LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 105	MARS 2011

L'éclipse du 4 janvier 2011

http://apmeplorraine.free.fr

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).
Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.
On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr .

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Françoise JEAN, Jacques VERDIER et Gilles WAEHREN.

La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe WALENTIN.

retour sommaire

SOMMAIRE

édito

Indignons-nous !

L'annonce de la suppression de 841 postes dans l'Académie ne pourra laisser personne indifférent. Le gel des ouvertures de filières ou de classes dans tous les établissements, qui a été présenté comme une mesure d'économie nécessaire, se fera, contrairement à ce qu'on a pu prétendre, au détriment des élèves. La crise financière n'est certes pas étrangère aux récentes décisions, mais le terme initial de la suite décroissante des postes ne correspond pas à l'année 2008.

La dimension pédagogique de notre métier va être de plus en plus difficile à assumer. L'avenir très incertain de la formation initiale et de la formation continue ne peut que confirmer cette impression. La DRH de l'Éducation Nationale a établi que les démissions de professeurs stagiaires étaient en hausse de 32 % pour le premier trimestre 2010-2011 ; ce qui peut se comprendre vu que les situations de professeurs stagiaires ayant moins de 1 tuteur (0 ; 0,5 …) se sont multipliées, que leur formation est quasi-inexistante et qu'ils doivent assumer service à un temps plein. Ces conditions d'entrée dans le métier expliquent aussi certainement que le nombre d'inscrits au CAPES de mathématiques, en novembre, soit de 1 300 pour 1 040 postes !!

La suppression de plus de 10 000 postes par an devient maintenant une rengaine (rappelons quand même que la limite des suites strictement décroissantes de naturels est 0). La population s'est-elle accommodée du prochain classement des profs dans les espèces en voie de disparition ? J'ai du mal à comprendre comment notre jeunesse peut en tirer un quelconque profit. En ces temps difficiles, on entend pourtant des économistes rappeler que l'éducation n'est pas un bien qui peut s'apprécier en terme de rentabilité et que seul son investissement sur le long terme est profitable. Mais qui pense encore à long terme ?

Alors, bien sûr, nous allons entrer en résistance ! Nous allons nous battre pour assurer la qualité de notre enseignement, parce que nous sommes « riscophiles » : nous plaçons tous nos espoirs dans chacun de nos élèves.

Gilles Waehren

retour sommaire

« Objets mathématiques », l'expo de la Régionale

Lu dans le Républicain Lorrain du 18/12/2010, édition de Sarreguemines :

Les maths en action

(Photo RL). Les élèves de 6e du collège Jean-Jaurès et des écoles élémentaires du secteur de recrutement viennent de découvrir que les mathématiques ne sont pas forcément aussi austères qu'on veut bien le dire. Installée dans une salle de l'établissement, l'exposition interactive sur les objets mathématiques, créée par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, a invité les collégiens à travailler en ateliers ludiques : polycubes, pentaminos, dominos, carrés de Mac-Mahon, cube de Soma étaient au programme.

Une approche ludique

« *Cette exposition tout public a été conçue pour ceux qui souhaitent passer un moment ludique, à jouer à faire des mathématiques, car faire des mathématiques, ce n'est pas que faire des calculs* », fait remarquer Nathalie Lheureux, professeur de mathématiques à l'origine du projet.

Les enseignants sont d'ailleurs ravis de cette initiative qui concilie culture et enseignement. « *Nos élèves ont pu avoir une vraie démarche mathématique : des essais, des erreurs, des réussites. Ils ont pu retrouver des thèmes, des objets avec lesquels ils raisonnent le restant de l'année en cours* », expliquent-ils.

Cette activité originale a même permis de rapprocher discipline scientifique et discipline linguistique. Les élevés de 4e et 3e s'y sont rendus avec leurs professeurs de langues, car ils pouvaient avoir les explications en allemand ou en anglais.

N'est-il pas vrai que faire des mathématiques, c'est chercher et ne pas trouver tout de suite, se poser des questions ?

Comment faire venir cette exposition dans son établissement, dans sa ville ?

Quatre exemplaires circulent dans les quatre départements lorrains. Une modique somme (10 €) est demandée comme participation à son entretien et sa rénovation. La durée du prêt n'est pas limitée, cependant une durée d'une ou deux semaines semble être la durée habituelle. Contacter :

- pour la Meurthe-et-Moselle : André STEF
- pour la Meuse : François DROUIN
- pour la Moselle : Michel RUIBA
- pour les Vosges : Marie-José BALIVIERA
- version en allemand et en anglais : P.-A. MULLER

Pour en savoir plus :
http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=regionale&page=expo

Une nouvelle brochure consacrée à cette expo : voir Petit Vert n°104 ou bien
http://apmeplorraine.free.fr/modules/regionale/brochures/13_descriptif.pdf

retour sommaire

DANS NOS CLASSES

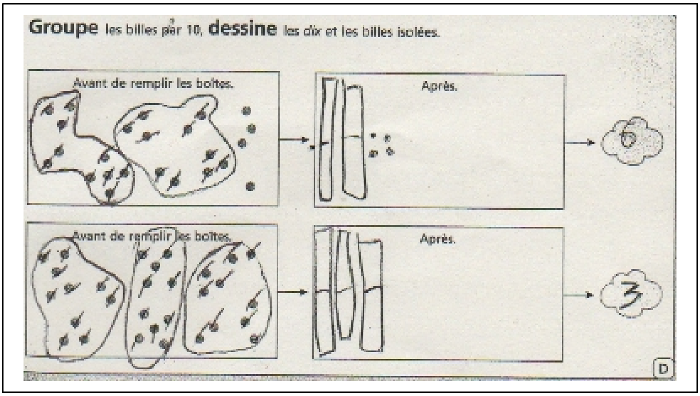
COMPTAGE AU C.P.

Souvenir d'une visite d'un enseignant I.UF.M. à un des ses stagiaire P.E.2.

Par François DROUIN (I.U.F.M. de Lorraine, site de Metz)

Résumé : *L'analyse d'une production d'élève de CP est l'occasion de mettre en évidence d'une part les difficultés dues à des schématisations employées dans des manuels, et d'autre part le fait que des calculs interviennent bien souvent dans des activités de comptage.*

Ma visite a eu lieu en février 2007 dans une école mosellane, le manuel utilisé était « J'apprends les Maths C.P. » édité par RETZ. Pendant un temps d'évaluation, je suis allé observer le travail des élèves et le professeur stagiaire a bien voulu me confier une copie de cette bien intéressante production d'élèves.



Reprenons une à une les consignes demandées et examinions ce qu'a produit l'élève :

Groupe les billes par 10 :

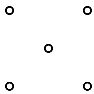
La procédure mise en œuvre par l'élève relève du comptage. Il a barré au fur et à mesure les billes. Lorsqu'un total de dix est obtenu, il les entoure. Son procédé relève de l'énumération : il s'assure ainsi qu'il n'en a pas oublié et qu'il n'en a pas compté « en double ». A propos de l'énumération, la conférence à ce sujet de Claire Margolinas et Françoise Wozniak lors des journées A.P.M.E.P. de Clermont Ferrand en 2006 est accessible à l'adresse :

http://www.apmep.asso.fr/spip.php?article1581 .

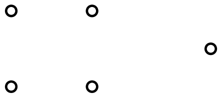
retour sommaire

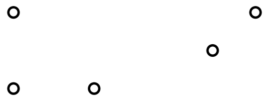
L'élève n'a pas utilisé les regroupements de deux points et de trois points pouvant lui permettre par ce qui s'apparente à un calcul d'obtenir cinq points, il n'a pas non

plus utilisé les assemblages de cinq points voisins des constellations du dé. Il semble que l'élève lorsqu'il voit ceci :



ne voit aucune des décompositions ci-dessous :

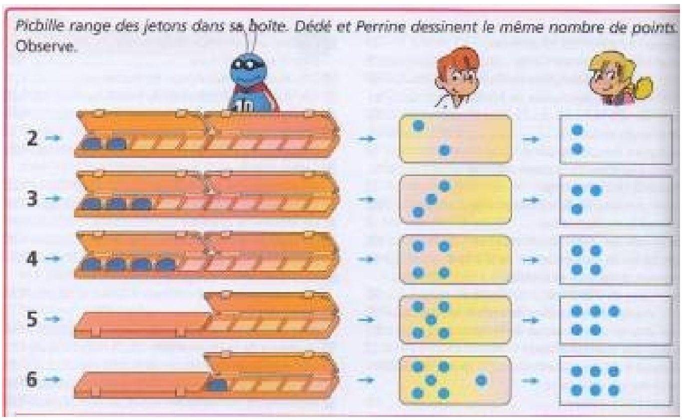




Il utilise sans doute la configuration du dé pour jouer au « Jeu de l'Oie », il ne la mobilise pas à ce moment pour imaginer des décompositions additives.

Dessine les dix

Ce manuel fait référence au matériel utilisé au C.P. en complément à l'usage du fichier. Les « boites de dix » sont manipulées puis schématisées comme dans l'extrait ci-dessous du manuel CE1 « programme 2008 » de cette même collection.



retour sommaire

Il est à noter que deux types de configuration sont proposés. Toutes deux permettent la visualisation de décompositions additives, la seconde favorise la vision du « un de plus » entre un nombre et son suivant ou une construction de liste de nombres pairs ou impairs.

