LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 127	SEPTEMBRE 2016

Lunatique neonly n °1, François Morellet 1997

Voir l'article « François Morellet vivra en classe » page 46

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : juin 2016. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) a tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à jacverdier@orange.fr. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).
Ce numéro a été tiré à 25 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.

SOMMAIRE

Retour au sommaire

édito

UNE RENTRÉE INHABITUELLE

Ça y est ! Demain, après-demain, jeudi, lundi … il va bien falloir entrer dans ce nouveau collège. Cette rentrée sera plus angoissante pour les enseignants que pour les nouveaux élèves de sixième. Certains vont s'y présenter à reculons – à l'image de cet écolier que la maman essaie de décrocher du portail de l'école pour qu'il aille en classe – d'autres avec une motivation accrue par la perspective d'un changement ; tous s'y rendront avec une forme d'appréhension devant l'inconnu, de résignation face à une n-ième réforme. Au lycée, on peut parfois ne pas se sentir concerné par le tremblement de terre qui est survenu dans la commune voisine et dont les répliques nous toucheront surement ... mais pas aujourd'hui.

Qu'est-ce qui nous attend vraiment ? La mise en œuvre des EPI (Enseignements pratiques interdisciplinaires) va se faire en cinquième, quatrième et troisième. Les thèmes et leur articulation ont déjà été définis dans les établissements, mais il va falloir expérimenter leur faisabilité sur le terrain : comment les élèves vont-ils réagir aux contenus proposés ? Comment les préparer pour une évaluation au brevet 2017 ? Y aura-t-il suffisamment de collègues pour jouer le jeu de l'interdisciplinarité ? L'accompagnement personnalisé se généralise après la sixième. Comment éviter les écueils rencontrés par les équipes pédagogiques au lycée depuis 2009 ? Comment vraiment personnaliser un accompagnement dans une classe entière ?

Les horaires, l'organisation des programmes changent : quel temps sera réellement consacré à tel ou tel contenu ? Comment temporiser efficacement l'acquisition des connaissances pour tenir compte du rythme de chaque élève ? L'APMEP réclame depuis longtemps 4 heures de mathématiques par niveau pour y parvenir. Les horaires préconisés ne permettront pas de rendre les mathématiques plus accessibles, plus attrayantes. Le fonctionnement par cycle laisse une plus grande liberté pédagogique, ce qui ne rend pas nécessairement la tâche plus facile. L'évaluation par compétences permet de qualifier plutôt que de quantifier les résultats d'un élève, mais les critères semblent encore très subjectifs. Pourtant, beaucoup de ces compétences sont transversales et cela demandera, là encore, un travail d'équipe pour cerner au mieux un talent parfois très discret. Toutefois, le temps consacré au travail d'équipe et à l'autoformation de ces équipes semble sous-évalué, dans une conjoncture où le temps de travail de chaque enseignant fait l'objet de tensions très vives dans l'administration et dans la société. L'organisation par cycles implique également des échanges réguliers avec l'enseignement primaire, qui se font au gré des bonnes volontés des différents participants convoqués. Ces longues séances de discussions, parfois très riches, peuvent aussi déconcerter des enseignants qui cherchent à redéfinir leurs missions. Le temps de concertation devient une nécessité, doit-il être inscrit dans les services ?

La question des moyens, elle, s'est de nouveau retrouvée noyée dans les calculs d'un apothicaire dont nul ne saurait vérifier la comptabilité. Les programmes par cycle supposent des manuels de cycle, qui sont souvent bien trop chers pour équiper d'emblée tous les niveaux concernés. La dépense en livres des établissements dépasse largement un simple changement de programme, qui se fait année par année. Les enveloppes budgétaires n'ont pas permis de renouveler toutes les matières dans certains établissements. Les équipes disciplinaires n'ont pas toujours pu choisir le manuel qui leur plaisait le plus et ont du opter pour celui dont le montant était le plus raisonnable. On peut aussi regretter que les manuels numériques deviennent les vaches à lait de certains éditeurs. L'amputation de ces crédits va surement handicaper le plan numérique tellement souhaité et dans lequel on continue d'entretenir la confusion entre matériel et contenu, comme si l'on confondait stylo et rédaction (http://www.acteurspublics.com/2016/07/01/cedric-villani-je-ne-suis-pas-certain-que-l-education-nationale-saisisse-les-enjeux-de-l-enseignement-de-l-informatique).

Retour au sommaire

On peut ici exprimer une pensée émue pour le département de la Moselle, sinistré informatiquement depuis quelques années par une mise en place sidérante et totalement inefficace du fameux «client léger» (un serveur centralisé à Metz pour 5000 connexions simultanées depuis les collèges, contre 2500 prévues) et qui ne verra probablement pas d'amélioration significative de sa situation à cette rentrée.

Pour conclure, le grand train avec lequel a été menée cette réforme laisse encore quelques interrogations légitimes. Si l'esprit de la réforme s'accorde bien à de nombreuses demandes de l'APMEP depuis plusieurs années, sa mise en œuvre nous inquiète à divers degrés. Malgré cela, nous ne doutons pas que les nombreux travaux préparatoires des équipes pédagogiques produiront un nouvel élan, une nouvelle motivation chez les élèves... et leurs professeurs !

Le comité de la régionale
(écrit le dimanche 28 août)

VIE DE LA RÉGIONALE

JEUX ET MATHS EN DES LIEUX INATTENDUS



Le 5 juin, c'était la fête du vélo un peu partout en France. À Metz, pendant toute la journée, les jeux mathématiques présentés par Marie-José, Fathi et Michel, adhérent(e)s de l'APMEP, ont eu un grand succès auprès des enfants et même de leurs parents, un peu hésitants au début par peur de ne pas trouver.

Par ailleurs, Odile et Fathi ont animé une matinée « jeux » à la prison de Metz-Queuleu.
Ils ont profité de cette intervention pour présenter aux collègues PE notre association, notre expo et sa version multi-langues, ainsi que quelques brochures jeux. Ils ont été agréablement surpris de voir les mineurs détenus s'impliquer avec beaucoup d'enthousiasme.

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale A.P.M.E.P. Lorraine.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges "mathématiques" entre les adhérents.
Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.

Le comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Rachel François, Françoise Jean, Walter Nurdin, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.
La maquette est réalisée par Geneviève Bouvart et Michel Ruiba.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

C'ÉTAIT IL Y A 25 ANS DANS LE PETIT VERT

(n°27, septembre 1991)

Voici, en noir, l'éditorial de ce numéro, signé de François qui enseignait alors en collège (et qui s'y plaisait). Et, en rouge, les commentaires du comité de rédaction en septembre 2016.

Au printemps, on a plus parlé de réforme des lycées et d'I.U.F.M. que de collèges ! Leur rénovation est sans doute considérée comme achevée. Pourtant des questions demeurent :

←Comment assurer partout, en 6ème et en 5ème les quatre heures préconisées par le rapport Dacunha-Castelle ?

←Comment motiver des élèves dans des classes de plus en plus hétérogènes, dans l'optique d'un passage en seconde devenu plus facile que le brevet des collèges ?

←Comment travailler avec des élèves en grande difficulté, qui maintenant restent au collège ?

←Comment présenter l'A.P.M.E.P. au maître auxiliaire de physique, de biologie, de technologie... qui enseigne les mathématiques au collège ?

←Comment remplacer au bureau de la Régionale les collègues partis enseigner au lycée ?

En ce printemps 2016, on a plus parlé de réforme du collège et des programmes que de ce qui se fait en lycée ou dans les Éspé. Les difficultés de certains élèves n'ont pas totalement disparu, des dispositifs d'aide et d'accompagnement se sont multipliés, mais avec quelle efficacité ? Depuis 25 ans, des éléments de pédagogie différenciée font sans doute partie des pratiques enseignantes. Il existe encore actuellement des élèves non reçus au Brevet des collèges mais admis en classe de seconde. Le transfert des enseignants de collège vers le lycée existe encore, on pourrait se demander pourquoi le transfert du lycée vers le collège est plus rare.

À ces questions qui me sont venues à l'esprit pendant les vacances (d'autres surgiront sûrement à la rentrée) l'A.P.M.E.P. ne peut répondre seule. Mais ses adhérents, en Lorraine et ailleurs, ont leur avis à donner et leurs expériences à présenter :

←Depuis 5 ans, en France (et en Lorraine en particulier) des classes de collège ont participé aux évaluations A.P.M.E.P. des programmes de mathématiques.

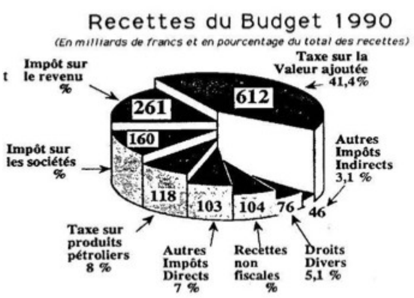
←Depuis 2 ans, la Régionale Lorraine organise un Rallye mathématique pour les classes de 6ème et 5ème. Les 5 et 12 juin derniers, dans les quatre départements lorrains, ont eu lieu les remises de prix aux classes lauréates... Bravo André pour ton travail : plus de 6000 élèves participants ! Le succès du rallye mathématique 3ème-seconde organisé par notre régionale n'a cessé de croitre : il donne peut-être l'envie de proposer en classe d'autres temps de recherches semblables.

←Depuis *x* années, au sein de la Régionale Lorraine, des gens se rencontrent, discutent, proposent, réalisent. Et cela continue !

La rentrée est là. C'est le moment de prendre de bonnes résolutions. Puisque nous faisons encore des mathématiques au collège, et à l'A.P.M.E.P. en particulier, n'avançons pas masqués. Parlons autour de nous de notre association, de ses publications, de ses journées nationales, et pourquoi pas de sa Régionale Lorraine ? Venons donner notre avis en assemblée générale, en commissions de travail, en réunion d'analyse de brevet... En ces époques troublées, si les routes ne sont pas sûres, la Poste fonctionne encore : c'est pratique pour envoyer également des comptes rendus d'expériences faites en classe. De nouveaux moments d'échanges ont vu le jour, tels les gouters, et le courrier électronique permet maintenant des échanges fructueux, en particulier à propos des nouveaux programmes qui seront mis en oeuvre dès septembre 2016.

François DROUIN

Par ailleurs, dans ce même numéro, dans un article analysant le sujet du brevet "séries professionnelle et technologique", option "vocation commerciale", un exercice qui s'appuyait sur le diagramme ci-contre, extrait d'un journal local. On demandait de calculer le montant des recettes et de compléter les pourcentages manquants. Mais ne voyez vous pas quelque chose qui « cloche » dans ce diagramme ? Regardez bien les parts correspondant aux "Autres impôts directs" et"Recettes non fiscales" … rien ne vous choque ? La rubrique "Maths & Médias" du Petit Vert n'existait pas encore en 1991, sinon nous aurions "épinglé" ce graphique à notre "tableau de chasse" !



Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

SÉMINAIRE 2016 DE L'APMEP LORRAINE

Le séminaire de l'APMEP Lorraine s'est déroulé les 27 et 28 août à Ramonchamp dans un cadre vosgien très agréable. La structure d'accueil était autant favorable à la détente, en particulier pour les enfants et les accompagnants qui ont profité de la piscine, du soleil et du cadre verdoyant, qu'au travail et à la réflexion des adhérents. Petits et grands ont profité de la soirée pour rivaliser avec bonne humeur dans des jeux de société très variés.

Le samedi après-midi, nous nous sommes interrogés sur ce que nous voulons apprendre à nos élèves, c'est-à-dire ce que doit apprendre un citoyen et non un travailleur ou un consommateur. Il s'agit de former le raisonnement, d'apprendre à se poser des questions. Un citoyen a besoin de confronter des idées pour se faire une raison.

Quelles sont les finalités de ce que l'on enseigne ? Quelles sont les motivations ? Par exemple, la géométrie change de point de vue : désormais le collégien analyse des figures complexes et il doit acquérir du vocabulaire pour décrire l'image. La problématique est : "**comment lire une image** ?" On donne des clés de lecture aux élèves, des outils pour voir si une figure est correcte, si des informations graphiques sont pertinentes.

Nous avons également réfléchi à la place du numérique et de l'informatique dans notre enseignement. Que peut-on apprendre à nos élèves en dehors de l'utilisation d'outils ?
Vérifier ou contrôler un résultat est beaucoup plus difficile qu'effectuer un calcul. Les maths servent à contrôler, à se méfier des discours … politiques.

Le dimanche matin, nous avons écrit collectivement un éditorial pour le Petit Vert portant sur la réforme du collège et le brevet, afin d'exprimer nos interrogations, nos satisfactions et nos doutes.
Nos réflexions successives nous ont conduit à nous interroger sur le devenir du lycée, son évolution. Le chantier est ouvert…
Afin de développer une nécessaire liaison lycée-enseignement supérieur, nous avons cherché à partir des actions existantes des pistes de travail possibles, en lien avec les programmes.

Nous n'avons pas oublié d'aborder la préparation les journées nationales à Lyon avec ses lumignons et la journée régionale à Nancy qui aura lieu le 22 mars 2017. N'oubliez pas de vous inscrire très rapidement !

Le dimanche après-midi, ce sont les jambes qui ont fonctionné … mais les langues étaient toujours déliées.

Notre photo :
Avant que le séminaire ne soit officiellement ouvert, un certain nombre de participants étaient arrivés avant le repas de midi : ils ont convivialement pique-niqué à l'ombre...

Le prochain séminaire, ouvert a tous les adhérents, aura en principe lieu en 2018.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

COMPTE-RENDU DE LA COMMISSION LYCÉE

réunie au lycée Schumann à Metz, le 30 juin 2016

• La réforme au collège présentée par Michel Ruiba

■ **Les cycles**: cycle 1 = maternelle (petite section à grande section) ; cycle 2 = CP-CE1-CE2 ; cycle 3 = CM1 à 6ème ; cycle 4= 5ème à 3ème

■ **Le programme**: c'est le socle commun, constitué de :

- ✓ 5 domaines regroupant toutes les disciplines,
- ✓ 6 compétences, identiques à celles du lycée, à l'ordre près,
- ✓ parcours (citoyenneté,orientation,santé,PEAC,…).

Un programme est donné pour l'ensemble d'un cycle et de ce fait moins segmenté, si une notion n'est pas acquise à un moment donné elle sera retravaillée par la suite (progression spiralée).
Le programme est rédigé sous forme d'attendus de fin de cycle avec quelques repères de progressivité, charge aux équipe de mettre en place une progression dans chaque cycle (en respectant ou non d'ailleurs les repères pré-cités).
Cependant, sur le site de l'académie de Nancy-Metz, une progression en maths est proposée.

■ **Horaires hebdomadaires:** un élève aura exactement 26h de cours, dont :
★ **EPI** constitué de 8 thèmes transdisciplinaires dont 6 sont à choisir et à traiter durant le cursus du 4ème cycle. Les EPI sont travaillés pendant les cours des matières concernées, il ne s'agit pas d'utiliser les notions vues en cours mais d'introduire ou d'approfondir de nouvelles notions dans une démarche de projet interdisciplinaire.

★ **Aide Personnalisée,** intégrée dans les séances, qui sera soit individualisée pour aider certains élèves sur des points précis, soit en groupe, soit avec toute la classe pour travailler par exemple la méthodologie. Tout ceci, dans le but d'éviter le redoublement. On repère les lacunes des élèves et on y remédie.
Les seuls enseignements optionnels sont les langues anciennes ou régionales ainsi que la découverte professionnelle. Les classes « euro » sont accordées dans 80% des établissements.

■ **Horaires en maths :** 4,5h en 6ème et 3,5h dans les autres niveaux. Donc ½ heure de moins en 3ème et ½ h en plus en 6ème. Inquiétude de certains collègues : on perd des heures en maths, car il n'y a plus les PPRE qui servaient à faire des maths.

■ **Le nouveau DNB** est constitué :
★ D'un **contrôle continu** où les compétences, et non les matières, sont évaluées (notation par tranche de points et non plus moyenne annuelle dans une matière).
★ D'épreuves **écrites** (maths + PC ou SVT ou techno tiré au sort + français + HG).
★ D'une **évaluation orale** (présentation d'un EPI, d'un parcours, d'un projet personnel)
Voir les sujets 0 sur Eduscol

■ **Le programme en maths dans le cycle 4** :
★ Ce qui n'apparait plus : résolution de systèmes de 2 équations à 2 inconnues, opérations sur les radicaux, des propriétés géométriques, les formules sur les puissances (on demande de savoir effectuer des calculs simples), le PGCD, les identités remarquables (on demande de savoir développer et factoriser des exemples simples).

★ Ce qui est nouveau :
○ les transformations pour décrire et construire des figures. Problème : l'utilisation de GeoGebra qui nécessite de connaitre les vecteurs pour les homothéties.
○ l'algorithmique (différente de celle du lycée : on crée/corrige/modifie des algorithmes sans en faire des applications mathématiques, on code avec Scratch.
○ Le repérage sur une sphère, les notions de nombre rationnel et de nombre premier.

■ **Conséquences pour le lycée ?** on n'en sait rien ! On devra sûrement travailler par compétences ou par projets. Il faut rendre les maths appétissantes. Le programme ne change pas trop.

Retour au sommaire

■ **Passage au lycée :** il y a de moins en moins de place au LP, donc on envoie les élèves au LT et au LG.

Au collège Jules Lagneau, on a testé une nouvelle forme d'orientation pour les élèves de 3ème : le conseil de classe propose un type de lycée. Si les parents ne sont pas d'accord, l'administration en discute avec eux, sachant qu'au final, ce sont les parents qui ont le dernier mot.

■ **Inquiétudes :** cette réforme demande une équipe stable et soudée de professeurs ; pb pour les élèves qui changent d'établissement.

• Les sujets de BAC

ST2S : sujet classique et adapté.

STL : le principal reproche est le nombre trop important de questions où la réponse figure dans l'énoncé. Il n'y a plus travail mathématique de l'élève mais stratégie de « truandage » pour aboutir. Par exemple une fonction f est donnée explicitement sous la forme $u'\exp(u)$ et on donne une fonction F pour laquelle il est demandé de prouver que c'est une primitive de f .

STMG : modification gênante et tardive (certains élèves étaient déjà partis) pour expliciter l'expression "au profit de".
Le sujet n'est pas classique, trop long, trop de texte souvent confus avec des demandes multiples dans une même question : ex. la question de l'arbre de probabilité ; les élèves n'avaient pas compris qu'ils devaient le recopier.

STI2D : des questions perturbantes (ex. partie B de l'exo2) pour les élèves qui n'ont pas vu l'intérêt des calculs demandés. En probabilités, pas de question sur la loi normale mais une démonstration d'un résultat de cours (loi exponentielle) connu par les élèves.

ES : sujet décousu avec des expressions inadaptées : "déterminer" au lieu de "lire f'(1,5)" ou "donner une équation de la tangente". Les élèves ont de la peine pour les lectures graphiques.
S : Exo1: classique avec une ROC "déguisée". Elle aurait pu apparaitre explicitement car les élèves ne comprennent pas s'ils ont le droit ou non d'utiliser les « formules » du cours.
Exo2 : bien pour les affirmations 1 et 2; les affirmations 3 et 4 qui demandaient un raisonnement à plusieurs étapes sont moins bien réussies. Certains n'ont même pas su calculer les coordonnées d'un milieu. Pour vérifier si les droites sont sécantes, ils se sont contentés de prouver qu'elles sont non parallèles.
Exo3 spé : ont été perturbés par les nombreuses lettres. Problème pour distinguer la réciproque de la directe. Il manque un cours sur la logique dans le programme.
Exo 4 : les a rebutés, peu l'ont abordé. Il n'était pas utile d'introduire la fonction f dans la question 4. Celle-ci aurait pu être une question ouverte. « L'aide » proposée aux élèves les a en fait plutôt gênés.

Il y a eu des problèmes d'affectation au Bac : des profs se trouvent dans une série où ils n'ont jamais enseigné. Ils ne connaissent pas les exigences de la série.

• Fonctionnement dans quelques lycées

Lunéville : en terminale, une plage de 2h est réservée pour les DS communs de toutes les matières. En maths, cette plage est utilisée toutes les 3 semaines. Les surveillances sont bénévoles. En TS : 6h élèves dont 1h dédoublée.

Fabert : AP en terminale : 1h de math en classe entière chaque semaine. AP en 1èreS : idem avec 0,5h

Epinal : une plage de 4h pour les DS communs en terminale, en maths 7 DS dans l'année + 2 bacs blancs. En TS : 6h élèves sans dédoublement. AP : 1h de maths par semaine pour deux classes.

Schumann : une plage pour les DS est aussi réservée; les surveillances sont bénévoles.

Longwy : TS 7h élève dont 1h dédoublée; 2 bacs blancs.

Mangin : auront 28 élèves par seconde. Du coup, moins d'heures d'AP et pas de dédoublement, mais en PC et SVT: 3 groupes pour 2 classes et en EPS : 35 élèves.
Poncelet : 0,5h dédoublée en 2nde; 1h dédoublée en 1èreS ; pas de dédoublement en TS.
AP: en 2nde par compétences (calcul, comprendre un texte, savoir s'exprimer, expression écrite…) en 1ère et en terminale : les élèves choisissent chaque semaine la matière dont un thème est proposé. Progression commune dans toutes les séries et en 2nde.

Compte rendu de Geneviève Bouvart

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

JOURNÉE RÉGIONALE : 22 mars 2017

La prochaine Journée régionale des mathématiques aura lieu le mercredi 22 mars prochain, le matin à la Faculté ses Sciences (campus de Vandœuvre), et l'après-midi au lycée Jacques Callot.

Elle débutera par une conférence d'El Haj Laamri, sur le thème "Alan Turing et la modélisation du vivant". Elle se poursuivra par l'assemblée générale, les réunions des commissions par niveau, et deux plages d'ateliers.

Pour les enseignants en poste du second degré (public), vous pouvez vous inscrire auprès de la DIFOR, via le logiciel GAIA, afin de bénéficier d'une autorisation d'absence pour cette journée. La procédure est la suivante : se rendre sur *pial.ac-nancy-metz.fr .* Aller à "*Bouquet de service", "Portail", "Application (ext)", "Arena", "Gestion des personnels", "GAIA", "Accès individuel", "Inscription individuelle".* Les journées de l'APMEP sont répertoriées sous le n° de code 16A0121089 : deux actions sont proposées, les Journées nationales de Lyon (module 39685) et la Journée régionale du 22 mars (module 39686). Tous les inscrits sur GAIA recevront en janvier le programme détaillé de cette journée.

Pour les enseignants du privé, l'inscription se fait par l'intermédiaire de FORMIRIS. La démarche doit être faite au niveau de votre établissement : contactez le secrétariat. Les journées de l'APMEP sont répertoriées sous le n° de code 16A0121089 : deux actions sont proposées, les Journées nationales de Lyon (module 39685) et la Journée régionale du 22 mars (module 39686).

Deux ateliers seront proposés spécifiquement aux **enseignants du premier degré** : "Initiation à la programmation" (de la maternelle au cycle 3) et "Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique" (cycle 3).

Les professeurs des écoles de Meurthe-et-Moselle pourront s'inscrire à ces ateliers dès l'ouverture de l'application Circon'script à la mi-octobre, pendant un mois ; ces ateliers seront comptabilisés dans le cadre de leurs 18 heures annuelles de formation (incluses dans les 108 heures dues hors enseignement obligatoire). Pour les professeurs des écoles des autres départements (et les Meurthe-et-Mosellans après la fermeture de Circon'scipt), les inscriptions seront enregistrées via un formulaire qu'ils recevront par l'APMEP au premier trimestre 2017.

APPEL À ATELIERS

Un des temps forts, gage de réussite de cette journée, est la présentation d'ATELIERS. Le but de ces ateliers est de permettre de partager, d'échanger, de transmettre, de susciter la curiosité, d'ouvrir des pistes, de débattre… sur des sujets en rapport avec les mathématiques et leur enseignement.

Ces ateliers doivent être **variés et nombreux** : il serait bon qu'il y en ait une vingtaine, et nous avons déjà quelques pistes. Nous lançons donc un appel auprès de tous les collègues qui voudraient en animer un. Ces ateliers se dérouleront l'après-midi, durant 1 h 20 et pourront rassembler chacun de 20 à 30 participants.

Envoyez vos propositions le plus rapidement possible à valerie.pallez@ac-nancy-metz.fr .

NOUS COMPTONS SUR VOUS !

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

LE RALLYE RÉGIONAL DANS LA PRESSE LOCALE

Au collège Aragon de Jarny (1er prix)

Ils ont la bosse des maths grâce au rallye

Ils n'ont rencontré aucun obstacle sur leur route : une classe de 3e du collège Aragon de Jarny a terminé première d'un rallye de mathématiques organisé dans l'académie. De bon augure pour le brevet dont les épreuves se tiendront à la fin du mois.

Malgré les obstacles propres à la discipline, ils ont survolé les exercices de maths. Prenant soin d'éviter les ornières du calcul mental, sachant conduire leur logique jusqu'au bout. Les élèves de 3e de la classe 303, au collège Aragon de Jarny, ont atterri sur la première place du podium lors d'un concours organisé dans toute l'académie Nancy-Metz. (…)

Exercices ludiques et lucidité

Ce sont ainsi 136 classes de 3e qui ont pris part à l'édition 2016, organisée également pour les lycéens de seconde. Comme à l'accoutumée, le collège Aragon a sauté le pas en engageant ses 5 classes. Soit 125 élèves au total. Avec le résultat que l'on sait. Une grande première pour l'établissement jarnysien. « C'est une agréable surprise. J'avoue que moi-même, j'ai été étonnée », murmure Anne Dalbin, l'un des profs de maths d'Aragon. Non pas que les lauréats en question soient mauvais dans cette matière tant redoutée des élèves. Mais avant ce rallye, les collégiens en question n'avaient pas exprimé leur bosse des mathématiques. Il faut dire aussi que ce concours sort des pistes balisées des épreuves traditionnelles. Les exercices imposés aux participants se veulent ainsi ludiques. Rien de mieux pour faire appel à sa lucidité. Parmi les 10 petites épreuves de l'édition 2016 sur lesquelles les collégiens se sont penchés pendant 1h, il y avait aussi un exercice de Sudoku. De quoi s'amouracher des chiffres ! « Surtout, les élèves ont raisonné collectivement. Il ne s'agissait pas d'un concours individuel », précise Ghislaine Burki, la responsable régionale de l'APMEP. Les 3e de la classe 303 se sont ainsi distingués en se répartissant les exercices par petits groupes. « Cela a créé une bonne émulation dans la classe, reprend Anne Dalbin, la prof de maths. Même les élèves moyens se sont pris au jeu et ont révélé des talents au cours de ces exercices où la logique prévalait. En fait, c'est le point fort de cette opération : communiquer et coopérer au sein de la classe, faire participer le plus d'élèves possible. Leur réussite à ce concours va leur donner confiance pour le brevet des collèges ».

Des calculatrices d'une belle valeur

D'autant que les 25 lauréats vont être armés pour ce premier grand examen de leur vie, qui aura lieu à la fin du mois. (...)

Photo Républicain Lorrain du 4 juin. Lors d'un petit pot organisé en leur honneur, les 3e de la classe 303 ont exhibé fièrement leurs calculatrices, récompenses de leur première place obtenue au Rallye mathématique de Lorraine, un concours original et ludique organisé dans l'académie Nancy-Metz.

* * * * *

Au collège Holderith de Farébersviller (3e prix)

Collège : les 3e4 sur le podium du rallye math

La classe de 3e 4 du collège Holderith est forte en math. Elle l'a prouvé en prenant la 3e place sur 136 participantes au fameux rallye mathématique organisé en Lorraine. Une fierté pour tous. « Je suis content de vous voir aujourd'hui, j'ai plaisir à vous féliciter et saluer votre performance ». Les

Retour au sommaire

mots élogieux du principal du collège George-Holderith face aux élèves de la classe de 3^{e} 4 ont ravi l'auditoire ce lundi. Et ils pouvaient être fiers d'eux, ces 18 collégiens. Sous l'impulsion de leur professeure de math, ils ont participé à un rallye mathématique, un concours conduit par l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public de Lorraine. « *Vous avez été primés et je m'en félicite*, a continué le principal ajoutant : *sur 136 classes de 3^{e}, vous avez réussi à terminer à la 3^{e} place. Tous mes compliments ».* »

Dix exercices

(…) Les organisateurs se creusent chaque année les méninges pour trouver des problèmes sur lesquels les élèves à leur tour cogitent férocement. « *Je tiens à vous féliciter*, a déclaré Sébastien Daniel aux jeunes lauréats. *Il y avait de la concurrence. J'espère que cela vous a permis de faire des mathématiques autrement car c'est l'un des objectifs de notre association : proposer des maths plus ludiques et coopératives, conjugué au plaisir de chercher et à celui de trouver.* »

Plutôt difficile

Marie-Ange Humbert, leur professeure de mathématiques, adhère au principe du concours. C'est elle qui a proposé le rallye à sa classe de 3^{e}. Elle est ravie du résultat : « *C'est une très bonne place* ». Un travail en amont a aidé le groupe à surmonter ce défi : « *Les énoncés sont totalement différents de ceux de 3^{e}. Ils déroutent un peu mais c'est le but* » et d'estimer les sujets de cette année « *plutôt difficiles* ».

