

LE PETIT VERT

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N°3

SEPTEMBRE 85

Abonnement 4 n^{os}
par an : 20 F

SOMMAIRE

- Les programmes de 6^e et de 6-5^e pour la prochaine rentrée
... p. 2
- Homothétie en classe de seconde (travail autonome) par C.
ROY
... p. 6
- Assemblée générale de la régionale A.P.M.E.P. le 16 octobre
... p. 10
- Le problème du trimestre et une solution du problème
précédent
... p. 12
- Calculatrice : comment fonctionne-t-elle ? (1^e partie) par J
Verdier
... p. 14
- Le GEREX dans les LEP
... p. 16

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DE LA RÉGIONALE APMEP : MERCREDI 16 OCTOBRE à 14h30
(voir détails en page centrale)

PROGRAMMES 6^e 5^e 86

Vous le savez : les programmes de collège n'ont pas changé. Cependant, les projets sont en marche puisque - à la rentrée 1986/87 - on devrait voir apparaître les nouveaux programmes de sixième.

Un texte d'orientation devrait être publié, qui indiquera comment, en 6^e, enseigner les programmes actuels dans l'esprit des futurs programmes (!).

Ces futurs programmes devraient passer devant le C.E.G.T. en principe en octobre. Ils sont le fruit des travaux de la CO.P.R.E.M.. Il n'est plus possible d'avoir une action sur les programmes eux-mêmes (nous les avons publiés dans le n°2 de juin), mais les commentaires d'accompagnement sont encore sujets à discussion et la COPREM envisage une expérimentation axée sur les méthodes, sur la façon d'enseigner ces nouveaux contenus ? C'est là que vous tous pouvez jouer un rôle en faisant part de vos idées, de vos désirs, de vos expériences ...

La Régionale Lorraine de l'APMEP se propose d'animer des groupes de travail, de réflexion et de propositions (à partir des documents qu'elle a déjà publiés : "Les 10 problématiques", envoyées dans tous les collèges, "Principales idées directrices" de la COPREM, que nous publions ci-dessous, etc.).

Nous vous invitons donc à une première réunion de travail le mercredi 13 novembre à 14 h. 30 :

à EPINAL, au C.D.D.P.

à NANCY-VANDOEUVRE, locaux de l'IREM (Fac. Sciences 1^{er} cycle)

à MONTIGNY-LES-NETZ (Ecole Normale).

PRINCIPALES IDÉES DIRECTRICES

2.1. - LES ACTIVITÉS

Les séquences courtes (information donnée par le professeur, exercice d'application rapide, réponse et commentaire) s'avèrent insuffisantes pour amener d'une part une forte proportion d'élèves d'une classe à savoir mettre en œuvre à bon escient les outils mathématiques, d'autre part les plus rapides et les plus avancés des élèves à s'enrichir davantage.

Pour tout élève, une appropriation mathématique résulte d'une question de nature mathématique qui s'est posée à lui. Les séquences courtes ont donc une place dans l'enseignement, mais seulement quand les acquisitions auxquelles se rapportent ont pris un sens pour les élèves auxquelles elles s'adressent.

Exemple : l'acquisition des techniques opératoires sur les nombres décimaux ne peut se suffire de la description des placements de virgules et de l'adjonction éventuelle de « 0 » nécessaires. Une expérience de situations dans lesquelles on a besoin des nombres décimaux est indispensable, ainsi que la possibilité de « voir » un même décimal sous plusieurs écritures (en principe déjà sollicitées à l'école élémentaire, mais à améliorer au collège). Une construction de courbe point par

point ou une transformation de figure, si elles conduisent à mettre en œuvre un algorithme comportant les trois procédures : 1- une mesure, 2- un calcul, 3- un report, peuvent effectivement contribuer (sans que leur intérêt pédagogique soit limité à cela) à l'assimilation des techniques opératoires.