L'expression « **dessine** les dix » a correctement été comprise par l'élève qui schématise les boites de dix et les billes non rangées dans les boîtes.

Il comprend ensuite que quelque chose lui est demandé : il voit deux « barres » et quatre points, il indique « 6 » car il voit six objets. Les deux « barres » ne sont plus des « dix » dans sa tête. Il aurait sans doute été utile qu'on lui redemande clairement d'utiliser ce qu'il a dessiné pour trouver le nombre de billes.

Les élèves apprennent à lire et à compter. Dans l'édition 2010 du Petit Larousse, « compter », c'est déterminer le nombre, en procédant à un calcul. La mise en œuvre de calculs dans les activités de comptage est une des difficultés auxquelles est confronté l'élève dès le début du cycle 2…

★

Lorsque les reçus au concours bénéficiaient d'une année de formation à l'I.U.F.M., nous pouvions continuer à leur faire analyser quelques productions d'élèves et quelques extraits de manuels (ce type d'analyse faisait partie de leur formation en première année dans le cadre de la préparation au concours). Actuellement, nos étudiants de Master ne seront interrogés à l'écrit que sur des exercices de mathématiques et analyseront peut être de tels documents à l'oral dans le cadre de leur présentation d'une leçon. Espérons que des temps de formation à l'analyse de manuels et de productions d'élèves continueront à leur être proposés l'année suivant leur réussite au concours, lorsqu'ils seront mis directement en contact de classes.

Un peu de lecture supplémentaire :

Deux ans après la mise en œuvre des nouveaux programmes de l'école élémentaire, un premier document d'accompagnement a enfin été mis à disposition des enseignants. Il est téléchargeable à l'adresse

http://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf

Puisse-t-il être rapidement suivi de nombreux autres.

★ ★ ★ ★

Tout ce qui nous aidera, plus tard, à nous dégager de nos déconvenues s'assemble autour de nos premiers pas.

René Char

retour sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

Bijections de $\mathbb{N}^k$ dans $\mathbb{N}$

Jacques Choné (Chamalières)

Introduction

Pour comparer les « tailles » de deux ensembles, on dispose de la notion d'équipotence : si les éléments des ensembles E et F peuvent être appariés de façon qu'à chaque élément de E corresponde un unique élément de F et qu'à chaque élément de F corresponde un unique élément de E (c'est-à-dire s'il existe une bijection de E dans F), on dit que les ensembles E et F sont équipotents. Cette notion coïncide pour les ensembles finis avec l'égalité de leurs nombres d'éléments. Cantor a étendu cette notion aux ensembles infinis. Mais il apparaît alors des choses étranges. En effet, alors que de façon évidente, si un ensemble est fini, il ne peut être équipotent à l'une de ses parties propres (c'est-à-dire à l'un de ses sous-ensembles autre que lui-même), ce n'est plus le cas pour les ensembles infinis. Par exemple l'ensemble $\mathbb{N}$ *des entiers naturels est équipotent à l'ensemble* $2\mathbb{N}$ *des entiers naturels pairs, comme le montre la bijection :* $n \to 2n$.

Les deux premiers grands résultats de Cantor sont que l'ensemble $\mathbb{Q}$ *des nombres rationnels est équipotent à* $\mathbb{N}$ *alors que l'ensemble* $\mathbb{R}$ *des nombres réels ne l'est pas.*

L'objet de la présente étude est de montrer que, pour tout entier entier naturel k au moins égal à 2, les ensembles $\mathbb{N}^k$ *et* $\mathbb{N}$ *sont équipotents, en explicitant une bijection de l'un vers l'autre ainsi que la bijection réciproque. En général, pour k = 2, on effectue cette opération en listant les éléments de* $\mathbb{N}^2$ *suivant les diagonales successives :*

$$(0,0), (1,0), (0,1), (2,0), (1,1), (0,2), (3,0), (2,1), (1,2), (0,3) \ldots.$$

Ce procédé géométrique peut se généraliser pour $k \geq 3$ *: voir le problème du trimestre n°103 du Petit Vert. On propose ici une autre méthode basée sur la décomposition en facteurs premiers des entiers naturels non nuls.*

On commencera par les cas k = 2 (très simple) et k = 3 où on donnera, au passage, une formule fournissant le p-ième nombre divisible ni par 2 ni par 3. Le cas k = 4 sera ensuite traité de façon explicite mais en l'absence de formule fournissant le p-ième nombre divisible ni par 2 ni par 3 ni par 5. Le cas général sera enfin présenté au moyen du logiciel Maple. A partir du cas k = 3, on utilisera la formule du crible (ou de Poincaré) donnant le nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles en fonction des nombres d'éléments de leurs différentes intersections.

retour sommaire

Étude du cas *k* = 2

L'application f_2 définie par $\boxed{f_2(m,n)=2^m(2n+1)-1}$ *est bien une application de* $\mathbb{N}^2$ *dans* $\mathbb{N}$ *. La bijectivité de f_2 résulte du fait que tout entier naturel non nul est d'une unique façon le produit d'une puissance de 2 et d'un nombre impair.*
On a $f_2^{-1}(0)=(0{,}0)$ *. Soit* $b\in\mathbb{N}^*$ *. Notons $v_2(b+1)$ l'exposant de 2 dans la décomposition en facteurs premiers de b+1 ; on a alors :*

$$\boxed{f_2^{-1}(b)=\left(v_2(b+1)\ ,\ \frac{1}{2}\left(\frac{b+1}{2^{v_2(b+1)}}-1\right)\right)}\ .$$

Par exemple, comme $v_2(2012) = 2$, on obtient, $f_2^{-1}(2011)=(2\ ,\ 251)$.

Étude du cas *k* = 3

Soit l'application f_3 de $\mathbb{N}^3$ *dans* $\mathbb{N}$ *définie par :*
$f_3(m,n,p)=2^m\,3^n\,a_p-1$ *où* $(a_p)_{p\in\mathbb{N}}$ *est la suite ($a_0 = 1$, $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_3 = 11$, ...) des entiers naturels divisibles ni par 2, ni par 3 c'est-à-dire congrus à 1 ou à 5 modulo 6. Sa bijectivité résulte du fait que tout entier naturel non nul est d'une façon unique le produit d'une puissance de 2, d'une puissance de 3 et d'un entier ne contenant pas de 2 ni de 3 dans sa décomposition en facteurs premiers.*
On a pour tout $q\in\mathbb{N}$ *: $a_{2q} = 1+6q$ et $a_{2q+1} = 5+6q$ donc, pour tout* $p\in\mathbb{N}$ *,*
$a_p=\frac{1}{2}\left(6p-(-1)^p+3\right)$ *(vérification immédiate). Ainsi une bijection, f_3 de* $\mathbb{N}^3$ *dans* $\mathbb{N}$ *est définie par :*

$$\boxed{f_3(m,n,p)=2^m\cdot 3^n\cdot\frac{1}{2}\left(6p-(-1)^p+3\right)\ -\ 1}\ .$$

On a $f_3^{-1}(0)=(0{,}0{,}0)$ *. Soit* $b\in\mathbb{N}^*$ *. Notons $v_2(b+1)$ et $v_3(b+1)$ les exposants de 2 et de 3 dans la décomposition en facteurs premiers de b+1. On a alors, en notant* $c=\frac{b+1}{2^{v_2(b+1)}3^{v_3(b+1)}}$ *et* $\lfloor\ \rfloor$ *désignant la partie entière :*

$$\boxed{f_3^{-1}(b)=\left(v_2(b+1)\ ,\ v_3(b+1)\ ,\ c-\left\lfloor\frac{c}{2}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{c}{3}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{c}{6}\right\rfloor-1\right)}\ ,$$

car pour avoir le rang du c-ième entier non nul qui n'est ni multiple de 2, ni multiple de 3, il faut retirer à c le nombre de multiples de 2 non nuls inférieurs ou égaux à c, le nombre de multiples de 3 non nuls inférieurs ou égaux à c et rajouter le nombre de multiples de 6 non nuls inférieurs ou égaux à c.
Par exemple, comme $v_2(2012) = 2$ et $v_3(2012) = 0$,
on obtient $f_3^{-1}(2011)=(2\ ,\ 0\ ,\ 167)$.

retour sommaire

On vérifie que $f_3(2,0,167)=2^2\cdot 3^0\cdot\frac{1}{2}(6\cdot 167-(-1)^{167}+3)-1=2011$.

Étude du cas *k* = 4

Soit l'application f_4 de $\mathbb{N}^4$ dans $\mathbb{N}$ définie par :

$f_4(m,n,p,q)=2^m\ 3^n\ 5^p\ b_q-1$ *où* $(b_q)_{q\in\mathbb{N}}$ *est la suite (b_0 =1, b_1 = 7, b_2 = 11, b_3 = 13, ...) des entiers naturels divisibles ni par 2, ni par 3, ni par 5, c'est-à-dire congrus à 1 ou 7 ou 11 ou 13 ou 17 ou 19 ou 23 ou 29 modulo 30. Sa bijectivité résulte du fait que tout entier naturel non nul est d'une façon unique le produit d'une puissance de 2, d'une puissance de 3, d'une puissance de 5 et d'un entier ne contenant ni de 2 ni de 3 ni de 5 dans sa décomposition en facteurs premiers. Ici, faute de formule plus explicite, nous définirons la suite* $(b_q)_{q\in\mathbb{N}}$ *par ses 8 premières valeurs (8= Φ(30), nombre de nombres inférieurs à 30 et premiers avec lui) :*

q	0	1	2	3	4	5	6	7
b_q	1	7	11	13	17	19	23	29

et pour tout $q\in\mathbb{N}$ *: $b_{q+8}=b_q+30$. (Pour d'autres modes de définition voir la référence 3).*

On a ainsi défini une bijection de de $\mathbb{N}^4$ *dans* $\mathbb{N}$.

