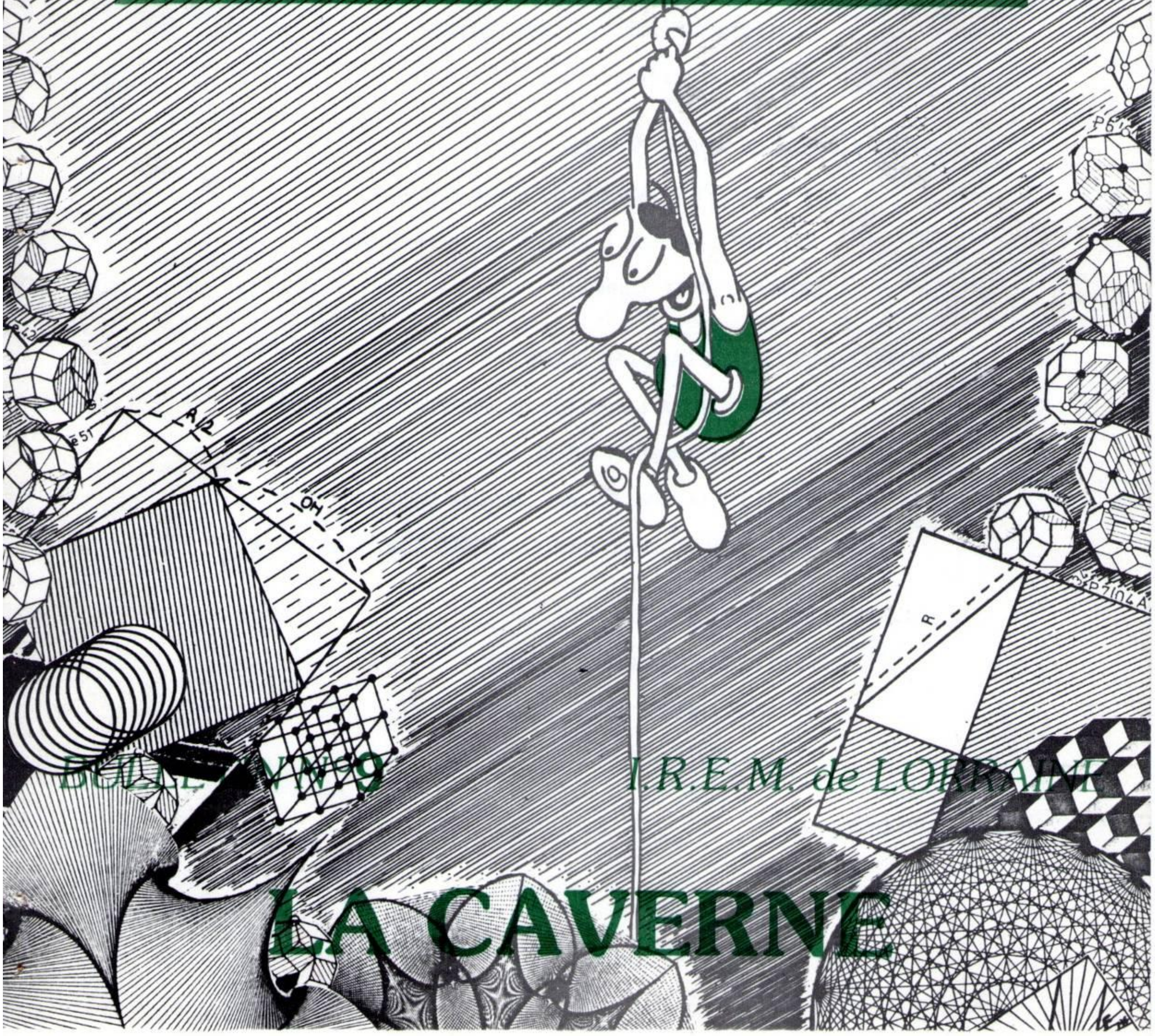
LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 10 | JUIN 1987 | ABONNEMENT 4 N° PAR AN 30 F



SOMMAIRE

L'OBJECTIF 80%

Sans entraîner, peut-être, une onde de choc aussi importante que celle qui fut provoquée au collège par la « démocratisation » de l'entrée en sixième, l'objectif fixé aujourd'hui des « 80 % d'une classe d'âge » au niveau du baccalauréat risque fort d'entraîner une déstabilisation comparable des habitudes.

Constats impuissants sur la baisse du niveau, renoncements progressifs à nombre d'exigences antérieures, manque total de solutions de rechange, les symptômes sont désormais classiques. Et aux professeurs qui se demanderont QUOI enseigner à des élèves « qui-n'auraient-jamais-dû-être-là-où-ils-sont » ne répondront la plupart du temps que les recettes miracle de ceux qui pensent savoir COMMENT mieux enseigner ...

Il est vrai que la simple bonne foi fournit bien peu de remèdes à l'espèce de culpabilisation ambiante, entretenue par l'évolution d'un système dont les mutations finiront, si l'on n'y prend garde, par ne plus relever que du seul principe de la sélection naturelle, chargé d'éliminer les pratiques ou les ambitions les moins aptes à tirer leur épingle du jeu, pas toujours prompt à détecter les utopies et les errements, incapable d'assurer intelligemment les nécessaires retours en arrière.

Les disciplines, toutes les disciplines, subissent ainsi progressivement leur « révolution culturelle » au gré de véritables paris, souvent risqués, parfois stupides, qui prennent rarement en compte les bonnes questions sur les problèmes d'apprentissage et sur le « génie propre » à chaque domaine de l'enseignement.

Il est pourtant légitime de se demander si ce système, au contraire, n'est pas le champ par excellence chargé de préserver et d'assurer l'avenir. Celui qui se doit de conserver et transmettre les « valeurs sûres » et s'accommode bien mal de l'inéluctable « augmentation d'entropie » accompagnant les transformations à caractère irréversible...

Reste alors la seule démarche praticable, la seule « utopie » qui vaille : la recherche et la réflexion menées en collaboration entre les enseignants eux-mêmes et les spécialistes de la discipline, afin d'améliorer ce qui fonde le système lui-même. C'est-à-dire la nécessaire adéquation du niveau des exigences au niveau des élèves, soumise à la prise en compte des spécificités de chaque discipline, qu'il s'agisse de sa contribution légitime à la culture, au savoir, ou qu'il s'agisse, surtout, de sa fonction utilitaire pour la formation du plus grand nombre.

Les I R E M n'ont pas d'autre but et c'est dans cet esprit qu'ils furent créés à l'initiative de l'A.P.M., pour accompagner les différents bouleversements propres aux programmes de mathématiques. Le présent numéro de « la Caverne » jumelé au « PETIT VERT » se devait donc de marquer symboliquement — par une sorte de retour aux sources — l'attitude qu'il convient d'adopter face à la probable « rénovation » des lycées ; une indispensable réflexion préalable sur le contenu, sans laquelle serait illusoire l'évolution pédagogique indispensable.

Le Directeur de l'I.R.E.M.
Philippe LOMBARD

ÉDITORIAL

Ce numéro spécial s'adresse plus particulièrement aux professeurs de seconde. Mais chacun - notamment les professeurs de troisième - y trouvera des éléments de réflexion très intéressants.

En 1981, avec les secondes indifférenciées, est apparu un nouveau programme, très différent de celui qui précédait. Ce nouveau programme a dérouté nombre d'entre nous ; certains l'ont lu de façon très « inflationniste » : c'est pourquoi le Ministère a jugé nécessaire de publier officiellement (B.O. 38 du 25.10.84) le résultat des travaux de la COPREM (1).

Le « nouveau » programme 1987 (paru au B.O. spécial du 05.02) reprend, en les regroupant, tous les éléments de réflexion déjà parus, et met un point final à cette période de « brouillard ».

Une des difficultés rencontrées actuellement par les professeurs est la grande hétérogénéité des classes dont ils ont la charge : la classe de seconde est bien une classe de seconde POUR TOU5, et pas uniquement une préparation à la première S.

Il faut bien faire la différence entre les connaissances EXIGIBLES des élèves (cf. par ex., dans ce numéro, le test sur les fonctions) de celles qui peuvent faire l'objet d'activités ou de recherches en classe (ex. les thèmes).

Chacun des articles présentés dans ce bulletin devrait pouvoir aider les maîtres : leurs auteurs sont des enseignants, pratiquant dans leurs classes, et qui ont essayé de donner une réponse à quelques uns des problèmes auxquels ils étaient confrontés.

Le Bureau de la
Régionale APMEP

(1) Commission Permanente de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques.

L'ESPRIT ET LA LETTRE

Il y a deux façons de changer les programmes. La première consiste à affirmer bien haut (suffisamment haut pour que les béotiens soient convaincus) que tout ce qu'on enseignait est démodé, sans intérêt, et qu'il faut (enfin !) montrer aux élèves les fondements de la vraie science. La seconde part de la constatation que l'enseignement donné est inefficace, que la formation donnée ne permet pas, en fin de scolarité, la résolution des problèmes les plus élémentaires rencontrés en physique, en économie... On affirme alors qu'il faut – quoi qu'on puisse en dire au nom de la science – revenir à des problèmes plus concrets.

Vous avez reconnu dans cette description d'une part l'attitude hystérique des novateurs de 70, d'autre part le glissement qui a débuté en 76 (avec les programmes Haby de sixième) et qui continue en 87 (avec les programmes Chevènement de sixième,...). La première méthode a un avantage : elle fait table rase de ce qui existait ; donc elle ne provoque pas un alourdissement des programmes. La seconde méthode a pour conséquence, d'une part qu'on va rechercher dans les textes les plus anciens « ce qui peut avoir du bon » (c'est ainsi qu'on ressuscite l'ortho entre), d'autre part qu'on n'oublie pas complètement les programmes immédiatement antérieurs (en particulier on garde leur jargon), et enfin qu'au nom de la modernité, on ajoute beaucoup de choses. C'est ainsi que l'on a fabriqué les actuels manuels de seconde. Fort heureusement les élèves ont rapidement mis un terme à cette tentative de gavage. Mais il est resté, chez la plupart des professeurs, une impression de malaise : personne n'est certain de traiter le programme ; chacun a l'impression que pour respecter à la lettre les textes officiels il faudrait disposer d'un horaire deux ou trois fois plus important.

Le postulat qui servit de base à la réforme de 70 est à peu près celui-ci : il existe en mathématiques quelques types de raisonnements, quelques types d'objets, que l'on peut mettre en évidence à beaucoup d'endroits ; il est naturel de les enseigner d'abord. Quand ceci sera bien assimilé, il ne restera plus qu'à l'appliquer aux diverses situations que l'on rencontrera dans des problèmes de mathématiques, ou en dehors des mathématiques. C'est ainsi qu'en classe de cinquième on enseigna les relations d'équivalence à tout le monde, aux futurs pharmaciens (pour qu'ils rangent mieux les flacons sur les étagères) comme aux *futurs coiffeurs. Très vite le ridicule de la situation devint évident ; des morceaux d'anthologie comme « la droite affine » ou la « définition des réels » en quatrième, y aidèrent beaucoup.*

Les différentes réformes, allégements... des programmes depuis dix ans vont toutes dans le même sens : oublions tout ce qui n'est pas utile, pour nous consacrer à ce dont l'élève a réellement besoin. Evidemment, au niveau du collège, on a supprimé (ou fortement allégé) les développements de théorie des ensembles. Mais dès les premières pages des manuels de seconde on parle de l'équipollence comme d'une « relation d'équivalence », on introduit le barycentre en disant que « l'application vectorielle de Leibniz est bijective », etc. Autrement dit ce qu'on a supprimé au niveau n, est supposé connu au niveau n + 1 ou n + 2. C'est ramener des questions difficiles (elles étaient mal connues des élèves de seconde qui les avaient étudiées trois ou quatre mois par année de collège), au statut de « mots de vocabulaire dont chacun est supposé connaître le sens ». C'est grotesque.

Les notions ensemblistes ont été abordées au collège (attention ceci va disparaître avec les nouveaux programmes : rentrée 90), aucune étude approfondie n'en a été faite, certaines d'entre elles ont été totalement ignorées (injectivité, surjectivité). Il est donc totalement absurde de penser éclairer une définition ou une démonstration en les employant. Bien au contraire on risque ainsi de compliquer la situation en employant des mots dont l'élève a oublié le sens, ou même qu'il n'a jamais vus. Faut-il pour autant en bannir l'emploi ? Probablement pas. On peut de temps à autre les utiliser pour résumer un résultat, pour dire « dans un vocabulaire savant » ce que l'on vient de comprendre. Et ceci dans les domaines les plus divers, pour illustrer au mieux leurs différents emplois.

Mais cette attitude de réserve devrait s'appliquer à bien d'autres domaines : les notions de projection, de vecteur ne sont pas des outils fiables à l'entrée en seconde. Une longue étude des vecteurs va être nécessaire pour que les meilleurs élèves puissent (en première S, première E...) les considérer comme un outil familier. Ce qui signifie en particulier qu'il me paraît exclu de parler de barycentre en début d'année.

Il me semble que pour concevoir l'enseignement d'une partie du programme, il convient (en priorité) de se demander comment celle-ci s'insère *dans les connaissances que l'élève est sensé acquérir dans les années à venir. Ceci réserve souvent des surprises, et permet de comprendre que bien des activités, bien des calculs jugés comme classiques et largement pratiqués n'ont aucun sens. Voici quelques exemples.*

La valeur absolue

Les programmes demandent de traiter de la valeur absolue. Alors on représente graphiquement la fonction $x \to |x|$; c'est idiot (je sais que les programmes demandent de le faire) car on ne fait rien de ce graphique. On étudie $x \to |x - 2| + |x - 2|$ pour le plaisir d'étudier un problème où il y a plusieurs cas de figure ; mais il est plaisant de constater que l'on a introduit les mesures algébriques en géométrie pour éviter les cas de figure, et que l'on profite d'une singularité du langage algébrique pour en étudier quelques-uns. C'est idiot. Si on veut un graphique formé de bouts de droites, il est plus simple de faire manœuvrer un train entre Nancy et Strasbourg. La valeur absolue en tant que fonction ne sert à rien. Elle n'est qu'une façon savante de parler de l'écart (ou de la distance) entre deux nombres. Elle est souvent utilisée en analyse mais uniquement au travers des formules :

$$|x - a| \leq \varepsilon \Leftrightarrow a - \varepsilon \leq x \leq a + \varepsilon$$

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|ab| \leq |a| \times |b|$$

Le champ idéal d'étude de la valeur absolue d'incertitudes. Vous me répliquerez que le mot incertitude ne figure pas dans le programme ; pourtant le titre 1 demande que l'on fasse quelques calculs d'approximations, et chacun sait qu'une approximation n'a de sens que si elle est accompagnée d'un calcul d'incertitude.
Voici des questions qui pourraient donner lieu à exercices :

$$|x - 1{,}310| \leq 0{,}001 \text{ et } |y - 2{,}171| \leq 0{,}0005$$

Que peut-on dire de $x + y$? de $y - x$? de xy ? de x/y ?

Vous remarquerez que n'étant pas sadique, je ne joue pas simultanément avec les nombres négatifs, les inégalités et les produits (ou pire : les quotients). Mais on peut aussi encadrer cos x, puisque cos est décroissante sur $[0\ ,\ \pi/2]$ *; tiens, on retrouve une belle occasion d'employer une notion qui figure au programme.*

Les équations de droites.

Elles existent sous deux formes : l'équation réduite y = ax + b (qui s'écrit quelquefois x = c), c'est-à-dire la représentation graphique d'une fonction affine ; ou bien l'équation générale ux + vy - w. Si l'on remarque que pour 80% des élèves les droites n'apparaîtront en terminale que comme des tangentes à une courbe y = f (x) , on préférera la première forme.
Mais on peut se demander pourquoi on a inventé les « ux + vy = w ». Tout bêtement parce que certaines droites ne s'écrivent pas « y = ax + b » ; l'usage systématique des équations réduites nous obligera donc à considérer des cas particuliers dans les problèmes de géométrie analytique : chaque fois qu'une droite deviendra parallèle à Oy, il faudra traiter le cas à part. Encore faut-il remarquer qu'il y a deux sortes de problèmes de géométrie analytique, ceux dont les données sont toutes des nombres fixés, et ceux dont les données comportent des paramètres, ou des points mobiles. Seuls les seconds peuvent donner lieu à des discussions de cas particuliers. Mais on n'ose pas tes traiter en seconde (car trop compliqués), ni même en première S. C'est l'exemple typique de la complication venue d'un autre temps et d'un autre niveau (les classes de taupe des années 50). C'est idiot.

Donc les équations de droites sont d'abord les « y = ax + b » ; et pour trouver l'équation d'une droite je chercherai d'abord sa pente (appelez-la coefficient directeur si vous voulez). Il est pourtant impossible d'oublier les « ux + vy = w », car on doit traiter des systèmes d'équations à deux inconnues. Mais on entre là dans un autre domaine, celui des problèmes linéaires (car résoudre des systèmes pour mécaniser la méthode ne sert pas à grand-chose à ce niveau), que l'on peut résoudre graphiquement.

Ainsi les objectifs de l'étude des équations de droites en seconde n'ont rien à voir avec la géométrie analytique. En particulier les vecteurs directeurs et autres méthodes qui cachent la notion de pente, n'ont rien à y faire. Notons que les nouveaux programmes de collège tiennent compte de ces remarques ; malheureusement en seconde on prétend toujours faire de la géométrie analytique. C'est idiot.

Les vecteurs

Dans la conception constructiviste des mathématiques (qui est le fondement philosophique des programmes de 70), l'essentiel est que les objets que l'on manipule soient non pas définis, mais construits à partir de la théorie des *ensembles. C'est ainsi que, pour décrire des objets aussi simples que les vecteurs, on fit de longs développements sur les propriétés des parallélogrammes aplatis. Cette construction n'a aucun intérêt, elle n'est là que pour éviter de parler de ce que tout le monde peut voir : un vecteur c'est la donnée d'une direction orientée, et d'une longueur.*

L'origine du mot vecteur est (bien sûr) mécanique. C'est une notion qui a été introduite pour décrire les vitesses et les forces. Ce qui est tout à fait extraordinaire, c'est qu'on peut en faire un outil pour effectuer rapidement certains calculs de géométrie analytique. Tous les problèmes d'alignement, et, grâce au produit scalaire, tout ce qui concerne les distances et les angles, se traduisent vectoriellement ; et les vecteurs se révèlent plus faciles à manipuler que les couples de coordonnées.

J'ai peut-être résumé là l'essentiel du programme de géométrie de seconde : puisqu'un vecteur est la donnée d'une direction orientée et d'une longueur, on va pouvoir le repérer de deux façons.

- *d'une part en donnant sa longueur et sa direction orientée ; et c'est pour repérer celle-ci que je serai obligé de dire de combien j'ai tourné (par rapport à la direction origine) et dans quel sens. C'est la raison d'être des angles orientés, qui ne sont donc que des objets d'une grande banalité.*
- *d'autre part en donnant ses coordonnées dans des axes orthonormés.*

Et pour passer de l'un à l'autre de ces repérages, on va inventer le cos et le sin. Le produit scalaire apparaîtra, après coup comme un moyen de calculer l'angle de deux vecteurs.

On voit qu'il existe pour tout cela une problématique toute naturelle, dans laquelle l'élève va pouvoir dessiner, mesurer et calculer sur son dessin ; il va pouvoir poser et résoudre des problèmes qui sont à ses yeux de vrais problèmes, et non aller d'interdit (dont il ne connaît pas l'origine) en notation (qu'il ne comprend pas). Et comme par hasard tout ceci ressemble à ce qu'il devra connaître pour maîtriser les nombres complexes en terminale.

Quelques remarques : c'est depuis le début des années 70 qu'on n'ose plus parler du sens d'un vecteur ou d'un angle. Bien sûr il faut laisser les élèves constater le sens sur la figure. On pourrait aussi le calculer, mais ceci n'a d'intérêt que lorsqu'on ne peut le voir ; par exemple lorsque les vecteurs ou les angles sont trop petits ; ou lorsque la figure est mobile ou déformable. Les *considérations métaphysiques sur la distinction entre l'angle et ses mesures datent de la même époque. Par contre c'est dès le début du siècle que l'on s'est demandé si les angles étaient une grandeur mesurable, et que l'on a décidé de mesurer plutôt les arcs (ce qui, avec les élèves actuels qui maîtrisent mal la proportionnalité, est fort dangereux). Vous avez probablement noté le ridicule de la situation : les auteurs de manuels ont introduit la notion d'arc orienté (le mot figurait dans les textes officiels) ; mais les définitions qu'ils en ont donné sont totalement différentes.*

Vous avez j'espère noté que si je dis que (Ox , Oz) c'est l'angle dont il faut faire tourner Ox pour l'amener sur Oz, c'est que je considère que la notion de rotation est antérieure à la notion d'angle. Il s'agit bien sûr de la rotation matérielle : je tourne d'un quart de tour dans le sens direct (et je me retrouve dans la même position que si j'avais tourné de deux tours et quart dans le sens direct).

Le barycentre.

C'est une technique géométrique qui permet de démontrer quelques propriétés géométriques ; elle est d'invention assez récente. Pourquoi en parler en seconde ? Beaucoup de collègues croient qu'elle est absolument nécessaire au physicien (en seconde). C'est faux. Le calcul des centres d'inertie n'est pas au programme ; ce n'est qu'une mauvaise habitude, que d'ailleurs les dernières instructions (fin 85 ou début 86) essayent de gommer. Ceci ne justifie pas qu'on fasse une longue théorie à un futur élève de terminale B.

Mais les barycentres ne sont que la forme vectorielle (à 2, 3, ... dimensions) de la notion de moyenne pondérée étudiée en statistiques (les formules $m = \frac{1}{\sum a_i}\left(\sum a_i x_i\right)$ *et* $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{\sum a_i}\left(\sum a_i \, \overrightarrow{Oa_i}\right)$ *sont identiques). Autrement dit la théorie du barycentre est liée au fait que la moyenne des températures des jours du mois d'avril, est indépendante de l'échelle de températures (centigrades ou Fahrenheit) que j'utilise pour /aies les calculs ; je trouve des nombres différents mais ces nombres représentent la même température moyenne. Evidemment, dans ce type de problèmes, les barycentres à coefficients négatifs perdent une partie de leur signification.*

En guise de conclusion :

L'enseignement des mathématiques est en crise. Les programmes mal ficelés et les manuels encyclopédiques ont joué un rôle important dans le malaise qui règne depuis quelques années. Mais on ne modifiera la situation que par une réflexion sérieuse sur la matière enseignée. Il ne sert à rien de discuter sur les limites des programmes, sur les connaissances exigibles à tel ou tel niveau. Par contre on pourrait se demander quelles sont les grandes notions que l'élève doit comprendre (et non apprendre). Celles-ci doivent être abordées d'un point de vue d'utilisateur (faut-il rappeler que moins de 1% des élèves de seconde deviendront professeurs de mathématiques), en abandonnant toute référence à l'élégance des méthodes (aucun calcul n'est plus élégant qu'un autre, il peut seulement se révéler plus commode dans certains cas, pour celui qui sait s'en servir), aux interdits ancestraux (qui ont été inventés pour des élèves dont l'âge, les compétences, et les besoins étaient différents), et à l'orthodoxie du langage (je me demande si la grande nouveauté des programmes de lycée des années 80 n'est pas le remplacement de l'abréviation Log par ln !!).

