

DANS NOS CLASSES

PAVAGES EN TROISIÈME

*Claire RENOU, collège Anjou de Sablé-sur-Sarthe (REP)
Michel LEFORT, collège des Hauts de Blémont de Metz*

Lors de la réforme du collège, nous avons vu apparaître (ou réapparaître pour certains) dans les programmes du cycle 4, les transformations du plan et leurs effets. Nous avons décidé avec mes collègues de commencer notre progression de 3^{ème} avec un chapitre sur les triangles égaux et les transformations du plan.

J'ai introduit les transformations et leurs effets à partir de l'activité « [Frise de gouttes](#) » issue des documents d'accompagnement des programmes. Les élèves ont ainsi étudié différentes frises réalisées à partir d'un même motif (une goutte d'eau) en utilisant à chaque fois une transformation différente, puis ils ont tracé une frise analogue avec un motif choisi par leurs soins. Afin de poursuivre cette activité et clore ce chapitre, j'ai souhaité leur faire réaliser un pavage à l'aide de GeoGebra en Aide Personnalisée.

J'ai choisi l'AP car nous étions alignés avec l'AP technologie afin de dédoubler nos classes (deux groupes de 12-13 élèves) en salle de technologie donc avec des ordinateurs à disposition sans monopoliser une des deux salles TICE du collège. Ainsi chaque élève disposait de son poste pour utiliser le logiciel.

Les élèves ont facilement réussi à réaliser le pavage « À la manière d'Escher », seuls quelques uns ont eu besoin d'aide pour créer les vecteurs de la translation.

Le deuxième pavage n'a pas été abordé par tous, faute de temps lors de la séance. Il a posé plus de difficultés pour plusieurs raisons : formulation de la consigne 1a) « l'angle \widehat{BAC} avec une mesure inférieure à 60° » et non une mesure imposée et le fait de devoir sélectionner la totalité de la fleur afin de réaliser les transformations.

Cette activité a permis aux élèves de visualiser une méthode logique de construction d'un pavage. Elle a été très appréciée.

Un prolongement avec *Scratch* est possible. Je ne l'ai pas mis en place l'an passé faute de temps et ne maîtrisant pas suffisamment *Scratch*. Par la suite, une formation PAF sur 2 jours m'a permis de m'améliorer et de découvrir la fonction « estampiller » qui permettrait de réaliser de manière similaire un pavage avec *Scratch*.

J'ai cependant réalisé des frises et pavages avec *Scratch* avec mes élèves à partir de carrés ou triangles (pour les frises) et de carrés et rectangles pour les pavages. Je me suis basée sur le travail d'un collègue et d'une ressource académique¹.

Je ne sais pas encore si je proposerai cette activité en l'état cette année car nous avons constaté l'an passé que cette notion n'était pas si évidente pour nos élèves. Elle est donc décalée dans notre progression. Nous l'avons positionnée entre les vacances de février et d'avril. De plus, j'ai souhaité l'aborder différemment en l'amenant tôt et progressivement à partir de pavages issus du zellige. Cela sera aussi plus facile, je pense, car les transformations ont déjà été abordées en 4^{ème} l'an dernier afin de répondre à la logique de cycle et me permettra de renouer avec le zellige déjà utilisé en 3^{ème} par le passé. Je vais réactiver ces notions et faire découvrir le zellige aux élèves à partir d'une série de devoirs maisons avant d'aborder le chapitre. J'envisage de leur faire réaliser des pièces afin de faire un morceau de zellige sur un mur de ma salle. On pourra réaliser le même zellige avec GeoGebra puis *Scratch* afin de comparer les procédés (rapidité et raisonnements). Cerise sur le gâteau, une sortie au Palais de la Découverte pour assister à un exposé sur les pavages, la symétrie et les zelliges est prévue en avril.

¹ <http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/mathematiques/enseignement/groupe-de-recherche/actions-nationales-2015-2017/mur-et-pavages-963477.kjsp?RH=1160078262078>

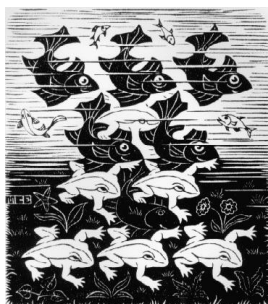
Annexe 1 : fiche élève

Réalisation de pavages² à l'aide de GeoGebra

I- À la manière d'Escher

Maurits Cornelis Escher, artiste néerlandais, mélangeait art et mathématiques pour réaliser ses œuvres. Il utilisait les transformations géométriques pour peindre des pavages. En voici trois.

