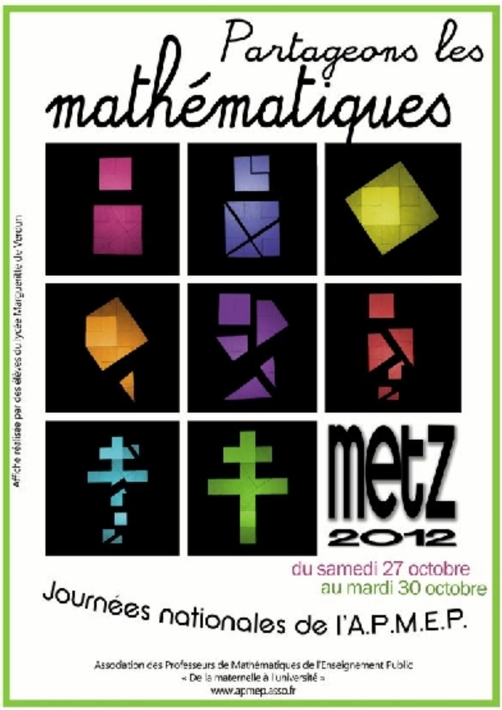
LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 109	MARS 2012



http://apmeplorraine.free.fr

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).
Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.
On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr .

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Françoise JEAN, Jacques VERDIER et Gilles WAEHREN.

La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe Walentin.

Solution de l'énigme « 2012 »

Enigme proposée dans le n° 108 : A partir du nombre 2012, on construit une suite de nombres avec la règle suivante : chaque nombre est la somme des carrés des chiffres du nombre précédent.
Ainsi, le second de la suite est $2^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 = 9$.
Le troisième de la suite est $9^2 = 81$. Le suivant est 65…
On demandait quel était le 2012^e terme de cette suite.

Réponse : Le 7^e terme de la suite est 58. A partir de là, on obtient successivement 89, 145, 41, 20, 4, 16, 37 et à nouveau 58. La suite est donc périodique (période de 8 termes). Il est alors facile de calculer que le 2012^e terme vaut **4**.

retour sommaire

SOMMAIRE

retour sommaire

édito

TOUS À METZ !!!

Qui s'est rendu à Metz ces derniers mois n'a pu passer à côté du vaste chantier qui s'est installé un peu partout en ville pour l'implantation du METTIS (transport en commun en site propre). Mais saviez-vous qu'un autre grand chantier a démarré à Metz ? Certes, il est nettement moins visible et il ne perturbe pas le trafic, mais il est de la plus haute importance pour la régionale Lorraine de l'APMEP ! Vous ne voyez toujours pas ? Allez, pour ceux qui donnent leur langue au chat… C'est l'organisation des Journées Nationales de l'APMEP qui se dérouleront du 27 au 30 octobre 2012 en grande partie au campus de l'Ile du Saulcy et qui ont pour thème « Partageons les mathématiques ».

Quelques infos ? L'ouverture ? Elle se fera à l'Arsenal avec une conférence de Cédric Villani, notre médaillé Fields à lavallière. Chouette ! Les deux jours suivants, vous pourrez participer à des ateliers, à des conférences, aux diverses commissions, rencontrer les éditeurs… Et en clôture ? Vous pourrez entendre Xavier Viennot, accompagné au violon : surprise ! En soirée ? Un grand banquet qui aura lieu à la salle de l'Orangerie de l'Arsenal, des spectacles… Comme ces journées sont ouvertes aux enseignants de mathématiques de la maternelle à l'université, nous espérons y rencontrer de nombreux professeurs des écoles en plus des professeurs du secondaire et du supérieur. C'est pourquoi la journée du lundi leur sera plus particulièrement dédiée avec une conférence et de nombreux ateliers axés sur le premier degré.
« Et pour les enfants ? » me direz-vous. Evidemment, comme les journées se déroulent durant les vacances scolaires, ils pourront participer à la « colo » des Journées.

J'espère par ces quelques lignes vous avoir tant émoustillés que vous guetterez tous l'arrivée **par voie électronique** dans vos boîtes mails et vos établissements du BGV Spécial Journées, fin mai-début juin. Il vous donnera davantage d'informations et vous permettra de vous inscrire au congrès. N'hésitez pas à harceler le professeur coordonnateur ! Et inversement !

Mais d'ici là, je lance deux appels !

Le premier : n'hésitez pas à proposer un atelier pour les journées. **Partagez** vos expériences, vos connaissances, vos recherches avec d'autres collègues durant ce moment d'échanges très enrichissant. Pour cela, vous pouvez saisir votre proposition d'atelier sur le site des journées http://www.jnmetz2012.fr , de préférence avant le 1er avril.

Le second : comme je l'ai indiqué plus haut, c'est un vaste chantier qui est en cours. Pour faciliter l'organisation de ce grand moment de convivialité, nous avons besoin d'un maximum de volontaires pour nous donner un coup de main. Tout adhérent peut prêter main forte, à la hauteur de ses moyens. N'hésitez pas à contacter la personne responsable pour vous joindre à la joyeuse bande d'organisateurs lorrains !

Sur ce, j'espère vous retrouver tous en octobre, accompagnés d'un maximum de collègues !

Céline COURSIMAULT-BARLETTA
Présidente de la Régionale de Lorraine

Pour aider à la mise en place des journées, vous pouvez envoyer un courriel à l'un des responsables : voir le tableau page suivante.

Pour aider à la mise en place des journées, vous pouvez envoyer un courriel à l'un des responsables :

TITRE	Responsable
Prévoir et assurer **l'ACCUEIL** des congressistes	Michel RUIBA michel.ruiba@ecopains.net
Mise en place et gestion des **ATELIERS** et des **CONFÉRENCES**	Jacques VERDIER jacverdier@orange.fr
ORGANISATION MATÉRIELLE et logistique sur le campus Saulcy (y compris la restauration)	Daniel VAGOST daniel.vagost@gmail.com
Gestion du **BUDGET** des journées	Marie-Claire KONTZLER mclairekontzler@wanadoo.fr
COMMUNICATION : Assurer la publicité des journées et le lien avec les médias	Céline COURSIMAULT celine.coursimault@gmail.com
CONVIVIALITE Hébergement, banquet, activités culturelles, etc.	Jean-Michel BERTOLASO jm.bertolaso@laposte.net
Organisation et gestion du salon des **EXPOSANTS**, expositions	Françoise JEAN francoise.jean@lorraine.iufm.fr
SECRETARIAT : Régularisation des inscriptions, enregistrement des inscriptions de dernière minute, résolution des problèmes financiers lors des journées	Ghislaine BURKI burkighis@free.fr
Conception et gestion du **SITE INTERNET** des Journées	Dominique GÉGOUT dominique.gegout@ac-nancy-metz.fr
Conception et rédaction du **BGV SPÉCIAL JOURNÉES**	Odile BACKSCHEIDER j-m-backscheider@wanadoo.fr
LA « COLO » : Assurer l'accueil et l'encadrement des enfants des congressistes	Laurent MARX laurent.marx@ac-nancy-metz.fr

Pour tout autre renseignement, contacter celine.coursimault@gmail.com

retour sommaire

VIE DE L'ASSOCIATION

C'ETAIT IL Y A 25 ANS...

Dans le Petit Vert n° 9 de mars 1987, on parlait des Journées nationales APMEP de Metz, qui s'étaient déroulées en novembre 1986.
Un des participants nous avait écrit pour nous donner ses impressions sur ces Journées. Voici quelques extraits de sa lettre :

FORMIDABLES...

... ces journées APMEP 1986 à METZ

J'en ai vu une petite partie :
M. BERNAT a inventé un BASIC graphique qui permet au prof de construire très très vite des figures géométriques, de les animer, en ajoutant un axe, en translatant un cercle, en faisant pivoter une droite, en jonglant avec les pages graphiques... L'I.R.E.M. de Lorraine va en assurer la diffusion et ce sera une aide réelle pour la géométrie dans nos classes.
(…)
LA CANTINE (40 F c'est cher !). En y allant un collègue m'a indiqué que dans le groupe ÉVALUATION, un collègue avait évalué le travail de ses élèves de troisième sans mettre aucune note - c'est la révolution ! Peut-on vivre sans moyennes, moyenne générale ni classement ?
(…)
M. PETIT, en supplément, anime un atelier de géométrie où, avec des ciseaux et du papier, on crée des surfaces de BOY et on y rêve d'univers en expansion après un big-bang, bloqué dans une marche arrière par un Monsieur PLANCK qui a créé plein de constantes. Ce qui amène au déplacement d'une petite araignée sur une sphère déformée qui n'a qu'un seul pôle et sur laquelle cette araignée se trouve sans s'en rendre compte d'un côté ou de l'autre de sa toile... Stop... ASPRO ! 10 stagiaires attendus, donc 10 ciseaux, et 45 présents...
(…)
LES PUBLICATIONS : prière de venir avec un carnet de chèques car les I.R.E.M. de Poitiers et de Lorraine vous proposent plein d'aides pour les cours. Celui de Paris-Nord aide et réfléchit sur l'enseignement technique, les éditeurs sont présents, on peut commander une calculette…

EN RÉSUMÉ :
Excellent congrès, parfois dépassé par son succès.

