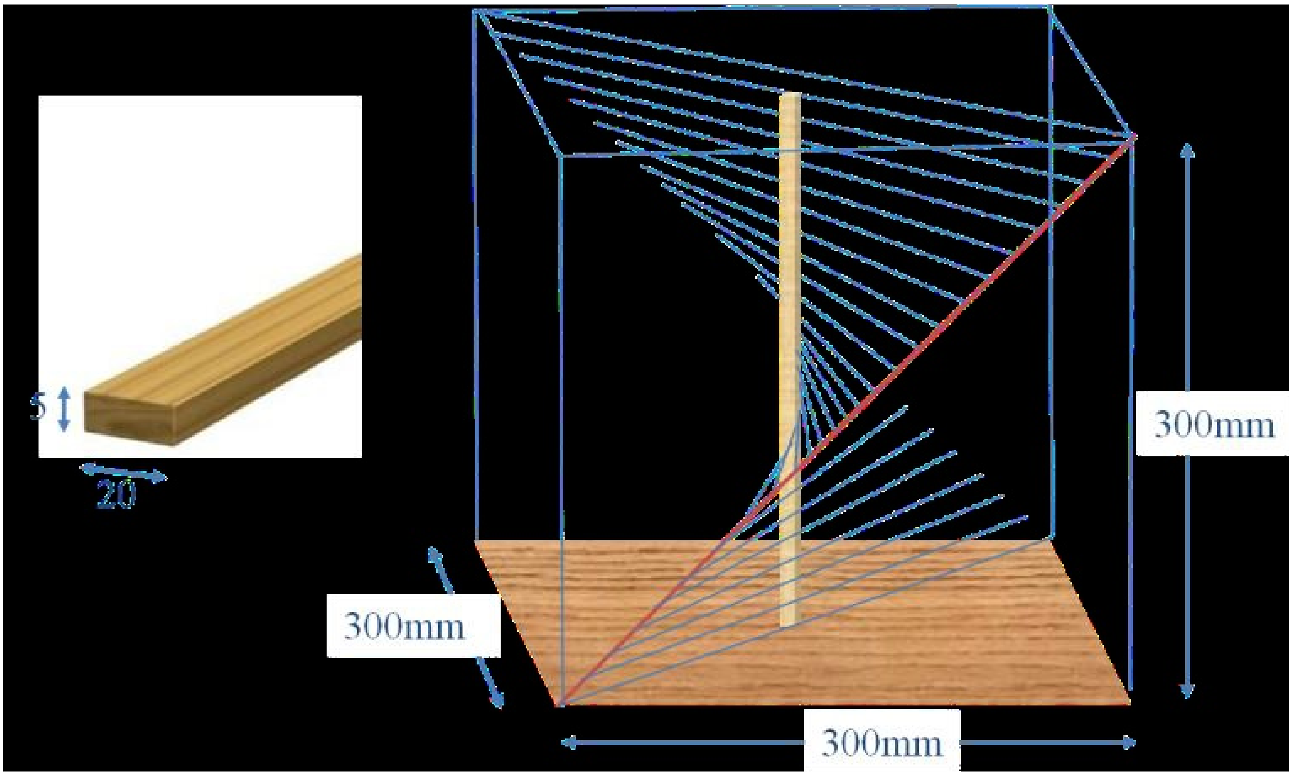
[3] https://www.e-periodica.ch/cntmng?pid=bse-me-001:1936:4::7

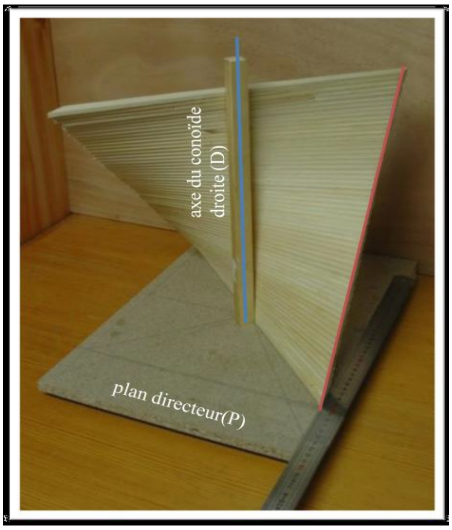
retour au sommaire

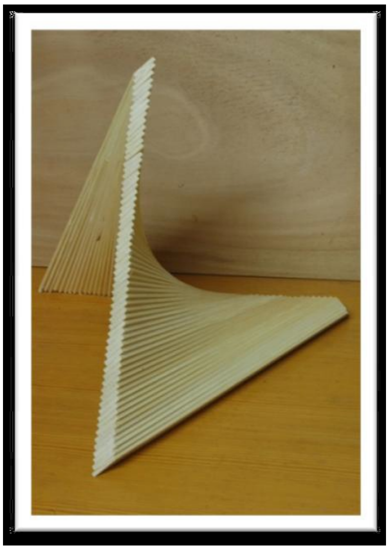
Le « volcan » est à gauche.
Le « petit volcan » à côté est un hyperboloïde.
La colombe, dessinée par Picasso pour le mouvement de la paix soutenu par le parti communiste, est chère à Niemeyer resté communiste jusqu'à la fin de sa vie. Il décède le 5 décembre 2012 à 10 jours de son 105ème anniversaire.

