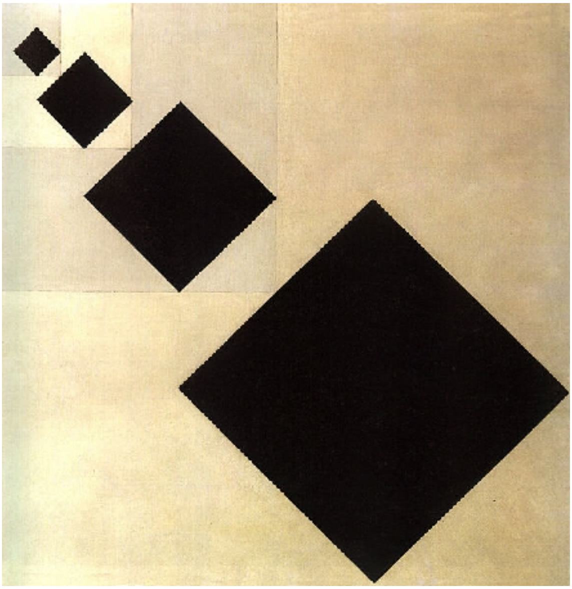
DANS NOS CLASSES

Arithmetic Composition

Par François DROUIN,
I.U.F.M. de Lorraine
francois.drouin2@wanadoo.fr

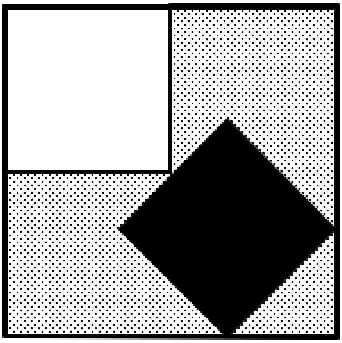
L'APMEP est très preneuse d'activités faisant des liens entre Mathématiques et Arts : une brochure lorraine en contient, un groupe national commence à travailler sur ce thème. Voici une proposition en partie utilisée à l'IUFM lors d'une évaluation et pouvant donner d'autres idées à des enseignants du secondaire.

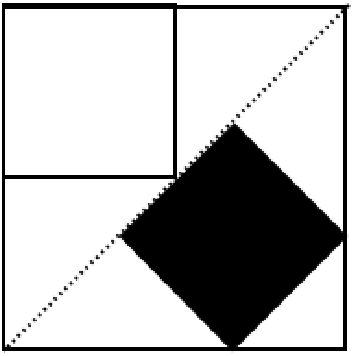
« Arithmetic Composition » est une œuvre créée en 1929-1930 par Theo van Doesburg (1883 – 1931).
Voir : http://fr.wikipedia.org/wiki/Theo_van_Doesburg
La reproduction utilisée de cette œuvre est téléchargeable à l'adresse : http://en.wikipedia.org/wiki/File:Theo_van_Doesburg_Arithmetic_Composition_%281930%29.jpg . Sur ce site, l'œuvre est déclarée relevant du domaine public, son copyright ayant expiré.



retour sommaire

Le regard de l'enseignant de mathématiques est peut-être différent de celui de l'amateur d'art.

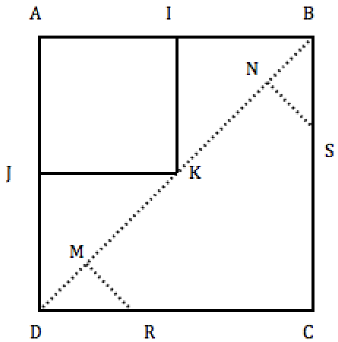




Le côté du carré blanc (en haut à gauche) a pour mesure la moitié du côté du grand carré.
Le carré noir prend appui sur une des diagonales du grand carré. Deux sommets du carré noir sont des points de la diagonale du grand carré et semblent la partager en trois segments de même longueur.

Activité 1

ABCD est un carré. Le point I est le milieu du segment [AB]. AIKJ est un carré. Prouver que les triangles KIB et KJD sont des triangles rectangles isocèles et que le point K est le milieu du segment [BD].



Sur le segment [BD], je place des points M et N tels que DM = BN. La droite perpendiculaire à la droite (BD) passant par le point M coupe la droite (CD) au point R. La droite perpendiculaire à la droite (BD) passant par le point N coupe la droite (BC) au point S.

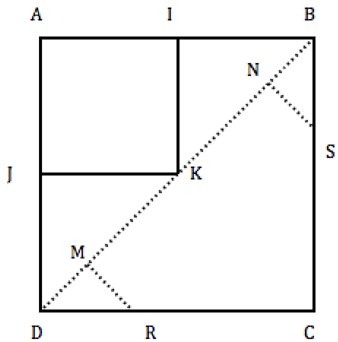
Prouver que le quadrilatère MNSR est un rectangle. Où placer les points M et N pour que le quadrilatère MNSR soit un carré ?

retour sommaire

Quelques éléments de correction

Le contenu de cette activité a été proposé en deuxième session aux étudiants de M1 de l'IUFM de Lorraine, l'énoncé proposé est joint en fin d'article.