Le rallye a eu lieu le 1er avril : « *Une date et un horaire fixés et deux heures de concours* ».

Une bonne classe

Les élèves se sont exercés sur des énoncés des années précédentes. Ils ont également été coachés de manière intelligente par leur professeure qui connait bien les points forts et les points faibles de chacun. Un timing très serré, des élèves concentrés. « *À mon avis, ils ont pris beaucoup de plaisir à participer. C'est une bonne classe* », estime Mme Humbert.

Solène et Pauline ont abordé le concours sans stress : « *Certains exercices étaient plus durs que d'autres et les énoncés bizarres* ». Un mélange de logique et de calcul. « *Notre prof nous a bien préparés. On était sûrs de nous* ». Outre le diplôme récompensant leurs efforts, tous ont reçu un puzzle Tangram carré de Metz. Reste toutefois encore un défi individuel à surmonter pour ces élèves *: le brevet des collèges.*

Photo Républicain Lorrain (édition de Forbach, 26 mai). La classe de 3^{e} 4 du collège Holderith a relevé le défi du rallye de mathématique. Les élèves ont été entraînés dans l'aventure par Mme Humbert, la professeure de math.

* * * * *

Nous avons également reçu ce courriel des lycéens de Georges de la Tour (Metz, 1er prix)

Le 07 juin 2016

Chers rédacteurs et organisateurs,

Notre classe, la 2nde 11 du Lycée Georges de la Tour vous remercie pour votre implication. De plus, nous avons apprécié vos efforts fournis pour la qualité du sujet proposé.

En effet, grâce à vous, nous avons pu nous exercer sur des exercices de logique qui nous ont réussi. Nous voulions également vous remercier quant à votre capacité à organiser cet évènement à l'échelle régionale.

Notre classe a su faire preuve de cohésion et d'organisation, ce qui nous a probablement permis de remporter ce défi. Notre classe vous remercie encore.

Nos plus sincères remerciements.

INFO : LE RALLYE 2017 EST PRÉVU LE VENDREDI 31 MARS.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

RALLYE 2016 : UNE QUESTION SUBSIDIAIRE DIFFICILE

Les énoncés des questions du rallye 2016, ainsi que les corrigés, sont disponibles sur le site de la régionale : http://apmeplorraine.fr/doc/Rallye%20Math%C3%A9matique%20de%20Lorraine%202016.pdf et http://apmeplorraine.fr/doc/Rallye%20Math%C3%A9matique%20de%20Lorraine%202016_solutions.pdf

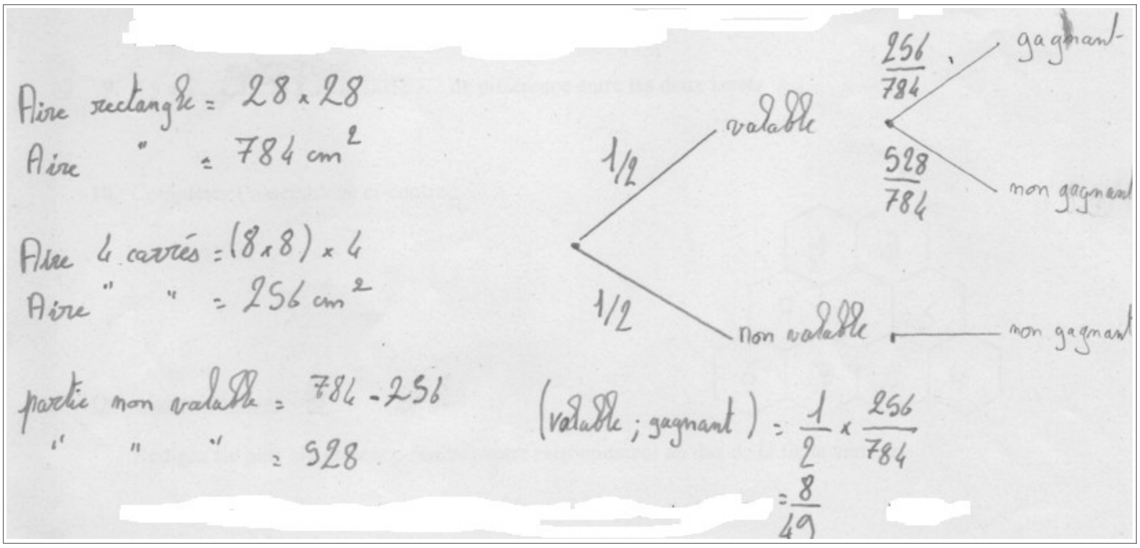
Nous essaierons, ci-dessous, d'analyser les réponses des collégiens à cette question subsidiaire.
Le problème posé était difficile (trop?) : 65 classes n'ont pas répondu à la question posée.
La première difficulté consistait à éviter le « piège » de l'équiprobabilité (s'il y a deux possibilités, c'est une chance sur deux, s'il y en a trois, c'est une chance sur trois...). La seconde difficulté était de reconnaitre que les lancers non-valables ne devaient pas être pris en compte : l'énonçait les excluait.
La troisième difficulté, et non des moindres, consistait à utiliser la position du centre de la pièce pour discerner, parmi les lancers valables, lesquels étaient gagnants ou perdants.

14 classes ont donné une réponse sans aucune explication ; par exemple : « 16/49 », « 1 chance sur 4 » (deux fois) ; « la probabilité est 1/184 » ; « 8/49 est la probabilité » ; « 0,05 » ; « 1/3 » ; « 32% ». 5 ont donné une réponse laconique qui ne permet pas de « deviner » la démarche sous-jacente : « On a procédé par élimination et logique » (et ils n'ont pas donné de réponse) ; « Il y a deux chances sur trois d'après le schéma du test fait en classe » ; « S'il n'y a qu'un seul lancer et qu'il y a quatre carrés, la probabilité est 1/4 » ; « Il y a 12 fois 4 cm et il y a 4 carrés gris donc il y a 1/3 » ; « $\frac{\pi\times 2^2}{4\times 8^2}=\frac{\pi}{8^2}\approx 0{,}05$ » ; et une dernière réponse (donnée sans aucune explication) qui donne un résultat surprenant : « $\frac{\frac{aire\ pièce}{total\ aire\ grise}}{total\ aire\ de\ la\ table}=\frac{\frac{4\pi}{256\,cm^2}}{784\,cm^2}=6{,}261146073\times 10^{-5}$ » ...
Deux autres classes ont donné des réponses absconses : « *La probabilité est certaine car un lancer est dit gagnant si la pièce de monnaie atteint le carré gris sans déborder et si le lancer est valable* » et « *Comme il y a 4 carrés sur la table et qu'il y a une pièce qui n'a pas été lancée et qu'il y a une pièce valide cela fait 1/3* ».

Il reste donc 54 réponses à « analyser ».

Six réponses (seulement !) s'appuient sur un arbre de probabilités. Cela nous permet au moins de voir que ce chapitre a été traité en classe... Pour deux d'entre eux, ces arbres ont d'abord deux branches (non-valable / valable), cette dernière branche se subdivisant en deux branches (gagnant / non gagnant) ; mais ces branches sont implicitement supposées équiprobables, ce qui donne in fine une probabilité de ¼. Pour une autre classe, l'arbre de départ comporte 3 branches supposées équiprobables (non-valable / valable / gagnant), la seconde se divisant à nouveau en 3 branches (gagnant / non valable / valable), ce qui conduit à une probabilité de 1/9. Une autre dessine un arbre à 3 branches (non valable / valable non-gagnant / gagnant) avec comme probabilités respectives 1/6, 1/6 et 4/6.
La cinquième construit le même arbre que les deux premiers cités ci-dessus, mais en déduit que la probabilité est (1/2)x(1/2)x(1/4) = 1/16...
Quant à la dernière, nous reproduisons ci-dessous son raisonnement, qui commence par une équiprobabilité mais se poursuit en utilisant les aires des carrés :

Retour au sommaire



Trois classes ont donné des réponses fausses sans tracer les arbres de probabilités, mais ils sont sous-jacents au raisonnement : « La réponse est 1/3 de chance d'être valable et gagnant, car soit la pièce est valable et gagnante, soit elle est non-valable, soit elle est valable non-gagnante » ou encore : « Il y a trois possibilités : 1 chance sur 3 de gagner. Sur les trois possibilités il y a deux chances d'avoir un tir valable : 2/3. Sur les deux tirs valables, il y a une chance que le tir soit gagnant : 1/2 ».

Pour douze classes, la probabilité correspond au rapport de l'aire des quatre carrés gris à l'aire de la table, ce qui conduit à une probabilité de 16/49.
C'est la réponse qui a été donnée par la majorité des classes ayant traité cette question.
Nous en donnons un exemple :

> Je calcule pour commencer l'aire de la table : 28x28 = 784 cm².
> Ensuite je calcule l'aire des carrés gris : (8x8)x4 = 256 cm².
> Après, je divise l'aire des carrés gris au total par l'aire de la table pour obtenir la probabilité de gagner : $\frac{259}{784}$. La probabilité de gagner est donc $\frac{16}{49}$.

(parfois, la réponse est donnée de façon décimale : 0,33 environ, voire même remplacée par 1/3).

Treize classes on utilisé, dans leurs calculs, l'aire de la pièce de monnaie (aire qui, en réalité, n'intervenait pas dans le calcul des probabilités). Nous en donnons trois exemples, mais toutes ces classes donnaient in fine des résultats différents :

> Pour qu'un lancer soit valable et gagnant, il doit obligatoirement être lancé dans un des quatre carrés sans dépasser. Nous avons donc suggéré que la pièce doit être dans le cercle inscrit au carré, qui a un diamètre de 8 cm. Nous avons ensuite calculé l'aire C1 des 4 cercles inscrits (πxd = 8π ; 8πx4 = 32π). Puis nous avons calculé l'aire C2 de la table (28x28 = 784).
> Nous en avons déduit que la probabilité est : $\frac{C1}{C2}=\frac{32\pi}{784}=\frac{2\pi}{49}$.

> Aire de la table = 784 cm². Aire d'un carré gris = 64 cm². Aire des 4 carrés gris = 266 cm². Aire de la table moins aire des 4 carrés gris = 528 cm².
> Aire de la pièce de monnaie = $\pi R^2 = \pi x2^2 \approx 12,57$ cm².
> La probabilité : aire des 4 carrés divisée par l'aire de la pièce de monnaie : 256 cm² / 12,57 cm² ≈ 0,07957.

Retour au sommaire

Nous avons cherché l'aire de la table : 28x28 = 784 cm² ; l'aire des carrés gris : (8x8)x4 = 256 cm² ; pièce : 2x2xπ = 4$\pi \approx$ 12,57 cm². On note : aire carré gris / aire totale : on trouve qu'il y a 32,65% de chances que la pièce tombe sur une partie d'un carré gris. Nous pensons alors qu'il faut chercher le pourcentage de la pièce : aire pièce / aire carré gris = 12,57 / 256 $\approx$ 4,91. On a 4,91% de chance que la pièce soit dans un carré gris, comme si les pièces étaient côte à côte.

Certains n'ont pas du tout compris qu'il s'agissait d'un calcul de probabilités, et ont essayé de calculer combien on pouvait mettre de pièces pour « remplir » les carrés, confondant parfois aires et périmètres, et avec des raisonnements qu'il est parfois difficile de comprendre. Deux exemples :

Il faut calculer le nombre de pièces en dehors des carrés gris : 4x14 = 56. Il faut calculer le nombre de pièces dans un carré : 16/4 = 4, donc 4 pièces dans chaque carré donc 16 pièces valables dans 4 carrés. La probabilité est de 16/56 soit 2/7 d'avoir une pièce valable.

Une pièce = 2 cm de rayon donc 4 cm de diamètre. Un côté de carré = 8 cm donc 8x4 = 32 (4 côtés). Donc un carré mesure 32 cm de périmètre. On pourra donc mettre 8 pièces dans un carré car 32/4 = 8. Il y a 4 carrés donc 4x8 = 32, ce qui fait 1/32, car on a la possibilité de mettre 32 pièces dans les 4 carrés.

Certains raisonnements sont difficiles à « deviner ». Nous en citons deux parmi tant d'autres :

On calcule la surface gagnante : (8²)x4 = 256 cm² La surface non-valable : 28² = 784 cm². Différence entre la surface non valable et la valable-gagnante : 784 – 256 = 528 cm². Avec un lancer d'une pièce de 2 cm² pouvant dépasser d'1 cm² de la table avant de tomber : $\frac{2}{(29)^2}=\frac{2/2}{841/2}=\frac{1}{420{,}5}$. Donc on a 1 chance sur 420,5 de lancer la pièce dans la surface valable gagnante en la lançant aléatoirement sur la table.

On commence par calculer l'aire du carré : 28x28 = 784 cm², Sachant qu'un petit carré = 8x8 = 64 cm², 784/64 = 12,25. Donc dans le grand carré on peut avoir 12,25 petits carrés. Sachant que dans le carré il n'y en a que 4, on fait 12,25 / 4 = 3,0625. On a donc 3,0625 chances sur 4 d'avoir un lancer valable qui est gagnant. On reproduit le jeu en lançant 67 fois la pièce. On a 17/67 lancers gagnants, 31/67 valables. Ici, le lancer valable est gagnant 1,8 fois. Ce résultat diffère de celui trouvé plus haut, cela est peut-être dû à la malchance.

(ont-ils réellement effectué 67 fois le lancer de la pièce sur la « table »?)

Pour qui serait intéressé par l'ensemble des réponses fournies par les élèves de collège, Jacques peut vous les envoyer par courriel : jacverdier@orange.fr.

Dans un prochain numéro, l'analyse des réponses des lycéens de seconde.

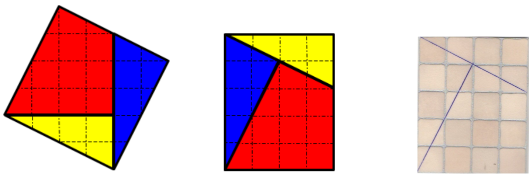
Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

DEUX EXEMPLES D'UTILISATION DU PUZZLE À TROIS PIÈCES AU COURS MOYEN

par François DROUIN

Présentation du puzzle



Un quadrillage a été visualisé dans le rectangle. Les jeux utilisés en classe ont été réalisés à partir de rectangles quadrillés découpés dans du revêtement de sol. La découpe de ce matériau est aisée, son utilisation est sans risque de blessure pour les élèves.

Remarques pour l'utilisateur

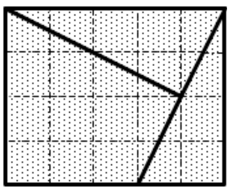
Le quadrillage n'étant visible que sur une des faces, aucune pièce ne sera retournée pour obtenir les polygones demandés. Autoriser le retournement des pièces permettrait la réalisation de trapèzes. Or ceux-ci ne sont pas présents dans les programmes de l'École élémentaire.

Les mises en œuvre évoquées dans ce document ont eu lieu en juin 2015 dans une classe de CM1 et une classe de CM2 d'une école de Meuse. L'enseignant était avec moi pendant la mise œuvre des activités.

Lors des utilisations de ce puzzle, il n'a jamais fallu préciser que le parallélogramme attendu ne devait pas être un rectangle.

Les défis proposés

Défi 1 : trois pièces dans un rectangle quadrillé



Le rectangle quadrillé a été découpé en trois morceaux. Avec les trois pièces, réussiras-tu à construire un parallélogramme ? un carré ? un triangle ? un quadrilatère n'ayant que deux angles droits ?

Défi 2 : des justifications

Pourquoi es-tu sûr d'avoir obtenu un triangle rectangle ? Pourquoi es-tu sûr d'avoir obtenu un carré ? Pourquoi es-tu sûr d'avoir obtenu un quadrilatère qui n'a que deux angles droits ? Pourquoi es-tu sûr d'avoir obtenu un parallélogramme ?

Défi 3 : utilisation des dessins du rectangle de départ et des polygones obtenus.

Le quadrillage des dessins est formé de carreaux de 1 cm de côté. Quelle est l'aire du rectangle de départ et des polygones obtenus ? Mesure le côté du carré obtenu. Quels calculs permettent de retrouver la longueur de ce côté ?

Retour au sommaire

Compte rendu d'une mise en œuvre des défis 1 et 2 dans une classe de CM1

Anticipation avant la mise en œuvre

Le défi 2 sera proposé suite à une manipulation libre des pièces. Le dessin sur quadrillage est rencontré en fin de cycle 2, il est clair que les élèves de CM1 ne le maitrisent pas encore et peineront à reproduire les polygones obtenus. Cette possibilité de reproduction ne pourra être proposée qu'à des élèves ayant une certaine pratique de ce type de dessin.

Les élèves pourront se montrer les formes obtenues. Le placement des pièces sur la vitre d'un rétroprojecteur faciliterait les échanges, mais cet appareil non présent dans les salles de classe de l'école qui va m'accueillir pourrait être remplacé par une caméra reliée à un vidéoprojecteur.

Il sera sans doute nécessaire de faire travailler par la suite sur la feuille comportant l'ensemble des dessins des polygones obtenus.

Les justifications demandées relèvent de la géométrie instrumentée qui est celle mise en œuvre en cours moyen.

> C'est un triangle rectangle, je compte trois sommets et, avec mon équerre, je vérifie qu'il a un angle droit.
>
> C'est un carré car je compte quatre sommets, et en utilisant mon équerre et ma règle graduée, je vérifie qu'il a quatre angles droits et quatre côtés égaux.
>
> La difficulté viendra de la justification du parallélogramme, elle est pour cette raison demandée en dernier. Deux côtés sont parallèles car les côtés des carrés à l'intérieur le sont. Pour les deux autres, il faudra montrer qu'ils ont même direction en utilisant des déplacements sur le quadrillage : deux carreaux vers le haut suivis de quatre carreaux vers la droite.

Déroulement de la séance

La consigne était de réaliser des formes pour lesquelles des noms géométriques pourraient être donnés. La manipulation libre des trois pièces a rapidement fait émerger le rectangle. Pendant l'activité, ont été appelées « bidules » certaines formes obtenues, en précisant bien qu'elles étaient intéressantes, mais pas pour cette séance de mathématiques.

En plus du rectangle, le triangle (qu'un élève a de suite repéré comme rectangle) et le parallélogramme ont été rapidement trouvés, une élève a trouvé une forme qu'elle avait envie de nommer « bidule », mais que nous avons conservé en précisant que c'était un quadrilatère possédant deux angles droits. Le carré a été trouvé en dernier.

La feuille présentant des solutions leur a été distribuée (annexe 6), elle leur a permis de réaliser ce qu'ils n'avaient pas trouvé.

Est ensuite venu le temps de justifier que ce qui a été dessiné était un rectangle, un triangle, un parallélogramme, un quadrilatère ayant quatre angles droits, un carré.

Le premier dessin était bien un quadrilatère ayant quatre angles droits (l'usage de l'équerre a été dit). Comme prévu, la justification pour le parallélogramme a été la plus difficile à finaliser : le mot lui même ne disait rien à certains, la définition de parallèles ne se coupant jamais n'était guère utilisable, la notion de côtés ayant même direction a permis avec aide de finaliser la justification. Nous retrouvons une façon de définir les droites parallèles en se référant à leur tracé avec un gabarit d'angle déplacé sur une droite.

Retour au sommaire

Compte rendu d'une mise en œuvre des défis 1 et 3 dans une classe de CM2

Anticipation avant la mise en œuvre
Suite à une manipulation libre des trois pièces, faire constater qu'un polygone obtenu en début de recherche ne sera pas facilement reconstruit quelques instants plus tard. À partir du rectangle aisément reconstruit, faire comprendre que le déplacement d'une seule pièce permet d'obtenir le parallélogramme, puis du parallélogramme permet d'obtenir le triangle, puis du triangle permet d'obtenir le carré.
Une feuille quadrillée tous les centimètres sera utilisée. Faire remarquer que le rectangle de départ (3cm × 4cm) et les autres polygones obtenus avec les mêmes trois pièces ont donc une aire égale à 12 cm^2.
Retrouver par le calcul le côté du carré revient à rechercher un nombre qui multiplié par lui même est égal à 12.

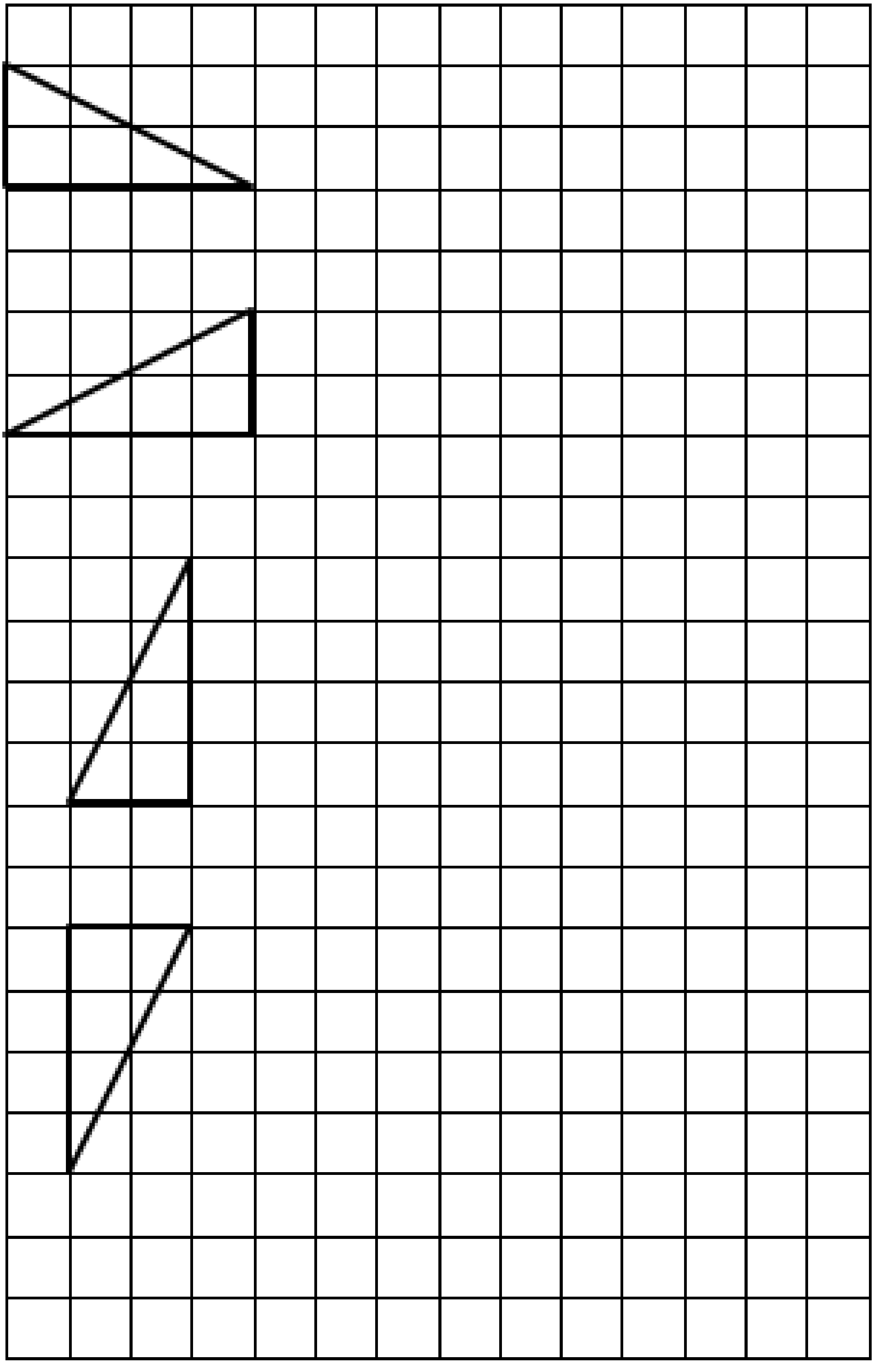
… × … = 12
3 × 3 = 9. 4 × 4 = 16. Le nombre est compris entre 3 et 4. J'essaie avec 3,5.
3,5 × 3,5 = 12,25. J'ai un petit peu dépassé 12, j'essaie avec 3,4.
3,4 x 3,4 = 11,56. La mesure du côté du carré est donc comprise entre 3,4 cm et 3,5 cm. Elle est connue à 1 mm près, mais nous pourrions la connaître avec une plus grande précision en utilisant par exemple 3,45 et obtenir une mesure au 1/10 de millimètre.

Le but de ce défi est de faire comprendre la difficulté d'obtenir la longueur exacte. Cependant, celle-ci peut être connue avec la précision que nous souhaitons.