Mais revenons à la question qui vous intéresse ; peut-on, par une telle analyse, proposer une progression plus à la portée des élèves ? Oui dans la mesure où on a éliminé bon nombre de séquences où Von perd son temps. Oui dans la mesure où l'on peut ainsi persuader l'élève que faire des mathématiques c'est d'abord faire preuve de bon sens. Mais il faut rester modeste, ne pas alourdir l'ensemble par des techniques trop poussées. Ce ne sont que des élèves de quinze ou seize ans. Je voudrais d'ailleurs proposer une expérience à ceux d'entre vous qui ont plus de quarante ans : recherchez les manuels qui faisaient la joie (?) de votre adolescence, et constatez comme ils étaient modestes.

C. MORLET

TEMOIGNAGE

Nous publions ici le témoignage de Sylviane GASQUET, de GRENOBLE, déjà paru dans « LA FEUILLE DE VIGNE » en avril 1985 (donc antérieur aux légères modifications du programme).

PEUT-ON FAIRE SÉRIEUSEMENT LE PROGRAMME DE SECONDE ?
ou TÉMOIGNAGE PERSONNEL D'UNE ENSEIGNANTE QUI PENSE QUE "OUI"

A L'USAGE DE SES COLLÈGUES QUI PENSENT QUE "NON".

Cela fait 2 ans que j'ai une classe de seconde de lycée. L'une fut très hétérogène (10 élèves admis en 1ère S en fin d'année), l'autre plus scientifique (plus de 20 élèves en S).
Je m'autorise à penser que j'ai « fait » le programme dans le temps imparti ; chaque fois que je le dis, j'ai inévitablement droit à une réponse du genre « si on fait sérieusement le programme, on ne peut pas le finir ... »

J'ai donc essayé de résumer ma pratique. Il s'agit évidemment d'une interprétation tout à fait personnelle du programme, qui n'a aucunement la prétention d'être un « modèle » ; j'aimerais bien – au contraire - en connaître d'autres car je sais déjà que le plaisir trouvé en le mettant au point s'émoussera dans la répétition.

Enfin, je ne me prononce pas ici sur l'étendue de ce programme. Il est vrai que j'aurais aimé « flâner » davantage (dans l'espace par exemple) et donc que je ne suis pas, a priori, contre des allégements. Simplement, en voyant ce programme, je n'ai pas pensé à des suppressions possibles : automatisme d'une vieille habituée des classes terminales où la question ne se pose même pas ...

… VISION GÉNÉRALE DU PROGRAMME

Comme en dessin industriel, mon premier regard sur ce programme fut :

- une vue « de dessus » : ayant une assez longue expérience des terminales A, B et D, il m'est souvent arrivé de penser à des activités très simples qui auraient pu être faites avant la terminale (manipulations des transformations ponctuelles avant de « faire » les complexes ; calculs de pourcentages avant les suites ; ...).

- une vue « de côté » : le bon sens et l'intelligence que, très souvent, un élève faible en math peut déployer dans d'autres disciplines peut-il être réinvesti dans l'activité mathématique ? et inversement - mais c'est plus classique - que peut apporter l'outil mathématique dans les autres disciplines ?

- enfin j'attendais de mes élèves la vue « de dessous » : que savaient-ils en sortant du collège ? où en étaient-ils dans leur relation aux mathématiques ?

Par ailleurs, je souhaitais intégrer l'enseignement des mathématiques dans un projet éducatif plus global : l'apprentissage de l'autonomie :

- face au travail scolaire en général (oser demander des exercices correspondant à ses propres besoins ; mais aussi oser ne pas faire d'exercices répétitifs si l'on pense avoir compris dès le second, par exemple) ;

- face à l'activité mathématique : choix entre diverses méthodes (ex : « comment ferais-tu pour résoudre cette équation ? », ce qui oblige à réfléchir, et replace la factorisation dans le cadre d'une tactique ; certains élèves ont alors demandé d'eux-mêmes des listes d'expressions à factoriser pour s'entrainer, avec le même esprit qu'un sportif qui choisit et sacrifie à l'entraînement répétitif par ce qu'il a un but).

... MÉTHODE DE TRAVAIL

Les élèves n'ont pas de manuel.

J'ai rédigé presque une centaine de fiches (j'en suis surprise en faisant le compte !) :

- fiches d'activités pour les T.P. et certaines séances en classe entière ;
- fiches d'exercices d'application ;
- fiche de prolongement-recherche pour certains ;
- fiches de révision-soutien pour d'autres ;
- fiches bilan : savoir et savoir-faire, distribuées après les activités, et permettant à l'élève de situer ses acquisitions ;
- enfin, fiches pour les contrôles.

J'ai fait très peu de « cours » au sens habituel. Mon rôle consistait à donner des pistes de départ (car ce n'était pas du tout « non directif »), à ordonner les idées pour que les cahiers soient nets, et à compléter le cours quand les élèves ne trouvaient pas eux-mêmes.

Enfin j'ai opté pour un éclairage « économique » du programme chaque fois que cela était possible : parce que ma curiosité actuelle est tournée vers les sciences économiques et sociales, et parce qu'il me semblait plus formateur de montrer l'imprégnation réciproque possible de ces deux matières plutôt que de saupoudrer de petits exercices artificiellement rattachés au cours de math. Les élèves ont proposé spontanément des rapprochements math-physique au cours de math comme au cours de physique.

DÉROULEMENT DU TRAVAIL

★ De la rentrée à la Toussaint : thème POURCENTAGES

En liaison avec l'enseignant de S.E.S. ; nous avons par ce biais abordé les rubriques :

- notation indiciaire ;
- barycentre (moyennes pondérées) ;
- homothétie (non-resserrement de l'éventail des salaires à augmentation constante en pourcentage ; rapport à l'indice 100) ;
- croissance, décroissance, inflexion ;

- organisation de données numériques ;
- fonctions affines, linéaires, et inéquations (en faisant un peu de programmation linéaire) ;
- beaucoup de révisions de calcul algébrique, en sortant du cadre des "x" et des "y" ;
- maniement d'une calculatrice.

Donc beaucoup de travail « en vrac » au point de vue programme de math. Aucun bilan mathématique mais beaucoup de révisions traditionnelles glissées au fur et à mesure des lacunes rencontrées. Pour certains, il a fallu repartir au niveau de la résolution de ax = b (ils divisaient en changeant de signe) ; d'autres ont prolongé en suivant « le guide » (nombres triangulaires ; triangle de Pascal) ou se posant eux-mêmes des questions (modélisation de la variation d'un pouvoir d'achat par exemple).

A la fin de cette période, nous avons glissé vers des activités numériques non liées aux pourcentages (suites convergeant vers un réel ; découverte de la programmation avec des T.I.57 empruntées à l'I.R.E.M.).

★ Novembre, décembre, Janvier : LES FONCTION5

Partie bien difficile à résumer !

Nous sommes partis de fonctions définies par des tableaux numériques, ou par des graphiques ; puis, par des exercices d'optimisation, nous sommes arrivés à des fonctions « dont on connaît la formule ». Nous avons utilisé des notions sans donner forcément leur définition (ex : restriction sur un intervalle) ou bien, partant de l'observation et de l'intuition, après avoir bien manipulé la notion de maximum, nous avons construit la définition d'un « maximum relatif isolé » (1 h pour mettre au point la rédaction précise de cette notion ; mon idée était de mettre à jour l'intérêt de la valeur absolue en tant que distance).

La notion de croissance, déjà rencontrée auparavant, a été essentiellement liée à l'idée d'une fonction dont les valeurs varient dans le même sens que la variable, en remarquant qu'en sciences physiques ou en sciences humaines la variable souvent « non dite » est le temps.
Le taux de variation est arrivé tardivement. L'étude globale des courbes « de base » a été très traditionnelle. Les transformations ponctuelles ont pratiquement été définies à ce moment : en particulier l'homothétie et l'affinité par des méditations sur les changements d'unités dans les représentations graphiques).

J'ai insisté particulièrement sur le lien entre le sens de variation des fonctions et le maniement, déjà connu, des inéquations, lien qui est rarement perçu en terminale. Nous avons manipulé des composées et des réciproques, les plus rapides ayant vu pourquoi la représentation de 1/x est symétrique par rapport à la 1ère bissectrice.

L'étude locale (2 T.P. et un devoir "math-éco" corrigés par les deux enseignants) a été prolongée par l'étude d'une approximation utilisée en économie et concernant une fonction de deux variables : le pouvoir d'achat qui dépend des salaires et des prix. A ce propos, nous avons abordé la géométrie dans l'espace de façon à interpréter cette approximation. Enfin, il y a eu un T.P. « majorations/minoration » pour préparer l'étude des limites en première.

★ Février (2 semaines) : GÉOMETRIE DANS L'ESPACE

Nous avons travaillé essentiellement dans des cubes. A ce propos, la distribution pure et simple de « pages de cubes » photocopiées a fait gagner beaucoup de temps. Nous avons en particulier abordé les équations de plans parallèles à un axe de coordonnées, une manière de voir si les fonctions affines sont assimilées indépendamment des notations x et y. Quelques démonstrations ont été faites à propos de l'orthogonalité.
Les projections ont été abordées uniquement avec des dessins dans le cube, sur des cas particuliers où il était "facile" de voir la direction de plan orthogonale à l'axe sur lequel on projette (chaque élève a disposé d'environ six douzaines de cubes pour construire ses intersections de plans, projections, etc.)

L'approximation sur le pouvoir d'achat faisant intervenir une surface gauche, nous avons essayé - comme en géographie - de la représenter par des sections planes. Comme cette surface, bien que ressemblant à un "voile" (hyperboloïde) contenait des droites, nous avons travaillé sur les surfaces réglées ou développables.

★ Février-mars (2 semaines) : LE BARYCENTRE

Travail vectoriel pour définir le barycentre.

Nous avons surtout pris le temps de faire des exercices (droites concourantes ou points alignés) et de comparer les méthodes vectorielles et barycentriques (utilisant le regroupement de points). De la comparaison de ces méthodes nous avons appris :

- comment mieux utiliser la relation de Chasles pour aller plus vite au but ;
- qu'un point A de masse 3 peut être considéré, par exemple, comme « l'empilement » de A (1) et de A (2) ; des démonstrations très astucieuses ont été trouvées, auxquelles je ne m'attendais pas.

Je n'ai pas fait les coordonnées barycentriques.

★ Mars (3 semaines) : LES TRANSFORMATIONS GÉOMETRIQUES

Un T.P. sur l'inversion avec la règle graduée et le compas.

Mise au point des définitions pressenties dans l'étude des fonctions. A la maison, des manipulations pour transformer des figures. Les candidats à la section S commencent à se préciser : je leur ai demandé - toujours à la maison - des démonstrations concernant les composées.

Mais le temps en classe est surtout consacré à « comment on cherche un exercice de géométrie ». Nous avons travaillé sur les « chaînes d'idées » et nous avons fini par mettre au point « notre méthode » (la classe a très bien senti que je cherchais avec eux comment leur apprendre à trouver, c'est à dire à décomposer mon cheminement personnel face à la recherche d'un problème de géométrie).

★ Mars/avril (4 semaines) ; A PROPOS DU CERCLE

La trigonométrie d'une part.

A propos des angles de vecteurs, nous avons manipulé des congruences modulo 4 pour voir ce qui se passe lorsqu'elles s'intercalent l'une dans l'autre ; pour comprendre que la donnée d'un représentant suffit à déterminer toute la classe.

Nous avons abondamment trituré des sinusoïdes à partir des fonctions sinus et cosinus. Là aussi, la distribution de pages de « sin x » dessinées a fait gagner beaucoup de temps pour mettre en place sin 3x ou -2.sin x.

Nous avons été jusqu'à des équations du type $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos\frac{\pi}{3}$.

Parallèlement, les angles inscrits et toujours des exercices en classe pour voir comment trouver.

Enfin, la « curieuse » propriété concernant deux droites sécantes D et D' : si on place u sur D (dans n'importe quel sens) et u' sur D' (toujours dans n'importe quel sens), alors 2×(u,u') est toujours le même quels que soient le sens des vecteurs.

★ Mai (3 semaines) : LE PRODUIT SCALAIRE

La seconde année, j'ai admis que si OA se projette sur DB suivant DH et si OB se projette sur OA suivant OK alors OB. OH = OA.OK.

A part cela, rien de spécial !

★ Mai (1 semaine) : ROTATIONS (une semaine, mais deux T.P.)

Produit de deux symétries d'axes concourants. A la règle et au compas, décomposition d'une rotation en produit de deux symétries.

« Méditation » sur les figures qui font penser à une rotation (triangles équilatéraux, demi-carrés). Pour les exercices, nous avons vérifié que la méthode mise au point précédemment convenait bien.

Le dernier T.P. a consisté en des exercices « en vrac » pour voir si, par association d'idées ou par élimination, on peut deviner l'outil à employer (il s'agissait d'outils donnés aux premières S sans grand succès. En première, je n'avais pas eu le temps de faire cette recherche sur « comment trouver »).

Le niveau de mes exercices a toujours été du genre : usage d'un seul outil pour une question posée.

★ **Enfin juin : STATISTIQUES**

L’an passé, nous avons travaillé jusqu’au 26 juin avec 22 élèves, y compris les jours de fermeture officielle du lycée pour le bac : la classe avait choisi pour thème les statistiques. Nous avons fait une enquête sur le recrutement et les flux de passage des divers C.E.S. de notre secteur (comparaison des divers niveaux d’études des parents, répartition des élèves par section). Les élèves ont dépouillé les questionnaires et ont perforé les cartes en dehors des heures de cours. Nous avons eu le temps de travailler sur d’autres modèles, donnés par le professeur de S.E.S. venu travailler avec nous.

Cette année, la classe a opté pour un mini-stage de programmation sur T.I.57 qui commencera le 13 juin. De ce fait, les statistiques ont été vues très rapidement à partir des pyramides de salaires masculins et féminins.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

En lisant ce résumé, on peut avoir l’impression d’une nette accélération au second semestre.

Il y a en fait :

- une accélération réelle et voulue après Pâques pour habituer progressivement la classe au rythme de première, surtout si la majorité veut aller en S ;

- mais aussi une accélération fictive, due au fait que les bilans se sont succédé plus rapidement au second semestre ; mais les parties ainsi traitées avaient été abordées et préparées au premier semestre.

S. GASQUET, Grenoble

Ce témoignage, publié dans "LA FEUILLE DE VIGNE" (publication de l’I.R.E.M. de DIJON) d’avril 1985, y était suivi d’une dizaine de pages d’exemples de fiches (objectifs, contrôles, soutien, ...) et même photocopie de 2 pages d’un cahier d’élève. On peut le consulter à la bibliothèque de l’I.R.E.M.

Sylviane GASQUET a également publié deux ouvrages au C.R.D.P. de GRENOBLE : « MATH-OBJECTIFS : exemples en classe de seconde, ou ÉVALUER SANS ÉVACUER LES ÉLÈVES NI LES PROBLÈMES » (1985), et « POUR UNE PÉDAGOGIE PASSE-MURAILLES, aide à la construction des savoirs » (1986).

PROGRAMMES (AU COLLÈGE)

(nouveau programme 1989)

Mathématiques

1. ***Nature et objectifs***

L'enseignement des mathématiques comporte deux aspects :

Il apprend à relier des observations du réel à des représentations : schémas, tableaux, figures.

Il apprend aussi à relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts.

Cette démarche permet de bâtir des mathématiques à partir des problèmes rencontrés dans plusieurs disciplines et, en retour, d'utiliser les savoirs mathématiques dans des spécialités diverses.

Elle accorde une grande place à l'activité de construction, de réalisation de dessins, de résolution de problèmes, d'organisation et de traitement de données, de calculs... Cela permet aux élèves de mieux prendre en compte le caractère « d'outil » des mathématiques.

Elle concourt à la formation intellectuelle de l'élève et doit notamment :

Développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ;

Stimuler l'imagination ;

Habituer l'élève à s'exprimer clairement, aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ;

Affermir les qualités d'ordre ci de soin.

Ainsi, renseignement des mathématiques au collège favorise le développement des capacités de travail personnel de l'élève, et de son aptitude à chercher, à communiquer, et à justifier ses affirmations.

2. ***Instructions générales. Choix des méthodes***

A. Progression de renseignement

II existe, pour chaque classe, des dominantes de contenus et d'activités qui rendent possible une bonne organisation du temps disponible et permettent de réaliser la cohérence et la progression de l'enseignement.

Il importe, en effet, d'éviter l'émiettement et de faciliter la bonne structuration des savoirs et des méthodes.

Une distinction claire doit être établie entre :

Les activités prescrites par les programmes, qui doivent être aussi riches et diversifiées que possible ;

Les connaissances exigibles, qui sont beaucoup plus restreintes que ce qui se fait en classe ;

Les activités complémentaires éventuelles sur tel ou tel point.

Chaque sujet mathématique n'est pas un bloc d'un seul tenant, il n'a pas à être présenté de façon exhaustive. Il convient au contraire de faire fonctionner à propos de nouvelles situations, et autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision, les notions et « outils » mathématiques antérieurement étudiés ; il convient également de préciser à chaque étape de l'apprentissage quelles connaissances sont désormais en place ; il convient enfin de mettre en œuvre des exercices de synthèse pour coordonner des acquisitions diverses.

L'étude d'une notion à un niveau déterminé implique qu'elle sera désormais, et le plus souvent possible, intégrée systématiquement à l'activité mathématique.

B. Méthodes

1. Une appropriation mathématique, pour un élève ne saurait se limiter à la connaissance formelle de définitions, de résultats, de techniques et de démonstrations : il est indispensable que les connaissances aient pris du sens pour lui à partir de questions qu'il s'est posées et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes,

Pour atteindre ces objectifs, les séquences courtes (information donnée par le professeur, exercice d'application directe, réponse et commentaire) doivent se combiner avec des séquences plus longues. Celles-ci sont centrées sur l'étude de situations mettant en jeu les « outils » visés et utilisés, selon les cas, comme terrain d'observation ou comme champ d'intervention des connaissances. Ces conditions sont essentielles si l'on veut, d'une part, amener les élèves d'une classe à la compréhension intuitive des concepts et a leur mise en œuvre appropriée dans des situations simples, d'autre part, leur permettre d'approfondir et d'enrichir leur formation mathématique.

Par exemple, pour l'acquisition des techniques opératoires sur les nombres décimaux, il ne suffit pas de décrire des placements de virgule et d'adjoindre éventuellement des zéros adéquats. Il est nécessaire d'étudier des situations dans lesquelles on a besoin d'opérer sur des nombres décimaux, et d'écrire un même décimal sous plusieurs formes (cela s'est déjà fait à l'école élémentaire, mais doit être amélioré au collège). Une construction de courbe point par point peut être ainsi l'occasion d'une meilleure assimilation des techniques opératoires.

2. On devra donc privilégier l'activité de chaque élève. Mais on n'oubliera pas la nécessité d'une pédagogie n'assujettissant pas tous les élèves aux mêmes rythmes, sans que soit délaissé l'objectif d'acquisitions communes.

Dès lors, les professeurs vont avoir à choisir des situations créant un problème, dont la solution fera intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles

Lorsque celles-ci auront été bien maîtrisées, elles fourniront à leur tour des « outils » qui permettront un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente.

Les activités choisies doivent développer la capacité de se poser des problèmes et de progresser vers leur résolution. Elles doivent aussi :

Permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que des connaissances solidement acquises par tout le monde ;

Créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures ;

Rendre possible la mise en jeu des outils prévus ;

Fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement. On y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Le professeur doit donc procéder avec une attention particulière au choix pertinent des situations à étudier. Il doit aussi veiller à bien organiser les phases du déroulement de l'activité. Une condition première est de prévoir une durée

suffisante. Pour le développement complet de l'activité formatrice, de la phase initiale à la mise en place des connaissances désormais considérées comme acquises, l'échelle des temps est en heures, voire en semaines, comme dans l'étude de ta proportionnalité.
C'est à ce prix que l'on peut :

Habituer à l'art d'expérimenter et à celui de conjecturer, donc d'entraîner à chercher ;

Ménager des séquences déductives motivantes, de plus en plus prolongées, nombreuses et de difficultés progressives au long des quatre années du collège ;

Souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques en les enseignant en interaction avec les autres disciplines et avec la vie quotidienne (pourcentages, échelles, représentations graphiques...) et en utilisant les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel!..).

3. Le professeur doit toujours distinguer l'essentiel de l'accessoire, et percevoir les relations entre les diverses parties. Il lui faut encore prendre la distance nécessaire par rapport à ses propres connaissances, car son métier ne consiste pas a amener ses élèves, sur un sujet donné, à un niveau voisin du sien. Il sait identifier et prévoir les subtilités qu'il est préférable de taire, les démarches rigoureuses qui sont à remplacer par des arguments accessibles aux élèves, les exigences prématurées de formulation qui entravent une bonne progression.

4. Le professeur est attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot. Il évite de fixer d'emblée le vocabulaire et les notations : seuls peuvent en profiter, en effet, les élèves qui ont une expérience préalable du sujet ou de fortes capacités d'anticipation. Dans le cours du traitement d'une question, vocabulaire et notation s'introduisent selon un critère d'utilité ; ils sont à considérer déjà comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ.
Le professeur a le souci de faire mieux lire et mieux comprendre aux élèves un texte mathématique. Ce souci, capital en sixième, ne doit jamais être abandonné ensuite.
Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un langage précis, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du « faire » au « faire faire ». C'est lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par
exemple, décrire pour la faire reproduire une figure un peu complexe) ou lorsqu'il programme un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision doit lui apparaître comme une évidente nécessité.

3. Programmes

Pour toutes les classes, les connaissances acquises antérieurement sont mobilisées et utilisées le plus souvent possible.

CLASSE DE TROISIÈME

Le travail effectué doit permettre a l'élève de s'approprier solidement l'usage des instruments de mesure et de dessin, d'acquérir définitivement des techniques opératoires (mentales ou écrites) et, conjointement, d'utiliser avec sûreté des calculatrices de poche, de s'entraîner constamment au raisonnement déductif.

L'utilisation d'un ordinateur peut accompagner utilement ces activités.

1. Travaux géométriques

1. Énoncé de Thales relatif au triangle.
Application à des problèmes de construction (moyenne géométrique...).
Pyramide et cône de révolution : volume, section par un plan parallèle à la base.
Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueurs, aires et volumes, masses.

2. Angles :
Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.
Angle inscrit dans un cercle et angle au centre.

3. Dans le plan, construction de transformées de figures par composition de deux translations ; de deux symétries centrales ; de deux symétries orthogonales par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires,

4. Translation et vecteur. Egalité vectorielle :
Dans le plan rapporté à un repère : effet d'un déplacement par translation sur les coordonnées d'un point ; coordonnées d'un vecteur.

5. Distance de deux points en repère orthonormal :
Équation d'une droite sous la forme $y = mx$; $y = mx + p$; $x = p$.
Coefficient directeur ; parallélisme, orthogonalité en repère orthonormal.

6. Addition vectorielle.

2. Travaux numériques

1. Ecritures littérales :
Factorisation d'expressions de la forme : $a^2 - b^2$; $a^2 + 2ab + b^2$; $a^2 - 2an + b^2$ (a et b désignent des formes simples de nombres exprimés dans les différentes écritures déjà rencontrées).

2. Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées) :
Produit et quotient de deux radicaux. Puissance d'ordre 2 ou 4 d'un radical.

