LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 121	MARS 2014

Dessin de CHARB, paru dans Télérama du 13 octobre 1999
Deux autres dessins de Charb illustrent des articles de ce bulletin, notre façon d'être Charlie en ce début d'année sanglante.

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : mars 2015. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) a tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à jacverdier@orange.fr. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).
Ce numéro a été tiré à 30 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).
Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "maths et philo", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Françoise Jean, Walter Nurdin, Jacques Verdier et Gilles Waehren. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe Walentin.

SOMMAIRE

retour au sommaire

édito

Ôter les notes ?

En parlant de supprimer les notes, notre Ministre a peut-être tenté un effet d'annonce ; elle n'en a pas moins projeté dans l'arène publique un débat qui serpente depuis quelques années à l'APMEP. Le S3C[1] au collège ou l'évaluation par CCF[2] en LP orientent la réflexion vers d'autres modes d'évaluation et la prise en compte des compétences est en train de gagner toute la sphère éducative. Combien de temps le baccalauréat, dans sa version historique, résistera-t-il à cette tendance ?

Je ne sais pas si les solutions apportées ici et là donneront plus de chances à nos élèves de mettre en avant tous leurs atouts, toutes leurs qualités. En tout cas, je crois que ce débat sur l'évaluation, maintenant qu'il est entré dans le domaine public, aura le mérite d'engager une vraie réforme dans le système éducatif. Non pas une réforme avec des textes de loi qu'il faut mettre en œuvre lors de telle ou telle rentrée scolaire, mais une réforme de la perception qu'on peut avoir de l'éducation et de son levier fonctionnel, l'évaluation.

Ce débat touche tout le monde car chacun, à quelques exceptions près, se voit attribuer des notes depuis sa scolarité primaire jusque dans sa vie professionnelle, et le problème de la docimologie est la nouvelle quadrature du cercle : il résiste depuis longtemps. Il est souvent difficile d'admettre le bien fondé de la note qui nous est attribuée : elle est souvent imméritée (souvent trop faible, parfois exagérée). Nos élèves se retrouvent, comme Le Prisonnier[3], ramenés à une note alors qu'ils ne sont pas des numéros. C'est d'ailleurs le paradoxe de notre discipline que de vouloir faire aimer les nombres et leurs propriétés magiques tout en faisant détester la plupart de ceux situés dans l'intervalle [0;20].

Certes, une moyenne dans un bulletin, comme une température journalière, ne fournira qu'une tendance. Il reste toujours la remarque, mais elle est souvent trop... générale. Pour reprendre la citation de Léon Schwartzenberg, trouvée dans mon manuel de Seconde : « Les statistiques sont vraies quant à la maladie et fausses quant au malade [...] » ; certains de nos élèves se retrouvent parfois dissimulés derrière des résultats numériques qui ne nous apprennent rien sur leur vraie nature et leur potentiel. Nous savons bien qu'une même note n'a pas la même valeur selon l'élève qui la reçoit : un 10 sur 20 peut être une vraie performance pour un élève faible ou un échec pour un autre camarade plus à l'aise. Je n'irai pas jusqu'à dire que les mathématiques sont une pathologie, même si certains aimeraient en guérir ; par contre, un suivi plus individualisé, comme on les pratique de plus en plus dans le monde de la santé, semble important. Là encore, notre rôle de pédagogue est d'aider l'élève à s'investir davantage dans son auto-évaluation et de prendre une certaine autonomie dans la progression de ses apprentissages.

Gilles Waehren

Dessin de CHARB paru dans les Cahiers Pédagogiques

1 Validation du socle commun de connaissances et de compétences
2 Contrôle en cours de formtion
3 Celui de la série télé éponyme de 1967

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

C'était il y a 25 ans : 17 janvier 1990

A propos de la sortie du numéro 218 des *Cahiers pédagogiques*, consacré à l'enseignement des sciences, la régionale lorraine de l'APMEP, conjointement avec le CRDP de Nancy et le CRAP (*Cercle de recherche et d'action pédagogiques*) avait organisé une journée de débats consacrés à cet enseignement. Les principaux intervenants étaient Marc LEGRAND (Université Joseph Fourier, Grenoble), Michel PIECUCH (Directeur de recherche au CNRS, Nancy), Nicolas ROUCHE (Groupe d'enseignement des mathématiques, université de Louvain-la-Neuve) et Sabine LAURENT (Les cahiers pédagogiques, Marseille).
Voici le compte rendu de cette journée, publié dans l'Est Républicain du 24 janvier 1990, repris dans le Petit Vert n°21 de mars 1990.

Enseignement des sciences : pour une nouvelle approche

Interrogations sur l'enseignement des sciences. Faut-il changer le contenu des programmes scientifiques ou bien adopter une nouvelle démarche scientifique ? Et si vous étiez ministre de l'Education ?

A l'invitation de l'Association des professeurs de mathématiques et des « Cahiers pédagogiques », quatre universitaires ont tenté de répondre aux questions d'autres enseignants, étudiants et professeurs de collège au CRDP, rue de Metz. Quatre interventions denses et « musclées » dues à MM. Marc Legrand, de l'université Joseph Fourier de Grenoble, Michel Piécuch, directeur de recherche au CNRS de Nancy, Nicolas Rouche, du groupe d'enseignement mathématique de Louvain-la-Neuve, et à Mme Sabine Laurent, des Cahiers pédagogiques de Marseille.

M. Legrand proposa carrément l'ouverture de débats scientifiques pendant les cours. L'enseignement traditionnel ne favorise guère ce comportement intellectuel de l'étudiant qui devrait pouvoir demander : « Ce qui est affirmé si péremptoirement est-il exact ? Je ne suis pas d'accord et voici pourquoi : quels rapports à ce sujet avec d'autres notions traitées en mathématiques ? ».

Marc Legrand estime que tout ce qui est écrit ne doit pas être obligatoirement exact : « Les raisonnements naïfs et les énoncés faux sont souvent des matériaux nécessaires à la construction des énoncés vrais et à leur signification ».Michel Piécuch aimerait lutter contre l'analphabétisme scientifique : « Il est possible de mettre sur pied un enseignement scientifique de masse, accessible à tous ».

Sabine Laurent a défendu la place de l'expérimentation dans une formation à la démarche scientifique et M. Rouche montra comment les premières vérités mathématiques étaient obtenues par induction.

A la question de savoir ce que ces universitaires entreprendraient comme réforme … s'ils étaient ministre de l'Education nationale, Michel Piécuch pense : « Il faudrait d'abord changer les mentalités et faire de vraies mathématiques dès le secondaire ».

Nicolas Rouche : « On enseigne comme nous avons été enseignés. Il faut arrêter de bouffer du théorème et faire de vraies mathématiques ».

Madame Laurent : « Changement des modalités de l'examen du bac avec l'instauration d'un contrôle continu ».

Marc Legrand : « D'abord savoir quel est le but des connaissances, à quoi elles servent. Puis, si l'école veut faire autre chose que répéter, il faudra payer, pour avoir le temps de former les profs en compétence, leur donner des temps de recherche ».

Quelques commentaires, 25 ans plus tard…

Q***u'est-ce que les « vraies mathématiques » ? Ce que ces scientifiques affirment est-il exact ?***

La *question reste bien intéressante. À notre époque pleine de probabilités et de statistiques (comme les vérités scientifiques de la recherche médicale et pharmaceutique), peut-on dire qu'une affirmation scientifique est vraie à 99,99% ? Dans les « vraies mathématiques », restera-t-il encore de la place pour le raisonnement déductif ou l'enseignant devra-t-il se contenter de ce qu'affirme la machine ou le logiciel, les justifications éventuelles étant réservées à une « élite » qui aurait les connaissances ? Si les premières vérités mathématiques ont été obtenues par induction, comme le précisait Nicolas Rouche, quelle place ce type de raisonnement occupe t-il actuellement dans notre enseignement ? Une toute petite semble-t-il, notamment via la démarche d'investigation ou le débat scientifique pour ceux qui les font vivre à leurs élèves.*

Les modalités de l'examen du bac n'ont pas changé *et reconnaissons que* ***nous n'avons pas rendu l'enseignement scientifique accessible à tous*** *(on l'a même supprimé en section littéraire).*

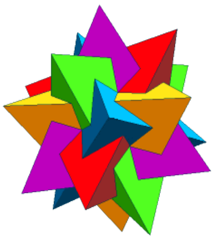
La formation des professeurs a avancé puis sévèrement reculé.

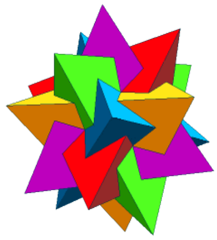
Mais la question préalable posée par Marc Legrand reste plus que jamais cruciale et d'actualité : « D'abord savoir quel est le but des connaissances, à quoi elles servent »*. C'est peut-être cette finalité qui a le plus changé en 25 ans. Ne sommes-nous pas en train de viser un enseignement en lien avec le monde du travail, de former des jeunes avec comme première finalité une insertion dans ce monde du travail ? Entre hommes, citoyens et travailleurs, le tiercé ne semble plus le même. Et qu'en est-il du rôle culturel des mathématiques ? Il ne faudrait pas qu'on arrive à enseigner des mathématiques en lien avec le monde du travail pour « les pauvres » (nous devrions dire « pour tous ») et que les aspects culturels soient réservés à ceux qui ont les moyens de penser à autre chose qu'à l'insertion professionnelle. Il est donc très important que les activités mathématiques qui se passent hors la classe (Maths en Jeans, clubs, concours et rallyes mathématiques, etc.) soient complètement intégrées à la classe, elles qui font vivre de « vraies mathématiques ».*

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

Le rallye mathématique de Lorraine





Le rallye organisé par la Régionale Lorraine est destiné aux classes de troisième et de seconde de notre académie (et il n'y a pas de frais d'inscription !). Le sujet de l'épreuve est unique et identique pour les deux niveaux. Il comporte 10 questions, plus une question subsidiaire pour départager les éventuels ex-æquo. Pendant l'heure et demie du concours, les élèves se répartissent les exercices, sans oublier de prévoir un temps de mise en commun pour remplir l'unique fiche-réponse de la classe.

Ces 10 questions, pour lesquelles seule la réponse est demandée, sans justification aucune, sont posées de façon aléatoire sans tenir compte de leur difficulté et valent chacune 4 points. La question subsidiaire, quant à elle, consiste en un problème dont la solution devra être rédigée.

Les objectifs de ce rallye sont, à l'image de bien d'autres :

- Permettre à tous les élèves d'une classe de participer à une activité mathématique
- Motiver les élèves par des jeux et des énigmes à résoudre
- Favoriser la communication et la coopération au sein de la classe

L'an dernier, plus de 7000 élèves ont participé à ce rallye. Au collège Pierre Adt de Forbach, les cinq classes de troisième ont participé : deux d'entre elles ont été classées première et deuxième (photo prise à l'occasion de la remise des prix).

Le rallye 2015 aura lieu le jeudi 2 avril

N'oubliez pas d'y inscrire vos classes !

(la date limite d'inscription est fixée au 15 mars, dernier délai)

www.apmeplorraine.fr

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

Et si on prenait la tangente ?

La régionale Lorraine vient de publier une **nouvelle brochure**.

Ce livre propose un magnifique voyage du 6$^{\text{ème}}$ siècle avant J.–C. jusqu'à nos jours : on y présente la notion de tangente sous différents aspects, que ce soit en géométrie, en analyse ou bien en algèbre.

On y rencontrera successivement Euclide, Apollonius, Roberval, Descartes, Fermat, Barrow, Newton, Leibniz, L'Hôpital, Euler, Cauchy, etc. Et, au fil des pages, on suivra les avatars de la roulette de Monsieur Rob, actuellement la cycloïde, une courbe dite « méchanique » pour laquelle il a fallu des siècles avant qu'on sache en déterminer les tangentes.

Extraits de la préface d'El Haj Laamri :

« La lecture de ce traité est exigeante et elle invite le lecteur à être actif. On pourrait parcourir l'ouvrage d'un seul trait pour en avoir une vue synoptique, une sorte de paysage aérien. Mais ensuite, il vaudrait mieux une patiente promenade, pour découvrir les mille beautés de ce jardin des merveilles.

Ce livre me semble un excellent élément de formation professionnelle. Il faudra donc non seulement le lire, mais le conserver et le faire lire par d'autres ».

Comment vous procurer cette brochure de 64 pages ?

- A l'IREM de Lorraine, pour le prix de 7,15 €. Pour ceux qui ne sont pas proches de Nancy, par commande à la régionale de Lorraine (contacter Andre.stef@univ-lorraine.fr) .
- Sur le site national de l'APMEP , au prix public de 11 € + port. Pour les adhérents (identifiez-vous) au prix de 7,15 € + port.
- La brochure sera également en vente lors de notre Journée régionale du 11 mars 2015, au prix de 7 € (tarif spécial).
- Pour un achat par un établissement (avec bon de commande administratif), contactez Andre.Stef@univ-lorraine.fr

Certaines brochures de la Régionale lorraine sont épuisées, et ne seront pas réimprimées. En attendant leur mise en ligne sur notre nouveau site, nous pouvons vous les envoyer par courriel (en PDF).

« Travail de groupes en séquences longues : démarche de recherche sur problèmes ouverts » (1986), 75 pages, 2,3 Mo. Fiche Publimath : http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/ALO86001.htm. A télécharger sur http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/ALO/ALO86001/ALO86001.pdf

« Avec des pentaminos » (2007), 134 pages, 1,2 Mo. Fiche Publimath : http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/ALO07001.htm. A demander à francois.drouin2@wanadoo.fr.

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

Le loup et l'agneau

Activité de probabilités en seconde

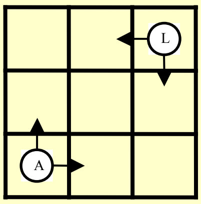
Par Pierre-Alain Muller
Lycée Henri Nominé, Sarreguemines
Responsable du rallye régional Apmep

Lors de l'édition 2009 du rallye mathématique, nous avions posé la question subsidiaire suivante.

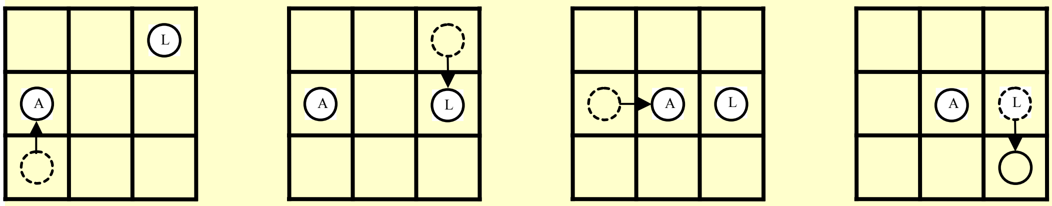
Un agneau (A) et un loup (L) sont placés à deux angles opposés d'un quadrillage. En commençant par l'agneau, ils avancent à tour de rôle d'une case en suivant les flèches (vers la droite et vers le haut pour l'agneau, vers la gauche et vers le bas pour le loup). Pour décider de la direction à prendre, on joue avec un dé :

- *l'agneau avance d'une case vers la droite si le dé indique un nombre pair, et d'une case vers le haut si le dé indique un nombre impair.*
- *le loup avance d'une case vers la gauche si le dé indique un nombre pair, et d'une case vers le bas si le dé indique un nombre impair.*

Si le loup et l'agneau arrivent dans la même case, le loup capture l'agneau.



Voici le déroulement d'une partie (où l'agneau échappe au loup) :



pair *impair* *pair* *impair*

La règle du jeu est la suivante :

- *le loup gagne deux euros s'il capture l'agneau*
- *l'agneau gagne un euro s'il échappe au loup*

Le jeu favorise-t-il l'un des joueurs ou pas ?
(La qualité de l'argumentation de la réponse proposée sera déterminante !)

De cette question est née une activité qui a été proposée initialement comme activité d'introduction au chapitre de probabilité en seconde. Mais, depuis, elle a connu des prolongements en première, en première année de BTS et, traduite en allemand, en DNL lorsqu'on aborde les probabilités.

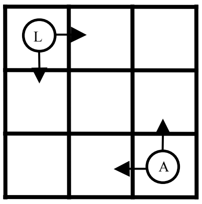
Le récit qui suit décrit le déroulement de l'activité en seconde.

Voici le texte proposé aux élèves :

Un agneau (A) et un loup (L) sont placés à deux angles opposés d'un quadrillage. En commençant par l'agneau, ils avancent à tour de rôle d'une case en suivant les flèches (vers la gauche et vers le haut pour l'agneau, vers la droite et vers le bas pour le loup). Pour décider de la direction à prendre, on joue à pile ou face :

- *l'agneau avance d'une case vers la gauche si la pièce indique pile, et d'une case vers le haut si la pièce indique face.*
- *le loup avance d'une case vers la droite si la pièce indique pile, et d'une case vers le bas si la pièce indique face.*

Si le loup et l'agneau arrivent dans la même case, le loup capture l'agneau.