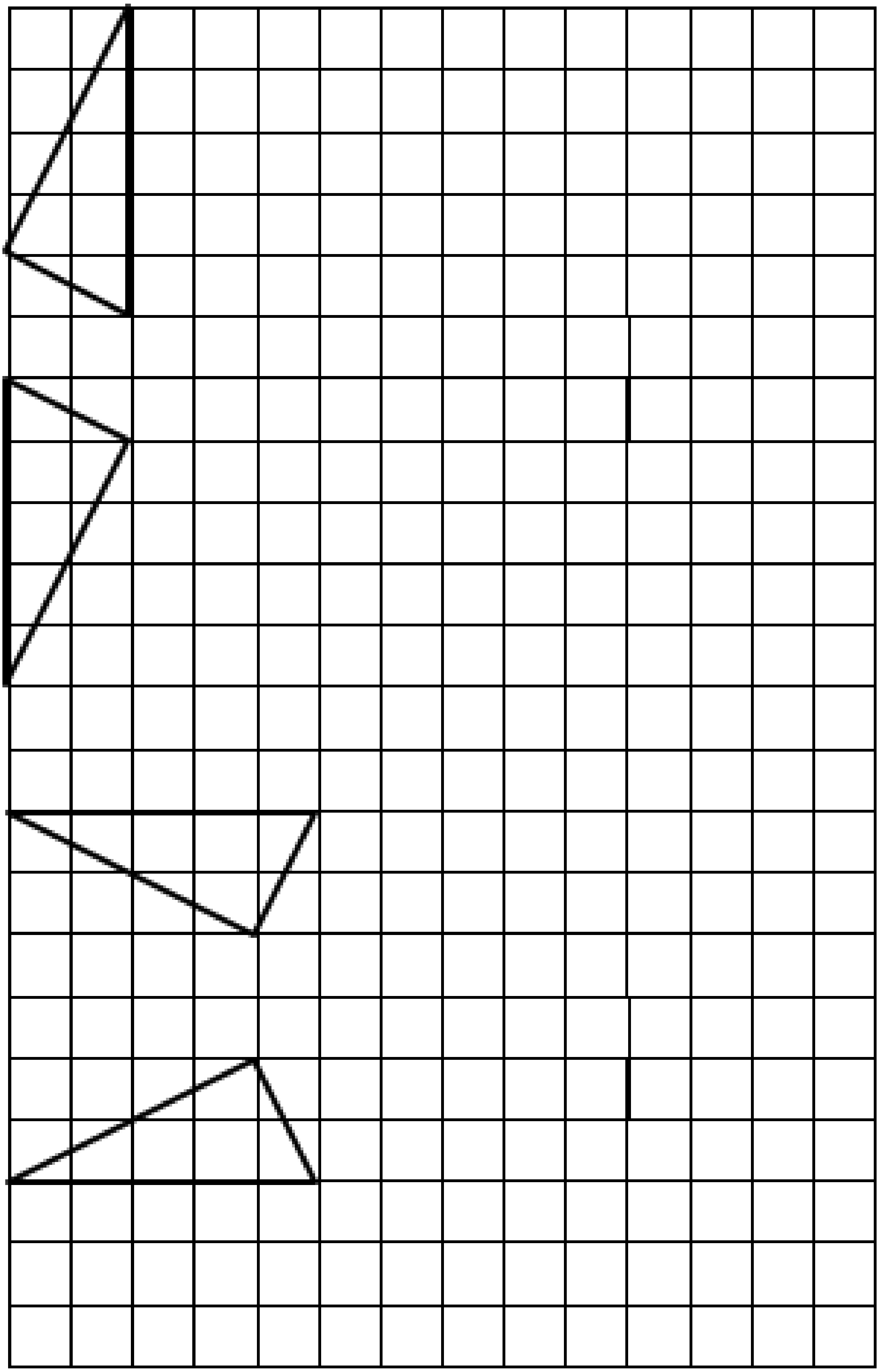
Déroulement de la séance
La manipulation libre des trois pièces a fait rapidement émerger le rectangle. A ensuite été demandée la recherche du triangle, puis du parallélogramme (il a fallu revoir pour certains ce qu'était un parallélogramme), puis du carré. Les polygones n'ont pas été obtenus par tous. Le rectangle reconstruit, les élèves ont réfléchi à quelle pièce déplacer pour obtenir un parallélogramme et à comment faire ensuite le déplacement imaginé. De même pour passer du parallélogramme au triangle, puis du triangle au carré.
Le tracé du carré obtenu dans le quadrillage proposé a posé énormément de difficultés, les élèves étant très perturbés par le fait que les côtés du carré n'étaient pas parallèles aux lignes du quadrillage et par le fait qu'ils n'avaient pas reproduit de figures dans un quadrillage depuis bien longtemps.
La mise en œuvre de cette activité est à revoir, avec un travail en amont sur des fiches de dessin sur quadrillage telles celle fournies en fin de document (annexes 1, 2, 3, 4 et 5 de ce document). Une proposition serait de faire émerger des « commandes » comme « 3 carreaux vers la droite », « 2 carreaux vers la gauche », « 1 carreau vers le haut », « 5 carreaux vers le bas » et utiliser des notations telles que 3D, 2G, 1H, 5B, ce qui donnerait par exemple pour le petit triangle : « 2H », puis « 4D, 2B », puis « 4G ».
La suite de l'activité est un travail à propos de l'aire du carré obtenu. Pour dissocier cette activité de l'activité de dessin, il sera préférable de faire travailler sur des dessins du carré et du rectangle fournis aux élèves. Faire mesurer le côté du carré sur le dessin permettra de contrôler les résultats obtenus avec la calculatrice.
Le fait que le carré et le rectangle ont même aire car constitués des mêmes trois pièces de puzzle a mis du temps à émerger. Ce point pourrait être complété par la constatation (à l'aide de mesures réalisées sur les dessins de solution) du fait que les figures obtenues ont même aire, mais n'ont pas même périmètre. Cela donnerait l'occasion de calculs de périmètres sans utilisation de formules.
La recherche d'un nombre tel que … × … = 20 a très vite captivé les élèves. Le défi d'approcher le plus possible 20 a été bien perçu. Avec plus de temps, il aurait été intéressant de donner du sens aux décimales utilisées (dixièmes de mm, etc.) et de faire rechercher les écarts des propositions avec 20 pour comparer les propositions supérieures à 20 et les propositions inférieures à 20.

Retour au sommaire

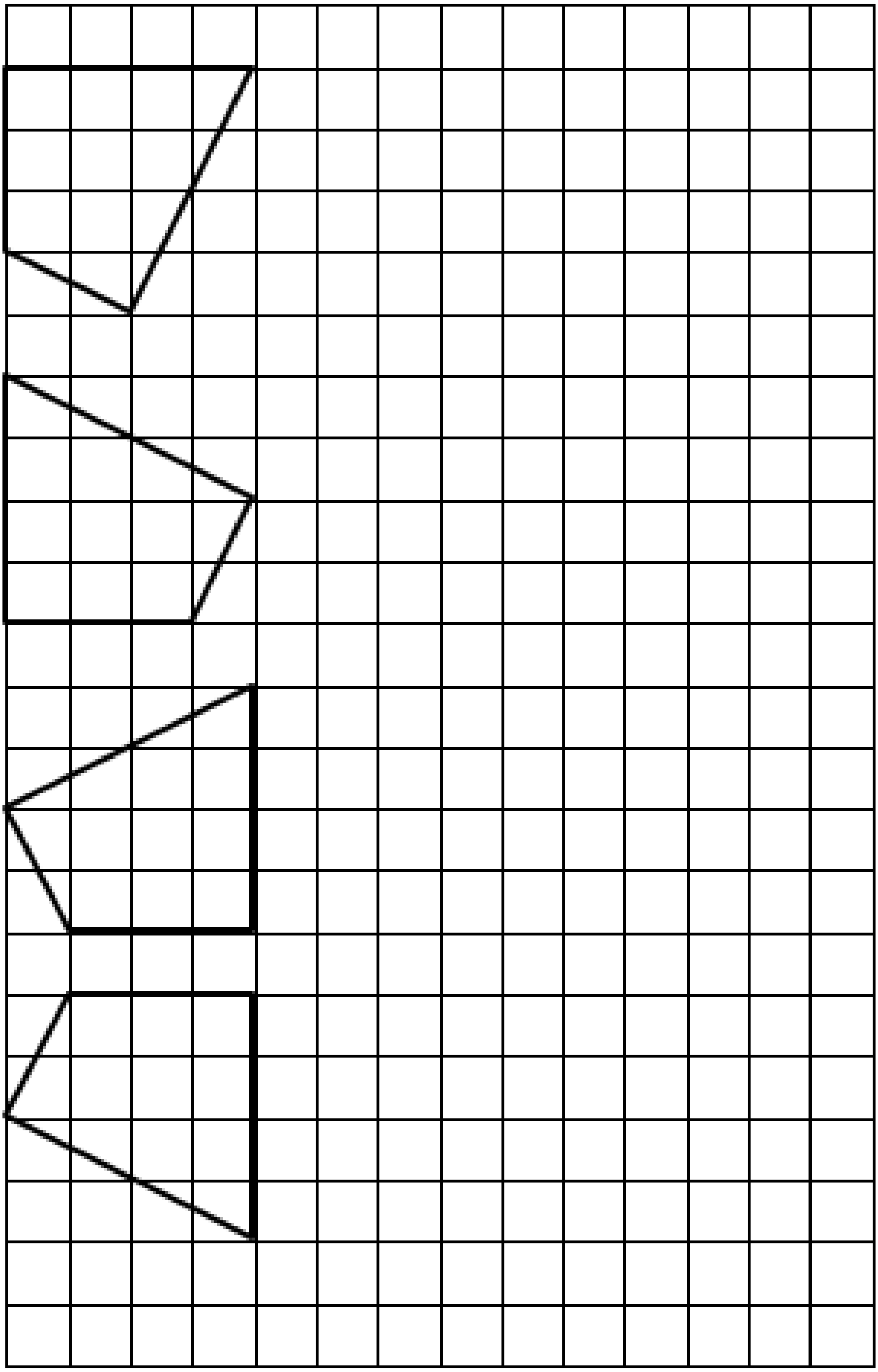
Annexe 1 : un quadrillage pour des dessins du petit triangle



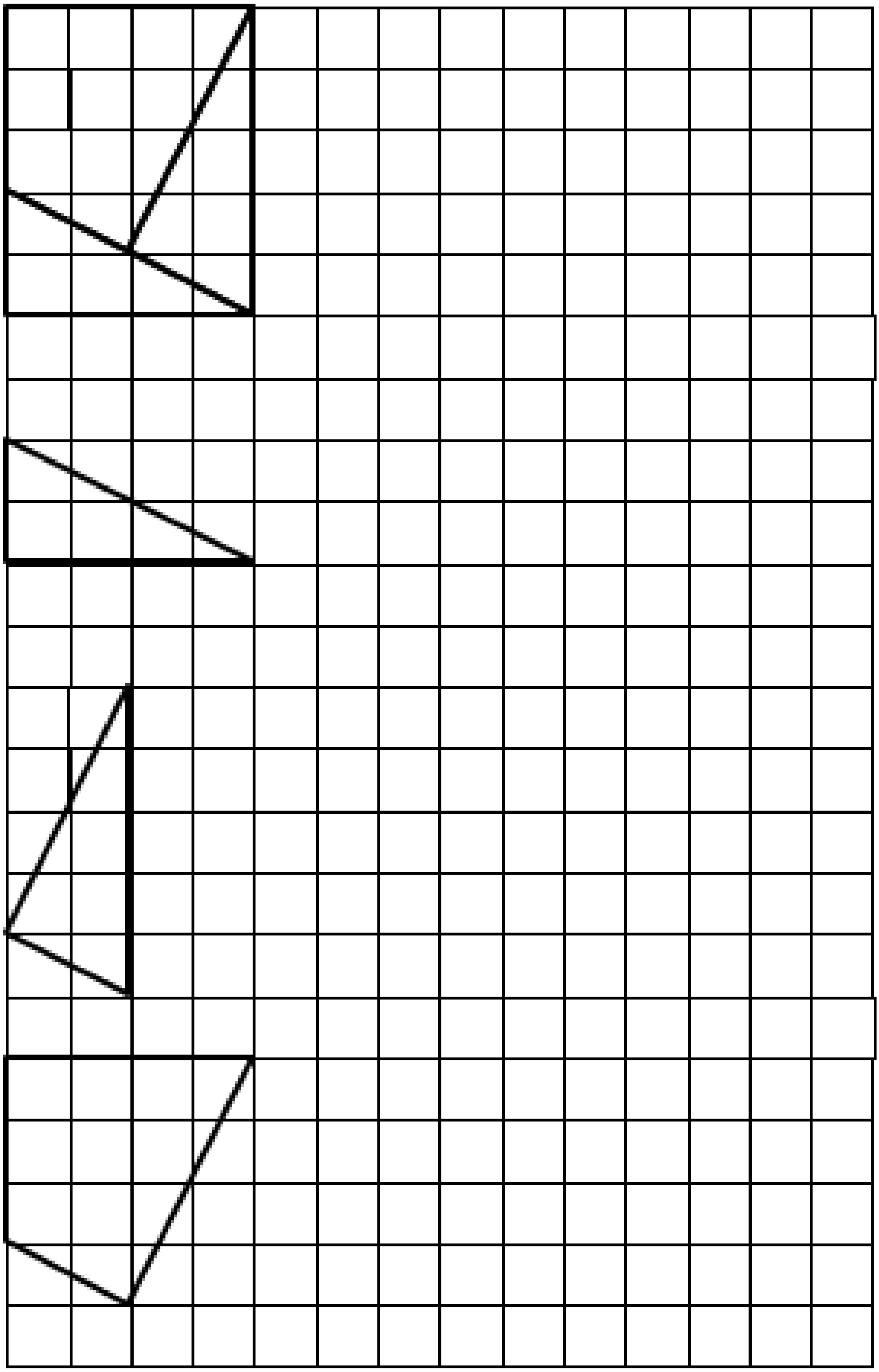
Annexe 2 : un quadrillage pour des dessins du grand triangle



Annexe 3 : un quadrillage pour des dessins de la pièce non triangulaire

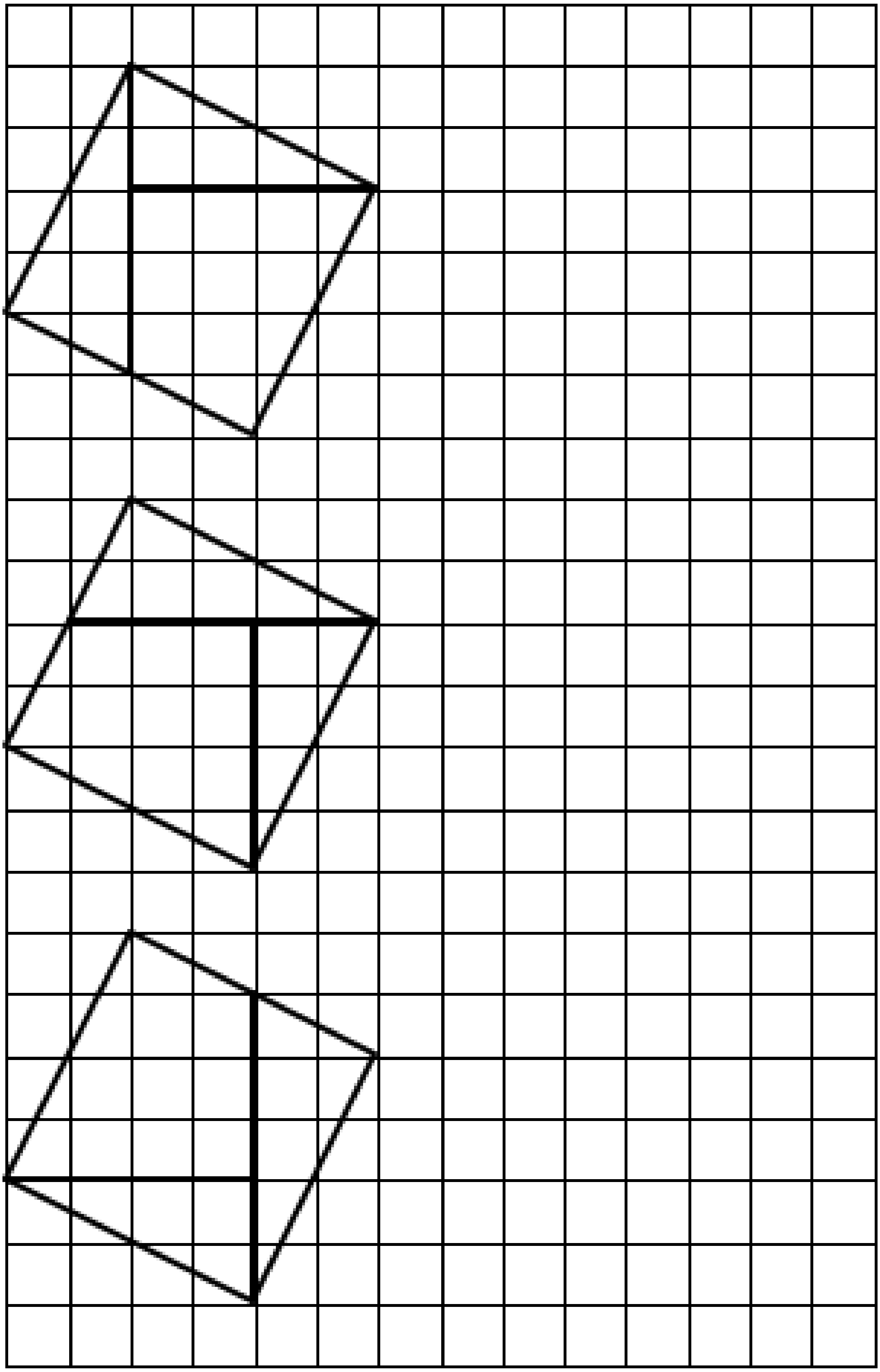


Annexe 4 : un quadrillage pour redessiner le rectangle et chacune des pièces

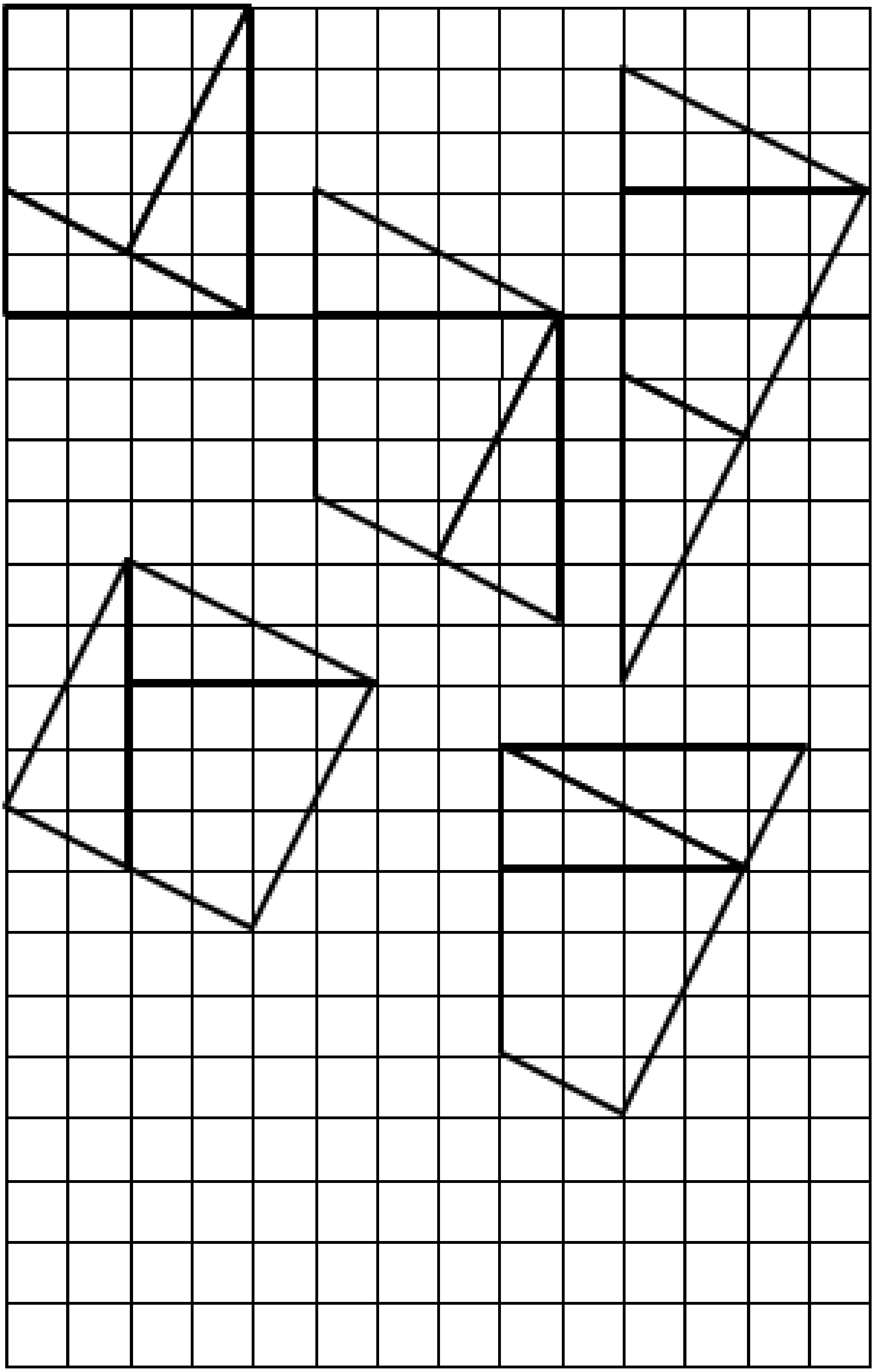


Retour au sommaire

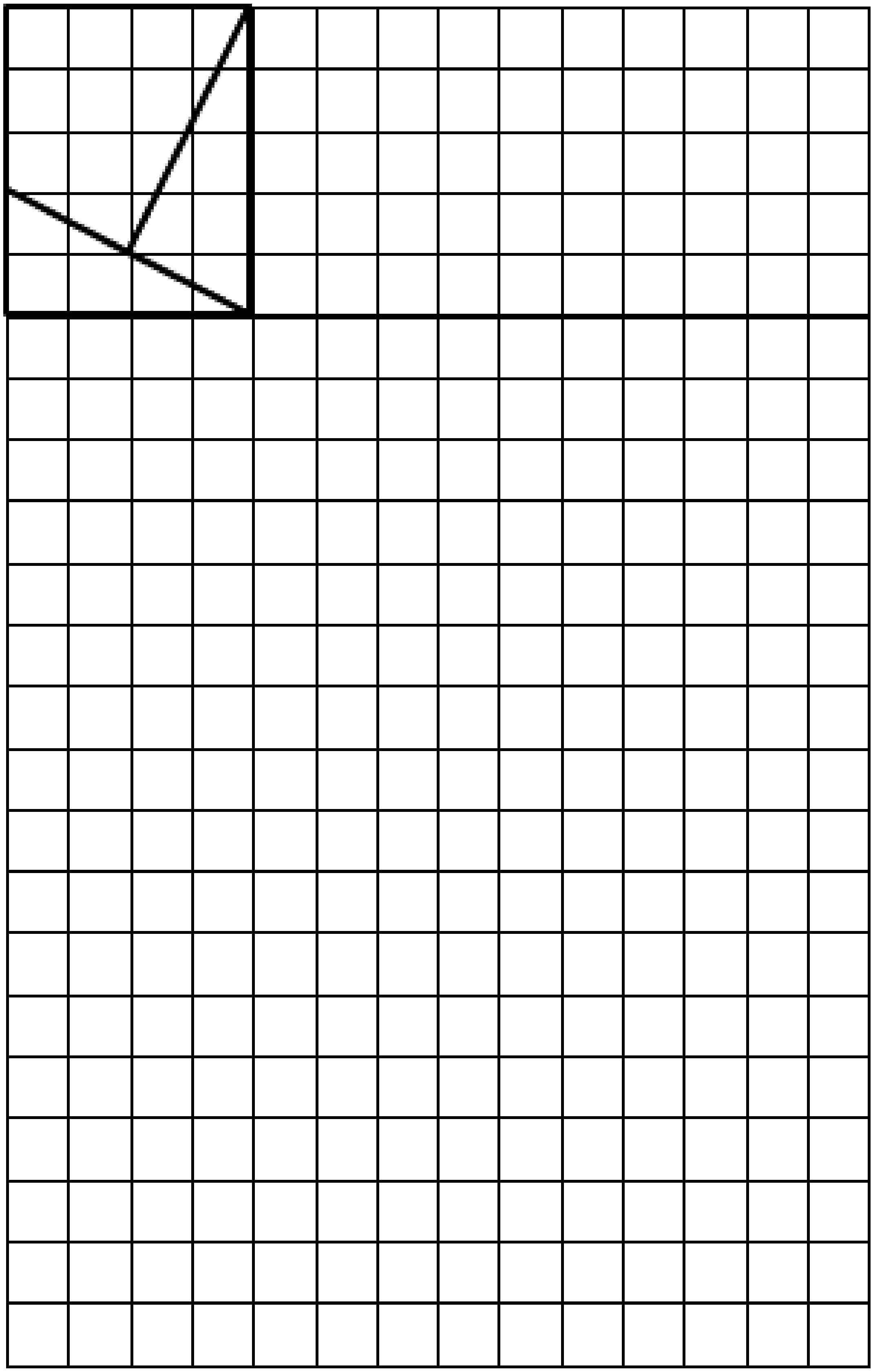
Annexe 5 : un quadrillage pour redessiner trois solutions pour le carré



Annexe 6 : En aide, le rectangle de départ et des dessins des polygones à obtenir



Feuille élève : Un quadrillage pour dessiner les polygones trouvés.



DANS NOS CLASSES

TÂCHE COMPLEXE ET ÉVALUATIONS

par Alain Garland,
collège Jules Ferry, Neuves-Maisons (54)

Introduction

Même si l'expression "tâche complexe" semble moins à la mode dans les nouveaux programmes du collège, la résolution de problèmes (concrets, ouverts, à étapes, narration de recherche, ...) reste toujours une préoccupation majeure pour tout professeur de mathématiques. L'évaluation de ce travail n'est pas une chose facile. En effet chaque élève peut choisir des stratégies différentes ; les compétences mises en œuvre ne sont pas toujours les mêmes et la mise en place d'un barème précis n'est pas simple.
Mais il me semble qu'en créant un contexte, un environnement favorable, cette évaluation peut devenir facile à mettre en œuvre. Tellement facile que je délègue parfois cette mission à la classe.

Partie 1 : 4-3-2-1 Évaluer

Quelques exemples de ce qui ne me convenait pas

Pour détailler cet environnement je dois faire quelques confidences. Dès le début de mon travail de professeur, j'ai ressenti quelques difficultés autour des évaluations et des notes. C'était il y a plus de 20 ans ; on était bien loin du débat actuel sur les évaluations sans notes.
Un premier exemple de situation qui me dérangeait : Quand je mettais 1,5 point à la question b de l'exercice 2, cela signifiait 100% de réussite (et oui, la question valait 1,5 point dans mon barème) ; mais parfois les 1,5 point représentaient 50% de réussite (la question était sur 3 points). Je sentais qu'une clarification était possible à ce niveau.
Un autre exemple : Quand je comptais le total des points des exercices (que je notais sous forme de fractions dans la marge) je disais aux élèves (sans en être conscient) que 2/4+6/6+8/10=16/20. Dans la marge il existait une règle pour ajouter des fractions et à droite de la marge, il fallait mettre les fractions au même dénominateur… Les usages et les conventions ne me satisfaisaient pas.
Une autre situation qui me dérangeait : quand nous discutions de nos évaluations entre collègues de mathématiques, quelques tensions apparaissaient parfois. Prenons le cas de la rédaction de la résolution d'un problème utilisant la trigonométrie. Un collègue enlevait 1 point si dans la copie il n'était pas précisé que le triangle était rectangle ; un autre n'enlevait que 0,5 point (et oui, je ne sais pas pourquoi mais il existe un consensus implicite sur la précision à 0,5 point…) alors que ne pas enlever de point était aussi possible.
Il m'est apparu assez rapidement que clarifier (en l'écrivant) ce qui était évalué rendait l'évaluation plus facile. Si on reprend notre formule de trigonométrie, il me semble plus simple de dire à l'élève : "L'objectif : Savoir utiliser les formules trigonométriques : c'est très bien" mais "Objectif : Savoir rédiger correctement une démonstration : ce n'est pas terrible car tu as oublié de dire que le triangle était rectangle."
Avec cette précision à 0,5 point, une question à 1 point n'avait que trois issues possibles (0 ; 0,5 ou 1) alors qu'une question à 2 points permettait 5 notes possibles. Pour les questions à 0,5 point c'est binaire : tout ou rien. Le nombre de points du barème influence la précision du discours du professeur sur la réussite de la question.
Alors j'ai cherché d'autres solutions pour évaluer, d'autres méthodes pour communiquer.

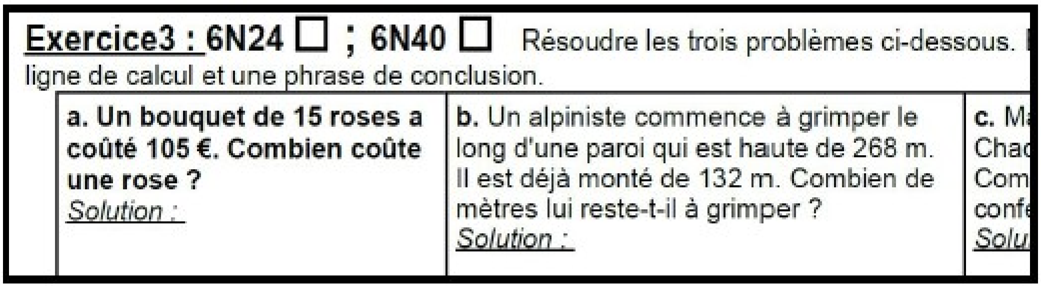
L'arrivée de SACOCHE et de ses codes

Quand Sacoche[1] est apparu en 2009 j'ai immédiatement inscrit mon établissement. Quatre codes pour évaluer : 1 ; 2 ; 3 ou 4. C'était ce qui me manquait. Dans un devoir, une question

[1] https://sacoche.sesamath.net/sacoche/

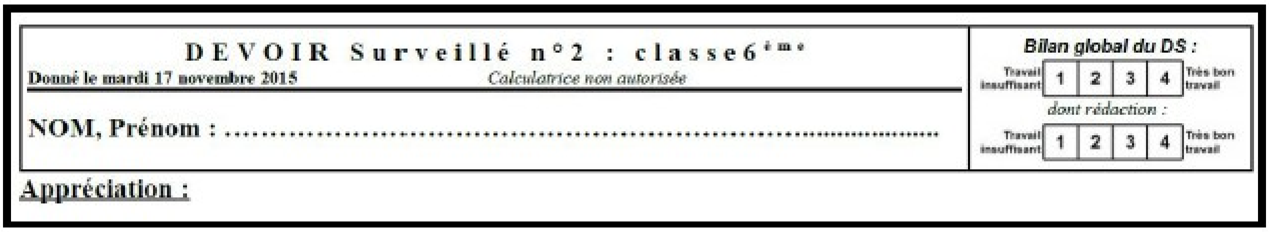
Retour au sommaire

pouvait être associée à un (ou plusieurs) objectif du programme. J'évaluais la réussite des objectifs sans me préoccuper du barème ou des points.
1 : objectif non atteint ; 2 : objectif non atteint mais avec quelques éléments encourageants ; 3 : objectif atteint mais avec des éléments à améliorer ; 4 : objectif atteint.