Il s'agit donc de privilégier l'activité de chaque élève et de situer ses progrès par rapport à lui-même. Pour ce faire, une pédagogie n'assujettissant pas tous les élèves aux mêmes rythmes, sans que soit délaissé l'objectif d'acquisition minimales, mérite d'être l'objet d'attention particulière des professeurs. Dans ce but, un moyen est d'accorder une bonne place aux activités mathématiques : de construction, de dessin, de résolution de problèmes, d'organisation de données, de calcul... En particulier, ceci devrait permettre de bien prendre en compte le caractère d'outil des mathématiques.

Mais le choix des situations amenant à se poser des problèmes et à les résoudre exige que des contraintes précises soient respectées. Ces situations doivent :

- donner lieu à un démarrage possible pour tous (donc être déterminées par des consignes très simples et n'exiger en début d'activité que des connaissances bien acquises par tous les élèves),
- amener à une production suffisamment riche pour provoquer des conjectures,
- nécessiter, pour la résolution, la mise en œuvre des outils mathématiques visés,
- mettre en jeu plusieurs cadres mathématiques, nécessaires pour que les élèves disposent de possibilités de contrôle, tout en permettant des enrichissements.

Si un bon choix initial par le professeur est important, la gestion des différentes phases du déroulement ne l'est pas moins. Une première condition, impérative, est de prévoir une durée suffisante. Pour le développement complet d'une situation formatrice, de la phase initiale à la détermination des connaissances désormais supposées acquises, l'échelle des temps est en semaines, et non en minutes comme pour les séquences courtes. C'est à ce prix que l'on peut :

- habituer à l'art d'expérimenter et à celui de conjecturer, donc entraîner à chercher,
- ménager des "séquences déductives" motivantes, de plus en plus prolongées, nombreuses et de difficulté progressive au long des quatre années du collège,
- améliorer le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques en les enseignant en interaction avec les autres disciplines et avec la vie quotidienne (cf. pourcentages, échelles, représentations graphiques...) et en actualisant les savoirs et savoir-faire (informatique,...).

2.2. - PROGRESSION DE L'ENSEIGNEMENT.

Pour chaque classe, les dominantes de contenus et d'activités sont précisées. Leur utilisation doit permettre de bien gérer le temps disponible, et de réaliser la cohérence et la progressivité des activités. Il importe en effet d'éviter l'émiettement et d'organiser au mieux les activités afin de faciliter une bonne structuration de l'ensemble des savoirs et savoir-faire, méthodes et démarches incluses.

Une distinction est à faire nettement entre :

- les activités préconisées par les programmes, qui doivent être aussi riches et diversifiées que possible,
- les connaissances exigibles, qui sont beaucoup plus restreintes que ce qui se fait en classe (voir leur descriptif classe par classe),
- les activités complémentaires éventuelles sur tel ou tel point.

Une idée trop répandue consiste à attribuer à chaque sujet mathématique le caractère d'un bloc d'un seul tenant. Elle entraîne à traiter un sujet, dès qu'il est présenté, de la façon la plus exhaustive possible. Il est au contraire préférable :

- de faire fonctionner dans chaque classe, à propos de nouvelles situations (et non de reprises du type "révisions"), les notions et outils mathématiques antérieurement étudiés,
- de préciser, à chaque étape de l'apprentissage, quelles connaissances sont désormais en place et ne seront pas mises en cause par la suite,
- de prévoir que la coordination d'acquisitions séparées doit être explicitement objet d'enseignement et d'activités (activités de synthèse).

Ainsi, on considérera que la présence d'une notion à un niveau déterminé n'implique pas que c'en est terminé avec elle, mais signifie au contraire qu'elle sera désormais, et le plus souvent possible, partie intégrante des activités mathématiques. De plus, l'approche des sujets par touches successives doit éviter les "grosses introductions", donc concourir à un important allègement de fait par rapport à des pratiques antérieures.

C'est donc en réagissant à la fois contre les tendances à l'émiettement et à une exhaustivité intempestive que l'on devrait éviter le « saucissonnage » et les simples juxtapositions.