Jean-Claude LAMBERT
Lycée Loritz, Nancy

retour sommaire

DANS NOS CLASSES

Chasse au trésor
Construction de triangles

Par Clara RAGOT
Collège Maurice Barrès, Charmes (88)

Cette activité est destinée à des élèves de 5ème. Je l'ai mise en œuvre en octobre 2011 dans l'une de mes classes du collège de Charmes. Elle s'inscrit dans un chapitre dédié aux constructions de triangles. Elle est l'occasion d'introduire les notions de médiane et de hauteur qui seront revues lors d'un travail sur les aires.
En 6ème, les élèves ont appris à construire un triangle connaissant trois longueurs. Autour de la notion d'angle, le rapporteur a été introduit. La maîtrise de cet instrument devient exigible en 5ème dans le cadre du Socle Commun. L'utilisation correcte du rapporteur est un vrai obstacle, qui peut parfois le rester jusqu'en 3ème !

Objectifs

- Construire un triangle connaissant :
  - la longueur des trois côtés,
  - la longueur de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,
  - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents.
- Analyser une figure pour en réaliser la construction.
- Construire les médianes et les hauteurs dans un triangle.
- Modéliser une situation concrète.

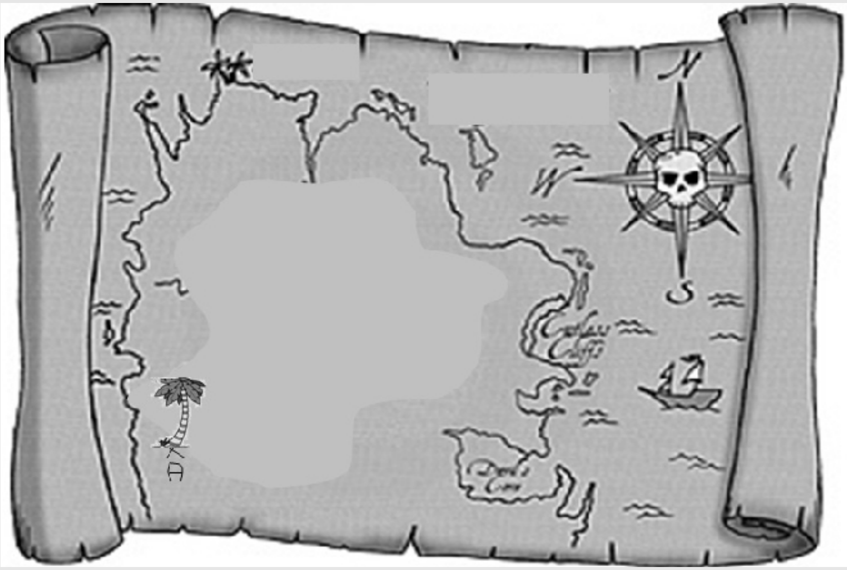
Enoncé élèves

La carte au trésor d'Isaac le Pirate[1] a pris l'eau : seule la position de l'arbre est lisible. Il a cependant besoin du puits et de la source pour retrouver l'emplacement du trésor.
Il se souvient tout de même des indications suivantes :
- *Le puits est à 5 km de l'arbre, en direction de la proue du bateau.*
- *De l'arbre, en direction du puits, il faut tourner de 30° pour trouver la direction de la source.*
- *Lorsque l'on est au puits, dans la direction de l'arbre, il faut tourner de 45° pour trouver la direction de la source.*

1 D'après les BD de Christophe Blain

retour sommaire

Peux-tu retrouver les emplacements du puits et de la source ?



Pour connaître l'emplacement du trésor,
demande au professeur les dernières indications.

Indications données aux élèves dans un second temps :
« Le trésor est à l'intersection de trois droites. Ces droites passent chacune par un sommet du triangle construit et le milieu du côté opposé. Trouve le trésor. »

<u>Analyse a priori : les choix effectués</u>

Le choix est fait ici de parler de « direction ». La « direction » indique le « bon zéro » sur le rapporteur, c'est-à-dire le côté de l'angle tracé en premier. On se place en direction du puits (le point P), on commence à « compter » sur le rapporteur à partir de cette direction.

Le deuxième enjeu est que les élèves tracent bien des « directions », c'est-à-dire des demi-droites et non des segments dont une extrémité est donnée par la taille de leurs rapporteurs… En effet, certains élèves pensent que certaines constructions sont impossibles puisque les segments qu'ils ont tracés ne se coupent pas et qu'ils ne pensent pas à les prolonger. La « source » est au loin, on ne sait pas à quelle distance, mais on sait dans quelle direction !

Les erreurs sont ici limitées physiquement par la carte au Trésor – une sorte de contrôle par les élèves eux-mêmes – mais permettent de créer ces images mentales.
Il est bien entendu que la construction de plusieurs triangles symétriques à partir des mêmes informations n'est pas en jeu ici et sera étudiée plus tard.

L'énoncé laisse une certaine prise d'initiative : c'est une construction géométrique et aucune indication sur les instruments à utiliser n'est donnée.
Les aides à apporter aux élèves en difficulté peuvent se faire autour de l'analyse de l'énoncé. Il y a trois informations à exploiter (la distance, les deux mesures d'angles) et à bien faire distinguer. Les prendre une à une, laisser l'élève expliquer de quoi il s'agit, puis le laisser choisir l'instrument dont il a besoin. Enfin s'appuyer sur l'image de la direction pour tracer les demi-droites.
Cependant, du fait de la modélisation (si modeste soit-elle), les élèves ont besoin qu'on lève les implicites avec eux et il faut prévoir un temps pour les questions suivantes si on veut ne pas passer à côté du sens : « Qu'a-t-on construit ? Avec quelles informations ? »

Le dernier choix concerne « l'enrobage » de cette activité. Outre le fait de limiter physiquement les constructions, la chasse au trésor permet d'insister sur la précision des constructions. La concourance des médianes renforce cela.
C'est aussi parce que c'est une quête que j'ai fait le choix de donner les indices au fur et à mesure, une sorte de motivation supplémentaire sous forme de défi ! Donner l'énoncé en deux temps (la carte, puis l'emplacement du trésor) me permet également, très concrètement, de mettre 2 énoncés élèves sur une seule page et d'économiser des photocopies… Cette deuxième indication est rétroprojetée dès qu'un élève a fini la construction du triangle et que tous ont débuté : il s'agit de motiver la classe sans décourager les plus lents.

Les synthèses, traces écrites possibles sont les suivantes :
« On peut construire un triangle connaissant une longueur et deux angles adjacents. Les droites tracées sont les médianes du triangle. »
« On peut construire un triangle connaissant deux longueurs et l'angle compris entre ces deux côtés. On peut construire un triangle connaissant les trois longueurs. Dans le deuxième triangle, on a tracé les hauteurs ».
En aucun cas, ces synthèses ne sont une généralisation. La première découle des questions permettant de lever les implicites pour les élèves. Elle est réalisée lorsque tous les élèves ont construit le premier triangle. A partir de là, on peut alors proposer la correction des constructions sous forme de calques en libre service.

retour sommaire

La deuxième synthèse marque la fin de l'activité.

Déroulement

1^er^ temps

Construction du triangle.

2ème temps

Construction des médianes, après avoir reçu du professeur les indications utiles pour trouver le trésor.

3ème temps : 2 autres triangles

Changer les informations, qui seront rétro-projetées :
1. AP = 4 cm, AS = 5 cm, $\widehat{APS} = 56°$.
2. AP = 3 cm, PS = 5 cm, AS = 6 cm.