On remarquera la modification de la place initiale du loup et de l'agneau par rapport à l'exercice initial.

Il arrive que le simple fait de distribuer l'activité aux élèves et de l'expliquer au tableau crée un premier temps de réaction des élèves sous la forme d'affirmations du type : « A force, le loup attrapera toujours l'agneau… » ou encore « Ça peut durer longtemps ! ». Un petit moment de débat contradictoire permet alors à chacun de se faire son opinion, puis de faire une ou deux parties au tableau. Personnellement, je m'arrête dès que j'ai une situation gagnante pour l'agneau ce qui permet d'asseoir dans l'esprit des élèves qu'il existe des situations sauves pour l'agneau.

Vient alors un deuxième temps de débat, puisque se pose la question : « Quel animal a le plus de chances de gagner ? »

En général les propositions fusent, à partir du moment où un élève a osé émettre une première hypothèse (encore faut-il que ce ne soit pas le meilleur de la classe car il arrive alors que sa proposition ait valeur de vérité auprès des autres).

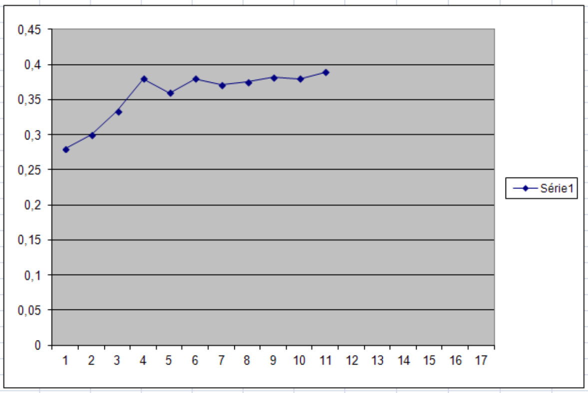
On entend souvent la proposition d'un jeu équitable, car le jeu de pile ou face est équitable. On peut aussi assister à des débats sans fondement mathématique comme celui entre élèves qui prétendaient, pour une part que « le loup gagnera plus souvent car il a faim et qu'il a très envie de manger » et d'autre part que « l'agneau lutte pour avoir la vie sauve et qu'il s'agit là d'une motivation suprême pour échapper au loup » ! Malgré un manque de réflexion des élèves lors de ce temps, il me parait indispensable dans leur appropriation du problème et, lorsque le débat fait ressortir des positions différentes au sein de la classe, la nécessité d'une réflexion mathématique est admise par tous.

On peut alors aiguiller les élèves vers l'idée de faire une simulation expérimentale de la situation. Suivant les classes et les élèves, on peut proposer de faire 25 parties de ce jeu, soit chacun chez soi pour le prochain cours, soit en classe par groupe de deux, un élève jouant pour le loup et l'autre pour l'agneau…

Une mise en commun des résultats à l'aide d'un tableur permet alors de se faire une idée…

retour au sommaire

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	S	V
1	Eleve	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total	
2	Victoire du loup :	7	8	10	13	7	12	8	10	11	9	12	107	0,3891
3	Victoire de l'agneau :	18	17	15	12	18	13	17	15	14	16	13	168	0,6109
4	Nombre de jeux :	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	275	
5														
6	Cumuls :													
7		7	15	25	38	45	57	65	75	86	95	107		
8		18	35	50	62	80	93	110	125	139	155	168		
9		25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275		
10														
11	Proportions :													
12		0,28	0,3	0,33333	0,38	0,36	0,38	0,37143	0,375	0,38222	0,38	0,38909		
13		0,72	0,7	0,66667	0,62	0,64	0,62	0,62857	0,625	0,61778	0,62	0,61091		



Lors de la présentation de ce recueil de résultats expérimentaux, les élèves sont convaincus que l'agneau a plus de chances que le loup de gagner. Il s'agit maintenant de trouver la probabilité…

La meilleure remarque obtenue à ce stade de l'activité est : « Le loup gagne avec une probabilité de 1/3 », qui est un résultat pas très éloigné de la réalité, mais c'est surtout l'argumentation donnée qui est intéressante : « J'ai remarqué que quand le loup attrape l'agneau, cela se fait toujours sur la diagonale du carré, il y a donc 3 cases gagnantes pour le loup sur un total de 9 cases du plateau donc p = 1/3 ».

Inutile de préciser que, entre la proximité de la probabilité proposée avec les résultats expérimentaux obtenus et la justification donnée, les élèves de la classe ont été rapidement convaincus…

Sans avoir une telle proposition, on peut parfois s'appuyer sur les remarques des élèves qui s'interrogent sur le devenir de la proportion si on joue beaucoup plus longtemps, dans tous les cas, on peut suggérer de faire une simulation d'un grand nombre de parties à l'aide d'un tableur pour confirmer ou infirmer l'impression eue lors de l'expérimentation.

On peut bien sûr proposer le fichier tout fait et montrer ce que cela donne, mais la réalisation du fichier avec les élèves est une activité très riche car elle soulève quelques problèmes et permet d'aborder la partie TICE des programmes. De plus la réflexion menée facilitera la mise en place du raisonnement permettant de trouver la bonne probabilité.

A ce moment là, c'est le plus souvent une séance de brainstorming collective qui est la plus productive car les idées des uns permettent à d'autres de rebondir, même s'il est vrai que pas mal d'élèves se cachent derrière l'activité de quelques uns. Mais, personnellement je tiens à ce type de « recherche à haute voix », avec ses succès et ses échecs, qui illustre toute la difficulté qu'il y a à trouver une solution…

La première phase consiste à numéroter les cases de la façon suivante :

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Puis il faut modéliser les déplacements du loup et de l'agneau. C'est là que le changement de position initiale des deux animaux peut s'avérer judicieux. Pour les élèves, il est plus facile de voir, que, pour l'agneau, un déplacement horizontal correspond à diminuer le numéro de la case occupée de 1 et qu'un déplacement vertical correspond à diminuer le numéro de la case occupée de 3. Puis qu'il en est de même pour les déplacements du loup, mis à part qu'il faut additionner 1 ou 3 au numéro de la case occupée. Comme les élèves ont fait 25 parties au début de l'activité, il est rapidement admis qu'après 2 déplacements de l'agneau et 2 déplacements du loup, la partie a trouvé son épilogue, soit les deux animaux sont sur la même case et le loup a gagné, soit ils se trouvent sur deux cases différentes et l'agneau est vainqueur. Cela permet donc, à l'aide d'un tableur, de (re)voir l'utilisation de la conditionnelle SI. On peut aussi faire cette modélisation à l'aide de logiciel type algobox ou python.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
2	Loup :	1	Face	4	Face	7		0	0		Nombre de parties :	1000
3	Agneau :	9	Pile	8	Face	5		0	0			
4						Gagnant :	Agneau	1	0		Nombre de victoires du Loup :	355
5		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
6	Loup :	1	Pile	2	Face	5		0	0		Proportion :	0,355
7	Agneau :	9	Pile	8	Face	5		0	0			
8						Gagnant :	Loup	1	1			
9		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
10	Loup :	1	Face	4	Pile	5		0	0			
11	Agneau :	9	Face	6	Pile	5		0	0			
12						Gagnant :	Loup	1	1		Résultat théorique :	0,375
13		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
14	Loup :	1	Face	4	Pile	5		0	0			
15	Agneau :	9	Pile	8	Pile	7		0	0			
16						Gagnant :	Agneau	1	0			
17		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
18	Loup :	1	Face	4	Face	7		0	0			
19	Agneau :	9	Pile	8	Pile	7		0	0			
20						Gagnant :	Loup	1	1			
21		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
22	Loup :	1	Face	4	Face	7		0	0			
23	Agneau :	9	Pile	8	Pile	7		0	0			
24						Gagnant :	Loup	1	1			
25		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
26	Loup :	1	Pile	2	Face	5		0	0			
27	Agneau :	9	Pile	8	Face	5		0	0			
28						Gagnant :	Loup	1	1			
29		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
30	Loup :	1	Pile	2	Face	5		0	0			
31	Agneau :	9	Face	6	Face	3		0	0			
32						Gagnant :	Agneau	1	0			
33		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
34	Loup :	1	Pile	2	Face	5		0	0			
35	Agneau :	9	Face	6	Face	3		0	0			
36						Gagnant :	Agneau	1	0			
37		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
38	Loup :	1	Pile	2	Pile	3		0	0			
39	Agneau :	9	Face	6	Pile	5		0	0			
40						Gagnant :	Agneau	1	0			
41		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
42	Loup :	1	Pile	2	Pile	3		0	0			
43	Agneau :	9	Pile	8	Face	5		0	0			
44						Gagnant :	Agneau	1	0			
45		Départ :	Pièce :	Position :	Pièce :	Position :		0	0			
46	Loup :	1	Pile	2	Pile	3		0	0			
47	Agneau :	9	Face	6	Face	3		0	0			

Si une telle simulation permet de confirmer le constat fait sur quelques centaines d'exemples, cela ne nous permet pas encore de connaître la valeur exacte de la probabilité.

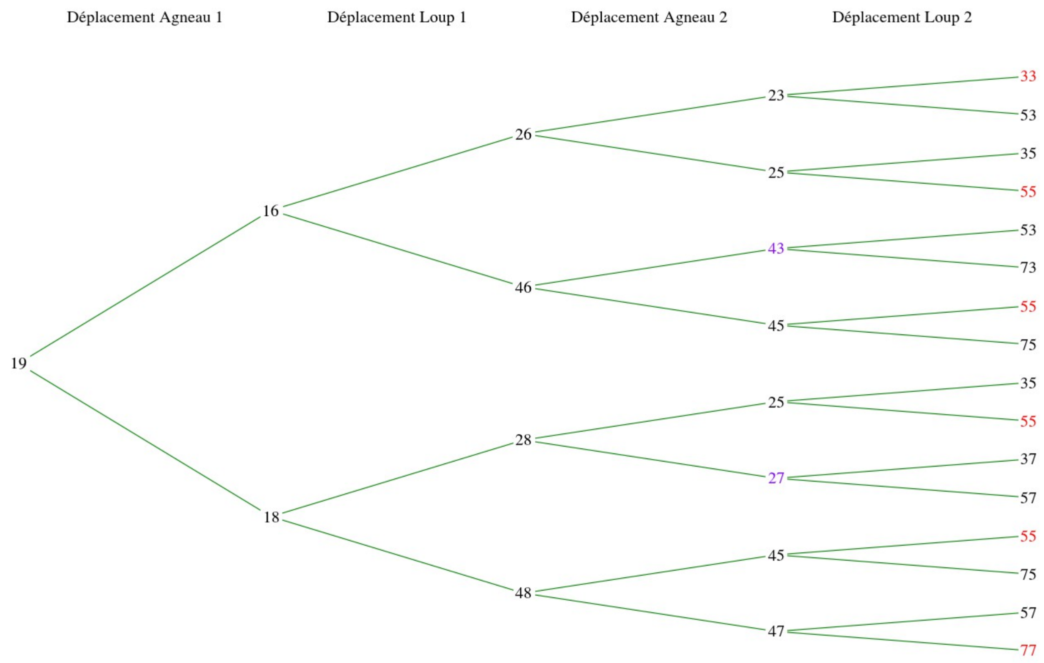
Il est alors temps de faire une synthèse du travail précédent en exhibant l'outil « arbre de probabilité » que l'on réalisera avec les codages de la grille vus précédemment.

Suite page suivante...

Image d'Épinal

retour au sommaire

On obtient alors cet arbre :



On pourra noter que certaines branches sont inutiles puisque les positions 43 et 27 (en mauve dans l'arbre) sont des positions gagnantes pour l'agneau, mais les élèves de 2[nde] étant peu familiarisés avec les arbres, la vision complète de l'arbre est nécessaire à certains pour déterminer correctement les probabilités.
On aboutit donc à des probabilités de victoire de 3/8 pour le loup et de 5/8 pour l'agneau.

A d'autres niveaux, on peut réintroduire la notion de gain de l'exercice initial et aborder la notion d'espérance mathématique.

Pour finir, certains élèves, à l'issue de cette activité, imaginent d'appliquer ce jeu à un plateau plus grand, de 4 cases, voire plus grand… Cela peut permettre d'élargir encore ce problème, notamment à travers leur questionnement :

- Si le plateau est plus grand, le loup et l'agneau se rencontreront-ils toujours sur la diagonale ?
- Peut-on savoir combien il faut d'étapes si on connaît la taille du plateau de jeu ?
- Que deviennent les probabilités si on agrandit le plateau de jeu ? Peut-on les « deviner » ? (Il y a deux choses derrière cette question, d'abord l'idée de limite de la représentation sous forme d'arbres, les branches devenant trop nombreuses pour être dessinées, et une idée de recherche d'une éventuelle récurrence, même si cette deuxième idée est très floue dans l'esprit des élèves).

retour au sommaire

MATHS et ARTS (et « Centenaire »)

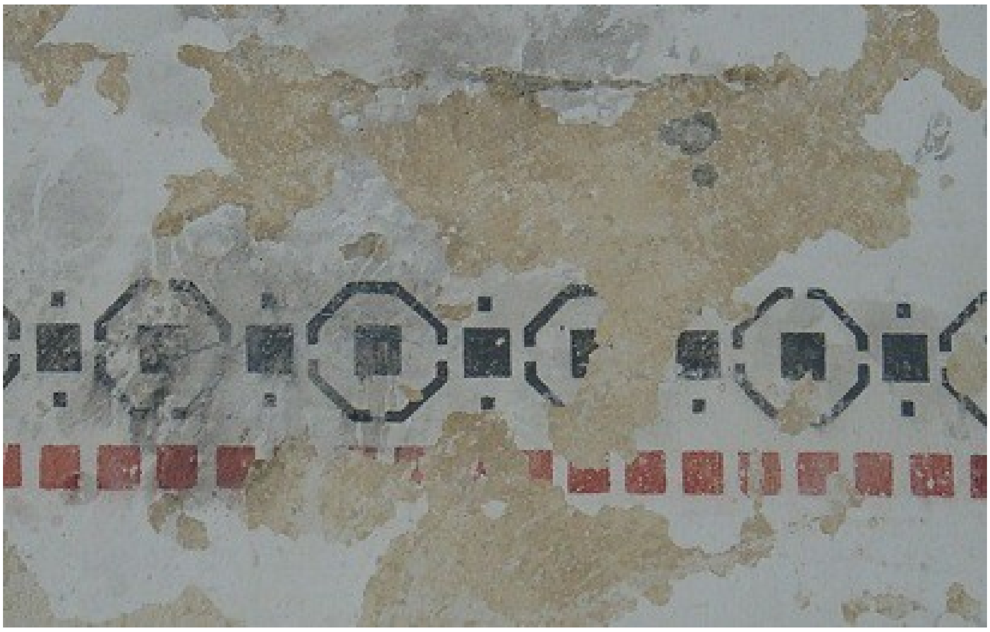
1915–2015 : Le centenaire d'une frise géométrique

par François DROUIN, Groupe Maths et Arts APMEP

En 1915, les positions sont stabilisées. L'armée allemande bétonne ses positions (au vrai sens du terme…). Près de Spincourt (Meuse), en arrière du front et en pleine forêt, sous le commandement du capitaine Marguerre, une centrale à béton et des petits bâtiments sont construits pour ceux qui y travaillent. Cent ans plus tard, la vision des vestiges reste étonnante.

Pour en savoir plus à propos du camp Marguerre :
http://www.verdun-meuse.fr/index.php?qs=fr/lieux-et-visites/lieu-du-mois---decembre-2010---le-camp-margue

Dans l'un des bâtiments, une frise attire le regard du visiteur amateur de géométrie.

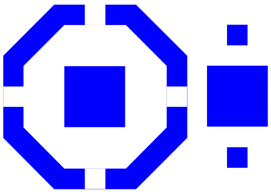


Comment a-t-elle été dessinée ?

Réussirais-je à la reproduire ou à la faire reproduire ?

retour au sommaire

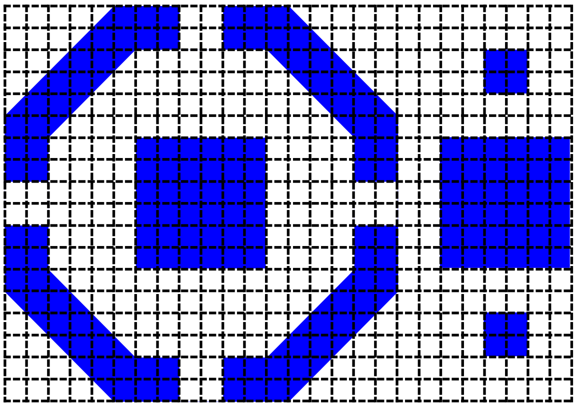
Un octogone est vite repéré. Il est difficile de penser que l'octogone régulier a été à chaque fois dessiné à la règle et au compas. Il n'est pas saugrenu de penser qu'un octogone « presque régulier » a été dessiné à partir d'un quadrillage. Le motif a-t-il été reproduit à l'aide d'un gabarit ou a-t-il été tracé petit à petit sur le mur ?