2.3. - L'EXPRESSION PARLÉE ET ÉCRITE

De par sa formation, un professeur doit avoir a priori, sur la plupart des sujets à traiter dans sa classe, des connaissances théoriques poussées. Une bonne connaissance des programmes et une formation (dont ce n'est d'ailleurs pas le seul but), lui permettant d'être à jour, contribuent à satisfaire les exigences qu'il est en droit d'avoir vis à vis de lui-même.

Mais pour les besoins de l'enseignement, il lui faut encore prendre une certaine distance par rapport à ses propres connaissances, car son métier ne consiste pas à amener ses élèves sur un sujet donné dans un état aussi voisin que possible du sien, sinon plus loin couine dans l'enseignement supérieur. Quelles subtilités est-il préférable de taire ? Quelles démarches rigoureuses sont à remplacer par des arguments suggestifs ? Quelles exigences de Formulation s'avèrent être des entraves à une bonne production ? Les réponses à des questions comme celles-ci sont dictées par le souci que l'enseignement profite à l'évolution voulue des élèves.

Quelques précisions sur le langage et les notations ont, à ce propos, un intérêt particulier. Il importe de savoir que le fait de nommer ou non quelque chose a une

influence sur les traitements (exemple : a priori, tous les rectangles ont la même forme, la forme de rectangle qui les oppose par exemple aux autres quadrilatères ; parler de comparaison de forme entre rectangles, c'est déjà induire toute une famille de traitements mettant en jeu les rapports de côtés ; ainsi, ce n'est pas la même chose de demander « ces deux figures ont-elles la même forme ? » ou "ces deux rectangles ont-ils la même forme ? ». Autrement dit, une désignation correspond à un repérage. Désigner quelque chose qui n'a pas été repéré est un non-sens, mais d'un côté la formulation apporte un plus, sinon quelque chose de tout à fait essentiel, aux acquisitions ; c'est en quelque sorte le point d'ancrage faute duquel le risque que tout l'acquis passe rapidement à la dérive serait important.

Dans cette perspective, le fait de vouloir d'emblée fixer le vocabulaire et les notations apparaît comme opposé à une action d'enseignement : seuls peuvent en profiter les élèves qui ont une expérience préalable du sujet ou de fortes capacités d'anticipation. Vocabulaire et notations s'introduiront selon un critère d'utilité, telle qu'elle apparaîtra dans les traitements.

Ainsi, deux points permettent d'engendrer une droite, deux demi-droites (suivant celui des deux points qui est pris comme origine), un segment ; la désignation des points par des lettres, comme A et B, n'est déjà pas complètement évidente pour certains des plus jeunes élèves des collèges ; mais des distinctions subtiles à base de parenthèses et de crochets, certes commodes pour écrire au tableau en même temps que l'on parle, n'ont aucune raison de devenir des objets d'enseignement : on gagne même souvent à écrire une première fois « soit d la droite AB », pour se référer ensuite à d, plutôt que de traîner quelque chose comme (A,B) ou (AB). Autrement dit, il est préférable par écrit d'être aussi explicite que possible, en se limitant pour les notations à celles qui ont une valeur de norme quand il s'agit de communication purement écrite (sujets de contrôle, copies, documents de synthèse, ...); en revanche, il est bon d'indiquer pour le travail personnel et d'utiliser au tableau diverses notations commodes (par exemple // ou |).

A la suite de ces précisions, il est presque inutile de souligner que des théories très générales ne peuvent rendre service à des élèves de collège, pour lesquels vocabulaire et notations sont à considérer déjà comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ.

Un critère important pour les exigences de précision, évitant que celles-ci ne soient vues par beaucoup d'élèves que comme « le fait du prince », les « manies du prof » auxquelles il faut bien se plier quand on lui remet un travail, est le passage du « faire » au « savoir-faire » : c'est lorsque j'écris des instructions pour l'exécution par autrui, ou lorsque je programme un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision m'apparaît comme une évidente nécessité.

