

LE PETIT VERT



ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 110

JUIN 2012

L'Arsenal de Metz, dont voici un détail, vous accueillera le 27 octobre pour les Journées nationales de l'APMEP.



<http://apmeplorraine.free.fr>

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Françoise JEAN, Jacques VERDIER et Gilles WAHREN.

La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe Walentin.

Préparation des Journées nationales de Metz :
séminaire de rentrée de la régionale de l'APMEP,
samedi 1^{er} septembre, IUT Ile du Saulcy, Metz (9 h – 17 h)

Comme vous le savez sûrement, la régionale Lorraine organise les Journées nationales du 27 au 30 octobre 2012. C'est pourquoi le séminaire de rentrée est cette année complètement consacré à la préparation de cet événement.

L'équipe d'organisation, bien que dynamique, ne pourra pas réussir sans votre aide : si vous avez un peu de temps à nous consacrer (accueillir les congressistes, préparer les malettes, etc.) vous serez les bienvenus au séminaire de rentrée, au cours duquel nous aurons l'occasion de planifier et de coordonner l'ensemble des tâches.

Merci de votre aide et, en attendant, n'oubliez pas d'ores et déjà de vous inscrire à ces Journées nationales 2012 (www.jnmetz2012.fr) : nous serons heureux de partager les mathématiques avec vous !

À bientôt.

N.B. 1. Pour l'organisation du repas de midi, merci d'écrire à l'avance à daniel.vagost@gmail.com si vous comptez être présent.

N.B. 2. Si vous ne pouvez pas être des nôtres ce 1^{er} septembre, mais voulez cependant proposer votre aide, contactez également [Daniel](#).

SOMMAIRE

EDITORIAL

4

VIE DE L'ASSOCIATION

Séminaire de rentrée 1 septembre 2012	2
Comité 2012	5
Bilan d'activités 2011	6
Bilan financier 2011	8
Journée Régionale du 14 mars 2012	9
C'était il y a 25 ans	13
Puzzle arithmétique et croix de Lorraine	26
Compte-rendu Rallye 2012	33

DANS NOS CLASSES

Problème de l'élastique (<i>Denis Scheune</i>)	15
Sudomaths (<i>François Drouin</i>)	24

MATH ET MEDIA

21

Ah! Ces journalistes !	21
Langues : le niveau baisse en collège	21
Payer au fisc 75%...	22
Ouvrez l'oeil et le bon !	23

VU SUR LA TOILE

27

RUBRIQUE PROBLEMES

Sudoku (p.31 du n°109)	14
Solution du problème 109	28
Problème 110	29
Solution Défi-Collège 109	29
Solution Défi-Lycée 109	30
Défi-Collège 110	31
Défi-Lycée 110	32

édito (uchronie)

C'est pas passé loin...

Longtemps je me suis levé de bonne heure... et depuis c'est pire ! Ce matin, je commence par deux heures au lycée Total de Nancy, où j'ai réussi à obtenir l'une des très convoitées terminales 2P (Produits Pétroliers, on dit « 2P » parce que « PP » c'est mauvais pour l'image). Ensuite j'embraye direct sur une réunion avec le CPS (Comité Pédagogique Suprême) pour présenter mon bilan mensuel. J'ai passé une bonne partie de mon week-end à soigner ma présentation (Microsoft PowerPoint, what else ?), il faudra convaincre ! La dernière fois, le comité m'a reproché des notes légèrement en-dessous de la moyenne des autres sections... J'aurais pu invoquer une variation statistique standard (pour ne pas dire normale), voire la relative faiblesse de mes élèves (on m'a confié la section des triplants) ou encore leur effectif (47 par classe, ce n'est pas toujours facile) mais je sais qu'il ne faut pas discuter si je veux prolonger mon contrat. J'ai donc logiquement remonté ma moyenne de 17 à 18,3 – je suis assez content de l'esthétique de ce nombre. De toute façon je n'avais pas eu le temps de les évaluer (il sont partis trois semaines à Dubaï), alors cette moyenne ou une autre... Et puis les moyennes n'auront bientôt plus d'importance, notre président Nicolas S. ayant déclaré récemment que pour aider les familles en difficulté, on pourrait bientôt acheter son bac (10 000 euros, déductibles des impôts). Il est vrai que la plupart des lycées sont maintenant hors de prix... Reste le vidéo-apprentissage (les élèves appellent ça « le bal des cons », quelle insolence) ou les quelques lycées publics restants, mais là il vaut mieux être champion d'art martiaux, chef de gang ou dealer.

Une fois la réunion passée, je fonce faire deux heures au lycée Dassault (section balistique) puis un sandwich et j'enchaîne sur un cours de chimie (normal, je suis prof de « sciences techniques et expérimentales ») au collège L'Oréal. Puis traversée de la ville et 3 heures pour Acadomia... Il y a peu, je donnais encore quelques cours dans le public, mais on m'a fait comprendre que c'était mauvais pour mon image et j'ai dû y renoncer.

Enfin, dîner intime avec la proviseur-gestionnaire du lycée Total pour ce qu'elle appelle un « home debriefing »... Il faut savoir payer de sa personne, comme dit ma femme lorsqu'elle voit l'inspecteur de chez Bouyges.

Au fait, il paraît que François H. a ses chances aux prochaines élections... Vous y croyez, vous ?

Loïc Terrier

Les 25 membres du Comité (2012/2013) :

Odile **BACKSCHEIDER**, retraitée, j-m-backscheider@wanadoo.fr
 Marie-José **BALIVIERA**, retraitée, baliviera.mj@isys.fr
 Jean-Michel **BERTOLASO**, L.P. du Bâtiment, Montigny, jm.bertolaso@laposte.net
 Geneviève **BOUVART**, lycée Ernest Bichat, Lunéville, gbouvart@wanadoo.fr
 Ghislaine **BURKI**, collègue Alfred Mézières, Jarny, burkighis@aliceadsl.fr
 Céline **COURSIMAUULT**, lycée Vauban, Luxembourg (G.D.), jbcc@pt.lu
 Sébastien **DANIEL**, collègue Louis Armand, Petite-Rosselle, sebtaz57@wanadoo.fr
 Martine **DECHOUX**, retraitée, Martine.dechoux@wanadoo.fr
 Fathi **DRISSI**, lycée Vauban, Luxembourg (G.D.), fathi.drissi@free.fr
 François **DROUIN**, IUFM de Lorraine, site Metz, francois.drouin2@wanadoo.fr
 Isabelle **DUBOIS**, IUFM de Lorraine, site Montigny, dubois@math.univ-metz.fr
 Rachel **FRANÇOIS**, école primaire de Moyen, rachel.francois@free.fr
 Clémentine **GASS**, collègue des Hauts de Blémont, Metz, clementine.gass@yahoo.fr
 Françoise **JEAN**, retraitée, francoise.jean@lorraine.iufm.fr
 Laurent **MARX**, col. Les Gaudinettes, Marange-Silvange, laurent.marx@ac-nancy-metz.fr
 Pierre-Alain **MULLER**, lycée Nominé, Sarreguemines, Pierre-alain.muller@wanadoo.fr
 Walter **NURDIN**, IUFM de Lorraine, site Nancy, walter.nurdin@iufm.uhp-nancy.fr
 Valérie **PALLEZ**, collègue Jean-Mermoz, Marly, valerie.pallez@ac-nancy-metz.fr
 Michel **RUIBA**, collègue des Hauts de Blémont, Metz, Michel.ruiba@ecopains.net
 André **STEF**, I.E.C.N., Univ. Lorraine, Vandœuvre, Andre.stef@iecn.u-nancy.fr
 Loïc **TERRIER**, lycée Henri Loritz, Nancy, Loic.terrier@free.fr
 Daniel **VAGOST**, retraité, daniel.vagost@gmail.com
 Jacques **VERDIER**, retraité, jacverdier@orange.fr
 Gilles **WAEHREN**, lycée Charles Mangin, Sarrebourg, Gilles.waehren@wanadoo.fr
 Christophe **WALENTIN**, coll. P. Langevin, Hagondange, Christophe.walentin@wanadoo.fr

Les responsabilités dans le Comité :

Présidente	Céline COURSIMAUULT
Vice-président	Loïc TERRIER
Président d'honneur	Jacques VERDIER
Trésorière	Ghislaine BURKI
Trésorier adjoint	Daniel VAGOST
Secrétaire	Gilles WAEHREN
Secrétaire adjointe	Martine DECHOUX
Responsable P.A.O. Petit Vert	Christophe WALENTIN
Responsable Site Internet	Fathi DRISSI
Responsable Commission Collèges	Michel RUIBA
Responsable Commission Lycées	Geneviève BOUVART
Responsable Comm. Lycées Professionnels	Jean-Michel BERTOLASO
Responsable Enseignement Supérieur	André STEF
Responsable Formation de maîtres	François DROUIN
Responsable Groupe Histoire	Gilles WAEHREN
Responsable Groupe Jeux	François DROUIN
Responsable Rallye	Pierre-Alain MULLER
Responsable Brochures	André STEF
Directeur publication Petit Vert	Jacques VERDIER
Chargé de mission Bibliothèque	François DROUIN
Chargé de mission Site des JN Metz 2012	Dominique GÉGOUT
Chargé de mission Trésorerie JN Metz 2012	Marie-Claire KONTZLER

Bilan d'activités 2011 de la Régionale A.P.M.E.P. Lorraine

Bilan adopté à l'unanimité lors de l'Assemblée générale du 14 mars 2012

La Régionale compte 248 adhérents au 31/12/2011 (20 de plus qu'en 2010).