Les constructions précédentes ont peut être inspiré les industriels de l'agroalimentaire puisque les amateurs des Pringles ont dans leur main un PH. La rigidité à la cassure d'un PH et la facilité de rangements sont les justifications apportés au choix de cette forme par la société qui confectionne ces tuiles.

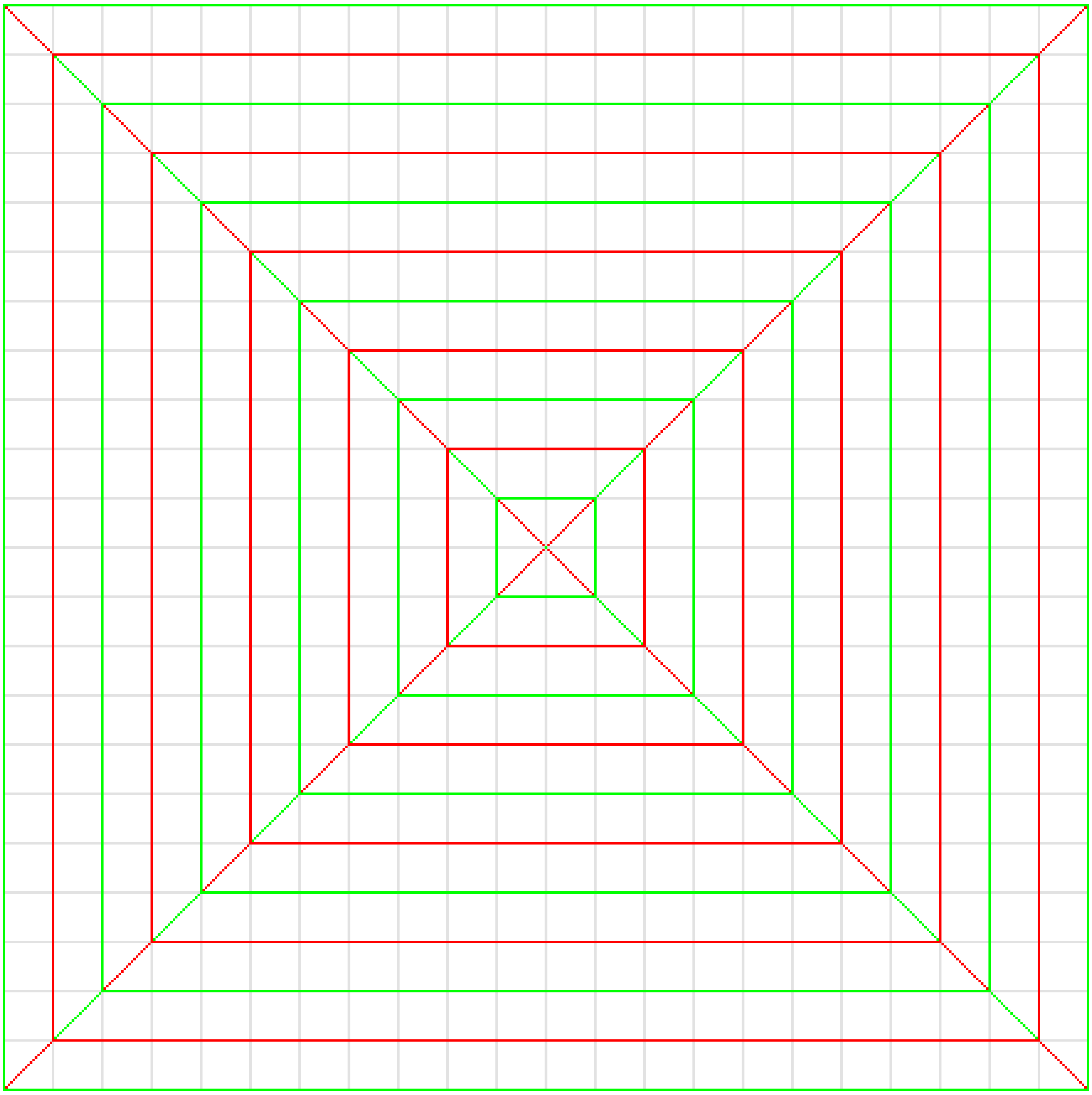
On peut construire un PH en utilisant des tasseaux de bois s'appuyant sur un axe vertical et une droite, ici hypoténuse d'un triangle rectangle, portant les génératrices.





