

SUITES NUMÉRIQUES EN TERMINALE S

par Alain Bougeard,

Professeur retraité

(Lycée Berthelot de Pantin puis lycée Paul Robert des Lilas)

Note de la rédaction : cet article a été publié dans « Chantiers mathématiques », bulletin de la régionale Apmep Ile-de-France, n°167 (décembre 2015). Nous les remercions de nous avoir autorisé à le reproduire.

Motivation

J'ai toujours considéré l'étude des suites comme particulièrement formatrice, permettant à peu de frais de s'attaquer à des exercices de recherche particulièrement enrichissants.

Ce n'est pas souvent l'avis des élèves qui se noient dans des difficultés conceptuelles, par exemple la liaison entre l'aspect suite (des nombres qui se suivent à la queue-leu-leu...) et l'aspect fonctionnel (à tout entier on fait correspondre un nombre réel), ou dans des difficultés pratiques (par exemple se débarrasserons-nous un jour de la notation indicielle et choisira-t-on définitivement que le premier terme d'une suite est $u(0)$ ou $u(1)$?).

Je choisissais cette activité en Terminale car, après le premier contact en première, les réponses le plus souvent obtenues à la question « Qu'est-ce qu'une suite ? » étaient « Euh, ben y'a les suites arithmétiques et les suites géométriques... ». Cette activité introductrice prenait alors aussi l'aspect d'une activité réparatrice...

Première séance (1 heure)

Distribution du test d'intelligence (tableau ci-dessous) en grand mystère et ... « Vous avez 15 minutes pour compléter ces suites ! ».

TEST D'INTELLIGENCE	
Compléter logiquement les suites suivantes	
	Suite (U_n)
(A_n)	0 1 2 3 4 5 ...
(B_i)	1 3 5 7 9 ...
(C_k)	1 1 1 1 1 ...
(D_p)	1 2 4 8 16 ...
(E_j)	1 3 4 7 11 18 ...
(F_m)	1 2 5 14 41 ...
(G_h)	1 2 5 10 17 26 ...
(H_r)	0 1 4 11 26 57 ...
(I_a)	2 3 4 2 8 1 16 0 ...
(J_b)	2 3 5 7 11 13 17 19 ...

N.d.l.r. Nous encourageons le lecteur à faire ce test avant de poursuivre la lecture.

Au bout de ces 15 minutes, et avec parfois quelques difficultés à recentrer l'attention, on passait à la « correction ».

1^{ère} ligne : « 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 6, 7, 8, 9 - Oui ! Autre solution ? - ??? ».

En général silence étonné et lorsque je proposais « 0, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, ... » ou « 0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... » je ne recevais en général qu'une attention incrédule et il me fallait plusieurs minutes de discussion serrée pour faire admettre qu'on ne pouvait rien

[retour au sommaire](#)

déduire « logiquement » de la donnée des premiers termes et que le titre « Test d'intelligence » et l'injonction « compléter logiquement les suites suivantes » méritaient largement la pose de guillemets autour de « intelligence » et de « logiquement ».

Surtout qu'ensuite il fallait leur faire reconnaître que parmi les diverses suites que l'imagination pouvait proposer, on devait bien admettre que certaines étaient plus « naturelles », plus « simples », mais pas forcément plus logiques !

À la suite de quoi on entamait le remplissage des 2^e et 3^e colonnes (définition par récurrence et définition fonctionnelle) après une petite discussion pour poser $A_0 = 0$.

En général on avait le temps de terminer les cinq premières lignes (sauf bien sûr l'expression fonctionnelle de E qui ferait l'objet d'un devoir à la maison ultérieurement) et le travail pour la prochaine séance était de terminer les cinq lignes suivantes.

Seconde séance (1 heure)

Consacrée principalement à la correction des cinq dernières lignes dont un certain nombre d'élèves avaient « intuité » les résultats mais pas assez pour pouvoir écrire les définitions par récurrence ou fonctionnelle.

Les trois premières donnaient l'occasion de travailler sur les suites des différences (voire des différences des différences) et de remonter. L'avant dernière permettait d'évoquer la notion de suites extraites et pour la dernière, dont très peu avaient pensé qu'elle représentait la suite des nombres premiers, j'obtenais toujours un certain succès en annonçant que si l'un d'entre eux parvenait à trouver l'expression par récurrence ou fonctionnelle de cette suite, il avait gagné immédiatement sa place au Panthéon des mathématiciens !

Souvent il restait assez de temps pour commencer l'étude de la fiche des résultats à connaître pour pouvoir s'attaquer aux exercices.

Si vous êtes intéressés par les résultats vous pouvez trouver ci-dessous la fiche complétée.

TEST « D'INTELLIGENCE »			
Compléter « logiquement » les suites suivantes			
	Suite (U_n)	Définition par récurrence	Définition fonctionnelle
(A_n)	0 1 2 3 4 5 6 7 8	$A_n = A_{n-1} + 1 ; A_0 = 0$	$A_n = n$
(B_i)	1 3 5 7 9 11 13 15	$B_i = B_{i-1} + 2 ; B_0 = 1$	$B_i = 2 \times i + 1$
(C_k)	1 1 1 1 1 1 1 1	$C_k = C_{k-1} ; C_0 = 1$	$C_k = 1$
(D_p)	1 2 4 8 16 32 64 128	$D_p = 2 \times D_{p-1} ; D_0 = 1$	$D_p = 2^p$
(E_j)	1 3 4 7 11 18 29 47 76	$\begin{cases} E_j = E_{j-1} + E_{j-2} \\ E_0 = 1 \text{ et } E_1 = 3 \end{cases}$	$E_j = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{j+1} + \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^j$
(F_m)	1 2 5 14 41 122 365 1094	$F_m = F_{m-1} + 3^{m-1} ; F_0 = 1$	$F_m = \frac{1 + 3^m}{2}$
(G_h)	1 2 5 10 17 26 37 50 65	$G_h = G_{h-1} + 2h - 1 ; G_0 = 1$	$G_h = 1 + h^2$
(H_r)	0 1 4 11 26 57 120 247 502	$H_r = H_{r-1} + 2^r - 1 ; H_0 = 0$	$H_r = 2^{r+1} - (r + 2)$
(I_a)	2 3 4 2 8 1 16 0 32 -1 64 -2	$\begin{cases} \text{Si } a \text{ pair} : I_a = I_{a-2} \times 2 ; I_0 = 2 \\ \text{Si } a \text{ impair} : I_a = I_{a-2} - 1 ; I_1 = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} \text{Si } a \text{ pair} : I_a = 2^{a/2+1} \\ \text{Si } a \text{ impair} : I_a = 3 - \frac{a-1}{2} \end{cases}$
(J_b)	2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31	???	???

N.d.l.r. Cette activité est à rapprocher de l'activité « Suites logiques » qui figure dans la brochure « Dé-chiffrer par les maths » (chapite 6, pages 149-152). Cette brochure est en vente à l'IREM de Lorraine et sur le site de l'APMEP.