On définit la bijection réciproque de la même façon que pour le cas k = 3 : on a $f_4^{-1}(0)=(0,0,0,0)$. *Soit* $b\in\mathbb{N}^*$. *Notons $v_2(b+1)$, $v_3(b+1)$, $v_5(b+1)$ les exposants de 2, de 3 et de 5 dans la décomposition en facteurs premiers de b+1.*

On a alors, en notant $c=\frac{b+1}{2^{v_2(b+1)}3^{v_3(b+1)}5^{v_5(b+1)}}$ *et $\lfloor\ \rfloor$ désignant la partie entière :*

$$\boxed{f_4^{-1}(b)=\left(v_2(b+1),v_3(b+1),v_5(b+1),c-\left\lfloor\frac{c}{2}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{c}{3}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{c}{5}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{c}{6}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{c}{10}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{c}{15}\right\rfloor-\left\lfloor\frac{c}{30}\right\rfloor-1\right)}\ .$$

On obtient ainsi $f_4^{-1}(2011)=(2,0,0,134)$

et on vérifie que $f_4(2,0,0,134)$ = 2011.

Étude du cas général avec Maple

On commence par écrire un programme donnant l'exposant e(p,n) du nombre premier p dans la décomposition en facteurs premiers de n :

```
> restart:with(numtheory):
> e:=proc(p,n) local k,m;k:=0;m:=n; while type(m/p,integer)
          do m:=m/p;k:=k+1 od; return k end:
```

retour sommaire

Ensuite, au nombre entier naturel k non nul, on associe :

p(k) : le produit des k premiers nombres premiers,
l(k) : la liste des $\Phi(p(k))$ nombres premiers avec *p(k)* inférieurs à *p(k)* (Φ est la fonction indicatrice d'Euler),
a(k,n) : la suite dont les $\Phi(p(k))$ premiers termes (à partir de 0) sont les premiers nombres premiers avec *p(k)* puis définie pour $n \geq \Phi(p(k))$ par
$a(k,n)=a(k,n-\Phi(p(k)))+p(k)$:

```
> p:=k->product(ithprime(i),i=1..k):
> l:=proc(k) local ll,i,j;ll:=[1];for i from 2 to phi(p(k)) do j:=op(-1,ll)+1;
   while(evalb(igcd(j,p(k))<>1)) do j:=j+1  od; ll:=[op(ll),j] od;return(ll) end:
> a:=(k,n)->if n<phi(p(k)) then l(k)[n+1] else a(k,n-phi(p(k)))+p(k) fi:
```

On associe enfin bijectivement à une liste l de k entiers naturels l'entier naturel *f(k,l)* (c'est l'application cherchée):

```
> f:=(k,l)->product(ithprime(i)^l[i],i=1..k-1)*a(k-1,l[k])-1:
```

Exemples:

```
> [f(2,[2,251]),f(3,[2,0,167]),f(4,[2,0,0,134]),f(4,[1,2,3,4])];
                    [2011, 2011, 2011,38249]
```

Étude de la fonction réciproque.

La liste g(m,k) donne les $\binom{k}{m}$ *produits des m éléments des différentes m-parties de l'ensemble des k premiers nombres premiers.*

```
> with(combinat):g:=proc(m,k) local u,i;
          u:=choose([seq(ithprime(i),i=1..k)],m);
          seq(mul(op([i,j],u),j=1..m),i=1..nops(u)) end:
```

La fonction réciproque associe à tout entier naturel n la liste *finv(k,n)* de k entiers naturels : noter qu'on utilise la formule du crible (ou de Poincaré) pour définir le rang du premier nombre divisible par aucun nombre premier autre que les k-1 premiers (voir le cas k = 4 explicité ci-dessus).

```
> finv:=proc(k,n) local c,i,j,cc;if n=0 then return([seq(0,i=1..k)]) else
   c:=(n+1)/mul(ithprime(i)^e(ithprime(i),n+1),i=1..k-1);
   cc:=c+add((-1)^i*add(floor(c/[g(i,k-1)][j]),j=1..nops([g(i,k-1)])),i=1..k-1);
   return([op([seq(e(ithprime(i),n+1),i=1..k-1)]),cc-1]) fi end:
```

Exemples:

```
> seq(finv(i,2011),i=2..5);
      [2, 251], [2, 0, 167], [2, 0, 0, 134], [2, 0, 0, 0, 115]
> seq(finv(i,999),i=2..5);
        [3, 62], [3, 0, 41], [3, 0, 3, 0], [3, 0, 3, 0, 0]
```

retour sommaire

Références:

1. David M. Bradley, *Counting Ordered Pairs*, Mathematics Magazine n°83 (2010) p. 302 (publication de The Mathematical Association of America)

2. Suite A007310 de *The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences* : http://oeis.org/A007310 .

3. Suite A007775 de *The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences* : http://oeis.org/A007775 .

4. Weisstein, Eric W. "Rough Number." From MathWorld, a Wolfram Web ressource : http://mathworld.wolfram.com/RoughNumber.html

JN 2012 à Metz CONCOURS D'AFFICHE

La régionale Lorraine organisera les Journées nationales de l'APMEP en 2012 à Metz. En octobre 2011, lors des prochaines Journées à Grenoble, nous distribuerons aux participants «l'affiche de « nos » journées, affiche que l'on retrouvera également jointe au BGV de présentation de mai 2012.

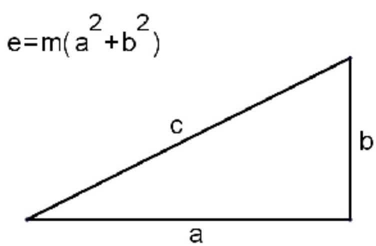
A cette occasion, l'APMEP a envoyé en septembre dernier un courrier destiné aux professeurs de mathématiques, d'arts plastiques et aux professeurs d'école, leur proposant de faire réaliser cette affiche par leurs élèves (comme nous l'avions fait pour les précédentes Journées de Gérardmer en 1999).

Il est encore temps de participer à ce concours : **toutes les modalités sont dans le Petit Vert n° 103 de septembre 2010.**
Les critères de choix seront l'originalité, l'adaptation au thème et/ou à la région, la lisibilité.

Nous vous rappelons que les productions doivent être envoyées **avant le 1er mai** 2011 à l'adresse suivante :

APMEP Concours d'affiche, chez Ghislaine BURKI
41 rue du 16ème B.C.P., 54800 LABRY
burkighis@aliceadsl.fr

La proclamation des résultats est prévue pour début juin 2011. Prix offert à la classe gagnante : un lot de livres et l'affiche plastifiée grand format.



Le théorème d'Einstein-Pythagore

Si vous découvrez ce théorème lors de notre Journée régionale, vous devrez le démontrer à vos élèves le surlendemain !

retour sommaire

Un tiers

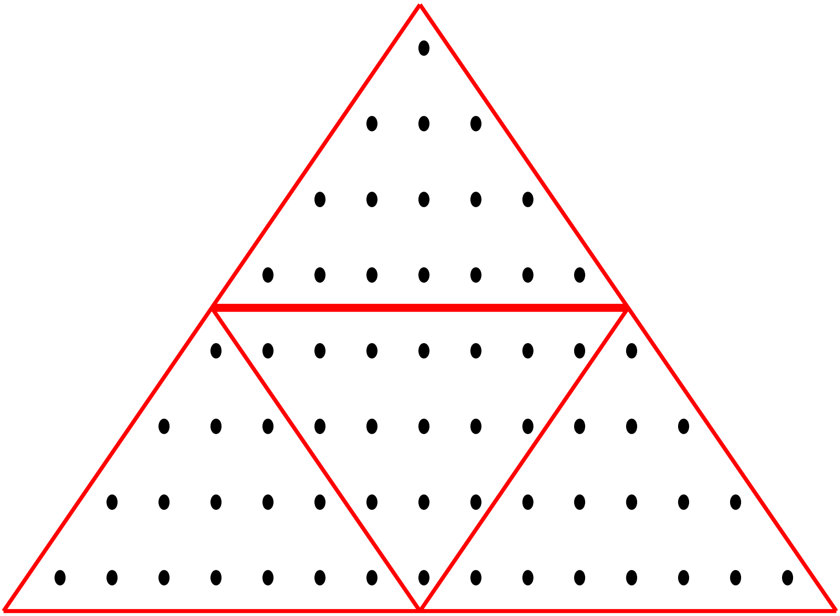
$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1+3}{5+7} =$$

$$\frac{1+3+5}{7+9+11} =$$

$$\frac{1+3+5+7}{9+11+13+15} =$$

Une conjecture apparaît. De nombreuses démonstrations sont envisageables. Voici celle qui nous avait été montrée dans un atelier des Journées de LYON (1991), par l'auteur du livre « L'Algèbre. Mode d'emploi » (Fournitures et éditions scolaires du Canton de Vaud 1995).