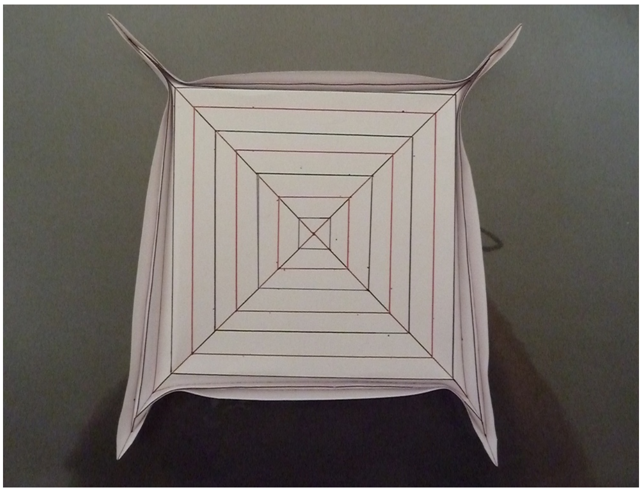


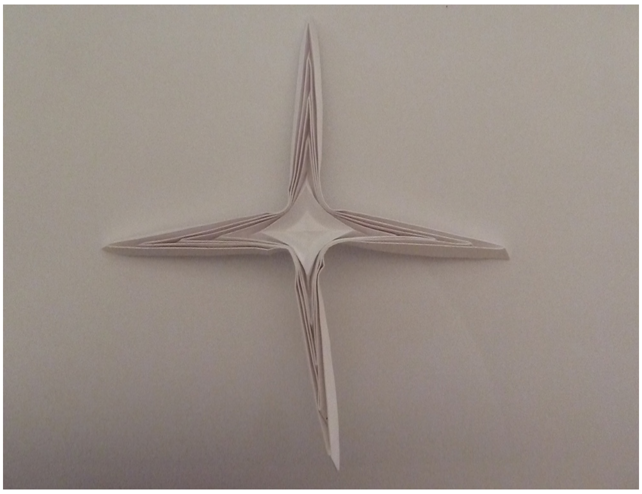
Il est possible également d'obtenir par pliage une bonne approximation d'un PH.
Pour cela on part d'une feuille carrée. Puis on réalise les plis suivants.



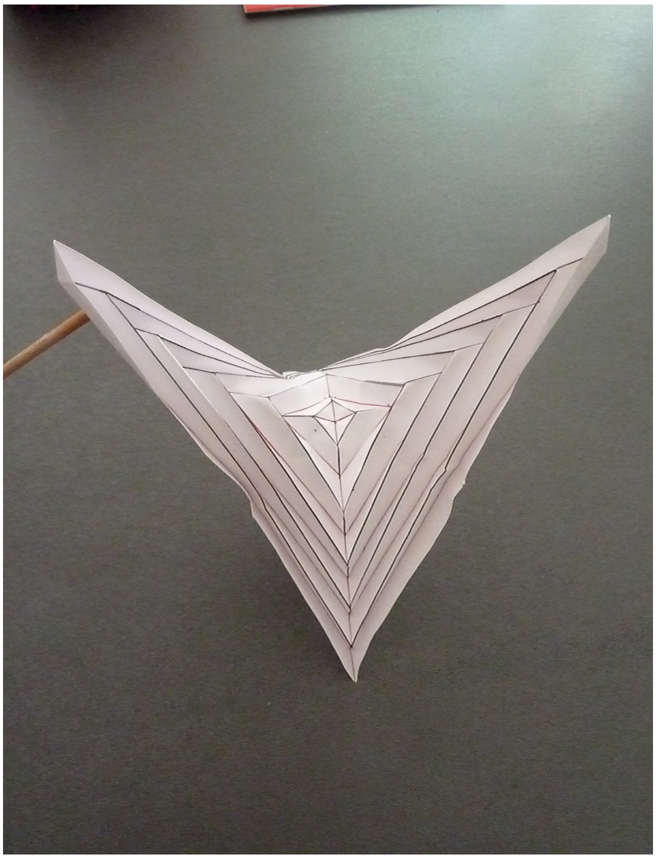
retour au sommaire

Les plis verts sont des plis « vallées », les plis rouges sont des plis « montagnes ».
On plie progressivement, pour finalement obtenir l'étoile représentée ci-dessous.





Il reste à déplier partiellement cette étoile, en la tenant par ses deux mains en son centre, puis à tourner sa main gauche dans un sens et sa main droite dans l'autre sens pour obtenir cette configuration.



On trouvera un pliage d'un paraboloïde hyperbolique plus sophistiqué, dit abri, ici :
https://www.tubefr.com/tutoriel-6-pliage-exemple-paraboloide-hyperbolique-abri.html

MATHS ET PLIAGES

PLIAGE, DÉCOUPAGE D'UN FLOCON DE NEIGE

Walter Nurdin

Cette proposition de séance de cycle 3 s'inspire d'observations éparses vues dans des classes et de la séance de Marie-Lise Peltier sur les napperons[4]

Phase 1.

Travail sur la représentation d'un flocon de neige
Matériel pour chaque élève

- Une feuille de papier format A4 qui sera découpée ;
- Une feuille de papier pour écrire les explications attendues ;
- Une paire de ciseaux.

Consigne
On veut obtenir un flocon de neige.
Pour cela, vous effectuez toutes les découpes que vous jugez nécessaires pour obtenir, selon vous, une forme qui ressemble à un flocon de neige agrandi. Décrivez la forme que vous vouliez obtenir et comment vous avez fait si jamais vous avez plié la feuille et pourquoi ?.

Phase 2.

Retour en grand groupe.
On fait verbaliser les représentations d'un flocon de neige, les procédures pour obtenir la forme souhaitée et on effectue des comparaisons. Si jamais des symétries sont évoquées on peut déjà faire préciser les conditions (pliage) pour obtenir des figures symétriques.

Phase 3.

Désormais on désire être plus précis en reprenant des images de vrais flocons de neige.
On trouve de nombreux exemples sur le site suivant : http://snowcrystals.com/

Étape 1 : On reprend les représentations précédentes en les comparant aux « vraies » photographies de flocons de neige. On dégage des éléments communs et des éléments caractéristiques (les symétries ...).