3. Équations et inéquations du premier degré :
Méthodes graphiques de résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à coefficients numériques.
Méthodes de résolution d'un système de deux équations ou inéquations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques.
Exemples varies de problèmes *se* ramenant au premier degré.

3. Organisation et gestion de données. Fonctions

1. Applications affines : représenta lion graphique d'une application affine.

2. Exploitation de données statistiques :

Moyenne ; moyennes pondérées ; médiane.

3. Mise en œuvre de la proportionnalité sur des grandeurs-quotients ou sur des grandeurs-produits.

4. Résolution d'équations par essais et corrections successifs.

5. Analyse (et construction) d'algorithmes comme suite d'instructions aboutissant à la résolution d'un problème donné. Application numérique à l'aide d'un ordinateur.

PROGRAMMES (AU LYCÉE)

PRÉSENTATION DU PROGRAMME

1. Le programme présente ici conserve le précédent, défini par l'arrêté du 26 janvier 1961 (BOEN spécial n° 1 du 5 mars 1981) modifié par l'arrêté du 30 août1985 (BOEN n°31 du 12 septembre 1985), ainsi que l'essentiel des instructions publiées dans la note de service du 10 octobre 1984(BOEN n°38 du 25 octobre 1984) modifiée par la note de service du 5 septembre 1985 (BOEN n°31 du 12 septembre 1985). Pour faciliter la mise en œuvre du programme, une synthèse des textes ci-dessus a été effectuée.

2. Organisation de l'enseignement

L'horaire de la classe est de 4 heures : 2 h 30 + (1 h 30). Le programme requiert, pour donner prise à un travail efficace à partir des acquis du collège et bien remplir son rôle d'initiation aux enseignements ultérieurs, d'être appliqué avec réalisme et souplesse. Le professeur adopte la répartition qui lui convient des différentes parties en les scindant ou les menant de front ; il lui est demandé d'assurer *un bon équilibre entre les diverses parties.* Des thèmes d'activités sont mentionnés : on notera qu'ils font l'objet de listes indicatives, c'est-à-dire ni impératives ni exhaustives ; *aucune connaissance n'est exigible des élèves sur le contenu des thèmes*.

3. Lignes directrices

a) Le présent programme est celui d'une *classe de Seconde pour tous*, il convient de le préserver d'une intervention artificielle de descriptions de structures, et par conséquent de ne pas l'alourdir d'une algébrisation prématurée. Il va de soi que le professeur doit avoir une vue approfondie de la matière qu'il enseigne, et qu'il doit s'exprimer clairement, mais son idéal ne saurait être de tenir aux élèves un discours si parfait soit-il : sa tâche principale est *d'entrainer les élèves à la réflexion et à l'initiative personnelle* et l'accent doit être mis sur *l'acquisition de méthodes* aussi bien au niveau du cours que des activités de résolution d exercices et de problèmes.

Pour faciliter la poursuite de ces objectifs, l'horaire comporte une séquence de *travaux dirigés* en effectif réduit. Plus largement, chaque séance d'enseignement doit faire une place importante au *travail personnel des élèves* : en effet, la classe de mathématiques est d'abord un lieu de découverte, d'exploration de situations, de réflexion sur les démarches suivies et les résultats obtenus. C'est aussi pourquoi *le cours doit être bref* : *son contenu doit se limiter aux notions et aux résultats essentiels*. Sa conception ne doit pas s'identifier au déroulement d'une suite bien ordonnée de notions et de théorèmes ; la présentation de contenus nouveaux doit être articulée avec *l'étude de situations assez riches* qui peuvent, selon les cas, servir de motivation, constituer des secteurs d'intervention, fournir un support pour la mise en place ce ces contenus… Ces différentes fonctions ont toutes leur importance.

Il faut enfin souligner que dans la classe de Seconde de détermination, il convient de développer les capacités de *l'ensemble* des élèves. *Une diversification des activités proposées* peut y contribuer de manière efficace.

b) Le programme de géométrie porte essentiellement sur *une étude des objets usuels du plan et de l'espace :* les aspects métriques y jouent un rôle important, car les sciences physiques et la technologie ont pour base des mesures. Dans l'espace, cette étude s'appuie sur une approche franchement expérimentale relations entre droites et plans et de l'orthogonalité : *tout développement axiomatique à ce propos est exclu*. Cette géométrie, par son contenu euclidien, doit développer une habitude de vision directe des choses ; elle met au service de l'intuition et de l'imagination son langage, ses procédés de représentation. L'enseignement de l'analyse peut s'en imprégner dès son commencement. Dans ce contexte *les activités graphiques* doivent tenir une place très importante dans les différentes parties du programme.

c) *Les problèmes et les méthodes numériques* doivent eux aussi tenir une large place. L'emploi systématique des *calculatrices scientifiques* renforce les possibilités d'étude de ces questions, aussi bien pour effectuer des calculs que pour *vérifier des résultats ou alimenter le travail de recherche*. En particulier, en analyse, l'exploitation des touches de la calculatrice permet d'accéder rapidement à des fonctions diversifiées et à leur représentation graphique. D'autre part, l'emploi des matériels informatiques existant dans les établissements est à encourager

d) Il convient de souligner les formes diverses de raisonnement mathématique mises en jeu dans les situations étudiées ; mais *on évitera tout exposé de logique mathématique*. De même c'est à travers les activités qu'on mettra en lumière les différentes phases de la démarche mathématique : conjectures, mise en œuvre d'arguments, élaboration d une stratégie de démonstration et rédaction de la démonstration.

e) Il est également important qu'un grand nombre d'activités *fasse intervenir simultanément des parties diverses du programme* pour en faire ressortir l'unité (activités géométriques et algébriques relatives aux fonctions, articulation entre géométrie du plan et de l'espace…). Dans cette perspective, *l'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines* sous deux aspects principaux : études de situations issues de ces disciplines, organisation concertée ces activités d'enseignement.

f) *La résolution d'exercices et de problèmes* doit jouer un rôle central dans le *travail personnel des élèves*. A cet effet, on combinera une participation active des élèves aux travaux effectués en classe avec des travaux effectués à la maison (préparation d'exercices, rédaction fréquente de devoirs} et quelques devoirs de contrôle. Ces différentes formes de travaux visent aussi à développer tes qualités *d'expression écrite* (clarté du raisonnement, soin apporté à la présentation et à la rédaction) et *d'expression orale*.

g) Pour l'organisation de l'enseignement, II convient d'éviter deux écueils majeurs :

– L'utilisation systématique, pour toutes les notions du programme, d'une présentation centrée sur un exposé synthétique et, en outre, souvent trop ambitieux.
En particulier, on notera que, pour les rubriques du programme portant la mention « *Exemples de* », *il n'y a pas lieu de faire un exposé synthétique ni de mettre en place un vocabulaire théorique général*. Il s'agit plutôt d'aboutir à des résultats précis et de dégager des idées ou des méthodes.

– L'abus d'exercices aux objectifs scientifiques et didactiques mal définis. La lecture des manuels révèle en particulier une quantité excessive :

• d'exercices, certes abordables, mais qui, coupés de tout leur contexte naturel d'intervention, perdent alors tout intérêt et se résument à des techniques peu motivantes ;

• d'exercices dont la place naturelle est à un niveau plus élevé et dont un élève de seconde, même s'il peut les exécuter, ne comprendra pas l'intérêt.

D'une façon générale il convient, à propos des exercices, de se poser quelques questions : font-ils partie des capacités requises à la fin de l'année ? s'agit-il d'activités possibles en classe ? leur contexte mathématique est-il compréhensible par un élève de Seconde ? leur résolution a-t-elle valeur de méthode ?

4. Présentation du texte

Ce texte comporte, pour chaque chapitre :
– Les objectifs essentiels (en caractères romains) ;

– Le contenu du programme (en caractères italiques assortis d'un trait ondulé en marge) ;

– Des indications, précisant le sens et les limites à donner à certaines questions du programme (en caractères romains),

– Les thèmes éventuels (en caractères italiques)

PROGRAMME

I. Activités numériques

Ces activités ne constituent pas un objectif en soi ; elles sont à *pratiquer en relation avec les autres parties du programme*, notamment l'étude des fonctions, et avec l'enseignement des autres disciplines. Il s'agit de *consolider*, de *compléter* et de *mobiliser les capacités acquises au collège*. Les interprétations graphiques, l'usage des calculatrices jouent un rôle capital, à la fois comme outils et comme sources de problèmes.

Pratique des opérations et des inégalités portant sur des nombres réels, en particulier décimaux, rationnels.

Valeur absolue ; distance.

Exemples d'approximation d'un nombre réel au d'encadrements.

– Dans le calcul sur es nombres rationnels ou algébriques, il s'agit de mettre sous forme plus simple certaines expressions ; aucune virtuosité n'est à rechercher. Ainsi, la maîtrise d'exemples tels que $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ ou $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2}$ est un objectif raisonnable à condition que l'on ait précisé la forme réduite visée (elle-même étant fonction du problème posé).

– Dans le calcul sur les nommes décimaux, il s'agit, à propos de la résolution de problèmes numériques, d'effectuer des encadrements (ordres de grandeur, valeurs approchées à une précision donnée). Cette pratique ne doit pas consister en une manipulation purement formelle. Il convient de mettre en valeur la signification de tels encadrements dans des contextes variés, et de les relier aux notions d'intervalles, de distance, et de valeur absolue. En ce qui concerne les opérations, les objectifs peuvent se limiter à l'encadrement de sommes, de différences et du produit de deux termes, et à l'obtention d'une valeur approchée d'une somme à une précision donnée. D'autres cas (inverses, racines carrées) peuvent être abordés au cours des activités, mais leur maîtrise n'est pas exigible à l'issue de la Seconde.

– Dans le calcul littéral, les principales difficultés concernent les inégalités Pour que ces inégalités prennent sens et ne se réduisent pas à un formalisme purement algébrique, il est utile de relier leur étude à celle des fonctions tant du point de vue-numérique que graphique. Or pourra ainsi interpréter la comparaison de x et de x^2, pour $x \geq 0$, ou encore les opérations simples sur les inégalités : passage au carré, à l'inverse, à la racine carrée. Par exemple la relation $0 < a \leq b \Rightarrow 0 < 1/b \leq 1/a$ est à rapprocher de la décroissance de la fonction $x \to 1/x$ sur $]0,\infty[$ et de l'allure de sa représentation graphique. C'est la maîtrise de tels mécanismes élémentaires qui est importante et doit donc être l'objectif visé : toute virtuosité technique est donc exclue.

– De nombreuses situations conduisent à des inéquations. Leur résolution doit être abordée très progressivement, en prenant appui sur des interprétations graphiques. L'étude d'exemples tels que $2 \leq x^2 \leq 4$, $x^2 \leq 2x$, $|2x+1| \leq 1$ constitue un objectif raisonnable. En revanche il convient d'éviter les exemples artificiels ou trop techniques.

– Les exercices faisant intervenir la valeur absolue de manière artificielle sont en dehors les objectifs de l'ensemble du second cycle. L'essentiel est de savoir interpréter $|b - a|$ comme étant la distance des points a et b et, dans cette perspective, des relations telles que $|x - 2| \leq 1$ ou $|x - 2| \leq 1/100$ à l'aide des intervalles de centre 2, et de savoir effectuer quelques majorations simples en utilisant l'inégalité triangulaire et les formules donnant la valeur absolue d'un produit ou d'un quotient. Ces outils interviennent de façon naturelle dans les problèmes d'approximation au moyen d'encadrements.

II. Statistique

Ce chapitre présente un quadruple intérêt : d'abord la lecture pertinente da tableaux statistiques est maintenant nécessaire à la compréhension du fonctionnement de la société. Ensuite, c'est un excellent terrain pour des activités interdisciplinaires, où les élèves peuvent faire preuve d'initiative et développer leurs méthodes de travail. En outre, savoir organiser, représenter et traiter des données fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation est un élément majeur de toute formation scientifique. Enfin, c'est un secteur d'investissement des activités numériques, des représentations graphiques et des outils de calcul (calculatrices, ordinateurs).
D'autre part, se familiariser progressivement avec le concept de moyenne est un objectif intéressant pour la formation proprement mathématique.

Description statistique d'une population ou d'un échantillon.

Tableaux de données, relevés périodiques, réponses à une enquête... : classement de ces données, représentations graphiques diverses.

Effectifs, fréquences, fréquences cumulées. Moyennes.

A l'issue de la Seconde, les élèves doivent savoir analyser, sur un exemple, un tableau de données (calcul de fréquences, de moyennes...), mais les définitions générales des concepts mis en jeu ne sont pas exigibles.

Les documents nécessaires seront empruntés à l'environnement de l'élève ou proposés en liaison avec les enseignements de sciences biologiques, économiques et humaines ; on pourra exploiter des relevés chronologiques. Il est souhaitable que ces documents soient authentiques et récents et comportent des données nombreuses. Dans cette perspective les activités porteront sur l'étude de quelques situations propices à une bonne approche des notions du programme.

Dans son déroulement, l'activité statistique comporte plusieurs phases :

– Prise de contact avec les données, lecture de tableaux ;

– Elaboration d'une liste de questions qui se posent à partir de ces données ;

– Choix des moyens à mettre en œuvre pour répondre à ces questions ;

– Accomplissement des calculs (utilisation da calculatrices) ;

– Analyse des graphiques questions auxquelles ils permettent de répondre et nouvelles questions qu'ils conduisent à poser.

Les calculs les plus longs pourront être répartis entre les élèves et effectués à la maison ; l'analyse des graphiques permettra d'en contrôler l'exactitude.

III. Fonctions

La notion de fonction sert à décrire et à étudier le comportement de phénomènes continus et joue un rôle central non seulement en mathématiques, mais dans toutes les sciences. On exploitera donc, pour mettre en place cette notion, des situations variées : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithmes de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale. Les activités combineront ensuite le traitement mathématique et l'interprétation des résultats obtenus dans le cadre des situations étudiées.

Elles combineront aussi les études qualitatives avec les études quantitatives.

Le programme ne porte que sur l'étude d'exemples et se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle ; il convient d'éviter tout exposé général sur les fonctions (opérations algébriques, composition, relations d'ordre, restriction,...).

1) Exemples divers de fonctions.

Représentations graphiques dans un repère orthonormal, dans un repère orthogonal.

Parité, périodicité : interprétation graphique.

Fonctions croissantes, fonctions décroissantes.

Maximum, minimum d'une fonction.

2) Variation et représentation graphique des fonctions $x \to ax+b$, $x \to |x|$, $x \to x^2$, $x \to x^3$, $x \to \sqrt{x}$, $x \to 1/x$.

Observation du comportement de ces fonctions pour les grandes valeurs de x.

Exemples simples d'étude de fonctions se ramenant aux précédentes (par changement d'origine ou d'échelles). L'étude générale des fonctions polynômes de degré deux et des fonctions homographiques est hors programme.

3) Notions sur les fonctions circulaires $x \to \cos x$ *et* $x \to \sin x$ *: cercle trigonométrique, mesure de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires ; exploitation des touches de la calculatrice. Les élèves doivent connaître la périodicité, les symétries, le sens de variation des fonctions* $x \to \cos x$ *et* $x \to \sin x$, *et connaître des relations telles que* $\cos (x+\pi) = -\cos x$, $\sin (x-\pi) = \sin x$, *… ainsi que quelques valeurs remarquables du cosinus et du sinus ; ils doivent savoir lire ces propriétés sur le cercle trigonométrique.*

Aucune démonstration n'est exigible des élèves : les formules d'addition ne sont pas au programma, ainsi que la résolution des équations trigonométriques.

– L'objectif principal est la maîtrise des fonctions élémentaires indiquées dans le programme et un certain savoir-faire pour y ramener, à l'aide d'indications convenables, des fonctions telles que $x \to 2x^2 + 1$, $x \to (x -1)^2$, $x \to \frac{2}{x-1}$, $x \to x(1-x)$. Cela permet des activités très riches liées à d'autres chapitres et d'autres disciplines. C'est essentiellement pour que les élèves se forment une idée assez large de la notion de fonction qu'il convient, à titre d'activité, d'étudier, sous forme d'exemple, quelques fonctions d'une autre type ; mais on évitera toute technicité conceptuelle ou calculatoire, et aucune capacité n'est exigible des élèves dans ce domaine.

Il est important que les élèves sachent reconnaître les phénomènes linéaires et saisissent le caractère spécifique des fonctions linéaires et des fonctions affines et leur lien avec la proportionnalité ; à cet effet, il est utile d'étudier conjointement quelques comportements non linéaires.

– L'étude de situations conduisant à des fonctions en escalier ou affines par morceaux et la représentation graphique de celles-ci constituent des activités souhaitables. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces types de fonctions, et les exemples accumulant de façon gratuite les valeurs absolues, ou les parties entières sont à éviter.

– Le taux de variation n'est pas au programme : l'étude de la monotonie d'une fonction s'effectue de façon directe.

– L'introduction des fonctions circulaires constitue une simple prise de contact de caractère expérimental : on s'appuiera sur des observations concernant la mesure des arcs ou des angles orientés (au moyen du rapporteur) et le mouvement circulaire uniforme. Pour ce qui est de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, l'objectif est que les élèves connaissent et sachent utiliser les résultats suivants (admis) :

• Un angle orienté possède une mesure principale appartenant à $]-\pi,\pi[$; les autres mesures s'en déduisent par addition de $2k\pi$.
• Inversement, tout nombre réel définit un angle orienté et un seul admettant ce nombre pour mesure.
• Les mesures des angles orientés satisfont à la relation de Chasles ; en particulier, si θ est une mesure de $(\vec{u},\vec{v})$ alors $-\theta$ est une mesure de $(\vec{v},\vec{u})$.
• Toutes les mesures d'un angle ont un cosinus (respectivement un sinus) commun, qui est le cosinus (respectivement le sinus] de l'angle.

Dans ce qui précède l'unité d'angle est le radian ; on signalera la possibilité de choisir le degré comme unité de mesure. Aucune connaissance n'est exigible des élèves sur l'emploi des angles orientés en géométrie.

Thèmes (à titre indicatif).

1. Majoration, minoration d'une fonction sur un intervalle.

2. Recherche de maximums, de minimums, associée à des problèmes élémentaires d'optimisation.

3. Emploi des variations d'une fonction pour l'étude d'équations $f(x) = \lambda$ et d'inéquations $f(x) \leq \lambda$.

4. Convexité de la fonction $x \to x^2$.

IV. Géométrie plane

Il s'agit de mettre en œuvre, de consolider et de compléter les connaissances acquises au collège : propriétés des configurations fondamentales, usage des projections et des coordonnées, notions sur les vecteurs, propriétés usuelles des réflexions (ou symétries axiales), des symétries centrales et des translations. Des mises au point sont nécessaires, mais elles ne doivent pas prendre la forme d'un exposé systématique reprenant ces questions à leur point de départ.

En seconde, l'objectif essentiel est que les élèves sachent résoudre des problèmes concernant des configurations en utilisant de manière pertinente quelques outils efficaces : les transformations (translations, symétries, homothéties), le calcul vectoriel et les propriétés de quelques configurations fondamentales (conjuration de Thalès, triangle rectangle, parallélogramme, losange, rectangle inscrit dans un cercle, concours des médianes, hauteurs et médiatrices d'un triangle). L'emploi d'un repère adapté à une situation géométrique doit être un outil parmi les autres ; il ne doit ni constituer l'environnement habituel des problèmes de géométrie, ni être banni systématiquement.

1. Homothétie : lien avec la multiplication d'un vecteur par un nombre réel. Les élèves doivent connaître l'effet d'une homothétie sur les distances et les aires et savoir construire l'image d'une droite ou d'un cercle.

2. Barycentre de deux points pondérés, d'un système de trois ou quatre points (l'étude systématique de l'associativité de la barycentration n'est pas au programme).

3 Représentation paramétrique vectorielle d'une droite. Représentation paramétrique et équation d'une droite dans un repère orthonormal.

4 Cercle, tangentes, symétries. Disque, convexité du disque. Equation du cercle dans un repère orthonormal.

Le calcul vectoriel ne doit pas constituer un terrain purement algébrique ; la maîtrise de ses relations avec les configurations joue un rôle essentiel pour la résolution des problèmes de géométrie. En particulier, les élèves doivent connaître les relations entre points et vecteurs, une origine étant fixée ; entre les parallélogrammes, les translations, l'égalité et l'addition des vecteurs ; entre le théorème de Thalès, l'homothétie et la multiplication par un scalaire. De même, ils doivent savoir caractériser vectoriellement le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points et le milieu d'un segment, et connaître le lien entre distance de deux points et norme d'un vecteur.

Aux transformations déjà étudiées au collège s'ajoute l'homothétie. L'objectif est que les élèves connaissent de façon solide un petit nombre de propriétés essentielles de ces transformations et sachent les mettre en œuvre sur des configurations (effet sur l'alignement, le parallélisme, les distances, les aires,...). L'étude des transformations ne doit donc être ni exhaustive, ni considérée comme une fin en soi. L'étude systématique des composées de transformations est en dehors du programme, et aucune capacité n'est exigible des élèves à ce propos.

Thèmes (à litre indicatif) :

t. Problèmes de construction.

2 Exemples de transformations x' = ax + b, y' = ay + c ; interprétation géométrique.

3 Recherche de symétries et d'homothéties transformant une configuration simple en une autre.

4. Propriétés d'alignement et de concours.

V. Géométrie dans l'espace

L'objectif de cette partie est d'une grande importance pour la formation de l'ensemble des élèves. Il s'agit d'analyser et de réaliser des objets de l'espace physique, de les représenter par des figures planes, de reconnaître et d'exploiter les configurations élémentaires intervenant dans ces problèmes et de calculer des distances, des aires, des volumes, ce qui permet à la fois d'investir la pratique de la géométrie plane dans des situations spatiales et de dégager quelques propriétés fondamentales de l'incidence, de l'orthogonalité et du repérage qui sont spécifiques à l'espace. Dans une telle perspective, la géométrie dans l'espace peut être utilisée durant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis en algèbre, en analyse et en géométrie plane.

Propriétés d'incidence ; parallélisme. Orthogonalité ; plan médiateur.

Projections ; projections orthogonales. Coordonnées d'un point dans un repère cartésien.

Calcul de distances, d'aires, de volumes.

Toute étude axiomatique est exclue ; on admettra les propriétés nécessaires à la conduite des activités (propriétés d'incidence, orthogonalité d'une droite et d'un plan, propriété de Thalès, validité des théorèmes de géométrie plane dans les plans de l'espace). L'objectif essentiel est que les élèves connaissent les situations de base, sachent les utiliser pour raisonner et calculer et acquièrent une meilleure maîtrise des solides usuels.

Le calcul vectoriel et l'étude des transformations géométriques de l'espace ne sont pas au programme.

Thèmes (à titre indicatif) :

1. Représentation d'un solide par des projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires bien choisis.

2. Représentation par perspective cavalière.

3. Exemples de figures admettant un centre, un axe, un plan de symétrie (cube, tétraèdre régulier, sphère, cylindre,...).

VI. Produit scalaire dans le plan

L'objectif est que les élèves sachent utiliser le produit scalaire en géométrie pour le calcul de normes de vecteurs, de distances et d'angles et pour la caractérisation de l'orthogonalité et prennent conscience, à ce propos, du rôle de la linéarité des projections orthogonales et de l'efficacité de ce nouvel outil de calcul. L'interprétation du produit scalaire en mécanique pourra faire l'objet d'une activité interdisciplinaire.