Convaincus ?

François Drouin

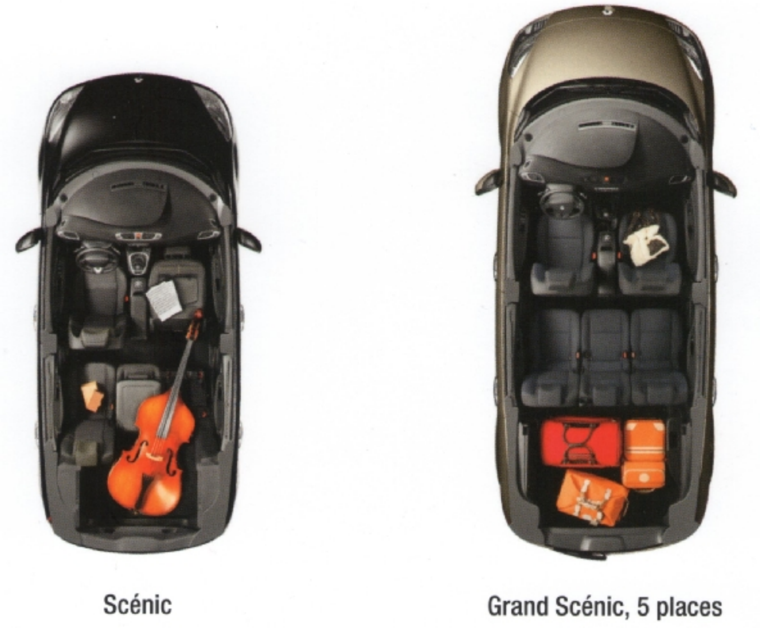
retour sommaire

MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.
Envois par la poste à Jacques VERDIER (18 rue du Pont de Pierre, 54130 SAINT-MAX) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .
Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre site à l'adresse :
http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=math_et_media

Grand Scénic Renault

Voici un extrait d'une publicité pour le Grand Scénic Renault :



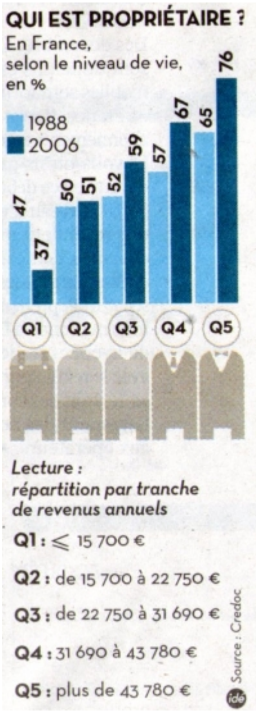
Comme on le voit sur l'image ci-dessus, le Grand Scénic semble beaucoup plus grand que le Scénic « ordinaire ».
Combien de fois plus grand ? Sur l'image qui figurait sur le prospectus, le Scénic de gauche mesurait 6,35 cm et celui de droite 7,3 cm,

retour sommaire

pratiquement 15 % de plus (ce qui donne environ 32 % de plus pour la surface). C'est l'info que notre œil transmet à notre cerveau.
Or si l'on va chercher, sur le site de Renault, les caractéristiques techniques des deux véhicules, on apprend que le premier mesure 4,344 m de long et le second 4,560 m, soit 5 % de plus (et 10 % de plus pour l'aire).
Conclusion : les deux voitures dessinées ne sont pas à la même échelle, et le Grand Scénic nous paraît, par rapport à son petit frère, beaucoup plus grand qu'il ne l'est en réalité.

Un mot tabou ?

Ce graphique est extrait de Libération du 01/02/11. Que peuvent bien signifier Q1, Q2, Q3, Q4, Q5 ? Rien ne l'expliquait dans l'article « La France des propriétaires » que cette infographie illustrait. La légende indique bien à quelles tranches de revenus correspondent ces cinq Q. Mais pourquoi diable les avoir appelés Q ?



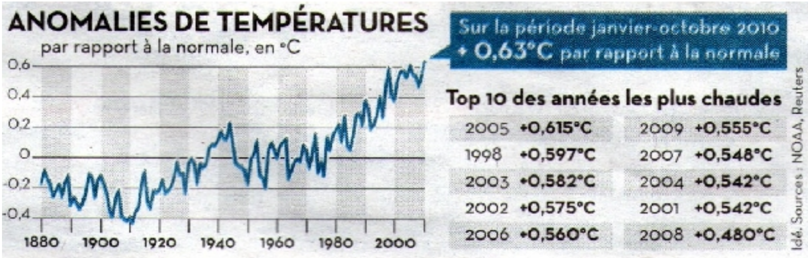
Le prof de math que nous sommes aura tout de suite compris qu'il s'agissait de ***quintiles*** : chacune des cinq tranches correspond à 20 % de la population. Mais le lecteur « lambda » étant supposé ne rien comprendre aux maths, il ne faut surtout pas utiliser (ni tenter d'expliquer) des mots qui font peur !

Par ailleurs, il manque une information importante : quelle est la population étudiée. Après recherche sur la toile, il s'avère que c'est celle des « ménages » (au sens où l'entend l'INSEE).

retour sommaire

« … par rapport à la normale »

Vu dans Libération du 13/12/10, article dédié au sommet de Cancun :



Aucune explication, dans l'article que cette infographie illustrait, sur ce qu'est cette « normale ».

Il faut chercher ailleurs…
Sur le site Info-Alien, « *La température moyenne combinée de l'air à la surface des terres et de la mer, en 2010 (janvier-octobre), présente actuellement une anomalie positive estimée à 0,55 °C ± 0,11 °C par rapport à la normale calculée pour la période 1961-1990*».
On a déjà avancé un peu … la normale correspond à une période de 30 ans. Mais par contre il y a désaccord entre les deux infos sur la valeur de cette « anomalie positive » (+0,55°c ou +0,63°C ?).

Remontons à la source (c'est-à-dire sur le site de l'OMM, Organisation Météorologique Mondiale). C'est bien 0,55°C, et toujours par rapport à la « normale » calculée sur 1961-1990.

Remontons encore… Dans le « MANUEL SUR LE CHIFFREMENT DES MESSAGES CLIMAT ET CLIMAT TEMP » édité par l'OMM, on peut lire : « *Normales : on calcule les normales d'après les valeurs en moyenne mensuelle pour l'ensemble des années considérées* ». On calcule les normales à partir des moyennes … mais comment ?
C'est expliqué à la page 20. Voici la formule :

$$T_{\text{norm}} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{\text{années}} - Y_T} T_{\text{année\_k}}}{N_{\text{années}} - Y_T}$$

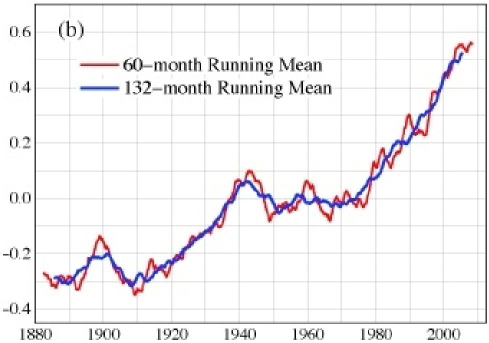
(où $T_{\text{année\_k}}$ désigne la valeur en moyenne mensuelle de la température pour le mois considéré de l'année k et ($N_{\text{années}}$ - Y_T) le nombre de valeurs disponibles en moyenne mensuelle).

retour sommaire

Dans Agreste Conjoncture, bulletin mensuel d'informations du Ministère de l'Agriculture, on précise (à propos des données de Météo France) que « *Les normales saisonnières sont les moyennes sur la période 1971-2000 des températures moyennes mensuelles* ».

Finalement, la température « normale », c'est la température « moyenne » (ici, sur 30 ans) ! Alors pourquoi ne pas dire « température moyenne » ?

N.B. Les anglo-saxons ne parlent pas de normales, mais bien de moyennes. Exemple :



Global surface air temperature anomalies relative to **1951-1980 mean** for (60-month and 132-month running means).
Source : Goddard Institute for Space Studies (NASA)

Addendum : dans le Dictionnaire de l'Académie Française (9e édition), on peut lire :

NORMAL , -ALE adj. XVe siècle. Emprunté du latin *normalis,* proprement « fait à l'équerre », puis « conforme à la prescription ». **1.** Qui est conforme à la norme, à la règle ; qui suit le cours ordinaire et prévisible des choses. (…). Subst. au féminin : (…) *Des précipitations, des températures inférieures aux normales saisonnières.* (…)

D'où nous vient cet usage ?