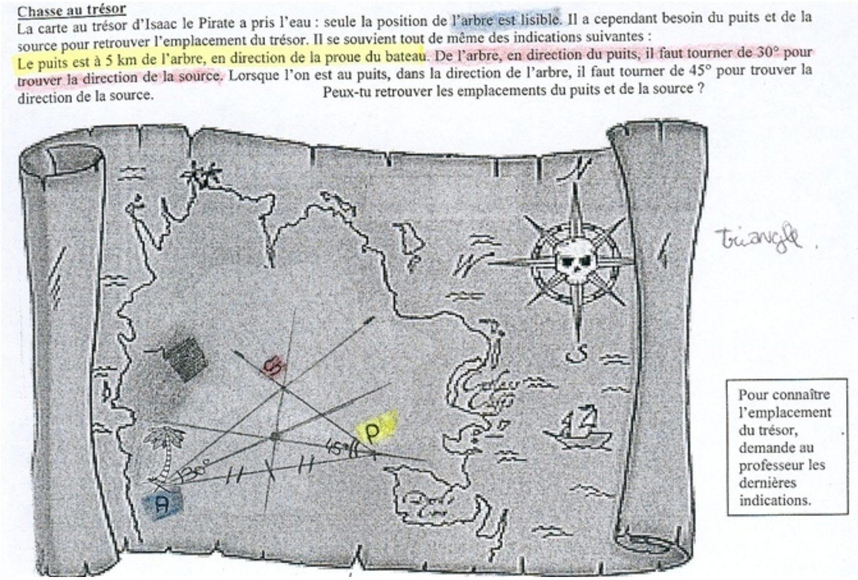
Pour 1, faire construire les hauteurs. Pour 2, on laisse lentement les élèves passer à l'idée que finalement, nous construisons des triangles, il n'y a pas de trésor ! Inutile de faire construire d'autres droites remarquables (mais on pourrait construire les médiatrices déjà vues en 6ème), et on a moins besoin d'insister sur cette troisième construction, déjà étudiée.

Analyse a posteriori

Lors de la mise en œuvre en classe, le plus remarquable est ce qui concerne les différences de rythme. Certains élèves imaginent immédiatement le triangle, maîtrisent totalement l'usage du rapporteur ; alors que d'autres décryptent encore l'énoncé. Une fois passées les reformulations afin de s'assurer que tous ont compris, on peut laisser les élèves s'entraider… surtout dans des classes chargées où le professeur ne peut être partout ! J'ai donc accepté que quelques élèves, une fois leurs trois constructions réalisées, se lèvent de leur chaise…
Cette activité a duré environ 1 h 30 (30 min d'abord puis 1 h). Entre les deux séances, j'ai posé, à la maison, la question « Qu'a-t-on construit ? » afin que les élèves se rapprochent des objectifs visés, trouvent le sens mathématique de l'activité.

La maîtrise de la langue est une difficulté réelle dans notre RRS (réseau de réussite scolaire). Certains élèves séparent les trois phrases importantes en les surlignant au fur et à mesure qu'ils les ont utilisées. Les aides autour de l'analyse de l'énoncé sont donc précieuses.

retour sommaire



Chasse au trésor

La carte au trésor d'Isaac le Pirate a pris l'eau : seule la position de l'arbre est lisible. Il a cependant besoin du puits et de la source pour retrouver l'emplacement du trésor. Il se souvient tout de même des indications suivantes :
Le puits est à 5 km de l'arbre, en direction de la proue du bateau. De l'arbre, en direction du puits, il faut tourner de 30° pour trouver la direction de la source. Lorsque l'on est au puits, dans la direction de l'arbre, il faut tourner de 45° pour trouver la direction de la source. Peux-tu retrouver les emplacements du puits et de la source ?

J'ai insisté a priori sur l'image des directions. A posteriori, il paraît encore plus essentiel de faire dire aux élèves avec leurs mots, les laisser expliciter ce qu'ils ont compris et ce qu'ils font en temps réel. Je les aide en les questionnant et en mimant les directions : « Élève : Je place le rapporteur. – Comment ? – Ben, sur l'arbre et…
– Dans quelle direction ? – Ah oui le puits… et on tourne, on compte 30 ».
Je n'hésite pas à compter sur le rapporteur avec eux, de 5 en 5, de 10 en 10. En effet, j'avais soulevé l'obstacle concernant le choix du « zéro » mais celui qui apparaît également est celui du sens dans lequel on compte, toujours le même (pour obtenir 56°, c'est 50° + 6° et non 50° – 6°).
Dans le même ordre d'idée, laisser les élèves énoncer leurs erreurs après coup (après un devoir sommatif ou mieux lors d'une évaluation formative) permet qu'elles disparaissent peu à peu. Une élève en difficulté sur l'utilisation du rapporteur lors de l'activité a été capable de dire, après le rendu du DM qui suivait, « Je me suis trompée de zéro » dans une construction. Lors du DS, elle n'a plus reproduit cette erreur. J'ai observé ce phénomène, pour elle et d'autres élèves, plus tard lors de séances de remédiation sur des problèmes de constructions complexes.

En conclusion *:* Parler de « direction » facilite le choix du « bon zéro » sur le rapporteur et permet de s'appuyer sur cette image lors des constructions suivantes de triangles, et plus particulièrement d'angles. L'idée – qui n'est pas nouvelle – est donc de s'appuyer sur une activité « clé », y revenir régulièrement, l'exploiter au maximum et dans la durée… et accepter que tous nos élèves ne réussissent pas tout de suite !

retour sommaire

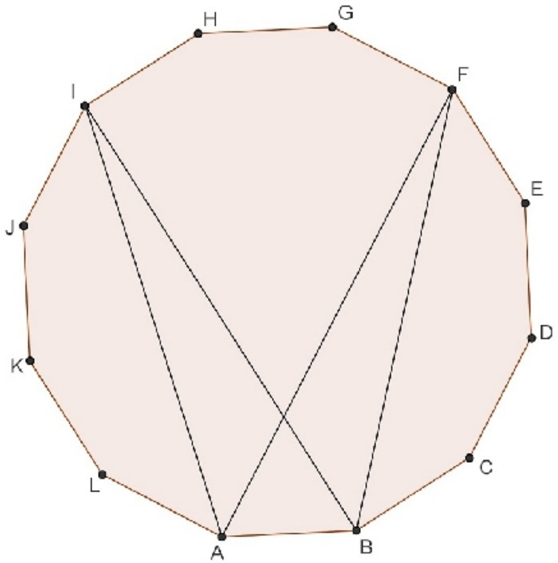
ÉTUDE MATHÉMATIQUE

Quadrature du dodécagone

Renaud DEHAYE
IUFM de Lorraine

Le journal Le Monde présentait il y a quelques temps une rubrique « Affaire de Logique » chaque mardi.
Voici le problème publié le 9 septembre 1997 :

Réarrangez les six morceaux de ce puzzle en forme de dodécagone régulier pour en faire un carré.



Ce problème permet d'envisager un certain nombre de pistes d'exploitation en classe, du cycle 3 au lycée.

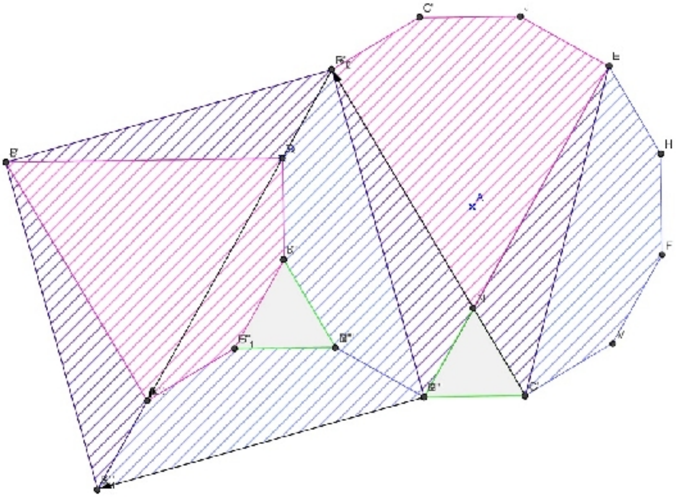
La construction du dodécagone à la règle et au compas

On part de l'hexagone régulier (la rosace est plus parlante…), puis, moyennant une bissectrice, on trouve le 1/12 du contour du cercle que l'on reporte. Reste à construire les 4 cordes pour obtenir les six pièces du puzzle.