L'introduction du produit scalaire par les formes bilinéaires symétriques est exclue.

Définition du produit scalaire :

– formule $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}$ *;*

– formule $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.\cos\theta$.

Caractérisation de l'orthogonalité.

Propriétés du produit scalaire : symétrie, linéarité.

Expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale, de la distance de deux points dans un repère orthonormal.

Caractérisation d'une droite par $\vec{k}.\overrightarrow{AM} = 0$.

Les élèves doivent savoir calculer $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2$, caractériser le cas où les deux vecteurs sont orthogonaux et faire ainsi le lien avec le théorème de Pythagore.

On étudiera les lignes de niveau de quelques fonctions simples, telles que $MA^2 + MB^2$, $MA^2 - MB^2$, $\vec{k}.\overrightarrow{OM}$ …, et on appliquera le produit scalaire à l'étude de quelques relations métriques simples dans le triangle, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ces points.

Thèmes (à titre indicatif) :

1 Puissance d'un point par rapport à un cercle : lignes de niveau $OM^2 - R^2$; régionnement associé.

2. Propriétés géométriques simples de la parabole, en relation avec l'étude de $x \to x^2$.

VII. Systèmes d'équations linéaires

Il s'agit de systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques. L'objectif est non seulement de connaître une technique de résolution, mais aussi d'étudier des problèmes issus d'autres disciplines et de la vie économique et sociale, en mettant en valeur les phases de mise sn équation, de traitement mathématique et d'interprétation des résultats.

Système de deux équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques ; interprétation graphique.

Exemples d'étude par interprétation graphique de systèmes d'équations et d'inéquations linéaires à deux inconnues.

Exemples de résolution de systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques par la méthode de substitution.

Dans ce dernier cas, on se limitera à des situations ne comportant pas plus de quatre inconnues. A travers quelques exemples simples on montrera qu'il n'y a pas toujours existence et unicité de la solution, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves pour l'étude de tels cas. On évitera les exemples trop techniques, coupés de tout contexte ; l'introduction de paramètres est exclue.

Pour ce qui est des systèmes à deux inconnues, l'objectif n'est pas d'apprendre des formules de résolution, mais d'organiser et de conjuguer l'étude numérique et l'étude graphique. Les formules de Cramer ne sont pas au programme, et l'étude d'exemples comportant des paramètres est exclue. Les élèves doivent savoir utiliser le déterminant pour établir a priori l'existence et l'unicité de la solution.

Thème (à titre indicatif) :

Problèmes élémentaires de programmation linéaire à deux variables.

BILANS

L'article ci-dessous reprend et complète un article paru dans le B.G.V. n°14 d'avril 1987. Le B.G.V. (Bulletin à Grande Vitesse) est un des trois bulletins que reçoivent les adhérents A.P.M.E.P.

Le Ministère de l'Education Nationale a lancé une grande enquête d'évaluation au niveau de la classe de seconde. Cette enquête s'est déroulée en mai 1986 (presque à la fin de la dernière année scolaire) et a touché 43 lycées, soit 12 600 élèves au total.

Les informations recueillies concernent le domaine cognitif, les savoir-faire, les comportements et les attitudes.

L'analyse des résultats est d'un intérêt fondamental lorsqu'on compare la teneur des tests (révélatrice des exigences des commissions qui les ont préparés) et les résultats effectifs. De même lorsqu'on compare ces résultats aux pronostics de réussite faits par les professeurs.

Cette analyse fait ressortir, d'une part, une consolidation des acquis du collège, maîtrisés par une majorité des élèves et, d'autre part, des difficultés sérieuses qui se traduisent par un net décalage entre les attentes des enseignants et les réussites des élèves.

RÉSULTATS DES ÉLÈVES : LES ACQUIS CONSOLIDÉS

Remarques générales :

La lecture guidée d'un texte, quelle qu'en soit la nature (littéraire, scientifique, économique...) est réalisée correctement par les élèves qui sont capables, selon le cas, de dégager l'idée ou les informations essentielles, de comprendre la cohérence du texte, ou d'effectuer une analyse montrant qu'ils suivent l'évolution d'une situation.

Dans le domaine des savoir faire, une grande majorité d'élèves parvient à réaliser une analyse descriptive de documents, à procéder au tri des documents, à en repérer les données utiles. En outre, la plupart des élèves savent utiliser correctement leur calculatrice.

Enfin, dans bon nombre de situations, ils savent faire preuve de capacités logiques.

En mathématiques :

Des notions vues en 4$^{\text{ème}}$ et 3$^{\text{ème}}$ peuvent être considérées comme acquises par plus des 2/3 des élèves : l'addition de fractions simples, le calcul de l'image d'un décimal par une fonction, la construction d'un point M défini par une relation de la forme $\overrightarrow{OM} = k.\vec{u}$, l'exécution d'un programme simple de tracé géométrique.

86 % répondent correctement à des questions précises sur l'ordre des nombres réels, mais le pourcentage de ceux qui savent justifier correctement leurs réponses est beaucoup plus faible.

La majorité des élèves utilisent correctement la calculatrice tout autant pour effectuer un calcul simple sur les décimaux (75 % de réussite) qu'un calcul enchaîné sur des irrationnels (58 %).

En statistiques enfin, les questions simples portant sur la lecture d'un histogramme sont réussies par 80 % des élèves.

LES DIFFICULTÉS RENCONTRÉES

Remarques générales :

En premier lieu, il s'agit de la difficulté qu'ont les élèves à appliquer une consigne. On constate qu'ils lisent souvent superficiellement, c'est à dire qu'ils appréhendent globalement la question et que, par inattention, ils répondent à côté sans avoir lu précisément les mots importants.

Par ailleurs, il est à noter que si les élèves apportent généralement des réponses correctes en situation guidée, leurs taux de réussite enregistrent une chute notable lorsqu'ils sont en situation autonome.

La maîtrise très limitée du vocabulaire abstrait par les élèves de seconde est à souligner, ainsi que la relative pauvreté de leurs connaissances lexicales.

Mais il importe surtout de souligner la grande difficulté d'expression écrite. Ce constat ne concerne d'ailleurs pas tant la richesse d'expression que la rigueur de la pensée et la correction de la langue.

Aussi est-il logique que dans des opérations intellectuelles plus complexes, qui allient à la fois la mise en relation de différents paramètres et l'expression, les élèves de seconde soient en grande difficulté. Cela s'observe dans toutes les disciplines, qu'elles soient littéraires ou scientifiques, que les élèves soient appelés à formuler une synthèse, à apporter des justifications à une réponse, à démontrer, à argumenter.

Mais il convient de préciser que ces objectifs sont encore en voie d'acquisition au lycée et qu'ils doivent y faire l'objet d'un apprentissage, d'une progression, en vue d'une maturation dans les classes de première et terminale.

En mathématiques :

Les notions nouvelles, en cours d'acquisition, ont des scores de réussite nettement moindres (de 20 % à 50 %).

C'est le cas par exemple des valeurs approchées : si près de la moitié des élèves donne une valeur approchée correcte d'un nombre positif, ils sont moins d'un sur quatre quand il s'agit d'un nombre négatif.

La parabole d'équation $y = x^2 + 1$ est tracée correctement par seulement un élève sur trois.

Le tracé de la figure homothétique d'un parallélogramme est réussi par un peu moins d'un élève sur quatre.

Même proportion en ce qui concerne le tracé du barycentre d'un système de quatre points pondérés.

Pour ces notions nouvelles, il est à remarquer qu'un pourcentage important des élèves ne répond pas du tout aux questions posées (1 sur 3 pour la construction du barycentre, 1 sur 5 pour le tracé de la parabole ou de 1'homothétique du parallélogramme).

D'autres questions sont traitées par très peu d'élèves ; il s'agit de questions généralement abordées en fin d'année, voire même jamais abordées par les professeurs : 10 % seulement de ceux-ci avaient abordé la géométrie dans l'espace, et 1 sur 3 le produit scalaire.

Par ailleurs, lorsqu'il s'agit de justifier ou de démontrer (par exemple : raisonnement par exclusion pour la résolution d'une équation, démonstration qu'une condition est suffisante dans un contexte numérique simple, démonstration par déduction en géométrie plane), les taux de réussite sont inférieurs à 10 %.

LA VIE SCOLAIRE :

A côté de la confirmation de ce que l'on savait déjà (par exemple le manque de dialogue entre élèves et professeurs, ou le peu de cas qui est fait des apports des élèves en conseil de classe), certaines remarques des élèves infirment les opinions communément répandues.

Les élèves ne considèrent pas le passage en seconde comme une rupture ; ils classent en tête des éléments de réussite en seconde l'organisation du travail personnel et l'analyse des documents. Savoir présenter un exposé oral vient pour eux bien avant l'aptitude à rédiger ou à faire un plan.

Les élèves sont très sensibles aux annotations et aux conseils portés sur leurs copies, qu'ils trouvent utiles mais beaucoup trop peu fréquents en mathématiques et en physique.

Ils souhaitent que leurs bulletins scolaires prennent davantage en compte l'analyse de leurs "capacités".

TEST DE FIN D'ANNÉE

Nous vous présentons ci-après un test de fin de seconde que les enseignants du Lycée LAPICQUE d'ÉPINAL font passer, depuis trois ans (à des rectifications annuelles près), à tous les élèves de l'établissement.

Pourquoi un tel test ?

Choisissez, selon votre tempérament, parmi les motivations possibles :

★ tenter de mesurer ce que nos élèves sont capables de faire sans révision préalable, au bout d'une année de nos efforts ... et des leurs ;

★ estimer les écarts de niveau existant entre les différentes divisions afin de « moduler » nos prises de position devant l'orientation ;

★ se donner quelques points de repère, quelques directions pour l'année suivante.

Conditions de réalisation

Les questions ont été préparées en lisant le programme, en essayant d'en tirer les « minima » qui nous paraissaient pouvoir être assimilés par la majorité des élèves, et devoir constituer le bagage sans lequel une Première serait difficile à suivre.

Les élèves ont eu 2 heures pour traiter les questions (emploi du temps transformé : toutes les classes travaillant simultanément). Les résultats ont été centralisés, et chaque enseignant a eu connaissance des résultats globaux, ainsi que de ceux relatifs à sa classe : pourcentages de réponses justes, de réponses fausses et de non réponses pour chaque question ; tableau relatif au nombre de bonnes réponses par élève.

Notons au passage que le test a eu lieu fin mai, ce qui explique des "impasses" concernant des chapitres qui ont pu être étudiés par la suite.

Quelques commentaires

Disons tout d'abord que tous les enseignants ne peuvent être d'accord avec la formulation des différentes questions : ainsi certains préféreront « si et seulement si » à $\Leftrightarrow$; mais si il y a déjà accord seulement dans l'établissement concerné, reconnaissons qu'un pas important aura été fait.

De nombreux collègues ont vu, étudié et commenté ce test (y compris au sein de la Commission Nationale Second Cycle de l'A.P.M.E.P.) et leurs commentaires peuvent être aisément résumés :

★ côté positif : l'aspect non-inflationniste du test, toutes les questions étant à la portée d'un élevé ayant travaillé convenablement toutes les parties du programme (comparer avec divers sujets trouvés ça et là...) ;

★ côté négatif : l'aspect "résolution de problème" est absent, et l'aspect "raisonnement" quasi-absent. En réponse, pour le premier aspect, cela nous a paru impossible dans un test se voulant assez complet mais nécessairement limité en durée. Pour le second, des questions sont en projet, et nous acceptons vos suggestions (la mise en commun des idées fait toujours gagner un temps précieux).

Des interrogations

Parallèlement au questionnaire, vous pourrez prendre connaissance des résultats des 360 élèves testés ; il s'agit, de gauche à droite, des pourcentages de réponses justes, de réponses fausses, et de non réponses.

Il y a là, bien sûr, de quoi se poser quelques questions !

Par exemple : à quoi attribuer le fait que des questions qui nous paraissent aussi banales que les n° 2, 6, 10 et 27, pour n'en citer que quatre, donnent des pourcentages de réussite si éloignés de ce à quoi tout le monde s'attend ?

Ou, pour être plus précis : pourquoi, quand le temps presse, est-ce la Géométrie dans l'espace gui est laissée de côté ?

Un peu de temps accordé à celle-ci est si utile en première S : ferait-il baisser de façon significative la réussite à des questions plus usuelles (translations, ensembles de définition, équations du premier degré...) qui concernent plutôt des consolidations d'acquis antérieurs ?

★★★★★

Les commentaires, approbations, critiques, vont surgir à la lecture du test proprement dit.

Aucun enseignant de seconde ne peut rester sans réaction : il serait particulièrement intéressant gué vous ne les gardiez pas pour vous, et les enseignants du Lycée Lapicque d'Epinal, qui veulent continuer dans cette voie, vous remercient par avance pour les courriers que vous pourrez adresser au secrétaire soussigné,

Michel BARDY.

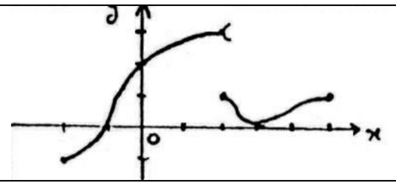
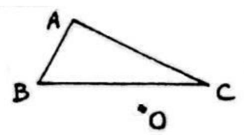
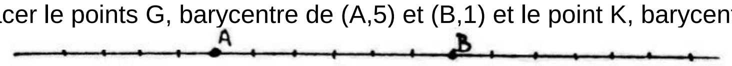
N.D.L.R. : le test est présenté ci-après avec une typographie bien plus "concentrée" que celle utilisée sur les questionnaires distribués aux élèves, qui faisaient 4 pages et étaient plus "aérés". Nous l'avons fait pour gagner un peu de place….

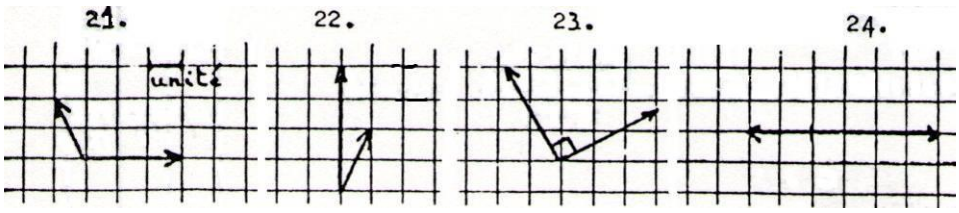
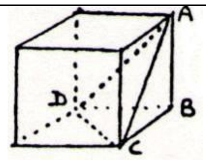
POUR TOUTE QUESTION NON ENCORE TRAITÉE EN CLASSE, PASSEZ A LA SUIVANTE

	Pourcentages J	Pourcentages F	Pourcentages NR
1° L'équivalence $x^2 < 36 \Leftrightarrow x < 6$ est-elle vraie ou fausse ?	67	31	0
Donner, en utilisant des intervalles, l'ensemble des réels vérifiant :			
2° $\lvert x+4 \rvert < 3$	29	65	5
3° $\lvert x \rvert < 2$	38	57	4
4° $\lvert x+4 \rvert < 3$ et $\lvert x \rvert > 2$	17	65	16
5° Compléter $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right] \Leftrightarrow \lvert x - ... \rvert \leq ...$	12	33	53
6° Sur que ensemble de valeurs l'expression $\frac{(3-x)x}{x+1}$ est-elle positive ou nulle ?	7	76	15

Voici un tableau, datant de 1975, donnant la répartition des ménages suivant le nombre de personnes

Nb. de personnes	Nb. de ménages
1	3 928
2	4 935
3	3 400
4	2 728
5	1 452
6	1 285

	J	F	NR
7° Quelle est la fréquence des ménages de moins de 3 personnes ?	36	30	32
8° Quel est le nombre moyen de personnes par ménage ?	38	33	28
9° Quel est l'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x+4}$?	41	44	14
10° Quel est l'ensemble de définition de la fonction $g : x \mapsto \frac{x}{x^2 - 3}$	25	55	18
11° Donner le tableau de variation de la fonction f représentée ci-contre 	37	33	28
12° Dans le repère ci-dessus, représenter la fonction $x \mapsto +f(x)$	34	29	36
13° Dresser le tableau de variation de la fonction $g : x \mapsto x^2 + 1$	29	33	37
14° $f : x \mapsto \frac{1}{x}$: comment faut-il choisir x pour que f(x) > 10^4 ?	19	41	48
 15° Construire l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$	75	16	7
16° Construire l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{2}$	55	29	15
17°Placer le points G, barycentre de (A,5) et (B,1) et le point K, barycentre de (A,-3) et (B,9) : 	39	33	27
18° Ecrire une équation de la droite passant par I (2 , 0) et J (1 , 4)	60	28	11
19° Dans le repère ci-contre ; tracer la droite D dont une équation est x – 4y + 5 = 0	55	37	6
20°Tracer également la droite Δ dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 2 + 4k \end{cases}$	45	32	22

	Pourcentages		
	J	F	NR
Pour chacun des couples de vecteurs représentés ci-dessous, donner le produit scalaire 			
21° Voir question et figure 21 ci-dessus	30	33	35
22° Voir question et figure 22 ci-dessus	34	29	35
23° Voir question et figure 23 ci-dessus	51	13	24
24° Voir question et figure 24 ci-dessus	37	26	35
25° $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$, $\vec{u}.\vec{v} = 6$. Quel est le cosinus de $(\vec{u},\vec{v})$	39	13	46
26° En déduire la valeur de cet angle.	39	7	52
27° Dans la base orthonormée $(\vec{i},\vec{j})$, on donne $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{v} = 5\vec{i} - \vec{j}$. Quel est le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$?	26	29	43
28° Combien existe-t-il de symétries axiales laissant invariant un rectangle ?	42	34	23
29° Combien existe-t-il de symétries axiales laissant invariant un triangle équilatéral ? ?	41	34	23
30° Dessiner de la façon la plus claire possible : deux plans parallèles P et p’ et deux droites D et D’ sécantes en A, rencontrant ces deux plans en M, N, M’ et N’.	22	47	29
31° Dessiner de la façon la plus claire possible : deux plans sécants P et Q ayant en commun la droite D, rencontrés par un troisième plan R qui est parallèle à D	4	56	38
32°Ce cube a une arête mesurant 10 m. Quelle est l’aire du triangle ACD ? 	0	44	54
33° Quel est le volume de la pyramide ABCD ?	4	24	70
34° Résoudre dans **R** : $\frac{5}{2}(x+3)+\frac{1}{2}(x-1)=9-\frac{1}{3}(6-9x)$	36	61	1
35° Résoudre dans **R** : $5x-\frac{1}{2}(3x-5)=7x+\frac{1}{3}$	55	41	3
36° Résoudre dans **R** : $\frac{1}{2}+3(3x-5)-\frac{7}{2}x=\frac{1}{2}(5-x)$	72	22	4
37° Dans le repère ci-dessous, colorier la partie du plan qui est l’ensemble des points dont les coordonnées vérifient : $\begin{cases} 2x-y<4 \\ x+2y>2 \end{cases}$	31	37	31

APPEL?!!

```
ACADEMIE DE NANCY-METZ
ENTREE EN CLASSE DE PREMIERE S,F ou H
MATHEMATIQUES
DUREE : 3 HEURES
```

Ce sujet a été proposé à l'examen d'appel (entrée en classe de première) en juin 1986. L'ensemble du sujet est loin de correspondre à ce qui, d'après le programme, est exigible d'un élève de seconde.

Il est cependant concevable qu'un professeur puisse faire faire, en classe, à titre d'approfondissement, ce genre de travail. Mais à condition que d'autres activités soient proposées à ceux qui ne sont pas encore, en seconde, au niveau de la 1e S ou de la terminale, et à condition surtout que ce travail ne soit pas un élément prépondérant de l'orientation.

Nous aimerions d'ailleurs savoir quel peut être le temps mis, question par question, par un élève MOYEN de seconde pour faire ces quatre exercices (si quelqu'un veut essayer dans sa classe...).
Certes, il n'y aura plus cette année d'examen d'appel ; mais si un tel sujet a été proposé c'est qu'il reflète bien ce que des professeurs pensent devoir être acquis en fin de seconde.
Nous n'oserions croire, en effet, que le sujet a été construit dans le but délibéré de "couler" les élèves faisant appel de la décision du conseil de classe ; pour ceux-ci - sauf injustice flagrante que cet examen devrait justement révéler - un sujet "normal" aurait suffi pour révéler leur niveau insuffisant.

Nous présentons ci-dessous, en encadré, le texte des quatre exercices du sujet, avec nos remarques et commentaires.

Le programme indique ce qui est exigible en fin de seconde :

De nombreuses situations conduisent à des inéquations. Leur résolution doit être abordée très progressivement, en prenant appui sur des interprétations graphiques. L'étude d'exemples tels que $2 \leq x^2 \leq 4$, $x^2 \leq 2x$, $|2x+1| \leq 1$ constitue un objectif raisonnable. En revanche *il convient d'éviter les exemples artificiels ou trop techniques*.

TEXTE DU SUJET :

EXERCICE 1
Résoudre dans **R** :

$$|2x + 4| + |-2x + 7| = 8$$
$$|(x - 3)(x - 5)| > x - 3$$

EXERCICE 2
Soit l'expression $E = 4x^2(4x^2 - 1) - 12x^2 + 3$

1) Factoriser E.
2) Développer E.
3) En déduire la résolution de l'équation suivante dans **R** :
$16\cos^4 x - 16\cos^2 x + 3 = 0$
(on posera $\cos x = X$).

Ces deux exercices sont purement artificiels, donc hors programme.

(…) les formules d'addition ne sont pas au programme, **de même que la résolution des équations trigonométriques**.

Dans les thèmes (à titre indicatif et donc non-exigible) on peut utiliser les variations d'une fonction pour résoudre une équation du type $f(x) = a$.
On est loin de l'exercice proposé !

EXERCICE III

Dans le plan P rapporté au repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on donne les deux points A(-2 , 1) et B(3 , -2) et les deux vecteurs $\vec{u}(1,2)$ et $\vec{t}(3,2)$.

On considère la droite D passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

1) Soit D' l'image de D par la translation de vecteur $\vec{t}$. Donner une représentation paramétrique de D', puis une équation cartésienne de D'.

2) Soit Δ la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{v}(2,4)$.

On appelle Δ' l'image de Δ par 1'homothétie h de centre B et de rapport -3/4. Donner une représentation paramétrique, puis une équation cartésienne de Δ'.

3) A coupe D' en C. Calculer les coordonnées du point G, puis celles de son image G' par l'homothétie h. Vérifier que G' est élément de Δ'.

4) La droite (AB) coupe D' en E. Calculer les coordonnées de E. Il existe une homothétie de centre B telle que D ait pour image D'. Justifier et calculer le rapport de cette homothétie.

On ne peut pas dire que cet exercice ne corresponde pas au programme.
Mais traiter les transformations géométriques uniquement sous l'aspect analytique (trouver la représentation paramétrique des droites) ne nous semble pas conforme à l'esprit du chapitre géométrie.

1. Homothétie : lien avec la multiplication d'un vecteur par un nombre réel. Les élèves doivent connaître l'effet d'une homothétie sur les distances et les aires et savoir construire l'image d'une droite ou d'un cercle.