Étape 2 : L'enseignant propose aux élèves 3 images qu'ils devront reproduire en découpant une feuille (voir ci-dessous un exemple possible). Les images peuvent être pensées en terme de différenciation.
On compare en faisant ressortir les six branches, les symétries et les formes que l'on désire obtenir (cerf-volant, polygones …). Il faut définir les contraintes que l'on souhaite mettre en place pour obtenir le flocon. Le flocon conservé sera évalué en observant sa conformité aux contraintes déterminées.

Étape 3 : Pour obtenir une parfaite symétrie il faut convenir avec les élèves qu'il faut plier la feuille un certain nombre de fois, découper puis déplier la feuille pour constater le résultat et le comparer à l'attente. On ne froisse pas un papier qui n'est pas conforme au résultat souhaité pour en parler dans la phase 4.

Matériel :

- Une feuille de papier ;
- Une paire de ciseaux.

4 http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/68/68n3.pdf

<u>Consigne</u> :
Vous choisissez un modèle parmi les trois que vous allez reproduire en tenant compte des contraintes imposées. Pour cela, vous pouvez effectuer tous les pliages que vous pensez utiles, puis sans déplier, vous effectuez toutes les découpes que vous jugez nécessaires, enfin vous dépliez, vous comparez au modèle choisi et vous vérifiez que les contraintes sont réalisées. Si jamais vous n'avez pas obtenu un « flocon » correct vous ne froissez pas le papier pour en parler avec la classe.

Contraintes :
Symétries, 6 branches
Les 3 cerfs-volants aux extrémités

Contraintes :
Symétries, 6 branches
Les 3 pointes et l'heptagone

Contraintes :
Symétries, 6 branches
7 extrémités

Phase 4.
Retour en grand groupe.
On reprend les productions des élèves, les difficultés, les erreurs éventuelles.
Il faut prévoir un temps d'institutionnalisation du vocabulaire, du repérage des symétries et des propriétés des figures souhaitées.
On peut, en dernier lieu, laisser un temps aux élèves qui n'avaient pas obtenu un flocon correct d'en construire un conforme et pour les élèves qui ont réussi d'en reproduire d'autres.

MATHS ET MÉDIA

EN PÉRIODE DE CADEAUX

Une première lecture fait penser que plus le consommateur achète, plus le cadeau fait par le supermarché est important : 3 € offerts dès 30 € d'achat, 5 € offerts dès 40 € d'achats, 6 € offerts dès 50 € d'achat. De plus la taille des symboles indiquant les montants est croissante.
Le lecteur du Petit Vert est curieux et a envie d'en savoir plus.

3 € représentent 10% de 30 €.
5 € représentent 12,5% de 40 €.
6 € représentent 12% de 50 €.

Voici de quoi prendre un peu de recul face aux offres de fin d'année.

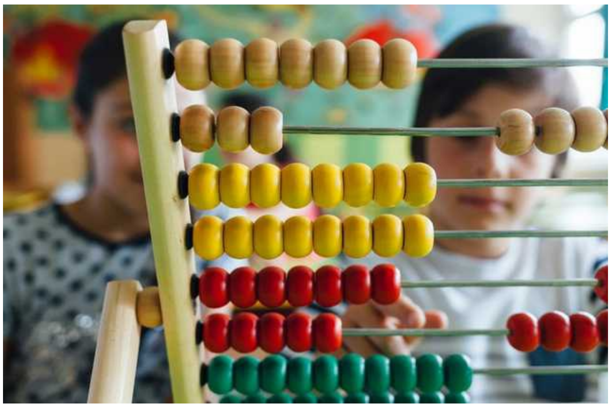
retour au sommaire

MATHS ET MEDIA

SIX FAÇONS DE FAIRE AIMER LES MATHS À VOTRE ENFANT

Un **article sur le net** nous propose six façons de faire aimer les maths à votre enfant.
On peut préférer la version originale en anglais.
Il est fréquent de voir les maths comme une matière difficile d'accès et, en définitive, assez ennuyeuse. Voici les six conseils donnés pour aider vos enfants à retrouver le goût des maths : Concentrez-vous sur le pourquoi des choses ; Faites référence au quotidien ; Reconnaissez le défi que cela représente ; Instaurez une dynamique de groupe ; Donnez de l'importance aux maths ; Créez des liens.

Le 6ème chapitre : Donnez de l'importance aux maths
Étant donné que l'anxiété vis-à-vis des maths peut se diffuser d'une génération à l'autre, les parents ont clairement un rôle à jouer pour faire en sorte que leurs enfants ne soient pas paralysés à la seule pensée des nombres. C'est important : un parent qui apprend comment éviter de transmettre la peur des maths à son enfant lui donne la chance de découvrir une très belle discipline et d'accéder à des emplois parmi les mieux payés et les plus intéressants.



Et vous, chers lecteurs, connaissez-vous la septième façon de faire aimer les maths ?

Merci à Claire Renou pour son envoi.

MATHS ET JEUX

UN CALENDRIER DE L'AVENT MATHÉMATIQUE

Fathi Drissi

Pendant le mois de décembre 2017, au collège Louis Armand de Moulins lès Metz, la documentaliste et un enseignant de mathématiques ont fait vivre au CDI un calendrier de l'avent mathématique.

Chaque jour, les élèves découvrent une énigme, un casse-tête ou un défi. Quelques uns sont présentés ci-dessous, le puzzle « mon beau sapin » présenté dans ce numéro du Petit Vert a été gardé pour le dernier jour de classe.

retour au sommaire

Enigme 1

Chaque lettre représente un chiffre, la même lettre représente le même chiffre, deux lettres différentes représentent deux chiffres différents... et l'opération est juste.