retour sommaire

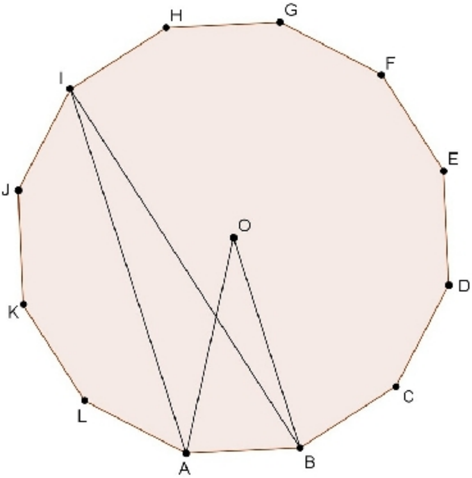
L'assemblage du carré

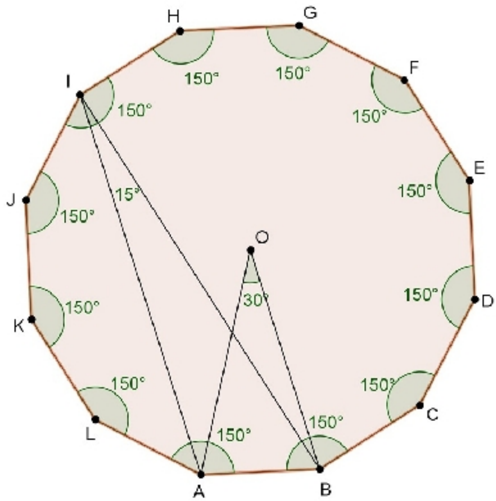
Quelques indications d'angles peuvent apporter une aide significative, car, contrairement à ce qu'on pense spontanément, les angles droits BIH et AFG ne fournissent pas les coins du carré.



Quelques calculs d'angles dans le dodécagone régulier

L'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure 360° : 12 soit 30°, donc l'angle $\widehat{AIB}$ vaut la moitié, soit 15°.

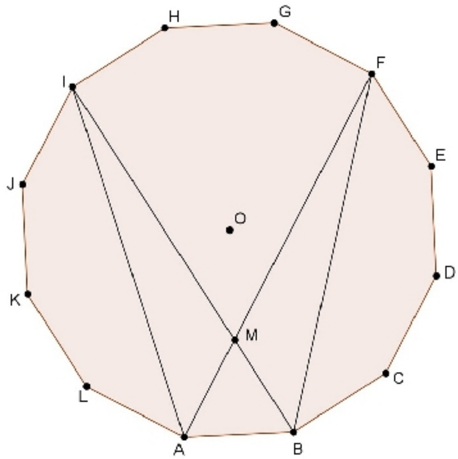




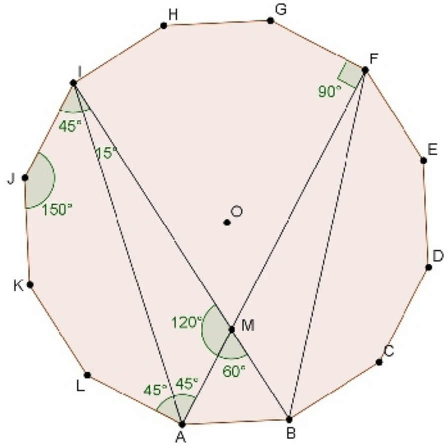
Dans un triangle, la somme des angles vaut 180° ; dans un quadrilatère qui se décompose en 2 triangles, la somme des angles vaut 360° ;......; dans un dodécagone, la somme des angles vaut (12-2) x 180° soit 1800°.
Ainsi, les 12 angles à chaque sommet valent 1800 : 12 = 150°.

Le polygone BIJKLA est un hexagone, la somme de ces angles vaut (6 - 2) x 180° soit 720°. Or quatre de ces angles sont connus et valent 150°, les deux autres, égaux, valent donc (720 – 4 x 150) : 2 soit 60°.
En particulier, $\widehat{ABM}$ vaut 60°.
Le même raisonnement conduit à $\widehat{BAM}$ = 60°.

Le triangle ABM est donc équilatéral.

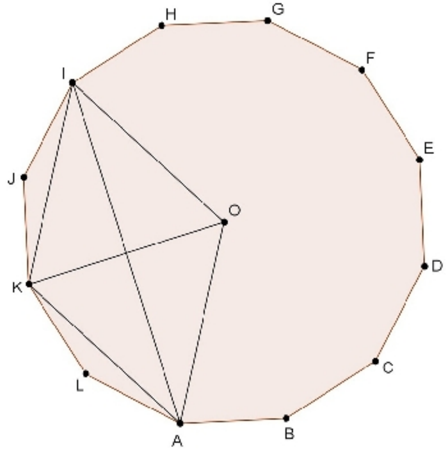


On en déduit aisément les autres angles de la figure :



L'aire du dodécagone régulier de rayon R

Le carré obtenu permet d'envisager le calcul de l'aire sous la forme (coté)^2. Reste à connaitre la longueur AI (ou BF) constituant le coté du carré :



La construction préalable de l'hexagone régulier nous permet de raisonner sur les triangles équilatéraux KOI et OKA.
Ainsi, AI est le double de la hauteur du triangle équilatéral de coté *R* soit $2 \times R \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ ou encore $R \times \sqrt{3}$.

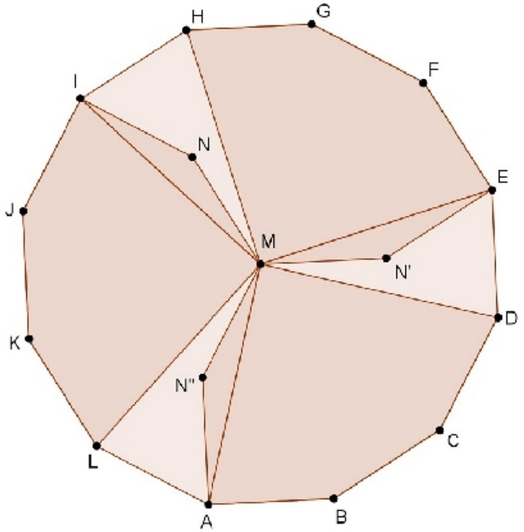
Ainsi, l'aire du carré donc du dodécagone régulier vaut $3 \times R^2$.

On retrouve une approximation de l'aire du disque, avec Pi = 3.

Cette formule engendre une nouvelle idée : comment découper le dodécagone régulier pour obtenir 3 carrés identiques ?

Ce découpage est connu, semble-t-il, depuis le XIII^e siècle par des mathématiciens chinois.

Stuart ELLIOTT (1986) a donné le découpage symétrique ci-contre.
La réalisation de la figure est abordable dès le CM2 : les petits triangles isocèles s'obtiennent à l'aide d'alignements (ou au collège avec bissectrices et médiatrices).



Le lecteur pourra se convaincre qu'on obtient bien trois carrés de coté R.

On trouve un autre découpage dans l'ouvrage de Frederickson (la bible des découpages !) : taper « Dodecagon Stuart Elliott » dans Google.

Enfin, pour finir, un mathématicien Hongrois s'est aussi penché sur la question. On lui doit l'horloge de Kurschak, mosaïque que l'on peut construire dès le CM2 et qui permet de retrouver (avec Pythagore) l'aire du dodécagone régulier :
http://clg-haxo-85.ac-nantes.fr/IMG/pdf/LB603D5.pdf

Le Comité de rédaction du Petit Vert s'engage à publier toute activité en classe construite à partir des pistes ouvertes par Renaud DEHAYE.

MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.
Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .
Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre site à l'adresse :
http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=math_et_media

3,55 % ou 3,58 % ?

Voici le fac-similé d'un extrait du « forum » de l'Est Républicain du 02/12/2011 :

Conseil général : 3,58 % d'augmentation

@ Les collectivités territoriales ont une fâcheuse tendance à présenter l'augmentation de la taxation des citoyens en ne citant que l'augmentation des taux. Un nouvel exemple en est la présentation de Christian Namy lors du débat d'orientation budgétaire de 2012 en parlant de 1,75 % d'augmentation. Daniel Lhuillier a précisé que l'augmentation des bases (État) de 1,8 % s'ajoutera aux 1,75 %. Nous pourrions en déduire une augmentation de la facture de 3,55 %. Il n'a pas complètement raison. Il aurait dû dire se superposera. En effet, les 1,75 % s'appliquent sur la base majorée de 1,80 %. Cela signifie que votre avertissement d'impôt sera de 103,58 € pour 100 € payés en 2011.
Jean-Yves LEFEVRE (Revigny-sur-Ornain) – par mail

Ce lecteur a tout a fait raison, quoique dans ce cas, la différence soit minime.