Aux transformations déjà étudiées au collège s'ajoute l'homothétie. L'objectif est que les élèves connaissent de façon solide un petit nombre de propriétés essentielles de ces transformations et sachent les mettre en œuvre sur des configurations (effet sur l'alignement, le parallélisme, les distances, les aires,...).

EXERCICE IV

Soient A, B, C trois points non alignés du plan P, et G le barycentre du système {(A, 2), (B, 4), (C,-2)}.

l) Construire le point G.

2) Soit f l'application qui à tout point M du plan associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$. Simplifier l'écriture de $\overrightarrow{MM'}$.

Construire les images des points A, B, C, G. Quelle est l'application f ? (justifier).

3) Exprimer plus simplement le vecteur $\vec{V} = -2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$, M étant un point quelconque du plan.

4) On se place dans le repère $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$. Quelles sont les coordonnées de G dans ce repère?

5) Montrer que G est barycentre du système {(A',a),(B',b),(V',c)) en déterminant les coefficients a, b et c .

La définition de l'application f telle qu'elle est donnée ici n'est pas exigible en seconde.

Que signifient « simplifier » (l'écriture la plus simple pour $\overrightarrow{MM'}$ est ... $\overrightarrow{MM'}$!) et « quelle est l'application f » ?
Il aurait fallu demander, par exemple : « Exprimer $\overrightarrow{MM'}$ à l'aide du vecteur $\overrightarrow{MG}$; montrer que f est une homothétie de centre G ; quel est son rapport ? ».
Là encore, que signifie « exprimer plus simplement le vecteur $\vec{V}$? ».

INTRODUCTION A LA NOTION DE VECTEUR

Une introduction à la notion de vecteur dans une classe de « seconde technique spéciale » (élèves issus d'un C.A.P. désirant réintégrer un second cycle long technique).

Par Marc SERAY

Placer en bas à gauche de votre feuille un point A.

A partir du point A, on se déplace vers la droite de 10 cm. On obtient un point A_1. Puis on tourne de 30° sur la gauche et on se on déplace de $0,75 \times 10 = 7,5$ cm. On obtient le point A_2.

On recommence ainsi le procédé : à partir du point A_n on tourne de 30° sur la gauche et on se déplace d'un longueur égale aux 3/4 de la longueur du déplacement précédent. On obtient le point A_{n+1}.

On construit sur la feuille les points A_1, A_2, … A_{10}.

Comment se déplacer directement de A à A_{10} ?

Le but de ce travail dirigé est de proposer une introduction motivante de la notion de vecteur.
Pour situer le problème dans une classe de 2e TSP, il faut savoir que ces élèves n'ont fait ni quatrième ni troisième et n'ont ni la capacité au niveau du langage, ni la patience intellectuelle, ni même le temps de digérer une introduction des vecteurs par classes d'équivalence de bipoints équipollents (si tant est que cette introduction fût souhaitable au niveau d'une quatrième et d'une troisième). Il faut donc en peu de temps passer d'un niveau de connaissances nul sur le sujet à quelques exercices de synthèse sur la notion de barycentre. L'idée que j'expose là est née d'une discussion avec M. MORLET et de la lecture du livre de SEYMOUR PAPERT racontant la création du langage LOGO. L'idée est de se servir de la notion intuitive qu'ont les élèves de leurs déplacements dans l'espace pour aller vers la notion formalisée de vecteur en temps qu'objet ayant une direction, un sens, une longueur. On introduira par la suite la notion de bipoints équipollents. Un autre avantage de cette manière de procéder réside dans le fait que les vecteurs du professeur de mathématiques sont bien les mêmes objets que ceux employés par le professeur de sciences physiques, la chose n'étant pas claire dans toutes les consciences d'élèves de seconde. Enfin, avant d'aborder le commentaire de la séquence en classe, je précise que la trigonométrie du triangle rectangle est revue et acquise, et que les élèves ont déjà pratiqué de nombreux calculs enchaînés avec la machine à calculer.

La partie de la séance consacrée à la construction ne pose pas de problèmes particuliers à condition de s'assurer que chaque élève ait pris une feuille format A4 et l'ait disposée verticalement devant lui. Signalons qu'au premier virage certains élèves tournent de 120° ; on les remet sur la piste en leur précisant que les angles sont relatifs au déplacement immédiatement précédent et non à leur position devant la feuille. Il n'y a plus d'erreur par la suite.

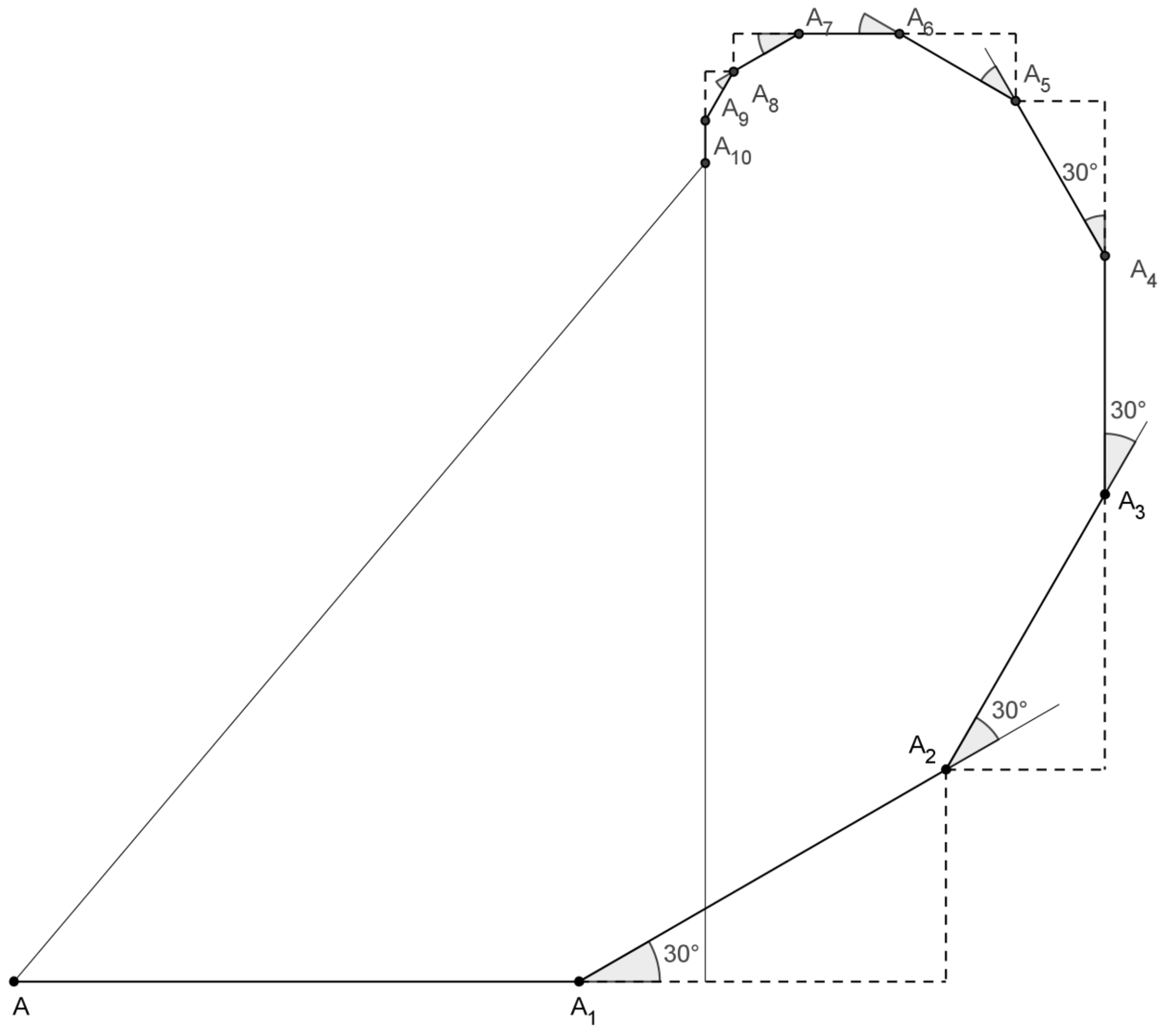
Après cette construction une discussion s'engage sur la manière de répondre à la deuxième question. La plupart des élèves veulent qu'on donne les coordonnées du point A_{10} (oui.. mais dans quel repère ?). Certains, néanmoins, après quelques questions bien orientées, se contenteraient d'une longueur de déplacement et d'un angle relatif au déplacement AA_1 (oui, mais comment calculer cette longueur et cet angle ?). Finalement, nous nous mettons d'accord sur le plan de travail suivant : calcul des coordonnées de A_{10} dans un repère d'origine A et dont les axes sont parallèles aux bords de la feuille, puis calcul de la longueur du déplacement et de l'angle cité.

Comment exécuter la première phase du travail ? Après une courte période de réflexion pendant laquelle je n'interviens pas, l'idée est trouvée : on va décomposer chacun des déplacements en un déplacement parallèle à l'axe des x et un autre parallèle à l'axe des y, puis on les affectera d'un signe + ou d'un signe - suivant qu'on avance ou qu'on recule sur l'axe en question. On dessine ce qu'on vient de dire. On écrit le calcul des coordonnées de A_{10}. Là j'interviens pour rectifier des notations trop lourdes. A ce stade du travail, je leur demande s'il était important de choisir des axes orthogonaux. Nous nous mettons d'accord sur la synthèse, suivante : on aurait pu certainement décomposer les déplacements suivant des axes non orthogonaux mais les premiers nous aideront plus pour les calculs. Je conclus alors cette partie en leur faisant sentir que pour se déplacer dans le plan il suffit de savoir se déplacer dans deux directions distinctes (la notion de base, de coordonnées n'est pas loin mais nous ne la formaliserons que plus tard).

Ensuite les élèves attaquent le calcul quelque peu fastidieux de la longueur de tous les déplacements tracés sur la figure. Sur cette partie du travail les relations trigonométriques sont appliquées correctement. Le plus gros problème auquel on se heurte est celui du manque d'organisation : les calculs sont dispersés sur la feuille, on ne se contente que des résultats approchés parfois avec une seule décimale, les relations trigonométriques intermédiaires ne sont pas écrites. Tout cela leur paraît trop long. En dehors du fait qu'il faut bien trouver une méthode pour exposer les résultats, je leur montre qu'en fait, il n'y a que deux types de raisonnements utilisés et qu'on peut se contenter de n'écrire qu'une fois chacun d'eux. Je leur demande ensuite de ranger les résultats dans deux tableaux l'un indiquant les déplacements suivant l'axe des x, l'autre suivant l'axe des y. En revanche je n'interviens pas sur le problème de la précision des calculs. On termine finalement le calcul des coordonnées de A_{10} et on vérifie sur la figure. Évidemment ceux qui ont rempli le tableau avec trop peu de précision ne sont pas satisfaits de leurs résultats. Je leur montre alors qu'il n'était pas nécessaire d'utiliser la machine à calculer au stade du travail où ils l'ont fait. Ils sont chargés de reprendre les tableaux, de n'y inscrire que les résultats réellement utiles et d'exécuter à nouveau le calcul des coordonnées de A_{10}. On contrôlera les résultats la prochaine fois.

La séance se termine sur la méthode qui permet de calculer la longueur du déplacement AA_{10} ainsi que son angle par rapport à AA_1. On contrôlera les résultats la prochaine fois.

Après une rapide vérification des calculs et un contrôle graphique, la séance suivante est consacrée à un cours de synthèse : notion de vecteur, direction, sens, longueur ; les représentations d'un même vecteur : les bipoints équipollents. Signalons que dans cette présentation le vecteur nul n'apparaît pas naturellement ; on pourra l'introduire au moment de l'étude de la somme des vecteurs.



Travail interdisciplinaire Math-Physique
en classe de seconde
Lycée de Rombas
Compte rendu par Daniel VAGOST

VECTEURS

1. BREF HISTORIQUE

Une année de fonctionnement de la classe de seconde indifférenciée a suffi pour que nous ressentions le besoin de travailler autrement. Un premier travail a été entrepris en commun entre un professeur de mathématiques et un de français (travail statistique autour d'une enquête sur la lecture faite par les élèves).
La réaction des élèves devant la présence simultanée des deux professeurs nous a incités à poursuivre : quelques travaux communs avec les professeurs d'histoire-géographie, d'économie, et surtout de physique.

Le premier travail en commun avec le collègue de physique eut pour sujet de LA CALCULATRICE ; au départ dans une seule classe, l'année suivante dans cinq classes, puis dans TOUTES les classes dès l'année scolaire 1985/86.
Il faut dire que cette expérience a été « dynamisée » par le projet d'établissement du Lycée.

D'autres polycopiés ont vu le jour (ce ne fut pas un mince travail !) et cette année ce sont trois « thèmes » qui ont été exploités, dans cette optique, dans les 14 classes de seconde du Lycée de ROMBAS : CALCULATRICES, VECTEURS, REPRESENTATIONS GRAPHIQUES.

2. UTILISATION AVEC LES ELEVES

Chaque fiche a été utilisée pendant les 3 heures de T.P. Math/ Physique, avec tous les élèves de la classe, en présence à la fois du professeur de physique et de celui de mathématiques.
Les élèves lisent les fiches et font les exercices pendant, que les deux professeurs circulent dans la classe et répondent' aux questions.
De temps en temps, un professeur intervient pour apporter des informations à toute la classe, ou pour corriger tel ou tel point.

3. PREMIER BILAN

<u>3.1. Pour les professeurs</u> :

- Le travail de préparation a été très apprécié et très enrichissant (échanges nombreux et fructueux).
- Le physicien comprenait le vocabulaire du mathématicien, et ce dernier agrémentait son cours de « concret ».
- Harmonisation des discours magistraux dans les deux disciplines (pour chacun de nous, le vecteur est aujourd'hui la même chose).
- Quelques réticences de certains qui éprouvaient le besoin de compléter ensuite ce qui avait été fait.

3.2. Pour les élèves :

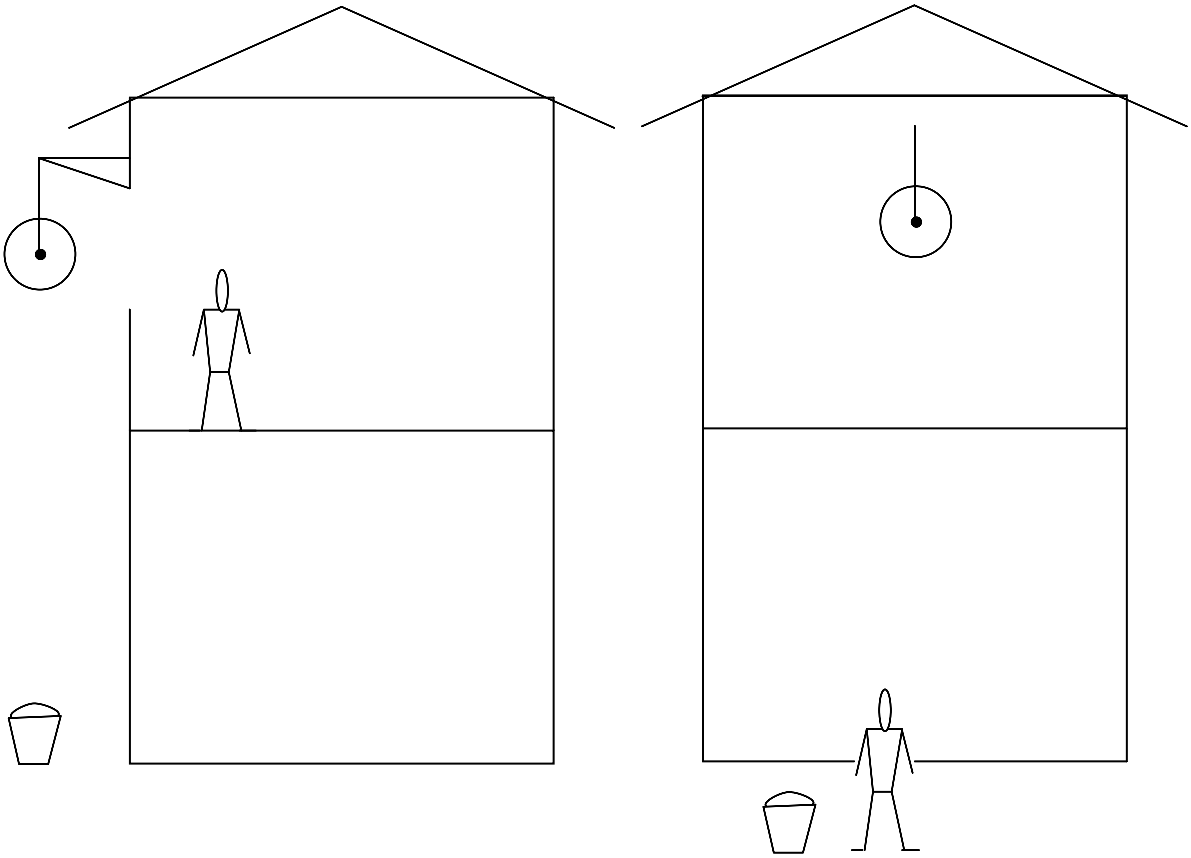
- Agréablement surpris qu'un professeur de mathématiques et un professeur de physique puissent avoir un langage commun et qu'ils puissent travailler ensemble.
- Intéressés par le côté autonome de la méthode de travail (travail chacun à son rythme) et par la plus grande disponibilité des deux enseignants.
- Un peu « assommés » (malgré la récréation) par trois heures d'affilée sur le même sujet.

Il nous semble (mais comment le mesurer ?) que les notions de vecteurs et d'échelles soient bien mieux "passées" cette année.

L'utilisation de ces fiches nous oblige à les revoir en permanence, à les modifier, etc. Et l'année prochaine sera encore différente, et le projet d'établissement ... « redynamisé » pour que les élèves de seconde réussissent encore mieux.

★ ★ ★ ★ ★ ★

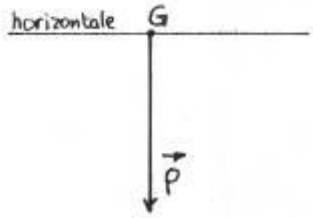
N.D.L.R. Vous trouverez ci-après une partie de la fiche VECTEURS. Elle commençait par les deux schémas de maisons à compléter (que nous avons reproduits ci-dessous), suivis par une page "définissant" le vecteur (par ses caractéristiques), les notations, l'égalité de deux vecteurs, le produit d'un nombre par un vecteur…, et enfin par une batterie de petits exercices.
Nous avons reproduit ces exercices, en « compactant » un peu pour gagner de la place ; une autre fiche, insérée entre les exercices 7 et 8, définissait la SOMME de deux vecteurs, en faisait vérifier les propriétés (commutativité, associativité), et définissait le vecteur nul. Pour des raisons de place également, nous avons légèrement modifié la présentation adoptée par l'équipe de Rombas.



1. Compléter les 2 schémas en représentant une corde de telle sorte que le seau arrive au premier étage.
2. Traduire par une flèche l'action exercée par la personne.
3. Conclusion orale.

exercices :

①



donner les caractéristiques du vecteur $\vec{P}$:

point d'application :

direction :

sens :

P = (échelle : 1 cm représente 0,5 N)

② Le vecteur vitesse $\vec{V}$ a pour

point d'application : O

direction : l'horizontale

sens : de droite à gauche

norme : V = 0,75 m/s

En prenant comme échelle 0,25 m/s représenté par 1 cm, représenter $\vec{V}$:

③ Le vecteur $\vec{R}$ a pour pour point d'application G

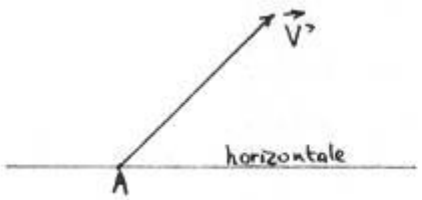
pour direction une droite faisant un angle de 60° avec l'horizontale

pour sens : vers le haut et vers la gauche

pour intensité R = 3,5 N

Fixer l'échelle et représenter $\vec{R}$:

④ Donner les caractéristiques de $\vec{V'}$:



échelle : 1,5 m/s représentés par 1 cm

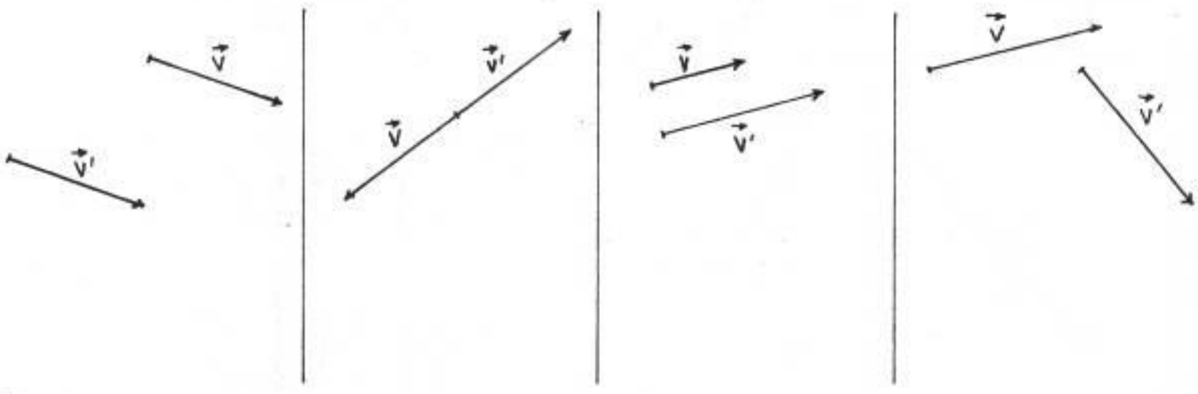
point d'application :

direction :

sens :

V' :

⑤ Les vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{V'}$ sont-ils égaux ? Justifier.



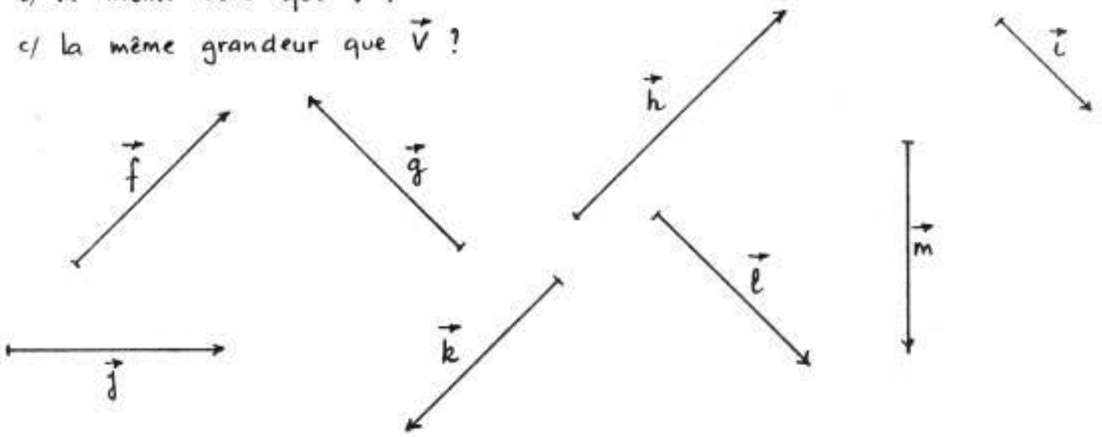
⑥ On donne un vecteur $\vec{V}$

quels sont, parmi les vecteurs suivants, ceux qui ont :

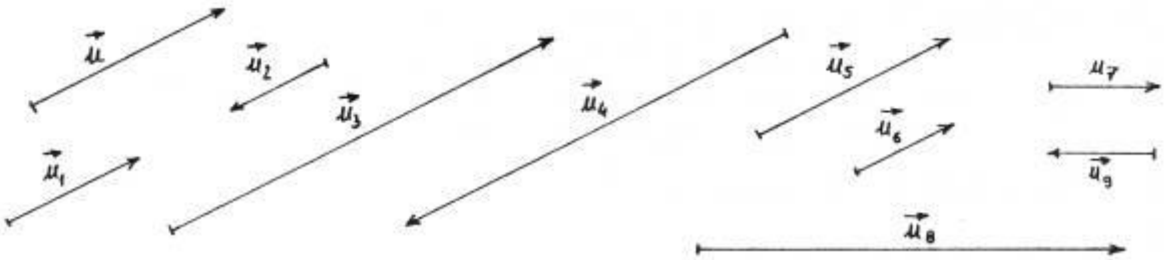
a/ la même direction que $\vec{V}$?

b/ le même sens que $\vec{V}$?