Comité de la Régionale

Le comité de la Régionale compte 15 membres élus + 6 membres de droit (les élus lorrains au Comité national). Il y a eu 8 réunions du Comité en 2011.

Journée Régionale

Elle a eu lieu le 30 mars 2011, le matin à l'INRIA (Villers-lès-Nancy) et l'après-midi au Lycée Callot (Vandœuvre-lès-Nancy) et a réuni environ 230 participants dont plus de 60% de non adhérents. Inscrite au P.A.F., tous les professeurs de l'académie y sont conviés. Parmi les participants, environ 35 % enseignent en collège public, 30 % enseignent en lycée/LP public et 15 % en collège-lycée privés, et 10 % en primaire.

Conférence de Nazim FATÈS, de l'INRIA. 19 ateliers ; parmi les "animateurs" des ateliers et groupes, 18 sont de l'académie (dont 9 du comité de la régionale) et 8 "étrangers" (6 belges et 2 alsaciens).

L'assemblée générale a eu lieu au cours de cette journée régionale.

Goûters

Trois « goûters » : le 18 mai sur le thème de l'algorithmique à Longwy ; le 15 juin à Nancy sur l'utilisation du langage PHP ; le 25 juin à Metz sur l'utilisation de LaTeX.

Commissions

La commission lycée a recensé les avis sur le programme de seconde et les demandes relatives à la réforme du lycée, pour les faire remonter au niveau national.

La commission Collège a réalisé une enquête sur le maintien de la DNB et la mise en place du Socle commun.

La commission Histoire et épistémologie a travaillé sur les logarithmes, ce qui s'est traduit par un article dans les PV n° 107 et 108 et un atelier à la journée régionale.

Le groupe Jeux a déposé des propositions sur le site dans l'espace d'échange Ecole Élémentaire.

Exposition

L'exposition " Objets mathématiques " a poursuivi sa circulation dans les établissements scolaires des quatre départements de notre région.

Rallye

Il s'est déroulé le 15 avril 2011 et a rassemblé 120 classes (64 classes de troisième et 56 classes de seconde). Six classes ont été primées (3 troisièmes et 3 secondes).

Journées nationales de Metz 2012

Un concours a été organisé dans tous les établissements de l'académie pour concevoir l'affiche des Journées. Plus de vingt affiches ont été présentées, et c'est celle du Lycée Margueritte de Verdun qui a été retenue.

Un séminaire de préparation de ces Journées s'est déroulé les 30 et 31 août à Luvigny. Il a réuni une trentaine de personnes qui ont travaillé sur l'organisation des Journées Nationales 2012. Il a permis entre autre de prendre des contacts avec les conférenciers, la mise en place d'un conseil scientifique pour le choix des ateliers, l'exploitation du puzzle de l'affiche, de réfléchir aux différentes sorties dans la région pouvant être organisées pour les congressistes et les accompagnants et de mettre en place des groupes de travail pour le secrétariat, l'accueil, l'organisation, etc.

Adhésions nouvelles

Une campagne d'adhésion ciblant les participants à la Journée régionale : une vingtaine de nouvelles adhésions. Une autre organisée à la rentrée auprès des professeurs stagiaires et des étudiants en Master Maths ayant choisi un parcours enseignement.

Le Petit Vert

4 numéros du bulletin régional dans l'année. Envoyé gratuitement à tous les adhérents lorrains ainsi qu'aux présidents de Régionale et aux responsables nationaux. Il est envoyé par mail aux adhérents qui l'ont choisi et toujours par la poste au tarif économique pour les autres. L'envoi du Petit Vert dans sa version électronique au format PDF est en augmentation et a permis de réaliser des économies.

Un « Comité de rédaction » de 5 membres a été mis en place fin décembre 2010.

Site internet

Le site est accessible à l'adresse <http://apmeploorraine.free.fr> . Il est mis en page et actualisé par Fathi Drissi ainsi que par quelques membres du comité.

Brochures régionales

Retirages de « Maths & arts » et « Troisième degré et imaginaires » (50 de chaque).

Représentation de la Régionale

La Régionale est représentée au Comité National de l'APMEP par 6 adhérents.

Une version plus complète de ce bilan est disponible sur le site.

Bilan financier 2011*(Approuvé lors de l'AG du 14/03/2012)*

	Recettes	Dépenses	
<i>Solde fin 2010</i>			<i>11 646,99</i>
Intérêts Livret A	216,84		+ 216,84
Ristourne nationale	221,20		+ 221,95
Assurance MAIF		100,95	- 100,95
Journée régionale mars		433,86	- 433,86
Achat de brochures nationales		107,25	
Impression brochures lorraines		372,14	+ 818,21
Frais de port de brochures		33,35	
Vente brochures	1 330,95		
Exposition itinérante	50,95	73,94	- 22,99
Petit Vert : impression		165,24	-306,54
Petit Vert : frais d'envoi		141,30	
Déplacements Comité		810,00	- 810,00
Rallye		130,00	- 130,00
Goûters		17,96	- 17,96
Divers		219,20	- 219,2
TOTAL	1 819,94	2 605,19	- 785,25
<i>Solde fin 2011</i>			<i>10 861,74</i>



Les gens n'aiment pas penser; c'est qu'ils ont peur de se tromper. Penser, c'est aller d'erreur en erreur. Rien n'est tout à fait vrai. De même aucun chant n'est tout à fait juste.

Ce qui fait que la mathématique est une épreuve redoutable, c'est qu'elle ne console point de l'erreur. Thalès, Pythagore, Archimède ne nous ont point conté leurs erreurs; nous n'avons pas connu leurs faux raisonnements; et c'est bien dommage.

ALAIN

14/03/2012

Journée régionale des mathématiques

Le 14 mars dernier a eu lieu la 19^e Journée organisée par la Régionale. Comme à l'habitude, le beau temps était de la partie...

Environ 225 enseignants de tous niveaux y ont participé (dont une bonne douzaine de professeurs des écoles et une vingtaine d'étudiants en Master se destinant à l'enseignement). Quant aux autres participants, la majorité enseignait en collège ou en lycée. Auxquels on ajoutera les professeurs de l'enseignement agricole (qui ne dépendent pas de l'Education nationale), ceux du supérieur et quelques retraités... Parmi ces 225 inscrits, 103 étaient déjà adhérents à l'APMEP ; quelques « nouveaux » ont adhéré ce jour là : nous les accueillons bien chaleureusement parmi nous.

La conférence du matin avait lieu à l'INRIA, donnée par Philippe Nabonnand : « Henri Poincaré comme objet d'histoire des mathématiques ».

Après une pause-café-viennoiseries - offerte par l'INRIA - où nous avons pu consulter (et acheter) les brochures de l'APMEP (en particulier celles éditées par la Régionale) et de l'IREM, et après une brève présentation des activités de la régionale Lorraine, nous avons débattu des positions et revendications de l'APMEP, en particulier sur l'évolution de la formation des enseignants.

Un repas fort convivial réunissait ensuite 90 des participants au lycée Callot, où avaient lieu également les vingt-et-un ateliers de l'après-midi, répartis sur deux plages.

Bref, une excellente Journée, où nous avons pu retrouver amis et connaissances venus de toute la région, en attendant de les revoir fin octobre à Metz pour les Journées nationales.



Notre photo : un des ateliers de l'après-midi

Quelques impressions des participants (envoyées par courriel peu de temps après la journée) :

Comme l'année précédente ce fut un moment de partage très convivial. Les intervenants sont de qualité et transmettent leur "savoir" dans la joie et la bonne humeur.

Etant vosgienne je trouverais sympathique que nos IEN soient informés de ce type de journée afin qu'un maximum de collègues puissent participer.

Christa (école maternelle)

C'était ma première journée de l'APMEP et j'ai trouvé ça très intéressant.

J'ai préféré les ateliers à la conférence bien qu'il soit toujours intéressant de se plonger dans l'histoire des mathématiques pour connaître les liens qui existaient entre les mathématiciens de l'époque ou les origines de certaines notions.

Pour moi, qui débute, l'échange de pratiques entre collègues est important et nous permet de faire vivre notre matière sous plusieurs facettes et de mieux nous adapter à nos classes.

Claire (professeur stagiaire en collège, première participation à une J.R.)