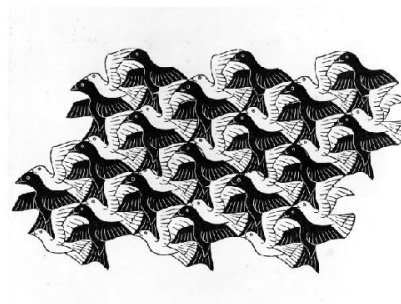
Fisch and Frogs



Regular division of the plane III



Regular division with Birds



Ouvrir le logiciel GeoGebra.
Faire apparaître la grille et les axes.

1) Placer les points A à K pour obtenir le motif de base

2) a) Tracer le polygone de A à K et le renommer « Oiseau 1 »

2) b) Construire les points L et M qui serviront aux déplacements des oiseaux

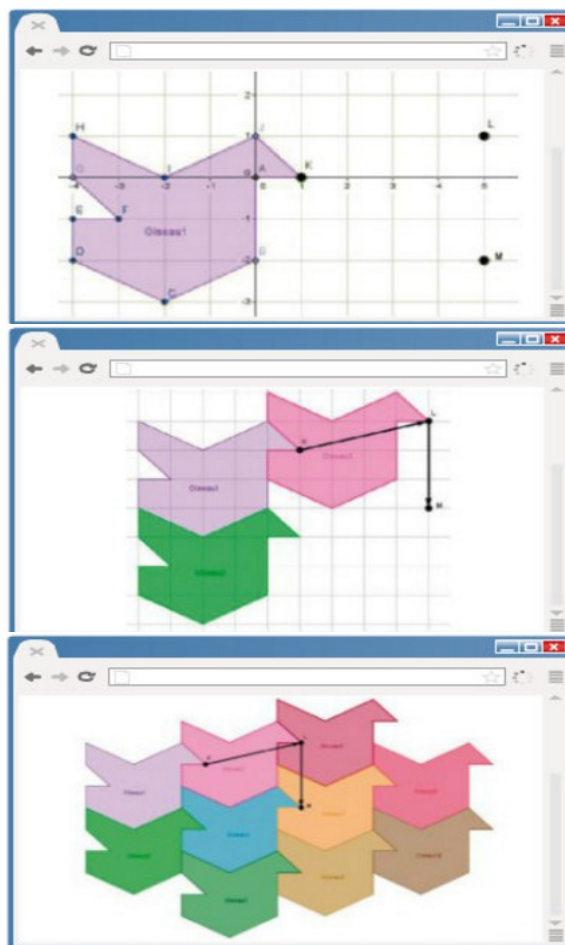
3) a) Construire le polygone « Oiseau 2 », image de « Oiseau 1 » par la transformation qui transforme L en M.

3) b) Construire le polygone « Oiseau 3 », image de « Oiseau 1 » par la transformation qui transforme K en L.

Aide : On utilise l'outil



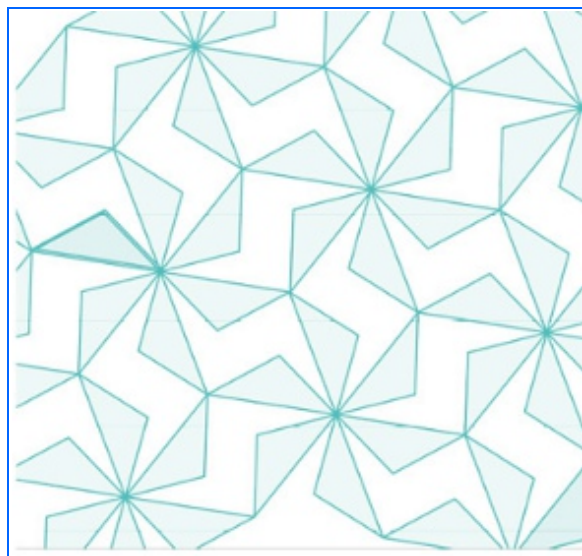
4) En utilisant les deux translations précédentes, construire un pavage d'oiseaux (comme l'exemple de droite).



² Sources : Manuel Myriade 4^{ème}, p. 192 et Transmath cycle 4, p. 475.

II – Pavage avec des translations et des rotations

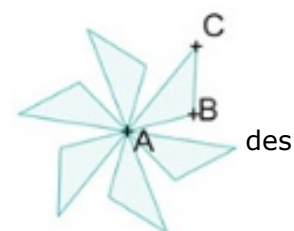
On se propose de réaliser un pavage du plan comme celui-ci, à partir d'un triangle ABC.