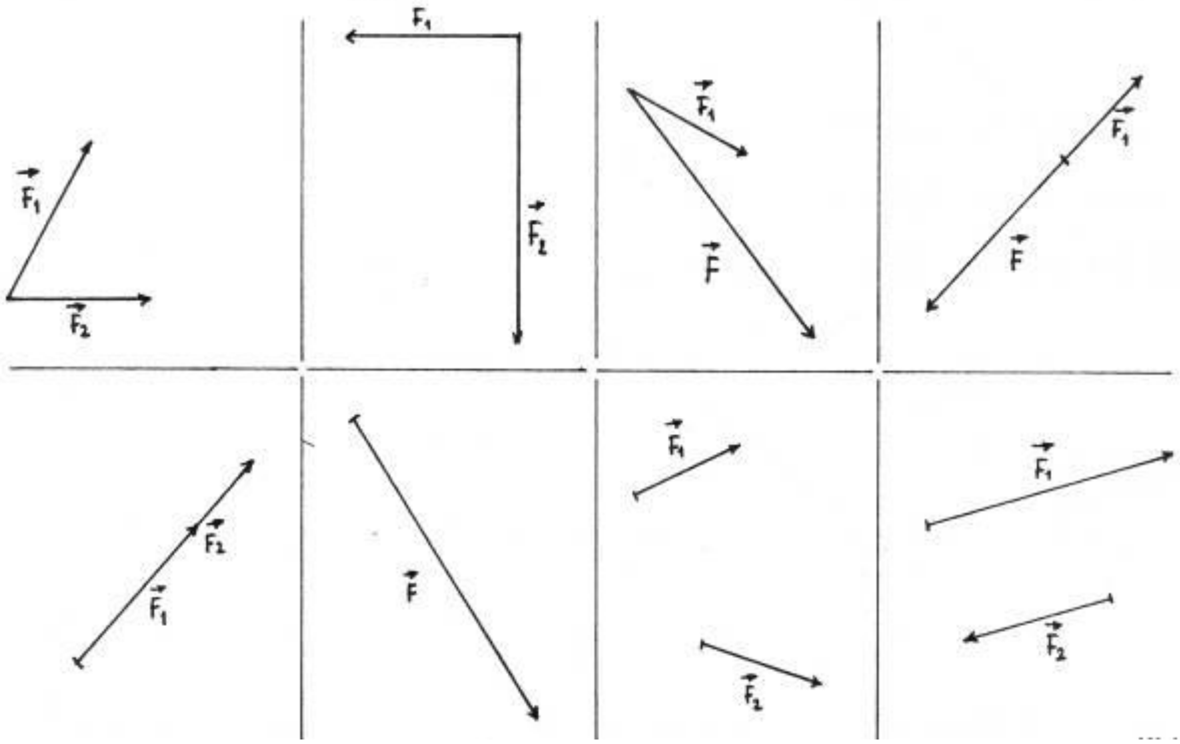
c/ la même grandeur que $\vec{V}$?

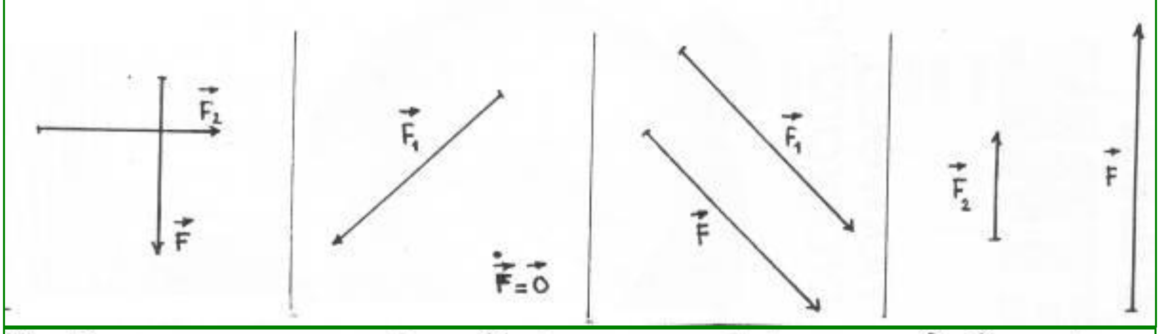


⑦ On donne le vecteur $\vec{u}$. Retrouver le vecteur $-\frac{1}{2}\vec{u}$ et le vecteur $2\vec{u}$:



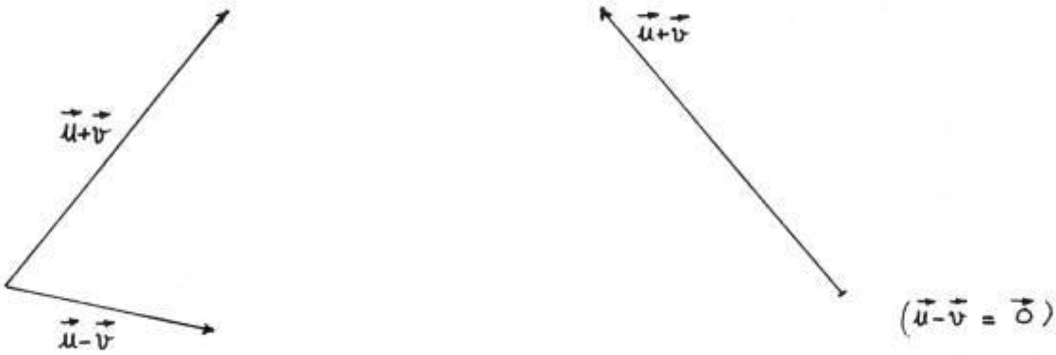
⑧ Soient trois vecteurs $\vec{F}$, $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ tels que $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$. Compléter tous les cas de figure, en utilisant une couleur :





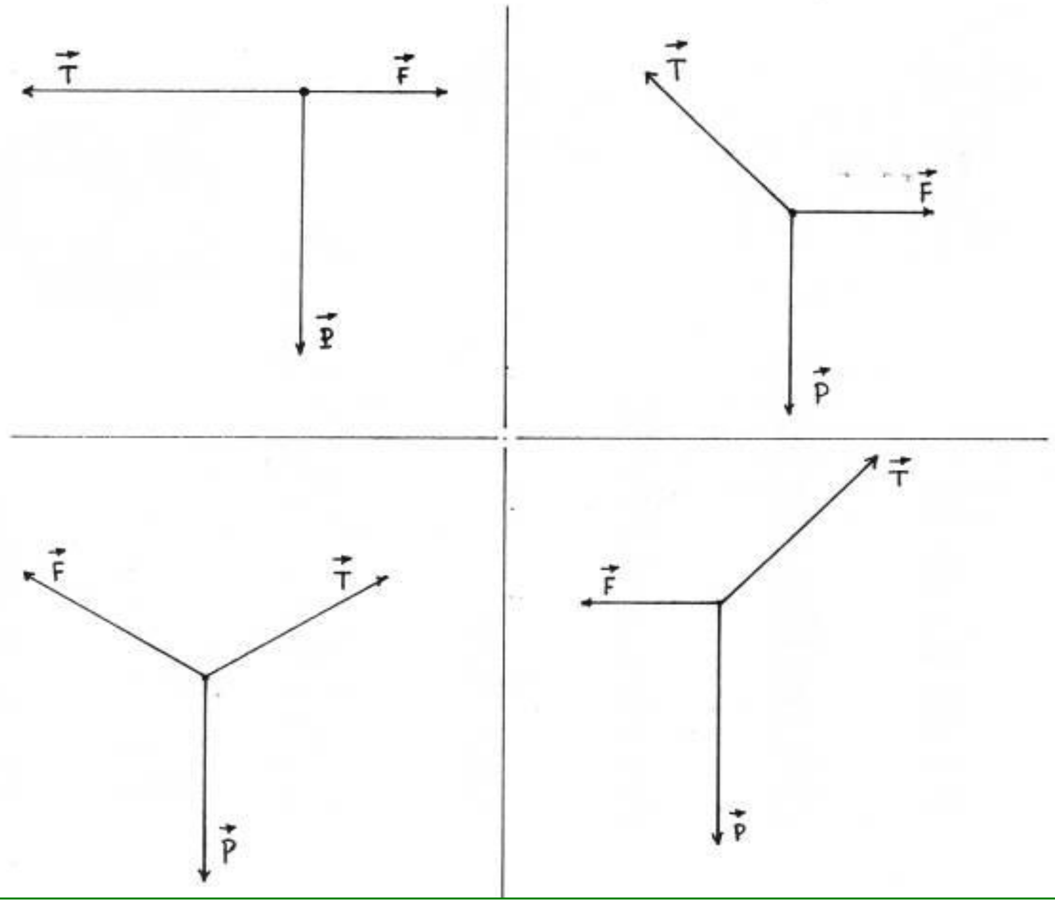
⑨ Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dont on connaît la somme $\vec{u}+\vec{v}$ et la différence $\vec{u}-\vec{v}$.

Déterminer $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans les deux cas suivants :



⑩ Soient quatre forces $\vec{P}, \vec{F}, \vec{T}$ et $\vec{F'}$ telles que $\vec{F'} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{T}$.

Compléter dans les quatre cas de figures :



DROITES

Par Josette GERNET, Marie-Claude ROSE et Jacques VERDIER

Nous avons constaté que beaucoup d'élèves de terminale G n'avaient pas acquis les savoir-faire correspondant aux objectifs 2, 3 et 4 (voir ci-dessous).
En 1ère G, nous avons donc cherché à construire des situations pour y remédier.

Objectifs (liste communiquée aux élèves) :

A la fin de cette séquence, tu devras être capable de faire ce qui suit :

1. Tracer une droite dont l'équation y = ax + b est donnée.
2. Trouver directement sur le graphique, le coefficient directeur a, et l'équation y = ax + b d'une droite tracée.
3. Savoir à quoi correspond, dans la pratique, le coefficient directeur.
4. Tracer une droite connaissant un de ses points et le coefficient directeur (sans en chercher l'équation).
5. Retrouver l'équation d'une droite dont on connaît un des points et le coefficient directeur.
6. Retrouver l'équation d'une droite dont on connaît deux points.
7. Décomposer, par le calcul, une expression (fonction d'une variable) en une partie fixe et une partie proportionnelle à la variable.
8. Même décomposition, mais graphique.
9. Passer de la représentation graphique à l'équation algébrique et vice versa, et s'aider de l'une pour trouver des propriétés de l'autre.
10. Reconnaître qu'il y a une contradiction entre la représentation graphique et le calcul algébrique, et déceler où est l'erreur.
11. Reconnaître, dans un problème "concret" écrit en langage courant, que l'on est dans une des situations décrites ci-dessus.

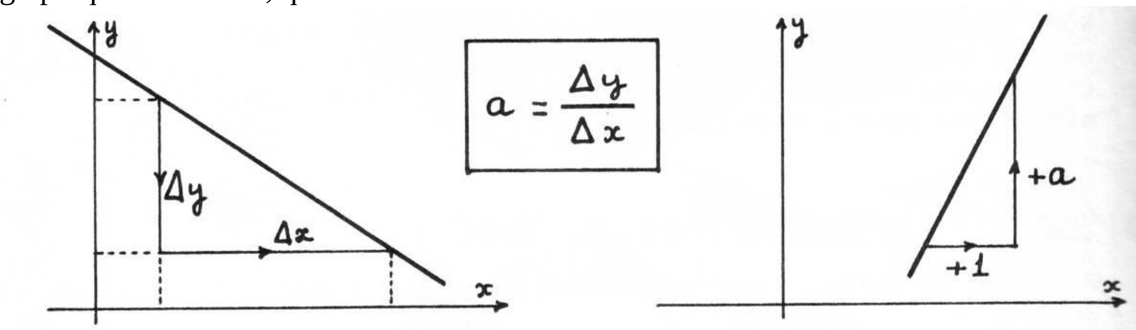
Organisation de la séance :

1. Cette séquence a sa place dans une expérience "Travail autonome et disciplines scientifiques" : trois professeurs (maths, comptabilité, méthodes administratives et commerciales) de cette première G sont concernés et sont présents simultanément dans la classe pour répondre à la demande. La séquence a duré deux fois 3,5 heures consécutives (correspondant à 1,5 h de math, 1 h de compta et 1 h de M.A.C.) ; pour la plupart des élèves, ces 7 heures ont été insuffisantes.

2. Les élèves travaillent par groupes de 4 constitués par les professeurs de façon à être hétérogènes tant au point de vue niveau mathématique (ou du moins l'impression subjective que nous en avions) que de la classe de seconde suivie l'année précédente.

3. Dès le premier exercice (qui, volontairement, est un exercice graphique) les élèves ont rencontré des difficultés : même ceux qui étaient « bons » en seconde mais pour qui les équations de droites n'évoquent que vecteurs directeurs et déterminants.

4. A la fin des exercices 1 et 2, le professeur de mathématiques a fait une très brève synthèse graphique au tableau, que voici :



En effet, la « mémorisation visuelle » de ces deux schémas nous a paru indispensable. Il n’y a eu aucun autre apport théorique magistral.

5. Un des exercices nous a paru très constructif : le n° 4, car il suscite des réflexions chez les élèves pour qui « droite » est synonyme de « proportionnel ». Par exemple : « C’est pas proportionnel et pourtant ça y est quand même » (en effet, les écarts en ordonnée sont proportionnels aux écarts en abscisse, ce qui trouble certains, fort heureusement).

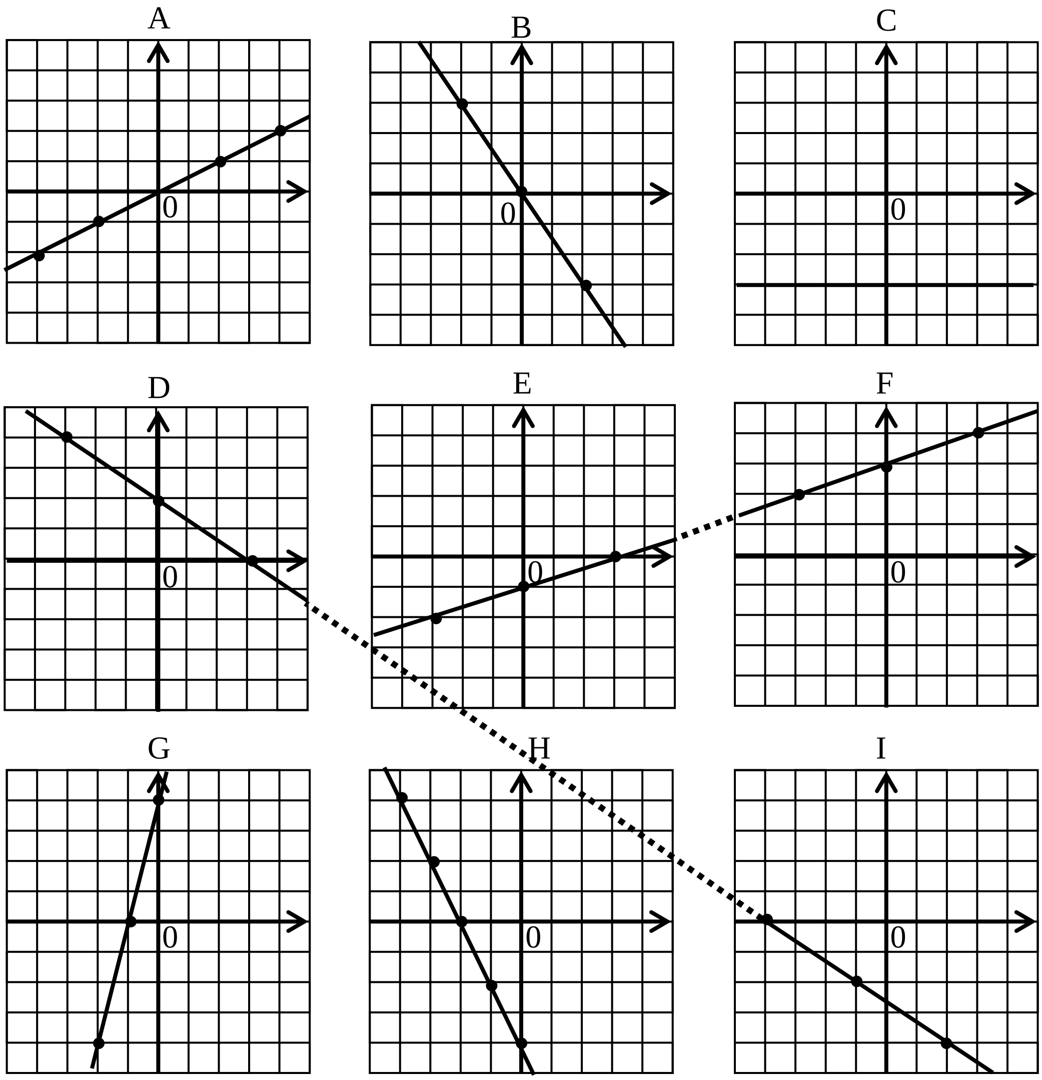
Les fiches :

Pour les exercices 1 et 2, nous nous sommes inspirés de l’article « Pentes et droites » de l’IREM d’Orléans, publié dans le bulletin Inter-IREM de juin 1981 (numéro spécial « Thèmes pour la classe de seconde ») ; l’exercice 1 de cette brochure était d’ailleurs tiré des travaux du CUEEP de Lille.
Pour des raisons de place, nous ne présentons ici que le début de la séquence, et les exercices correspondants.

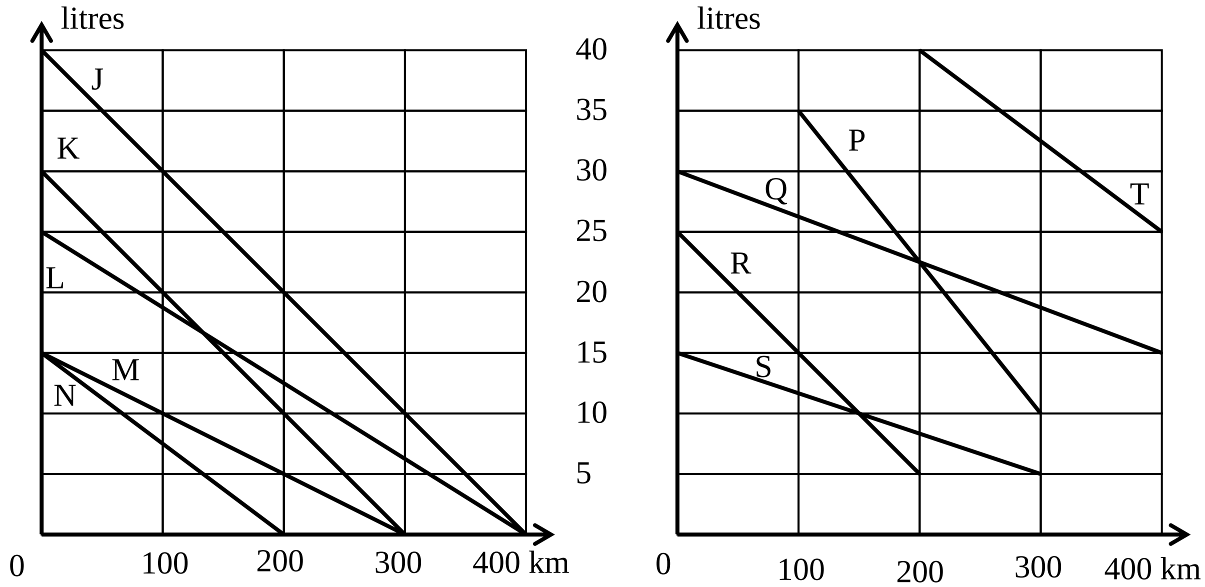
> N.D.L.R.
>
> Bien que cette activité ait été réalisée en 1ère G, nous avons tenu à faire figurer son compte rendu dans ce numéro.
>
> En effet, les OBJECTIFS correspondent (sauf peut-être le 7 et le 8) à des savoir-faire qui doivent être ACQUIS EN FIN DE SECONDE (cf. article de C. MORLET page 8), et qui ne le sont pas tous en fin de troisième.

ACTIVITÉS PROPOSÉES

1. Observez les droites représentées ci-dessous, graphiques A à I.
Sans aucun calcul, essayez d'ordonner ces droites suivant l'ordre croissant de leurs coefficient directeurs.
Pour chacun de ces droites, « lisez » sur le graphique son coefficient directeur, puis donnez son équation (de la forme y = ax + b).



2. Les deux graphiques ci-dessous représentent la quantité d'essence contenue dans le réservoir de voitures, en fonction de la distance inscrite sur le compteur journalier. Il t a dix voitures, appelées J, K, … S, T.
Par exemple, au kilomètre 0, le réservoir de la voiture J contenait 40 lites d'essence ; au kilomètre 400, il était vide.
Sans aucun calcul, essayez d'ordonner ces 10 voitures de la plus « sobre » à celle qui consomme le plus.
Puis calculez la consommation moyenne de chaque voiture.