J'ai passé une excellente journée, très conviviale et vraiment riche en apprentissages. Les ateliers sont très intéressants et ludiques, plein d'idées me sont venues grâce à eux. Je remercie toute l'organisation ainsi que tous les intervenants pour cette journée.

Séverine (étudiante en Master 2, Metz)

En ce qui me concerne, la journée s'est très bien déroulée. J'ai passé un bon moment et y ai glané des pistes de travail intéressantes.

Je suis encore parvenue à renouveler les thèmes de mes ateliers de l'après midi et c'était à la hauteur de mes attentes. J'imagine que c'est difficile de trouver chaque année des volontaires qui apportent de nouvelles choses.

Petit plus pour moi cette année, j'ai renouvelé ma cotisation à l'association (je vous avais abandonné 5 ou 6 ans après mon CAPES). Cela faisait quelques années que je voulais revenir, et bien c'est fait!

Christelle (collège, Villers-les-Nancy)

Vous trouverez à la page suivante le compte rendu de cette Journée paru dans l'Est Républicain.

**La prochaine Journée Régionale aura lieu
le mercredi 20 mars 2013**

Journée régionale APMEP, 20/03/2013

Autorisation d'absence pour les personnels en exercice dans l'enseignement secondaire

Contrairement aux années précédentes, la DIFOR ne prévoit pas une « fenêtre d'inscription » pour cette journée en janvier. Il est donc nécessaire que vous vous inscriviez individuellement par Internet en septembre si vous voulez bénéficier d'une autorisation d'absence. Les codes PAF de « La journée régionale de l'APMEP » sont : dispositif 12A0120434, module 27836.

Par ailleurs, les « Journées nationales de l'APMEP » (Metz, du 27 au 30 octobre 2012) figurent également au PAF, dispositif 12A0120434, module 27837. Ces journées ayant lieu pendant les vacances, vous n'avez pas besoin d'autorisation d'absence, mais l'inscription au PAF vous couvrirait en cas d'accident pendant ces Journées (ce serait considéré comme accident de travail).

Notre Journée régionale dans l'Est Républicain du 25/03/12***Echanges autour des maths***

La régionale lorraine de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP) a tenu son séminaire annuel sur le campus de Vandœuvre.

Le matin à l'Institut national de recherche en informatique et automatique (INRIA), l'après-midi au lycée Jacques Callot, plus

de 200 enseignants ou étudiants se destinant à l'enseignement ont échangé sur les mathématiques et leur enseignement, dans les classes du primaire, du collège et du lycée. Cette manifestation s'inscrivait dans la semaine des mathématiques, mais aussi dans l'année du centenaire de la mort d'Henri Poincaré, illustre mathématicien né à Nancy. Un hommage particulier lui a été rendu lors d'une conférence tenue par Philippe Nabonnand, membre des Archives Henri Poincaré de Nancy. Des extraits de correspondances entre Poincaré et d'autres mathématiciens ont permis d'éclairer certains de ses travaux au regard du contexte scientifique de l'époque mais aussi de paramètres personnels.

Les professeurs ont pu échanger et pratiquer les mathématiques dans des ateliers, sur des thèmes très variés (nouveautés des programmes, évaluation en Lycée Professionnel, aide personnalisée, activités d'ouverture...) via des démarches actives (utilisation d'ordinateurs, pliages, puzzles, construction de solides...).

Cette journée riche et dynamique fut l'occasion de présenter la grande manifestation qu'organiserà la régionale lorraine de l'APMEP, du 27 au 30 octobre 2012, à l'occasion du congrès annuel de l'association. Il s'agira alors d'accueillir 700 à 800 professeurs venus de la France entière pour échanger et enrichir leur enseignement.

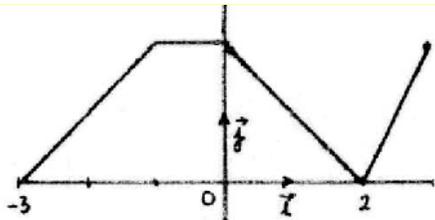
VIE DE L'ASSOCIATION

C'ETAIT IL Y A 25 ANS...

Le Petit Vert n° 10 de juin 1987 était un numéro « spécial » de 66 pages en format A4, coproduit avec l'IREM, entièrement dédié au programme de la classe de seconde. Dans le chapitre « fonctions », nous vous avons sélectionné quatre exercices.

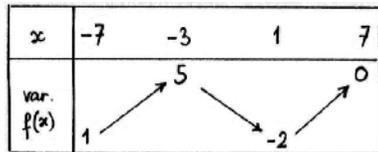
Les deux premiers correspondent à ce qui se fait encore actuellement dans cette classe :

1. La représentation graphique d'une application f est donnée ci-contre, relativement à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . Indiquer les variations de la fonction f à l'aide de phrases.



2. Voici le tableau de variation d'une application de $[-7 ; 7]$ dans \mathbf{R} . Cocher les réponses dans le tableau suivant :

	VRAI	FAUX	On ne peut pas savoir
$f(5) = -3$			
$f(-4) < 5$			
$-2 < f(0) < 5$			
$f(6) = 2$			
$f(3) = -1$			
f s'annule trois fois sur $[-7 ; 7]$			



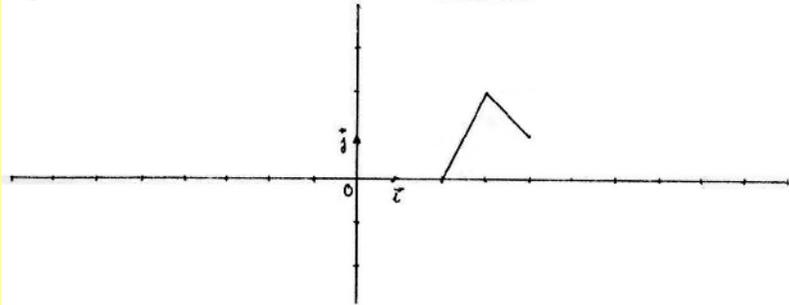
L'exercice suivant, par contre, ne correspond plus du tout aux exigences actuelles de cette classe :

3. Compléter les tableaux ci-dessous, en indiquant la variation de la fonction considérée.

<table border="1"> <tr><td>x</td><td>4</td><td>100</td></tr> <tr><td>var.</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$x \mapsto \sqrt{x}$</td><td></td><td></td></tr> </table>	x	4	100	var.			$x \mapsto \sqrt{x}$			<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-10</td><td>1</td></tr> <tr><td>var.</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$x \mapsto 2x^3$</td><td></td><td></td></tr> </table>	x	-10	1	var.			$x \mapsto 2x^3$		
x	4	100																	
var.																			
$x \mapsto \sqrt{x}$																			
x	-10	1																	
var.																			
$x \mapsto 2x^3$																			
<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-100</td><td>0</td></tr> <tr><td>var.</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$x \mapsto x$</td><td></td><td></td></tr> </table>	x	-100	0	var.			$x \mapsto x $			<table border="1"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>var.</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$x \mapsto \frac{1}{x}$</td><td></td><td></td></tr> </table>	x	1	5	var.			$x \mapsto \frac{1}{x}$		
x	-100	0																	
var.																			
$x \mapsto x $																			
x	1	5																	
var.																			
$x \mapsto \frac{1}{x}$																			

Quant à ce quatrième exemple, si on le proposait actuellement, on demanderait plutôt aux élèves de produire le graphique demandé avec des « outils 2012 » (informatique, algorithmique...) :

4. Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction périodique, de période 2. Compléter la représentation graphique de cette fonction sur l'intervalle $[-8 ; 10]$.



Nous vous invitons à feuilleter ce Petit Vert spécial n°10 qui fourmille d'idées (y compris pour les enseignants de collège ou de première). Il est téléchargeable sur notre site, à la rubrique « Les archives du Petit Vert » :

http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=petitvert&page=archive_pv

Sudokus, suite (et fin ?)

Dans le dernier Petit Vert, nous avons livré à votre sagacité le sudoku ci-dessous, où seulement 17 cases sont données. Au cas où vous n'auriez pas trouvé la solution, la voici (les 17 données sont en gras) :

3	6	7	4	8	5	9	1	2
4	2	5	3	9	1	8	6	7
1	8	9	7	2	6	3	5	4
8	7	3	2	5	4	1	9	6
6	5	1	9	7	3	4	2	8
2	9	4	1	6	8	5	7	3
7	1	8	6	4	9	2	3	5
9	4	6	5	3	2	7	8	1
5	3	2	8	1	7	6	4	9

DANS NOS CLASSES

Le problème de l'élastique

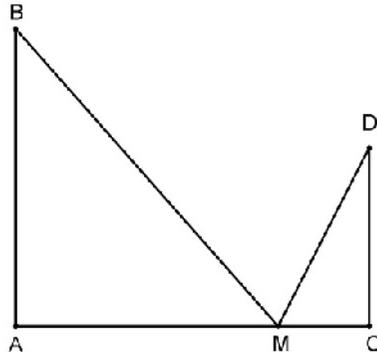
Une activité sur les variations de fonctions en seconde

par Denis Scheune

Lycée Varoquaux, Tomblaine

On considère la figure ci-contre.
 $AB = 5$ cm, $AC = 6$ cm, $CD = 3$ cm.
Les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires tout comme les droites (AC) et (CD) .