Exercice3 : 6N24 ☐ ; 6N40 ☐ Résoudre les trois problèmes ci-dessous.
ligne de calcul et une phrase de conclusion.

a. Un bouquet de 15 roses a coûté 105 €. Combien coûte une rose ? *Solution :*	**b.** Un alpiniste commence à grimper le long d'une paroi qui est haute de 268 m. Il est déjà monté de 132 m. Combien de mètres lui reste-t-il à grimper ? *Solution :*	**c.** M Chac Com conf Solu

Je pouvais facilement indiquer le degré de réussite d'un objectif en écrivant ces codes sur les copies. Sur l'exemple ci-dessus, l'élève de sixième est évalué sur le sens des opérations (code 6N24) et sur le calcul et la rédaction (code 6N40).
Mais comme la rédaction est un objectif commun à toutes les questions d'un devoir alors je l'indique à côté de l'appréciation globale. Je parle à mes élèves d'un curseur (qu'il vaut mieux


DEVOIR Surveillé n°2 : classe6ème
Donné le mardi 17 novembre 2015 — *Calculatrice non autorisée*
NOM, Prénom : ....
Bilan global du DS :
Travail insuffisant | 1 | 2 | 3 | 4 | Très bon travail
dont rédaction :
Travail insuffisant | 1 | 2 | 3 | 4 | Très bon travail
Appréciation :

avoir à droite qu'à gauche).
Vous vous demandez où sont les points du devoir ; où est la note sur 20 ? Dans mon établissement, on ne met plus de notes en sixième. Et ça me convient très bien ainsi.
Je saisis dans SACOCHE mes différents codes et ce logiciel permet tout type de bilans. On imprime même des bulletins trimestriels. Pour les élèves (et les parents) qui attendent des notes, je leur dis que code 1 correspond à une note comprise entre 0 et 5 sur 20 ; code 2, c'est une note entre 5 et 10, code 3 : entre 10 et 15 et le code 4 : entre 15 et 20.
Pour les autres niveaux, je fais cohabiter des bilans sous forme d'objectifs (plus ou moins atteints) et des notes sur 20. Pour le faire, il a fallu que je programme quelques cellules de mon tableur. J'attribue un certain nombre de points à chaque objectif de chaque question. Puis les codes qui je saisis se traduisent en points à partir des pourcentages suivants : *Le code 1 correspond à 0% ; le code 2 à 33% ; le code 3 à 66% et le code 4 correspondait à 100%.*
En mettant un code 2 sur une question (ou un objectif) qui vaut 1,5 point l'élève obtient 33% de 1,5 soit 0,5 point. SACOCHE se charge du bilan des objectifs et mon tableur des points. Comme je n'aime pas les notes avec des virgules, je demande à mon tableur de me donner la valeur approchée par excès à l'unité près (aucun élève ou parent ne m'a jamais exprimé son désaccord).


DEVOIR Surveillé n°5 : niveau 4ème
Donné le vendredi 29/04/2016 — *Calculatrice AUTORISEE*
NOM, Prénom : ....
Bilan global du DS :
Travail insuffisant | 1 | 2 | 3 | 4 | Très bon travail
dont rédaction :
Travail insuffisant | 1 | 2 | 3 | 4 | Très bon travail
20
Appréciation :

Partie 2 : tâches complexes et codes

Quand j'ai compris l'importance des tâches complexes (on peut discuter pendant des heures sur une définition de ce type de travail…) j'ai souhaité en proposer régulièrement à mes élèves.

Maintenant que j'ai expliqué le fonctionnement des codes 1-2-3-4 je peux revenir aux évaluations des tâches complexes. Ce type de travail est évalué dans différents contextes.

Evaluation en DS

Je m'efforce de toujours proposer une tâche complexe dans chaque devoir bilan (2 par trimestre ; 6 dans l'année). Pour ce travail j'associe les 6 grandes compétences : "Chercher, Modéliser, Représenter, Calculer, Raisonner et Communiquer". Après avoir lu ce que l'élève a écrit, je déplace mon curseur pour chacune des six compétences.

Voici un exemple d'évaluation :

CHERCHER. L'élève a utilisé des informations du texte proposé, il a essayé une résolution : code 4.

MODÉLISER. L'élève a transformé mon problème de carte (avec une échelle) en problème de proportionnalité. Ses calculs sont faux mais il a réussi cette modélisation : code 4.

REPRÉSENTER. L'élève a refait un croquis en mettant au clair ses propres mesures en centimètres : code 4.

CALCULER. Les calculs utilisant la proportionnalité sont faux mais l'élève était proche : code 2.

RAISONNER. Bon raisonnement mais cette faute de calcul a poussé l'élève à rédiger une conclusion aberrante : code 3.

COMMUNIQUER. L'élève a rempli sa copie de calculs mais il n'y a pas assez de phrases à mon gout. J'ai dû faire un gros effort pour comprendre la démarche : code 2.

Dans les tâches complexes que je propose, il n'y a pas toujours la nécessité de construire un croquis ou tracer une figure. J'ai ajouté un code N (pour Non noté). La compétence REPRÉSENTER est alors à N. Et mon tableur fait une moyenne des codes (qui ne sont pas à N) pour calculer les points gagnés.

Évaluation lors des entrainements

Il me semble indispensable que les élèves s'entrainent à résoudre des problèmes du type "tâche complexe". Alors, de temps en temps, je consacre une bonne partie de l'heure de mathématiques à cela. Le scénario que je fais souvent fonctionner est le suivant : je pose le sujet sous forme d'une feuille devant chaque élève.

Chacun essaye de comprendre le problème et commence la rédaction de sa résolution. Au bout de 5 minutes, des élèves volontaires reformulent, expliquent ce qu'ils ont compris et proposent des pistes de recherches. Quand les idées manquent (c'est rare) je donne des indications à la classe, mais moins je le fais mieux c'est.

Puis je propose à ceux qui veulent travailler ensemble de se regrouper (je dis oui ou non à certaines associations d'élèves…). J'observe le travail des différents groupes et je demande (10 minutes avant la fin de l'heure) à ceux qui semblent les plus avancés s'ils veulent présenter leur travail aux autres. Les élèves qui présentent (leurs écrits sous le visualiseur) au tableau savent que des codes seront attribués (les mêmes codes pour tous les élèves du groupe).

La présentation étant finie, je propose une à une les 6 compétences au reste de la classe. Les élèves interrogés proposent un code. Au final c'est toujours moi qui décide du code attribué mais un échange a eu lieu. Les critères de réussite ont été discutés.

Partie 3 : conclusion

Cette association "Tâches complexes" et "Codes1-2-3-4" me semble être une bonne idée. L'organisation que j'ai pu décrire me semble maintenant assez aboutie mais j'imagine qu'elle est améliorable. Ce qui est plaisant, c'est l'implication de la classe dans l'évaluation des élèves qui présentent leur travail. Dans les textes de la réforme du collège, on peut facilement voir que les 6 compétences sont toujours présentes. Je vais donc pouvoir continuer à faire travailler mes élèves ainsi... et je reste ouvert à toute proposition d'amélioration.

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

ESCHER FAIT LE MUR AU LYCÉE

*Ce qui suit évoque un travail réalisé par des élèves des secondes 4, 7 et 8 en 2012 du lycée Camille Claudel de Troyes dans le cadre de leur enseignement d'exploration **M**éthodes et **P**ratiques **S**cientifiques.*

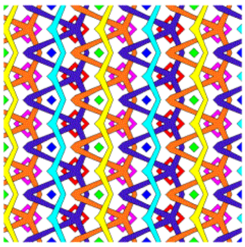
Ont participé au projet un enseignant de physique (Jean Jacques Schaeffer), une enseignante de S.V.T. (Marie-Noëlle Clément qui évoque les difficultés rencontrées, nous laisse une fiche d'évaluation et ses photos commentées), deux enseignants de mathématiques (dont Christine Oudin qui nous a confié ses documents pour la classe), ainsi que cinq membres de l'association « Les Passeurs de fresques » venus partager leur passion http://lespasseursdefresques.fr/.

Le travail a été imposé aux élèves, l'objectif final leur a été expliqué : faire une fresque murale en utilisant des motifs imaginés par Escher.

Le projet n'a pas été noté, il a simplement été installé au lycée où il y est encore. La fierté des élèves à propos du travail réalisé est aussi une forme d'évaluation. La réalisation a été filmée avec pour objectif de faire un montage vidéo mais ceci n'a pas été finalisé par manque de temps.

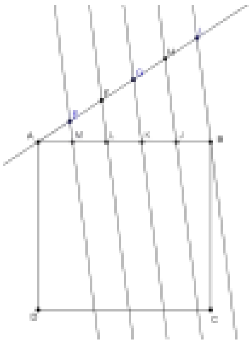
Découverte de pavages réalisés avec les pièces imaginées en 1938 par Escher

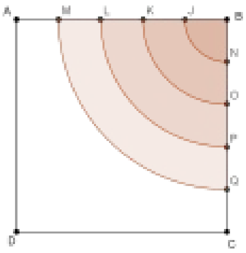
Les exemples présentés aux élèves sont issus du site
http://hotpot.lay.free.fr/gestclasse_v7/themes/2005_2006/les%20pavages/lambert_lorin/pavages.htm.



Recherche d'un procédé de construction de la figure de base

Les tracés seront faits à la règle et au compas ou avec GeoGebra.





Le motif est construit à partir de partage en cinq parties égales de côtés d'un carré.

Voici deux étapes de la fiche de construction fournie aux élèves.

Retour au sommaire

Transformations de la figure de base

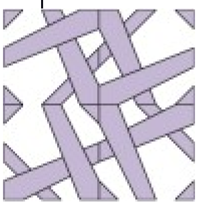
Peuvent intervenir des symétries par rapport à chaque droite support d'un côté du carré ou des rotations d'angles 90), 180°, 270° (la symétrie centrale est une de ces rotations).

Codages d'assemblages de quatre carrés selon la méthode d'Escher

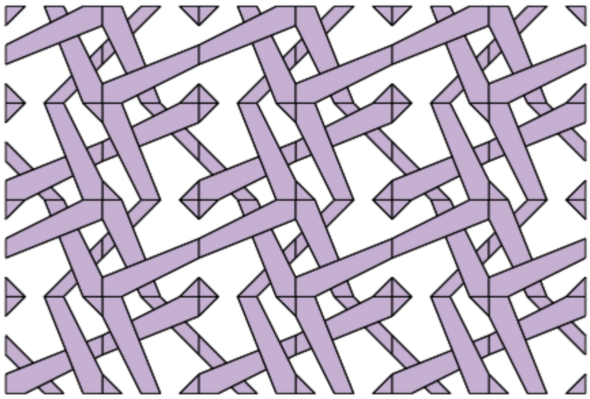
Suivant la notation utilisée par Escher, les entiers 1, 2, 3 et 4 indiquent une rotation (dans le sens des aiguilles d'une montre) de 0°, 90°, 180° et 270°.

2	**4**
3	**2**

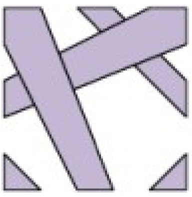
Ce tableau indique la signature du pavé ci-dessous.



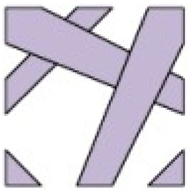
Le pavé pave le plan.



Les deux dessins utilisées par Escher



F



F'

Les deux pièces sont symétriques et seront nommées F et F'.

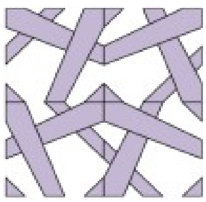
Les positions des pièces sont codées de la manière suivante : 1 désigne la pièce F ayant subi une rotation de 0° et 1' désigne la pièce F' ayant subi une rotation de 0°, 2 désigne la pièce F ayant subi une rotation de 90° et 2' désigne la pièce F' ayant subi une rotation de 90°, 3 désigne la pièce F ayant subi une rotation de 180° et 3' désigne la pièce F' ayant subi une rotation de 180° et 4 désigne la pièce F ayant subi une rotation de 270° et 4' désigne la pièce F' ayant subi une rotation de 270°.

1'	**2**
2	**4'**

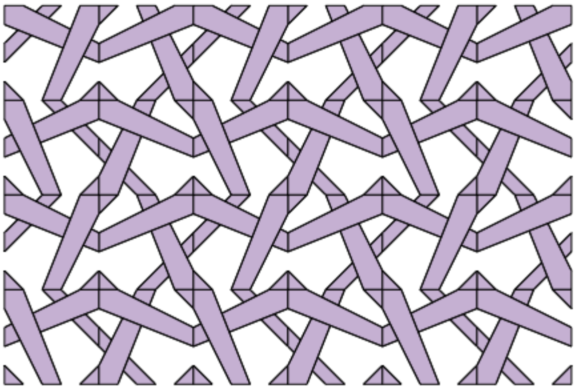
F' a subi une rotation de 0°, F a subi une rotation de 90°.

F a subi une rotation de 90°, F' a subi une rotation de 270°.

Le tableau indique la signature du pavé ci-contre.



Retour au sommaire



Ces assemblages de quatre carrés pavent le plan.

Inventer un pavage

Objectif : trouver un joli pavage. Les couleurs pourront être changées. Un vote sera fait pour déterminer le plus joli qui sera réalisé sur des briques par l'ensemble des classes.

Les élèves ont utilisé des pièces en carton préparées à l'avance (des motifs F et F'). Ils les ont disposées à leur guise pour inventer un pavage qui leur plaise. Ils ont dû ensuite coder leur pavage et le réaliser en couleur. Les travaux ont été exposés, un vote a été réalisé sur l'ensemble des élèves et professeurs du lycée (le motif de droite a été choisi) et la fresque a été ensuite réalisée.
En Mathématiques, les élèves n'ont pas rencontré beaucoup de difficultés sauf pour le codage des positions des pièces où il a fallu les aider un peu.

Quelques extraits du panneau explicatif de la fresque
La **fresque** est un **art mural antique (Pompéi !) intemporel et durable** qui requiert les qualités du maçon et du peintre. Les pigments, justes dilués dans l'eau, se fixent définitivement sur le mur recouvert d'un enduit à la **chaux $Ca(OH)_2$** à la condition que celui-ci ne soit pas sec au moment de la pose des pigments. Il faut donc peindre juste au bon moment, en passant de nombreuses couches en transparence. La **terre de Sienne brûlée** est un pigment **argileux** alors que le bleu est un oxyde de cobalt. Le CO_2 de l'air est ce qui permet

Retour au sommaire

à l'enduit de durcir par **carbonatation**, la chaux redevenant du **calcaire $CaCO_3$**, coloré, cette fois.

Difficultés rencontrées lors de ce travail très pratique et tactile

1 - Le fait de réaliser un enduit à la chaux en classe... Avec les faibles quantités, c'était jouable, chacun ne préparait que la quantité nécessaire à enduire sa brique. C'était sans compter la volatilité de la chaux. Il faut une extrême maitrise dans les mouvements pour l'empêcher de voler, la salle était dans un état... Les enduits avaient été réalisés une ou deux semaines plus tôt et le tout a été gardé à l'abri de l'air.

2 - La pose de l'enduit fut facile grâce à l'intervention de cinq membres de l'association " les passeurs de fresques". Elles firent tout d'abord une démonstration des gestes qui doivent faire pénétrer l'enduit dans les trous de la brique à la fois en douceur, mais rapidement pour que l'enduit ne "ferre" pas. Avec un tel encadrement les choses ont été relativement simples (un adulte pour cinq élèves).

3 - Le lissage de l'enduit est difficile du fait que l'enduit est très mou. Il faut le transformer en un support aussi lisse qu'une feuille de papier, Or la moindre pression sur la truelle ou le platoir marque l'enduit, sans parler des doigts, ongles etc. La pose de l'enduit a été réalisée le matin de la peinture car le principe de la fresque est de peindre sur un enduit frais, c'est à dire non sec. Ceci peut poser un problème de timing : l'enduit peut ne pas avoir assez séché, c'est fréquent, il faut alors attendre et dans un cadre scolaire cela peut être gênant. Il peut aussi être déjà trop sec, dans ce cas, tout est à recommencer. Nous avions opté pour la solution de mettre un plastique toute la matinée et de l'enlever vers midi pour pouvoir peindre à 14h. Par chance, cette fois nous n'avons pas eu trop de décalage de temps... Mais c'est toujours cela l'inconnu si on travaille dans une salle chauffée, dans un passage avec courant d'air, ou si la météo est trop chaude.

Le plus difficile est la pose des pigments. Il faut d'abord en intégrer les principes et prendre son temps ensuite.

1 - Les teintes les plus foncées seront obtenues par la superposition de plusieurs couches de lavis clair. La stratégie est de commencer par les zones qui au final seront les plus foncées pour avoir le temps d'additionner les couches. Ainsi le dessin se révèle un peu à la façon d'une photo noir et blanc dans du révélateur : au début n'apparaissent en clair sur blanc, que les zones qui finiront foncées, et l'intensité de la couleur monte peu à peu, en même temps, sur la surface.

2 - Le pinceau doit être suffisamment sec pour ne pas transformer l'enduit qu'on peint en boue où les grains de sable se détacheraient de l'enduit.

3 - Entre deux couches, il est nécessaire de laisser à la chaux le temps de faire son travail, c'est à dire de carbonater. Pour intégrer cette pose intellectuellement un peu déroutante, nous avons fait s'essayer les élèves sur papier, avec des pigments (en poudre) dilués dans de l'œuf. Au final, certains élèves se sont dits que plutôt que de peindre dix couches pour obtenir du foncé, ils n'allaient en mettre qu'une seule avec une forte densité de pigments. Il est sûr que ça va plus vite. Or, en séchant la chaux prend sa part de pigments, et si on n'a pas posé des couches successives, les zones perdent rapidement leurs couleurs... D'où notre surprise sur l'évolution de certaines briques au bout de quatre mois de séchage, au moment de l'installation sur le mur ! Si on regarde de près, on remarque de légères variations d'intensité dans le motif. Mais en fait, du fait du motif au milieu de l'ensemble, ces disparités choquantes brique par brique se sont délayées et c'est un bel ensemble que l'on perçoit.

Retour au sommaire

Pour s'exercer, faire des tracés sur papier.

Poser l'enduit réalisé en SVT la semaine précédente, avec la participation de deux passeurs de fresque.

Dernières explications.

Quelques conseils.

Beaucoup d'application.

Participation de tous.

Commencer à peindre les zones qui seront foncées et nécessiteront donc beaucoup de couches.

Le motif choisi.

Le panneau achevé.

http://lespasseursdefresques.fr/activites/lycees/lycee-camille-claudel/ pour retrouver d'autres échos du travail de élèves.

	La fresque est devenue point de rendez-vous, comme ici avec Marc Villar, chercheur de l'INRA reçu au lycée. La collaboration avec les « Passeurs de fresque » s'est poursuivie sur le thème des oiseaux le 21 mai à l'occasion de la « nuit des Musées ».

Pour terminer cette présentation, voici un extrait du discours des élèves lors de l'inauguration officielle : *Le CO2 que nous avons expiré en travaillant a servi à la carbonatation de la chaux en calcaire.* ***Ce mur contient donc un peu de notre souffle.***

Retour au sommaire

ANNEXE
Capacités, attitudes et compétences développées lors de la pratique de la fresque "a fresco" (peindre sur un enduit frais)

La réalisation d' une fresque nécessite plusieurs étapes :
La préparation des enduits (sable siliceux-chaux aérienne-eau).
La préparation du support (seuls les supports naturels conviennent).
La pose des enduits à la truelle et au platoir.
Un temps de repos de l'ensemble support-enduit, en attendant le moment propice à la peinture.
La préparation de la maquette :
thème de travail
premières ébauches
épurer pour adapter le dessin à la technique
mettre à l'échelle du support
La mise en couleur de la maquette en utilisant des pigments naturels (palette spécifique)
le report du dessin.
La mise en couleur définitive (partie la plus longue).

Chaque étape fait appel à plusieurs capacités, attitudes et compétences.

1. **Développer des connaissances générales et spécifiques dans de multiples domaines :**

histoire de l'art : l'histoire de la fresque remonte à la préhistoire et perdure à notre époque

Je connais le nom de 3 fresquistes célèbres	
Je connais des lieux peints a fresco	
Je sais à quels critères visuels on reconnaît une fresque	
Je comprends les ressemblances entre les peintures pariétales et la fresque	

art plastique : c'est une technique très spécifique qui ne laisse pas de place à « l'à peu près »

Je connais trois techniques de peinture murale.	
Je connais les proportions de sable et chaux pour les 2 enduits arricio et intonaco.	
Je sais épurer des lignes d'un dessin pour l'adapter à la fresque.	
Je connais les pigments compatibles avec la chaux (couleurs et nature).	
La chaux atténue un peu les pigments donc je sais les poser légèrement en excès.	
J'essore mon pinceau pour que l'enduit que je peins ne se transforme pas en boue.	

Chimie/svt : il faut maîtriser le cycle de la chaux, qui prend en compte les 4 éléments.

Je connais l'histoire des roches calcaires.	
Je sais identifier un sable siliceux et son histoire géologique.	
Je comprends les propriétés des pigments argileux et couleurs.	
Je connais les relations entre les 4 éléments (minéral feu, eau, air) et les transformations successives du calcaire en fresque dans le cycle de la chaux et je sais écrire les équations des réactions qui se produisent.	

Sciences : différents calculs sont nécessaires pour respecter les proportions lors de la fabrication des enduits, et aussi afin de reproduire les maquettes à la bonne échelle.

Retour au sommaire

Je sais prendre des repères sur la maquette et le poncif.	
Je sais agrandir au carreau.	
Je sais manier les unités de surface et de volume.	
Je sais utiliser la proportionnalité.	

2. Développer des motricités spécifiques
L'éventail d'enchaînements d'actions motrices est large puisqu'il faut à la fois être capable de préparer l'enduit (faire une « gâchée »), mais aussi être capable de faire un tracé fin et précis.

Je prends soin de moi (masque, lunettes, gants) en mélangeant la chaux.	
Je porte les pelles, les objets lourds en pliant les genoux et en me déplaçant (soin du dos).	
Je place truelle ou platoir à 45° sur l'enduit pour éviter de l'arracher.	
Je sais tracer des traits nets en tenant mon coude pour ne pas trembler.	

3. Développer des attitudes spécifiques à cette technique
La peinture a fresco n'autorisant pas le repentir, il faut une perception fine qui nécessite de la **réflexion, de la concentration et de l'anticipation.** C'est là sa plus grande originalité à l'ère du « clic » et même de la gomme. La chaux étant la meilleure alliée de la transparence et de la vibration des couleurs, il faut développer **patience et observation** pour faire monter peu à peu la couleur des pigments.

Je sais reconnaître le moment où la pose des pigments sur l'enduit peut commencer.	
Je n'utilise que des pigments très dilués, avec un pinceau essoré et je monte la couleur progressivement.	
Je sais réfléchir en amont aux « réserves », zones à éviter pour ne les peindre qu'en fin de travail.	
Je commence à peindre les futures plages foncées.	

4. Travail en collaboration, élément essentiel de socialisation
De tous temps la fresque est un travail collectif. D'ailleurs, les fresques ne sont pas signées, elles sont par définition, le fruit d'une équipe puisqu'il faut aller au bout de la journée de travail (giornata).
On fabrique de l'enduit pour tout le monde.
On enduit le support pour tout le monde.
On fait un projet artistique collectif commun.
On peint ensemble.
Et lorsqu'on est fresquiste on fait tout cela ensemble sur un même échafaudage (cf. IUMP http://www.iump.fr/).

Je participe à toutes les étapes du travail indiquées sur le tableau des tâches.	
J'exprime sereinement mes envies, mes suggestions, mes désaccords.	
Je travaille avec sérénité en maîtrisant mes gestes, en silence.	
Je travaille avec des outils propres, nettoyés et rangés au fur et à mesure.	

Marie-Noëlle Clément, Martine Florent (Les passeurs de fresques), Mars 2012

■

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

… ET UNE ELLIPSE APPARAITRA !

Voici une activité de « dessin géométrique » que François proposait à ses élèves naguère.

Première construction : On considère un cercle de centre O, et un point A (distinct de O) strictement intérieur à ce cercle. Etant donné un point M quelconque de la circonférence, on trace le segment [AM] puis la perpendiculaire en M à ce segment (voir figure 1 ci-dessous à gauche).
On répète cette construction avec un grand nombre de points M_1, M_2, M_3 … de la circonférence (voir figure 2 ci-dessous).
Il semble que les droites rouges ainsi tracées « enveloppent » une courbe qui ressemble fort à une ellipse.

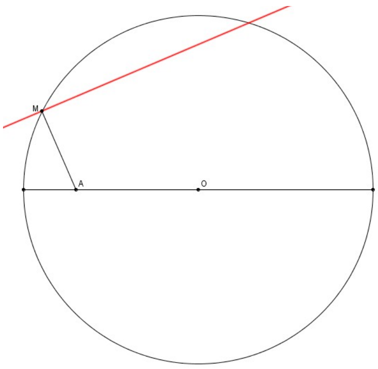


Figure 1

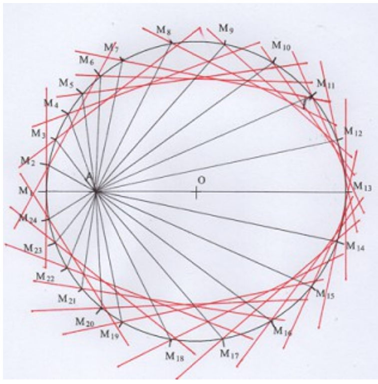


Figure 2

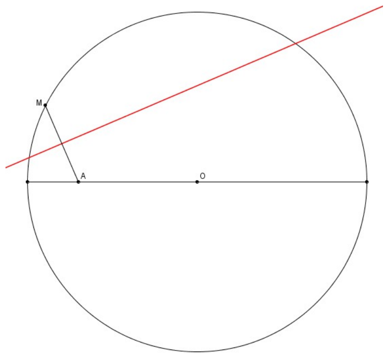
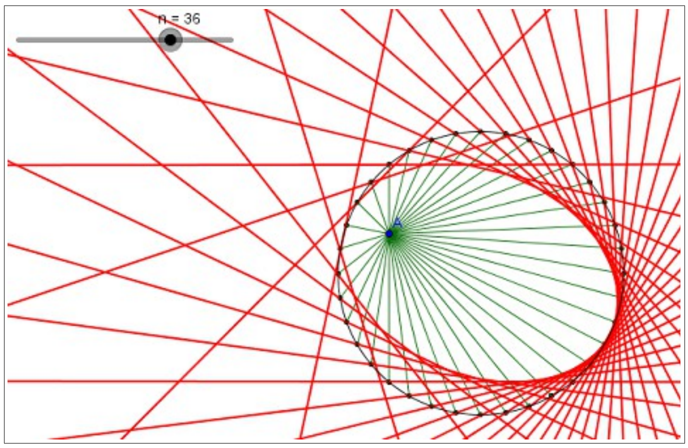


Figure 3

Seconde construction : On reprend le même cercle que précédemment, mais au lieu de tracer la perpendiculaire en M à [AM], on trace en rouge la médiatrice de [AM] (voir figure 3 ci-dessus). Il semble que les droites rouges ainsi tracées « enveloppent » une courbe qui ressemble elle aussi à une ellipse.

Noël Lambert, que nous remercions ici, nous a concocté une petite animation sous GeoGebra qui permet de visualiser cette ellipse. Le nombre de points utilisés est défini par un curseur ($n < 2 < 50$).
La différence avec l'énoncé ci-dessus (première construction) tient au fait que les points choisis sur le cercle forment un *n*-gone régulier.



Pour obtenir ce fichier GeoGebra, contacter jacverdier@orange.fr.