En matière de pourcentages, et en particulier de pourcentages d'évolution (augmentations ou diminutions), rien n'est simple ; ou plutôt, il faut avoir les bons « réflexes », dès le niveau du collège.

Le premier pourrait se formuler ainsi : « **Quand je vois le mot "pourcentage", je dégaine ma multiplication** ». Prenons un exemple : une certaine quantité Q est augmentée de 4 % ; elle vaut alors Q + 4 % de Q, soit Q + Q × 4 %, soit Q + Q × 0,04, soit Q (1 + 0,04), soit finalement Q × 1,04 ; elle a donc été multipliée par 1,04 (que l'on peut appeler coefficient multiplicateur). L'utilisation de ce coefficient permet de résoudre facilement des problèmes tels que : trouver la valeur initiale quand on connaît le taux d'augmentation et la valeur finale, appliquer des augmentations ou diminutions successives, etc.
C'est le cas dans l'exemple du journal : augmenter de 1,8 % puis de 1,75 % revient à multiplier par 1,018 puis par 1,0175, soit multiplier par

retour sommaire

1,035815 … ce qui correspond à une augmentation de 3,5815 % ; vous me direz que l'écart avec 3,55 % n'est pas énorme, c'est vrai.
Si on avait évoqué une diminution de 4 %, le coefficient multiplicateur aurait été de 0,96 (en effet, 1 – 4 %= 1 – 0,04 = 0,96).
Un second réflexe serait de mémoriser l'adage « **Attention ! Pour des augmentations successives, les pourcentages ne s'ajoutent pas** ».
Prenons un exemple flagrant : un objet (qui vaut mettons 30 €) augmente de 20 %, puis encore de 50 %. L'adage nous dit qu'il n'aura pas augmenté de 70 %. En effet, il passe de 30 € à 36 €, puis de 36 € à 54 €. Une augmentation de 70 % aurait donné 51 € seulement. Et c'est le coefficient multiplicateur qui nous donne aisément la réponse : on multiplie par 1,20 puis par 1,50, donc par $1{,}20 \times 1{,}50 = 1{,}80$: l'augmentation est de 80 %.
Et cela permet de répondre à des questions comme celle-ci : si la TVA passait de 19,6 % à 21,6 %, quelle serait l'incidence sur les prix ? (*Ils n'augmenteraient pas de 2 %, mais seulement de 1,67 %* environ). Il en est de même de la TVA sur les livres, passée de 5,5 % à 7 % : l'augmentation du prix final n'est pas de 1,5 %.
On pourrait remarquer que dans le cas de petits pourcentages, le fait d'ajouter les taux donne une bonne approximation du résultat : si deux augmentations successives de 20 % et 50 % ne donnent pas du tout 70 %, par contre deux augmentations de 0,2 % et 0,5 % donnent bien 0,7 %… pratiquement : $1{,}002 \times 1{,}005 = 1{,}00701 \approx 1{,}007$. Mais ce type d'approximation ne doit pas apparaître avant le lycée, en tout cas pas avant que les deux réflexes évoqués ci-dessus ne soient totalement intégrés.
Une remarque finale (qui aurait pu être préalable) : pour moi, 4 % c'est un nombre, qui est égal à $\frac{4}{100}$, à 0,04, à $\frac{1}{25}$… Cela est d'ailleurs conforté par l'utilisation du tableur : écrivez 4 % dans une cellule, et passez en « format standard », ou vice versa. C'est d'ailleurs pourquoi je préfère parler de « taux » plutôt que de « pourcentage ».

En est-il de même pour vous, lecteur ?

J.V.

Image de couverture de la brochure APMEP n°114, « DÉ-CHIFFRER PAR LES MATHS ».

retour sommaire

Infographies…

… vues dans le magazine « L'actu éco» (magazine pour les adolescents, éditeur PlayBac Presse), numéro 112 du 06 au 12 janvier.

Question (pour vos élèves) : comment rendre ces graphiques plus « corrects » ?

Un projet ambitieux...

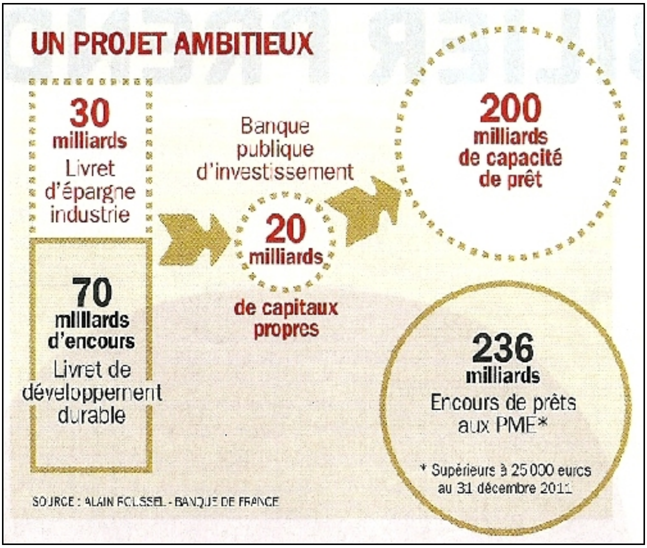
… ou un projet réaliste d'analyse d'une infographie repérée dans l'hebdomadaire CHALLENGES (n°287 du 9 février 2012).

Nous pouvions espérer que la bande représentant "70 milliards" ait une longueur supérieure à deux fois celle de la bande représentant "30 milliards".

Nous pouvions espérer que le disque représentant "200 milliards" ait un diamètre supérieur à un peu plus de trois fois celui du disque représentant "20 milliards".

retour sommaire

Deux espoirs déçus, mais il est possible de garder le projet de faire analyser par des élèves ces représentations graphiques.



Quelques éléments de réponse en mesurant sur le document original (aux imprécisions de mesures près) :

Hauteur du rectangle correspondant aux 70 milliards : 26,5 mm ;
Hauteur du rectangle correspondant aux 30 milliards : 18,5 mm ;
Ce qui correspond à environ 60 % et 40 % du total (au lieu de 70 % et 30 %).

Diamètre du disque correspondant aux 200 milliards : 26,5 mm, soit une aire de 551,5 mm² environ ;
Diamètre du disque correspondant aux 20 milliards : 11,5 mm, soit une aire de 104 mm² environ ;
L'aire du grand disque aurait dû être 10 fois celle du petit ; elle n'est que 5,3 fois supérieure.

Diamètre du disque correspondant aux 200 milliards : 26,5 mm, soit une aire de 551,5 mm² environ ;
Diamètre du disque correspondant aux 236 milliards : 29 mm, soit une aire de 660,5 mm² environ ;
Le rapport des aires est sensiblement égal à 236/200 ; compte tenu des erreurs de mesure, on peut estimer que cette partie de la figure est correcte.

retour sommaire

DANS NOS CLASSES

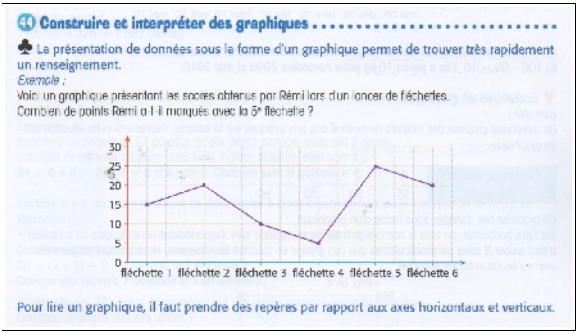
Maths et médias en début de cycle 3

François DROUIN
I.U.F.M. de Lorraine, site de Metz

Ce numéro du Petit Vert étant distribué en particulier aux Professeurs des Écoles présents à notre journée régionale, la rubrique « Maths & Médias » quitte quelque peu les médias traditionnels pour visiter trois manuels élève de Cycle 3. En effet, la préparation d'une activité pour la classe suppose, de la part de l'enseignant, un regard critique sur les documents dont il dispose.

Un premier document

Il est extrait de la page 200 du manuel « Maths + » (Sed 2011). Il fait partie de ce qui est proposé à l'élève qui « a des difficultés lors de la leçon ».


44 Construire et interpréter des graphiques

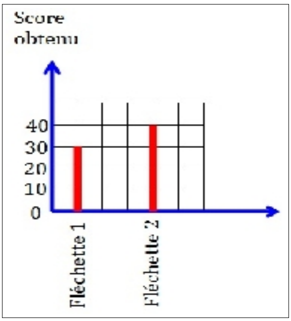
La présentation de données sous la forme d'un graphique permet de trouver très rapidement un renseignement.