On considère un anneau très fin, représenté par le point M et pouvant coulisser sur le segment $[AC]$.
Un élastique est fixé aux extrémités B et D et passe par l'anneau.



Comment évolue la longueur de l'élastique en fonction de la position du point M sur $[AC]$?

Éléments de contexte

La plupart des élèves que j'ai en classe de seconde souhaite s'orienter vers la filière St2S ; ils sont plutôt en difficulté face aux mathématiques.
J'utilise cette activité pour débiter un chapitre sur les variations de fonctions. Mon intention est de mettre en évidence la notion de croissance et de décroissance d'une fonction. Les élèves devront décrire, de façon précise, les variations de la fonction en jeu dans la situation étudiée. Une seconde activité permettra d'écrire une formulation algébrique générale des variations d'une fonction.

Dans la progression, c'est le deuxième chapitre sur les fonctions. Un premier, « Généralités sur les fonctions », a déjà été traité et, à cette occasion, une activité de recherche d'aire minimale a été donnée (activité adaptée de celle proposée dans le document d'accompagnement).

Les élèves ont déjà utilisé leur calculatrice graphique pour éditer des tableaux de valeurs de fonctions et des courbes de fonctions. Ils ont donc déjà utilisé les outils utiles et déjà mis en œuvre la procédure nécessaire pour résoudre un tel problème. Cette activité est donc également un « test » sur la capacité des élèves à mobiliser ou non l'algébrisation et l'outil fonction.

Concernant l'énoncé

La particularité de l'énoncé tient dans sa brièveté, ce qui donne une activité ouverte. Aucune variable « x » n'apparaît dans l'énoncé (sinon, ce ne serait plus un « test »).

C'est une situation classique, que l'on peut utiliser en classe de sixième pour déterminer la position de M sur [AC] pour avoir le plus court chemin entre B, M et D. On utilise alors les propriétés de la symétrie axiale et il s'agit d'un problème de construction.

Dans le cas présent, le théorème de Pythagore permet d'effectuer les calculs de longueurs. Généralement, les élèves sont à l'aise avec ce théorème et les calculs ne posent pas de problème. En fait, l'obstacle est bien d'utiliser ce théorème dans le cas général (avec une variable) et pas uniquement sur des exemples numériques.

La démonstration la plus rapide et la plus élégante pour déterminer le minimum (et la seule possible en classe de seconde) utilise le théorème de Thalès et non l'outil algébrique. Je n'attends pas que les élèves explorent cette piste : la transformation de la figure en utilisant une symétrie axiale est déjà compliquée et la démarche même de l'activité rend très difficile d'avoir l'intuition de revenir à des théorèmes de géométrie plane.

Dans l'énoncé proposé, le minimum est atteint pour $AM = 3,75$. On peut obtenir une valeur non décimale par exemple pour $CD = 4$ cm. Ici ce n'est pas très important en fin de compte : ce n'est pas tant le minimum que les variations qui sont importantes.

Mise en œuvre

Cette année, j'ai traité cette activité sur trois séances : j'y consacre une grosse demi-heure lors de la première, la deuxième dans son intégralité et le début de la dernière.

SÉANCE 1

Mise en route

Lorsque je distribue l'énoncé, mon attention est de limiter au maximum le temps de cette phase de lancement. Je m'assure que les élèves ont compris la situation : M est un mobile sur le segment [AC]. Je précise que l'élastique est toujours tendu. Ensuite, je recense les premières idées : sans surprise, une partie des élèves considère que la longueur sera constante, avec l'idée de compensation parfaite entre l'évolution de longueur des deux morceaux de l'élastique. D'autres, au contraire, estiment que la longueur varie, sans en dire plus (difficile d'en demander plus à ce stade de l'activité). Les élèves n'ont fait aucune référence à la « première activité » lors de cette phase.

Phase de recherche 1 (15-20 minutes)

Je lance ensuite une phase de recherche en demandant aux élèves de prouver leurs premières idées. Je circule dans les rangs, je m'assure « juste » que tous les élèves ont compris la situation. A ceux qui ne démarrent pas, je demande de me dire comment ils pourraient calculer la longueur de l'élastique. La « rumeur » concernant l'utilité du théorème de Pythagore se propage souvent très vite.

Cette année, j'ai eu trois stratégies différentes.

Un élève a essayé de trouver un raisonnement sans calcul pour montrer que la longueur était constante. Sans le décourager, je ne l'ai pas non plus trop encouragé et il a « rapidement » (au bout de 10 minutes) pris à son compte la stratégie dominante : « on prend des valeurs pour AM et on calcule ».

Enfin, 6 élèves (sur 28) considèrent une variable x pour AM (pour 4 d'entre eux) ou pour CM.

Plusieurs remarques :

- Il n'y a pas eu de phénomène de porosité entre ces deux dernières stratégies : les élèves qui utilisent une stratégie n'en changent pas.
- Quand je demande aux 6 élèves ce qu'ils feront de la formule, je n'obtiens aucune réponse et toujours pas de lien, ni avec la « première activité », ni avec l'utilisation de la calculatrice graphique.
- Deux élèves voisins font preuve d'astuce : souhaitant montrer que la longueur varie, ils utilisent les deux positions M sur A et M sur C pour limiter les calculs.
- Les élèves qui veulent infirmer que la longueur est constante « s'arrêtent » à deux valeurs de AM. Chaque fois, je leur demande d'être plus précis dans la description de l'évolution de la longueur. Systématiquement, les élèves ont réagi en prenant une autre (ou plusieurs) valeur pour AM.

Je commence la mise en commun quand chaque élève a calculé la longueur pour deux valeurs différentes (ils peuvent échanger leur résultats à deux) et que ceux qui ont choisi une variable x ont obtenu une expression algébrique.

Parfois, je regroupe dans un deuxième temps les élèves par méthode ; cette année je voulais aller plus vite, j'ai donc enchaîné sur une phase collective.

Première mise en commun

Je donne tout d'abord la parole à l'élève qui cherchait une méthode sans calcul pour qu'il précise que cette piste n'a rien donné.

J'envoie ensuite deux élèves noter leurs calculs de longueurs sur des exemples numériques. Au vu du théorème utilisé, les autres élèves contrôlent directement que les calculs proposés au tableau sont justes. J'en profite tout de même pour demander si la comparaison de valeurs approchées est suffisante pour en déduire que les longueurs sont différentes (pour $AM = 1$, on trouve comme longueur $\sqrt{26} + \sqrt{34}$ et pour $AM = 2$, on trouve $\sqrt{26} + 5$).

Il y a rapidement consensus sur deux points : la longueur de l'élastique varie et les calculs notés au tableau ne permettent pas d'être plus précis sur la description des variations de la longueur.

J'envoie alors deux des 6 élèves (un ayant posé $AM = x$ et un autre $CM = x$) pour donner leurs expressions : j'ai demandé aux élèves de ne noter que l'expression de la longueur d'un morceau, avec l'idée de faire calculer la longueur du second morceau à tous les élèves pour la séance suivante. Je précise moi-même que cette piste pourrait nous être utile.

Il m'est déjà arrivé de gérer cette mise en commun en étant encore plus neutre. Par exemple, en faisant noter simultanément les différents types de calculs et en demandant aux élèves d'explicitier leurs démarches.

Globalement, ces derniers calculs n'ont pas posé de souci aux élèves. Je demande à nouveau l'intérêt d'avoir l'expression algébrique de la longueur. A ce moment, une élève fait enfin référence à la première activité, à l'édition de tableau de valeurs ou de courbe. A nouveau, je suis sorti de ma neutralité pour appuyer ce que venait de dire l'élève et pour remettre « une couche », en précisant que lors de la séance suivante, nous allons effectivement utiliser des tableaux, des courbes pour répondre à la question posée. Si les autres élèves mesurent la puissance de l'outil algébrique, force est de constater qu'ils le montrent assez peu !!!

Je leur donne à déterminer l'expression complète pour la séance suivante : à partir de cet instant, x représente AM .

SÉANCE 2

La phase de correction de l'expression est assez rapide. Dans la grande majorité, les élèves ont trouvé l'expression du second morceau. Peu d'élèves ont fait l'erreur de tout noter sous un seul radical. Nous sommes alors tous d'accord sur la formule qui donne la longueur L de l'élastique :

$$L(x) = \sqrt{16 + x^2} + \sqrt{(6-x)^2 + 9}$$

Ou $L(x) = \sqrt{16 + x^2} + \sqrt{x^2 - 12x + 45}$. Je précise que pour la suite, les élèves peuvent utiliser l'une ou l'autre de ces formules.