1. Utiliser des rotations

1) a) Avec un logiciel de géométrie, construire un triangle ABC tel que l'angle \widehat{BAC} ait une mesure inférieure à 60° .

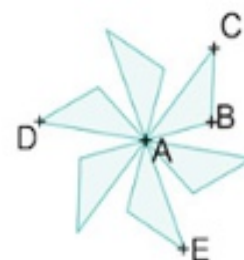
1) b) Construire la figure ci-contre, composée de six triangles obtenus par rotations successives de centre A et d'angle 60° dans le même sens.



2. Utiliser des translations

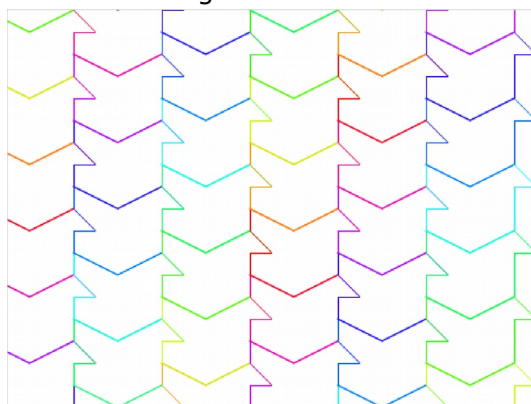
2) a) Construire les images du motif obtenu qui transforme C en D, C en E et E en D.

2) b) Poursuivre ce pavage.



Annexe 2 : PAVAGE DU PLAN AVEC SCRATCH

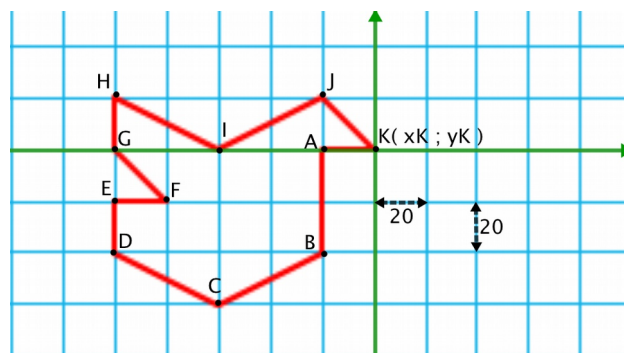
Michel Lefort (collège des Hauts de Blémont, Metz) nous propose une version de ce pavage en utilisant Scratch. L'objectif est d'obtenir la figure ci-dessous.



Partie 1 : Dessin d'un oiseau

Aide : On peut sélectionner l'arrière plan « xy-grid-20px » (quadrillage dans un repère cartésien d'unité « 20 pixels ») de Scratch pour se repérer facilement.

1°) A l'aide de la représentation ci-contre, exprimer les coordonnées des points C, D, E, F, G, H, I et J en fonction des coordonnées de K ($x_K; y_K$) en complétant le tableau suivant :



A ($x_K - 20 ; y_K$)	F (..... ;)
B ($x_K - 20 ; y_K - 40$)	G (..... ;)
C (..... ;)	H (..... ;)
D (..... ;)	I (..... ;)
E (..... ;)	J (..... ;)

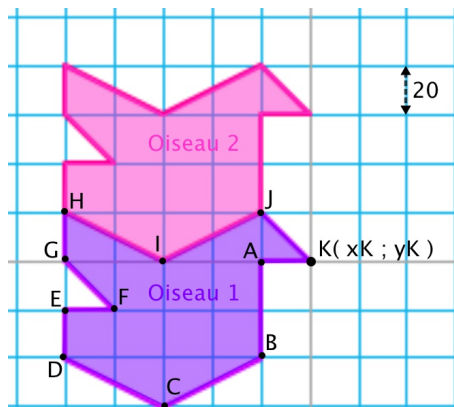
2°) Créer et nommer deux variables x_K et y_K dans Scratch :

3°) Créer un bloc (une fonction) **OISEAU** dans Scratch qui permet de dessiner un oiseau à partir des coordonnées des points K, A, B, C, D, E, F, G, H, I et J à l'aide de la question 1°) et des deux variables x_K et y_K créées précédemment.