Texte écrit par la COPREM en avril 1985

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DE LA RÉGIONALE APMEP : MERCREDI 16 OCTOBRE à 14h30 (voir détails en page centrale)

HOMOTHÉTIE en 2^e

Voici un exemple d'une séquence d'apprentissage dans une seconde indifférenciée, où une grande partie du cours a été traitée de cette façon.

Objectifs de la séquence :

- 1- Découvrir les propriétés des homothéties en manipulant des figures géométriques
- 2- Rédiger une démonstration de quelques unes de ces propriétés.
- 3- En déduire des constructions géométriques simples.
D'une manière générale, « lire » l'homothétie sur une figure.

Description de l'activité :

La définition de l'homothétie est donnée en cours (mais seule la définition est donnée). Après la constitution des groupes (par affinités), le travail se déroule en trois phases.

Au début de chacune des phases, une « feuille de consignes » est distribuée aux élèves : ceux-ci travailleront alors de façon autonome.

Une fiche d'autoévaluation-bilan est également distribuée aux élèves.

A la fin de chaque phase, les groupes doivent rédiger un compte rendu de leur travail.

Phase n°1 : Familiarisation avec les homothéties.

Voir feuille de consignes n°1, reproduite in extenso.

A l'issue de cette séance, une liste de propriétés a été dressée par les élèves, mais la rédaction des démonstrations est encore très vague.

Phase n°2 : Démonstration de certaines propriétés

La feuille de consignes n°2 commence ainsi ⁽¹⁾ : « Parmi les constructions précédentes, certaines ont pu vous donner une idée des propriétés des homothéties. Le but de ce travail est de démontrer certaines de ces propriétés ». Suit alors une fiche guidant les élèves vers ces démonstrations (il n'a pas été possible de reproduire in extenso les trois feuilles de consignes dans le Petit Vert, par manque de place...).

En dépit d'une facilité apparente du travail demandé, certains groupes ont des difficultés à trouver la construction de l'image d'un point, et tous les groupes ont des difficultés à formaliser cette construction.

Il aura fallu une intervention fréquente du professeur dans les groupes pour que les démonstrations soient claires et rigoureuses.

¹ Il nous est impossible de reproduire in extenso les trois feuilles de consignes, faute de place. NDLR.

Phase n°3

La feuille de consignes n°3 débute ainsi : « ce travail a pour but d'utiliser les propriétés caractéristiques des homothéties pour en déduire d'autres. Vous devrez, à chaque exercice, partir des propriétés connues des homothéties pour démontrer ce qui est demandé.

Cette troisième phase s'est caractérisée par la lenteur de tous les groupes à réaliser leur travail (une question n'a pas pu être traitée, faute de temps).

Les constructions géométriques sont correctement et soigneusement réalisées, mais mal justifiées et mal rédigées.

L'intervention du professeur a été encore plus intense que pour la phase n° 2 ; cette fréquence a cependant été appréciée des élèves : il semble que ce soit un élément sécurisant pour eux.

Conclusion

Au début de la séquence, les élèves de cette classe (qui est d'un niveau faible, appréciation subjective !) m'ont déclaré qu'ils n'aimaient pas ce type de travail, mais qu'il fallait reconnaître que c'était pour eux le seul moyen d'apprendre quelque chose ; ce qui en dit long sur les parties du cours que j'ai préféré traiter d'une manière plus traditionnelle.

A la fin de la première séance, les élèves, à ma demande, avaient ajouté leurs appréciations sur ce type de travail. L'impression qui domine était une satisfaction des élèves due au fait :

- 1- des interventions plus fréquentes du professeur,
- 2- d'une bonne répartition du travail au sein des groupes,
- 3- d'un temps plus grand pour réaliser les travaux
- 4- d'un travail plus intéressant.

« Le travail en groupe est plus intéressant que le cours normal car il permet de réfléchir davantage et de nous mêmes. Il incite l'élève à se débrouiller seul sans l'aide du professeur (en tout temps comme en cours normal » (Coralie, élève de 2^{nde} L4).