La phase de correction se termine par le rappel de l'utilisation possible de l'expression comme l'expression d'une fonction. L'ensemble de définition est précisé collectivement. Les choses ne sont pas fluides pour autant : lorsque je demande « Quelle utilisation peut-on faire de la formule ? », plusieurs élèves proposent de « remplacer x par une valeur ». Après avoir obtenu les deux réponses souhaitées, tableaux et courbe, je lance une phase de travail en groupes : ce sont surtout les aspects techniques qui m'ont poussé à regrouper les élèves (par type de calculatrice) en espérant qu'ils réussiront ensemble à surmonter les difficultés de cet ordre. Les élèves disposent d'une fiche technique d'utilisation de la calculatrice (distribuée en début d'année).

Je demande donc aux élèves d'éditer des tableaux de valeurs et/ou des courbes pour répondre avec le plus de précision possible à question.

Pendant la phase de groupe, je m'assure que chaque élève édite au moins une courbe ou un tableau. Je passe de groupe en groupe, fait réfléchir sur la fenêtre choisie, sur les caractéristiques des tableaux produits. Je suis amené à rappeler la fonction trace.

La mise en commun se résume presque à une phase de synthèse puisque chaque groupe est arrivé à peu près au même point.

Je vise deux objectifs pour la mise en commun :

- que les élèves expriment que les tableaux ou la courbe ne peuvent donner que des valeurs approchées : je n'attends pas qu'ils précisent que l'on peut avoir peut-être la valeur exacte du minimum (et c'est en fait le cas ici) sans que l'on puisse en être sûr ;
- que les élèves soient précis dans la formulation des variations et en particulier qu'ils réussissent à préciser les intervalles considérés.

Dans la trace écrite finale, j'utilise une double formulation des variations : la première reprenant le contexte de l'élastique (la longueur de l'élastique diminue...) et une deuxième centrée sur les fonctions mais en langage naturel (la fonction L est décroissante...)

J'ai utilisé un tableur et un logiciel de géométrie dynamique pour cette phase collective.

Pour la recherche du minimum, j'ai donné en fin de séance le cheminement complet de la démonstration. Les élèves ont à rechercher la valeur de ce minimum pour la séance suivante. Nous avons déjà depuis la première séance les valeurs exactes pour $x = 0$ et $x = 6$. La correction, en début de séance 3, n'a pas posé de problème particulier.

Pour conclure

- C'est surtout l'animation de la phase collective de la deuxième séance qui me questionne : j'avais prévu d'envoyer un élève de chaque groupe éditer la courbe et le tableau de valeurs choisis. Je me rends compte rapidement que c'est fastidieux, redondant. Si je dois refaire cette activité, je demanderai des tableaux de valeurs sur transparents (distribués en début de phase à chaque groupe). Après leur présentation par des rapporteurs de groupe, je donnerai, sur photocopie, un tableau de valeurs que j'aurai choisi moi-même. Pour la courbe, j'utiliserai à nouveau un traceur de courbe pour visualiser la courbe en collectif puis je distribuerai une représentation sur papier. Les élèves colleront ces documents avant la synthèse écrite.
- La variante consistant à attendre la séance suivante pour faire cette distribution en m'appuyant sur des réalisations d'élèves me déplaît car je crains que le « soufflé ne retombe ».
- C'est une activité que les élèves apprécient et ils s'impliquent volontiers, quel que soit leur niveau.
- Les élèves s'en souviennent, l'idée de variations de fonctions « passe » et cela qui me permet de me servir de cette activité comme « image mentale » lorsque les élèves sont un peu perdus face à des exercices plus abstraits.
- Enfin, c'est peut-être une évidence, mais pour avoir mis en œuvre cette activité à plusieurs reprises, je fais toujours le même constat : l'algèbrisation est tout sauf un réflexe pour la plupart des élèves...

N.d.l.r. La société Texas Instruments avait posé ce même problème vers 1995 dans un « Cahier de TP pour la classe de seconde » destiné à promouvoir l'utilisation des calculatrices en classe. Le groupe IREM « Calculatrices au lycée » avait analysé la fiche éditée par Texas et l'avait modifiée. Cette activité du groupe IREM, plus « directive » que celle proposée ici par Denis Scheune, a été publiée dans Le Petit Vert n° 51 de décembre 1997. Elle est disponible sur notre site :

<http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=ressources>

MATH & MEDIA



Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr.

Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre site à l'adresse :

http://apmeploiraine.free.fr/index.php?module=math_et_media

Ah ! Ces journalistes !

Posté le 16/04/12 sur [Le Blog mathématique d'ABC Maths](#) :

15 choux + 15 choux + 30 carottes = 60 navets (plus 8 ou 9 betteraves !)

Entendu hier soir [15 avril] sur France 2, au JT de 20 heures :

- Laurent Delahousse : « *Alain Duhamel, finalement, quand on ajoute, allez, 30 % d'abstentions potentielles, 15 à 16 % pour J.L. Mélanchon, 15 à 16 % pour M. Le Pen, (...) ça fait environ 60 % du corps électoral qui se sentirait éloigné d'un parti de gouvernement ?* ».

- « *Plus les 8 ou 9 % qui ne sont même pas inscrits sur les listes électorales, il faut les rajouter...* » croit bon d'ajouter Alain Duhamel ».

Des pourcentages se rapportant à plusieurs populations (fromages) différentes, allègrement (et - je pense - involontairement) additionnés dans une même égalité par trois éminents commentateurs de notre chaîne nationale, même si cela ne change pas fondamentalement le sens du message souhaité, cela fait un peu pitié, non ?

Ajout de la rédaction du Petit Vert : Et si on avait ajouté à cela les estimations des 8 autres candidats, on aurait allègrement dû atteindre les 140 % ???

Langues : le niveau baisse en collège

Le niveau en langues vivantes des jeunes français était faible. Cinq ans après la réforme mise en place en 2005 il a encore baissé en fin de collège, affirme une étude de la Depp (Direction des études du ministère). Par contre la Depp enregistre une hausse sensible à l'école primaire où, il est vrai, on partait de zéro...

Extrait du « Café pédagogique »

<http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/05/110512-langues.aspx>

*Question : Qu'est ce qu'une hausse « **sensible** » quand on part de 0 ?*

Payer au fisc 75 % de ce qu'on a gagné ?

Pascale Kremer est reporter au « Monde Magazine », et elle a lancé un blog en 2011. Elle explique ses motivations : « *Ce blog sur Sceaux, qui démarre à peine, fait partie d'une vaste opération lancée par Le Monde durant toute l'année de campagne présidentielle. Huit reporters, installés dans huit villes de France (...) vous raconteront la vie des Français, décrivant ainsi la toile de fond sociétale sur laquelle s'inscrit l'élection* ». Elle suit une « famille UMP » qui, au soir du 22 avril, devant sa télé, découvre le score de « son » candidat. Nous citons son blog¹ :

Sur leur canapé, face à l'écran plat, Xavier et Estelle accusent le coup. (...) Xavier est expert-comptable et commissaire aux comptes, codirigeant d'un cabinet d'une vingtaine de personnes sis à Boulogne. Estelle aussi donne dans l'expertise comptable, mais à la direction financière du Crédit agricole.

(...) Le souhait de François Hollande d'aligner fiscalités du patrimoine et du travail les a choqués, tout comme sa tranche d'imposition à 75%. « *Agressif* », selon eux. « *Omar Sy, on lui enlève 75 % de ce qu'il a gagné, et s'il ne gagne rien l'année suivante ? C'est assez malsain de s'en prendre aux riches... Je n'ai pas de souci avec l'impôt, assure le commissaire aux comptes. Plus je paie, plus cela veut dire que j'ai gagné, je ne cherche pas d'artifices pour payer moins. Mais là, ça me choque* ».

Evidemment, à l'instar de « Math O' Man, le blog des maths² », nous savons qu'on ne serait pas imposé à 75 % du revenu : il s'agit de taux marginaux. Ce taux ne s'appliquerait qu'à la partie du revenu qui dépasserait le million d'euros.

Mais citons Math O' Man :

Que la personne citée (qui de plus est expert-comptable) affirme volontairement de telles erreurs de calcul est son problème. Mais que la journaliste reprenne ces mensonges sans les rectifier ou au moins les commenter en dit long sur le manque de ses connaissances en la matière (ou sur ses intentions).

Faut-il s'interroger sur les « mathématiques du citoyen » que nous enseignons, et ce qu'il en reste une fois nos élèves devenus adultes ?

En tout cas, nous ne saurions que vous conseiller de jeter de temps en temps un œil sur ce « Blog des maths » : <http://www.mathoman.com/>

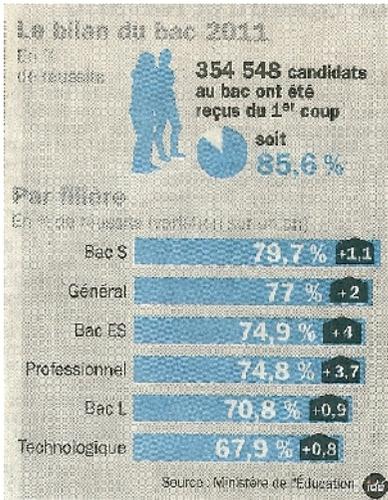
Et merci à Arnaud pour nous avoir signalé l'article ci-dessus.