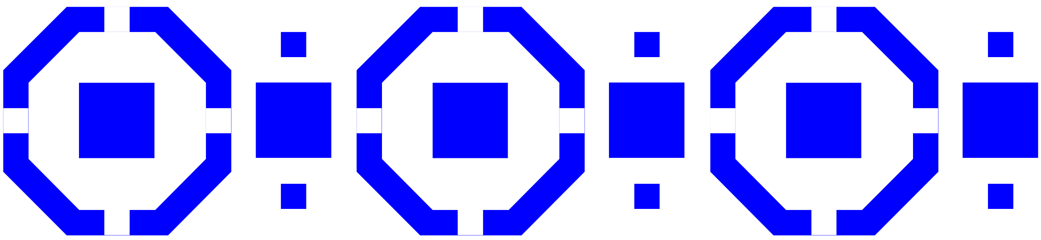
Le motif de la frise semble être celui-ci. Des « petits carrés blancs » manquent à certains endroits, laissant penser que ce n'est pas un pochoir qui a été utilisé, mais que la frise a plutôt été dessinée petit à petit par des occupants du site, ces occupants ne percevant peut être pas toujours la nécessité de reproduire le motif sans le modifier.

Cette dernière remarque me fait penser que la frise a peut-être été tracée à partir d'un quadrillage.

Voici celui que j'ai choisi : Il m'a semblé respecter ce que j'ai repéré sur le dessin. L'octogone semble régulier, le grand carré intérieur a pour côté un des côtés de l'octogone intérieur, le rapport entre le côté du petit carré et celui du grand carré semble conservé.



En utilisant la partie dessin de ma suite bureautique, j'ai obtenu la frise ci-dessous.



Et avec des élèves ?

Avec de jeunes élèves, il est possible de faire redessiner la frise à partir d'un quadrillage reproduit sur la surface qui va porter la frise (une grande feuille de papier, ou mieux, un mur…).
La réalisation puis l'utilisation d'un pochoir en carton est également envisageable.
Avec des élèves plus âgés, il sera intéressant de les faire réfléchir à comment imaginer un quadrillage permettant le dessin d'octogones qui nous paraissent réguliers et qui respecte les dimensions repérées des carrés intervenant dans le motif. Il serait bien intéressant que d'autres quadrillages que celui suggéré ici soient proposés.

retour au sommaire

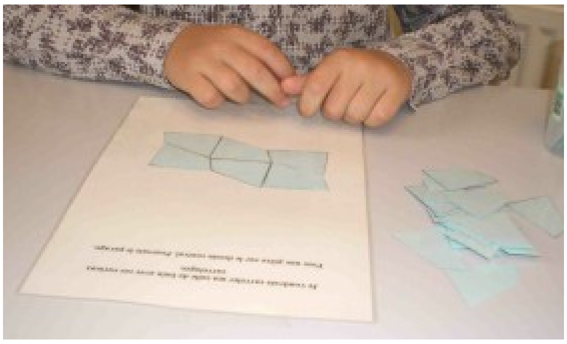
DANS NOS CLASSES

L'A.P.M.E.P. Lorraine présente dans un Jardin des Enfants de la Science

par François DROUIN

Depuis quelques années, un des ateliers du « Jardin des Enfants de la Science » organisé en octobre pendant la Fête de la Science sur le campus de Metz-Bridoux présente à des élèves de cycle 3 des thèmes de recherche s'inspirant de notre exposition régionale « Objets mathématiques ».

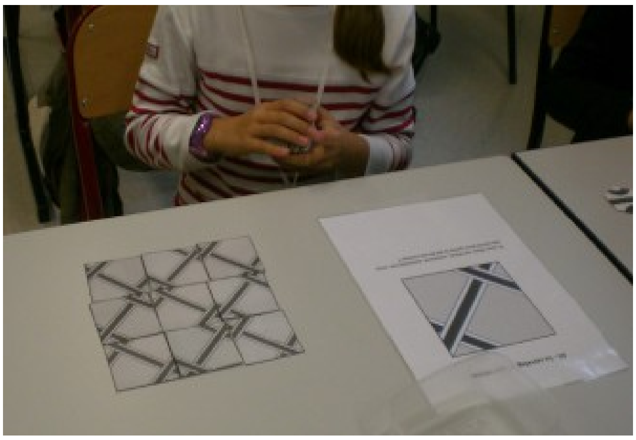
De quoi rapprocher les générations.



Un moment pour tester une future manipulation de notre exposition régionale.

Avec Isabelle Dubois (Université de Lorraine), nous avons préparé divers objets à manipuler par des élèves de cycle 3. L'animation est faite sur place par des étudiants scientifiques du campus de Metz-Bridoux, nous ne sommes présents qu'en complément. Le dernier jour (le samedi), le Jardin des Enfants de la Science est ouvert au grand public : les élèves présents les jours précédents peuvent revenir avec leurs parents, leurs grands parents, leurs « tontons tatas », etc. C'est également pour nous un moment facilitant les contacts avec des enseignants n'ayant pas pu venir avec leurs classes les jours précédents.

Des élèves et leur enseignante.



Le motif du carrelage n'a pas été correctement reconstitué.

retour au sommaire

Le thème « Codages » a été la nouveauté de cette année.

Les stands avant l'arrivée des classes.

Un accompagnateur chercheur.

L'ensemble de ce qui a été présenté ainsi que des remarques issues de nos observations ont été déposés par Isabelle Dubois sur son espace web universitaire :
http://iecl.univ-lorraine.fr/~Isabelle.Dubois/fete_science/
Ces documents (en particulier ceux de la partie « codage ») seront modifiés et complétés en fonction de ce qui sera présenté les années futures. Ils sont pour la plupart utilisables par des collègues de Cycle 3 désirant reproduire ce qui a été présenté.

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

Les idiots ignorent la complexité. Les pragmatiques en souffrent. Certains parviennent à l'éviter. Les génies la suppriment.

Alan Jay Perlis

retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

Jules Verne connaissait les caches tournants…

Par François DROUIN

ihnalz	zaemen	ruiopn
arnuro	trvree	mtqssl
odxhnp	estlev	eeuart
aeeeil	ennios	noupvg
spesdr	erssur	ouitse
eedgnc	toeedt	artuee

Jules Verne, dans son roman Matthias Sandorf, évoque un « texte » comportant dix-huit « mots » disposés comme ci-contre.

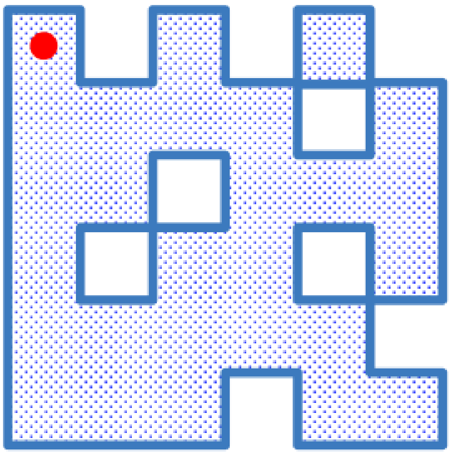
Les personnes cherchant à déchiffrer le message étaient certaines qu'il avait été codé à l'aide d'un cache tournant découpé dans une grille en carton. En s'introduisant dans un bureau, elles réussirent à connaître la taille de la grille et la disposition des cases évidées et donc à en reproduire un exemplaire.

Les six « mots » formant la première colonne du message ont été placés dans un carré 6×6, tout comme les six des deux autres colonnes.

Elles ont fait pivoter le cache sur les grilles en utilisant des quarts de tour, de nouvelles lettres sont apparues, ne laissant pas visibles les lettres déjà vues.

Voici le cache utilisé et les trois grilles construites avec les dix-huit « mots » du message.

Le point rouge doit être placé, au départ, en haut à gauche.



Le cache utilisé dans le roman de Jules Verne

i	h	n	a	l	z
a	r	n	u	r	o
o	d	x	h	n	p
a	e	e	e	i	l
s	p	e	s	d	r
e	e	d	g	n	c

La grille 1

z	a	e	m	e	n
t	r	v	r	e	e
e	s	t	l	e	v
e	n	n	i	o	s
e	r	s	s	u	r
t	o	e	e	d	t

La grille 2

r	u	i	o	p	n
m	t	q	s	s	l
e	e	u	a	r	t
n	o	u	p	v	g
o	u	i	t	s	e
a	r	t	u	e	e

La grille 3

retour au sommaire

Ce principe de codage et décodage a été inventé par le colonel autrichien Edouard Fleissner von Wostrowitz (1825 – 1888).

Les quatre regroupements « hazrxeirg », « nohaledec », « nadnepedn » et « ilruopess » sont apparus avec le carré construit avec les « mots » de la grille 1 du message.

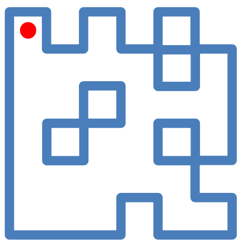
Les quatre regroupements « amnetnore », « velessuot », « etseirted » et « zerrevnes » sont ensuite apparus avec le carré construit avec les « mots » de la grille 2 du message.

Les quatre regroupements « uonsuoveu », « qlangisre », « imerpuate » et « rptsetuot » sont ensuite apparus avec le carré construit avec les « mots » de la grille 3 du message.

En écrivant les « mots » déchiffrés les uns après les autres, voici le message obtenu : ***hazrxeirgnohaledecnadnepednilruopessamnetnorevelessuotetseirtedzerrevnesuonsuoveuqlangisreimerpuaterptsetuot***

En écrivant le message à partir de la fin, en rétablissant les coupures entre les mots, la ponctuation et des majuscules, le texte suivant apparait : ***Tout est prêt. Au premier signal que vous nous enverrez de Trieste, tous se lèveront en masse pour l'indépendance de la Hongrie. Xrzah***

Comment créer de tels caches ?



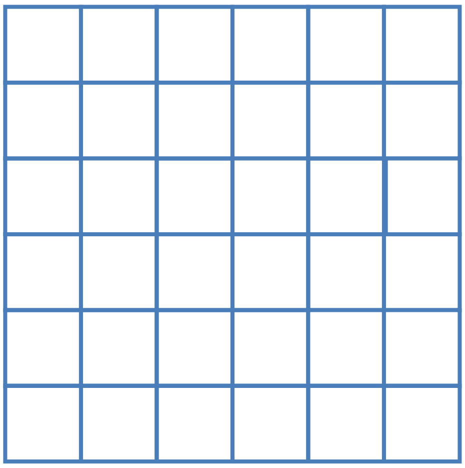
Tel qu'il est proposé dans le roman de Jules Verne, le cache montre une attache fragile du carré du haut le plus à droite (dans la première ligne).

L'envie vient de comprendre comment il a été conçu, puis d'en créer de nouveaux fonctionnant de manière identique et ne présentant pas ce défaut.
La découpe d'une case fait que trois autres cases ne pourront pas être évidées. Ces trois cases sont trouvées par des rotations de 90°, 180° et 270° de la case évidée autour du centre du carré (des quarts de tour, des demi-tours et des trois quarts de tour viennent au secours des élèves).

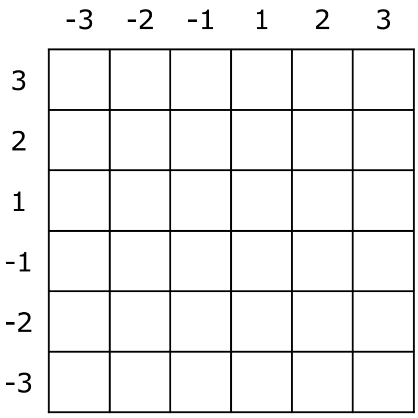
	1				
					1
1					
				1	

3	1	4	2	5	3
5	6	8	7	6	1
2	7	9	9	8	4
4	8	9	9	7	2
1	6	7	8	6	5
3	5	2	4	1	3

retour au sommaire

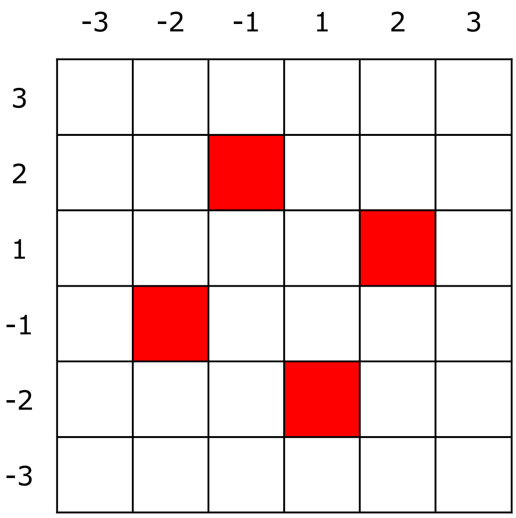


Le nouveau cache obtenu permet le codage et le décodage d'autres messages et ne présente pas le défaut de solidité de celui utilisé par Jules Verne.
Cette méthode nécessite la gestion mentale de quarts de tours (ou de rotations d'angle 90°).



Des résultats de géométrie analytique peuvent également être sollicités.

Les colonnes et les lignes du cache sont repérées par les nombres -3, -2, -1, 1, 2, 3.



Si $(x\,;y)$ sont les coordonnées de la première case évidée, $(-y\,;x)$, $(-x\,;-y)$ et $(y\,;-x)$ sont les coordonnées des trois autres cases qu'il ne faudra pas évider.

La gestion mentale des quarts de tour n'est alors plus mise en œuvre, un traitement plus automatisé est alors envisageable. Il restera cependant à gérer les éventuels problèmes de solidité du cache.

retour au sommaire

D’autres tailles et d’autres formes de caches sont-elles concevables ?
Avec une rotation de 90°

Les rotations de 90° imposent que la grille soit carrée. Si nous désirons comme Jules Verne que toutes les lettres du message apparaissent dans les vides du cache, il faut que le nombre des lettres du message soit un multiple de 4 (comme dans le message du roman, les mots seront mis sans espaces pour les séparer). Le nombre de cases découpées dans le cache est donc le quart du nombre total de cases du carré, ce qui explique les 9 trous dans le cache utilisé dans le roman de Jules Verne.
Combien existe-t-il de grilles carrées de côté 6 possibles (indépendamment des problèmes de fragilité) ? Nous en dénombrons 4^9 si on impose le bord supérieur gauche, 4^8 pour des grilles différentes, 2×4^7 si on omet le recto/verso.
Des caches à moins de 9 trous seront utilisables pour des messages plus courts, des lettres de la grille ne feront alors pas partie du message à retrouver.

<u>Pour des carrés de côté *n*</u> :

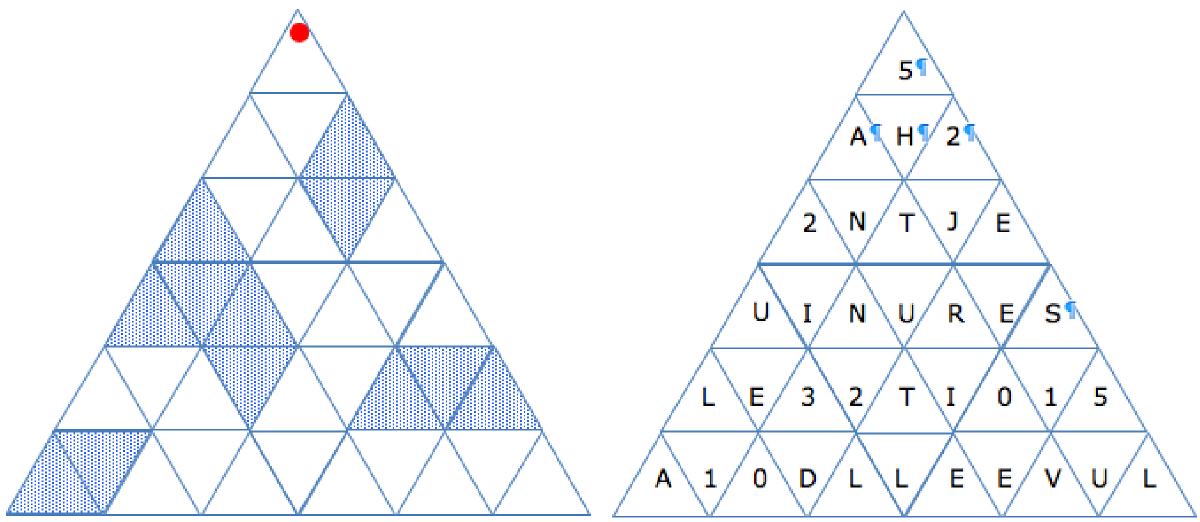
Quels sont les nombres n tels que n^2 est un multiple de 4 ? Le nombre n doit être pair.