En conclusion, c'est une séquence qu'élèves et professeur ont appréciée. Une bonne ambiance de travail, des connaissances solidement acquises sur la plupart des points. Seul le temps nécessaire à la réalisation du travail reste un problème, car il est impossible de consacrer un temps si important à chaque partie du cours. Et pourtant, la maîtrise que peuvent avoir les élèves des mathématiques est à ce prix.

Par Christian ROY
Lycée de Béchamp
REMIREMONT

EXEMPLE DE FEUILLE DE ROUTE

CLASSE DE 2^{nde} L4.
TRAVAIL PAR GROUPES SUR LES HOMOTHÉTIES. FEUILLE N°1.

- Le but des constructions qui suivent est de vous familiariser avec les homothéties.
- Chaque construction sera cherchée en groupe, mais chaque élève devra en faire une rédaction personnelle soignée.

(a) Tracer un triangle quelconque ABC, et prendre un point I à l'extérieur du triangle. H est l'homothétie de centre I et de rapport $3/2$. Construire le transformé par H du triangle ABC, que l'on appellera A'B'C'.

(b) Tracer un trapèze ABCD et prendre un point I intérieur. H est l'homothétie de centre I et de rapport $-3/2$. Construire le transformé par H du trapèze ABCD, appelé A'B'C'D'.

(c) Tracer un triangle ABC rectangle et prendre deux points I et J extérieurs au triangle. H' est l'homothétie de centre J et rapport $-3/2$; H'' est l'homothétie de centre J et de même rapport. Construire A'B'C', transformé de ABC par H', et A''B''C'', transformé de ABC par H''.

(d) Tracer un triangle ABC et prendre un point I.
H₁ est l'homothétie de centre I et de rapport $5/4$,
H₂ est l'homothétie de centre I et de rapport $3/4$,
H₃ est l'homothétie de centre I et de rapport $-3/4$.

Construire :

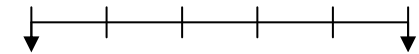
- A₁B₁C₁ transformé de ABC par H₁,
- A₂B₂C₂ transformé de ABC par H₂,
- A₃B₃C₃ transformé de ABC par H₃.

A la suite de ces exercices, vous dresserez la liste des propriétés que vous constatez et qui vous semblent caractériser les homothéties.

Pouvez-vous en démontrer quelques unes ?

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DE LA RÉGIONALE APMEP : MERCREDI 16 OCTOBRE à 14h30
(voir détails en page centrale)

TRAVAIL SUR LES HOMOTHETIES .FICHE BILAN (MARS 1995)



Savez-vous ?

Pas du tout

parfaitement

Construire l'image d'un point connaissant le centre de l'homothétie et son rapport ?	
Démontrer que si (A, B) a pour image (A', B') par une homothétie de rapport k , alors $\overline{A'B'} = k \cdot \overline{AB}$	
Construire l'image d'un point M connaissant le centre I , un point A et son transformé A' , dans le cas où M n'est pas un point de (AA') ?	
Idem, dans le cas où M est un point de (AA') .	
Trouver les conditions pour que (A', B') soit l'image de (A, B) par une homothétie ?	
Déterminer le centre de cette homothétie.	
Déterminer le rapport de cette homothétie.	
Démontrer que le barycentre de deux points a pour image le barycentre des points transformés.	
Démontrer que l'image d'une droite est une droite.	

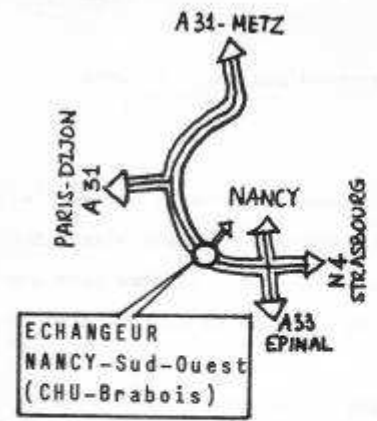
CONVOCATION À L'
ASSEMBLEE GENERALE
DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P.