		P	E	R	E
	+	N	O	E	L
=	J	O	U	E	T

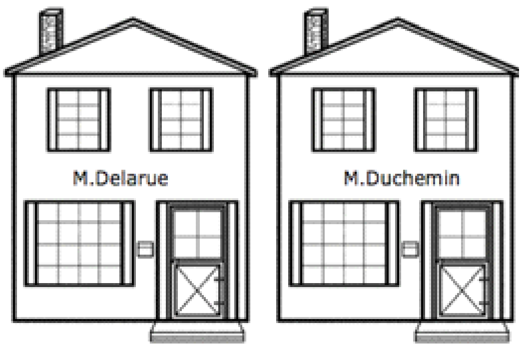
O = 0 et P = 7

Remplacer les lettres par les bons chiffres.

Enigme 8

Mme Noël partage une boîte de chocolats entre sa petite-fille et deux de ses amies. Elle donne le quart des chocolats à une amie de sa petite-fille, 10 chocolats à l’autre amie et autant que les deux autres à sa petite-fille. Combien Mme Noël a-t-elle distribué de chocolats ?

Enigme 11



Pour marquer le numéro de sa villa, M.Delarue a acheté les trois chiffres en fer forgé dont il avait besoin : un 1, un 5 et un 9. M.Duchemin, son voisin de la maison d’à côté, a acheté un 1, un 2 et un 5.

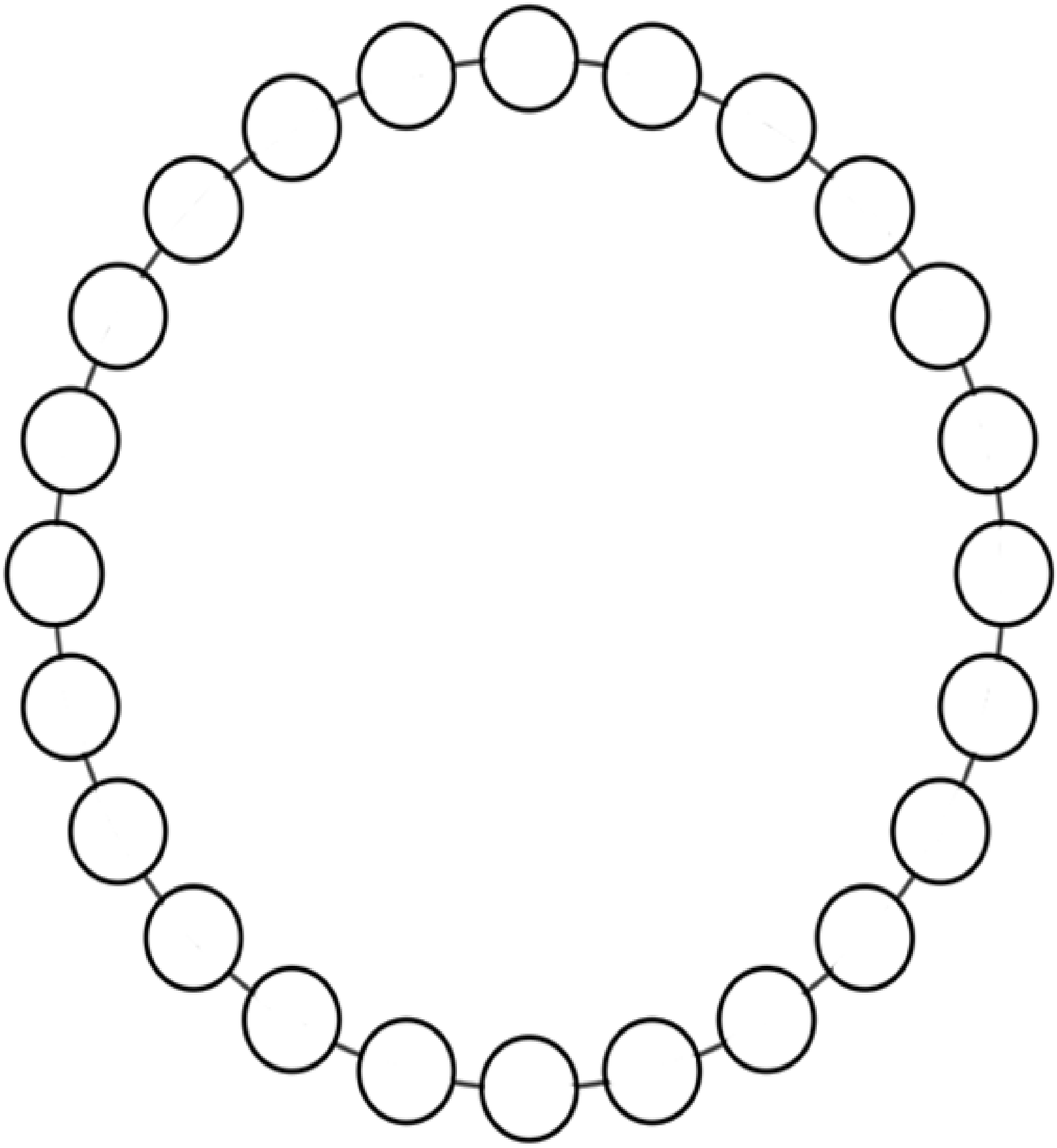
Dans cette rue, les maisons sont numérotées à la suite : les numéros pairs d’un côté de la rue, les numéros impairs de l’autre côté.