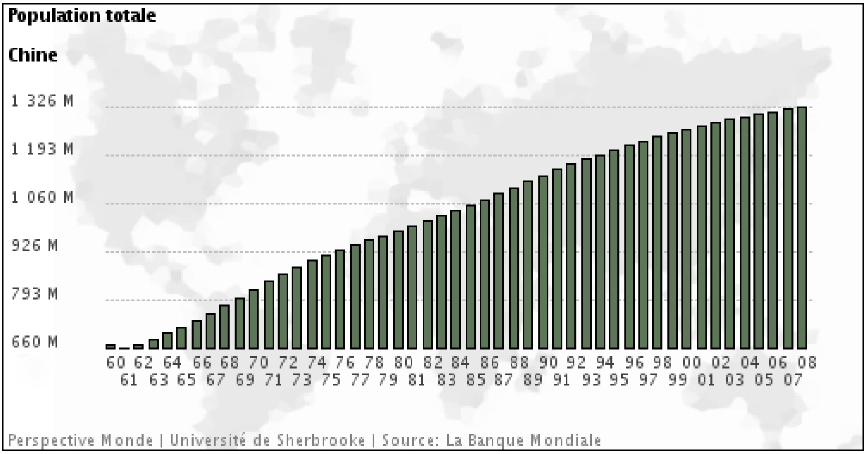
J'ai pu lire ceci sur http://91.121.162.160/glu/FRDIC/DICNORMA.HTM :

NORMAL : Comme terme scientifique employé pour la première fois par le physicien et géologue Deluc vers 1780, d'après E.G. Fischer, Physique mécanique, trad. de l'all. par Biot, 1806 (« *Cette température moyenne se trouve justement de 16° 3/4 de l'échelle à 80 divisions, ce que Deluc appelle la température normale* »). (...) Répondant donc à la notion strictement quantitative de *moyenne*, *normale* en serait une sorte de valorisation plus ou moins arbitraire.

retour sommaire

Population chinoise

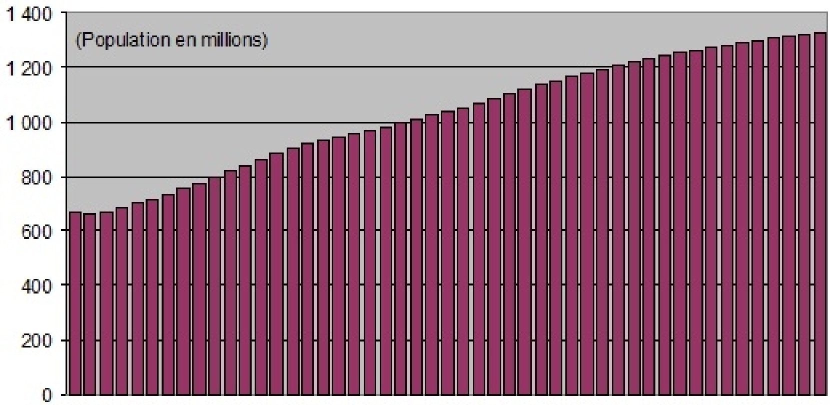
Laurent nous a envoyé ce graphique, proposé aux élèves dans un devoir commun d'histoire-géo avec la question suivante :
Peut-on dire « En gros, la population de la Chine a doublé de 1960 à 2008 » ?



(source : http://perspective.usherbrooke.ca)

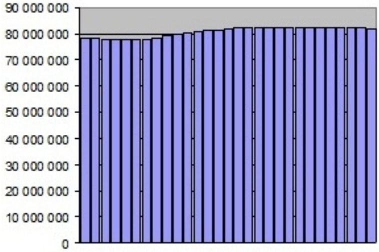
On peut se poser un certain nombre de questions et faire certaines remarques à propos de ce graphique trouvé sur le net.

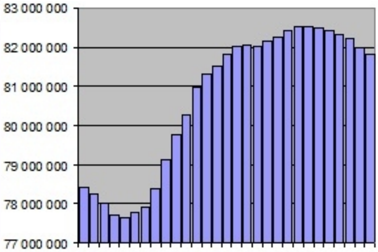
Le prof de maths aurait peut-être préféré ce type de graphique :



Exemple avec population allemande de 1981 à 2009, suivant le choix de troncature ou non de l'axe des ordonnées :

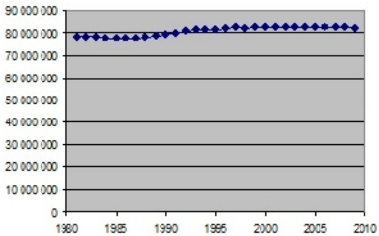
retour sommaire

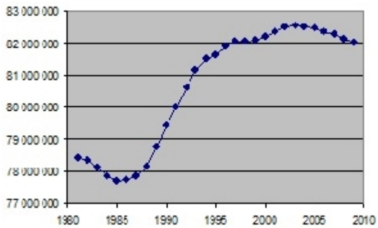




On voit que cette troncature de l'axe des ordonnées permet de bien mettre en évidence les fluctuations de la population (peu perceptibles sur le graphique de gauche) ; mais elle « rompt » la proportionnalité entre la hauteur des barres et les effectifs correspondants : ce « danger » doit être présent à l'esprit du lecteur.

Mais on peut se poser une autre question : l'histogramme est-il la représentation la plus adéquate ? En effet, il s'agit ici de la croissance d'une population, donc d'une <u>fonction</u> du temps. Et pour représenter une fonction (fut-elle discrète), on utilise plutôt des points (l'histogramme étant plutôt adapté à la représentation de la répartition d'une population en « classes ») :





On suppose que l'élève aura deviné que M représente un million (et donc 1 326 M vaut 1 326 000 000, soit un milliard etc.) : cela fait partie de la « culture générale » de savoir qu'il y a plus d'un milliard de chinois. Mais il est incorrectement utilisé ici ; il ne peut être utilisé que comme préfixe devant une unité : 14 MWh, 1,3 M€…

[2]Par ailleurs, on remarquera également – sur le diagramme initial - la « bizarrerie » du choix de l'échelle des ordonnées : 660, 793, 926… Il semblerait que le choix de l'échelle ait été fait ainsi : le maximum étant à 1 326 M (en 2008), le minimum à 660 M (en 1961), on a partagé cet intervalle en cinq, ce qui donne des écarts de 133 entre les graduations.
Cette hypothèse est d'ailleurs confirmée en explorant d'autres statistiques sur ce même site (Université de Sherbrooke, Canada).

retour sommaire

N.B. Si, sur ce site, vous regardez l'évolution de la population du Canada pendant la même période, vous constaterez une magnifique croissance « linéaire »…

Infographie footballistique

Vu dans Libération du 15/01/11, à propos des clubs de foot européens.

En principe, quand on représente des données statistiques par des diagrammes, les aires représentées doivent être proportionnelles aux valeurs données.
C'est bien le cas dans le schéma du bas (qui s'apparente à un histogramme).
Mais dans le schéma du haut, ce sont les diamètres des sacs qui sont (sensiblement) proportionnels aux données. Les aires ne le sont donc pas : l'aire du sac de droite est environ 5 fois celle du sac de gauche, alors que $122/52 \approx 2{,}35$.
Une infographie à mettre entre les mais de vos élèves de troisième pour leur demander ce qu'ils en pensent…

C'ÉTAIT IL Y A 25 ANS…

Dans le Petit vert n°5 (mars 1986), on poursuivait la publication en « feuilleton » de la préface des ***Eléments de géométrie*** de Clairaut (1853). En voici quelques extraits :

La mesure des terrains m'a paru ce qu'il y avait de plus propre à faire naître les premières propositions de Géométrie ; et c'est en effet l'origine de cette science, puisque Géométrie signifie mesure du terrain. (…)
Afin de suivre dans cet ouvrage une route semblable à celle des inventeurs, je m'attache d'abord à faire apprendre aux commençants les principes dont peut dépendre la simple mesure des terrains et les distances accessibles ou inaccessibles, etc. (…)
On me reprochera peut-être, en quelques endroits de ces éléments, de m'en rapporter trop au témoignage des yeux, et de ne m'attacher pas assez à l'exactitude rigoureuse des démonstrations. Je prise ceux qui pourraient me faire un pareil reproche d'observer que je ne passe légèrement que sur des propositions dont la vérité se découvre, pour peu qu'on y fasse attention. J'en use de la sorte, surtout dans les commencements, où il se rencontre plus souvent des propositions de ce genre, parce que j'ai remarqué que ceux qui avaient des dispositions à la Géométrie se plaisaient à exercer un peu leur esprit ; et qu'au contraire ils se rebutaient lorsqu'on les accablait de démonstrations pour ainsi dire inutiles.

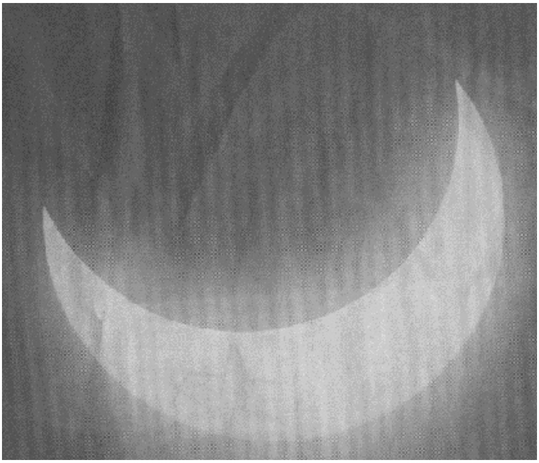
L'intégralité du Petit Vert n°5 est téléchargeable sur notre site.

retour sommaire

DANS NOS CLASSES (1ère S)

par Geneviève Bouvart (lycée Bichat, Lunéville)

L'éclipse du 4 janvier 2011



Le Petit Vert est toujours à l'affût d'informations scientifiques. Un de nos adhérents a trouvé, dans l'Est Républicain du 5 janvier 2011, un article relatif à cette éclipse et nous l'a fait parvenir.
L'image qui l'illustrait est belle et fait rêver, je suis en train d'étudier les angles en première S… j'ai envie de la proposer à la réflexion de mes élèves de première S.