Que se passe-t-il lorsque n est impair ($n = 2p + 1$) ? La case centrale pivote sur elle-même, le choix peut être fait de la laisser visible ; une lettre du message sera alors connue. Les autres cases sont au nombre de $(2p + 1)^2 - 1$, c’est à dire $4p^2 + 4p$. Ce nombre est un multiple de 4, les cases autres que la case centrale pourront toutes être rencontrées (une et une seule) fois lors des quarts de tour utilisés.
Des carrés de côté impair peuvent donc être utilisés. En ne découpant pas la case centrale, le nombre de trous du cache sera $(n^2 - 1) / 4$ pour des messages de $n^2 - 1$ signes.

Dans tous les cas, des caches ayant moins de trous pourront aussi être utilisés pour des messages plus courts.

Avec d'autres rotations
Le fait de faire "le tour" complet impose des rotations "élémentaires" de $360\times k/n$ degrés (ou $2k\times\pi/n$). Nous nous contenterons ici d'étudier quelques situations $360°/n$. Le cas n=4 a été étudié précédemment. Les cas « n=3 et « n=6 » étudiés ci-dessous s’inspirent de plateaux de jeux repérés par André Stef.

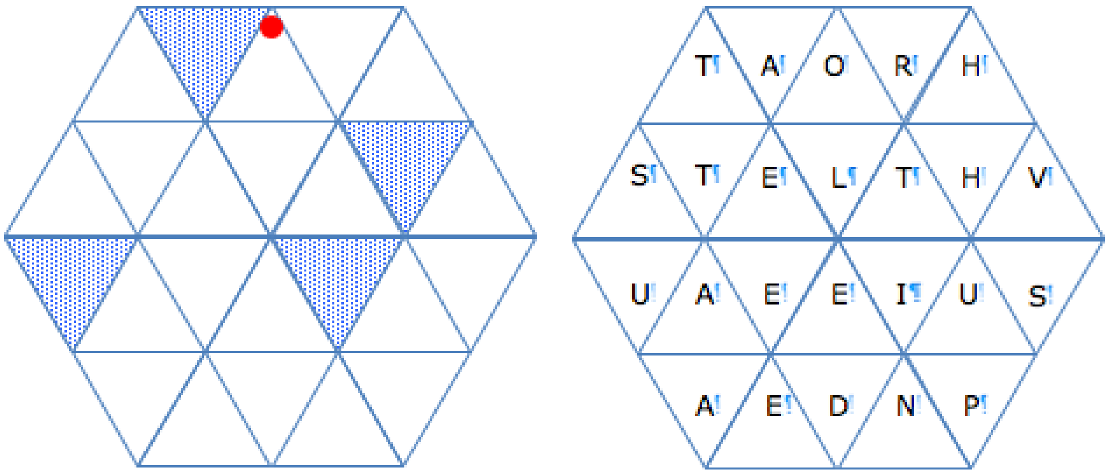
Le cas *n*=3



Découper les triangles colorés pour obtenir le cache. Trois rotations successives feront apparaître le message caché dans la grille. Pour commencer, le point rouge est placé en haut.

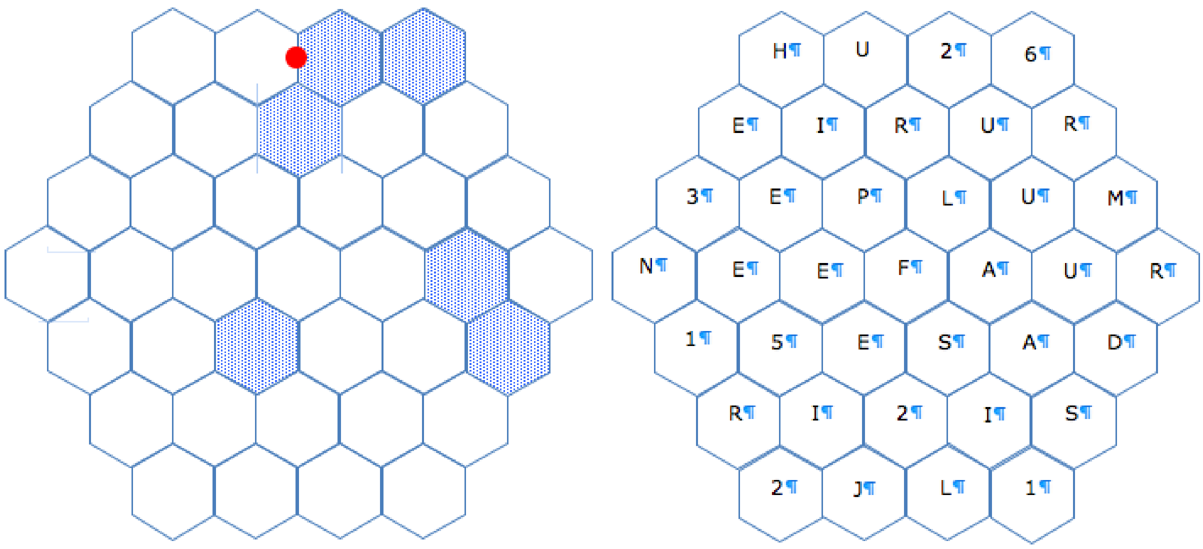
Le triangle équilatéral de côté n est formé de n^2 triangles élémentaires. Pour que toutes les lettres écrites dans le triangle soient rencontrées lors des trois rotations du cache, il faut que le message comporte n^2 signes et le cache $n^2/3$ cases évidées.
Si n n'est pas un multiple de 3, n peut s'écrire $3n + 1$ ou $3n + 2$. n^2 sera égal à $9n^2 + 6n + 1$ ou $9n^2 + 12n + 1$. Un symbole ne faisant pas partie du message pourra être écrit dans la case en position « centrale ».

Le cas *n*=6



Découper les triangles colorés pour obtenir le cache. Six rotations successives feront apparaître le message caché dans la grille. Pour commencer, le point rouge est placé en haut.

L'hexagone régulier de côté n est formé de $6\times n^2$ triangles élémentaires. Pour que toutes les lettres écrites dans le triangle soient rencontrées lors des trois rotations du cache, il faut que le message comporte $6\times n^2$ signes et le cache n^2 cases évidées.



Découper les hexagones colorés pour obtenir le cache. Six rotations successives feront apparaître le message caché dans la grille. Pour commencer, le point rouge est placé en haut.

Les nombres d'hexagones formant les « couronnes » entourant la case centrale s'écrivent toutes sous la forme $6k$ (exemple : 6×3 pour la couronne extérieure de l'exemple ci-dessus). Le nombre total d'hexagones pourra s'écrire sous la forme $6p + 1$. Le message pourra

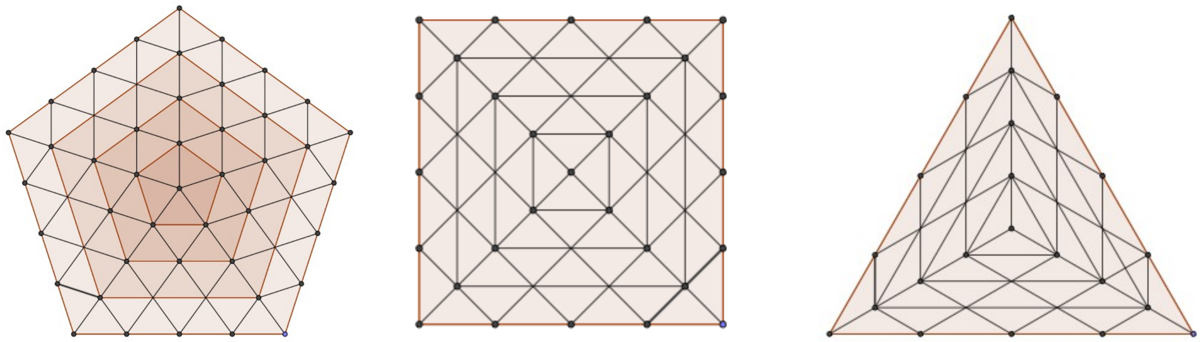
retour au sommaire

comporter 6*p* signes, le cache *p* cases évidées et l'hexagone central pourra être rempli par un symbole ne faisant pas partie du message.

Remarques
La solution à un problème d'empilements de cylindres présenté dans le Petit Vert n°54 contient la preuve que l'hexagone régulier de côté *n* est formé de $3n^2 - 3n + 1$ hexagones élémentaires. Ce résultat peut aussi être utilisé.

Des plateaux de jeu sont source d'inspiration pour ces caches tournants non encore utilisés dans la littérature. Le plateau de SPECTRANGLE® utilise un triangle équilatéral de côté 6, le plateau d'ABALONE® peut être assimilé à un hexagone de côté 5, lui même recouvert par des hexagones unitaires, le plateau de TOTUGA® utilise un plateau semblable, mais de côté 4. Le plateau de DAMES CHINOISES utilise un hexagone et six triangles équilatéraux réalisés sur un réseau triangulé. Cette configuration non étudiée dans cet article pourra également devenir le support de caches tournants…

Pour n = 5 et pour généraliser



Isabelle Dubois a réfléchi sur la réalisation de grilles pour *n*=5, et a pensé à une façon générale de faire des grilles "(*n*,*k*)" où n est le nombre de rotations à effectuer, et *k* est le nombre de "subdivisions" des segments du pourtour de la figure.
Les grilles obtenues possèdent à chaque fois des cases triangulaires et pourront être facilement tracées par les élèves, utilisant des subdivisions en *k* parties égales des segments du pourtour et reconnaissant des situations de mise en œuvre possible de la propriété de Thalès.

Avec GeoGebra, elle a réalisé les grilles pour *n*=3 (triangle), *n*=4 (carré) et n=5 (pentagone), avec à chaque fois *k*=4 (facile à faire avec la fonction "milieu" de GeoGebra). Des grilles peuvent être réalisées pour *n* et *k* quelconques. Si *n* ne divise pas 360°, les tracés ne seront qu'approximatifs, mais les grilles resteront utilisables pour la réalisation de caches tournants et de grilles contenant un message à décoder.
Dans un "secteur" principal de la grille, il y a 1+3+....+(2*k*-1) cases, donc k^2 cases, et ainsi $n \times k^2$ cases dans la grille.

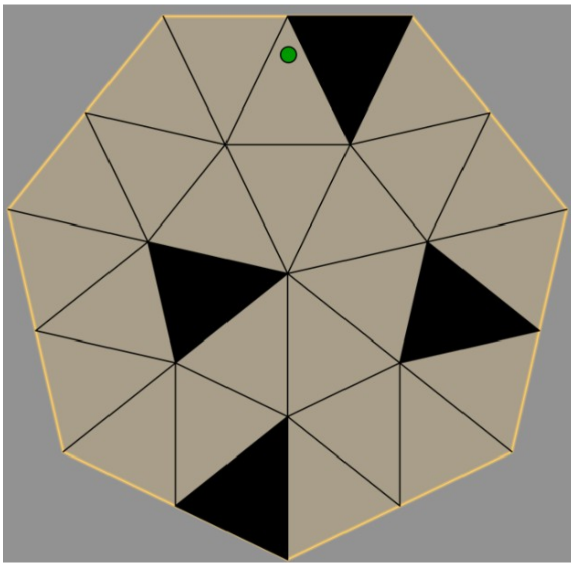
Le nombre de caches différents par grille pourra aussi être calculé.

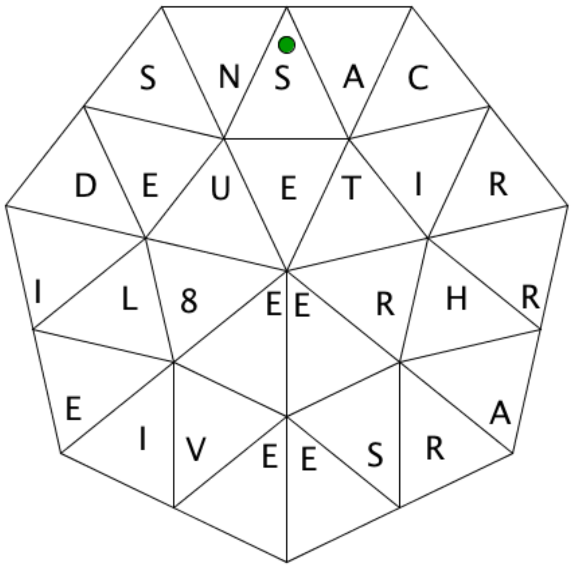
retour au sommaire

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	n \ k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
2	3	12	27	48	75	108	147	192	243	300	363	432	507	588	675		
3	4	16	36	64	100	144	196	256	324	400	484	576	676	784	900		
4	5	20	45	80	125	180	245	320	405	500	605	720	845	980	1125		
5	6	24	54	96	150	216	294	384	486	600	726	864	1014	1176	1350		
6	7	28	63	112	175	252	343	448	567	700	847	1008	1183	1372	1575		
7	8	32	72	128	200	288	392	512	648	800	968	1152	1352	1568	1800		
8	9	36	81	144	225	324	441	576	729	900	1089	1296	1521	1764	2025		
9	10	40	90	160	250	360	490	640	810	1000	1210	1440	1690	1960	2250		
10	11	44	99	176	275	396	539	704	891	1100	1331	1584	1859	2156	2475		
11	12	48	108	192	300	432	588	768	972	1200	1452	1728	2028	2352	2700		
12	13	52	117	208	325	468	637	832	1053	1300	1573	1872	2197	2548	2925		
13	14	56	126	224	350	504	686	896	1134	1400	1694	2016	2366	2744	3150		
14	15	60	135	240	375	540	735	960	1215	1500	1815	2160	2535	2940	3375		
15	16	64	144	256	400	576	784	1024	1296	1600	1936	2304	2704	3136	3600		
16	17	68	153	272	425	612	833	1088	1377	1700	2057	2448	2873	3332	3825		
17	18	72	162	288	450	648	882	1152	1458	1800	2178	2592	3042	3528	4050		
18	19	76	171	304	475	684	931	1216	1539	1900	2299	2736	3211	3724	4275		
19	20	80	180	320	500	720	980	1280	1620	2000	2420	2880	3380	3920	4500		
20																	
21	en rouge : diviseurs de 360																
22	k^2	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225		: nombres de cases par secteur
23																	
24			Nombre de cases totales d'une grille à n secteurs (triangle isocèle d'angle 360/n°) et à k « lignes »														
25			égal à n*k^2														

Un exemple pour n= 7

Découper les triangles noirs pour obtenir le cache. Sept rotations successives feront apparaître le message caché dans la grille. Pour commencer, le point vert est placé en haut.





Le message à découvrir ainsi que des compléments à propos des grilles conçues par Isabelle Dubois figureront dans un prochain numéro du Petit Vert.

Avant Jules Verne et Fleissner, les grilles de Cardan

Les grilles tournantes de Fleissner sont une amélioration des grilles imaginées dès le XVIème siècle par Gérôme Cardan (Girolamo Cardano).

Un exemple qui pourra donner envie d'en créer d'autres

Mon message doit préciser un lieu de rendez-vous que je tiens à garder secret. Je voudrais rendre non lisible le message « A LA GARE DU NORD ».

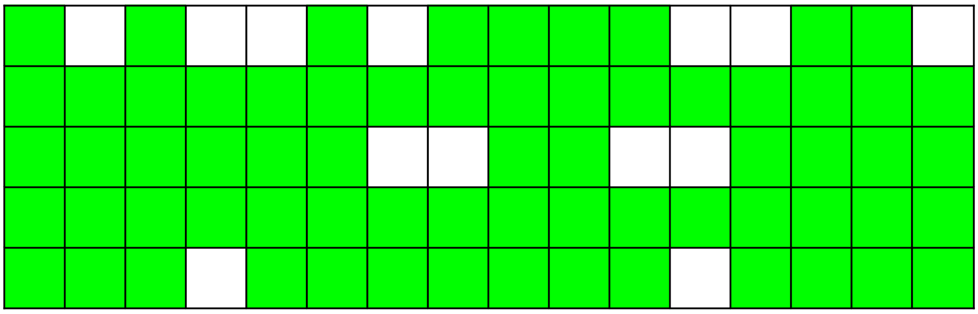
Je le cache à l'intérieur d'une autre phrase plus anodine : « LA LANGUE PARLEE A VERDUN NOUS SERT DE MODELE ».

Je place cette phrase dans un rectangle.

retour au sommaire

L	**A**		**L**	**A**	N	**G**	U	E		P	**A**	**R**	L	E	**E**
	A		V	E	R	**D**	**U**	N		**N**	**O**	U	S		
	S	E	**R**	T		D	E		M	O	**D**	E	L	E	.