À quels numéros de la rue habitent-ils ?

retour au sommaire

Un calendrier de l'Avent un peu spécial

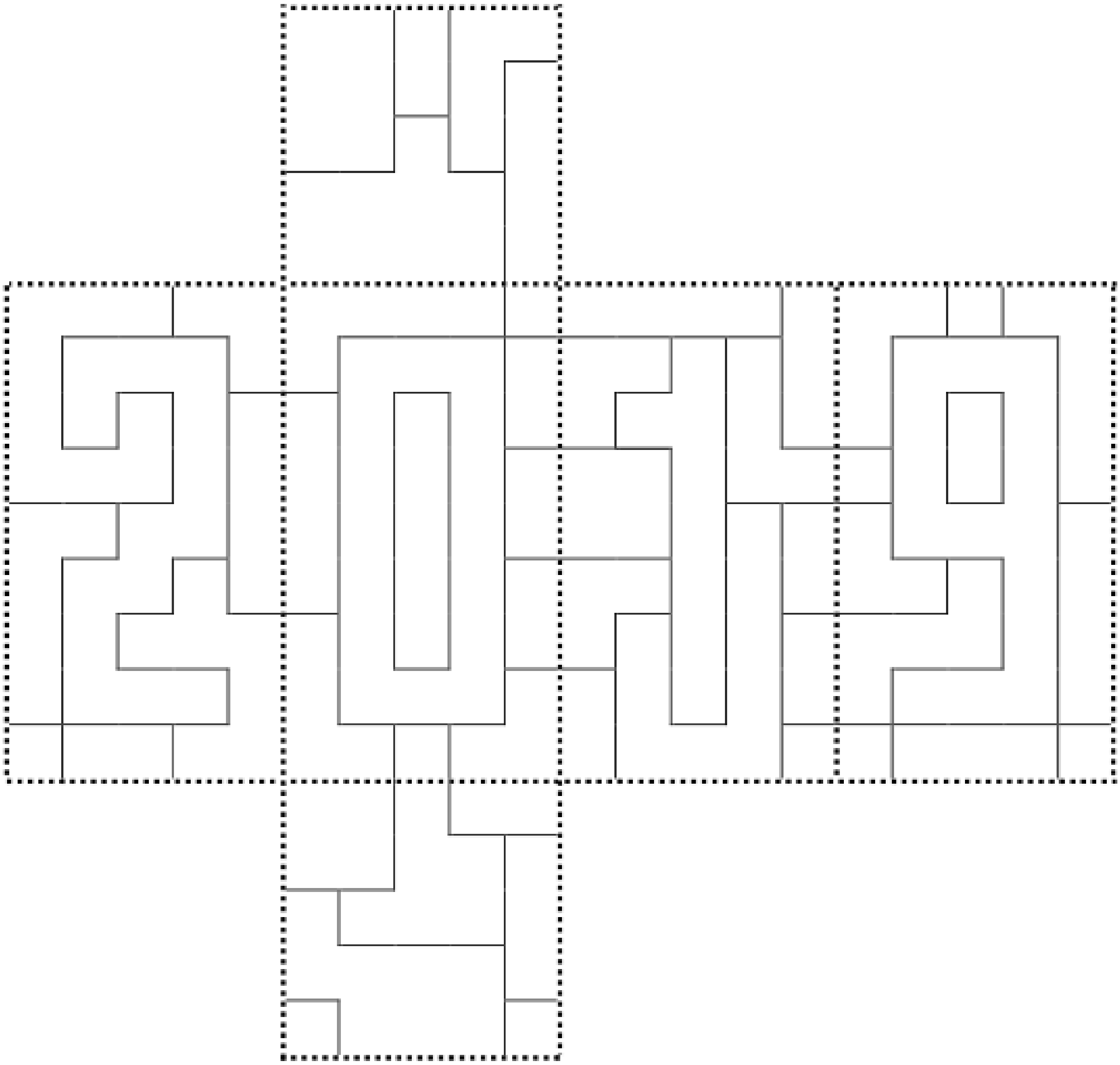
Place les nombres de 1 à 24 autour du cercle de telle façon que la différence entre deux nombres consécutifs soit toujours 2 ou 3 et que la somme de deux nombres diamétralement opposés soit toujours 25.



retour au sommaire

MATHS ET JEUX

COLORIAGE POUR L'ANNÉE 2019



Colorie ce rectangle en utilisant le moins de couleurs possibles.

Deux zones voisines ne peuvent pas être de la même couleur.

En observant le rectangle, apparaissent les chiffres 2, 0, 1 et 9 du nombre 2019. Ce minimum peut-il être obtenu en coloriant ces chiffres d'une même couleur?

Énoncé et solutions

DÉFI ALGORITHMIQUE POUR VOS ÉLÈVES n°136

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.
Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous.

Le commissaire Albert Girard se réveille en sursaut et regarde son radio-réveil. Celui-ci indique 02:25. Le commissaire constate que l'heure indiquée est un carré parfait (en effet, 15^2=225). Habituellement, il se couche à 22 h 30 et se lève à 7 h 30. Albert Girard se demande alors quelle est la probabilité que l'heure de son réveil en sursaut soit un carré parfait. Aidez-le en donnant votre réponse sous forme de fraction irréductible.