Bien sûr, il n'est pas question (pour les élèves) de démontrer que les enveloppes des ces droites sont bien des ellipses : nous te laissons le soin, cher professeur, de le faire (en définissant les foyers et les diamètres de ces ellipses en fonction de la position de a, ainsi que le « lien » entre ces deux ellipses, la seconde semblant deux fois plus petite que la première) !

Retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

LES JEUX À STRATÉGIE GAGNANTE (SECONDE PARTIE)

Par Alain SATABIN,
Lycée Gaspard Monge, Charleville

N.d.l.r. Cet article est la suite de celui que nous avons publié dans le Petit Vert n°126 de juin 2016.
Voici les chapitres qui ont déjà été étudiés.
1. De quoi parle-t-on ? (Un premier exemple sans prétention ; la situation générale ; la situation est graphe ! ; un deuxième exemple plus prétentieux ; un exemple encore plus prétentieux ; la fin des entremets).
2. Le théorème de Sprague-Grundy (Notations ; quelques propriétés intéressantes ; noyau et niveau ; la fonction de Grundy ; une reprise du jeu « pas plus de trois » ; une reprise du jeu « poussé à bout » ; le théorème).
3. Le jeu de Marienbad ou jeu de Nim (La règle du jeu ; notations ; la fonction de Grundy de ce jeu ; la stratégie du jeu de Marienbad ; étude d'une variante ; un retour au « poussé à bout »).

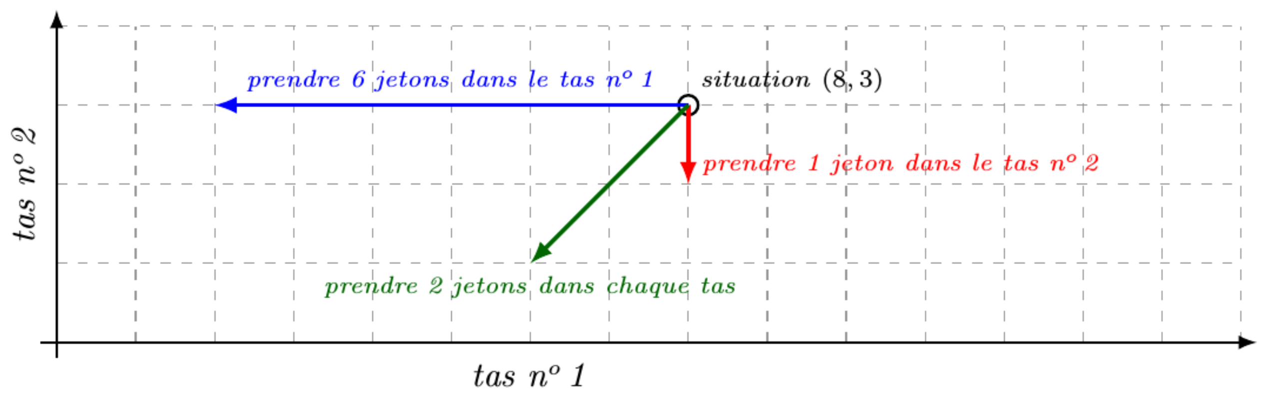
4. LE JEU DES DEUX TAS D'OR OU JEU DE WITHOFF

4.1. La règle du jeu

Deux tas de jetons sont disposés devant les joueurs. Un joueur, à son tour, prend autant de jetons qu'il le veut dans un des deux tas, ou bien enlève un nombre égal de jetons dans chaque tas. Le premier ne pouvant plus jouer a perdu.
Ce jeu respecte bien les hypothèses requises mais, dans l'incapacité de trouver des ensembles permettant d'utiliser le théorème de Grundy, la mise en place d'une stratégie s'est avérée plus délicate !

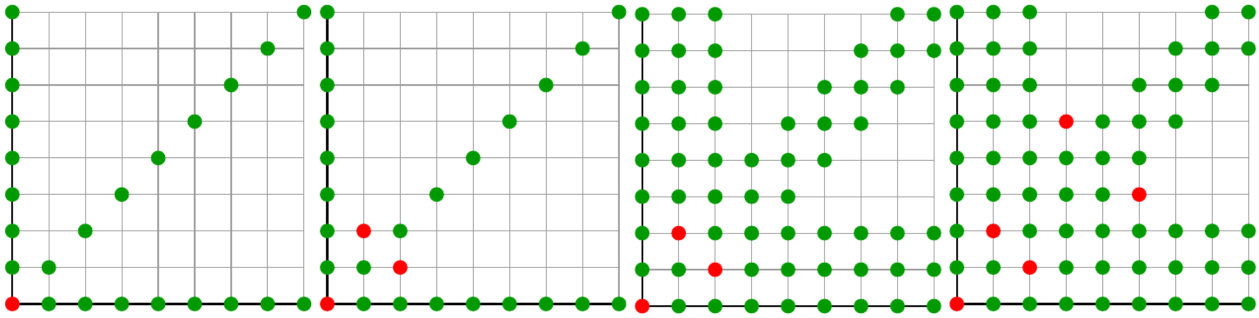
4.2. Une première approche graphique

Une situation de jeu peut se représenter simplement par un couple d'entiers (x,y) comptabilisant le nombre de jetons de chaque tas.
Il est clair que seule la situation (0,0) empêche de jouer et désigne le perdant. Il est également évident que les situations (x,y) et (y,x) sont équivalentes et doivent posséder les mêmes propriétés.
Une situation du jeu peut être schématisée sur un réseau $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ où sont portés en abscisse le nombre de jetons du tas n°1 et en ordonnée celui du tas n°2. Un coup est alors un déplacement sur ce réseau : soit horizontal vers la gauche, soit vertical vers le bas, soit en diagonal descendant vers la gauche.



On peut alors visualiser de proche en proche les positions perdantes et les gagnantes. Le principe est que, partant d'une position perdante, les points situés au-dessus ou à droite ou sur la diagonale montant vers la droite sont des positions gagnantes puisque peuvent aboutir à la perdante en question en 1 coup. Une fois cela fait, la position de coordonnées minimales non encore coloriée est perdante car ses successeurs sont tous gagnants. On réitère le processus et ce crible fait apparaitre les situations perdantes du jeu.

Retour au sommaire



gagnantes déduites de $(0,0)$ — $(2,1)$ *et* $(1,2)$ *perdantes* — *nouvelles gagnantes déduites* — $(5,3)$ *et* $(3,5)$ *perdantes*

Tout cela est bien gentil mais risque d'être un peu long si le nombre de jetons est important... et peu discret si on doit sans cesse regarder la grille pour y lire quel coup porter pour être sûr de gagner !

4.3. Une approche informatique

Nonobstant le fait que le théorème de Grundy ne nous aide pas, il n'en reste pas moins que la fonction de Grundy existe et qu'un algorithme judicieux peut nous donner les situations perdantes dans une limite fixée.
L'algorithme qui suit nous fournit les couples perdants pour un nombre de jetons inférieur ou égal à N dans chaque tas.

jeu des deux tas d'or - recherche des positions perdantes

```
DEBUT
N ← saisie("Nombre total maximal de jetons par tas : ")) # limite fixée
nG ← tableau N × N de "0" # initialisation du tableau des nombres de Grundy à 0
pour x allant de 0 à N # nombre de jetons du premier tas
   pour y allant de 0 à N # nombre de jetons du second tas
      nGsucc ← {} # initialisation de la liste des nombres de Grundy des successeurs
      pour i allant de 1 à x # les cas où on prend i jetons dans le premier tas
         si nG[x-i][y] ∉ nGsucc # si la valeur du nG de ce successeur n'est pas encore dans la liste
            nGsucc ← nGsucc ∪ {nG[x-i][y]} # alors on l'ajoute à la liste
         fin si
      i suivant
      pour j allant de 1 à y # les cas où on prend j jetons dans le second tas
         si nG[x][y-j] ∉ nGsucc # si la valeur du nG de ce successeur n'est pas encore dans la liste
            nGsucc ← nGsucc ∪ {nG[x][y-j]} # alors on l'ajoute à la liste
         fin si
      j suivant
      pour k allant de 1 à min(x,y) # les cas où on prend k jetons dans chaque tas
         si nG[x-k][y-k] ∉ nGsucc # si la valeur du nG de ce successeur n'est pas encore dans la liste
            nGsucc ← nGsucc ∪ {nG[x-k][y-k]} # alors on l'ajoute à la liste
         fin si
      k suivant
      # calcul du nombre de Grundy de la situation (x,y)
      p ← 0
      tant que p ∈ nGsucc # on va incrémenter p tant qu'il est dans la liste
         p ← p+1
      fin tant que # en sortie p contient le plus petit entier non atteint pas les successeurs
      nG[x][y] ← p
   y suivant
x suivant
# affichage des situations perdantes avec x < y
pour y allant de 0 à n
   pour x allant de 0 à y
      si nG[x][y]=0 # si la situation est perdante
         afficher("(",x,",",y,")") # l'afficher
      fin si
   x suivant
y suivant
FIN
```

Ce programme, pour un nombre total de jetons n'excédant pas 100, donne les couples perdants suivants :
(0,0) ; (1,2) ; (3;5) ; (4;7) ; (6;10) ; (8;13) ; (9;15) ; (11;8) ; (12;20) ; (14;23) ; (16;26) ; (17;28) ; (19;31) ; (21;34) ; (22;36) ; (24;39) ; (25;41) ; (27;44) ; (29;47) ; (30;49) ; (32;52) ; (33;54) ; (35;57) ; (37;60) ; (38;62) et tous leurs symétriques par rapport à la première bissectrice.

Retour au sommaire

4.4. À la recherche d'une régularité

Le programme précédent calcule en fait les ***nG*** (nombres de Grundy, voir première partie, §2,6) de toutes les positions du carré $N \times N$ et il peut les afficher. Cela dit, on ne repère pas de régularité évidente sur ces nombres.

Par contre, les situations perdantes affichées ci-dessus, $\{(x\,;y)\in S_0\,,\,0\leq x\leq y\leq 100\}$, présentent quelques propriétés exploitables. Telles qu'elles sont rangées, selon les abscisses croissantes, notons $z_n = (x_n;y_n)$ le n-ième couple de cette liste.

Il semblerait que $y_n = x_n + n$. Cela n'est pas vraiment étonnant si on considère le procédé graphique exposé au §[4.2]. En effet, puisqu'on raye à chaque fois la diagonale $y = x+k$ issue du nouveau sommet perdant identifié, le perdant suivant se trouvera sur la diagonale suivante $y = x+k+1$.

Repérer une régularité sur les abscisses est plus délicat. Une régression linéaire sur les 25 couples du paragraphe précédent donne l'équation $y \approx 1{,}62x + 0{,}26$ avec un excellent coefficient de 0,99995.

En réitérant la chose avec les positions perdantes dans le carré 200×200 (toujours au-dessus de la première bissectrice) on trouve cette fois $y \approx 1{,}61802x + 0{,}29832$ et un coefficient de corrélation égal à 0,99999.

La pente de la droite attire l'attention : c'est, à 10^{-5} près, la valeur du nombre d'or, $\phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution positive de l'équation $X^2 - X - 1 = 0$. Posons par ailleurs $\beta = 0{,}29832$.

En admettant que les situations z_n sont sur cette droite, on a $x_n+n \approx\phi\ x_n+\beta$.

Cela conduit à $x_n\approx\phi\,(n-\beta)\approx n\,\phi-0{,}48$ et donc $n\,\phi-1<x_n\leq n\,\phi$.

On peut donc conjecturer que les positions perdantes situées au-dessus de la première bissectrice sont :

$$\{(x\,;y)\in S_0\,,\,0\leq x\leq y\}=\{(\mathrm{E}(n\,\phi);\mathrm{E}(n\,\phi)+n)\,,\,n\in\mathbb{N}\}$$

S_0 serait alors constitué de ces points et de leurs symétriques par rapport à la première bissectrice.

Une fois démontré, cela permettrait de lister les situations perdantes plus rapidement qu'en calculant les nG de proche en proche et la cerise sur le gâteau serait de pouvoir déterminer rapidement le coup à jouer pour amener l'adversaire à une situation perdante, c'est à dire de mettre en œuvre une stratégie.

4.5. Quelques propriétés utiles de la partie entière

Les points suivants sont des classiques et les démonstrations restent basiques :

- Pour $x\in\mathbb{R}$, E(x) est le plus grand entier inférieur ou égal à x (définition).
- La partie entière est une fonction croissante (au sens large).
- $\mathrm{E}(x) \leq x < \mathrm{E}(x)+1$ et $x - 1 < \mathrm{E}(x) \leq x$.
- E(x) est aussi le plus petit entier strictement supérieur à x - 1.
- $\mathrm{E}(x) + \mathrm{E}(y) \leq \mathrm{E}(x+y) \leq \mathrm{E}(x)+\mathrm{E}(y)+1$.
- $\mathrm{E}(x+y)=x+\mathrm{E}(y)\Leftrightarrow x\in\mathbb{Z}$

Propriété 4.5.i

Si $x > 1$ est un nombre irrationnel, alors l'application $n\in\mathbb{N}^*\rightarrow\mathrm{E}(n\,x)$ est injective.

démonstration

Si E(nx) = E(px), on a alors (inégalités strictes car $x\notin\mathbb{Q}$) :

$$px-1<\mathrm{E}(px)=\mathrm{E}(nx)<nx\Rightarrow p-n<\frac{1}{x}<1\Rightarrow p-n\leq 0\Rightarrow p\leq n$$

et la situation étant symétrique, on démontre de même que $n \leq p$, ce qui prouve que $n = p$.

4.6. Le théorème de Beatty

Théorème 4.6.i

Soient deux nombres irrationnels strictement positifs x et y tels que $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$.

Les ensembles $\mathrm{B}_x=\{\mathrm{E}(n\,x)\,,\,n\in\mathbb{N}^*\}$ et $\mathrm{B}_y=\{\mathrm{E}(n\,y)\,,\,n\in\mathbb{N}^*\}$ forment une partition de $\mathbb{N}^*$.

Retour au sommaire

Démonstration

Remarquons que les hypothèses sur x et y donnent $x > 1$, $y > 1$ et $x \neq y$.

Supposons que k appartienne à $B_x \cap B_y$, c'est à dire $k = E(nx) = E(py)$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in \mathbb{N}^*$.

On a alors (inégalités strictes car x et y sont irrationnels) :

$$\begin{cases} nx-1<k<nx \\ py-1<k<py \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} nxy-y<ky<nxy \\ pxy-x<kx<pxy \end{cases} \Rightarrow (n+p)xy-(x+y)<k(x+y)<(n+p)xy$$

En remarquant que $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$ signifie aussi $x+y = xy$, on a donc $n + p - 1 < k < n + p$, ce qui est férocement impossible puisqu'un entier k ne peut être strictement compris entre deux entiers consécutifs, et donc $B_x \cap B_y = \varnothing$.

Soit maintenant $k \in \mathbb{N}^*$ et supposons que $k \notin B_x$.

k est encadré par deux multiples consécutifs de x : $px < k < (p+1)x$ avec $p \in \mathbb{N}$;

comme $k \neq E((p+1)x)$, on a $k+1 \leq E((p+1)x) < (p+1)x$ et donc $k+1 < (p+1)x$.

Finalement, cela donne $px < k < px + x - 1$.

Si on suppose que k n'appartient pas non plus à B_y on obtient un résultat analogue et on a :

$$\begin{cases} px<k<px+x-1 \\ qy<k<qy+y-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} pxy<ky<pxy+xy-y \\ qxy<kx<qxy+xy-x \end{cases} \Rightarrow (p+q)xy<k(x+y)<(p+q+2)xy-(x+y)$$

ce qui conduit, comme précédemment, à $p+q < k < p+q+1$, ce qui est impossible.

Donc si $x \notin B_x$ alors $x \in B_y$, ce qui prouve que $B_x \cup B_y = \mathbb{N}^*$

Le théorème est ainsi démontré.

4.7. Revenons à nos moutons

Remarques

- Le nombre d'or $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ solution de $X^2 - X - 1 = 0$ est irrationnel
- $\phi^2=\phi+1$ est également irrationnel.
- $x=\phi$ et $y=\phi^2$ vérifient $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$.
- B_ϕ et B_{ϕ^2} forment une partition de $\mathbb{N}^*$ (théorème [4.6.i]).
- $E(n\phi)+n=E(n\phi+n)=E(n(\phi+1))=E(n\phi^2)$.

Notons $\Pi_1=\{(E(n\phi);E(n\phi^2)), n\in\mathbb{N}^*\}$ et $\Pi_2=\{(E(n\phi^2);E(n\phi)), n\in\mathbb{N}^*\}$

et $\Pi=\Pi_1\cup\Pi_2\cup\{(0;0)\}$, $\Pi^*=\Pi_1\cup\Pi_2$, Π^c le complémentaire de Π dans $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.

L'ensemble Π_1 est situé au-dessus de la première bissectrice, l'ensemble Π_2 en dessous, et ces deux ensembles sont symétriques par rapport à la première bissectrice.

4.8. Le cruel destin des situations de Π^*

Propriété 4.8.i

Sur le réseau $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$, chaque droite verticale, horizontale, ou parallèle à la première bissectrice contient un point et un seul appartenant à Π

Démonstration

Éliminons tout de suite les axes et la première bissectrice dont il est évident qu'elles contiennent comme unique point de Π le point (0,0).

Pour une droite de type $X = x$ avec $x > 0$:

- soit $x\in B_\phi$, $x\notin B_{\phi^2}$, donc $\exists\,!\, n\in\mathbb{N}^*$, $x=E(n\phi)$ (l'unicité vient de [4.5.i])

  et la droite $X = x$ contient uniquement le point de Π_1 : $(E(n\phi);E(n\phi^2))$

Retour au sommaire

- soit $x \in \mathsf{B}_{\phi^2}$, $x \notin \mathsf{B}_{\phi}$ donc $\exists ! \, n \in \mathbb{N}^*$, $x = \mathrm{E}(n\phi^2)$ (l'unicité vient de [4.5.i])

  et la droite $X = x$ contient uniquement le point de Π_2 : $(\mathrm{E}(n\phi^2); \mathrm{E}(n\phi))$

La démonstration est analogue avec une droite horizontale $Y = y > 0$.

Par ailleurs, on remarquera que :

- un point $(x;y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ avec $0 < x < y$ est dans Π_1 si et seulement si $\begin{cases} x &= \mathrm{E}(n\phi) \\ y &= \mathrm{E}(n\phi^2) \\ n &= y-x \end{cases}$

- un point $(x;y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ avec $0 < y < x$ est dans Π_2 si et seulement si $\begin{cases} x &= \mathrm{E}(n\phi^2) \\ y &= \mathrm{E}(n\phi) \\ n &= x-y \end{cases}$

Cela découle directement des définitions des ensembles et de la dernière remarque du paragraphe précédent.
Ce qui veut dire qu'une droite du type $Y = X + k$, par exemple avec $k > 0$, ne peut contenir qu'un point de Π, qui est dans Π_1, et qui est $(\mathrm{E}(k\phi); \mathrm{E}(k\phi^2))$.
Le même raisonnement avec $k < 0$ donne un point dans Π_2.

Conséquences

Si un joueur se trouve devant une situation de Π sur laquelle il peut encore jouer (donc de Π^*), il va déplacer la position suivant une horizontale, une verticale, ou une diagonale du réseau (voir §[4.2]). Il ne peut donc pas retomber sur une situation de Π d'après [4.8.i].

Nous venons d'établir qu'une situation de Π^* ne peut conduire en un coup qu'à une situation de Π^c

4.9. L'AVENIR RADIEUX DES SITUATIONS DE Π^c

Éliminons de suite les situations (x;0), $x > 0$, (0;y), $y > 0$ et (x,x), $x > 0$ pour lesquelles le coup à jouer est évident afin d'obtenir directement (0,0) et gagner.
Baptisons les tas de telle façon que le tas n°2 contienne plus de pièces que le tas n°1.
Nous avons donc la situation $(x;y) \in \Pi^c$ telle que $0 < x < y$, au-dessus de la première bissectrice.
Posons $n = y - x \in \mathbb{N}^*$.

- $x = \mathrm{E}(n\phi)$ est impossible car alors on aurait $y = x + n = \mathrm{E}(n\phi) + n = \mathrm{E}(n\phi^2)$ et on serait dans Π_1 ;

- si $x > \mathrm{E}(n\phi)$, prenons $k = x - \mathrm{E}(n\phi)$ dans chaque tas,

  nous obtenons la situation $(\mathrm{E}(n\phi); \mathrm{E}(n\phi) + y - x) = (\mathrm{E}(n\phi); \mathrm{E}(n\phi) + n) = (\mathrm{E}(n\phi); \mathrm{E}(n\phi^2)) \in \Pi_1$;

- si $x < \mathrm{E}(n\phi)$, remarquons qu'alors $y = x + n < \mathrm{E}(n\phi) + n = \mathrm{E}(n\phi^2)$.

  - soit $x \in \mathsf{B}_{\phi}$, $x \notin \mathsf{B}_{\phi^2}$, donc $\exists ! \, p \in \mathbb{N}^*$, $x = \mathrm{E}(p\phi)$

    $x = \mathrm{E}(p\phi) < \mathrm{E}(n\phi)$ induit que $p < n$ et $\mathrm{E}(p\phi^2) = \mathrm{E}(p\phi) + p = x + p < x + n = y$;

    en prenant $y - \mathrm{E}(p\phi^2)$ dans le tas n°2, on obtient $(\mathrm{E}(p\phi); \mathrm{E}(p\phi^2))$ qui est dans Π_1

  - soit $x \in \mathsf{B}_{\phi^2}$, $x \notin \mathsf{B}_{\phi}$, donc $\exists ! \, p \in \mathbb{N}^*$, $x = \mathrm{E}(p\phi^2)$

    on a alors $y > x = \mathrm{E}(p\phi^2) = \mathrm{E}(p\phi) + p > \mathrm{E}(p\phi)$

Retour au sommaire

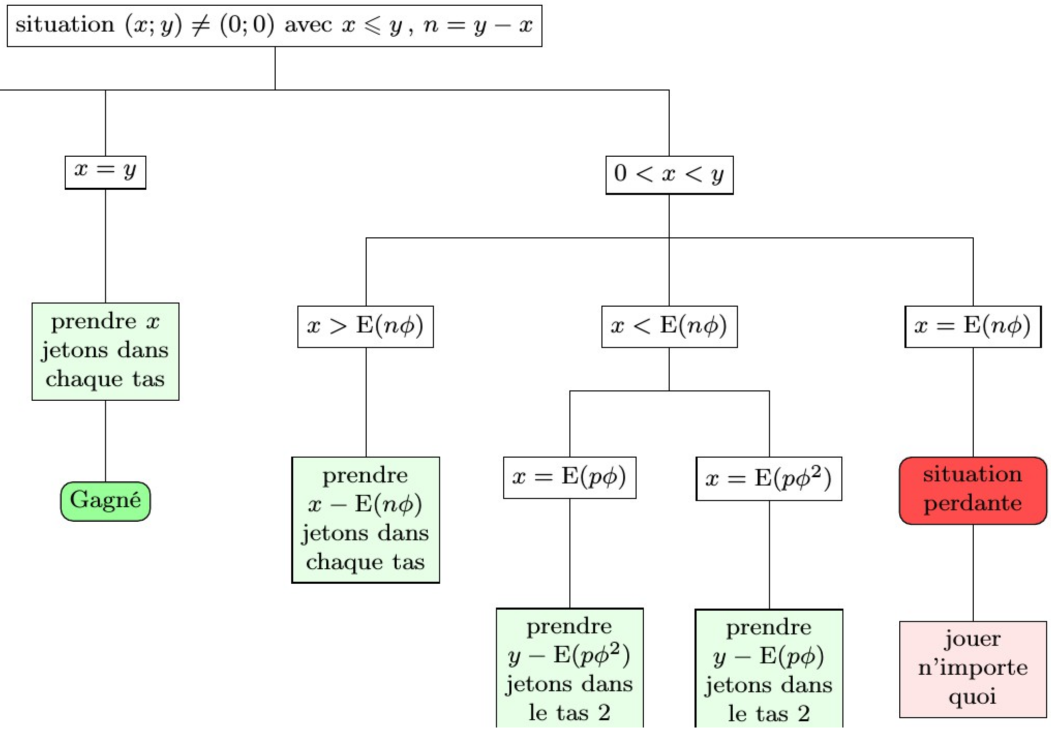
en prenant $y - E(p\phi)$ dans le tas n°2, on obtient $(E(p\phi^2); E(p\phi))$ qui est dans Π_2 .

Conséquences : Nous venons d'établir qu'une situation de Π^c peut toujours conduire en un coup à une situation de Π .

4.10. UN PETIT BILAN S'IMPOSE !

Nous venons d'établir que tout coup appliqué à situation de Π^* conduit toujours à une situation de Π^c et que lorsqu'on est devant une situation de Π^c , il y a toujours moyen, en un coup, de laisser une situation de Π .

Cela établit que Π est bien exactement l'ensemble des situations perdantes.
La stratégie à suivre pour amener progressivement l'adversaire à (0;0), démontrée au paragraphe précédent, se résume comme suit (le tas n° 1 est celui qui contient le moins de jetons) :



Difficile à appliquer mentalement ! Cela dit, il serait étonnant que l'adversaire devine la stratégie par simple observation, même sur un grand nombre de parties.
Par contre, un petit algorithme est tout à fait adapté au traitement de la chose.
Pour trouver l'entier p dans le cas $x < E(n\phi)$, la remarque suivante peut aider :

$$x = E(p\phi) \Leftrightarrow x < p\phi < x+1 \Leftrightarrow \frac{x}{\phi} < p < \frac{x+1}{\phi} \Leftrightarrow \left]\frac{x}{\phi}; \frac{x+1}{\phi}\right[\cap \mathbb{N} \neq \emptyset \Leftrightarrow E\left(\frac{x}{\phi}\right) \neq E\left(\frac{x+1}{\phi}\right)$$

et si cette condition est vérifiée, alors $x = E(p\phi)$ avec $p = E\left(\frac{x+1}{\phi}\right)$,

sinon on a $x = E(p\phi^2)$ avec $p = E\left(\frac{x+1}{\phi^2}\right)$.

5. POUR DEVENIR CÉLÈBRE ... OU PAS !

L'analyse de ces jeux par une méthode informatique ne pose en général pas de problème, bien que les graphes montent rapidement en complexité.
Un algorithme peut ordonner le graphe en partant des situations perdantes finales et calculer les nG des situations de façon récursive ; puis, à partir d'une situation donnée, analyser tous les successeurs pour en trouver un de nG nul et ainsi déterminer le coup à jouer.

Retour au sommaire

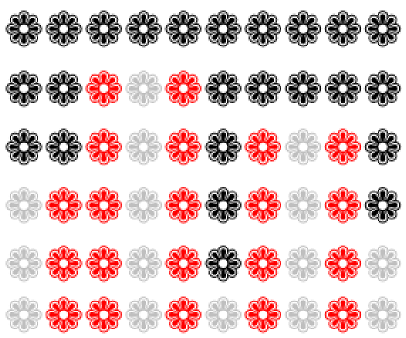
Par contre, la régularité chez les situations perdantes ne saute pas toujours aux yeux et elle est indispensable à l'élaboration d'une stratégie permettant de calculer directement le coup à jouer sur une position gagnante.
Pour finir, voici trois exemples de jeu à stratégie gagnante pour lesquels, à ma connaissance, la caractérisation des positions perdantes n'a toujours pas été établie malgré des analyses informatiques à des degrés élevés. Si vous voulez vous y essayer...

5.1. Le jeu de Grundy

On dispose sur la table un tas d'allumettes. Chaque joueur doit, à son tour, partager un des tas d'allumettes présent sur la table en deux tas inégaux. Le premier qui ne peut plus jouer a perdu.
Il est clair que les tas de 1 ou 2 allumettes ne permettent plus de jouer.

Le théorème de Grundy [2.7.i] s'adapte parfaitement à ce jeu puisque, par exemple, la situation comportant un tas de 7 et un tas de 12 est la *somme* d'un jeu de Grundy avec un tas de 5 et d'un jeu de Grundy avec un tas de 12. Le *nG* de la situation {7;12} est donc la *nim-addition* des *nG* de {7} et {12}.
Si *g* est la fonction de Grundy, g({1}) = g({2}) = 0, et {3} ayant comme seul successeur {1;2}, g({3} = 1.
La situation {4} a comme unique successeur {1;3} et $g(\{1;3\})=g(\{1\})\oplus g(\{3\})=0\oplus1=1$, donc g({4}) = 0. C'est une situation perdante.
{5} a pour successeurs {1;4} et {2;3} dont les *nG* sont $0\oplus0=0$ et $0\oplus1=1$, donc g({5}) = 2.
Et ainsi de suite !
Aucune régularité des positions perdantes n'a été identifiée pour l'instant.