Je découpe un cache ne rendant visible que les lettres de mon message secret.



Je fais parvenir ce cache à mon destinataire. Il réussira à retrouver mon message lorsqu'il recevra le rectangle ci-dessous.

L	A		L	A	N	G	U	E		P	A	R	L	E	E
	A		V	E	R	D	U	N		N	O	U	S		
	S	E	R	T		D	E		M	O	D	E	L	E	.

Sitographie

À propos des grilles tournantes de Fleissner

http://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/transpo/tournant.html présente le principe de codage et décodage à l'aide d'un cache tournant inventé par le colonel autrichien Edouard Fleissner von Wostrowitz et employé dans le roman Mathias Sandorf de Jules Verne.

http://en.wikipedia.org/wiki/Edouard_Fleissner_von_Wostrowitz

http://www.bibmath.net/crypto/index.php?action=affiche&quoi=ancienne/sandorf permet de retrouver les extraits du roman dans lesquels le cache intervient.

http://beq.ebooksgratuits.com/vents/Verne-Sandorf.pdf permet pour télécharger une version électronique du livre de Jules Verne (Le déchiffrage du message se lit à partir de la page 64).

http://www.wdr.de/tv/wissenmachtah/bibliothek/schablone.php5 Une grille 4x4 pour retrouver un message dans un tableau 8x8.

retour au sommaire

http://de.wikipedia.org/wiki/Flei%C3%9Fnersche_Schablone Pour retrouver le nombre de caches possibles à partir d'un carré 6x6 ou d'un plus grand (pas de trous « symétriques »).

À propos des grilles de Cardan
http://fr.wikipedia.org/wiki/Grille_de_Cardan pour la présentation des grilles de Cardan

http://www.chassesautresorludiques.com/espace-creation.php#scytale Parmi d'autres méthodes de codage et décodage, la création d'une grille de Cardan est proposée pour de jeunes élèves (la grille est une des faces d'une pochette en papier).

En 2012, dans le livre « l'œuf d'Einstein » (PUBLIBOOK)
Romain Puértolas y évoque aux pages 97, 98, 99, 100 et 101 l'usage d'une grille tournante réalisée à partir d'un carré 7×7. Le carré utilisé par Jules Verne n'est donc pas le seul présent dans la littérature.

En 2014, au Jardin des Enfants de la Science sur le Campus de Metz Bridoux
A l'occasion de la Fête de la Science, les grilles de Cardan et les grilles tournantes de Fleissner ont été présentées à des élèves de cycle 3. Les documents utilisés « C1 - La sacoche de Girolamo » et « C2 - un rendez vous secret » font partie du dossier « codage » téléchargeable à l'adresse
http://iecl.univ-lorraine.fr/~Isabelle.Dubois/fete_science/.

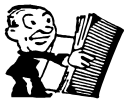
En 2015, je me dois de dire un grand merci à Isabelle Dubois et André Stef. Les échanges que j'ai eus avec eux m'ont fait corriger et compléter ma proposition initiale.

Les messages à découvrir avec le cache triangulaire et les caches hexagonaux sont :

22JUIN2015A15HEUES30DEVANTLETILLEUL	*22 juin 2015 à 15 heures devant le tilleul*
26RUEDUMERILPARIS13LE22JUINA15HEURES	*26 rue Duméril Paris 13. Le 22 juin à 15 heures*
AHUITHEURESCDEVANTLAPOSTE	*À huit heures devant la Poste*

retour au sommaire

MATH & MEDIA



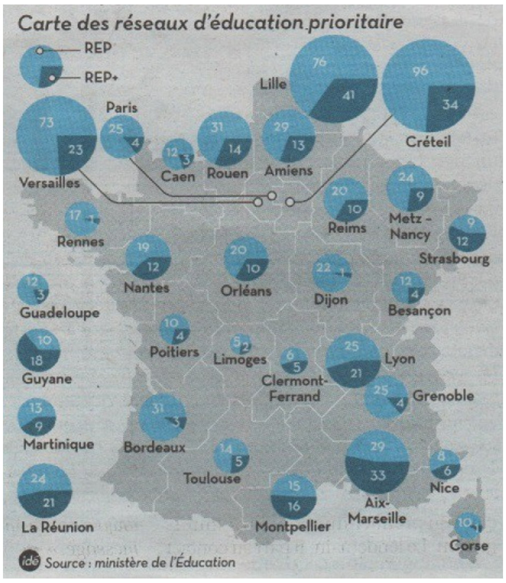
Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : www.apmeplorraine.fr

Carte des REP 2015

Inforgraphie trouvée dans Libération en décembre 2014.

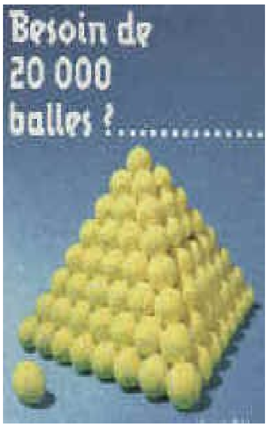


Question : cette infographie est-elle « correcte » ?

Source officielle de ces données : http://www.education.gouv.fr/cid82342/la-nouvelle-repartition-academique-de-l-education-prioritaire.html

Empilements de balles et de litas lituaniens

Après les empilements de boulets devant le palais princier de Monaco, qui ont servi de défi dans un précédent numéro, nos « guetteurs » ont repéré une publicité et une info sur le même sujet.



Besoin de 20 000 balles ?

Vu sur http://www.tln.schulnetz.org/fr/solutions_ex1.htm, le site de Transnational Learning Network. La question posée était « *Cette publicité est-elle réaliste ? Peut-on vraiment fabriquer une pyramide à base carrée pleine contenant exactement 20 000 balles ?* »

Les lituaniens empilent leurs litas

Lu dans « La Croix » du 31 octobre dernier :

Les Lituaniens disent adieu à leur monnaie nationale, le litas, qu'ils quittent pour l'euro au 1er janvier 2015 en élevant une pyramide, la plus grande au monde de ce genre, construite avec un million de pièces.

Les enthousiastes ont passé près de trois semaines pour construire cette pyramide haute de 1,13 mètre, composée d'un million de pièces argentées d'un

retour au sommaire

centas (1/100 litas) de 19 millimètres de diamètre chacune et d'une valeur totale de 10 000 litas (2 900 EUR).

Au niveau du collège, il est facile de vérifier, à l'aide d'un tableur, que ces empilements ne « tombent pas juste ». Il suffit de repérer que la somme des balles ou des centas, comptée à partir du haut, vaut $1+2^2+3^2+4^2+$.. Voici les résultats obtenus (extraits du tableur) :

	A	B	C
1	N° rangée	Carré	Cumul
2	1	1	1
3	2	4	5
4	3	9	14
5	4	16	30
(...)			
38	37	1369	17575
39	38	1444	19019
40	39	1521	20540
41	40	1600	22140
(...)			
143	142	20164	964535
144	143	20449	984984
145	144	20736	1005720
146	145	21025	1026745

Nous constatons qu'on ne peut pas avoir exactement 20 000 balles ni 1 000 000 de pièces.
Avec les litas, par exemple, avec 143 « étages », il manque 15 016 pièces ; et avec 144 « étages » on a 5 720 pièces de trop...

Quant à la publicité pour les 20 000 balles, il est facile de vérifier qu'il n'y en a que 204 sur la photo (205 si on compte celle qui est mise de côté).

Par contre, on pourrait estimer l'épaisseur de la pièce de 1 centas : la pyramide étant haute de 1,13 m, les pièces doivent avoir environ 0,78 cm d'épaisseur. Connaissant leur diamètre, vous pouvez estimer le poids ce cette œuvre d'art...

Où sera le « centre » de notre nouvelle région ?

Un défi pour nos politiques ou un défi pour nos élèves

Depuis novembre 2014, nous il nous faut nous habituer à vivre dans l'ALCA (Alsace-Lorraine-Champagne Ardenne). L'Est Républicain du 26/11/14 nous annonce :

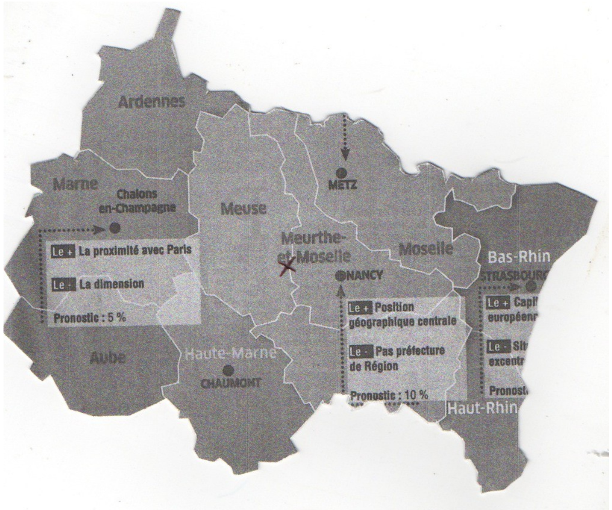
*« L'ALCA a sa capitale régionale : ce sera Strasbourg. Mais quel sera **le lieu central** déterminé pour la préfecture et les services administratifs d'État relevant de l'Alsace-Lorraine-Champagne-Ardenne ? Metz, Nancy, Châlons-en-Champagne, Reims, Troyes ou… Strasbourg ? »*

Des pronostics sont présentés, donnant Strasbourg favori avec 60% de « chances », suivi de Metz (25%), Nancy (10%) et Châlons (5%) ; Reims n'est même pas cité ! Les calculs amenant aux pourcentages annoncés ne sont pas précisés. L'article précisait même que « *la carte [ci-dessus] recense les atouts – objectifs et subjectifs – des quatre principaux postulants au titre de Préfecture de l'ALCA* ».

retour au sommaire

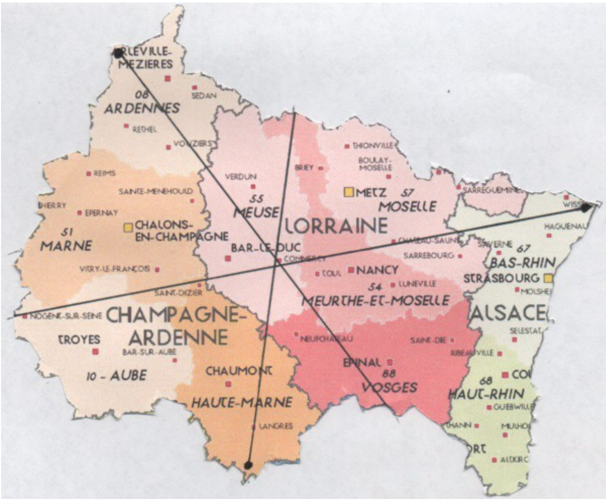
Si c'est subjectif, alors…

Où est le « centre » de cette nouvelle région ?



Certains de nos adhérents ont voulu en savoir un peu plus à propos de ce « lieu central » de l'ALCA. Comment le déterminer ?

Ils ont collé la carte du journal sur du bristol épais (pour la rigidifier), puis ils ont soigneusement découpé en suivant le dessin des frontières de cette nouvelle région.



Pour l'un d'eux, au point indiqué sur la figure ci-dessus, la carte s'est retrouvée en équilibre sur la pointe du compas, présentant un endroit potentiel pour ce « lieu central ». Il se trouve à la limite des départements de la Meuse et de la Meurthe-et-Moselle (le lac de Madine n'est pas loin…).

Un autre a utilisé une méthode que l'on enseigne (enseignait ?) en cours de technologie, de physique ou de mathématiques : suspendre la carte découpée en un point proche du bord et tracer la verticale passant par ce point ; recommencer avec d'autres points (voir figure ci-dessus). En théorie, toutes ces verticales concourent au centre de gravité. Le « centre » se trouverait quasiment à Commercy. Ce résultat sera à transmettre à ceux qui craignent la suppression de cette sous-préfecture : des services de l'ALCA pourraient y être implantés...

Voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Centre_de_masse_d%27une_plaque_homog%C3%A8ne

Une démarche semblable consisterait à faire glisser la carte sur une table horizontale jusqu'au moment où elle va « basculer » : à ce moment-là, tracer par-dessous un trait correspondant au bord de la table ; recommencer avec d'autres positions de la carte.

On pourrait aussi utiliser un tableur, et les coordonnées GPS des chefs-lieux de toutes les entités administratives de la nouvelle région. Entre les communes (trop nombreuses) et les départements (trop peu nombreux, avec parfois des préfectures très excentrées), notre choix s'est porté sur les arrondissements : il y en a 47 en tout.

Voici un extrait du tableau que nous avons utilisé :

	A	B	C	D	E
1				(en degrés, min., sec.)	
2	Anc. Région	Département	Arrondissement	Latitude	Longitude
3	Champ-Ard	Ardennes	Charleville-M	49:46:19	4:42:58
4			Rethel	49:30:38	4:22:00
5			Sedan	49:42:09	4:56:28
6			Vouziers	49:23:50	4:41:54
7		Marne	Chalons-en-Ch.	48:57:27	4:21:54
8			Epernay	49:02:25	3:57:36
9			Reims	49:15:46	4:02:05

(…)

retour au sommaire

(...)

46			Guebwiller	47:54:30	7:12:39
47			Mulhouse	47:44:58	7:20:24
48			Ribeauvillé	48:11:46	7:19:09
49			Thann	47:48:26	7:06:19
50					
51			Sommes		
52			Moyennes	**48:43:03**	**6:02:23**

Le point moyen que nous avons trouvé (centre de gravité de ces chefs-lieux d'arrondissements) a pour coordonnées GPS 48°43'03" de latitude Nord et 6°02'23" de longitude Est. Cela correspond à un point situé dans la forêt de Haye, à une dizaine de kilomètres à l'ouest de Nancy (les départements d'Alsace-Moselle ont beaucoup plus d'arrondissements que les autres, ce qui décale le centre de gravité vers l'est). Ce serait alors plutôt Nancy que Commercy ???

Remarque : si au lieu de chercher le point moyen, on cherchait le **point médian** (c'est à dire, parmi les chefs lieux d'arrondissements, on cherchait pour lequel il y en a autant au nord qu'au sud et autant à l'est qu'à l'ouest, on trouverait 48°44'07" pour la médiane des latitudes et 6°10'40" pour celle des longitudes, ce qui correspond à Champigneulles, dans la banlieue nord de Nancy.

Nos élèves et les lecteurs du Petit Vert imagineront peut-être d'autres méthodes pour trouver ce « lieu central » et pourront fournir à nos décideurs un nom de localité plausible.

Le centre « démographique » ?

Les calculs précédents ne tenaient compte que des coordonnées des points dont on cherchait le centre de gravité. C'est sans tenir compte du « poids » de chacun de ces points : l'arrondissement de Château-Salins (28 480 habitants) « pèse » beaucoup moins lourd que celui de Strasbourg (528 539 habitants en comptant Strasbourg-ville et Strasbourg-campagne). Si l'on veut tenir compte de la densité de population, il nous faudra calculer une moyenne pondérant les coordonnées GPS par ces populations.

C'est ce que nous avons fait : cette fois, le « nouveau centre » de la région ALCA a pour coordonnées GPS 48°42'27" de latitude nord et 6°12'08" de longitude est, ce qui correspond à la limite entre Saint-Max et Malzéville, dans la banlieue nord-est de Nancy. Ce qui est conforme à nos prévisions : la densité de population est plus élevée en Alsace-Moselle qu'en Champagne-Ardenne.

Voici les premières lignes de notre tableau :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1					(en degrés, min., sec.)			
2	Anc. Région	Département	Arrondissement	Population*	Latitude	Longitude	pop x lat	pop x lon
3	Champ-Ard	Ardennes	Charleville-M	164 449	49:46:19	4:42:58	341039,4372	775559:45:22
4			Rethel	35 658	49:30:38	4:22:00	73560,30792	155706:36:00
5			Sedan	61 662	49:42:09	4:56:28	127698,1481	304678:47:36
6			Vouziers	22 428	49:23:50	4:41:54	46161,70417	105374:13:12
7		Marne	Chalons-en-Ch.	100 112	48:57:27	4:21:54	204218,0517	436988:52:48
8			Epernay	91 471	49:02:25	3:57:36	186906,802	362225:09:36
9			Reims	310 289	49:15:46	4:02:05	636904,0856	1251929:55:25

(...)

(...)

46			Guebwiller	76 314	47:54:30	7:12:39	152336,5229	550287:32:06
47			Mulhouse	304 295	47:44:58	7:20:24	605413,2166	2233525:18:00
48			Ribeauvillé	49 311	48:11:46	7:19:09	99024,93479	360915:25:39
49			Thann	77 608	47:48:26	7:06:19	154592,6209	551426:23:52
50								
51			Sommes	5 390 147			###########	############
52			Moyennes				48:42:27	6:12:08

(*) Source INSEE 2011

N.B. L'affichage "#########" pour le calcul des sommes dans les cellules G51 [=SOMME(G3:G49)] et H51 [=SOMME(H3:H49)] demeure un mystère ; mais cela n'entrave pas la "bonne marche" du calcul.