1 <http://sceaux.blog.lemonde.fr/2012/04/23/devant-la-tele-dans-une-famille-ump/>

2 <http://www.mathoman.com/index.php/1663-calcul-d-impot-et-omissions-dans-la-presse>

Ouvrez l'œil, et le bon !

Surprenante infographie parue dans l'Est Républicain du 16/03/12 :



Les taux de réussite par série s'échelonnent de 67,9 % à 77 % pour les trois types de bac (général, techno et pro), et le bilan global est de 85,6 %...

Une explication possible :

Sur le site de TF1 au 05/07/11 (confirmé par d'autres sites), on peut lire « *Le taux de réussite au bac général 2011, avant l'oral de rattrapage, est remonté à près de 77% (...). Celui de la série S, objet d'une fuite qui inquiétait les lycéens, a progressé de 1,1% à près de 80%* ».

Et un peu plus loin, « *Les 654.548 candidats au bac 2011 savent depuis*

mardi s'ils ont été reçus du premier coup, collés ou convoqués au rattrapage ».

Il s'agirait donc, pour la seconde partie de l'infographie, des candidats « reçus du premier coup ». Et il y aurait eu 654 548 candidats en tout³ ; le 354 548 de l'ER semble être à la fois une faute de frappe et une confusion avec le nombre total de candidats...

Le Monde du 11/07/11 (après les oraux de rattrapage) nous le confirme : « *Le taux de réussite au baccalauréat 2011 est stable à 85,6 %, annonce le ministère de l'éducation nationale* ». On y apprend également que les taux de réussite sont de 88,2 % pour le bac général, 82,3% pour le bac technologique et 83,6% pour le bac professionnel.

Un mystère reste entier : pourquoi l'Est Républicain a-t-il publié cette info le 16 mars 2012, plus de 9 mois après la proclamation des résultats ?

3 Confirmation sur <http://www.education.gouv.fr/cid56542/baccalaureat-2011.html>

DANS NOS CLASSES**Des Sudomaths en classe : 9×9 ou 6×6 ou 4×4 ?**

Par François DROUIN, IUFM de Lorraine

La brochure « Jeux 8 » nous a en a donné un certain nombre créés à partir d'une grille 9x9. « Jeux Ecole 1 » nous en a donné d'autres créés à partir de grilles 9x9, 6x6 ou 4x4. Des enseignants séduits par l'idée en ont créé ou fait créer par leurs élèves, certains ont été confiés au site national de l'APMEP pour la rubrique « Nos collègues et leurs élèves jouent » : <http://www.apmep.asso.fr/-Nos-collegues-et-nos-eleves-jouent->.

Les jeux déposés utilisent des grilles 9x9 et se pose la question de la difficulté du Sudoku à résoudre, des aides devant parfois être fournies aux élèves.

En formation avec mes étudiants, j'ai privilégié des Sudomaths réalisés à partir de grilles 6x6, comme celles réalisées à partir des propositions de notre brochure régionale « Des tableaux et des jeux numériques ». Des étudiants ignoraient complètement les règles de résolution et beaucoup d'entre eux redoutaient la rencontre avec ces jeux. Le format 6x6 leur a permis d'assimiler les règles de création et de résolution de ces grilles.

Comment réaliser un Sudomaths 6x6 ?

Choisir une grille de Sudomaths 6x6 dans de la lecture proposée aux enfants (ou taper « sudokus 6x6 » dans votre moteur de recherche favori, de nombreux sites vous en fourniront).

Remplacer les valeurs « 1, 2, 3, 4, 5, 6 » qui s'y trouvent par des nombres d'une suite facile à mémoriser. « 1, 2, 3, 4, 5, 6 » peuvent être conservés, mais peuvent être remplacés par « 10, 20, 30, 40, 50, 60 » ou « 4, 8, 12, 16, 20, 24 ».

Dans la grille, remplacer les valeurs du Sudoku par des expressions mathématiques qui leur sont égales.

Proposer cette nouvelle grille accompagnée d'une grille vide qui va se remplir petit à petit avec les nombres égaux aux expressions mathématiques proposées, puis par les nombres remplissant petit à petit la grille de Sudoku.

Une grille proposée en formation.

Elle utilise une grille 6x6 dont dix valeurs sont placées de façon symétrique autour du centre de la grille. Je n'ai pas utilisé cet élément de symétrie mais il pourrait être utilisé en classe de cinquième : je fournis la

solution d'une grille de Sudoku 6x6 (ou mieux, j'en fais réaliser une par les élèves), je leur demande ensuite de ne laisser que dix valeurs disposées symétriquement autour du centre de la grille. Ils auront ainsi créé un Sudoku 6x6 qui pourra être proposé tel quel ou servir à la création d'un Sudomaths (attention, il est possible que le jeu créé ne soit pas à solution unique !). Une grille dans laquelle douze valeurs sont conservées pourrait être aussi créée, sa résolution serait a priori plus aisée et permettre une différenciation à l'intérieur de la classe.

Le jeu qui suit a été créé en octobre 2011 pour des étudiants de M1 du site IUFM de Montigny, dans le cadre de l'UE 715-EC3 (Renforcement de la culture générale en mathématiques).

Le sudomaths :

$\frac{2 \times 3^2 \times 5^2}{3 \times 5}$			$2^2 \times 5$		
		$2^3 \times 5$			
	$\frac{2^2 \times 3 \times 5}{2}$	$\frac{2^2 \times 5^2}{2 \times 5}$			
			$2^2 \times 3 \times 5$	$2 \times 3 \times 5$	
			$\frac{2^3 \times 5^2}{5}$		
		2×5^2			$\frac{2^4 \times 5}{2^2}$

Le Sudoku à résoudre :

La grille de Sudoku n'utilise pas les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

VU SUR LA TOILE

Cent et quelques bonnes raisons d'aimer les maths

Certains d'entre vous connaissent sûrement le blog « Choux romanesco, vache qui rit et intégrales curvilignes », qui fourmille de considérations merveilleusement inutiles, donc parfaitement indispensables :

<http://eljidx.canalblog.com/>. Le post du 10 juillet 2011 (signalé par Arnaud Gazagnes) aurait pu prendre le titre de cette rubrique – mais pas vraiment : <http://eljidx.canalblog.com/archives/2011/07/10/21560399.html>. En tout cas, on ne manquera pas celui du 15 avril 2012, intitulé « Une chance sur beaucoup ». Reste aussi à jeter un œil sur le « Top 10 des mathématiques religieuses ». On ne quittera pas le site sans tester l'équation de Batman – la chauve-souris de Bob Kane : <http://eljidx.canalblog.com/archives/2011/08/07/21724259.html> .

Au fond d'une vallée de la Forêt-Noire, on peut traverser le petit village d'Oberwolfach (la musicalité du mot est réservée aux amateurs de Wagner). Il est facile de suivre la rue principale pendant 5 minutes et de manquer le panneau fléchant le « Mima » (musée des Mathématiques et des Minéraux), une maison traditionnelle coincée entre un dépôt de bus et le terrain de foot, qui abrite beaucoup de cailloux et quelques merveilles. Je ne vais pas donner la liste complète des sites référencés sur place : on peut l'acheter sur place pour la modique somme de 50 centimes d'euros ; mais je ne peux m'empêcher de vous fournir ceux-ci :

- Cinderella est un logiciel de géométrie dynamique : <http://www.cinderella.de/tiki-index.php>, dont l'intérêt repose dans ses fichiers très utiles : <http://www-m10.ma.tum.de/bin/view/MatheVital/IndrasPearls/WebHome> ;
- Morenaments (<http://www.morenaments.de/>) permet de réaliser de somptueux pavages sur la base d'une forme très simple : les enfants adorent ;
- Surfer (<http://www.imaginary-exhibition.com/>), malgré ses équations rébarbatives, a amusé mon fils de 9 ans pendant un bon moment : les surfaces que l'on génère sont parfois époustouflantes ;
- Conway's Game of Life (<http://www.ibiblio.org/lifepatterns/>) construit, à l'aide de quelques règles (de vie) et des pixels allumés à bon escient, des figures constituées de petits carrés qui s'assemblent dans des formes inattendues.

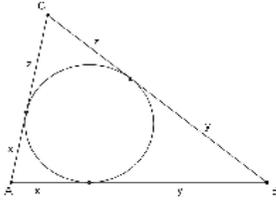
Ces quelques liens vous donneront un aperçu de ce que l'on peut manipuler sur les grands écrans tactiles du musée.

gilles.wahren@wanadoo.fr

Solution du problème n° 109

Rappel de l'énoncé : soit a, b, c les mesures des côtés d'un triangle ABC, s son demi-périmètre, R le rayon de son cercle circonscrit et r le rayon de son cercle inscrit.