---

3. Voici des équations de droites. Les classer par « ordre de croissance » (de celle qui décroît le plus à celle qui croît le plus) :

(A) $y = \frac{1}{2}x$ (B) $y = -\frac{2}{3}x$ (C) $y = -3$

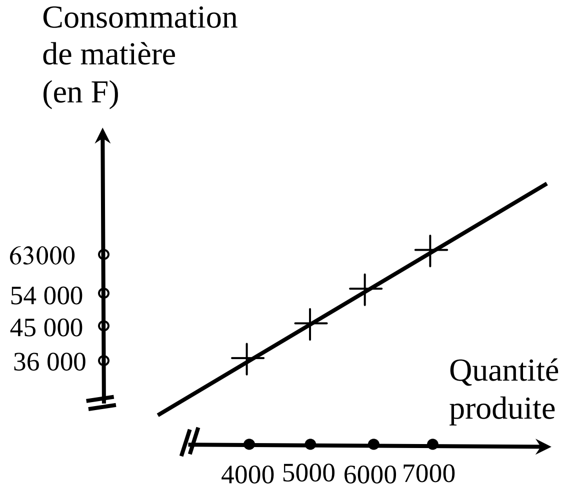
(D) $y = \frac{3}{2}x - 2$ (E) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ (F) $y = -\frac{1}{3}x - 2$

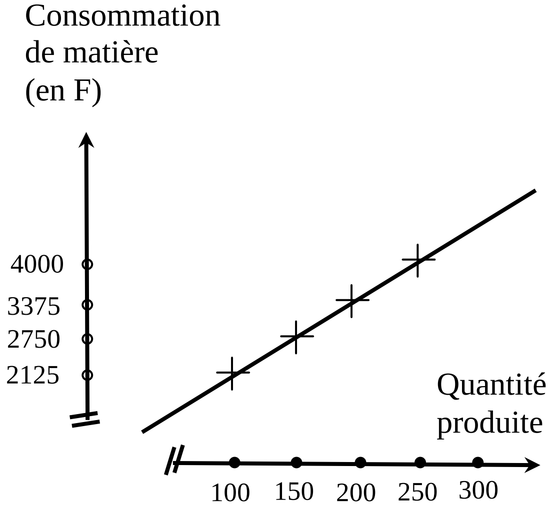
(G) $y = 4x + 4$ (H) $y = -\frac{3}{2}x - 3$ (I) $y = \frac{3}{2}x + 2$

Sur un même graphique, tracez quelques unes de ces droites (par exemple (C), (F) et (I))

---

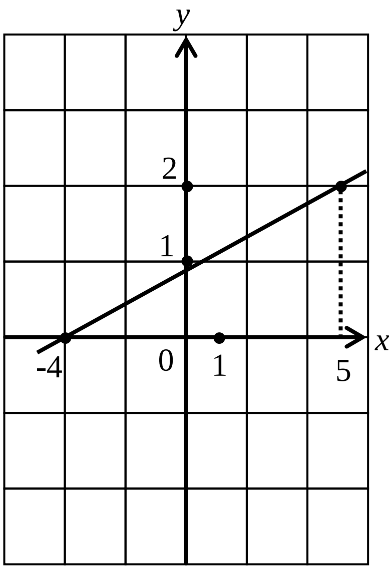
4. Sur ces graphiques, la consommation de matière est-elle proportionnelle à la quantité produite ?
Quelle est la consommation de matière par quantité produite ?
Si q est la quantité de matière et C la consommation, donnez l'équation de la droite sous forme C = aq + b.

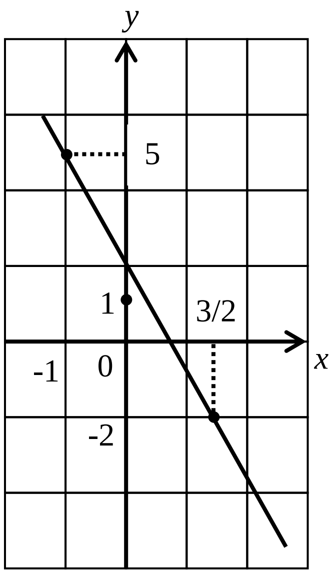


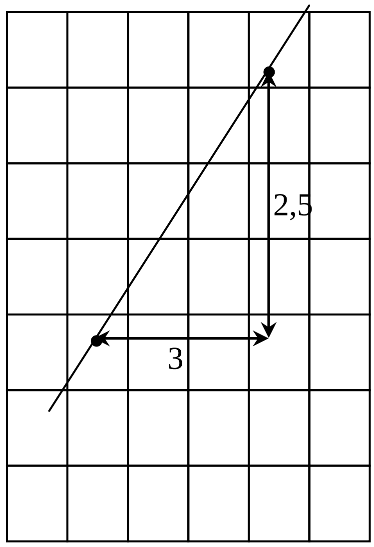


---

5. Pour chacun de ces graphiques, donnez le coefficient directeur et retrouvez l'équation de la droite.

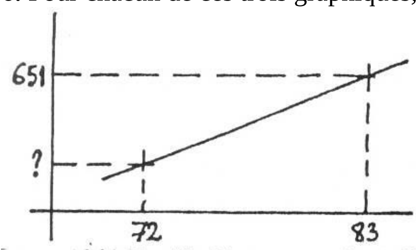


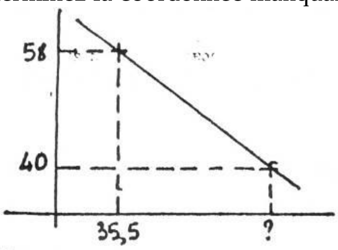


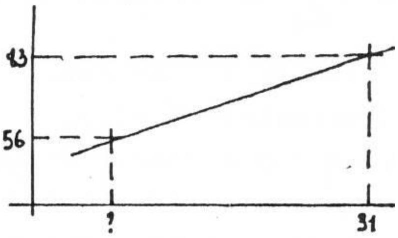


---

6. Pour chacun de ces trois graphiques, déterminez la coordonnée manquante.







ccefficient directeur. a = 9 a = - 2,25 a = - 3

---

7. On donne deux points d'une droite. Il faut retrouver son équation, <u>sans la tracer</u>.

(J) La droite passe par les points de coordonnées (2 ; -1) et (3 ; 2).

(K) La droite passe par les points de coordonnées (5 ; 0) et $\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

(L) La droite passe par les points de coordonnées (-1 ; 2) et (2 ; -4).

(M) la droite passe par les points de coordonnées (-3 ; -2) et $\left(\frac{5}{2}; -2\right)$.

8.

q quantité produite	**C** charges totales
500	9 500
1 000	15 500
1 500	21 500
2 000	27 500
2 500	33 500
3 000	39 500

Représenter graphiquement ce tableau.

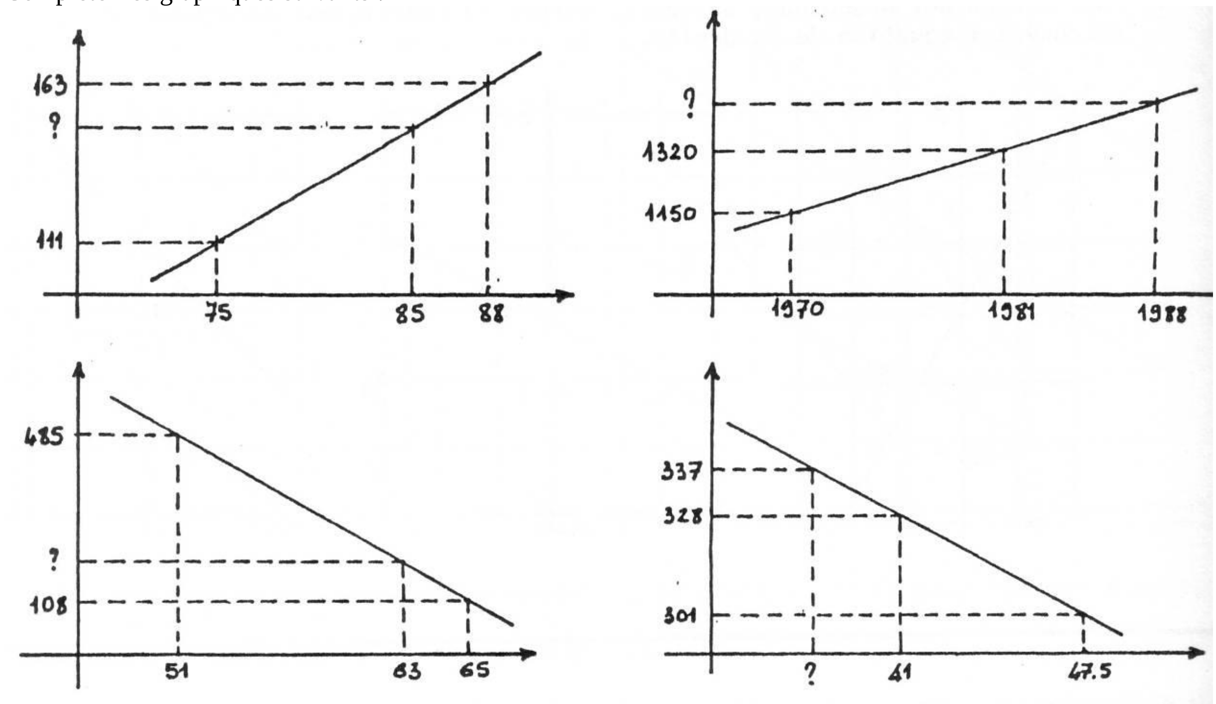
Décomposer C en une partie proportionnelle à q et une partie fixe.

Quel est le coût de production d'une unité ?

Représenter, sur un graphique, les charges fixes et les charges proportionnelles à q (charges variables).

---

9. Exercice facultatif pour ceux qui ne font pas l'option.
Compléter les graphiques suivants :

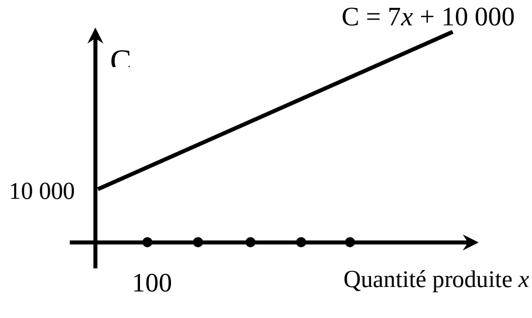


10.
Un automobiliste fait le plein d'essence et remet alors son compteur « journalier »à zéro.
Quand son compteur indique 380 km, il lui reste 19,88 litres.
Quand son compteur indique 520 km, il lui reste 9,52 litres.

- Quelle est la capacité de son réservoir ?
- Quelle est la consommation moyenne de sa voiture ?
- Quelle distance peut-il parcourir avec un plein ?

---

11. *Ce type d'exercice sera repris en comptabilité.*



Représenter, sur ce graphique, les charges fixes et les charges proportionnelles à *x*.

Quel est le coût de production d'une unité ?

Si le prix de vente d'une unité est 10, le chiffre d'affaires est alors CA = 10*x*. Représenter, sur le même graphique, le chiffre d'affaires en fonction de *x* puis le coût total de production en fonction de *x*.

Le résultat est égal au chiffre d'affaires diminué des coûts. Calculer le résultat en fonction de x et le représenter graphiquement.

Pour $x \in \{0 , 1000 , 2000 , 3000 , 4000 , 5000\}$, faire un tableau représentant les charges totales, les charges variables et le chiffre d'affaires en fonction de *x*.

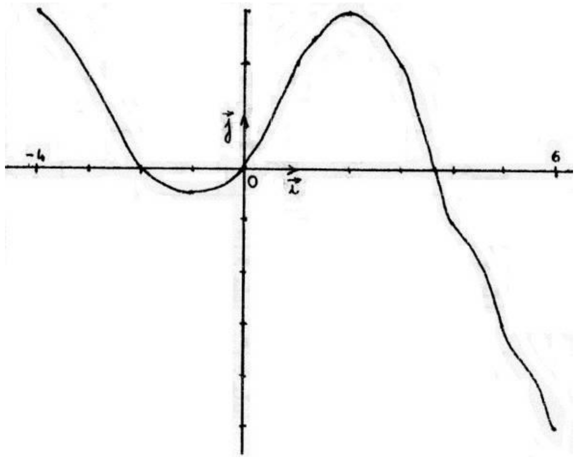
Représenter les charges totales en fonction du chiffre d'affaires.

Fonctions

Les questions suivantes, en discussion l'an passé à la COPREM, correspondent à ce qu'un élève de seconde désireux de passer en première (y compris $1^{ère}$ S) doit savoir faire en ce qui concerne le chapitre « FONCTIONS ». Elles donnent « l'esprit » dans le quel il faut aborder cette partie du programme, et confirment qu'un certain nombre de questions (étude systématique des taux de variation, par exemple) n'ont pas leur place dans la classe de seconde. Par contre, l'utilisation « pratique » des graphiques (résolution d'équations par simple lecture, par exemple) est primordiale.

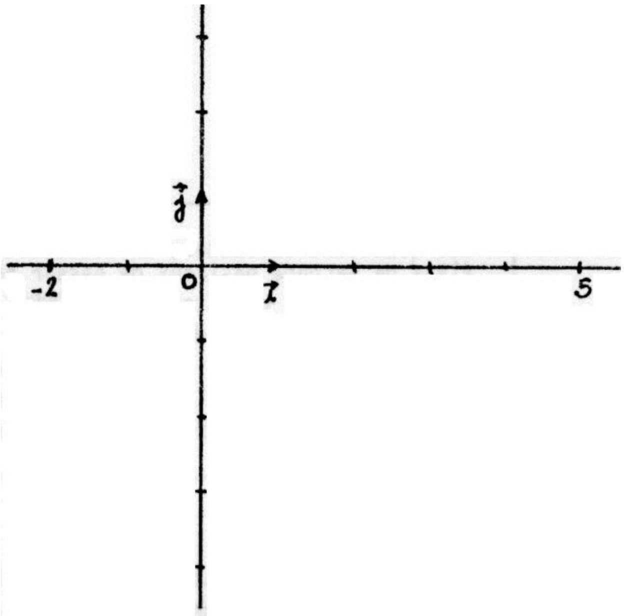
1. Voici la représentation graphique d'une application de [-4 ; 6] vers **R**. Cocher d'une croix la case correspondant a chacune des 12 affirmations suivantes :

	VRAI	FAUX	On ne peut pas le savoir
L'équation f(x) = 0 a trois solutions, x = 0, x = -2 et x = 4.			
L'équation f(x) = 0 a trois solutions, x = 2, x = 0 et 3 < x < 4.			
L'équation f(x) = 2 a deux solutions.			
L'équation f(x) = 2 a trois solutions, x = 1, x = 3 et -4 < x < -3.			
L'équation f(x) = -1 a une seule solution, x = 4.			
L'équation f(x) = -1/2 a deux solutions, x = -1 et 3 < x < 4.			
L'inéquation f(x) > 3 n'a pas de solution.			
L'inéquation f(x) < 0 n'a pas de solution.			
L'inéquation f(x) ≤ 3 admet l'intervalle [-4 ; 6] comme ensemble de solutions.			
L'inéquation -1 ≤ x ≤ 3 admet [-4 ; 4] comme ensemble de solutions.			
L'inéquation f(x) ≥ -3 admet l'intervalle [-4 ; 5] comme ensemble de solutions			
L'inéquation f(x) ≥ 2 admet [1 ; 3] comme ensemble de solutions.			



2. Donner la représentation graphique d'une application f de [-2 ; 5] dans R qui vérifie les cinq conditions suivantes :

- f est strictement croissante sur [-2 ; 1] ;
- f est strictement décroissante sur [1 ; 5] ;
- f(-2) = -4 ;
- f(0) = 3 ;
- f(5) = 1.



3. Compléter les tableaux ci-dessous, en indiquant la variation de la fonction considérée.

x	-3	2
Var. $x \mapsto x^2$		

x	-4	10
Var. $x \mapsto \lvert x \rvert$		

x	4	100
Var. $x \mapsto \sqrt{x}$		

x	-10	1
Var. $x \mapsto x^3$		

x	-10	20
Var. $x \mapsto 3x-1$		

x	-10	-1
Var. $x \mapsto \frac{1}{x}$		

x	-100	0
Var. $x \mapsto \lvert x \rvert$		

x	1	5
Var $x \mapsto \frac{1}{x}$		

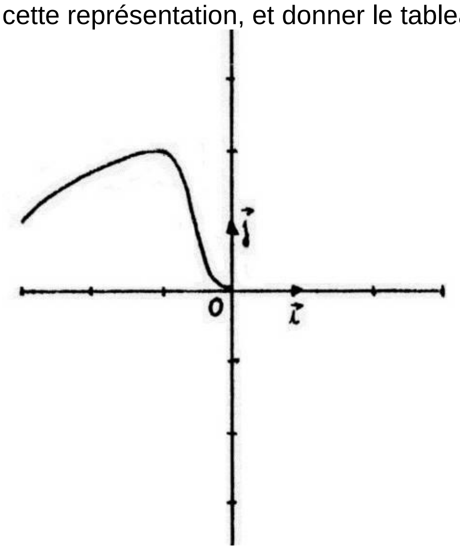
x	0	10
Var. $x \mapsto x^2$		

x	-4	4
Var. $x \mapsto \frac{1}{x}$		

x	0	4
Var. $x \mapsto \lvert x \rvert$		

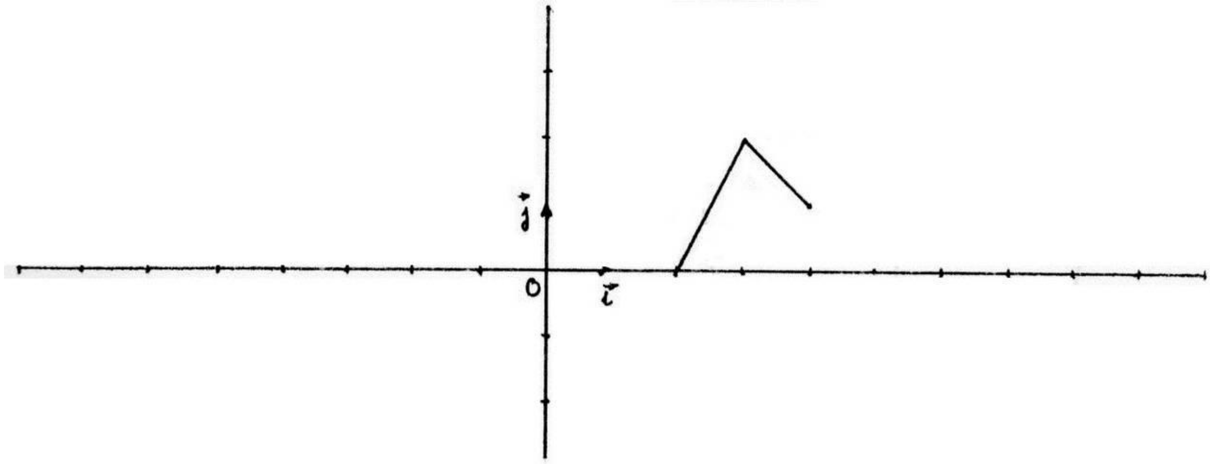
x	-10	0
Var. $x \mapsto 4x-5$		

4. Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction impaire définie sur [3 ; 3]. Compléter cette représentation, et donner le tableau de variation de la fonction.

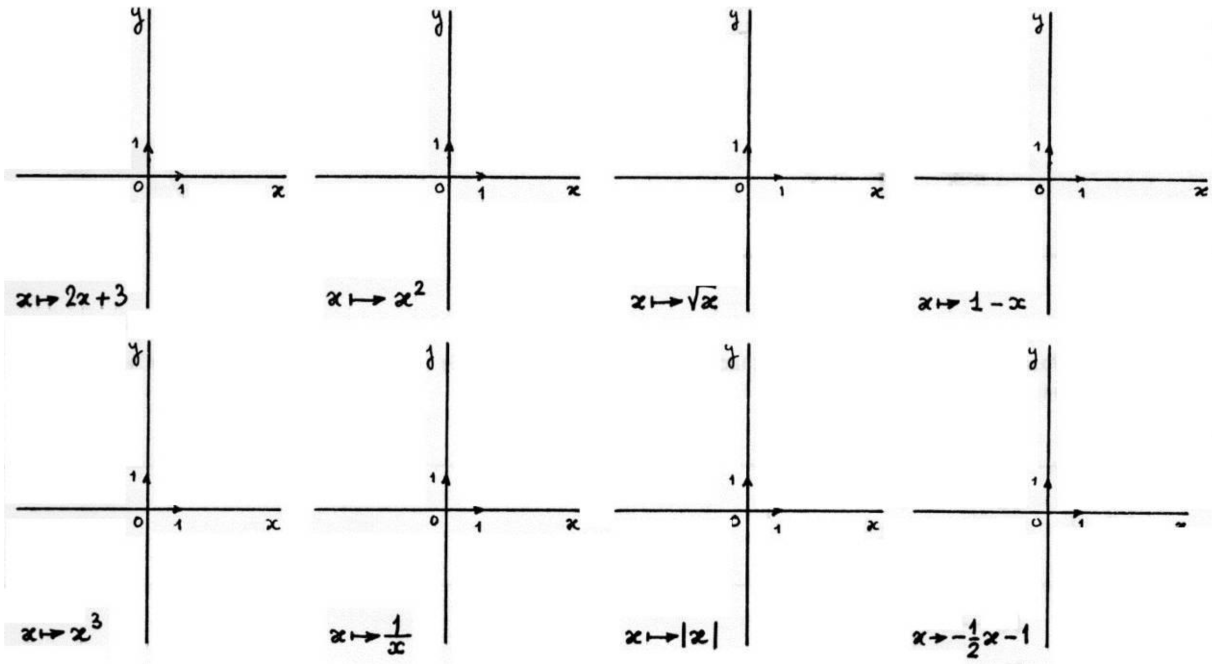


x	
Variation de $f(x)$	

5. Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction périodique, de période 2,
Compléter la représentation graphique de cette fonction sur l'intervalle [-8 ; 10].



6. Tracer la représentation graphique des fonctions indiquées :



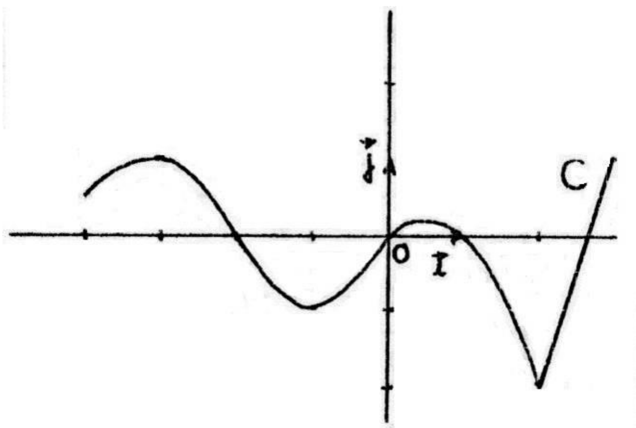
7.

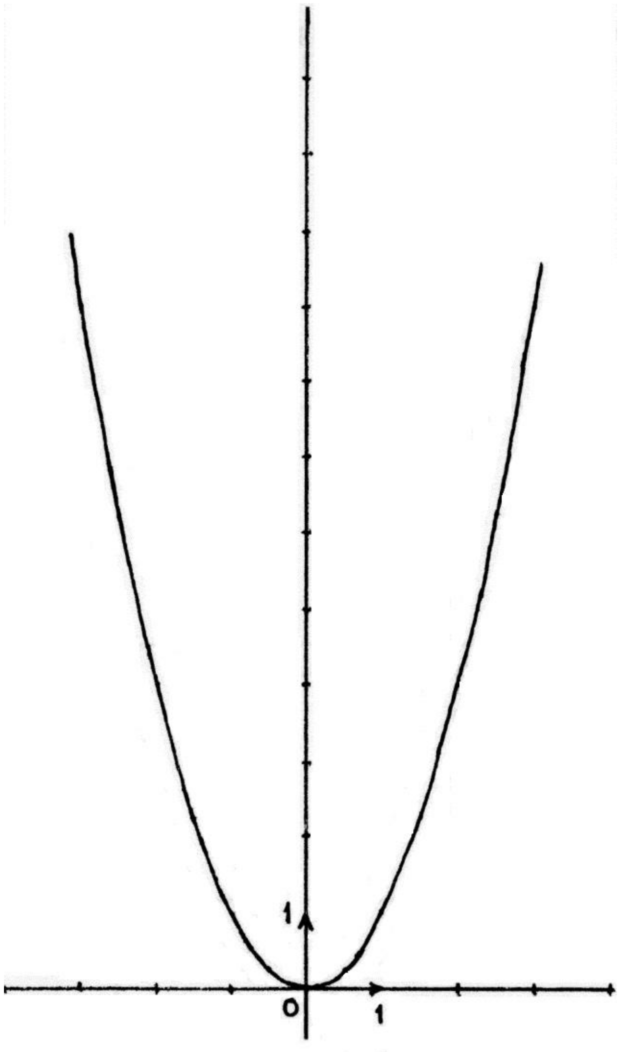
C désigne la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle [-4 ; 3].