DÉFI POUR NOËL 2018

En 2018, Noël est un mardi et le premier janvier 2019 est aussi un mardi. Dans combien d'années ces deux jours de fête seront-ils de nouveau des mardis ?

SOLUTION DU PREMIER DÉFI n°135 Diviser pour mieux régner

Le défi algorithmique du PV 135 demandait de trouver l'année suivant 2010 qui comporte trois diviseurs. La fonction troisDiviseurs renvoie l'année suivant une année donnée et qui comporte trois diviseurs. Elle utilise la fonction nombreDiviseurs qui renvoie le nombre de diviseurs d'un entier. Effectuer troisDiviseurs(2010) permet d'obtenir la réponse cherchée.

Pseudo-code :

```
Fonction nombreDiviseurs(n : entier ; nb : entier)
    nb ← 0 ;
    pour i allant de 1 à n, faire :
        si reste(n,i)=0 alors :
            nb ← nb +1 ;
        finSi ;
    finPour ;
    renvoyer nb.
```

NB : reste(a,b) renvoie le reste de la division euclidienne de a par b

```
Fonction troisDiviseurs(annee1 : entier ; annee2 : entier)
    annee2 ← annee1 ;
    d ← nombreDiviseurs(annee2) ;
    tant que d ≠ 3, faire :
        annee2 ← annee2 + 1 ;
        d ← nombreDiviseurs(annee2) ;
    finTantque ;
    renvoyer annee2
```

Code Python :

```
""" Fonction nombreDiviseurs(n : entier; nb : entier)
n : entier dont on veut connaître le nombre de diviseurs
```

renvoie nb, le nombre de diviseurs de n """

```
def nombreDiviseurs(n):
    nb=0
    for i in range(1,n+1):
        if n%i==0:
            nb=nb+1
    return nb


""" Fonction troisDiviseurs(annee1 : entier; annee2 : entier)
annee1 : l'année de départ de la recherche
d : entier, le nombre de diviseur de annee
renvoie annee2, l'année suivant celle de départ qui comporte trois diviseurs """

def troisDiviseurs(annee1):
    annee2=annee1
    d=nombreDiviseurs(annee2)
    while d!=3:
        annee2=annee2+1
        d=nombreDiviseurs(annee2)
    return annee2Diviser pour mieux régner
```

SOLUTION DU SECOND DÉFI n°135
Le maillot de Mbapé

Une équipe a 11 joueurs et 11 maillots numérotés de 1 à 11.
Les joueurs entrent au vestiaire un par un, en ordre aléatoire et choisissent un maillot, sauf Kélio, qui veut avoir le numéro 10 de Kylian Mbappé et qui donc le choisit s'il en a la possibilité. Quelle est la probabilité que Kélio obtienne le maillot de son joueur préféré ?

On définit les événements suivants :
K: « Kélio obtient le numéro 10 de Mbappé » ;
I_i: « Kélio entre en i ème position au vestiaire ».

Le numéro 10 de Mbappé peut être obtenu par Kélio en entrant en première position ou en seconde, en troisième … jusqu'à rentrer au vestiaire en 11 ème position.
Donc :

$$P(K)=P(K\cap I_1)+P(K\cap I_2)+...+P(K\cap I_{11})$$
$$P(K)=P_{I_1}(K)\times P(I_1)+P_{I_2}(K)\times P(I_2)+...+P_{I_{11}}(K)\times P(I_{11})$$
$$P(K)=P_{I_1}(K)\times\frac{1}{11}+P_{I_2}(K)\times\frac{1}{11}+...+P_{I_{11}}(K)\times\frac{1}{11}$$

La probabilité que Kélio entre en i ème position est toujours de $\frac{1}{11}$.

La probabilité que Kélio obtienne le maillot lorsqu'il entre en premier est bien évidemment égale à 1.

La probabilité que Kélio obtienne le maillot lorsqu'il entre en deuxième position est de : $\frac{10}{11}$

retour au sommaire

La probabilité que Kélio obtienne le maillot lorsqu'il entre en troisième position est de :

$$\frac{10}{11}\times\frac{9}{10}=\frac{9}{11}$$

La probabilité que Kélio obtienne le maillot lorsqu'il entre en quatrième position est de :

$$\frac{10}{11}\times\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}=\frac{8}{11}$$

En itérant la procédure on obtient.

$$P(K)=\frac{1}{11}+\frac{10}{11^2}+\frac{9}{11^2}+\ldots+\frac{1}{11^2}$$

$$P(K)=\frac{1}{11}+\frac{55}{11^2}$$

$$P(K)=\frac{6}{11}$$

SOLUTION DU TROISIÈME DÉFI n°135
Mobilisation générale

Le tableau ci-dessous figurait dans la rubrique « Il y a 100 ans dans l'Est » daté du 8 août 2014. Ce tableau, tronqué, ne mentionne que les 15 premières dates de la mobilisation.

Que faudra-t-il écrire pour le 11 novembre 1918 (jour de la signature de l'armistice, c'est-à-dire de l'arrêt des combats) ?

MOBILISATION GÉNÉRALE

TABLEAU DE CONCORDANCE

des jours de la période de mobilisation avec les dates du calendrier

Par décret du Président de la République, la Mobilisation générale des armées de terre et de mer est ordonnée.