5.2. Le jeu des fleurs



Un parterre est constitué d'une rangée de fleurs (au moins deux). Chaque joueur doit, à son tour, cueillir une fleur qui ne soit pas voisine d'une fleur déjà coupée. Le premier qui ne peut plus jouer a perdu.
Voici un exemple de partie dans laquelle le premier joueur gagne. Pour chaque coup joué, la fleur coupée devient grise et celles qui deviennent rouges ne peuvent plus être coupées.
Une situation de jeu peut être représentée par les paquets dans lesquels il est encore possible de cueillir une fleur.
La partie ci-contre peut ainsi se résumer à la séquence :
{10} → {2;5} → {2;1;1} → {1;1} → {1} → {0}.

Là encore, le théorème de Grundy s'applique puisque, par exemple, la configuration {2;5} est la *somme* du jeu des fleurs avec une rangée de 2 et d'un autre avec une rangée de 5.

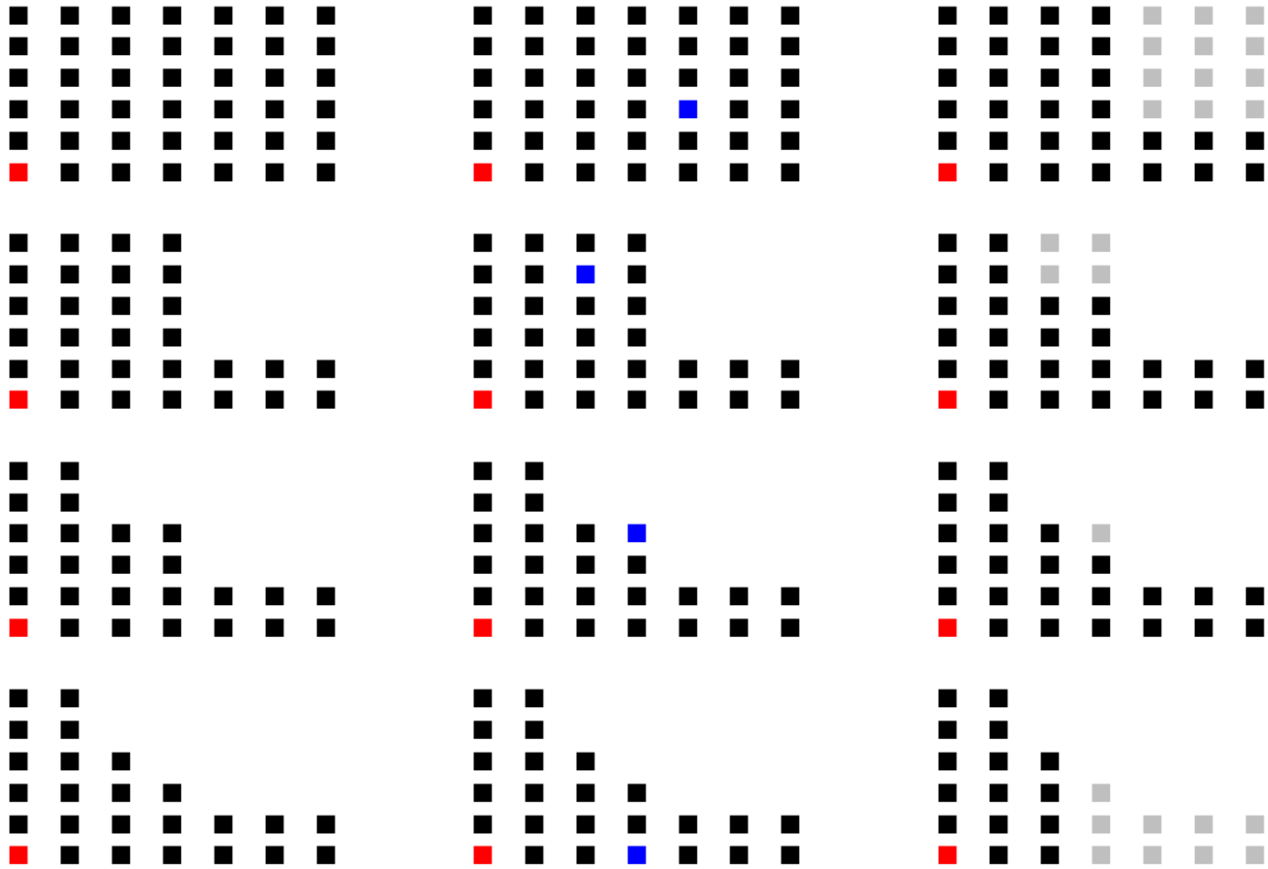
Analysons d'un peu plus près cette partie.
La seule configuration perdante finale est évidemment {0}, donc de *nG* nul. Il en découle, comme {1} et {2} ont comme seul successeur {0}, que *g*({1}) = *g*({2}) = 1.
Cela donne $g(\{1;1\})=g(\{1\})\oplus g(\{1\})=1\oplus1=0$ et $g(\{2;1;1\})=1\oplus1\oplus1=1$.
La situation {3} a deux successeurs qui sont et {1} et {0}, de *nG* 1 et 0, donc *g*({3}) = 2.
La situation {5} a trois successeurs qui sont {3}, {2} et {1;1} dont les *nG* sont respectivement 2, 1 et 0, donc *g*({5}) =3, et on obtient $g(\{2;5\})=1\oplus3=2$, ce qui permet de voir que le premier joueur n'a pas appliqué de stratégie gagnante puisqu'au premier coup il a laissé à son adversaire une situation dont le *nG* n'est pas nul.
Heureusement que son adversaire ne connaissait pas la stratégie ! En poursuivant les calculs, on voit que le premier jouer aurait dû prendre la première ou la troisième fleur pour laisser une des situations {8} ou {1;6} dont le *nG* est nul.
Là encore, aucune logique n'a été repérée sur les positions perdantes.

Retour au sommaire

5.3. La tablette de chocolat empoisonnée ou *Chomp*

Le jeu commence sur une tablette de chocolat dont le carré en bas à gauche est empoisonné. À son tour, un joueur doit choisir un carré non empoisonné de la tablette et "manger" tout ce qui est à droite et au-dessus de ce carré, lui compris. Le premier ne pouvant plus jouer a perdu (c'est comme si il était obligé de manger le dernier carré : celui empoisonné).

Sur les quelques coups représentés ci-dessous, le carré rouge est celui empoisonné, un carré bleu signale celui choisi par le joueur et les gris sont ceux qui sont "mangés". Chaque ligne détaille un coup joué et dans la colonne de gauche, on voit l'évolution du jeu coup après coup :



Pour l'heure, aucune stratégie, aucune régularité des situations perdantes n'a été établie et on voit mal comment décomposer le jeu en "sous-jeux" pour appliquer le théorème de Grundy.

Quelques situations spéciales s'étudient assez bien :

- sur les tablettes à 2 lignes, les positions perdantes sont celles où la ligne du dessus comporte une case de moins que celle du bas ;
- pour les situations en "L" (n lignes de "1" et une ligne de p en bas) les positions perdantes sont celles pour lesquelles $n = p$;
- une tablette carrée est une situation gagnante.
-

POUR LE RESTE, LE TRAVAIL RESTE À FAIRE.

Retour au sommaire

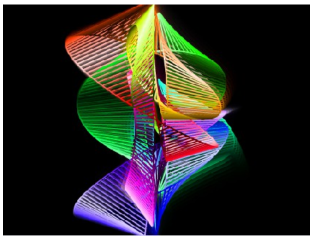
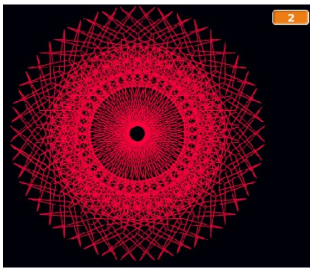
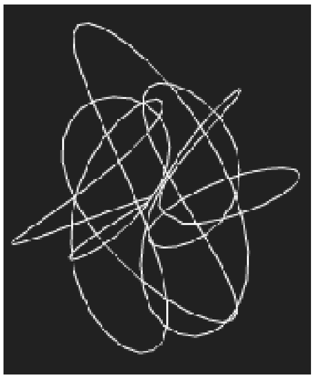
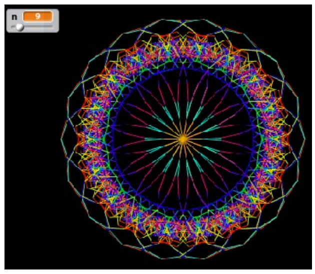
VU SUR LA TOILE

DE BELLES CHOSES AVEC SCRATCH

Si vous avez déjà utilisé la version de Scratch en ligne, vous avez sûrement pris connaissance des projets élaborés par les nombreux aficionados de cette application. Dans le cas contraire, je vous propose une petite sélection de programmes attrayants pour leur dimension esthétique ou pour leur aspect ludique bien étudié. J'espère qu'ils seront source d'inspiration pour animer ou créer des séances avec ce logiciel.

Des projets géométriques

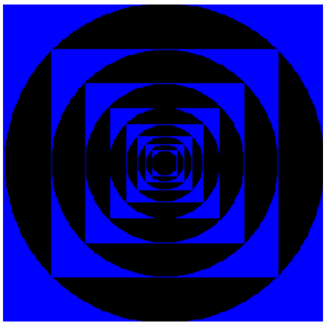
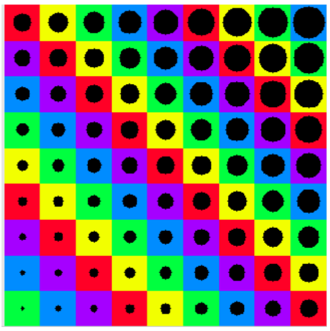
Les réalisations suivantes sont des animations autour de constructions géométriques connues ou non :

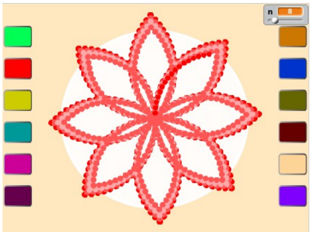
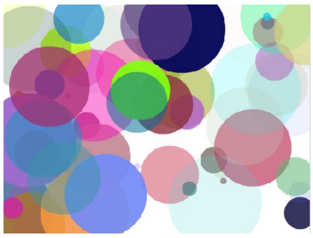
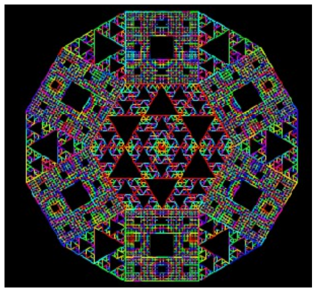
			
More Math Art remix	Curlicues_2015	More Math Art	ornament-Euler Spiral
https://scratch.mit.edu/projects/21920986/	https://scratch.mit.edu/projects/68886968/	https://scratch.mit.edu/projects/21778760/	https://scratch.mit.edu/projects/16142532
	Une cinquantaine de figures	Cliquer sur le drapeau vert pour changer	Choisir une valeur de n et presser « Espace »

Pour ceux qui la connaissent, la « Rose de Maurer » fait ici l'objet d'un développement intéressant. Rappelons qu'une rose est une courbe polaire d'équation $r=\sin(n\theta)$ (*n* entier) et qu'une rose de Maurer est constituée de 360 lignes reliant successivement 361 points de cette courbe
(https://en.wikipedia.org/wiki/Maurer_rose).

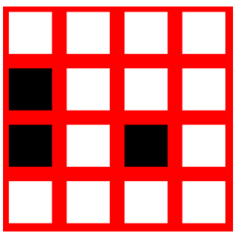
Ce projet, comme les précédents, est souvent accompagné d'une musique que vous aurez le loisir de couper ou non.

Retour au sommaire

	Le projet « 1 Line challenge » consiste à proposer une nouvelle figure en ne modifiant qu'une ligne du script proposé.	
https://scratch.mit.edu/projects/117381313/		https://scratch.mit.edu/projects/116535046/

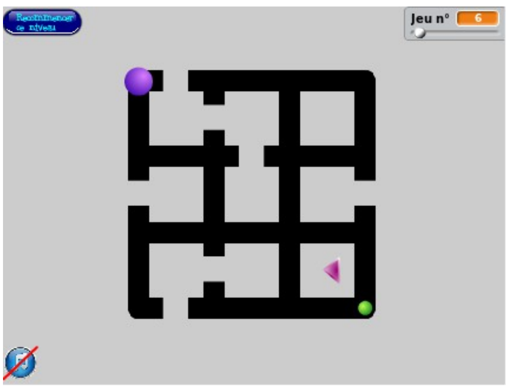
			
Abstract Pen Art Challenge remix - A Strange Flower	Pretty flower with dots - creator	pen color and opacity	Sierpinski Shape!
https://scratch.mit.edu/projects/117942952/	https://scratch.mit.edu/projects/118344227/	https://scratch.mit.edu/projects/118268777/	https://scratch.mit.edu/projects/118243183/

Quelques jeux



J'ai sélectionné les programmes ci-après tant pour leur aspect ludique qu'esthétique.
Dans « 4x4 Squares », il faut allumer tous les carrés en blanc, sachant que la modification de l'un d'entre eux entraîne celle des carrés limitrophes.
https://scratch.mit.edu/projects/118319593/

« Worlds » est un programme de création de paysage à l'interface particulièrement réussie.
https://scratch.mit.edu/projects/117800592/



Enfin, « LabyLoco » est un jeu de labyrinthe assez original avec un grand nombre de niveaux et des modes de jeu variés.
https://scratch.mit.edu/projects/117927648/

gilles.waehren@wanadoo.fr

Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

FRANÇOIS MORELLET VIVRA EN CLASSE

par François Drouin

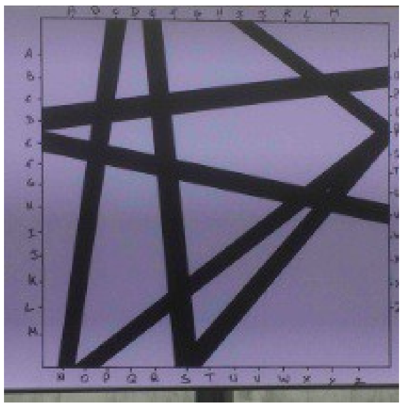
Le 11 mai, le journal « Le Monde » titrait : « François Morellet éteint ses néons ». Un artiste nous a quittés, qui se disait « nul en maths » mais qui, dans ses œuvres, faisait intervenir l'équerre, le compas, le rapporteur et aussi le hasard !

https://fr.wikipedia.org/wiki/Fran%C3%A7ois_Morellet
Cette utilisation de l'aléatoire rentre en résonance avec ce que les enseignants de mathématiques désirent faire vivre en classe.
http://apmeplorraine.fr/pv/PV122.pdf Dans l'article « Gestion artistique des pourcentages », le Petit Vert N°122 évoquait ce qui pouvait être fait en classe en lien avec des œuvres telles que « 40% rouge 40% vert 10% orange 10% jaune ». François Morellet gérait l'aléatoire en utilisant par exemple les décimales de π ou les chiffres rencontrés dans un annuaire téléphonique, le Petit Vert proposait un algorithme de remplissage aléatoire.

Voici un algorithme Algobox pour simuler des points rouges ou bleus au hasard :
http://bidouillesetmathscollege.blogspot.fr/2016/05/francois-morellet.html
http://laclassedenatacha.over-blog.com/article-arts-au-hasard-65629994.html

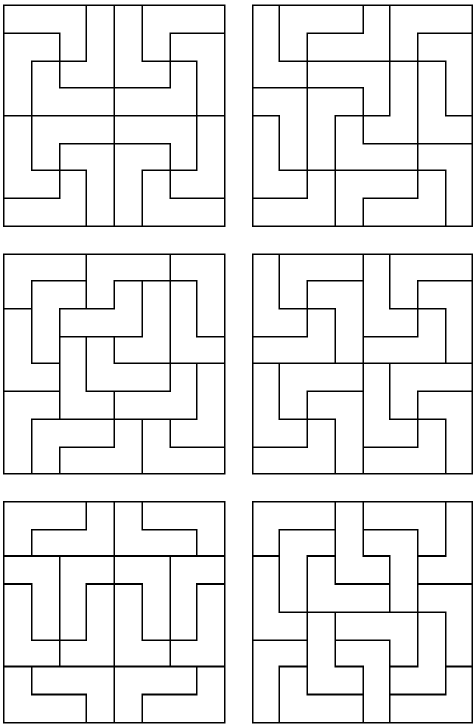
En Alsace, une collègue Professeure des Écoles relate ce qu'elle fait avec ses jeunes élèves : un dé a été utilisé.
http://www.macval.fr/francais/expositions-temporaires/expositions-passees/francois-morellet-seven-corridors/article/presentation-5734

Lors de ses récentes balades en région parisienne, une de nos adhérentes a pu voir « Seven Corridors » qui restera sans doute une des dernières installations de François Morellet. Elle reconnait avoir adoré se promener dans les couloirs de l'œuvre et s'est retrouvée bien étonnée lors de la découverte de la méthode de construction du « labyrinthe » !
http://www.macval.fr/IMG/pdf/CAHIER_DE_JEUX_MORELLET.pdf Les organisateurs du dixième anniversaire de leur structure ont fourni un très intéressant « cahier de Jeux » présentant plusieurs activités à mettre en œuvre avec de jeunes élèves découvrant l'œuvre. Le document permet également de comprendre ce que l'artiste avait en tête lors de la création de ce « labyrinthe ».



Retour au sommaire

En 1952, la visite de François Morellet à l'Alhambra de Grenade lui a inspiré « répartition de 16 formes identiques ». Cet ensemble de six éléments de 80 cm chacun a été créé en 1957 et a été en particulier présenté du 28 novembre 2000 au 21 janvier 2001 à Paris dans la Galerie nationale du Jeu de Paume.



Voici, redessinées, les six propositions de François Morellet.

Réussirons-nous à retrouver comment l'artiste a géré l'aspect « aléatoire » dans cette œuvre ?

Ne pourrait-on pas demander à des élèves s'il existe d'autres assemblages des seize pièces, en particulier avec le minimum d'éléments de symétrie ?

Remarque : les lecteurs joueurs du Petit Vert reconnaitront que la forme utilisée par l'artiste est une « Rep Figure » : les seize pièces permettent un recouvrement « échelle 4 » de la pièce « échelle 1 »

Compléments sitographiques

https://francoismorellet.wordpress.com/ Le site de Marie Lamouret, enseignante à l'école de design de Nantes.

http://www.nancy.fr/documents/visites_virtuelles/morellet/visite_virtuelle.htm en 2003 à Nancy

http://www.lorraineaucoeur.com/evt-4401/exposition-francois-morellet-a-epinal/vosges-epinal/exposition en 2010 à Épinal

https://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_%C5%93uvres_de_Fran%C3%A7ois_Morellet_dans_l'espace_public#Grand_Est

Une liste des œuvres de François Morellet visibles dans l'espace public : des occasions de belles rencontres lors de balades en France et ailleurs.
http://www.icem-pedagogie-freinet.org/book/export/html/9407

En pédagogie Freinet, on rencontre aussi François Morellet :
http://www.ina.fr/video/RXC00000787/arts-rythmes-tiques-ou-le-plaisir-de-creer-video.html
François Morellet nous y montre son atelier à Cholet et présente certaines de ses œuvres.

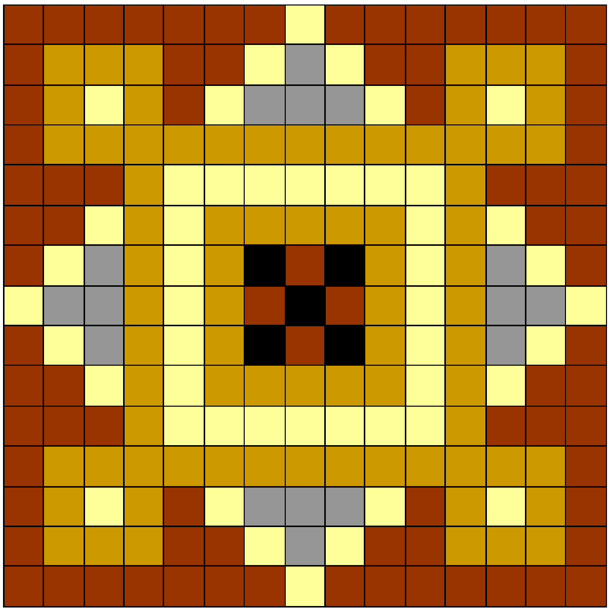
Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

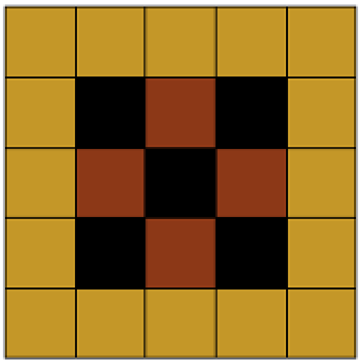
IL Y A DES MOSAÏQUES À LYON !

Par François Drouin

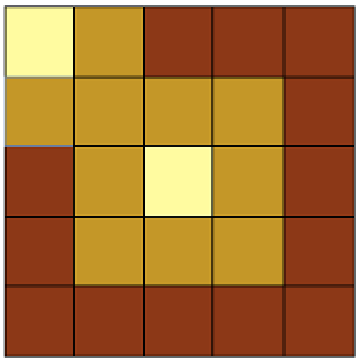
Sur le sol de la brasserie « Georges », près de la gare de Lyon Perrache



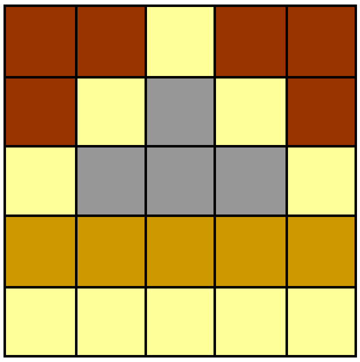
Le motif central est formé de neuf carrés 5×5.



1 exemplaire



4 exemplaires

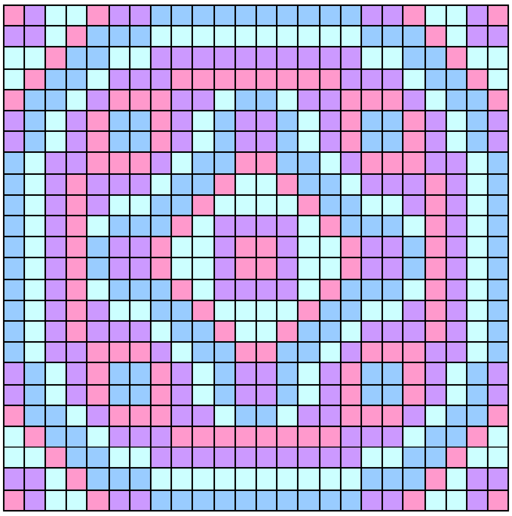


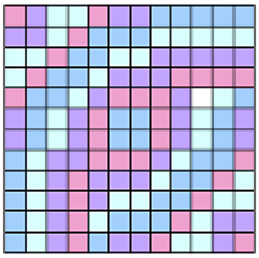
4 exemplaires

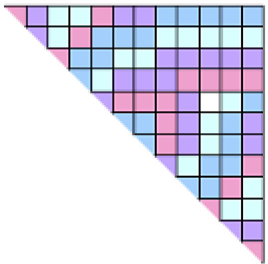
Ces neuf carrés pourront être redessinés et assemblés pour former un grand carré. Imposer que l'assemblage final admette quatre axes de symétrie permet de retrouver le motif présent sur le sol de la brasserie lyonnaise.

Retour au sommaire

À la gare Saint Paul





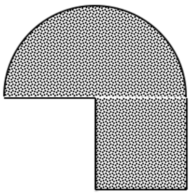


Des symétries orthogonales appliquées à ces trois dessins permettent la visualisation de la mosaïque recouvrant le sol de la gare. D'autres sous-motifs sont envisageables. Bonne recherche !

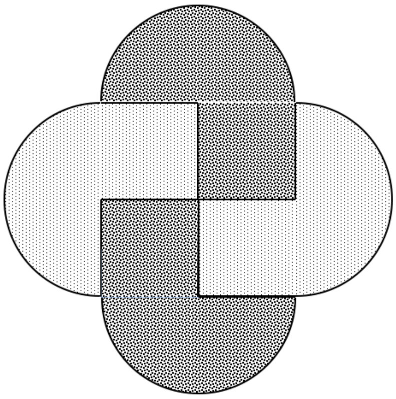
Retour au sommaire

Un « nœud de Salomon » au musée gallo-romain de Fourvière

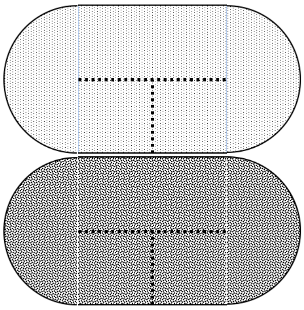
<u>Sans tenir compte des couleurs</u>



Le carré a pour côté le rayon du demi disque



Le « nœud de Salomon » est rendu visible par l'assemblage de quatre surfaces identiques dessinées puis découpées dans du papier de deux couleurs différentes.



Pour mettre en évidence l'enlacement, dessiner, découper puis assembler deux formes semblables à celles dessinées ci contre. Les pointillés sont tracés à partir de milieux de segments.

<u>En tenant compte des couleurs</u>

L'examen de la photographie du motif amène à concevoir ce type de tracé. Si le côté d'une tesselle (petit morceau de pierre formant la mosaïque) est pris comme unité de longueur, les demi cercles intervenant dans le tracé ont pour diamètre 1, 3, 7, 11, 15, 19 et 21. Les bandes rectangulaires ont une longueur égale à 11. Le centimètre ou la longueur d'un côté de carreau pourra être pris comme unité de longueur.
Des demis disques de diamètre 1, 3, 7, 11, 15, 19 et 21 pourront être superposés, ainsi que des bandes de longueur 11 et de largeur 10, 9, 7, 5, 3 et 1.

Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

UNE ANAMORPHOSE À VERDUN : « GARANCE, LA ROSE DU CENTENAIRE »

Depuis mai 2016, le parc Japiot accueille la rose « Garance » spécialement créée pour commémorer le centenaire de la bataille de Verdun. Les plantations florales ont été complétées par l'installation d'une structure métallique fabriquée grâce à des entreprises locales et installée grâce à la section maçonnerie du lycée professionnel Freyssinet de Verdun.

Les Verdunois ont maintenant à demeure une belle anamorphose : le motif n'est compréhensible que pour le promeneur qui fait face à l'alignement des trois supports.

http://www.oxymetal.com/actus-3/2016/oxymetal-partenaire-de-la-ceremonie-dinauguration-de-garance.

Un dossier anamorphoses (collège de Luzy) :
http://www.sciencesalecole.org/documentsSAE/CG%C3%A9nial/Finale2015/Comptes-rendus/Dijon_dossier_c_genial.pdf. L'anamorphose présentée ci-dessus est du même type que celles évoquées à la page 18 de ce document.