Déroulement du travail

Objectifs :
Avoir une attitude critique vis-à-vis d'une information
Mettre en œuvre une recherche de façon autonome
Compétences développées :
Analyser une figure géométrique
Extraire des informations pertinentes d'une figure
Utiliser des connaissances de trigonométrie dans le triangle rectangle
Calculer des aires planes élémentaires.

- **Première étape** : travail de groupe.

Durée : 1 heure.

Consigne :
Cette photo est extraite de l'Est Républicain du 05/01/11 et concerne l'éclipse de soleil de la veille. Elle illustrait un article où il était indiqué que les deux-tiers du disque solaire étaient masqués.
A l'aide de ce seul document (et de l'hypothèse que le soleil et la lune ont [quasiment] le même diamètre apparent) peut-on confirmer ou infirmer ce qu'a indiqué le journal ?

retour sommaire

La séance a lieu par demi-classe de 18 élèves dans une salle disposant d'ordinateurs. Les élèves ont habituellement le choix de travailler à une table « ordinaire » ou d'utiliser l'outil informatique. Leur première réaction est l'étonnement de chercher à analyser une donnée du journal : « puisque c'est écrit ! ».
La première difficulté rencontrée est de reconnaître des connaissances qui vont être utiles à la résolution du problème.
Une autre difficulté est de construire des cercles dont on connaît un arc. Certains élèves insèrent l'image sur la page à l'aide du logiciel GeoGebra et peuvent donc obtenir un cercle à l'aide de trois points choisis sur la figure. Mais où est son centre ?
Une autre difficulté est de déterminer les données à choisir sur la figure pour calculer les aires demandées. Comment calculer l'aire de la lunule ? Comment décomposer la figure en figures élémentaires pour se ramener à des configurations connues.

Quelques pistes de solutions apparaissent :

- Comparer des rapports de grandeur pour conclure (voir en annexe 1)
- Obtenir des valeurs approchées d'aires en construisant une conique déterminée par 5 points puis en déterminant son aire. Pourquoi y aurait-il un problème de considérer cinq points alors que trois points ont permis de déterminer un cercle puis de calculer l'aire du disque ? (voir en annexe 2)

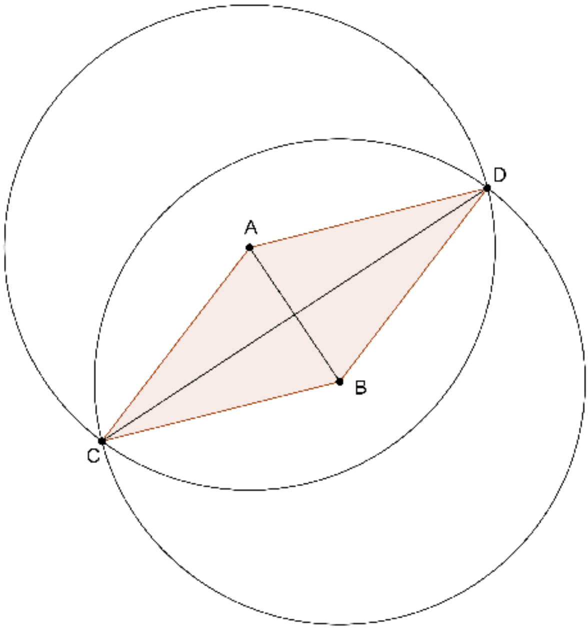
- **Deuxième étape** : Mise en commun puis travail par binômes

-voir fichier page suivante –
Des fiches « aide » sécurisent et jalonnent le travail.
C'est encore très laborieux mais les élèves construisent petit à petit le chemin qui les mène vers la solution et prennent conscience qu'ils sont capables de le faire.

A quand la prochaine éclipse ?

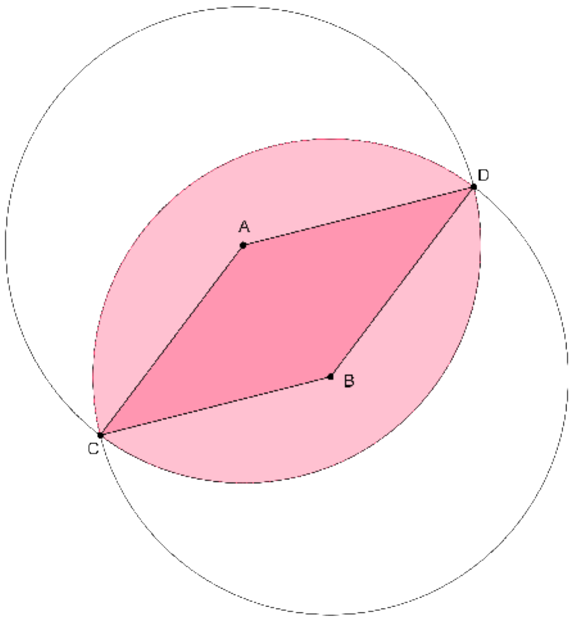
retour sommaire

Des lunules



Question 1 :
Les points A et B sont les centres respectifs de ces deux cercles de rayon 1.
Quelle est l'aire du quadrilatère ADBC en fonction de l'angle $\widehat{CAD}$?

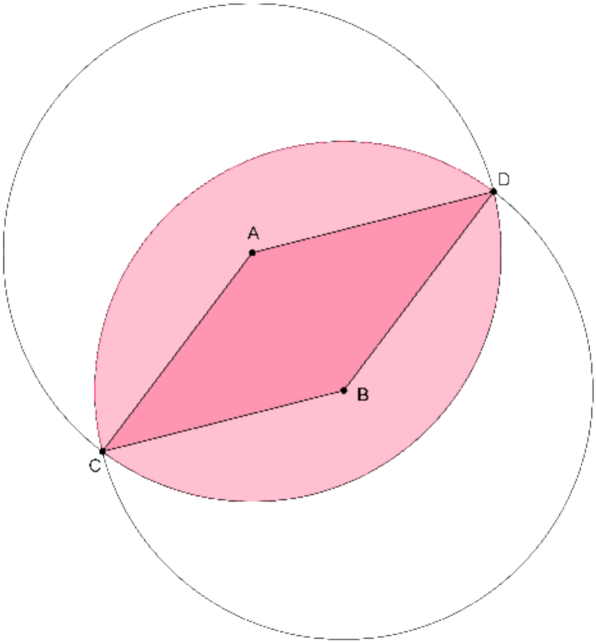
Question 2 :Les points A et B sont les centres respectifs de ces deux cercles de rayon 1. Quelle est l'aire de la partie coloriée en fonction de l'angle $\widehat{CAD}$?



retour sommaire

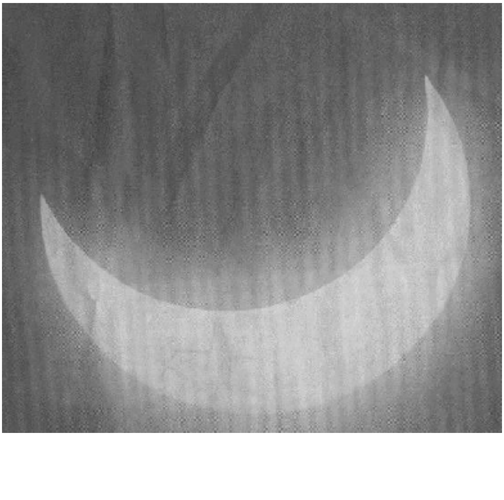
Question 3 :

Quelle proportion, en fonction de l'angle $\widehat{CAD}$ du disque de centre A représente la partie coloriée ?



Question 4 :

Est-ce que les deux-tiers du disque solaire sont masqués ?
On considère que le soleil et la lune ont le même diamètre apparent



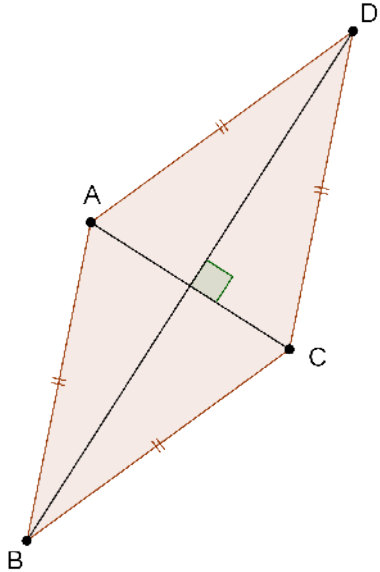
retour sommaire

Quelques aides

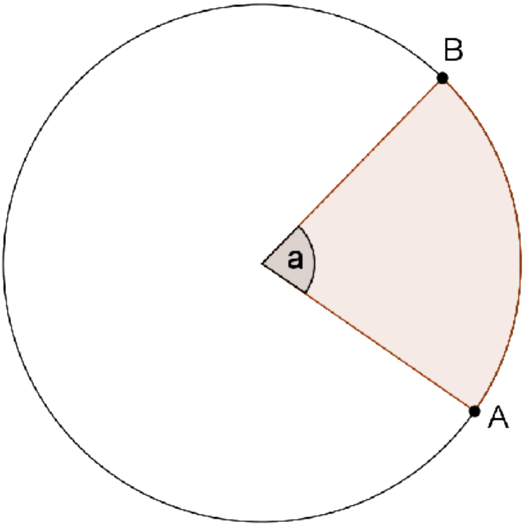
Aide n°1 : Un point situé à égale distance des extrémités d'un segment est situé sur la médiatrice de ce segment.