Démontrer que $a(s-a)+b(s-b)+c(s-c) \leq 9Rr$; dans quel cas a-t-on l'égalité ?



Nous avons reçu deux solutions, l'une de J.-M. Didry, l'autre (ci-dessous) de l'auteur du problème, J. Choné.

Il existe des nombres positifs x, y, z tels que $a = y + z, b = z + x, c = x + y$: ce sont les distances des sommets du triangle aux points de contact de son cercle inscrit avec les côtés (voir figure). On en déduit facilement :

$$s = x + y + z, \quad s - a = x, \quad s - b = y, \quad s - c = z.$$

On a, en notant S l'aire du triangle : $r(a + b + c) = 2S$ (1) .

Puisque, en notant α l'angle en A du triangle, on a $\frac{\alpha}{\sin \alpha} = 2R$ et que

$$S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha, \text{ on obtient } 2S = \frac{abc}{2R} \quad (2) .$$

Avec (1) et (2) on obtient : $rR = \frac{abc}{2(a+b+c)}$.

En remplaçant a, b, c par leurs valeurs en fonction de x, y, z , l'inégalité à démontrer revient à :

$$(y+z)x + (z+x)y + (x+y)z \leq \frac{9(y+z)(z+x)(x+y)}{4(x+y+z)} .$$

Cette inégalité est équivalente aux inégalités suivantes, où on notera $\sum xy$ la somme des trois termes semblable à xy et $\sum x^2y$ la somme des 6 termes semblables à x^2y :

$$8(\sum xy)(x+y+z) \leq 9(2xyz + \sum x^2y)$$

$$8(3xyz + \sum x^2y) \leq 9(2xyz + \sum x^2y)$$

$$0 \leq -6xyz + \sum x^2y$$

$$0 \leq z(x-y)^2 + x(y-z)^2 + y(z-x)^2$$

Or cette dernière égalité est vraie, avec égalité si et seulement si $x = y = z$. On en déduit le résultat demandé, l'inégalité se réduisant à une égalité si et seulement si le triangle est équilatéral.

Remarque : ce problème est le premier non résolu dans :

<http://mblog1024.wordpress.com/2011/02/14/ravi-substitution-explained>

Problème du trimestre n°110

proposé par Loïc Terrier

Problème tiré de l'excellent « *Mathematics : a concise history and philosophy* » de W.S. Anglin (dont le seul défaut est d'être en anglais).

Une sultane avait l'habitude de partager ses servantes en deux groupes, l'un qui la suivait par rangs de cinq, l'autre par rangs de sept – chaque groupe en formation rectangulaire.

De plus, ces deux groupes devaient être chaque jour constitués d'un nombre différent de servantes, et ce pendant neuf jours consécutifs.

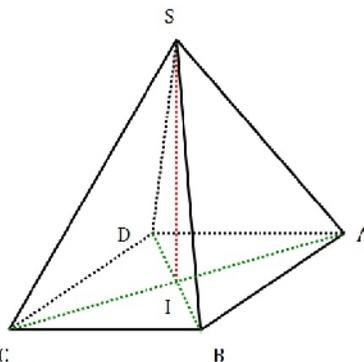
Quel est le plus petit nombre de servantes que la sultane pouvait avoir ?

Envoyez votre solution (nous espérons en recevoir une grande quantité), **ainsi que toute proposition de nouveau problème**, à [Loïc Terrier](#) (de préférence par courriel, sinon 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE).

SOLUTION DÉFI COLLEGE n°109

Peut-on faire passer une sphère par les cinq sommets d'une pyramide régulière à base carrée ?

La pyramide $SABCD$ est régulière, donc le sommet S est à la verticale de I , point d'intersection des diagonales du carré $ABCD$. On peut en déduire : que $(SI) \perp (AC)$ et $(SI) \perp (BD)$; que $SA = SB = SC = SD$; que les triangles SDB et SCA sont isocèles en S ; que la hauteur (SI) est une de leurs médiatrices.



Le cercle circonscrit au triangle SCA décrit une sphère en pivotant autour de (SI) . Le centre de cette sphère est le point d'intersection de la médiatrice de $[SA]$ avec l'axe (SI) . En faisant pivoter le triangle SAI autour de cet axe, le point A occupera successivement les positions B , C et D . Cette sphère répond donc à la question posée.

Remarques

Le centre de cette sphère étant le centre du cercle circonscrit au triangle SAC. Il peut donc être soit à l'intérieur de la pyramide, soit à l'extérieur. Si les triangles SAC et SBD sont rectangles, c'est à dire si la hauteur de la pyramide est égale à la moitié de la longueur d'une des diagonales du carré de base, le centre de la sphère sera le centre I du carré ABCD ; et dans ce cas, on peut inscrire une seconde pyramide "tête bêche" pour former un octaèdre régulier.

Un raisonnement semblable à celui fait précédemment montrerait l'existence d'une sphère passant par les sommets d'une pyramide régulière dont la base est un polygone régulier ayant un nombre quelconque de côtés.

SOLUTION DÉFI LYCEE n°109

En utilisant les dix nombres 10, 9, 8 ... 2, 1 dans cet ordre (ou dans l'ordre inverse), et les opérations addition, soustraction et multiplication, essayer d'obtenir 2012, comme par exemple :

109-8x7+654x3-2-1 (les parenthèses ne sont pas autorisées, mais la « concaténation » des chiffres l'est).

D'après un programme Python conçu par Ahmed Louali

```
def test(n, s=""):
    if n==0:
        if eval(s)==2012:
            print s,"=", eval(s)
    elif s=="":
        test(n-1, str(n))
    else:
        for Op in ["+", "-", "*", ""]:
            test(n-1, s+Op+str(n))
```

test(10)

10+9*87-65+4*321 = 2012

10*9*8+7+6-5+4*321 = 2012

109-8*7+654*3-2-1 = 2012

Il n'y a donc que trois solutions.

Quelques petites explications : il s'agit ici d'un programme « récursif », qui va tester les $4^9 = 262\ 144$ possibilités : entre chacun des nombres de

10 à 1, on intercale un des symboles "+", "-", "*" ou "" (vide, qui correspond à une concaténation).

Chronologiquement, le programme fera ceci :

> affecter à la chaîne « s » la valeur $s = "10"$ (quand $n = 10$)

> choisir successivement chacun des 4 symboles (par exemple "**") à concaténer à la chaîne s (qui devient alors "10**")

... puis il continuera, en « rappelant » le programme test avec $n-1$ (donc 9) et la nouvelle chaîne s (par ex. "10**") et ainsi de suite...

Quand il sera arrivé à la fin ($n = 0$), il évaluera la chaîne obtenue (par exemple "10*9-8765+4+3*2-1" qui vaut -8666) et l'imprimera si et seulement si elle vaut 2012.

On pourrait améliorer le programme en le rendant utilisable pour une année quelconque :

on définirait une fonction `test(n, a, s="")`, et on remplacerait à la 3^e ligne 2012 par a. L'appel au programme se ferait alors, par exemple, par `test(10,2012)`.

DÉFI COLLEGE n°110

Un berger qui ne compte pas ses moutons

Le jeune Alionel veut devenir berger. Il va trouver monsieur Atanase et lui demande aimablement de le prendre en stage. Ce dernier lui montre un enclos où paissent paisiblement des moutons et lui dit : « *Dans cet enclos, il y a moins de 1 000 bêtes. Si tu permutes le chiffre des dizaines de ce nombre et le chiffre des unités, il y aura 9 têtes de trop ; mais si tu triples le nombre des dizaines, le cheptel augmente de 400 bêtes. Trouve le nombre de moutons qu'il y a dans l'enclos et je t'accepte comme second* ».

Aide l'apprenti berger à se faire embaucher par le pâtre.

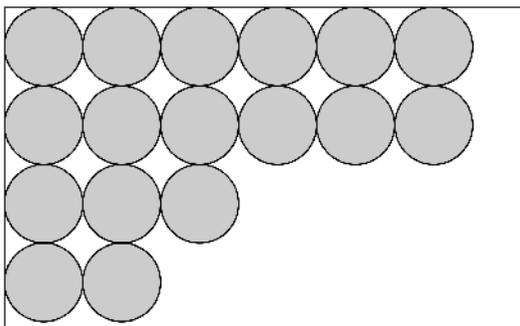


DÉFI LYCEE n°110

On dispose d'une boîte à fond carré de 178,75 mm de côté.

On veut y disposer des pièces de 1 centime (dont le diamètre est 16,25 mm), en les posant à plat sur le fond, les unes à côté des autres sans qu'elles se chevauchent.

Il est évident qu'on peut facilement disposer ainsi 121 pièces, en les plaçant comme ceci :



Mais peut-on faire mieux ?

Chaque trimestre le Petit Vert vous propose un « DÉFI » destiné à vos élèves de collèges et/ou de lycée. Envoyez toute solution originale de vos élèves, ainsi que toute nouvelle proposition de défi, à Michel RUIBA, 31 rue Auguste Prost, 57000-METZ, michel.ruiba@ecopains.net.