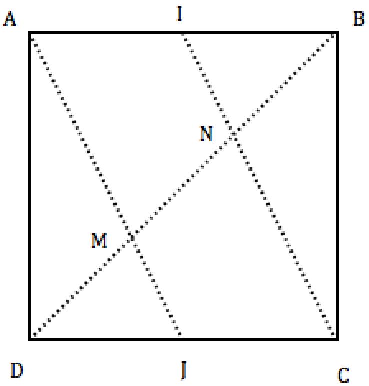
En prouvant que les triangles DJK et BIK sont rectangles isocèles, je pourrai déduire que les points D, K et B sont alignés. Pour prouver que K est le milieu du segment [BD], je pourrai utiliser le fait que les droites (IK) et (AD) sont parallèles et que le point I est le milieu du segment [AB].



Je pourrai prouver que les triangles DMR et BNS sont des triangles rectangles et isocèles, je pourrai prouver que le quadrilatère MNRS est un parallélogramme qui a un angle droit.

Pour que le quadrilatère MNSR soit un carré, il me faudra avoir MR = MN, c'est à dire MD = MN = NB. Pour que le quadrilatère MNRS soit un carré, je place sur le segment [BC] les points M et N tels que DM = MN = NB.

Activité 2



Des tracés pour obtenir les points M et N tels que DM = MN = DB.

ABCD est un carré. I est le milieu du segment [AB], J est le milieu du segment [CD].

Prouver que le quadrilatère AICJ est un parallélogramme.

Prouver MN = NB puis DM = MN.

Quelques éléments de correction

Cette partie n'a pas été proposée aux étudiants. Elle utilise cependant une configuration étudiée en formation.

Je pourrai prouver que le quadrilatère non croisé AICJ a deux côtés opposés parallèles et de même longueur.

En utilisant un théorème des milieux (ou le théorème de Thalès) dans les triangles AMB et NDC, je pourrai prouver MN = NB puis DM = MN.

Activité 3

Reproduire l'œuvre de Theo van Doesbourg dans un carré de 16 cm de côté.

Cette partie n'a pas été proposée aux étudiants. La reproduction de l'œuvre dans un carré de 16 cm pourrait être le thème principal de l'activité. De jeunes élèves pourraient à partir de mesures utiliser la proportionnalité, des élèves plus âgés pourraient être amenés à se poser la question des tracés des carrés formant l'œuvre.

Remarques

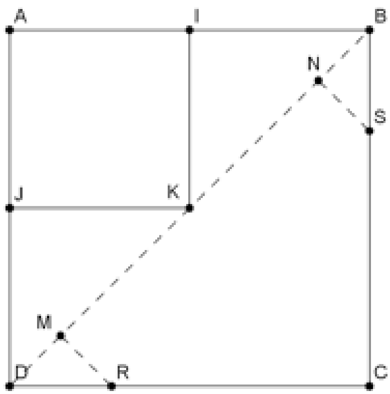
La recherche du positionnement des points M et N peut être menée en utilisant un logiciel de géométrie dynamique. L'énoncé étant été d'abord écrit pour être intégré en partie à un partiel pour des étudiants, cet aspect n'est pas abordé.

La reproduction de l'œuvre pourrait être proposée comme travail à la maison complétant ce qui a été fait précédemment. Le dessin pourrait être réalisé sur papier ou en utilisant un logiciel de géométrie.

Annexe

MASTER MEF-EEE 2011-2012 M1– Semestre 8 CONTROLE DES CONNAISSANCES – 2ème session : EXAMEN TERMINAL ECRIT

Exercice 2



ABCD est un carré ; le point I est le milieu du segment [AB] ; le point J est sur le segment [AD] ; AIKJ est un carré.

retour sommaire

1) a) Prouver que les triangles KIB et KJD sont des triangles rectangles isocèles.
b) Prouver que les points D, K et B sont alignés.
c) Prouver que le point K est le milieu du segment [BD].

2) On place les points M sur le segment [DK], et N sur le segment [BK] tels que DM = BN. La droite perpendiculaire à la droite (BD) passant par le point M coupe la droite (CD) au point R. La droite perpendiculaire à la droite (BD) passant par le point N coupe la droite (BC) au point S.

a) Déterminer les angles des triangles DMR et BNS. Comparer MR et NS. En déduire que le quadrilatère MNSR est un rectangle.
b) Où placer les points M et N pour que le quadrilatère MNSR soit un carré ? Justifier.

Quelques remarques issues de l'échantillon restreint de copies d'étudiants (peu d'entre eux ont composé en mathématiques lors de la deuxième session)

Auriez-vous accepté pour la question 1 b) la mise en avant d'une propriété que je vais résumer en « dans un carré, les médiatrices des côtés et les diagonales se coupent en un même point » ? L'étudiant voit une propriété sur la figure et l'utilise. Il se trouve que la propriété est vraie… L'utilisation de ce qui est vu est également présent lors de l'utilisation d'éléments de symétrie d'une figure : « De plus les angles $\widehat{NBS}$ et $\widehat{BSN}$ grâce à la symétrie axiale (par la droite (AC)) sont donc de même valeur que les angles $\widehat{MDR}$ et $\widehat{MRD}$ ».

Les étudiants ont beaucoup de mal à quitter la géométrie perceptive et entrer dans la géométrie déductive : « Les points D, K et B sont alignés car ils sont tous sur la diagonale du carré ABCD à savoir (BD) », « B et D sont des points du carré ABCD. Ils forment une diagonale du carré. De plus cette droite passe par le point K. Les points D, K et B sont donc alignés ». Remarquons qu'ils n'utilisent pas la géométrie instrumentée : pas de réponse comme « J'ai mesuré et je peux dire que les longueurs sont égales »…

retour sommaire