Aide n°2 : Pour trouver le centre d'un cercle, tracer deux cordes et les médiatrices de ces cordes.

Aide n°3 : L'aire du losange ABCD est égale à $\dfrac{AC \times BD}{2}$.

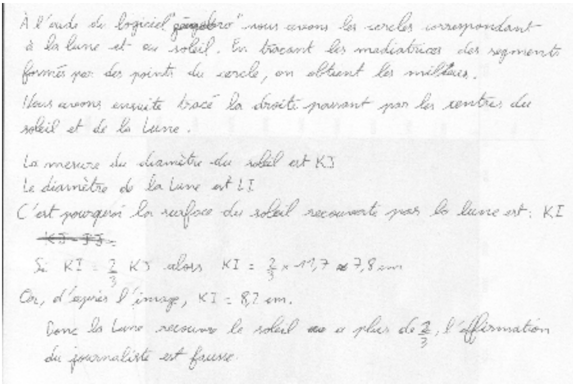


Aide n°4 : L'aire du secteur circulaire défini par l'arc $\overset{\frown}{AB}$ et l'angle â est égale à $\frac{1}{2}aR^2$.



Quelques productions d'élèves à l'issue du premier travail de groupe

Annexe 1



À l'aide du logiciel "géogébra" nous avons les cercles correspondant à la lune et au soleil. En traçant les médiatrices des segments formés par des points du cercle, on obtient les milieux.

Nous avons ensuite tracé la droite passant par les centres du soleil et de la lune.

La mesure du diamètre du soleil est KJ

Le diamètre de la lune est LI

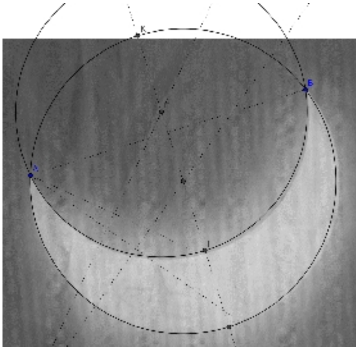
C'est pourquoi la surface du soleil recouverte par la lune est : KI

~~KJ - IJ~~

Si $KI = \frac{2}{3} KJ$ alors $KI = \frac{2}{3} \times 11{,}7 \approx 7{,}8$ cm

Or, d'après l'image, KI = 8,2 cm.

Donc la lune recouvre le soleil a plus de $\frac{2}{3}$, l'affirmation du journaliste est fausse.



Annexe 2

Déjà je mesure l'aire de $\mathcal{C}_2 \approx 81{,}71$ cm².
$\mathcal{C}_1 = 55{,}41$ cm².

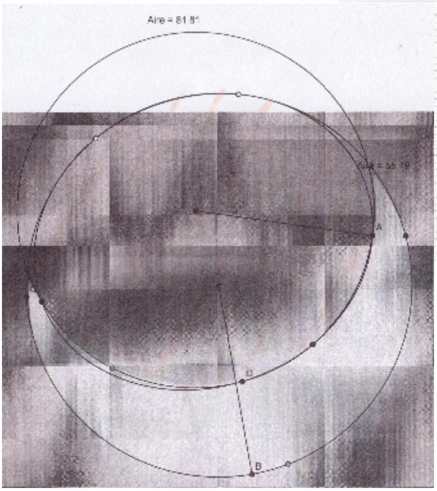
On sait que $\mathcal{C}_2 = 81{,}71 : 3 \approx 27{,}24$ cm².

L'aire de la partie hachurée = 55,19 cm².

Alors, si $\mathcal{C}_1 = \frac{2}{3}\mathcal{C}_2$,

on a $55{,}19 + 27{,}24 \approx 82{,}43$ cm².

La partie hachurée représente les $\frac{2}{3}$ de $\mathcal{C}_2$.
Donc le journaliste avait raison.



retour sommaire

VU SUR LA TOILE

Revues sur la toile

Pour cette rubrique consacrée aux revues dont le contenu peut être accessible librement en ligne, je ne pouvais pas commencer sans signaler le site de notre association préférée, et l'indispensable « Publimath » ; mais je ne devais surtout pas oublier l'inestimable base des articles du Petit Vert tous consultables ici-même : http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=petitvert&page=archive_pv.

Les autres publications sont intéressantes, aussi. On peut s'aventurer sur les nombreux liens proposés par le portail d'Actumaths : http://www.actumaths.com/mag.php ou de Mathdoc : http://portail.mathdoc.fr/ ; ils ont servi de point de départ à cet article. Cependant, les revues référencées (entre autres : Tangente, Cosinus...) exigent parfois un paiement pour un article dont on ignore parfois tout du contenu.

Accromath est rédigée par des mathématiciens québécois et les pages sont richement illustrées ; notamment le dernier numéro consacré aux pavages : http://accromath.uqam.ca/archive/. Moins accrocheur visuellement, le bulletin de l'Association des Mathématiciens Québécois mérite qu'on jette un œil à ses archives : http://newton.mat.ulaval.ca/amq/archives/ .

Tout le monde connaît les titres « Repères », « Petit x » ou « Grand N ». Saviez-vous que leurs parutions (jusqu'en 2005) étaient intégralement téléchargeables ? On se replongera dans ces références aux adresses suivantes :
http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24 (pour « Repères »),
http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/ (pour « Petit x ») et
http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/ (pour « Grand N »).

Derniers bulletins « cultes », ceux de la série des « Archimède », qui connaissent une nouvelle jeunesse avec une opération de « scan » complet des numéros parus : http://www.lepetitarchimede.fr/ .

Publication essentiellement numérique, MathémaTICE, proposée par l'association Sesamath, pourrait devenir une référence pour beaucoup de professeurs de mathématiques souhaitant rester à la page en termes d'enseignement numérique :
http://revue.sesamath.net/spip.php?rubrique=42 .

Enfin, on pourra vouloir revenir davantage dans le temps ou étendre ses recherches, auquel cas, il faudra notamment visiter le site http://www.numdam.org/ (numérisation d'articles mathématiques) ou fouiller dans la base mathématique de Gallica, qui s'enrichit tous les jours des œuvres des plus grands mathématiciens :
http://math-doc.ujf-grenoble.fr/GALLICA/.

gilles.waehren@wanadoo.fr

Solution du problème n° 104

Rappel de l'énoncé : « Je suis un nombre entier. Mon carré se termine par trois fois un même chiffre (différent de zéro). Qui suis-je ? »

Merci pour les nombreuses solutions, chacune apportant son propre éclairage ! Jacques VERDIER a mis un point d'honneur à ne pas utiliser l'ordinateur pour la recherche des solutions.
Remarquons tout d'abord que le carré d'un nombre supérieur à 10 ne peut se terminer, en base 10, que par 00, 21, 24, 25, 29, 41, 44, 56, 61, 69, 84, 89 ou 96 (résultat largement exploité par Fermat), ce qui ne laisse que 44 comme candidat potentiel. Reste à examiner les nombres x dont le carré se termine par 444. Jacques prouve également qu'aucun carré ne se termine par 4 chiffres identiques autres que zéro.
La méthode utilisée par Daniel VAGOST, Jacques CHONÉ et Renaud DEHAYE repose tout d'abord sur une prospection des solutions grâce à des logiciels comme R ou Maple (un tableur convient aussi). On remarque que les solutions trouvées : 38, 462, 538, 962, etc... sont toutes de la forme $\pm 38+500\,k$.

Ce qui amène deux calculs :

- d'une part, ces nombres sont bien solutions :
  $(\pm 38+500\,k)^2=38^2\pm 38000+250000=(250\pm 38)\times 1000+1444\equiv 444[1000]$
- d'autre part, si x est une solution, alors $x\pm 500$ en est une autre :
  $(x\pm 500)^2=x^2\pm 1000\,x+250000\equiv x^2[1000]$

donc si on connait les solutions dans l'intervalle $[\![1,500]\!]$, les autres s'en déduisent immédiatement.

Conclusion :
On a bien trouvé toutes les solutions, à savoir les nombres $\pm 38+500k$.

Jacques CHONÉ fait remarquer qu'on étudie ici les équations de congruence $x^2\equiv a$ (mod 1000) pour $a\in\{111,222,\dots,999\}$: s'il existe au moins une solution x on dit que a est un résidu quadratique modulo 1000. On peut alors calculer le symbole de Legendre généralisé, qui vaut 1 ou -1 selon que a est ou non résidu quadratique. Le problème se généralise sans peine à d'autres bases : par exemple, il n'y a pas de solution en base 12, alors qu'en base 7 on a $(\overline{102}^{\,7})^2=\overline{42222}^{\,7}$!