Rallye mathématique 2012



Bilan du rallye

144 classes (85 en collège et 59 en lycée) ont participé au rallye, dépassant largement le précédent record de 130 classes participantes.

Palmarès

Pour les collèges

1^{er} : 3^e 4, collège Camille Claudel, Xertigny

2^{ème} : 3^e A, collège du Ban-de-Vagney, Vagney

3^{ème} : 3^e 2, ensemble scolaire Notre-Dame, Pont à Mousson

Pour les lycées

1^{er} : 2^e 2, lycée Henri Vogt, Commercy

2^{ème} ex-aequo : 2^e 6, institut N.-D. de la Providence, Thionville

2^{ème} ex-aequo : 2^e 1, lycée Jeanne d'Arc, Remiremont



La classe de seconde 2 du Lycée Henri Vogt de Commercy, arrivée première

Pour pouvoir suivre avec profit la suite de cet article, télécharger les énoncés sur notre site :

<http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=rallye>

Réussite aux exercices

L'exercice n° 9 a été réussi par absolument toutes les classes, en collège comme en lycée) ; il n'a donc pas été discriminant. L'exercice n° 1 a été très bien réussi en collège et bien réussi en lycée. L'exercice n° 7 a été très bien réussi en lycée, et assez bien en collège.

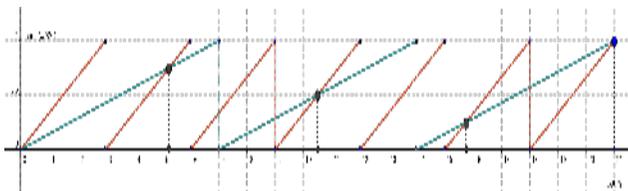
Les exercices n° 5 et n° 6 ont été peu réussis en lycée comme en collège. C'est l'exercice n° 10 qui s'est avéré être le plus difficile : seules 3 classes de collège (sur les 85 participantes) et 2 classes de lycée (sur les 59 participantes) en sont venues à bout.

A propos de la question 10

On ne demandait que la réponse « brute », sans justification. D'après l'analyse des réponses, il semble que la plupart de ceux qui ont répondu ont considéré que l'alignement ne se reproduisait que tous les 21 jours (ils on en effet répondu 42 252 jours). Il y a bien en effet, une « période » de 21 jours.

Mais pendant que D fait trois tours, P en fait 7 : elle « double » donc 4 fois sa consœur : au cours de ces 21 jours, les deux lunes D et P se retrouvent donc alignées quatre fois (hormis la position de départ). La première fois au bout de $5\frac{1}{4}$ jours, quand P aura fait $1\frac{3}{4}$ tour et D $\frac{3}{4}$ de tour ; la seconde fois au bout de $10\frac{1}{2}$ jours, quand P aura fait $3\frac{1}{2}$ tours et D $1\frac{1}{2}$ tours ; la troisième fois au bout de $15\frac{3}{4}$ jours, quand P aura fait $5\frac{1}{4}$ tours et D $2\frac{1}{4}$ tours ; la quatrième fois au bout de 21 jours, quand l'une aura fait 7 tours et l'autre 3.

Le schéma suivant représente la position des deux lunes sur l'orbite (en rouge pour P et en vert pour D), en prenant pour origine des temps la position illustrée par l'énoncé.



Comme il y a 4 alignements par « période », il faut 503 périodes pour obtenir 2012 alignements, ce qui donne 10 563 jours.

La question subsidiaire : éléments de solution

Du 25/12/2011 à 10 h 10 au 23/03/2012 à 6 h 46, il s'est écoulé 88 jours 20 heures 36 minutes (13 h 50 le 25/12 de 10 h 10 à minuit, 88 jours du 26/12 au 22/03 inclus [attention : 2012 est bissextile !] et 6 h 46 le 23/03), soit 127 956 minutes.

Pendant ce temps, le réveil a pris 13 h 26 min d'avance (20 h 12 – 6 h 46), soit 806 minutes.

Pour prendre 24 h (1 440 min) d'avance, il lui faut donc 228 606 minutes (environ !), soit 100 650 min (= 69 jours 21 h 30 min.) à partir du 23 mars à 6 h 46.

Cela mènera au 1^{er} juin 2012 (à 4 h 16 du matin, si on ne compte pas le décalage d'une heure dû au passage à l'heure d'été qui n'a aucune incidence sur la date).

Le commissaire est donc né le **1^{er} juin 1937**.

La question subsidiaire : statistiques

En lycée, sur 59 classes participantes, 45 ont traité cette question (76 %).

17 classes ont trouvé le 1^{er} juin, 5 ont trouvé le 31 mai et 3 le 2 juin (petites erreurs d'arrondis au cours des calculs, qui ont une incidence à la fin). Les 21 autres classes ont trouvé des dates s'échelonnant entre le 18 avril et le 5 mai ou entre le 20 juin et le 15 novembre.

En collège, sur 85 classes participantes, 33 ont traité cette question (39 %).

5 classes ont trouvé le 1^{er} juin et 3 le 2 juin (petites erreurs d'arrondis au cours des calculs, qui ont une incidence à la fin). Les 25 autres classes ont trouvé des dates s'échelonnant entre le 30 mars et le 24 mai ou entre le 17 juin et le 8 octobre.

Voici la retranscription de la réponse du collège Erckmann-Chatrian de Phalsbourg (3^{ème} 3) :

Du 25 décembre au 23 mars, il y a 89 jours.

Pendant ces 89 jours, l'heure est passée de 10 h 10 à 20 h 12. En 89 jours, elle a augmenté de 806 minutes.

Dans 24 heures, il y a 1440 minutes.

1440 - 806 = 634 : il manque 634 minutes pour être à la bonne heure.

Nombre de jours	89	x
Avance de l'heure	806	634

$$x = \frac{89 \times 637}{806} = 70 . \text{ Dans 70 jours, le réveil sera à l'heure.}$$

70 jours après le 23 mars, nous serons le 1^{er} juin 2012.

2012 - 75 = 1937. Le commissaire Girard est né le 1^{er} juin 1937.

Voici la retranscription de la réponse du collège Paul Verlaine de Malzéville (3^{ème} 1) :

Du 25 décembre au 23 mars, il y a 89 jours.

Le réveil augmente de 20 h 12 - 6 h 46 en 89 jours, soit 13 h 26 = 806 minutes.

806 min / 89 j = 9,056 min/j. Le réveil augmente de 9,056 minutes par jour.

Il y a 1440 minutes en une journée donc pour trouver l'anniversaire de M. Girard, on divise le nombre de minutes d'une journée par le nombre de minutes où augmente le réveil :

$$1440 / 9,056 = 160.$$

Comme il a commencé à avancer le 25 décembre, on enlève 6 jours au résultat.

L'anniversaire du commissaire Girard est le 154^e jour de l'année, soit le 2 juin 2012.

Monsieur Girard aura 75 ans le 2 juin 2012. Il est né le 2 juin 1937.

Le raisonnement était exact, mais pas le résultat de la division 1440 / 9,056 qui donne environ 159 (ces élèves ont dû « laisser tomber » le 0,056 car 1440 / 9 = 160 exactement !).

A noter, pour le « fun », la réponse de la classe de 3^e 3 du collège du Pervis (Darney) :

D'après notre raisonnement, le réveil augmente d'environ 6,3 minutes par jour, mais sachant que nous n'avons pas l'âge du commissaire (bien que la question aurait été trop facile) nous n'avons donc pas trouvé la solution à ce problème et nous pensons qu'elle est impossible.

Cordialement, la classe de 3^e 3 de Darney.

Recevez nos salutations les plus distinguées.

Cette missive était suivie des signatures de tous les élèves...

Dans l'Est Républicain du 19/05/2012 (rubrique Commercy)

Le concours régional intitulé « Rallye des maths » organisé par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public était ouvert à toutes les classes volontaires de troisième et de seconde de Lorraine. Il a permis à la classe de seconde 2 du lycée Vogt de Commercy de se classer nettement en tête.

Les 150 classes inscrites avaient 10 problèmes de difficultés réelles à résoudre. Un onzième, classé question subsidiaires, devait servir à partager les éventuels ex-æquo. Ce dernier était même cité comme « un peu tordu », tant par François Drouin, professeur de mathématiques, que par les élèves. Les onze solutions devaient être données dans le temps imparti de 1 h 30.

Comme le précise Patricia Doerler, professeur de mathématiques, ce sont aussi les qualités d'organisation, de cohésion et de motivation qui ont permis aux 30 élèves de Vogt de fournir ce résultat collégial.

Félicités et encouragés sur la voie des maths et des sciences par le proviseur, M. Carlier, les élèves se sont vus remettre un diplôme individuel et des cadeaux.

A noter que l'association organisatrice de ce concours régional, l'APMEP, tiendra le forum « Partageons les mathématiques » à Metz, du 27 au 30 octobre 2012.