* * * * * * * * *

Nous venions à peine de rédiger notre article prévu pour ce numéro du Petit Vert que nous découvriions dans la rubrique "Coup de coeur" de l'Est Républicain du 22 décembre un courrier de Dominique SANTIN, habitant de Bras-sur-Meuse; l'article est encadré ci-dessous.

Void, capitale de la région ALCA ?

Depuis qu'a été instituée la nouvelle région Alsace Lorraine Champagne Ardennes et décrétée la ville de Strasbourg comme « capitale », je m'interrogeais sur l'endroit où pouvait se trouver l'épicentre géographique de notre nouvelle région. Avec des moyens d'un autre temps, je me suis mis au travail : une carte de France découpée aux limites de la région puis collée sur une feuille de carton pour la rigidifier et posée enfin sur une pointe de stylo pour trouver son centre de gravité. Le résultat est sans appel : l'épicentre de la région ALCA, c'est Void dans la Meuse.

Il faut dire que cette bourgade de 1 700 âmes ne manque pas d'atouts : idéalement située sur la RN4, le principal axe routier qui la traverse de part en part , desservie par le canal de la Marne au Rhin, un nom symbole, avec son trafic touristique et marchand, la ligne ferroviaire Paris-Strasbourg à proximité.

Void s'enorgueillit en plus de compter parmi ses enfants Nicolas Joseph Cugnot, inventuer du célèbre fardier, un symbole du génie industriel lorrain ! Quant à la halle, fierté de la commune, elle pourrait être transformée en un magnifique centre administratif. Ce n'est pas le profil d'une capitale régionale, ça ?

Nous avons aussitôt envoyé à ce Monsieur le projet de notre article, en lui faisant savoir que nous y intégrerions celui qu'il avait signé dans l'Est Républicain.

Et M. SANTIN nous a répondu par une gentille lettre, dont voici de larges extraits.

J'ai été très touché par votre lettre et très intéressé par l'article joint. En effet, je savais qu'il existait des formules pour pondérer une recherche telle que celle que j'ai pratiquée en fonction de différents critères ; j'ignorais leurs mécanismes. (...)

Avant de me lancer dans mon découpage, je pensais tomber plutôt sur Pont-à-Mousson ou ses environs. C'était ignorer le poids de l'Aube, au sud-ouest. Je me suis réjoui de tomber sur Void car, dans ce sud meusien plutôt désertique, j'aurais pu tomber en plein champ !

En tout cas, ce n'est pas moi qui serai perdu dans cette nouvelle région ALCA, puisque je suis né et j'ai grandi dans un petit village du sud Marnais, j'ai fréquenté le lycée de Châlons (sur Marne à l'époque), puis le lycée agricole de Château-Salins près de chez vous. [Ensuite] le service militaire à Épinal, un premier emploi à Châlons, un deuxième à Strasbourg où je me suis marié, avant de venir m'installer il y a trente ans sur une exploitation agricole près de Verdun.

Et aujourd'hui, si je ne renie pas mes racines, je suis un "ambassadeur" de la Meuse et ses nombreux charmes !

Bon courage à vous pour vos recherches et pour votre mission d'enseignement qui, je le sais, est de pus en plus difficile.

Pour illuster notre article, quelques photos : le Clergé (la cathédrale de Reims), la Noblesse (le duc de Lorraine à Nancy) et le Tiers État (les tanneurs à Strasbourg), réunis dans l'ALCA.



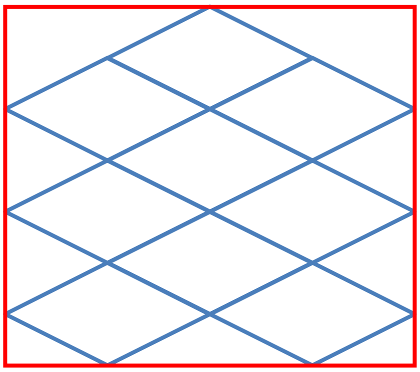
retour au sommaire

Développement durable et emballages

Le thème « développement durable » est actuellement très présent dans divers contenus scientifiques rencontrés à l'école. Une de nos adhérentes à trouvé dans le sac de sa fille, élève de CM2, un exemplaire papier de la revue « Éco-Junior » n°40, par ailleurs téléchargeable à l'adresse http://www.ecoemballages.fr/juniors/eco-junior.
À la page 3, un rangement des fleurs de tournesol est évoqué à l'aide de losanges disposés en spirales.

Que comprend un élève de cycle 3 ? Voit-il des losanges dans le dessin proposé ? Comment des assemblages de losanges peuvent-ils être assemblées sous forme de spirale pour un rangement optimal ?

Le rangement de losanges dessiné ci-dessous ne laisse apparaître ni spirale, ni espace non rempli.

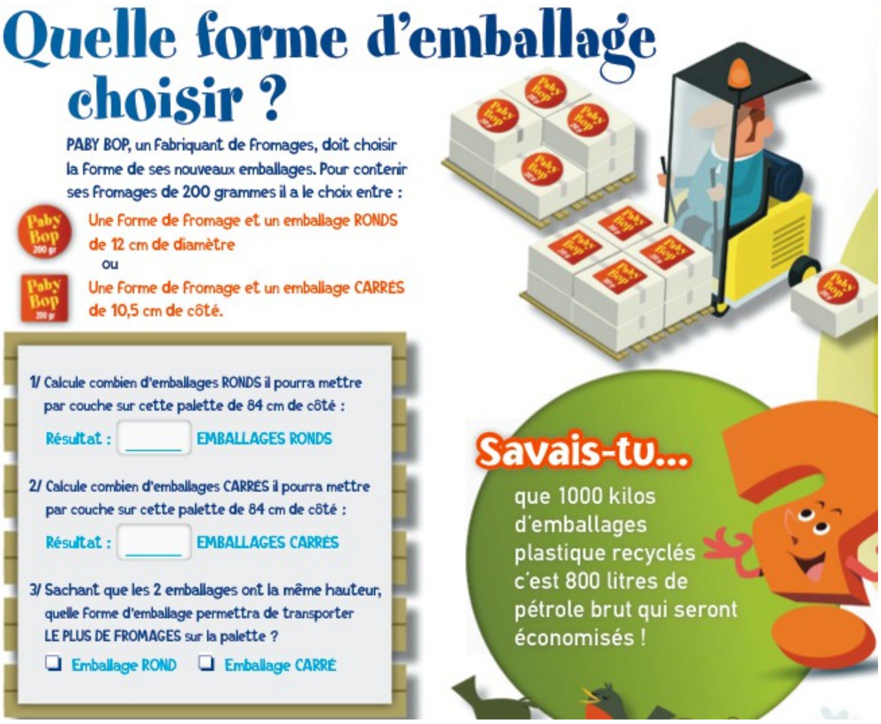


N'y aurait-il pas confusion entre l'optimisation des rangements de bouteilles (de disques) et de losanges ?

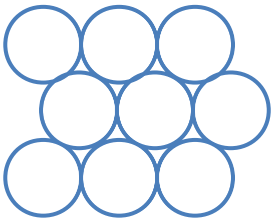
Un lecteur du « Petit Vert » réussira-il à nous trouver une photo d'une cagette utilisant la disposition repérée dans la fleur de tournesol et donc pleine d'un maximum de bouteilles ?

retour au sommaire

La page 6 évoque un empilement de cylindres.



Les dimensions ont été choisies pour obtenir d'une part 7 rangées de 7 fromages « carrés » ou 8 rangées de 8 fromages « ronds », excluant pour ce dernier cas une disposition en quinconce qui aurait pu être celle choisie par des élèves expérimentant le rangement de disques (des bouchons par exemple) dans une boîte carrée.



L'image en haut du document semble montrer que les fromages « ronds » sont eux mêmes rangés dans une boite « carrée », ce qui exclut donc a priori ce type de rangement.
La réponse à la question 3 pourra servir de rencontre avec ce qui deviendra plus tard la formule du volume d'un pavé « L×l×h ».

D'un point de vue « développement durable », n'aurait il pas été intéressant de se poser des questions à propos des suremballages dessinés ? Le lecteur du document peut se demander si la rubrique «Savais-tu… » à propos des emballages plastique lui sera utile pour répondre aux questions posées. L'activité proposée ne semble pas avoir pour but d'économiser des emballages mais d'économiser de la place dans les rangements. Le lien avec le « développement durable » sera-t-il évident pour un élève de cycle 3 ?

D'un point de vue mathématique, n'aurait-il pas été intéressant de faire travailler sur des fromages de même aire et de même hauteur (donc de même volume) ?

Comment faire pour que l'évocation de notions mathématiques ne devienne pas une excuse pour donner de l'importance à une présentation très discutable ?

retour au sommaire

Le chiffre 5

Voici ce que François a pu lire dans le calendrier 2015 de La Poste :

> **Le** chiffre 5 est le nombre qui, en mathématiques, se situe entre 4 et 6. C'est le troisième nombre premier (divisible seulement par 1 ou par lui-même), après 2, 3 et avant 7. En chimie, il représente le numéro atomique du bore.

On notera ici une confusion entre « nombre » et « chiffre ».
5 est bien celui qui se situe entre **4** et **6** dans la liste ordonnée des dix chiffres (0, 1, … 9).
Mais de là à dire que **5** est **le** nombre qui se situe entre 4 et 6 … il y a un pas un peu vite franchi. Notre avis est qu'il y a plus d'un nombre entre 4 et 6 !!!

Nos anciens lecteurs pourront se reporter au n°40 (décembre 1994, il y a 20 ans...) de notre bulletin régional où, à propos de « nombre » et « chiffre », nous avions repéré dans un document officiel d'évaluation de la classe de sixième la question suivante : « *Quel est le nombre de travaux effectués par le paysan égyptien durant l'année ? Réponds par un chiffre* ». La réponse était justement 5.

Dans cet article, nous étudiions ce que le dictionnaire ROBERT proposait aux entrées « CHIFFRE » et « NOMBRE ». On pouvait y trouver - entre autres - ceci : CHIFFRE. (...°.2°. Cour. Nombre représenté par des chiffres. Ex. *Le chiffre des naissances de la population*.
Mais LAROUSSE, dans son Dictionnaire des difficultés de la langue française, nous mettait en garde contre de telles utilisations : On évitera donc des expressions comme *le chiffre des naissances* (pour nombre).

Il nous semble qu'en trente ans, la situation n'ait pas beaucoup évolué... Un dictionnaire HACHETTE très récent donne comme seconde acception du terme CHIFFRE : *Somme totale*, sans aucune mise en garde. Et on parle toujours des « chiffres » du chômage et non du « nombre » de chômeurs...

Mais il y a plus inquiétant : voici un extrait de l'exercice 54 page 195 dans le manuel "Maths Repères seconde" (Hachette), où l'on évoque les « chiffres » 25 et 27. On peut supposer que les auteurs de ce manuel sont professeurs de mathématiques...

> **54.** Pour organiser le passage à l'oral de leur épreuve de langue, les élèves tirent au hasard trois cartons, un dans chacune des trois urnes.
> La première urne contient les lettres « A », « B » et « C ».
> La seconde urne contient les chiffres « 25 » et « 27 ».
> La dernière urne contient les mots « Matin » et « Après-midi ».

Voici d'ailleurs le commentaire de François, envoyé par courriel début janvier :
A l'IUFM j'ai travaillé avec des étudiants pour lesquels un nombre avait au moins deux chiffres. J'ai, pour beaucoup d'entre eux, essayé de leur faire comprendre qu'il y avait une différence entre lettre et mot, qu'il existait des mots à une lettre comme dans "il y a". Je crains que ceux qui sont devenus Profs des Écoles continuent la confusion entre chiffre et nombre ; pourtant, ils vont avoir à faire travailler sur « le chiffre des dizaines » ou « le nombre de dizaines ». La phrase repérée dans ce calendrier des Postes va les conforter...

retour au sommaire

MATHS ET PHILO

Par Didier Lambois
Lycée Bichat, Lunéville

LA QUERELLE DES UNIVERSAUX

Les concepts ont-ils une réalité qui leur correspond ? Posée de cette manière, la question peut surprendre et on se dit alors que les philosophes n'ont vraiment rien à faire… Pourtant la question a persisté durant des siècles et elle divise aussi bien les philosophes que les mathématiciens, bref elle divise tous ceux qui pensent.

Pour certains de ces penseurs, que nous nommerons « nominalistes », les concepts n'ont aucune réalité, ni dans l'esprit ni ailleurs, ce sont seulement des signes généraux, des noms. Pour d'autres, que nous dirons « réalistes », il existe quelque chose hors de l'esprit qui correspond aux concepts universels. Pour d'autres encore les concepts (universaux) existent à titre d'idées dans notre esprit mais ils sont distincts des mots et rien ne leur correspond hors de l'esprit ; nous qualifierons ces derniers de « conceptualistes ».

Nominalisme, réalisme, conceptualisme… comment s'y retrouver. Reprenons les choses plus simplement. Lorsque vous parlez de Gilles ou de Jacques, de votre belle-mère ou du pape, vous désignez alors des êtres singuliers, très singuliers parfois, des êtres bien déterminés. Et en pensant à eux vous vous dites que l'homme peut prendre des formes très différentes, mais vous supposez alors qu'il y a une notion, une idée, celle d'homme, qui transcende les différents individus et qui compose une espèce, l'espèce « homme ». Mais quelle est la réalité de cette idée : « homme » ? Le **réaliste** pense que cette idée existe indépendamment de nous et peut être appréhendée comme n'importe quel objet. Le **nominaliste**, au contraire, refuse toute existence à cette notion, à cette idée ; pour lui seuls les individus singuliers ont une réalité. Si nous parlons « d'homme » nous ne faisons qu'utiliser un nom, un concept sans existence réelle.

Le débat, qui a été qualifié de « querelle des universaux », commence dès l'Antiquité, avec Platon (427-347 av. J.-C.) qui affirme que les concepts ont une existence réelle dans « le monde des Idées » et les cyniques qui combattent cette théorie en affirmant que seuls les objets sensibles ont une réalité, mais c'est Porphyre (234-310) qui formulera le problème en commentant les travaux d'Aristote sur les catégories :

« En ce qui concerne les genres et les espèces, la question de savoir si ce sont des réalités subsistantes en elles-mêmes, ou seulement de simples conceptions de l'esprit, et, en admettant que ce soient des réalités substantielles, s'ils sont corporels ou incorporels et si enfin ils sont séparés ou s'ils ne subsistent que dans les choses sensibles et d'après elles, j'éviterai d'en parler : c'est là un problème très profond et qui exige une recherche toute différente et plus étendue. »[4]

Les universaux existent-ils en réalité ou seulement dans la pensée, sont-ils séparés des choses ou inclus en elles… ? Toute la philosophie médiévale se divisera autour de cette querelle, les uns adoptant des positions radicales, comme Jean Scot Erigène (810-880), réaliste, ou Roscelin de Compiègne (1050-1120), qui en bon nominaliste affirmait que les universaux n'étaient que des *flatus vocis*, des émissions de voix.

D'autres cherchèrent des solutions nouvelles. C'est ainsi que le courageux Abélard (1079-1142), qui mérite d'être connu autrement que pour sa douloureuse aventure avec Héloïse, combattra en même temps le réalisme et le nominalisme en défendant l'idée selon laquelle le concept se forme à partir de la ressemblance commune des êtres ; l'universel serait donc une image élaborée par notre pensée, image que nous désignons par un nom. C'est sa théorie qui sera qualifiée de « **conceptualisme** ».

[4] Porphyre, *Isagoge*, trad. J. Tricot, Vrin 1947, p.11-12.

retour au sommaire

Héloïse et Abélard (par J. Vignaud)

L'amour est-il réel ou n'est-il qu'un mot ? Ce qui est sûr c'est qu'il a été surpris…

Pour byzantine qu'elle puisse paraître, cette querelle agite encore les débats parmi les scientifiques et les mathématiciens. Qu'est-ce qu'un nombre ? Faut-il lui accorder une existence, une réalité ou faut-il simplement considérer que ce n'est qu'un mot que nous allons appliquer à différents groupes d'objets ? Quelques mathématiciens affirment que les nombres préexistent dans la réalité et le travail du mathématicien est de les découvrir, les inventer comme on invente un trésor[5]. Pour certains de ces réalistes les nombres sont donnés ou tirés d'une intuition sensible, pour d'autres, plus platoniciens, ils ne peuvent venir que d'une intuition intellectuelle accessible à celui qui sait se détacher du monde sensible. D'autres mathématiciens, qualifiés d'idéalistes, soutiennent que ce sont des créations du mathématicien, des créations libres soumises aux seules règles du jeu que se donne le mathématicien. Et la question est la même pour les concepts utilisés par les physiciens. La notion de masse, celle de champ magnétique sont des universaux, ce sont des notions utiles pour comprendre et pour agir, elles ont un sens mais quelle est leur réalité ?