En déduire la représentation graphique de la fonction

g : $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$x \mapsto |f(x)|$





8. Voici la représentation graphique de la fonction f :

$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$x \mapsto x^2$

En déduire celle de la fonction g :

$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$

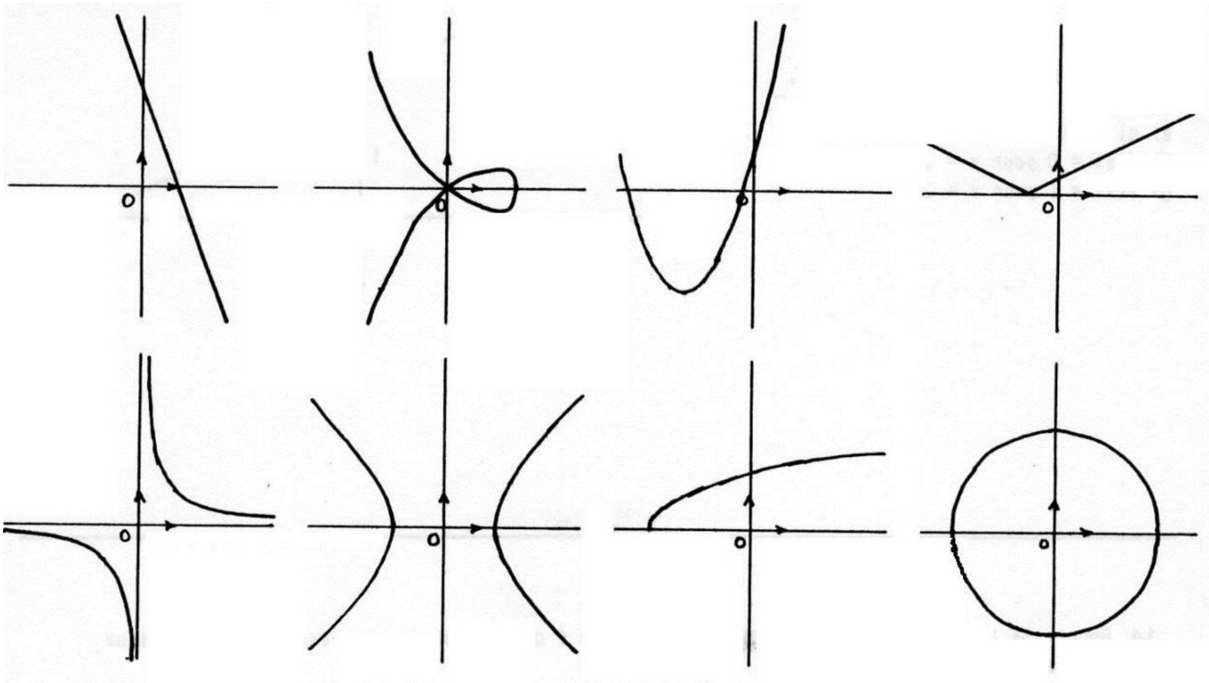
$x \mapsto x^2 + 2$

et la tracer.

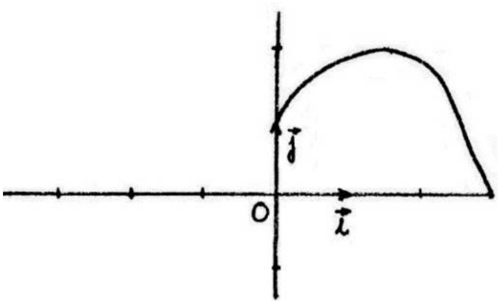
9. Voici six fonctions ; pour chacune d'elles, dire si elle est paire, ou impaire, ou ni paire ni impaire. Justifier la réponse (à droite).

f_1	$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $x \mapsto \dfrac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$	
f_2	$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $x \mapsto x^3 + 1$	
f_3	$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $x \mapsto x^3 + 5x$	
f_4	$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $x \mapsto \cos(x)$	
f_5	$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $x \mapsto \dfrac{2x + 3}{x}$	
f_6	$\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $x \mapsto \sin(x) - x$	

10. Voici quelques figures. Sont-elles des représentations graphiques de fonctions ? Pour chacune d'elles, répondre par OUI ou par NON.



11. Voici une partie de là représentation graphique d'une fonction paire définie sur [-4 ; +4]. Compléter la représentation graphique et donner le tableau de variation de cette fonction.



x	
var. $f(x)$	

12. Voici la représentation graphique de la fonction f :

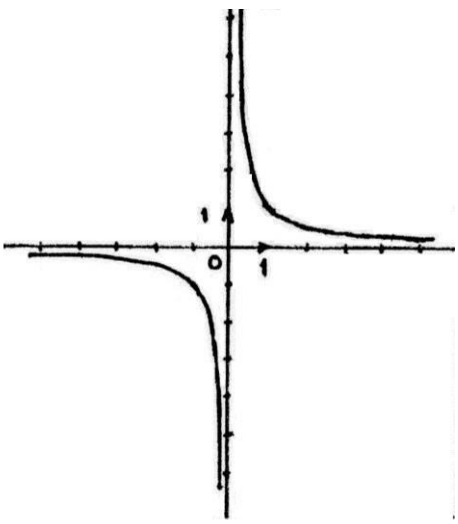
$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

$x \mapsto \frac{1}{x}$

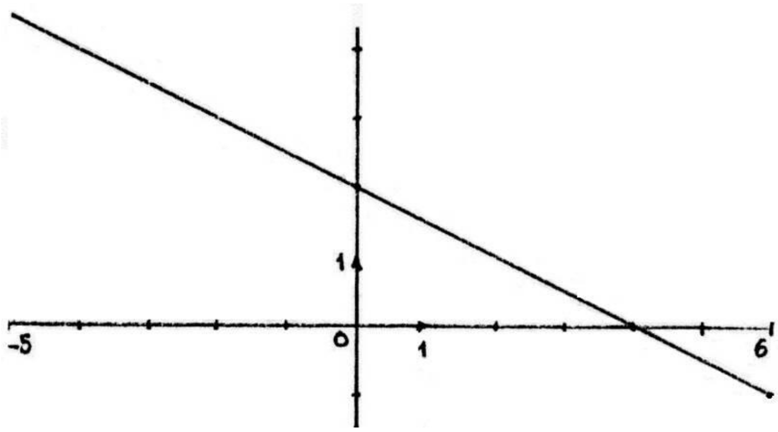
Sur le même graphique, tracer la représentation de g :

$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

$x \mapsto \frac{2}{x}$



13.
Voici la représentation graphique d'une application f de [-5 ; 6] vers **R**.



Compléter :

a) f(0) : ...

b) f(-4) = ...

c) f(x) > 0 si et seulement si ....

d) f(x) ….. si et seulement x < 0.

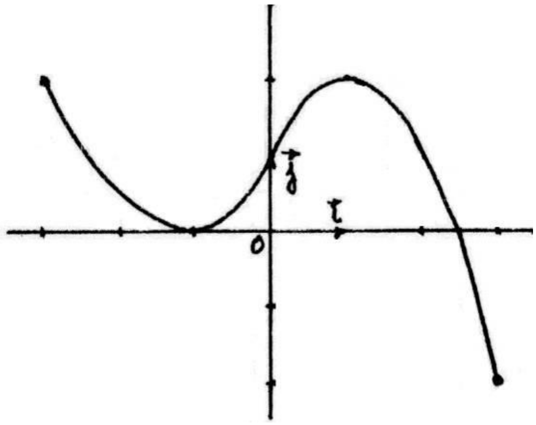
e) si -5 < x < 4 alors ... < f(x) < ...

f) f(x) = 0 pour x = ...

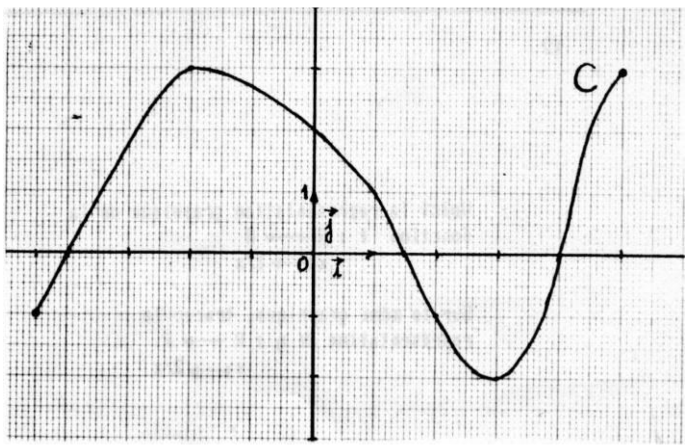
g) f(x) = 1 pour x = ...

14. Donner le tableau de variation de l'application f définie par sa représentation graphique ci-dessous.

x	
var. de f	



15.
C désigne la représentation graphique d'une application f de [-4,5 ; 5] vers **R**.



Compléter :

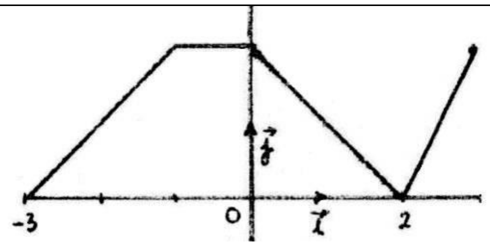
a) f(0) = ...

b) si 0 < x < 3, alors ... < f(x) < ...

c) si -4 < x < -2, alors ... < f(x) < ...

d) si -4,5 < x < 2, alors ... < f(x) < ...

e) pour quelles valeurs de x a-t-on :
f(x) = 0 ?
f (x) = 3 ?



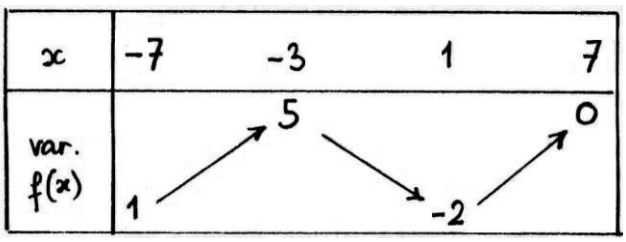
16.
La représentation graphique d'une application f est donnée ci-contre, relativement à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.
Indiquer les variations de la fonction f à l'aide de phrases.

17. Donner le tableau de variation d'une application f de [-2 ; 4] vers **R** vérifiant les conditions suivantes :
f est strictement croissante sur [-2 ; 0] ; f<-2) = 1 ; f admet en 0 un maximum relatif égal à 2 ;
f est strictement décroissante sur [0 ; 2] ; f admet en 2 un minimum relatif égal à 1 ;
f est strictement croissante sur [2 ; 4] ; f(4) = 3.

x	
var. de f	

18. Voici le tableau de variation d'une application de [-7 ; 7] dans **R**. Cocher les réponses dans le tableau suivant :

	VRAI	FAUX	On ne peut pas savoir
f(5) = -3			
f(-4) < 5			
-2 < f(0) < 5			
f(6) = 2			
f(3) = -1			
f s'annule trois fois sur [-7 ; 7]			



Bibliographie

★ ESSAI D'ÉVALUATION DES ACQUIS DES ÉLÈVES DE PREMIER CYCLE EN MATHÉMATIQUES, C.R.D.P. de Poitiers, 1982, 110 pages.

Ce document contient des grilles et des tests d'évaluation, et un certain nombre d'exercices "de révision" utilisables en seconde.

★ METHODES EN PRATIQUE : MATHÉMATIQUES EN CLASSE DE SECONDE, C.R.D.P. de Lille, 1986, 124 p., 75 F.

★ POUR UNE MATHÉMATIQUE VIVANTE EN SECONDE, A.P.M.E.P., 1984, 162 p., 39 F.

★ CATALOGUE DES PUBLICATIONS DES I.R.E.M., Bulletin Inter-I.R.E.M. n° 22.

Très complet mais malheureusement un peu ancien, puisqu'il ne recense que les publications I.R.E.M. parues avant décembre 1982.

★ BULLETIN DE L'A.P.M.E.P., 6 numéros par an, l'abonnement 250 F (pour les non-adhérents : établissements, C.D.I....)

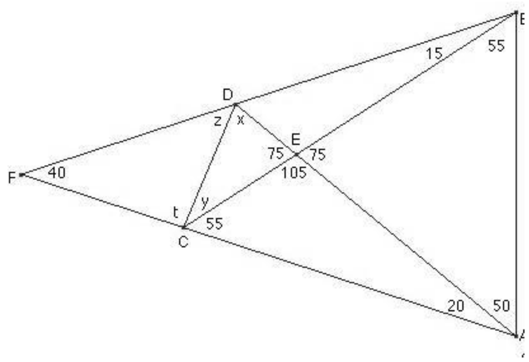
Le n° 358 d'avril 1987, par exemple, rend compte d'une séance de T.D. en seconde sur les vecteurs, qui complète fort bien l'article "INTERDISCIPLINAIRE" de ce bulletin.

Note de la rédaction (novembre 2010)

Ce numéro est une « reconstitution » (presque à l'identique) du Petit Vert n°10 de juin 1987.

Cependant, pour alléger ce document PDF, nous n'avons pas reproduit les nombreuses pages de publicités pour diverses brochures de l'I.R.E.M. et de l'A.P.M.E.P.

PROBLÈMES



Solution du numéro précédent

Nous avons placé sur la figure ci-dessus les données de l'énoncé, ainsi que la valeur des angles qui s'en déduisent immédiatement. On recherche la valeur de *x*.

Au premier abord, on pourrait penser que l'écriture des relations liant *x*, *y*, *z* et *t* dans le quadrilatère CEDF suffit à résoudre le problème :

$$\begin{cases} x+y=105 \\ x+z=120 \\ y+t=125 \\ z+t=140 \end{cases}$$

Il n'en est rien : le système ci-dessus est « indéterminé » (à 3 degrés de liberté). En effet, la donnée des quatre angles d'un quadrilatère ne suffit pas à donner la forme de ce quadrilatère.

Nous n'avons pas trouvé de méthode plus « élégante » que l'utilisation de la relation trigonométrique $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ qui va permettre de déterminer successivement AE, BE, CE et DE (en prenant AB comme unité), puis du théorème « de Pythagore généralisé » (ou théorème d'Al Kashi) dans le triangle CDE pour calculer CD.

On trouve successivement : $\mathrm{AE}=\frac{\sin 55°}{\sin 75°}$, $\mathrm{BE}=\frac{\sin 50°}{\sin 75°}$, $\mathrm{CE}=\frac{\sin 20°}{\sin 105°}$, $\mathrm{DE}=\mathrm{BE}\times\frac{\sin 20°}{\sin 60°}$,

$\mathrm{CD}^2=\mathrm{CE}^2+\mathrm{DE}^2-2.\mathrm{CE}.\mathrm{DE}.\cos 75°$, d'où $\sin x=\frac{\mathrm{CE}\times\sin 75°}{\mathrm{CD}}\approx 0,92$.

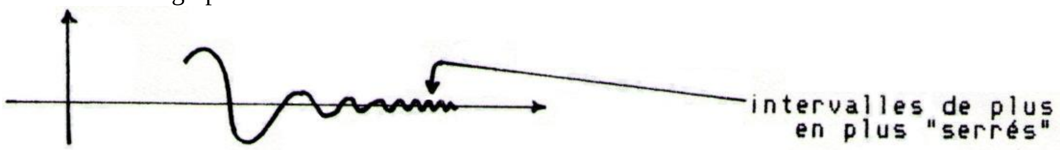
Soit $\mathbf{x \approx 66,972\,749\,48° \approx 66°\,58'\,21,9''}$.

PROBLÈMES D'ANALYSE

Énoncé du problème n°9

Cet énoncé est inspiré par un exercice de Jean-Louis OVAERT

f est une fonction telle que $\lim\limits_{\infty} f=0$. Peut-on en déduire que $\lim\limits_{\infty} f'=0$? la réponse est NON : ils suffit de prendre une fonctions dont le graphe a cette allure :



Comme par exemple $f(x)=\frac{\sin(x^2)}{x}$.

On suppose maintenant que, de plus, *f* est une fonction monotone décroissante (à partir d'une certaine valeur de *x*) ;

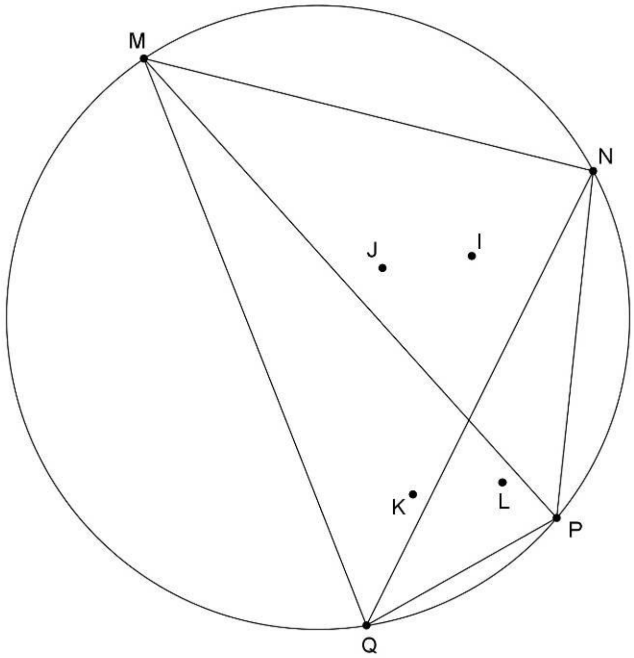
Peut-on en déduire que $\lim\limits_{\infty} f=0 \Rightarrow \lim\limits_{\infty} f'=0$

Énoncé du problème n°10

Cet énoncé est proposé par Michel **BONN**

Il est évident que $\left.\begin{matrix}\lim\limits_{\infty} f=0 \\ \lim\limits_{\infty} f'=0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{\infty}(f+f')=0$. La réciproque est-elle vraie ?

POUR SÉCHER UN PEU



*Prenons quatre points **M N P Q** sur un cercle. Avec ces quatre points nous pouvons former quatre triangles **MNP**, **MNQ**, **PQM** et **PQN**.*
*Soit **I**, **J**, **K** et **L** les centres des cercles inscrits de ces quatre triangles.*
*Alors **I J K L** sont les sommets d'un rectangle. Pourquoi ?*
(Vous remarquerez d'abord que les points M N I J sont cocycliques).

C. MORLET

LA RÉGIONALE LORRAINE APMEP

Après avoir consacré l'essentiel de son activité de 1986 à l'organisation des Journées Nationales de l'A.P.M.E.P. (les 8, 9 et 10) novembre derniers), la Régionale a retrouvé cette année des activités plus "traditionnelles" :

★ Réunions sur le problème de la liaison troisième/seconde, dont l'aboutissement est ce numéro (particulièrement volumineux !) du PETIT VERT, réalisé conjointement avec l'I.R.E.M.

★ Réunions sur le Contrôle Continu en Lycée Professionnel, la Géométrie en sixième, les Calculatrices Programmables au Lycée, ...

★ Rédaction trimestrielle du bulletin régional, LE PETIT VERT : le prochain (n° 11) paraîtra fin septembre, peu après un numéro "spécial" destiné à présenter l'A.P.M.E.P. et ses services à ceux qui ne la connaissent pas encore.

★ Participation aux divers Groupes de Travail, Commissions, Séminaires de Réflexions, nationaux (10 % des membres du Comité National sont des Lorrains !).

Vous trouverez au dos de la couverture le calendrier des prochaines activités (nous y espérons la participation active de nombre d'entre vous), et ci-dessous la liste des membres du Comité :

NOM	Prénom	Téléphone	Etablissement	
ADAM	Nicole	86.98.69.85	Collège Haut de Penoy	54500 VANDŒUVRE
BACKSCHEIDER	Odile	97.65.79.91	L.E.P. du Bâtiment	57158 MONTIGNY LES METZ
BALIVIERA	Marie-José	29.41.16.87	L.E.P. « Belle Orge »	88110 RAON L'ETAPE
BARDY	Michel	29.34.02.10	Lycée Louis Lapicque	88000 EPINAL
BONN	Michel	83.55.57.20	U.E.R. Sciences	57045 METZ
BORGER	Gabriel	87.63.64.10	Lycée technique Louis Vincent	57000 METZ
BRUNIER	Anne-Marie	29.62.29.84	Lycée Béchamp	88200 REMOREMONT
DORIDANT	Pierre	29.82.41.04	Lycée professionnel J.-C. Pellerin	88000 EPINAL
EURIAT	Jacqueline	29.35.71.77	Ecole Normale	88000 EPINAL
FABREGAS	Michèle	87.50.65.16	Lycée Robert Schuman	57000 METZ
HEINRICH	Marie-Odile	87.63.80.76	Lycée Robert Schuman	57000 METZ
HEVER	Marie-José	87.63.54.37	Lycée Georges de la Tour	57000 METZ
LEFORT	Jeanine	83.48.61.01	Collège Montaigu	54140 JARVILLE
LEMERCIER	Geneviève	83.96.15.93	Lycée Arthur Varoquaux	54510 TOMBLAINE
VAGOST	Daniel	87.73.09.31	Lycée polyvalent	57120 ROMBAS
VERDIER	Jacques	83.21.48.96	Lycée Arthur Varoquaux	54510 TOMBLAINE

Pour contacter la Régionale ou pour adhérer à l'A.P.M.E.P. :
Jacques VERDIER, Président, 22 rue Victor Hugo, 54130 SAINT MAX

RÉGIONALE LORRAINE A.P.M.E.P.
CALENDRIER DES ACTIVITÉS

Mercredi 10 juin, 14 heures (à METZ)	Réunion du groupe de travail « Calculatrices programmables au Lycée » pour mettre au point la formation proposée au P.A.F. 87-88.
Mercredi 1er juillet, 16 h. (à l'IREM de Vandœuvre)	Réunion destinée à faire l'analyse de tous les sujets proposés au BAC et au Brevet. Tous les professeurs ayant participé à la correction y sont très vivement invités.
Samedi 5 septembre Dans les Vosges (aux environs de Gérardmer), toute la journée. Pour tous renseignements et pour s'inscrire à cette journée de travail et de réflexion, contacter M. BARDY (29.34.02.10)	SÉMINAIRE DE RENTRÉE DE LA RÉGIONALE Matin : Discussion du Texte d'orientation de l'APMEP : notre position par rapport aux intentions du Ministère (80 % niveau Bac, etc.) 14 h : Travail sur un thème purement mathématique (par ex : Analyse Non- Standard) 16 h : Les activités de la Régionale pour 1988.
Samedi 28 novembre	20ème ANNIVERSAIRE DE LA RÉGIONALE Nous en reparlerons plus en détail dans notre numéro de septembre. Cet événement sera célébré à la Faculté des Sciences da Vandœuvre. en présence de MM. PAIR et OVAERT.

LE PETIT VERT
(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

Directeur de la publication : Jacques VERDIER
N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt légal : 1987
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 1 000 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P. à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)