Le 1er jour de la Mobilisation est le Dimanche 2 août 1914.
Le 2e jour de la Mobilisation est le Lundi 3 août 1914.
Le 3e jour de la Mobilisation est le Mardi 4 août 1914.
Le 4e jour de la Mobilisation est le Mercredi 5 août 1914.
Le 5e jour de la Mobilisation est le Jeudi 6 août 1914.
Le 6e jour de la Mobilisation est le Vendredi 7 août 1914.
Le 7e jour de la Mobilisation est le Samedi 8 août 1914.
Le 8e jour de la Mobilisation est le Dimanche 9 août 1914
Le 9e jour de la Mobilisation est le Lundi 10 août 1914.
Le 10e jour de la Mobilisation est le Mardi 11 août 1914.
Le 11e jour de la Mobilisation est le Mercredi 12 août 1914.
Le 12e jour de la Mobilisation est le Jeudi 13 août 1914.
Le 13e jour de la Mobilisation est le Vendredi 14 août 1914.
Le 14e jour de la Mobilisation est le Samedi 15 août 1914.
Le 15e jour de la Mobilisation est le Dimanche 16 août 1914.

Proposition de solution

Le 31 août est le 30ème jour de la mobilisation.

J'ajoute les 30 jours de septembre, les 31 jours d'octobre, les 30 jours de novembre et les 31 jours de décembre. Le 31 décembre 1914 est donc le 152ème jour de la mobilisation.

Après des 365 jours de 1915, les 366 jours de 1916 et les 365 jours de 1917, le 31 décembre 1917 est le 1 248ème jour de la mobilisation.

Pour 1918, j'ajoute (31+28+31+30+31+30+31+31+30+31) jours soit 304 jours. Le 31 octobre est donc le 1 552ème jour de la mobilisation.

Le 11 novembre 1918 est donc le 1563ème jour de la mobilisation.

Démobilisation en 1919

La démobilisation a commencé seulement après la signature du traité de Versailles (28 juin 1919), mais les derniers soldats (les plus jeunes) ont été démobilisés en octobre 1919, soit plus de dix mois après la fin des combats et plus de cinq ans après le début du conflit.

Voir par exemple

retour au sommaire

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE (n°136)

Proposé parJacques Choné

Trouver une condition nécessaire sur le degré du polynôme non nul, à coefficients réels, $P(X)$, pour qu'il divise dans $\mathbb{R}[X]$ le polynôme $P(X^2+X+1)$.

Le responsable de cette rubrique est philippe.fevotte@wanadoo.fr . Lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème.

SOLUTION DU PROBLÈME PRÉCÉDENT (n°135)

Aucune réponse à ce problème n'est parvenue.
Dans une première approche, on peut admettre que seule importe la position relative des lettres A et B et non leur position sur le segment.
Ainsi, les $a+b$ points étant choisis, le nombre de façon de les nommer A ou B est $\binom{a+b}{a}$.
Les cas « favorables » sont ceux qui correspondent au placement des a lettres A dans $b+1$ positions possibles
Parmi toutes ces possibilités, celles qui sont « favorables » sont au nombre de $\binom{b+1}{a}$. Par conséquent la probabilité cherchée est $\dfrac{\binom{b+1}{a}}{\binom{a+b}{a}}$

Jacques Choné propose une démonstration plus rigoureuse :
On considère la variable aléatoire X égale à 1 quand l'événement est réalisé et égale à 0 sinon et Y la variable aléatoire correspondant au choix des $a+b$ points (voir la note (1)).
La probabilité cherchée est $E(X)$.
D'après le théorème de l'espérance totale (voir la note (2)), on a $E(X)=E(E(X/Y))$.
Or $E(X)$ = $\dfrac{\binom{b+1}{a}}{\binom{a+b}{a}}$

En effet les $a+b$ points étant choisis il y a $\binom{a+b}{a}$ façons de les étiqueter A ou B.
C'est le « nombre de cas possibles ». Pour évaluer le « nombre de cas favorables », il suffit de se représenter une suite de b lettres B laissant $b-1$ espaces entre elles ;

retour au sommaire

il y a alors $b+1$ positions possibles pour les a lettres A ; le nombre de cas favorables est donc $\binom{b+1}{a}$.

Comme $E(X/Y)$ est constante, la probabilité demandée est (voir note(3)) :

$$E(X)=E(E(X/Y))=\frac{\binom{b+1}{a}}{\binom{a+b}{a}}$$

Il propose également un algorithme, en Python pour simuler ces tirages :

```
import random
def expe(a,b): # effectue une expérience
    la=[random.random() for k in range(a)]
    lb=[random.random() for k in range(b)]
    lb.sort();lb=[0]+lb+[1];
    for k in range(len(lb)-1):
        if interv(la,lb[k],lb[k+1])>=2:
            return (False)
    return (True)
def interv(li,x,y):
    #renvoie le nombre d'éléments li dans l'intervalle[x,y]
    c=0
    for k in range (len(li)):
        if li[k]<=y and li[k]>=x:
            c=c+1
    return (c)
def probe(m,a,b):
# renvoie la fréquence relative à m expériences de l'événement
    f=0
    for k in range (m):
        if expe(a,b)==True:
            f=f+1
    return (f/m)
```

Notes :

(1) Si on asssimile le segment initial à l'intervalle $]0;1[$, on peut voir Y comme un vecteur aléatoire : l'application de l'ensemble des éventualités dans $]0;1[^{(a+b)}$ qui associe à chaque choix des $a+b$ points leurs abscisses.

(2) Voir par exemple