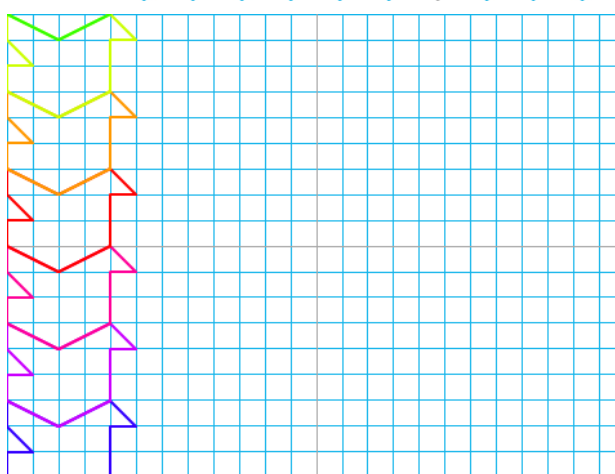
4°) Vérifier que vous obtenez bien le dessin de l'oiseau de la question 1°) en lançant le programme ci-contre :

Partie 2 : Translation d'un oiseau

1°) Quelle transformation permet de passer de l'Oiseau 1 à l'Oiseau 2 sur la figure ci-dessous ?

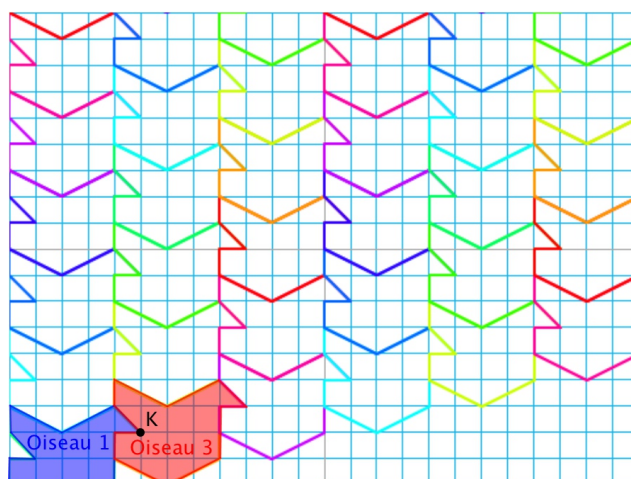


2°) A l'aide des indications de la figure ci-dessus et du bloc OISEAU créé dans la partie 1, écrire un programme Scratch qui permet d'obtenir le résultat ci-dessous (en prenant $x_K = -140$ et $y_K = 140$ par exemple) :



Partie 3 : Pavage du plan

1°) Quelle transformation permet de passer de l'Oiseau 1 à l'Oiseau 3 sur la figure ci-dessous ?



2°) A l'aide des indications de la figure ci-dessus et du bloc OISEAU créé dans la partie 1, écrire un programme Scratch qui permet d'obtenir juste les oiseaux 1 et 3 (en prenant $x_K = -140$ et $y_K = 140$ par exemple)

3°) Puis, écrire le programme Scratch qui permet d'obtenir le pavage du plan à l'aide du bloc OISEAU.

SOLUTION

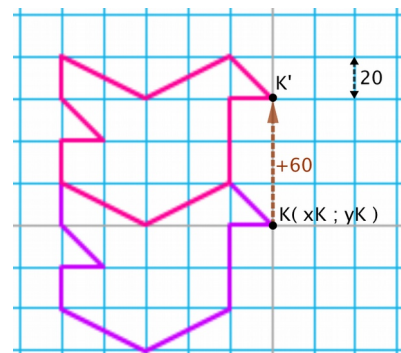
Partie 1 : Dessin d'un oiseau

```

définir OISEAU
  aller à x: xK y: yK ▶ point K( xK ; yK )
  stylo en position d'écriture
  aller à x: xK - 20 y: yK ▶ A( xK - 20 ; yK )
  aller à x: xK - 20 y: yK - 40 ▶ B( xK - 20 ; yK - 40 )
  aller à x: xK - 60 y: yK - 60 ▶ C( xK - 60 ; yK - 60 )
  aller à x: xK - 100 y: yK - 40 ▶ D( xK - 100 ; yK - 40 )
  aller à x: xK - 100 y: yK - 20 ▶ E( xK - 100 ; yK - 20 )
  aller à x: xK - 80 y: yK - 20 ▶ F( xK - 80 ; yK - 20 )
  aller à x: xK - 100 y: yK ▶ G( xK - 100 ; yK )
  aller à x: xK - 100 y: yK + 20 ▶ H( xK - 100 ; yK + 20 )
  aller à x: xK - 60 y: yK ▶ I( xK - 60 ; yK )
  aller à x: xK - 20 y: yK + 20 ▶ J( xK - 20 ; yK + 20 )
  aller à x: xK y: yK ▶ K( xK ; yK )
  relever le stylo
  
```

Partie 2 : Translation d'un oiseau

1°) On obtient l'Oiseau 2 à partir de l'Oiseau 1 par une TRANSLATION (translation verticale de +3 carreaux « +60 pixels ») qui transforme le point K en le point K'.