Voir aussi : https://fr.wikipedia.org/wiki/Anamorphose

Retour au sommaire

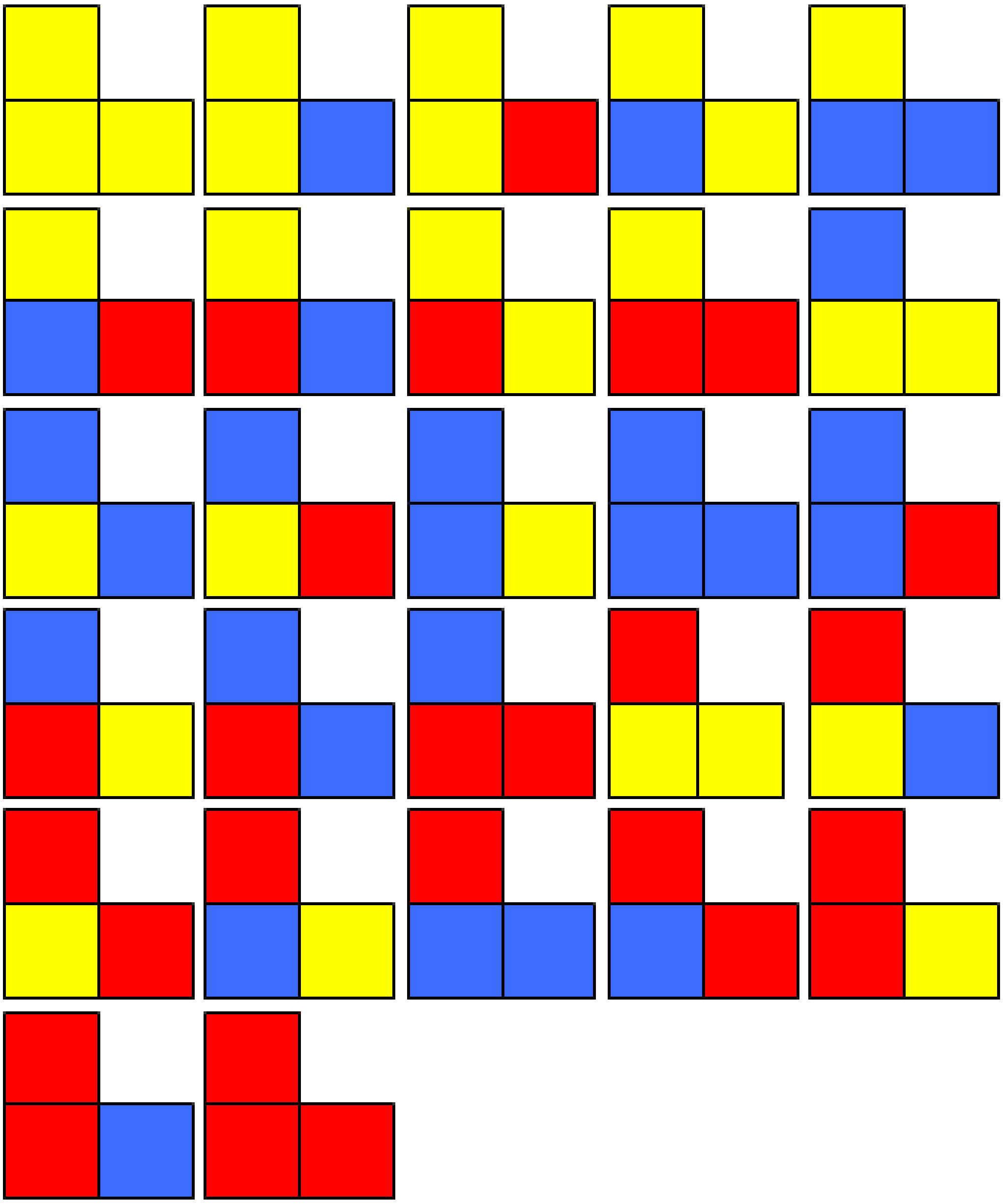
MATHS & JEUX

LES TRIMINOS DE PIERRE DORIDANT

François DROUIN

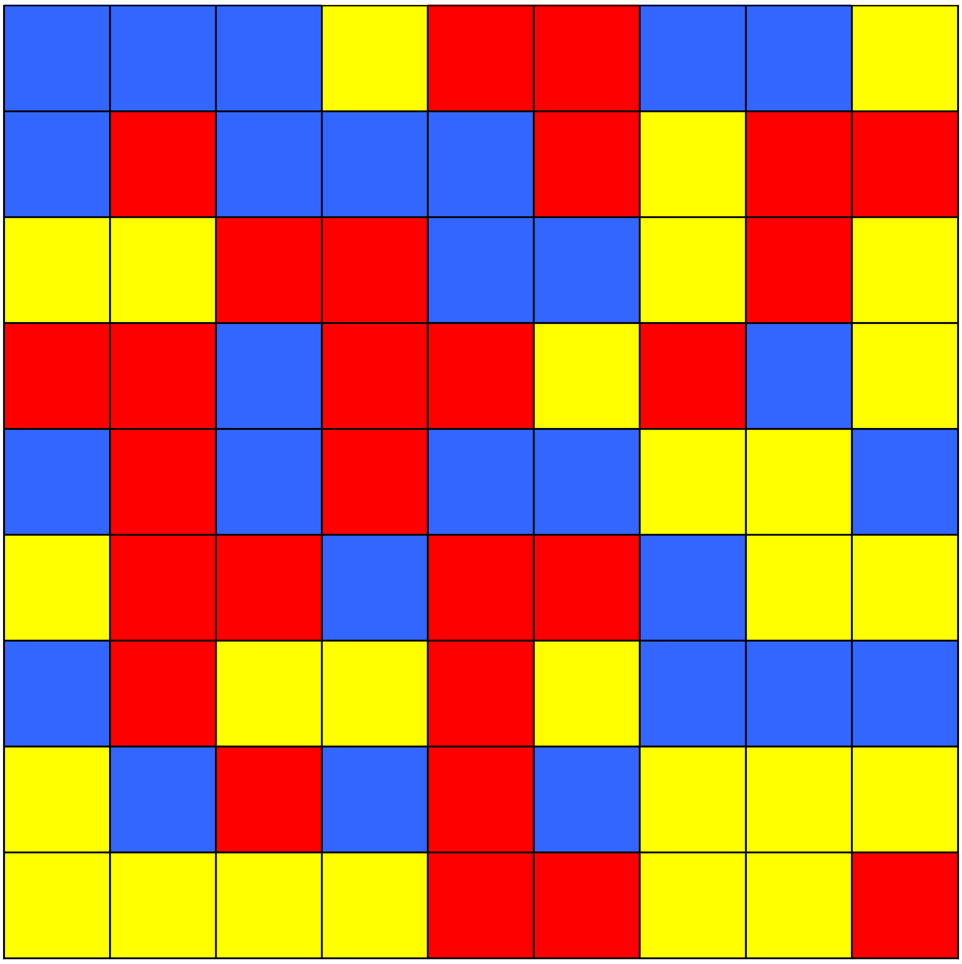
Dans les années 90 se déroulèrent en Lorraine des stages de formation continue animés par Claude Pagano, Pierre Doridant, Odile Backscheider et Marie-José Baliviera : les « Petits L » étaient déjà là…

Voici une version en couleur des vingt-sept pièces qui nous ont été confiées.

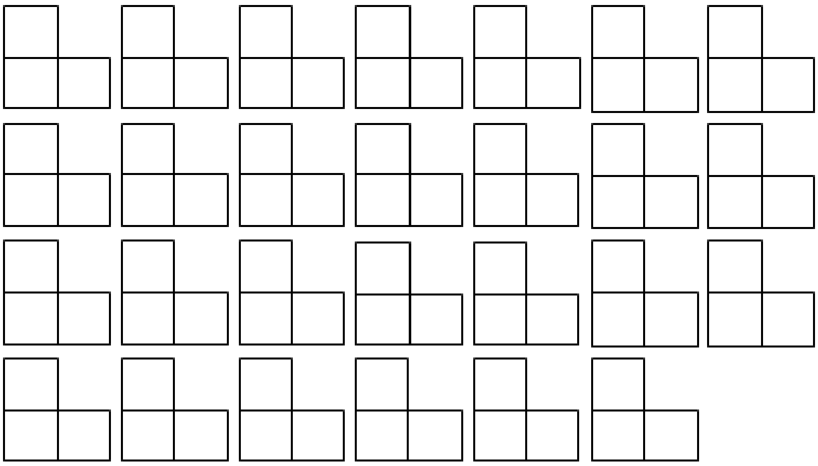


Avec ces vingt-sept pièces, réussirez-vous à recouvrir le carré dessiné ci-après ?

Retour au sommaire



Les vingt-sept pièces peuvent être retrouvées en coloriant chaque petit carré à l'aide d'une couleur choisie parmi trois.



http://apmeplorraine.fr/old/index.php?action=telecharger_pv&pv_id=51 La recherche des pièces est à mettre en parallèle avec celle des « trapèzes coloriés » proposée en septembre 1997 dans le Petit Vert n°51.

http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV124.pdf Les recouvrements du carré 9×9 par des « Petits L » sont évoqués dans le Petit Vert n°124. Ils pourront être utilisés pour créer de nouveaux plateaux à recouvrir.

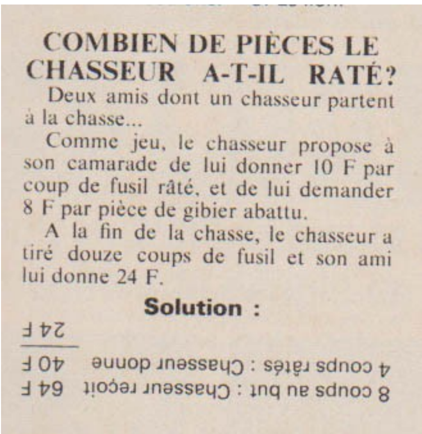
MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : www.apmeplorraine.fr

UNE AMITIÉ PAYANTE



COMBIEN DE PIÈCES LE CHASSEUR A-T-IL RATÉ?

Deux amis dont un chasseur partent à la chasse...

Comme jeu, le chasseur propose à son camarade de lui donner 10 F par coup de fusil râté, et de lui demander 8 F par pièce de gibier abattu.

A la fin de la chasse, le chasseur a tiré douze coups de fusil et son ami lui donne 24 F.

Solution :

8 coups au but : Chasseur reçoit 64 F

4 coups râtés : Chasseur donne 40 F

24 F

Ce problème a été posé dans le Chasseur Français n° 907 de septembre 1972, rubrique "pour nous distraire", page 52.

La question est posée en début d'énoncé, une solution est rapidement proposée…

Fin 2015, un lecteur non enseignant de mathématiques a retrouvé en tâtonnant la solution proposée mais a désiré connaître d'autres moyens pour y parvenir. En voici un certain nombre.

Résolution algébrique

J'appelle r le nombre de coups ratés et a le nombre de pièces de gibier abattues.

Il y a eu 12 coups de fusil, donc $a + r = 12$.

Pour les coups ratés, le chasseur donne à son « ami » $r \times 10$ Francs.

Pour les coups réussis, l'« ami » donne au chasseur $a \times 8$ Francs.

A la fin de la partie de chasse, ce que donne l'« ami » au chasseur correspond à $(a \times 8 - r \times 10)$ Francs, donc $8a - 10r = 24$

$8a - 10r = 24$ $a + r = 12$	$8a - 10r = 24$ $10a + 10r = 120$	J'additionne membre à membre les deux équations pour trouver $18a = 144$ donc $a = 8$

J'en déduis aisément $r = 4$. Il y a donc eu 8 coups au but et 4 coups ratés.

En utilisant un tableau de valeurs : cette méthode pourra être choisie en 2016 par un élève de collège s'il a un tableur à sa dispoition dans la classe ou hors de la classe.

Nombre de coups ratés	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Somme donnée à l'ami (F)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Nombre de coups au but	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Somme donnée par l'ami (F)	96	88	80	72	64	56	48	40	32	24	16	8	0
Bilan pour l'ami (F)	-96	-78	-60	-42	-24	-6	12	30	48	66	84	102	120

…/…

Une méthode enseignée à l'école primaire en Chine

En 2015, une étudiante chinoise participant à Metz à la Fête de la Science l'utilisait pendant sa scolarité pour la résolution de problèmes semblables.

> *Si tous les coups sont réussis, l'« ami » doit donner 96F au chasseur. Il a donné 24F, donc 72F d'écart avec cette supposition.*
> *Pour chaque tir raté remplaçant un tir réussi, au lieu d'avoir 10F, il donne 8F, il y a donc un écart de 18F pour le bilan.*
> *Or « 72 = 4 × 18 ». Il y a donc 4 tirs ratés.*

Une méthode encore enseignée dans les années 60 pendant les premières années de l'enseignement secondaire

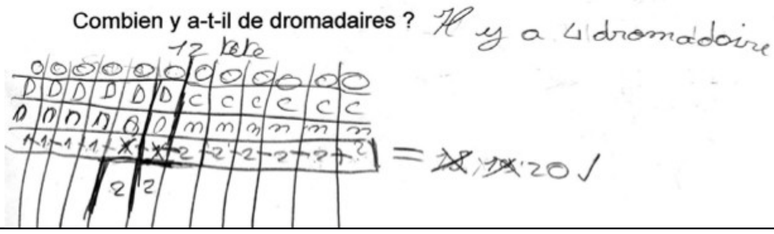
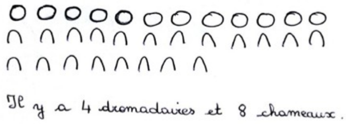
Celle-ci est très proche de celle évoquée précédemment.

> *Je suppose que 2 coups sont ratés (et 10 réussis). L'« ami » devrait donner 60 Francs. Il a donné 24 Francs. « 60 – 24 = 36 ». Cet écart de 36 correspond à deux fois l'écart de bilan évoqué dans la méthode précédente. Il y a donc 4 tirs ratés.*

En 2016

En avril 2016, le sujet du **C**oncours de **R**ecrutement des **P**rofesseurs des **É**coles proposait aux étudiants lorrains l'analyse de deux productions d'élèves concernant un problème proposé en Cycle 3.

*Dans un troupeau composé de chameaux (2 bosses) et de dromadaires (1 bosse) on compte **12** têtes et **20** bosses. Combien y a-t-il de dromadaires ?*

La réponse de Quentin	*La réponse de Ramia*
	

Ce qui est fait par ces deux élèves pourra compléter les méthodes disponibles en classe de troisième (un de nos adhérents correcteur du concours a rapidement fait vivre dans sa classe de troisième le principe mis en œuvre par Quentin).

Dans les nouveaux programmes de Cycle 4, la phrase « Mettre un problème en équation en vue de sa résolution. » laisse penser qu'une seule équation doit intervenir, la résolution algébrique des systèmes de deux équations ne sera donc vue qu'au lycée. Les méthodes construites à partir d'une supposition seront sans doute peu abordées, la résolution à l'aide d'une feuille de calcul pourra alors venir au secours de l'élève amené à résoudre le problème : travaillant avec des valeurs entières ne dépassant pas la capacité de calcul des tableurs, elle permet de trouver la solution et de prouver son unicité, ce que ne permet pas la solution par tâtonnement.

En conclusion

En 1972, ce chasseur savait profiter financièrement de son « ami ». Celui-ci aurait pu anticiper à partir de quelle proportion de « coups au but » il devra donner de l'argent et peut être renoncer à sa sortie. Le tableau de valeurs montre que pour douze tirs, le chasseur n'est perdant qu'à partir du sixième « coup raté »…

Retour au sommaire

MATHS & MÉDIAS

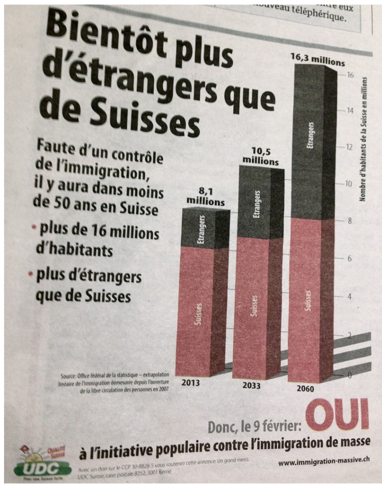
CARLA BRUNI-SARKOZY NULLE EN CALCUL

Une info parue dans l'Est Républicain du 4 juillet dernier, pour rassurer ceux qui ont de semblables difficultés à la fin du cycle 3...

« Je ne sais pas faire une division ou une simple multiplication, je n'ai jamais su, je crois », confie Carla Bruni-Sarkozy au magazine ELLE. Évoquant la vie de famille, la chanteuse et épouse de l'ancien chef de l'État dit « aimer la douceur des fins de journée, sauf pour ce qui est des devoirs [de ses enfants]. Là, je peux perdre mes nerfs. Il est clair que je ne peux pas les aider. Je ne sais pas faire une division ou une simple multiplication, je n'ai jamais su, je crois... Avec mon fils ainé, je regardais en douce sur mon téléphone... ».

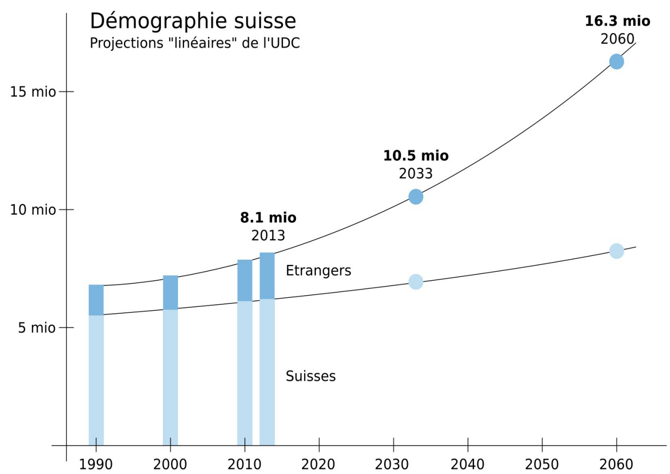
XÉNOPHOBIE ET STATISTIQUES

Merci à Laurence Ancel (lycée agricole du Val de Seille) pour ce envoi.
Source : http://www.martingrandjean.ch/xenophobie-et-statistiques/



En 2060, il y aura en Suisse plus d'étrangers que de Suisses, clame l'UDC (Union démocratique du centre, parti d'extrême droite) dans une publicité trouvée samedi 18 janvier 2014 dans Le Matin. L'encart présente un graphique qui explicite l'ampleur du désastre : **alors que la population suisse doublera entre 2013 et 2060, la proportion d'étrangers passera le cap des 50% !** De quoi convaincre toute les votants d'accepter l'initiative populaire « Contre l'immigration de masse » de ce parti qui n'en est pas à sa première tentative, menaçant cette fois-ci les accords de libre circulation des personnes entre la Suisse et l'Union Européenne.

Petit problème, ces statistiques n'en sont pas vraiment.



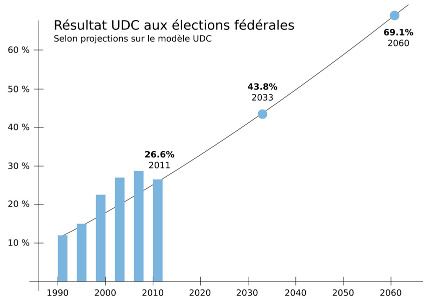
Ou plutôt, il s'agit d'une extrapolation libre et "linéaire" (selon la légende du graphique) à partir de données de l'OFS, office fédéral de la statistique (http://www.bfs.admin.ch/bfs/portal/fr/index/themen/01/07/blank/key/01/01.html).

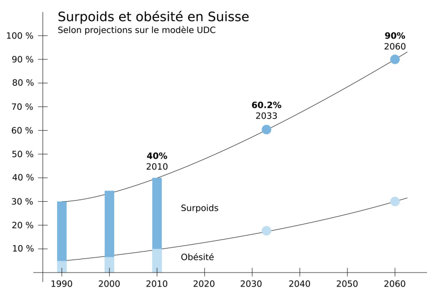
Ce graphique reprend exactement les valeurs de la publicité UDC, avec ajout des statistiques officielles pour les années antérieures. Légende : les barres représentent les statistiques OFS officielles, les points les extrapolations de l'UDC, les traits les courbes de tendances.

Retour au sommaire

Si on regarde de plus près, avec un graphique dont l'abscisse est correctement disposée, on se rend compte que l'extrapolation de l'UDC n'est linéaire que pour la lente progression de la population "Suisse" alors que **la population totale augmente de manière exponentielle**, en raison de la population "Etrangère" toujours plus nombreuse.

Oui, la population va probablement augmenter dans ces prochaines décennies, en partie à cause de l'immigration. **Mais comment peut-on se permettre de prédire une tendance sur cinquante ans à partir d'une tendance observée sur dix ans ?** Avec ce raisonnement, on pourrait tout aussi bien aboutir aux conclusions suivantes :





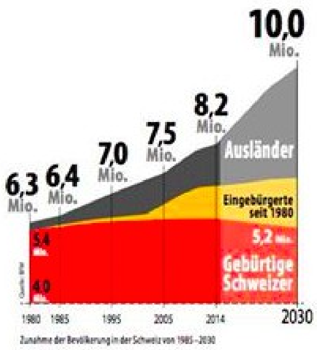
En Suisse en 2060, 50% de la population sera donc étrangère, mais elle votera à 69% pour un parti xénophobe, tout en étant à 90% en situation de surpoids ou d'obésité !

Vous noterez que les données utilisées sont fidèlement issues de l'Office fédéral de la statistique et de la Chancellerie fédérale, et que ces "exponentielles" sont bien moins forcées que celles du graphique original… Finalement, c'est facile les statistiques !

N.B. Je viens de découvrir que mon collègue Pierre Dessemontet a lui aussi réagi à cette annonce, retrouvez son analyse ici : Le retour des statisticiens du dimanche ! [edit 18.01.14]

N.B. Plus complète que ma preuve par l'absurde, retrouvez ici **l'analyse d'un vrai statisticien**, Arthur Charpentier, qui réagit à ce billet avec précision. [edit 20.01.14]
N.d.l.r. Très intéressant pour ceux qui enseignent la statistique à un niveau supérieur.

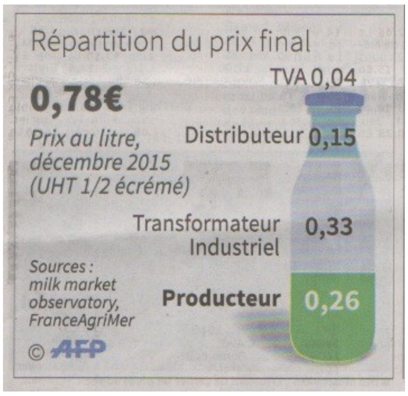
(Mise à jour 2015) L'**UDC remet ça dans ses publicités de campagne des élections fédérales 2015**. Un beau graphique dont l'axe vertical n'est pas complet, avec une projection sortie d'on ne sait où et la création d'une catégorie à faire frémir l'Office fédéral de la statistique : les "suisses naturalisés depuis une date", une catégorie ridicule puisque si on remonte un peu, les "vrais suisses" seront bien sûr ceux qui sont nés avant le rattachement d'un 4e canton à Uri, Schwyz et Unterwald, c'est-à-dire de vaillants citoyens fêtant cette année leur 683e anniversaire (au moins).
Commentaire : Petite remise en question du graphique... car c'est bien pratique de faire commencer le graphique à « 4 »... une échelle commence à « 0 » !



Retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

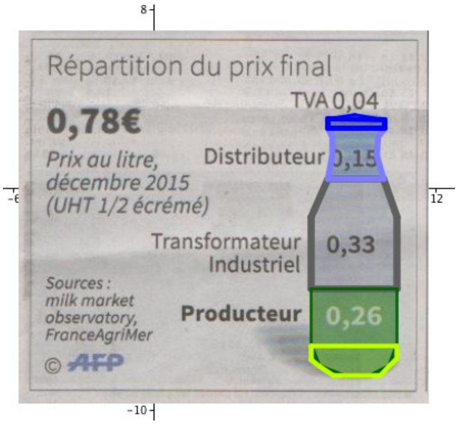
LE PRIX DU LAIT



Le 23 aout 2016, en pleine « crise du lait », cette représentation graphique a interpelé un de nos adhérents :
0,04 + 0,15 + 0,33 + 0,26 = 0,78. Auriez-vous immédiatement deviné que ces nombres doivent se comprendre comme des sommes en euros ?

Si la zone grise représente 0,33 €, êtes-vous convaincu que la zone bleu ciel représente 0,15 € ?

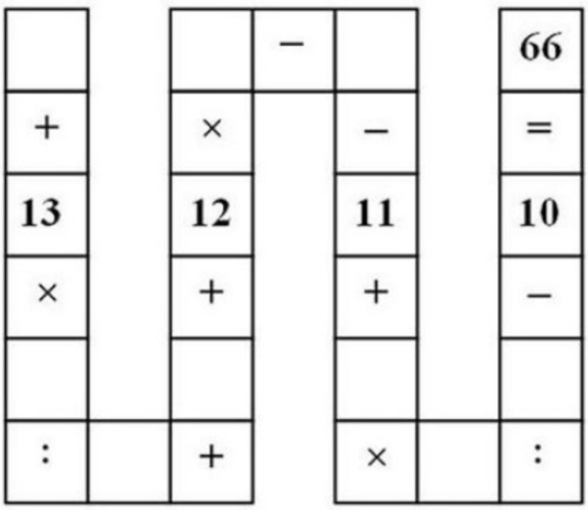
Si la représentation graphique utilisait réellement une vue en perspective d'une bouteille de lait, il est fort probable que les délimitations des zones coloriées ne seraient pas des segments de droite.
Après des mesures faites sur l'extrait de journal, il semble plausible de penser que les valeurs indiquées ont été faites à partir d'un rectangle de dimensions la largeur et la hauteur de la bouteille.



La non utilisation du dessin de la bouteille pourra aussi être suspectée en l'intégrant dans un document GeoGebra, en insérant des points sur le pourtour puis en recalculant l'aire de chaque zone.
Le rapport des aires des polygones « Distributeur » et « Transformateur industriel » est environ 0,28, le rapport des sommes indiquées dans les polygones est environ 0,45.

UN DÉFI POUR VOS ÉLÈVES (n°127-a)

« LE SERPENT VIETNAMIEN »



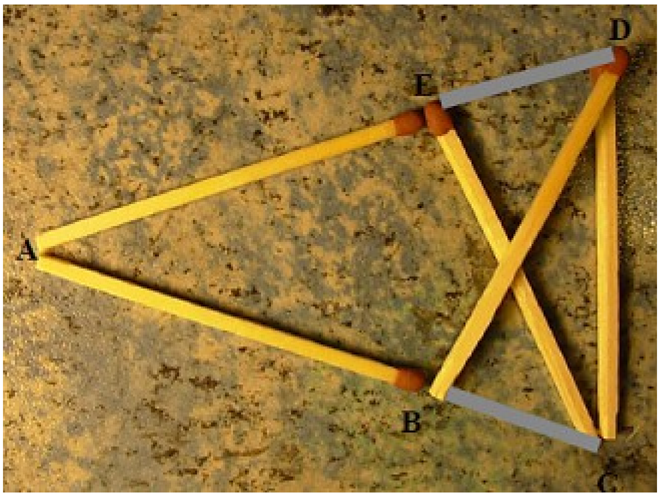
Pierre-Alain a trouvé (dans Ouest-France et d'autres journaux) un problème de mathématiques qui donne des sueurs froides aux plus érudits. A l'origine, cet exercice a été donné par un professeur dans une école primaire de Bao Loc, au Vietnam, à ses élèves de CE2.

Le but est de remplir les cases vides de la grille avec les entiers de 1 à 9 (à n'utiliser qu'une fois chacun), de façon à obtenir - en suivant l'ordre des opérations sur le serpent - le résultat final de 66.

Si on vous dit qu'il y a 362 880 dipositions possibles, cela ne doit pas vous décourager !

Retour au sommaire

UN DÉFI POUR VOS ÉLÈVES (n°127-b)
« DES MATHÉMATIQUES QUI VONT METTRE LE FEU »



Défi proposé par Walter Nurdin.

Les cinq allumettes ont la même longueur. Leurs points de contact sont nommés A, B, C, D et E (voir photo). A, B et C sont alignés, il en est de même pour A, E et D.
Déterminer l'angle $\widehat{BAE}$.

Envoyez les démarches et réponses de vos élèves, ainsi que toute suggestion de nouveau défi, à Ghislaine (qui fera suivre).

SOLUTION DU DÉFI n°126-b

On dispose d'une grille « genre sudoku » et de 36 jetons.

Il s'agissait de placer les 36 jetons dans cette grille en respectant les contraintes suivantes :
- Chacune des 9 lignes horizontales, chacune des 9 lignes verticales et chacune des deux diagonales doit contenir exactement 4 jetons ;
- Les neuf « grosses cases » (formées chacune de 9 petites cases) doivent contenir respectivement 0, 1, 2 ... 8 jetons ;
- Dans chaque « grosse case », la disposition des jetons doit avoir au moins un axe ou un centre de symétrie (c'est la cas dans l'exemple ci-dessus, où la première case contient 3 jetons avec un axe de symétrie qui est une des diagonale).