Problème du trimestre n°105

(proposé par Jacques Verdier et Loïc Terrier)

*La première question est tirée de la revue russe **Квант** (Quant) de décembre 1991. Site : http://kvant.mirror1.mccme.ru/*

Les 50 gangsters

1°) 50 gangsters tirent simultanément. Chacun tire sur le gangster le plus proche de lui (ou sur l'un des plus proches, si plusieurs se trouvent à la même distance de lui*) et le tue sur le coup.
* Dans ce cas, le gangster choisit sa cible.
Quel est le nombre maximal de survivants possible ?

2°) On suppose désormais que les gangsters sont représentés par $n = 50$ points choisis aléatoirement dans le carré unité (distribution uniforme sur $[0;1]^2$). Que peut-on alors dire de la variable aléatoire « nombre de survivants » ? Que peut-on dire de la proportion de survivants lorsque $n \to \infty$?

Et pour aller plus loin :

- répondre à la première question en dimension 3 ;
- peut-on généraliser la réponse aux deux premières questions en dimension *d* quelconque ?
- l'utilisation d'une autre distance que la distance euclidienne modifie-t-elle les réponses aux questions précédentes ?

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou **toute proposition de nouveau problème** à Loïc TERRIER, 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE, de préférence par mail : loic.terrier@free.fr

retour sommaire

Solution du DÉFI COLLÈGE n°104

Rappel de l'énigme :

Jean-Abdel et Nora-Line, deux amis qui ne se sont pas vus depuis très longtemps, se rencontrent par hasard dans la rue. Jean-Abdel annonce à Nora-Line qu'il a désormais trois filles. Curieuse, elle lui demande leurs âges.

Le jeune homme lui répond ainsi : **Si on multiplie leurs trois âges, on obtient 36.**

Nora-Line, perplexe, lui rétorque : ***Je ne peux pas déterminer leurs âges avec si peu d'informations …***

Alors le père de famille lui dit : **La somme de leurs âges est égale au numéro de la maison en face de nous.**

Après un court instant de réflexion, la jeune femme regarde son ami et déclare :
Non, je ne peux toujours pas déterminer leurs âges.

Enfin, l'homme regarde malicieusement son amie et lui souffle : **L'aînée est blonde …**

Le visage de Nora-Line s'éclaire alors et elle s'écrie : ***Ca y est ! Maintenant je sais !!!***

Et toi, peux-tu retrouver l'âge des filles de Jean-Abdel ?

Solution de l'énigme :

Les filles ont respectivement 2 ans, 2 ans (des jumelles !) et 9 ans (l'ainée).
En effet, pour la première information, il y a de nombreuses possibilités de triplets d'entiers dont le produit est égal à 36. Mais si on calcule la somme des éléments de ces triplets, il y en a deux, et seulement deux, qui donnent la même somme : (1 ; 6 ; 6) et (2 ; 2 ; 9). La solution est donc un de ces deux-là (sinon la jeune femme aurait pu déterminer leurs âges). La dernière information nous précise qu'il y a <u>une</u> aînée : il ne reste plus que (2 ; 2 ; 9).

Voici une fiche rédigée par Michel : il l'avait préparée pour ses élèves qui pataugeaient :

Solution de l'énigme

– <u>1er indice</u> : En multipliant les trois âges, on obtient 36.

Quels sont les nombres dont le produit est 36 ?

. . . × . . . × . . . = 36	. . . × . . . × . . . = 36	. . . × . . . × . . . = 36	
. . . × . . . × . . . = 36	. . . .	. . . .	
. . . .	. . . .	. . . .	etc.

Il y a . . . solutions.

retour sommaire

36 est un . . . . de . . . ,
de . . . , ...

Tous les . . . . de 36 sont : . . . .

– 2ème indice : La somme des âges donne le numéro de la maison qui est en face.

Reprends dans le même ordre les possibilités trouvées précédemment et calcule leurs sommes.

. . . + . . . + . . . = ... + . . . + . . . = ... + . . . + . . . = . . .

. . . + . . . + . . . = ... + . . . + . . . = ... + . . . + . . . = . . .

. . . + . . . + . . . = ... + . . . + . . . = ... + . . . + . . . = . . .

Nora-Line ne trouve pas l'âge des filles
car . . . .

Il reste encore . . . **solutions possibles :** . . . ; . . . . ; . . . **et** . . . . . .

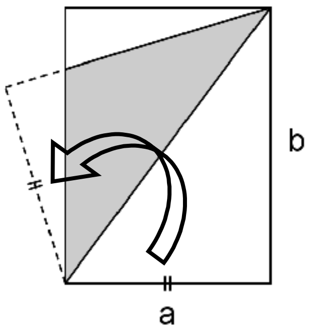
– 3ème et dernier indice : L'aînée est blonde.

Dernière déduction à effectuer en tenant compte du dernier indice et des solutions possibles ci-dessus.

. . . .

DÉFI COLLÈGE et LYCÉE n°105

Une feuille de papier rectangulaire a pour dimension **a** et **b**. On la plie selon une diagonale. Quelle est l'aire du triangle grisé ?



Chaque trimestre le Petit Vert vous proposera un « DÉFI » destiné à vos élèves de collèges et/ou de lycée. Envoyez toute solution originale de vos élèves, ainsi que toute nouvelle proposition de défi, à Michel RUIBA, 31 rue Auguste Prost, 57000-METZ, michel.ruiba@ecopains.net.

retour sommaire

Solution du DÉFI LYCÉE n°104

Rappel de l'énoncé : Au petit village de Villebach, le défilé de la Saint-Nicolas est long de 400 mètres. En tête défilent les « poussins » du club de foot, puis viennent les majorettes et les chars, et la fanfare clôt le cortège.
Peu après le départ, l'entraineur – qui ouvre le défilé en tête de ses poussins – se souvient tout à coup qu'il a prêté son sifflet à la joueuse de tuba, qui est au dernier rang de la fanfare. Il part en courant (à 12 km/h) vers l'arrière, récupère son sifflet, et revient à sa place (en courant toujours à la même vitesse) au bout de 5 minutes.
A quelle vitesse avance le défilé ?

Solution :
On prendra comme unités les km et les heures. On se place à l'instant $t = 0$ où la l'entraineur part en courant, avec pour origine des distances $d = 0$ correspondant à l'arrière du défilé. L'avant du défilé est alors à $d = 0{,}400$.

On peut représenter graphiquement l'avance de l'arrière du défilé par la droite d'équation $d = v.t$, et l'avant par la droite $d = v.t + 0{,}4 = v.t + 2/5$.
Le parcours de l'entraîneur sera représenté d'abord par la droite $d = -12t + 2/5$, jusqu'à son intersection avec « l'arrière », au point de coordonnées

$$\left(t_1 = \frac{2}{5(v+12)} ; d_1 = \frac{2v}{5(v+12)} \right).$$

Puis il repart, représenté par la droite d'équation $d = 12t + b$, passant par le point précédent, d'où $b = \frac{2(v-12)}{5(v+12)}$.

Cette droite recoupe la droite $d = v.t + 2/5$ au point d'abscisse $t_2 = \frac{48}{5(12-v)(12+v)}$.

L'énoncé précisant que $t_2 = 5$, on trouve alors $v = \frac{12\sqrt{5}}{5} \approx 5{,}36$.

C'est la vitesse d'avancement du défilé (en km/h).

retour sommaire

ANNONCE

Colloque « Graphes : Enseignement et Applications Industrielles »

A Nancy les 11 et 12 mai 2011

I.U.T. Charlemagne, amphithéâtre Botté

Le but de ce colloque est de permettre à des publics de culture différente et de profession diverses (enseignants du secondaire et du supérieur concernés par la théorie des graphes, chercheurs, ...) de se rencontrer pour écouter des spécialistes du domaine et échanger sur leurs pratiques et leurs besoins.

La première demi-journée est consacrée à la pédagogie.

L'enseignement de la théorie des graphes figure depuis longtemps dans les programmes des écoles d'ingénieurs. Depuis une dizaine d'années cet enseignement concerne progressivement l'enseignement secondaire et la préparation aux concours du CAPES et d'Agrégation de Mathématiques. Un partage d'expérience et un croisement de points de vue est un besoin ressenti par l'ensemble des acteurs.

La deuxième demi-journée est destinée à présenter quelques avancées actuelles de la discipline. Une originalité des graphes est la possibilité de présenter de manière accessible des problèmes dont la résolution nécessite les techniques et concepts de pointe de la discipline. La troisième demi-journée doit montrer, à travers quelques exemples pratiques, toute la puissance des graphes comme outils techniques, méthodologiques et conceptuels dans des domaines professionnels très variés.

Ce colloque est gratuit mais l'inscription en ligne est obligatoire (pour des raisons d'organisation). Les repas sont à la charge du public.

Liste des conférenciers

- Hervé Coilland (Université de Lorraine)
- José Figueira (Ecole des Mines de Nancy)
- Olivier Hudry (Ecole Télécom ParisTech)
- Alix Munier (Université Pierre et Marie Curie, Paris 6)
- Emmanuel Néron (Université de Tours)
- Marie-Claude Portmann (École des Mines)
- Nathalie Sauer (INRIA Metz)
- Francis Sourd (SNCF)

Date limite d'inscription : 30 avril 2011 :

http://www.mines.inpl-nancy.fr/NancyGraphes2011/

retour sommaire