Ainsi il n'est pas aussi ridicule qu'il y paraît de se demander si l'homme existe en Gilles ou en Jacques, mais pour ma belle-mère…

Dessin de CHARB sur le site de l'ÉSPÉ de Guadeloupe

---

[5] Le mathématicien lorrain Charles Hermite (1822-1901) affirme par exemple : *« les nombres entiers me semblent exister en dehors de nous et en s'imposant avec la même nécessité, la même fatalité que le sodium, le potassium, etc. »*

retour au sommaire

MATHS ET ARTS

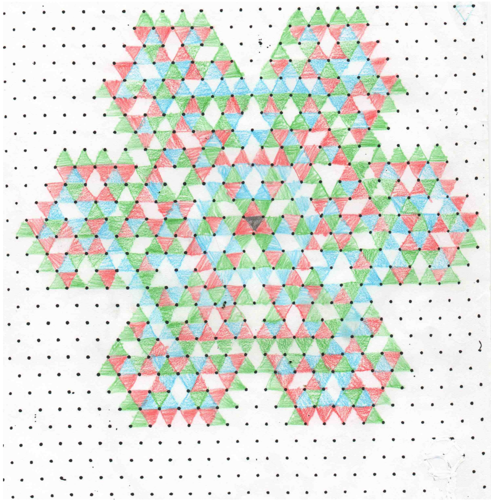
Mathématiques et philatélie

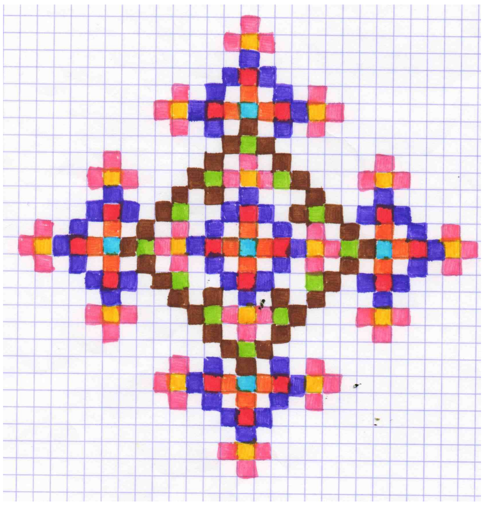
Fin 2014, la Poste a émis un carnet de douze timbres mettant en valeur « La nouvelle France industrielle ». Ce qui y est représenté peut attirer le regard de l'enseignant de mathématiques.

Le logo présent au dos du carnet et sur chacun des timbres reprend le motif de l'hexagone cher à nos hommes politiques. Il pourra être intéressant de le faire redessiner à la règle et au compas ou avec un logiciel de dessin géométrique.

Le timbre « métiers d'art » fait appel à des recouvrements de partie de plan par des polygones superposables. Des algorithmes de coloriage peuvent être mis en œuvre. Nous retrouvons ce qui est parfois appelé « frises évolutives » par des amateurs de « belles choses ».

Dans la brochure « Le triangle à l'école élémentaire » téléchargeable sur le site de l'A.P.M.E.P., cette activité se retrouve à la page 39 sous le nom « Croissance » http://www.apmep.fr/IMG/pdf/ELEM-MATH_VI_Le_triangle_a_l_ecole_elementaire_1980_APMEP_n36_red.pdf.





Ci-dessus, voici deux exemples réalisés il y a quelques années par des élèves de sixième.

Un timbre pour un problème à poser aux élèves : quelle fraction de « grand disque » représente la zone blanche « durable » délimitée par trois arcs de cercle ? Voici une occasion de travailler avec un triangle de Reuleaux intégré dans un décor.

retour au sommaire

Les lecteurs du Petit Vert 115 ont l'an passé tenté de découper un triangle de Reuleaux en huit parts égales ; voici les sites qui étaient proposés pour en savoir plus :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Triangle_de_Reuleaux http://www.etudes.ru/ru/etudes/koleso/ (admirez les vidéos !)

Ils ont pu, dans le Petit Vert 120, admirer la photo d'une montre ayant la forme d'un pentagone de Reuleaux.

Ellipses ou ovales ? Nous retrouvons une interrogation présente dans la récente brochure de l'A.P.M.E.P. Lorraine « Des mathématiques dans de bien belles choses ». Se poser des questions à propos de l'aire de la zone blanche centrale sera cette fois plus ardu.

Pour compléter ce regard mathématique à propos des émissions postales de fin 2014, voici un timbre qui interpelle.

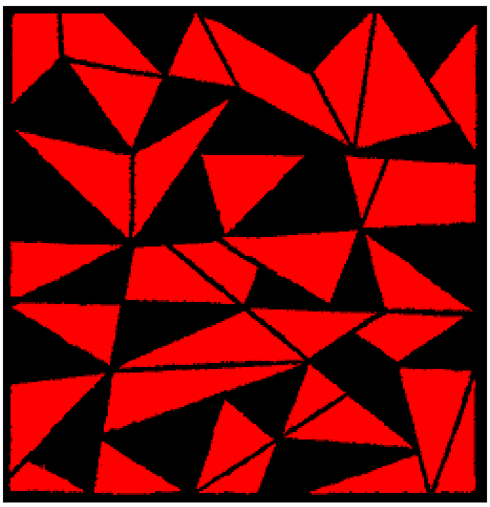
Il est extrait d'un ensemble de six timbres représentant des appareils photo anciens. Les quadrilatères sont actuellement étudiés depuis la fin du cycle 3, mais l'appareil représenté n'a été réalisé en 1865 que pour prendre quatre portraits individuels…

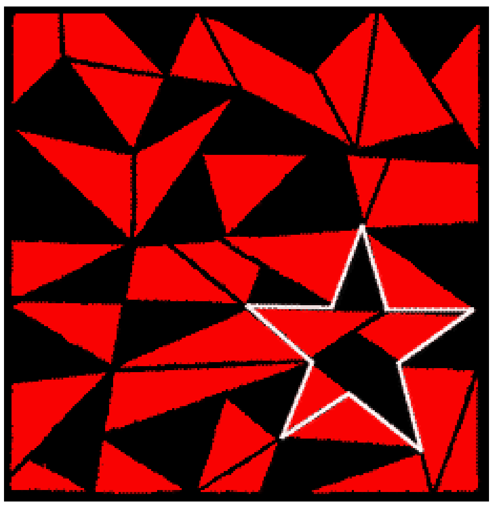
★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★

MATHS ET JEUX

L'étoile cachée (Sam Loyd)

Dans notre dernier bulletin (décembre 2014), nous vous proposions cette petite énigme : où se trouve dans ce dessin, une étoile à 5 branches parfaite ?
Voici donc, pour ceux qui ne l'auraient pas trouvée, la solution.



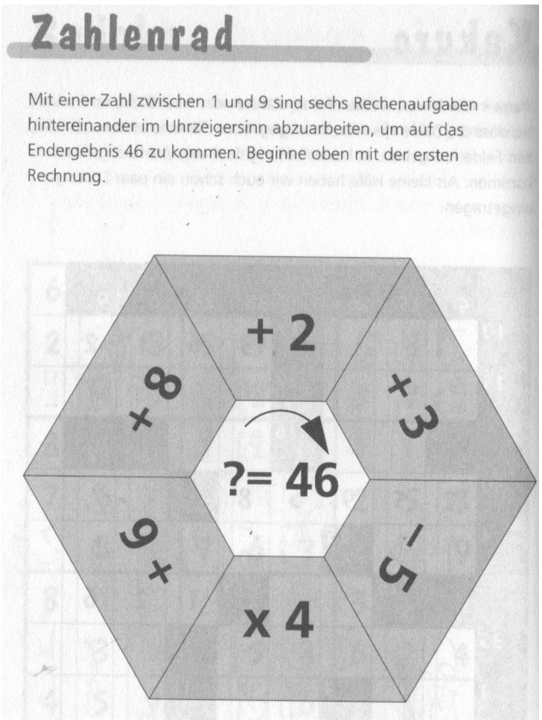


On pourra consulter http://serveur2.wedus.org/Ressources/Encyclopedie/Crocodilus/illusions/loyd.html ou http://enigmes.org/puzzles/1

retour au sommaire

MATHS ET JEUX

Zahlenrad (roue numérique)



Ce jeu numérique est extrait du livre « Kopfsprünge – Denksport für drei Minuten » (ARENA 2007).

Voici quelques éléments de traduction à destination des lecteurs qui ne seraient pas encore habitués à la langue de Gauss.

Choisir un entier compris entre 1 et 9, faire agir dans le sens des aiguilles de la montre les six opérateurs indiqués pour obtenir le résultat 46 écrit dans la partie centrale. Commencer par l'opérateur figurant dans la case du haut.

Les jeux de ce livre sont présentés comme pouvant être résolus en trois minutes. L'enseignant pourra certainement dégager ce laps de temps pour le proposer à ses élèves.

Quelques pistes de résolution.

La liste des entiers possible est limitée à 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9. Il est donc possible de les tester tous, l'activité de calcul mental est alors accessible à de jeunes élèves.
Il est également possible de partir du résultat 46 et de faire agir les opérateurs « -8 », « -6 », « :4 », « +5 », « -3 », « -2 ».
L'algébrisation rencontrée au collègue peut être sollicitée. Si n est le nombre cherché, je peux écrire l'équation « $((((((n + 2) + 3) - 5) \times 4) + 6) + 8) = 46$ ». Le nombre important de parenthèses peut être perturbant.
L'enchainement des calculs peut aussi être visualisé par un arbre.

Avec des élèves

La richesse des pistes pouvant être explorées donne envie d'utiliser ce petit jeu en classe. Des modifications sont imaginables : ne pas préciser la case du premier opérateur, ne pas préciser les nombres susceptibles d'être solution, faire inventer d'autres jeux pour des échanges mathématiques entre classes, etc.

retour au sommaire

VU SUR LA TOILE

Exerciseurs

Dans le cadre de la remédiation, le recours au support informatique peut s'avérer riche pour les échanges élève-professeur. Loin de devenir apathique, comme il peut l'être devant un écran de télévision, l'élève est actif et communique plus volontiers : c'est l'ordinateur qui donne les exercices et le professeur est là pour aider et non pour imposer un travail. Le travail peut se poursuivre à domicile car, souvent, les sites proposés gardent une trace du travail déjà commencé.

Régulièrement présenté aux Journées Nationales de l'APMEP, WIMS compile une grande quantité d'exercices de toute sorte :
http://wims.auto.u-psud.fr/wims/wims.cgi. On s'inscrit, on crée sa classe puis on alimente ses fiches d'exercices avec ceux proposés par le moteur de recherche. La navigation n'est pas toujours très aisée et les exercices proposés sont perfectibles. Le site fonctionne bien et les élèves s'y investissent vraiment.

Les sites académiques permettent d'allonger la liste des propositions :

- pour l'académie de Nancy-Metz :
http://www4.ac-nancy-metz.fr/mathematiques/SPIP/spip.php?article17,
le premier de la liste n'est plus à présenter : http://www4.ac-nancy-metz.fr/dane/utiliser/labomep.html

- sur le site de l'IREM de Marseille :
(http://www.irem.univ-mrs.fr/portables/Outils/Pages/exerciseurs.html),
on retiendra surtout les pages d'exercices du Matou matheux :
http://matoumatheux.ac-rennes.fr/accueilniveaux/accueilFrance.htm

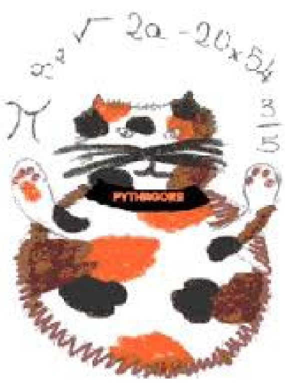
- dans l'académie de Lyon, on peut consulter un compte-rendu d'expérience :
http://www2.ac-lyon.fr/enseigne/math/spip.php?article151

Framasoft fournit une liste assez complète de logiciels libres à installer. Ils requièrent cependant quelques manipulations : http://www.framasoft.net/rubrique427.html.

Enfin, je terminerai avec une application qui permet avant tout de créer des fiches d'exercices de manière automatique : http://www.pyromaths.org/faq/pyromaths-cest-quoi-cest-qui/. Là, l'élève est contraint de répondre sur feuille. Toutefois, beaucoup de ces exercices interactifs nécessitent de se munir de papier et de crayon.

Ces séances d'exercices supposent, comme les séances classiques, une bonne préparation pour éviter de perdre son temps et celui de l'élève.

Gilles Waehren



Le Matou matheux

retour au sommaire

Solution du problème n° 120

Au sujet des tours de Hanoï (proposé par André Stef)

Le problème des tours de Hanoï a été proposé par Edouard Lucas à la fin du XIXéme siècle. Voici une description à peine plus générale du problème (*n* disques au lieu de 64).
On dispose de trois plateaux. On doit déplacer *n* disques de tailles différentes empilés (en taille décroissante) sur l'un des plateaux vers un autre plateau, en respectant les règles suivantes:

- on ne peut déplacer qu'un disque à la fois,
- on ne peut placer un disque que sur un autre disque plus grand que lui ou sur un emplacement vide (sur un plateau),

Ce problème est très connu. Les questions que l'on peut poser à ce sujet sont:

Comment opérer ces déplacements pour *n*=2,3,4...?

Comment le faire en un minimun de déplacements ? (question double: quel est le nombre minimum de coups à effectuer pour déplacer ces *n* disques sur le plateau final ? Donner un algorithme permettant de le faire)

Les réponses sont connues. Ainsi le nombre minimal de déplacements est 2^n-1 . Un algorithme récursif classique réalisant ce minimum est:

algo: déplact de ***n*** disques du plateau **A** vers le plateau **C**, avec l'aide du plateau **B**
DEBUT
SI $n \neq 0$ alors
  FAIRE déplact de ***n-1*** disques du plateau **A** vers le plateau **B**, avec l'aide du plateau **C**
  Déplacer le disque (de taille ***n***) du plateau **A** vers le plateau **C**
  FAIRE déplact de ***n-1*** disques du plateau **B** vers le plateau **C**, avec l'aide du plateau **A**
  fin **SI**
FIN

On lance l'algorithme par l'instruction
FAIRE déplact de ***n*** disques du plateau **1** vers le plateau **3** avec l'aide du plateau **2**
On peut "dérécursifier" cet algorithme (car on peut toujours le faire), des lecteurs se souviennent peut-être l'avoir effectué durant leurs études (en Pascal par exemple).

Enoncé du problème 120.

On code les déplacements suivants des disques:

- Si on déplace un disque du plateau 1 vers le plateau 2, on le code : 3
- Si on déplace un disque du plateau 1 vers le plateau 3, on le code : 2
- Si on déplace un disque du plateau 2 vers le plateau 3, on le code : 1
- Si on déplace un disque du plateau 2 vers le plateau 1, on le code : 3
- Si on déplace un disque du plateau 3 vers le plateau 1, on le code : 2
- Si on déplace un disque du plateau 3 vers le plateau 2, on le code : 1

c'est-à-dire qu'on code avec le numéro du plateau non utilisé pour le déplacement.

1) On code un déplacement de *n* disques. Ce code permet-il de retrouver les déplacements effectués ?
2) On code un déplacement en 2^n-1 opérations de n disques du plateau 1 au plateau 3. Décrire ce code (en le justifiant).

NB: Ce sujet a été l'objet d'un atelier MATh.en.JEANS au collège de Lamarche en 2010/2011 avec Perrine Schaal.

retour au sommaire

Solution proposée par André Stef

1) La fonction qui à une suite de *k* déplacements de plateaux associe le mot de longueur *k* constitué par la concaténation des codages des déplacements est injective.

En effet: Tout code ne correspond au plus qu'à un seul déplacement: le disque le plus petit des deux plateaux concernés est déplacé sur l'autre plateau
A un mot ne correspond donc qu'une seule suite possible de déplacements

2) Pour *n*=1, le codage est: 2.
Pour *n*=2, le codage est 321.
Pour *n*=3, le codage est 2312312.