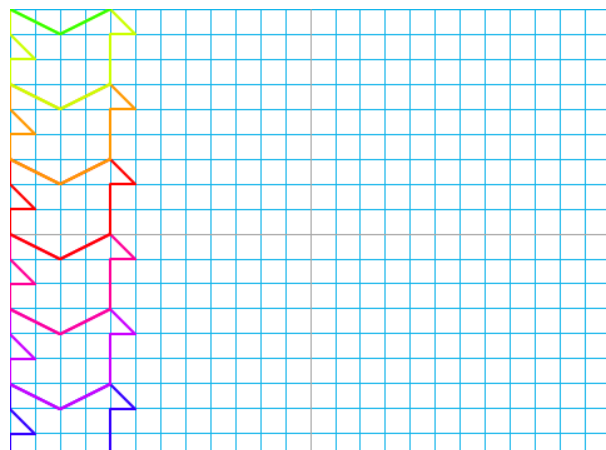
2°)

Programme

```

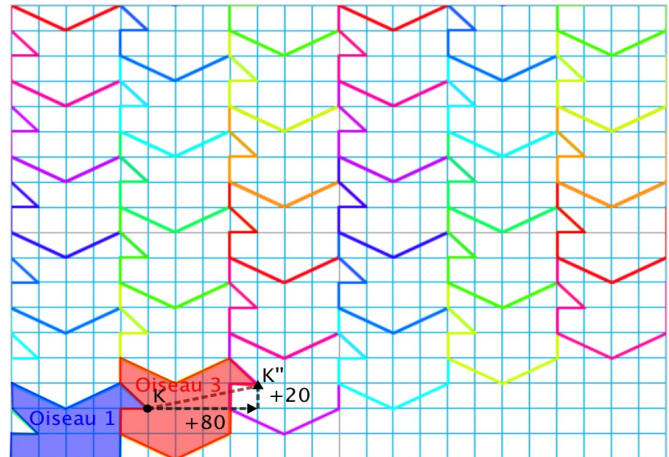
quand est cliqué
  effacer tout
  mettre la taille du stylo à 2
  mettre xK à -140 ▶ abscisse départ xK
  mettre yK à -140 ▶ ordonnée départ yK
  répéter 6 fois
    ajouter 20 à la couleur du stylo
    OISEAU
    ajouter à yK 60 ▶ transl. verti. +60 pixe...
  
```

Résultat obtenu



Partie 3 : Pavage du plan

1°) On obtient l'Oiseau 3 à partir de l'Oiseau 1 par une TRANSLATION (une translation horizontale de +4 carreaux « +80 pixels » suivie d'une translation verticale de +1 carreau « +20 pixels ») qui transforme le point K en le point K''.



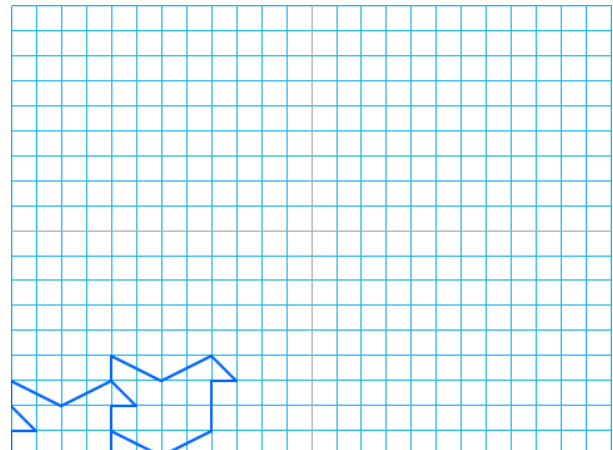
2°)

Programme

```

quand [drapeau] est cliqué
  effacer tout
  mettre la taille du stylo à 2
  ajouter 20 à la couleur du stylo
  mettre xK à -140
  mettre yK à -140
  OISEAU
  ajouter à xK 80
  mettre yK à yK + 20
  OISEAU
  
```

Résultat obtenu



3°)

Programme

```

quand [drapeau] est cliqué
  effacer tout
  mettre la taille du stylo à 2
  mettre xK à -140
  mettre yK à -140
  répéter 6 fois
    mettre copie de yK à yK
    répéter 7 fois
      ajouter 20 à la couleur du stylo
      OISEAU
      ajouter à yK 60
    ajouter à xK 80
    mettre yK à copie de yK + 20
  
```

Résultat obtenu