Exemple :

Voici un graphique présentant les scores obtenus par Rémi lors d'un lancer de fléchettes.
Combien de points Rémi a-t-il marqués avec la 5e fléchette ?

Pour lire un graphique, il faut prendre des repères par rapport aux axes horizontaux et verticaux.

Dans ce graphique, les scores sont repérés par des points du réseau quadrillé et l'élève prend l'habitude de relier les points (que représentent ces segments pour l'élève de C.M.1. ?). Ces aspects ont été privilégiés dans les exercices proposés dans ce manuel.

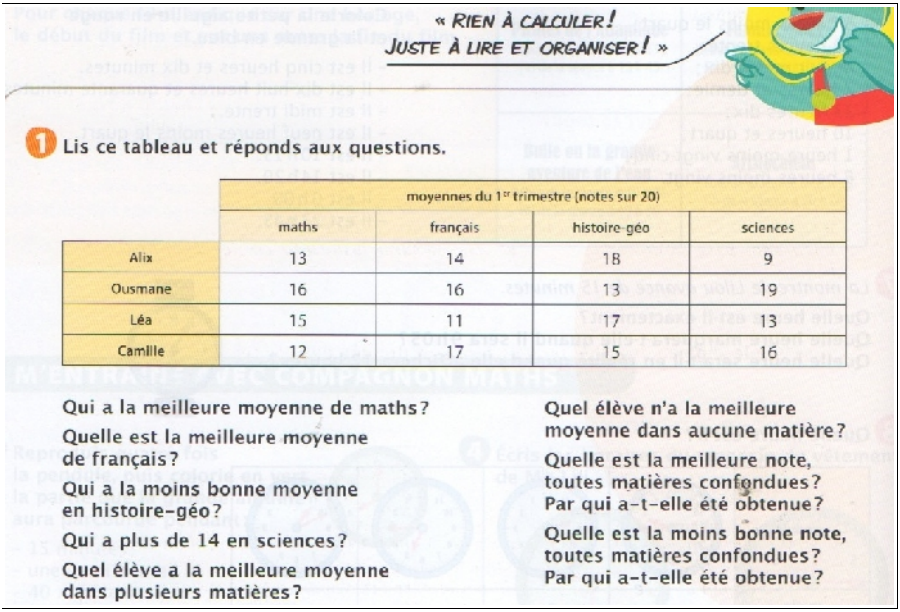


La longueur de l'expression « fléchette 1 » ne rend pas bien visible l'abscisse du point pris en référence. N'aurait-il pas été plus judicieux de représenter les scores par des bâtons verticaux ? N'aurait-il pas été intéressant d'indiquer ce que représentent les nombres indiqués sur l'axe vertical ?

retour sommaire

Un deuxième document

Il est extrait de la page 170 du manuel « compagnon MATHS » de C.E.2.



« RIEN À CALCULER !
JUSTE À LIRE ET ORGANISER ! »

1 Lis ce tableau et réponds aux questions.

	moyennes du 1er trimestre (notes sur 20)			
	maths	français	histoire-géo	sciences
Alix	13	14	18	9
Ousmane	16	16	13	19
Léa	15	11	17	13
Camille	12	17	15	16

Qui a la meilleure moyenne de maths ?
Quelle est la meilleure moyenne de français ?
Qui a la moins bonne moyenne en histoire-géo ?
Qui a plus de 14 en sciences ?
Quel élève a la meilleure moyenne dans plusieurs matières ?
Quel élève n'a la meilleure moyenne dans aucune matière ?
Quelle est la meilleure note, toutes matières confondues ? Par qui a-t-elle été obtenue ?
Quelle est la moins bonne note, toutes matières confondues ? Par qui a-t-elle été obtenue ?

(SEDRAP 2008).

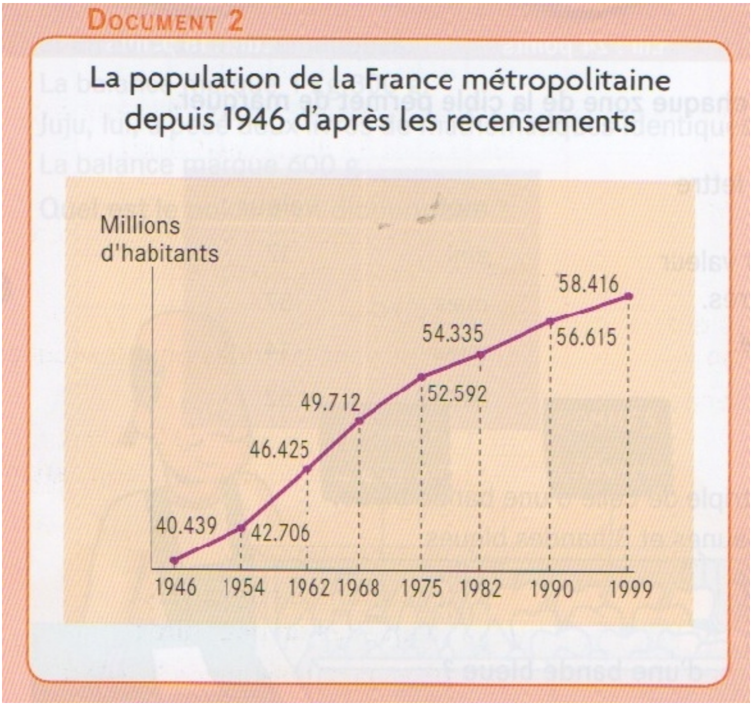
Je ne suis pas persuadé que l'élève de C.E.2. soit au courant de ce qu'est une « moyenne du 1er trimestre », cette notion ne sera étudiée qu'au collège. De plus, les notations sur 20 lui sont-elles familières ? Que pourra-t-il répondre aux deux dernières questions ? La confusion entre les notes obtenues et les moyennes indiquées dans le tableau est bien gênante. La réponse attendue est-elle « on ne peut pas répondre » ?

Un troisième document

Il est extrait de la page 182 du manuel « Cap Maths » de C.M.1. (HATIER 2010). *Voir image page suivante.* La demande faite à l'élève est : « Utilise ce document pour chercher pendant quelle période, l'augmentation de population a été plus importante ». Nous retrouvons l'utilisation en ordonnée d'une graduation non visualisée dont l'origine n'est pas le point

retour sommaire

d’intersection des axes. Nous pouvons nous poser la question de l’intérêt de présenter ce type de graduation à d’aussi jeunes élèves. La population est indiquée en "Millions d'habitants" : il y a confusion entre la grandeur et l'unité utilisée pour sa mesure et nous aurions peut être envie d'écrire "Nombre d'habitants (en millions)". Cette confusion existe dans les



programmes 2008 de l’École Primaire évoquant par exemple la formule de calcul de volume d'un pavé droit avant d'avoir fait comprendre à l'élève ce qu'est un volume.

Les nombres sont écrits d'une façon qui peut étonner certains élèves : les nombres décimaux sont écrits en utilisant un point au lieu d'une virgule. Nous trouvons là une notation qui va entrer en conflit avec ce qui peut se lire dans la presse écrite. Ces deux extraits de l’Est Républicain du 14 juillet 2011 en témoignent : « 10.139.512 points perdus sur les permis en 2010 » et « 85.000 cas ». L’enseignant utilisateur du manuel aura tout à gagner à rétablir une notation avec des nombres à virgule et faire travailler ses élèves à propos de nombres tels que « 40,439 millions ». Les nombres décimaux sont vus dès le C.M1. et ce travail pourra se faire en complément du travail sur les grands nombres amorcé dès le C.E.2.

retour sommaire

Par ailleurs, ce troisième document dépasse l'interprétation d'un graphique pour s'orienter vers la résolution de problèmes. Il faut pouvoir répondre à la question « Pendant quelle période l'augmentation a-t-elle été la plus importante ? »

Que disent les programmes ?

Il est précisé au CE2 « Utiliser un tableau ou un graphique en vue du traitement des données » et au CM1 « Construire un tableau ou un graphique. Interpréter un tableau ou un graphique. Lire les coordonnées d'un point. Placer un point dont on connaît les coordonnées. Utiliser un tableau ou la " règle de trois " dans des situations très simples de proportionnalité ». Quels types de graphiques faire rencontrer aux élèves ?