Le résultat général est que le code est périodique (mais fini), de période 3, et
- pour *n* pair, le code est $321\ldots\overline{321}\ldots321.$
- pour *n* impair, le code est $231\ldots\overline{231}\ldots12.$

On procède par récurrence
On suppose que pour un certain *n*, le déplacement de *n* disques de A vers B à l'aide du plateau C est
- $BCA\ldots\overline{BCA}\ldots BCA$ si *n* est pair
- $CBA\ldots\overline{CBA}\ldots AC$ si *n* est impair

Pour *n* = 1, 2 et 3, le résultat est correct (on pose A=1, B=2, C=3)

Considérons le déplacements de *n*+1 disques,
Si *n*+1 est pair, on suit l'algorithme décrit en énoncé:
- on déplace *n* disques de A vers C (*n* impair, avec hypothèse de récurrence en inversant les rôles de B et C), Code: BCA...BCA...BCAB.
- on déplace alors le disque de taille *n*+1 de A vers B: code : C
- on déplace *n* disques de C vers B (*n* impair, avec hypothèse de récurrence en inversant les rôles de A et C), Code: ABC...ABC...CA.
La concaténation de ces codes fournit le code: $BCA\ldots\overline{BCA}\ldots BCA$

Si *n*+1 est impair, on suit de même l'algorithme décrit en énoncé:
- on déplace *n* disques de A vers C (*n* pair, avec hypothèse de récurrence en inversant les rôles de B et C), Code: CBA...CBA...CBA.
- on déplace alors le disque de taille *n*+1 de A vers B: code : C
- on déplace n disques de C vers B (*n* pair, avec hypothèse de récurrence en inversant les rôles de A et C), Code: BAC...BAC...BAC.
La concaténation de ces codes fournit le code: $CBA\ldots\overline{CBA}\ldots AC$.

Il n'y plus qu'à conclure. C.Q.F.D. (ou Q.E.D.)

Le code fournit alors un algorithme, sans peine (ou presque, attention à la transcription du code), de déplacement des disques.
On peut également noter qu'on a bien ici une description itérative.

retour au sommaire

Problème du trimestre n°121

Au sujet de 2048

proposé par André Stef

Ce jeu est bien connu sur différents supports informatiques (PC, smartphones,...), du moins au moment où est rédigé ce problème.

Le jeu comporte 16 cases, sur lesquelles peuvent être posées des tuiles de différentes valeurs (2,4,8, ... 2^k,...). Le jeu est la répétition de deux phases de jeu successives :

- A plusieurs reprises : deux tuiles de même valeur peuvent se transformer en une seule tuile de valeur double sur une des deux cases et rien sur l'autre case (qui devient alors libre). En pratique il y a des conditions supplémentaires de position et de déplacement pour que les tuiles puissent se transformer mais cela n'aura pas d'incidence dans de problème.
- Puis une tuile nouvelle, de valeur 2 ou 4, apparait sur une case libre (au hasard).

La position de départ est que toutes les cases sont libres.
Le jeu s'arrête lorsqu'il n'y a plus de case libre au moment où une nouvelle tuile devrait aparaître.

La valeur maximale que peut porter une tuile à ce jeu est alors 131072. On peut trouver ce résultat sur internet, et, bien sûr, vérifier que ce qu'énonce internet sur ce sujet est correct !

Tout au long de la partie un score est affiché : on part de 0 et on ajoute au fur et à mesure les valeurs des tuiles obtenues par transformation ; par exemple deux tuiles de valeur 8 se transforment en une tuile de valeur 16 et fournissent 16 points. On n'obtient pas de point pour l'apparition d'une tuile.

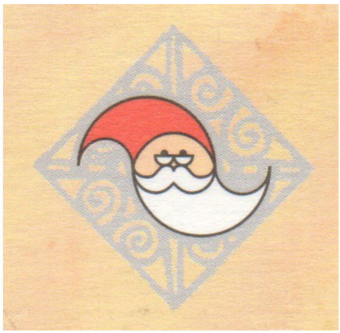
Enoncé du problème 121

Quel est le score maximal possible au jeu de 2048 ?

La rubrique « Problèmes » a un nouveau responsable : André STEF. Lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 120



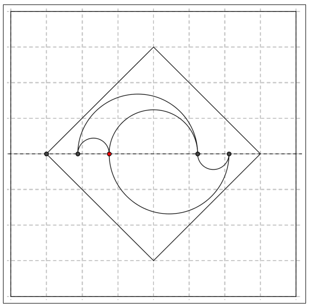
Rappel du défi.

Au dos d'une carte postale achetée au pays du père Noël figure un logo réalisé avec de nombreux demi-cercles et arcs de cercles.

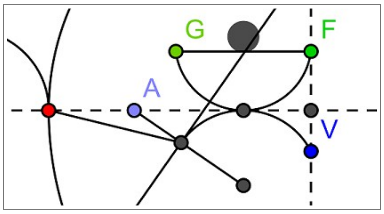
***Redessinez ce logo** en utilisant la règle et le compas ou un logiciel de géométrie.*

Ce défi était beaucoup plus difficile qu'il n'y paraissait au premier abord : c'est sans doute pour cette raison que nous n'avons reçu aucune solution...

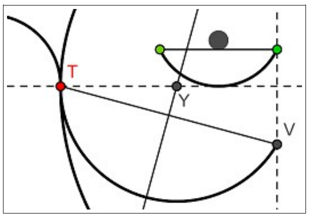
Il était nécessaire, d'une part, d'expliciter un certain nombre d'hypothèses. Et il fallait en outre, pour dessiner la partie supérieure de la moustache, raccorder deux arcs de cercle : cela nécessitait de savoir tracer un cercle tangent d'une part à une droite donnée en un point donné, d'autre part à un cercle donné. Cette compétence faisait partie du bagage des élèves de lycée il y a une cinquantaine d'années, mais est tombée depuis dans l'oubli… même chez les professeurs de mathématiques. Nous la développons en annexe ci-dessous.



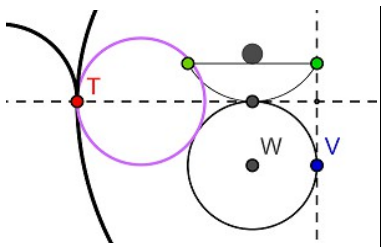
Nous ne donnerons pas ici la totalité du protocole de construction du Père Noël (réalisé avec GeoGebra), mais fournirons quelques indications sur notre démarche. Pour commencer (fig.1), nous sommes partis d'un carré de 8 unités de côté et nous avons émis l'hypothèse que les pointes du carré oblique étaient situées à 1 unité du côté du carré entourant l'image. La position de point rouge a été déterminée de façon approximative : mais ce point est mobile sur l'axe, ce qui permet modifier la taille des demi-cercles.



Pour construire les petits arcs de cercle correspondant aux lunettes, aux yeux, etc. (fig. 2), nous avons placé un certain nombre de points « mobiles » (ils sont en couleur sur la figure) : on peut ainsi les déplacer, ce qui permet de modifier la largeur et le hauteur des lunettes, etc. La partie droite de la figure sera tracée ultérieurement par symétrie par rapport à l'axe vertical central.



La bas de la moustache est l'arc de cercle passant par V et tangent en T à la "verticale" (fig.3).



Il faut maintenant, pour terminer la moustache, construire le cercle mauve tangent en T à la "verticale" et tangent au cercle de centre W et de rayon WV (fig. 3). C'est l'objet de la procédure décrite dans l'annexe ci-dessous.

Nous sommes alors en mesure de terminer la figure... (voir page suivante).

ANNEXE

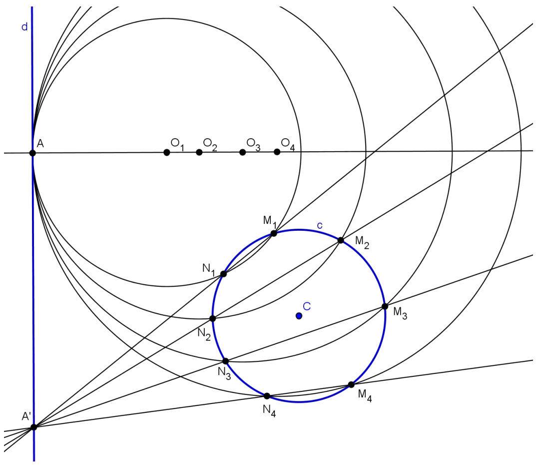
Le problème est le suivant : étant donnés une droite *d*, un point A appartenant à cette droite, et un cercle *c*, déterminer les cercles tangents à la droite *d* en A <u>et</u> au cercle *c*. Sauf cas particuliers, on doit généralement trouver deux cercles solutions.

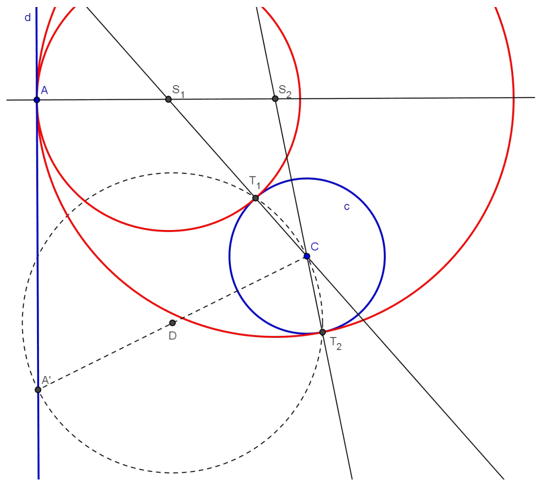
retour au sommaire

Les centres de ces cercles sont nécessairement sur la perpendiculaire en A à d.

Etudions une propriété de cette famille de cercles. Les cordes correspondant aux intersections de ces cercles avec le cercle c se coupent toutes en un même point A’ (sur d). Nous vous laissons le soin de le démontrer. Voir figure de gauche ci-dessous, où nous avons tracé quatre de ces cercles, de centre O_i.

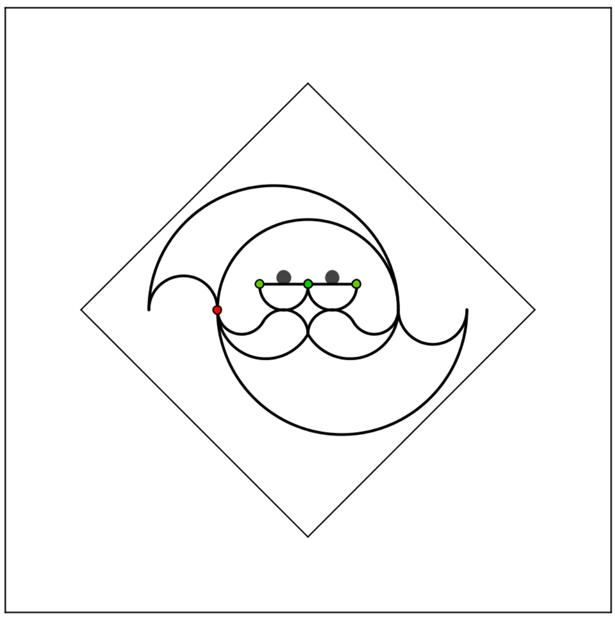
A partir de là, il est facile de déterminer les deux cercles tangents à d et à c : le cercle de centre D (milieu de CA’) donne les points de tangence, d’où les deux cercles tangents... Voir figure de droite ci-dessous.





Bien entendu, nous sommes conscients que cette construction dépasse largement ce qui peut être demandé à un élève de collège, et même de lycée. Nous-mêmes n'avions pas anticipé cette difficulté, et croyions - avant d'avoir essayé - que la tâche demandée était facile. Nostra culpa...

Voici donc la figure finale...



Rappel : les points rouges et verts qui apparaissent sur cette figure permettent de modifier la taille des lunettes, des yeux, des moustaches...

retour au sommaire

DÉFI COLLÈGE n° 121

Il fut un temps où de l'argent était fourni pour un bien qui ne serait disponible que des mois plus tard. Il semble qu'actuellement, la jouissance du bien est plus immédiate.

Nos jeunes lecteurs ignorent sans doute ce qu'est une 4CV. Qu'ils demandent à leurs grands-parents ou consultent http://fr.wikipedia.org/wiki/Renault_4CV .

Le défi : **Comment imaginer un découpage en huit parties de même aire de la silhouette de la 4CV Renault présentée en 1957 dans l'Est Républicain ?** Nous pouvons considérer que les futurs acheteurs étaient attentifs à des mensualisations égales pendant ces huit mois.

En 2015, les utilisateurs de crédit automobile connaissent des situations différentes de ce qui est exposé ici : on leur précise en particulier le taux du crédit accordé.

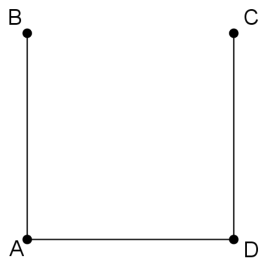
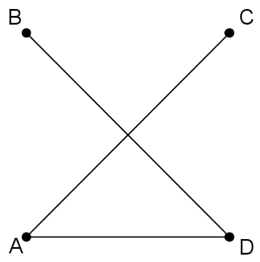
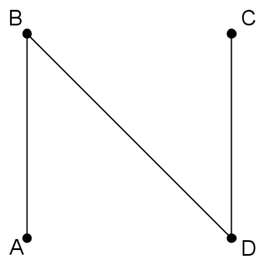
N.B. Un franc de 1957 correspond environ à 0,02 euros actuels. Ce qui met la 4CV à près de 8 000 €.

… Et une photo pour que nos jeunes lecteurs puissent mieux se représenter cette voiture.

retour au sommaire

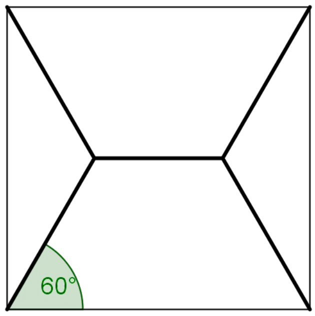
SOLUTION DU DÉFI LYCÉE n°120

Rappel de l'énoncé. Quatre villes (A, B, C et D) sont disposées aux sommets d'un carré.
Pour l'instant, il n'y a aucune route pour les joindre. On voudrait pouvoir visiter successivement ces quatre villes dans un ordre déterminé à l'avance, sans jamais retraverser une ville déjà visitée.
Voici quelques exemples :

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Si l'on veut réaliser le trajet B→A→D→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→D→A→B, mais aucun autre trajet n'est possible).</td>
<td>Si l'on veut réaliser le trajet B→D→A→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→A→D→B, mais aucun autre trajet n'est possible).</td>
<td>Si l'on veut réaliser le trajet A→B→D→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→D→B→A, mais aucun autre trajet n'est possible).</td>
</tr>
</table>

Il s'agit de trouver le tracé qui minimise la longueur totale des trajets.

Voici la solution (la même figure ayant subi une rotation d'un quart de tour est évidemment également solution).



Ce problème avait déjà donné lieu à un article d'Hélène MARX paru dans Le Petit Vert n°104 de décembre 2010 : « *Activité introductive à la notion de fonction en classe de 3ème* ».
Nous vous invitons à vous y reporter .

Vous pouvez également consulter les liens suivants :

http://villemin.gerard.free.fr/LogForm/GrChemin.htm#carre

http://mathenjeans.free.fr/amej/edition/9807chem/98adchem.html

http://xavier.hubaut.info/coursmath/app/minima.htm

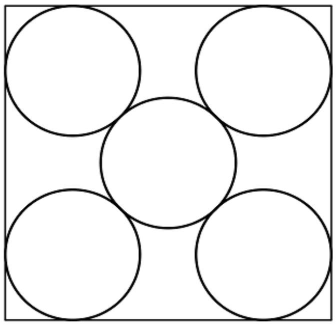
http://images.math.cnrs.fr/Mathematiques-savonneuses.html

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

retour au sommaire

DÉFI LYCÉE n° 121

Dans une caisse carrée de 20 cm de côté, on a disposé cinq bouteilles identiques qui rentrent « juste » dans la caisse, comme le montre la figure ci-contre.



Quel est le diamètre de ces bouteilles ?

Vous pouvez généraliser le problème en prenant un carré de x cm de côté...

Envoyez-nous votre solution rédigée, ainsi que les éventuels fichiers (GeoGebra, etc.) que vous auriez eu besoin d'utiliser.

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

THÉOREME
(découvert le 01/04/2015)

$$\forall n\,,\ n+1=n$$

$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$ d'où, en soustrayant $(2n + 1)$ aux deux membres :

$(n^2 + 1) – (2n + 1) = n^2$.

Soustrayons maintenant $n(2n + 1)$ aux deux membres :

$(n^2 + 1) – (2n + 1) – n(2n + 1) = n^2 - n(2n + 1)$.

Ajoutons $\dfrac{(2n+1)^4}{4}$ aux deux membres :

$$(n^2+1)-(n+1)(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4} = n^2-n(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}$$

Les deux membres sont des carrés parfaits :

$$\left((n+1)-\frac{(2n+1)}{2}\right)^2 = \left(n-\frac{(2n+1)}{2}\right)^2$$

d'où : $(n+1)-\dfrac{(2n+1)}{2} = n-\dfrac{(2n+1)}{2}$,

d'où : $\boldsymbol{n+1=n}$. CQFD.