Et si on arrivait à obtenir au moins un axe **et** un centre de symétrie dans chaque case, c'était encore mieux !

●			●	●	●			
	●		●		●		●	
		●	●	●	●			
●				●		●		●
			●		●	●		●
		●		●		●		●
●	●	●					●	
	●					●	●	●
●	●	●					●	

– La solution représentée ici respecte ces contraintes, et est telle que chacune des neuf cases possède deux axes et un centre de symétrie. Et chacune des 9 lignes, des 9 colonnes et des deux diagonales contient bien 4 jetons. Cette solution n'est pas unique.

Retour au sommaire

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE (n°127)

Problème proposé par Jacques Choné

On effectue une suite de lancers d'une pièce équilibrée. Déterminer l'espérance du temps d'attente de la première fois où l'on obtient trois résultats consécutifs identiques (i.e. soit PPP, soit FFF).

LE PROBLÈME PRÉCÉDENT (n°126)

Problème de devises

Aucune réponse n'a été envoyée. Ce problème de mathématiques « de la vie courante » (et bien sûr ignoré du citoyen) est à nouveau proposé pour ce trimestre.

Lorsque l'on convertit une somme d'une devise en une autre, on applique un taux de conversion puis on arrondit le résultat au centième, au moins dans dans le cas du franc et de l'euro et sans prétendre à la généralité mondiale.

En 1998 a été fixé le taux de conversion franc/euro. Un euro correspond (ou correspondait) à 6,55957 francs.
Ainsi la conversion de 100 francs est de 15,24 €.
Si on pouvait convertir 15,24 € en francs on obtiendrait 99,97 francs.

Question 1. Quel est l'écart maximum (a) absolu en francs (b) en pourcentage, lors d'une conversion d'un montant de francs en euros puis reconverti ensuite en francs ?

Question 2. Quel est l'écart maximum en euros lors d'une conversion d'un montant d'euros en francs puis reconverti ensuite en euros ?

Question 3. Les comptes bancaires ont été convertis en euros au 1er janvier 2001, mais la devise utilisée en France est restée le franc sur l'année 2001 (l'euro est devenu la devise officielle le 1er janvier 2002). Ainsi toute opération d'un client effectuée en francs était convertie en euros sur le compte bancaire.
Le 1er janvier 2001, un client souhaite retirer 3000 francs à un distributeur de sa banque (sans frais, et ce montant lui est permis par le contrat de sa carte).Le distributeur fournit des billets de 100 francs. A-t-il intérêt à procéder à un retrait unique de 3000 francs ou à plusieurs retraits pour un montant total de 3000 francs ? (si plusieurs retraits, il conviendra de préciser les montants)

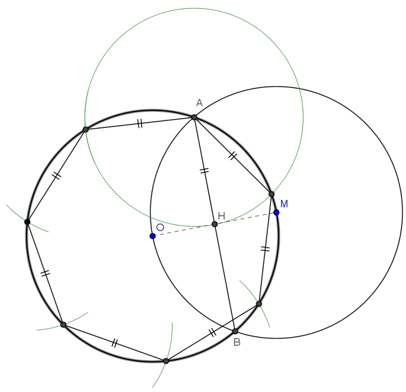
Le responsable de la rubrique est André STEF. Lui envoyer vos solutions à ces deux problèmes (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : Andre.Stef@univ-lorraine.fr .

Retour au sommaire

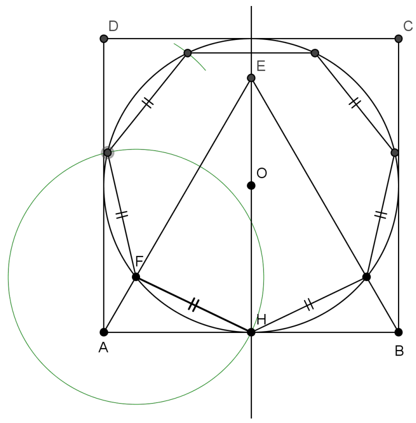
SOLUTION DU SOPHISME N°126 (construction d'un heptagone régulier)

Nous vous proposions, dans notre précédent numéro, deux méthodes pour construire, à la règle et au compas, un heptagone régulier.

Première méthode. On considère un premier cercle de centre O et de rayon OM (c'est dans ce cercle que s'inscrira l'heptagone), et un second cercle de centre M et de même rayon. Ces deux cercles se coupent en A et B, et H est le milieu de [AB].
On reporte alors, sur le premier cercle, sept fois un segment égal à [AH]. On obtient ainsi un heptagone.



Seconde méthode . On considère un carré ABCD, et le triangle équilatéral ABE intérieur à ce carré. On trace le cercle inscrit dans le carré : il est tangent à [AB] en H. Le segment [AE] coupe ce cercle en F. [HF] est un des côtés de l'heptagone ; il suffit de reporter encore six fois un segment égal à [HF] sur le cercle, et on obtient l'heptagone complet.



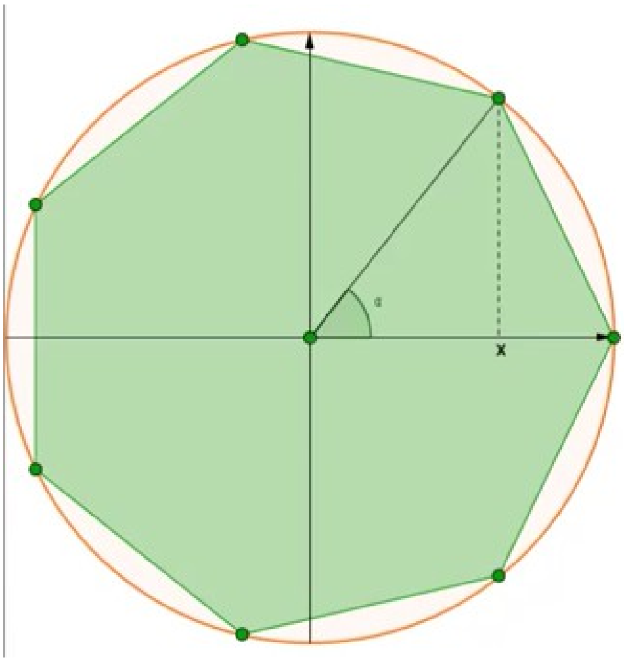
La simplicité de ce second tracé fait penser que c'est peut-être ce qui a été utilisé par les tailleurs de pierres au moyen-âge.

On peut retrouver ces deux constructions sur le Net, par exemple sur
http://irem-fpb.univ-lyon1.fr/feuillesprobleme/feuille7/enonces/heptagoneregulier.html
Cependant, Wikipédia nous rappelle que le tracé d'un heptagone régulier ne peut être obtenu à la règle et au compas (théorème de Gauss) : http://fr.wikipedia.org/wiki/Heptagone

En réalité, les figures que nous avions faites semblaient correctes, mais pour tracer le septième côté de l'heptagone, nous nous étions contentés de joindre l'extrémité du sixième segment avec le point de départ du premier. Nous vous laissons vérifier que ce dernier segment n'a pas la même longueur que les six autres (l'erreur est très faible, et invisible sur la figure - elle n'est que de 1,2 % environ ; on peut faire inscrire la longueur des segments par le logiciel de géométrie dynamique pour s'en convaincre).
Pour la seconde méthode, nous avons utilisé l'axe de symétrie ; la longueur du côté supérieur de l'heptagone est alors supérieure de 0,7 % environ à celle des six autres côtés : cette construction est donc plus précise que la première.
La vérification par le calcul est possible (mais assez ardue) pour un élève de lycée.
On pourrait se demander ce que fait GeoGebra quand on lui demande de tracer un heptagone régulier. En réalité il trace un polygone de 7 côtés qui est « presque » régulier. Par exemple, à partir d'un premier segment *a* de longueur 4, les six autres qui sont construits ont pour longueurs respectives :
$b = 3{,}9999999999999998$, $c = d = e = 3{,}999999999999999$, $f = 4$ et $g = 4$ (rappel : la précision maximale sur GeoGebra est 10^{-15}). Merci Noël !
Dans la vidéo https://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=41DD2V8Ufz, nous avons le calcul exact des abscisses des sommets d'un heptagone régulier. Nous

Retour au sommaire

remarquons que l'équation à résoudre est du troisième degré, ce qui nous confirme le fait que ses solutions ne sont pas constructibles à la règle et au compas.



$\alpha = \frac{2\pi}{7}$ donc $\cos(3\alpha) = \cos(4\alpha)$

on pose $\cos(\alpha) = x$

$\cos(3\alpha) = 4x^3 - 3x$

$\cos(4\alpha) = 8x^4 - 8x^2 + 1$

$\Rightarrow 4x^3 - 3x = 8x^4 - 8x^2 + 1$

$\Rightarrow (x-1)(8x^3 + 4x^2 - 4x - 1) = 0$

$\Rightarrow x = 1$ ou $8x^3 + 4x^2 - 4x = 1$

$\Rightarrow x = 1$

ou $x = \frac{\sqrt[3]{28+84i\sqrt{3}}}{12} + \frac{7}{3\sqrt[3]{28+84i\sqrt{3}}} - \frac{1}{6}$

ou $x = \frac{-1+i}{24}\sqrt[3]{28+84i\sqrt{3}} - \frac{7(1+i\sqrt{3})}{6\sqrt[3]{28+84i\sqrt{3}}} - \frac{1}{6}$

ou $x = \frac{-1-i}{24}\sqrt[3]{28+84i\sqrt{3}} - \frac{7(1-i\sqrt{3})}{6\sqrt[3]{28+84i\sqrt{3}}} - \frac{1}{6}$

Voir aussi http://www.lmpt.univ-tours.fr/~licois/Vulgarisation/polygoneHD.pdf (pages 10-11-12). Merci Noël pour ce lien.

Autre site, très intéressant, à visiter à propos de l'heptagone :
http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Histoire/Heptagon.htm#constru
On y trouvera en particulier la photo de ce puits heptagonal du château de Nantes...

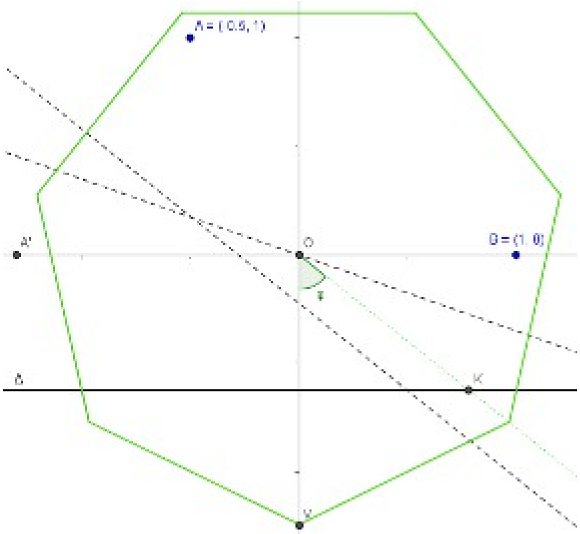
… et celle-ci, tirée de la série « Le Trône de fer »

A la page suivante, la construction de l'heptagone régulier par pliage ➔

Construction d'un heptagone régulier par le pliage

Méthode proposée par Jacques Justin

Voir https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/L_Ouvert/n047/o_47_1-14.pdf
https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/L_Ouvert/n042/o_42_9-19.pdf §6



On détermine par pliage un repère orthonormé et une unité. Toujours par pliage on place A(-0,5 ; 1) et B(1 ; 0). On détermine le pli qui permet d'amener A sur l'axe des abscisses et B sur l'axe des ordonnées : B est amené en V et A en A'. On marque en pliant la médiatrice de [OV]. On détermine le pli passant par O qui amène B sur cette médiatrice. B est amené en K sur cette droite.

Il faut démontrer que $\widehat{VOK}=\frac{2\pi}{7}$.

Puisque par construction OK=OB et que OB=1 il est pratique de calculer les coordonnées de K et de vérifier que l'ordonnée de K est $-cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)$. On note p le coefficient directeur de (AA'). Une équation de (AA') de coefficient directeur p passant par A est $y = p(x+0{,}5) + 1$.

On en déduit que A' a pour coordonnées $\left(\frac{-1}{p};0\right)$.

La droite (BV) a par construction le même coefficient directeur et donc son équation est $y=p(x-1)$. Ainsi V a pour coordonnées $(0;-p)$.

Une équation de la médiatrice de [OV] est $y=\frac{-p}{2}$. L'ordonnée de K est donc $\frac{-p}{2}$.

Il faut désormais trouver p ou au minimum trouver une équation en fonction de p.

Il restera à prouver que $-\frac{p}{2}=-cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ donc que $p=2\,cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)$.

On a utilisé le fait que (AA') et (BV) avaient le même coefficient directeur mais pas le fait que la droite passant par les milieux de [AA'] et [BV] a pour coefficient directeur $\frac{-1}{p}$.

Le milieu de [AA'] a donc pour coordonnées $\left(\frac{-1}{2p}-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ et le milieu de [BV] a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2};-\frac{p}{2}\right)$

Le coefficient directeur de la droite passant par ces deux points est $\left(\frac{\frac{-p}{2}-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2p}}\right)$ qui doit donc être égal à $\frac{-1}{p}$.

En égalant les deux quantités on obtient $p^3 + p^2 - 2p - 1 = 0$. On note (E) le premier membre de cette équation.

Contrôlons que $2\,cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ vérifie cette équation. Notons désormais $\frac{2\pi}{7}=\alpha$.

Comme $2\,cos(\alpha)=e^{ai}+e^{-ai}$, (E) devient :

$$(e^{ai}+e^{-ai})^3+(e^{ai}+e^{-ai})^2-2(e^{ai}+e^{-ai}) = e^{3ai}+3e^{ai}+3e^{-ai}+e^{-3ai}+e^{2ai}+2+e^{-2ai}-2^{ai}-2e^{-ai}-1$$

On assemble les termes qui permettent de retrouver cos(3α), cos(2α) et cos(α).

(E) devient : 2cos(3α)+2cos(2α)+2cos(α)-1.

En observant cette équation et les doubles et se souvenant que $\alpha=\frac{2\pi}{7}$, il vient que $7\alpha=2\pi$.

Retour au sommaire

Ainsi, en utilisant les angles supplémentaires on obtient les égalités :
$\cos(\alpha)= \cos(6\alpha)$, $\cos(2\alpha)=\cos(5\alpha)$ et $\cos(3\alpha)=\cos(4\alpha)$.

(E) peut alors s'écrire, en décomposant les doubles :
$\cos(6\alpha)+\cos(5\alpha)+\cos(4\alpha)+\cos(3\alpha)+\cos(2\alpha)+\cos(\alpha)-1$.

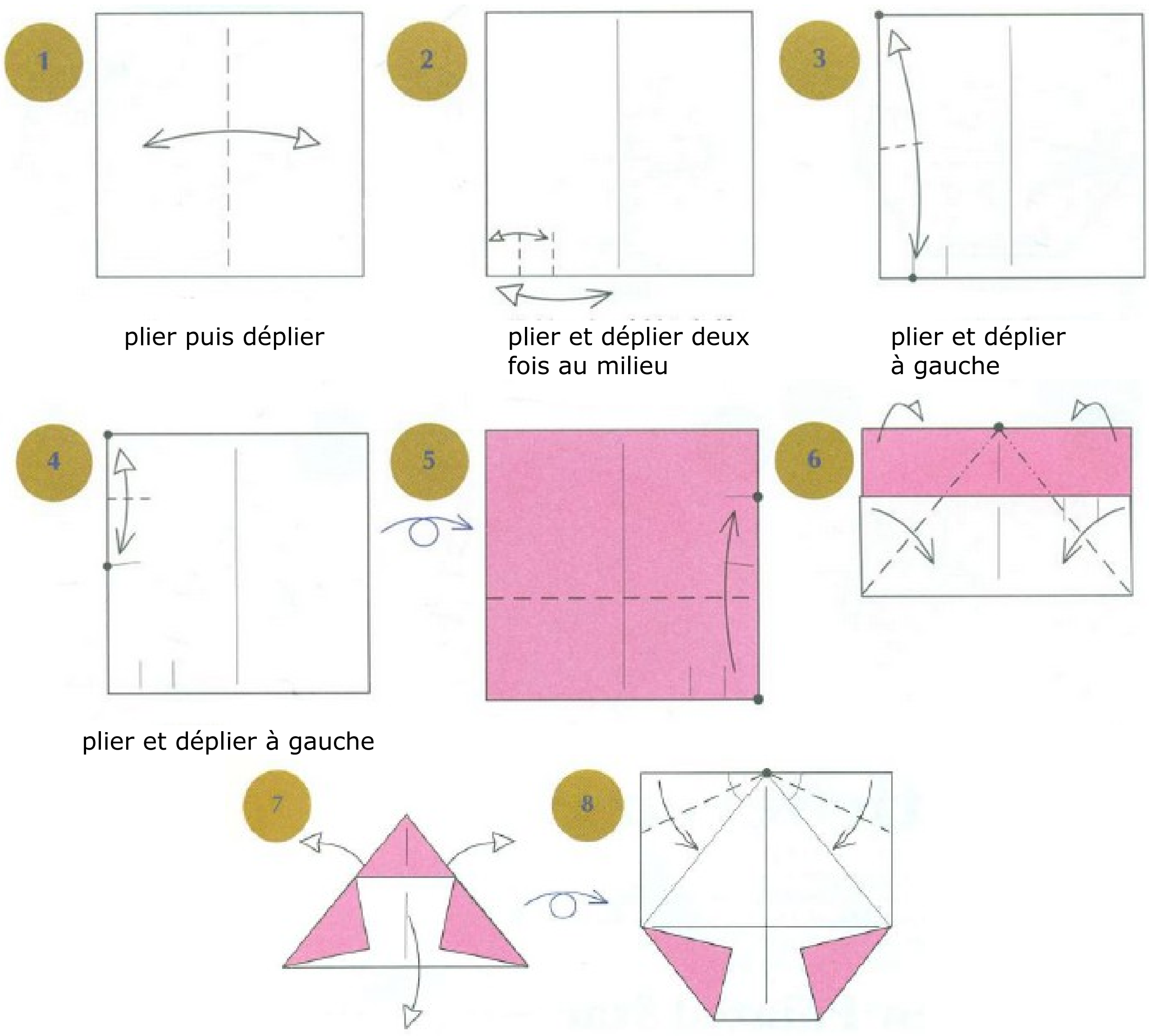
On reconnait ici la partie réelle de: $\dfrac{(e^{7\alpha i}-1)}{(e^{\alpha i}-1)}$. Et puisque $e^{7\alpha i}-1=0$, (E)vaut bien zéro.

Ainsi $\cos(\alpha)$ vérifie bien l'équation mais n'est peut être pas la valeur recherchée : a priori (E) = 0 admet 3 solutions. En étudiant la fonction $f(p) = p^3 + p^2 - 2p -1$, on observe qu'il existe une seule valeur positive qui annule cette fonction.

Ainsi on vient de démontrer que l'angle est bien $\frac{2\pi}{7}$ et pas un autre.

Pour obtenir l'heptagone on reporte l'angle obtenu sur le dessin ci-dessus.

Au point de vue pratique, voici les étapes du pliage correspondant



plier puis déplier

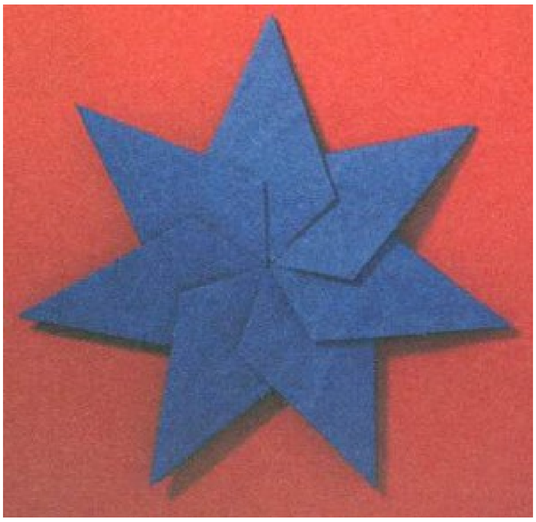
plier et déplier deux fois au milieu

plier et déplier à gauche

plier et déplier à gauche

déplier

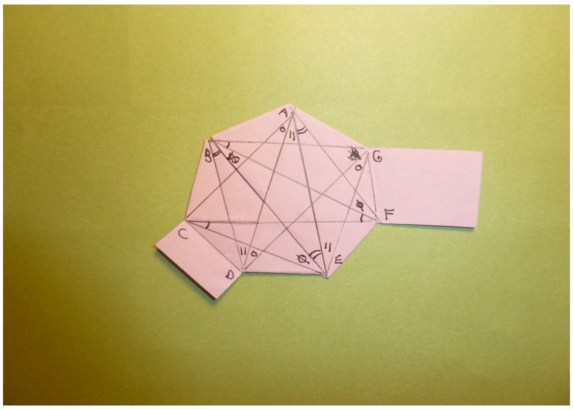
Après avoir obtenu l'heptagone par pliage, on peut poursuivre pour obtenir ceci :



Référence de l'ouvrage où trouver ce pliage : https://books.google.fr/books?id=1JFOBAAAQBAJ&pg=PA89&lpg=PA89&dq=Montroll+seven+pointed+star&source=bl&ots=BJIH1HxoUb&sig=mLp6nLMBaePNOgom6a8DtZVhn-Y&hl=fr&sa=X&ved=0ahUKEwi-oIHW943NAhXMfxoKHWgHAfMQ6AEIPDAI#v=onepage&q=Montroll%20seven%20pointed%20star&f=false

Et en classe...

On peut proposer dès l'école primaire de construire un pentagone régulier en faisant un nœud.
On trouve ce pliage dans certains.
Cette construction est indiquée dans un ouvrage d'Urbano d'Aviso publié à Rome en 1682[2].
En fait, on peut obtenir tout polygone régulier d'ordre impair en faisant un nœud.
Voici un heptagone construit par cette méthode pouvant servir comme support pour une démonstration.



Bibliographie : bulletin APMEP *http://www.apmep.fr/IMG/pdf/12-Origami-C.pdf*

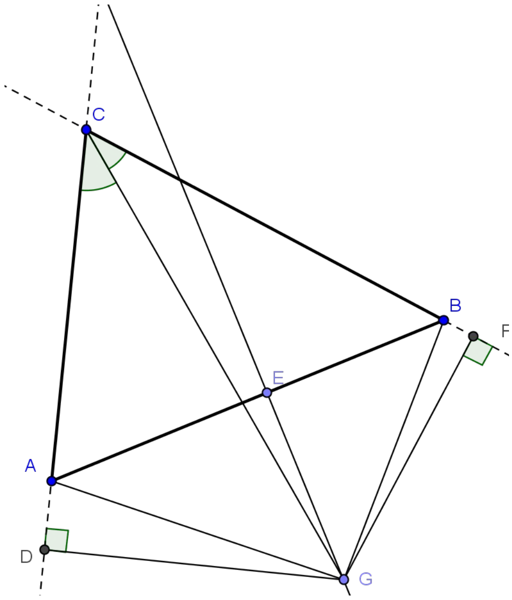
[2]Référence à la page 202 de « Récréations Mathématiques » d'Édouard Lucas : http://edouardlucas.free.fr/oeuvres/recreations_math_02_lucas.pdf

Retour au sommaire

LE SOPHISME DU TRIMESTRE (n° 127)

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Pour étudier ces sophismes, il est recommandé de faire les figures « à main levée », même si elles ne sont pas tout a fait exactes. L'usage de logiciels de géométrie dynamique est absolument proscrit. Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes, comme celui qui suit. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

Théorème : **Tout triangle est isocèle.**



Soit ABC un triangle quelconque. On considère la bissectrice issue de C et la médiatrice de [AB] : elles se coupent en G.
De G, on mène les perpendiculaires GD et GF sur les droites CA et CB. Les angles DCG et GCF sont égaux. Les triangles rectangles GCD et GCF, ayant leur hypoténuse commune et les angles en C égaux sont donc égaux, donc GD = GF.
D'autre part, GA = GB car G est sur la médiatrice de AB.
Les triangles GDA et GFB sont donc eux aussi égaux.
On a donc d'une part CD = CF (premier couple de triangles égaux) et d'autre part DA = FB (second couple de triangles égaux).
D'où l'on conclut que CA = CB.
Le triangle ABC est donc isocèle. Le théorème est démontré.
N.B. La démonstration reste valide si G est à l'intérieur du triangle ABC, et même si G est sur [AB].

LA PHRASE DU TRIMESTRE

Je rêve d'un jour où l'égoïsme ne règnera plus dans les sciences, où on s'associera pour étudier, au lieu d'envoyer aux académiciens des plis cachetés, on s'empressera de publier ses moindres observations pour peu qu'elles soient nouvelles, et on ajoutera « je ne sais pas le reste ».

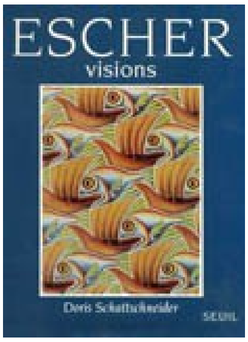
Évariste Galois (1811-1832, France)

Retour au sommaire

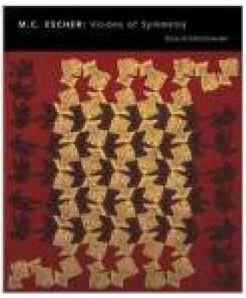
LU POUR VOUS

« ESCHER visions. Visions de la symétrie. Les cahiers, les dessins périodiques et les œuvres corrélatives de M.C. Escher »

Doris Schattschneider. Seuil ISBN 2.02.013554-X
L'ouvrage est épuisé mais reste mis en vente sur des sites de vente d'occasion.

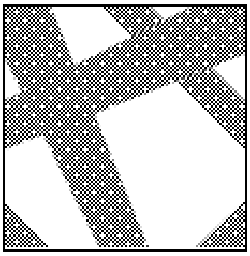


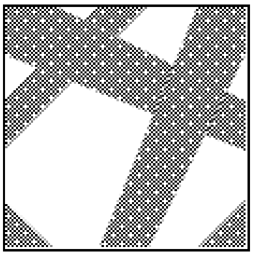
Présentation extraite de la couverture de l'ouvrage : Ce livre raconte et illustre la recherche passionnée du graveur hollandais Max Escher (1898-1972) dans le domaine théorique de son art. La fascination des mathématiques, de la géométrie en particulier, l'a hanté toute sa vie, mais il n'a jamais accepté de se laisser entraîner dans l'abstraction pure : il lui fallait toujours qu'une représentation soit possible, qu'une image soit offerte au regard intrigué. L'ouvrage contient plus de 350 illustrations dont 180 n'avaient jamais été publiées. On y retrouve notamment la reproduction et le commentaire de ses carnets de 1941 – 1942, dans lesquels il a exploré systématiquement le monde de la symétrie et de la division régulière du plan. À travers ses carnets, sa correspondance et les rares écrits de M.C. Escher, Doris Schattschneider décrypte une méthode et découvre un être fascinant.



En 2004, l'ouvrage semble avoir été réédité en anglais sous le titre « Doris Schattschneider's classic *M. C. Escher: Visions of Symmetry* » et a été repéré récemment sur un site de vente en ligne.

Escher a visité l'Alhambra de Grenade, l'ouvrage présente une partie de ses cahiers de croquis, on y reconnaît ce qui va plus tard se retrouver dans ses motifs de pavage devenus célèbres. On y retrouve également des tentatives de répétitions codées de motifs à partir de carrés gravés puis encrés.





Escher a imaginé ces deux motifs en 1938.
Leur utilisation au Lycée Camille Claudel de Troyes est évoquée dans ce numéro
Des variantes de ces motifs permettent la création d'entrelacs. Elles seront évoquées dans un futur Petit Vert.

Sitographie complémentaire

http://fr.wikipedia.org/wiki/Maurits_Cornelis_Escher Pour en savoir plus à propos d'Escher.
http://www.mcescher.com/ Le site officiel présentant les œuvres d'Escher. Consulter en particulier la rubrique « Picture Gallery ».
http://euler.slu.edu/escher/index.php/Math_and_the_Art_of_M._C._Escher Mathématiques et Arts chez Escher.
http://jlsigrist.com/escher.html et
http://hotpot.lay.free.fr/gestclasse_v7/themes/2005_2006/les%20pavages/lambert_lorin/pavages.htm
Ces deux sites montrent les motifs présentés précédemment.