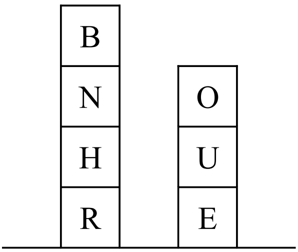
Le manque de documents d'accompagnement aux programmes 2008 nous laisse sur notre faim.

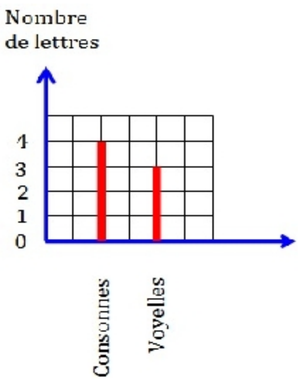
Un dernier exemple

J'ai visualisé la répartition voyelles consonnes du mot « bonheur ».

mot	consonnes	voyelles
BONHEUR	B N H R	O E U

mot	nombre de consonnes	nombre de voyelles	Nombre de lettres
BONHEUR	4	3	9





retour sommaire

Dans les quatre cas, est visualisée une situation simple qui peut être l'origine d'un problème simple : Y a-t-il autant de consonnes que de voyelles dans le mot « bonheur » ? L'enseignant a-t-il encore le temps de faire réaliser précocement par les élèves des tableaux et des représentations graphiques issus de situations réelles pour les élèves ? Dans la première représentation, les éléments sont tous visualisés, dans la seconde seuls les nombres le sont.

Pour conclure, l'élève comprend-il facilement qu'un nombre d'objets ou une mesure de grandeur peut être représentée par une bande, un bâton, un point (les diagrammes circulaires visualisant des aires de secteurs circulaires ou des mesures d'angles ne prendront réellement du sens qu'au collège) ? L'élève comprend-il facilement que relier les points d'une représentation graphique permet de visualiser une évolution ou (et) de travailler avec des valeurs intermédiaires ?

Ces difficultés ne sont pas à ignorer et il serait préférable que ce qui se trouve dans les manuels soit exempt de critique.

Je compterai toujours, pour ma part, au nombre des heures les plus douces, les plus heureuses de ma vie, celles ou j'ai pu saisir dans l'espace et étudier sans trêve quelques-uns de ces êtres géométriques qui flottent en quelque sorte autour de nous.

Gaston Darboux

retour sommaire

VU SUR LA TOILE

Quel est mon titre ?

La principale motivation du mathématicien étant la résolution d'énigmes de toutes sortes (quadrature du cercle, trisection de l'angle, duplication du cube pour les plus célèbres), il devait y avoir un « Vu sur la toile » qui y consacre une page.

Les liens les plus récents, trouvés par Arnaud Gazagnes et transmis par François , sont tous les deux en anglais. Le premier, mathpuzzle (http://www.mathpuzzle.com/), comme son nom l'indique, est notamment dédié aux puzzles les plus variés. On y trouve aussi un lien (http://www.mathpuzzle.com/downloads/) pour télécharger le célèbre ouvrage : « Sam Loyd's Cyclopedia of 5000 Puzzles, Tricks, and Conundrums (With Answers) ». Le second est la transcription html de « Amusements In Mathematics *by* Henry Ernest DUDENEY » (http://www.gutenberg.org/files/16713/16713-h/16713-h.htm) : des énigmes de référence du début du $20^{\text{ème}}$ siècle.

J'ai passé beaucoup de temps sur les énigmes de 2enigmatik4u (*too enigmatic for you*) : http://2e4u.net/v3/index.php). Après s'être inscrit et avoir lu les règles, on peut se plonger indépendamment dans l'une des 4 séries d'énigmes (classiques, difficiles, non mathématiques et originales). Un forum assez vivant permet de progresser dans les résolutions, puisque chaque énigme ne peut être traitée que si la précédent a été résolue.

« Bric-à-brac d'énigmes et de problèmes » (http://bric-a-brac.org/enigmes/) est un site assez agréable à parcourir qui classifie ses énigmes par domaine mathématique.

Plus didactique, la page « Énigmes mathématiques » de l'E.R.E.N. (http://www.eren.lautre.net/portesdelaforet/jeux/enigmath/) s'adresse aux écoliers. Après inscription, ils peuvent se lancer dans la résolution de problèmes assez interactifs.

D'autres références plus anecdotiques permettront de faire jouer ses méninges ou de passer de petites récréations mathématiques : http://www.enigme-facile.fr/, http://membres.multimania.fr/ericmer/, http://www.pedagonet.com/enigmes/mathenigmes.html .

Pour finir, on pourra visiter « Enygmatik » (http://www.enygmatik.com/), un site qui veut s'adresser à nos élèves en priorité (avec son référencement à « Perles de profs » qui doit contenir quelques histoires vraies) et qui nous rappelle que beaucoup d'entre eux sont très friands de ces petits problèmes où l'on fait des maths sans en avoir l'air.

gilles.waehren@wanadoo.fr

retour sommaire

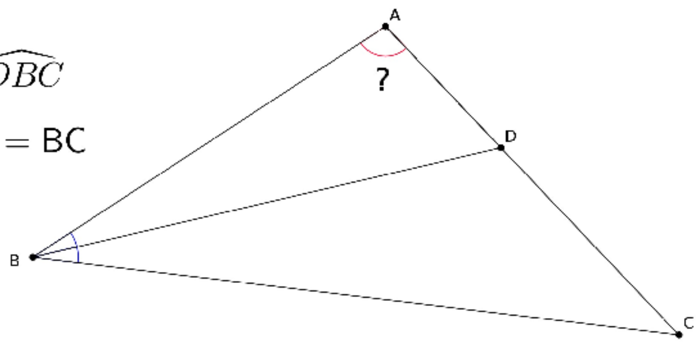
Solution du problème n°108

Rappel de l'énoncé :

Dans Le Monde du mardi existe une excellente chronique de « Jeux mathématiques », destinée à un public assez large mais dont les énoncés peuvent mettre douloureusement à l'épreuve les méninges des professeurs de mathématiques eux-mêmes ! Dans un numéro récent, on trouvait le problème suivant :

$$\widehat{ABD} = \widehat{DBC}$$

$$\mathrm{BD} + \mathrm{AD} = \mathrm{BC}$$



Il s'agissait donc de trouver la valeur de l'angle $\widehat{BAD}$ …
Ce problème en lui-même fait appel à des formules de géométrie classique (classique mais plus vraiment enseignée aujourd'hui !) mais les grecs auraient-ils posé un tel problème ? Autrement dit, cette figure est-elle constructible à la règle et au compas ?

Merci à Jean-Marie Didry pour sa solution ! L'énoncé était cependant incomplet (pan sur le bec, comme dirait l'autre), j'avais oublié de préciser que le triangle devait être isocèle !!
Avec l'énoncé complet tel qu'il était dans Le Monde, on trouve que l'angle en A doit être égal à 100°, c'est-à-dire $5\pi/9$, qui n'est pas constructible à la règle et au compas (c'est le problème de la trissection de l'angle...).
Dans le problème tel qu'il a été donné dans le Petit Vert, il y a une infinité de solutions, dont certaines sont constructibles et d'autres pas.
Jean-Marie a proposé deux solutions, voici la plus courte, l'autre est accessible via le site de la régionale :

http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=probleme

retour sommaire

Donnons-nous un segment [AC], un point D à l'intérieur de ce segment et un point B hors de la droite (AC). Pour que le triangle ABC soit solution du problème posé, il faut et suffit que DA/DC = BA/BC (ceci traduit que D est le pied de la bissectrice intérieure de l'angle en B) et que BC – BD = DA, ce qui situe B à l'intersection d'un cercle centré sur la droite (AC) et d'une branche d'une hyperbole d'axe focal la droite (AC). En se plaçant dans un repère orthonormé centré au milieu du segment [CD] et dont l'axe des abscisses est la droite (CD), il est aisé de voir que le système d'équations qui conduit aux coordonnées du point *B* se ramène à la résolution d'équations du deuxième degré. Ce qui amènera à des contraintes sur le positionnement initial du point *D* pour qu'il y ait des solutions (à savoir $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \leqslant \frac{AD}{AC} < \frac{1}{2}$) et à la possibilité de construire alors celles ci à la règle et au compas.

Ce point de vue nous assure donc la constructibilité à la règle et au compas de tous les triangles solutions du problème initial pour lesquels les nombres *AC* et *AD* sont constructibles.

Problème du trimestre n°109

proposé par Jacques Choné

Soit a, b, c les mesures des côtés d'un triangle ABC, s son demi-périmètre, R le rayon de son cercle circonscrit et r le rayon de son cercle inscrit.

Démonter que $a(s-a)+b(s-b)+c(s-c) \leqslant 9Rr$; dans quel cas a-t-on l'égalité ?

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou **toute proposition de nouveau problème** à Loïc TERRIER, 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE, de préférence par mail : loic.terrier@free.fr

retour sommaire

SOLUTION DÉFI COLLEGE n°108

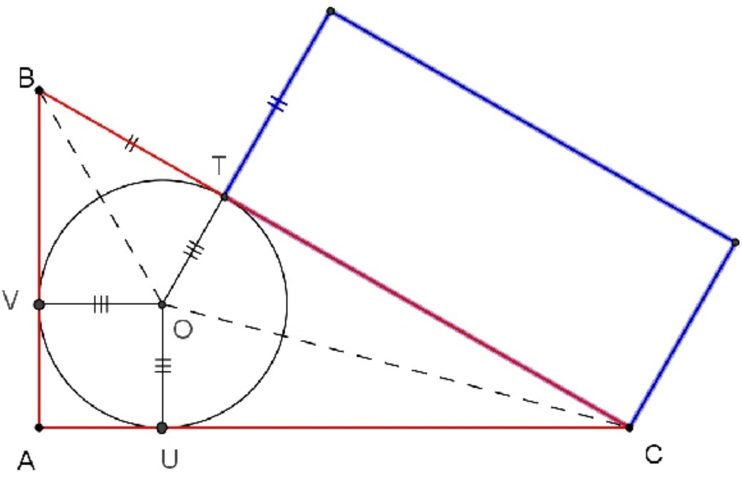
Concernant les deux premiers carrés, le tracé des médianes du carré rouge permet de constater visuellement ou par découpage que l'aire du carré rouge est égale à quatre fois l'aire du carré beige.

Concernant les deux derniers carrés : 30% est égal à 3/7 de 70%, l'aire du carré beige doit donc être égale à 3/7 de l'aire du carré rouge. L'élève de troisième a à sa disposition plusieurs méthodes pour apporter une preuve au fait que cette égalité est vraie, compte tenu des impondérables imprécisions de mesure des dimensions des carrés.

Nous considérerons donc que les représentations graphiques ci-dessus, utilisées par la revue Challenge du 17 au 23 novembre 2011, sont bien mathématiquement correctes.

SOLUTION DÉFI LYCEE n°108

Il s'agissait de comparer les aires du triangle rouge et du rectangle bleu ci-dessous (le cercle inscrit dans le triangle étant tangent en T à l'hypoténuse) :



Le triangle rouge et le rectangle bleu ont la même aire. Ce théorème a été démontré en 1856 par un certain A. BARLET de Dublin.

Preuve :

Posons TB = x, TC = y, et OV = OU = OT = r (rayon du cercle inscrit dans le triangle).

retour sommaire

Le triangle rectangle a pour côtés AB = $x + r$ et AC = $y + r$,

son aire vaut donc $\frac{1}{2}(x+r)(y+r)$.

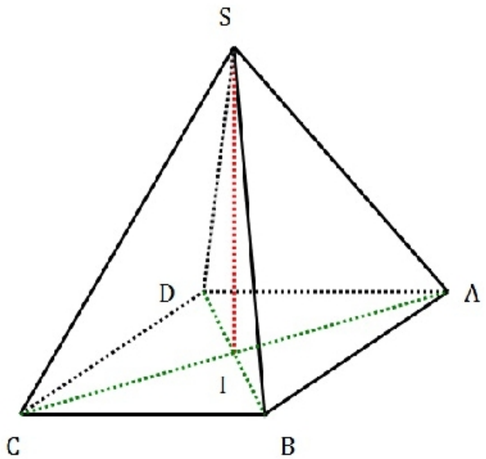
Mais on peut décomposer ce triangle en 3 quadrilatères : le carré AUOV, et les « cerfs-volants » OVBT et OUCT, dont les aires respectives sont r^2, $2\times\frac{1}{2}rx$ et $2\times\frac{1}{2}ry$. L'aire du triangle vaut donc également $r^2+rx+ry$.

D'où : $\frac{1}{2}(x+r)(y+r)=r^2+rx+ry$. En multipliant par 2 et en développant, on obtient $xy=r^2+rx+ry$, le premier membre étant l'aire du rectangle.

La propriété est démontrée : l'aire rouge est égale à l'aire bleue.

DÉFI COLLEGE n°109

Peut-on faire passer une sphère par les cinq sommets d'une pyramide régulière à base carrée ?



Chaque trimestre le Petit Vert vous propose un « DÉFI » destiné à vos élèves de collèges et/ou de lycée. Envoyez toute solution originale de vos élèves, ainsi que toute nouvelle proposition de défi, à Michel RUIBA, 31 rue Auguste Prost, 57000-METZ, michel.ruiba@ecopains.net.

retour sommaire

DÉFI LYCEE n°109

Un peu d'algorithmique, c'est dans l'air du temps !
En utilisant les dix nombres 10, 9, 8 … 2, 1 dans cet ordre (ou dans l'ordre inverse), et les opérations addition, soustraction et multiplication, essayer d'obtenir 2012, comme par exemple :
109-8×7+654×3-2-1 (les parenthèses ne sont pas autorisées, mais la « concaténation » des chiffres l'est). Nous attendons de vous un petit programme informatique pour résoudre ce problème. Et tant qu'à faire, qu'il puisse aussi être utilisé pour les prochaines années : 2013, 2014… les meilleurs envois seront publiés (précisez vos prénom et nom, âge, classe et établissement).

Sudoku, suite (et fin ?)

Dans le Petit Vert n°85 (mars 2006), nous demandions combien il existait de grilles de sudoku différentes.
La réponse était la suivante : il y a 6 670 903 752 021 072 936 960 grilles, ou 5 472 730 538 si on ne compte qu'une seule fois les grilles se déduisant les unes des autres par des opérations simples.
Dans le Petit Vert n°96 (décembre 2008), nous nous demandions quel était le nombre minimal « d'indices » (les cases déjà remplies) pour qu'un sudoku ait une solution unique. La conjecture était : **17**. Encore fallait-il prouver que ce nombre était bien le nombre minimal.
C'est maintenant chose faite (grâce à l'informatique) ! La réponse est à cette adresse :
http://passeurdesciences.blog.lemonde.fr/2012/01/08/17-est-le-nombre-de-dieu-au-sudoku/
Merci à Arnaud Gazagnes qui nous a transmis cette bonne nouvelle…
Pour vous occuper un peu, voici une grille de sudoku à 17 indices :

							1	2
4				9				
							5	
	7		2					
6						4		
			1		8			
	1	8						
				3		7		
5		2						

retour sommaire

S'amuser avec les maths

Sous ce titre, nous avons trouvé cette photo, accompagnée du texte que nous retranscrivons ci-après, dans le Républicain Lorrain du 15 février 2012, édition Sarreguemines.

Les élèves du collège Jean-Jaurès viennent de découvrir que les mathématiques ne sont pas forcément aussi austères qu'on veut bien le dire. Installée dans une salle de l'établissement, l'exposition interactive sur les objets mathématiques, créée par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP), a invité les collégiens à travailler par groupes en ateliers ludiques. Polycubes, pentaminos, dominos, carrés de Mac Mahon, cube de Soma…étaient au programme.

Une approche ludique

« *Cette exposition tout public a été conçue pour ceux qui souhaitaient passer un moment ludique, à jouer à faire des mathématiques, car faire des mathématiques ce n'est pas que faire des calculs* » fait remarquer Nathalie Lheureux, professeur de mathématiques à l'origine du projet. Les enseignants sont d'ailleurs ravis de cette initiative qui concilie culture et enseignement : « *Nos élèves ont pu avoir une vraie démarche mathématique, des essais, des erreurs, des réussites. Ils ont pu retrouver des thèmes avec lesquels ils raisonnent le reste de l'année en cours* », expliquent-ils. Cette activité originale a aussi permis de travailler la liaison pédagogique entre le premier degré et le collège.

En découvrant cette exposition, les enfants des écoles élémentaires du secteur de recrutement ont pu prendre un premier contact avec leur futur collège tout en se confrontant avec la logique mathématique ! N'est-il pas vrai que faire des mathématiques, c'est chercher et ne pas trouver tout de suite, se poser des questions ?

retour sommaire