ORDRE DU JOUR

1. Rapport d'activité. Rapport financier.
Renouvellement du Comité et du Bureau.
2. « Quels pourraient être les objectifs d'un enseignement de la géométrie au collège et au lycée ? Qu'est-il utile d'y apprendre ? ». Exposé de C. MORLET sur ce thème, suivi d'un débat.
3. Les activités de la Régionale pour 85/86
 - La préparation des journées nationales METZ-1986 sur le thème "Mathématique & Communication".
 - Les propositions et expérimentations de nouveaux programmes 6^e/5^e applicables à la rentrée 1986.
 - Les 3 groupes de travail Lycée (cf. BGV janvier p. 8)

Cette assemblée générale aura lieu
à la Faculté des Sciences (Bâtiment 1er cycle),
à VANDŒUVRE les NANCY, le :

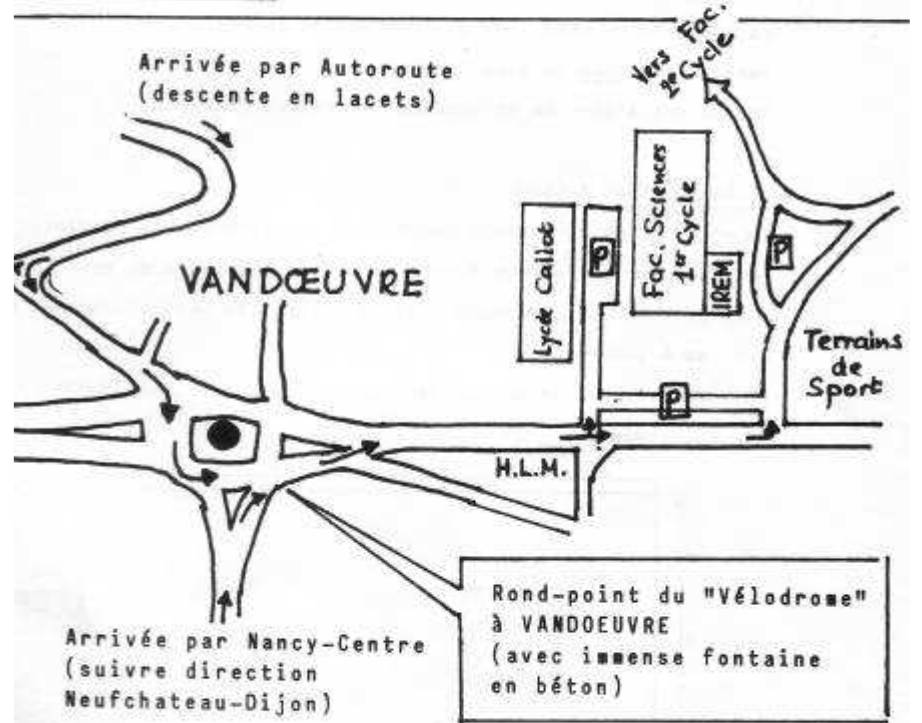
MERCREDI 16 OCTOBRE 14 H30



POUR VOUS RENDRE A L'A.G.
DU MERCREDI 16 OCTOBRE :

Sortir de l'autoroute
contournant NANCY
à "NANCY-Sud-Ouest"
(BRABOIS)

Prendre la direction
NANCY-Centre



Arrivée par Autoroute
(descente en lacets)

Arrivée par Nancy-Centre
(suivre direction
Neufchateau-Dijon)

Rond-point du "Vélodrome"
à VANDŒUVRE
(avec immense fontaine
en béton)

Pour venir du centre en bus:
Trolley n°4 (dir. CHU-BRABOIS)
ou Bus n°6 (dir. VANDŒUVRE)

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE

Proposé par André VIRICEL

1. Le tas de sable

Si une plate-forme horizontale, chargée à refus de sable, n'a que des bords rectilignes, le tas n'a que des surfaces planes dont l'angle avec le plan horizontal est toujours le même (cet angle dépend de la nature des grains de sable et de leur teneur en eau ; dans ce problème, on supposera qu'il vaut 45°).

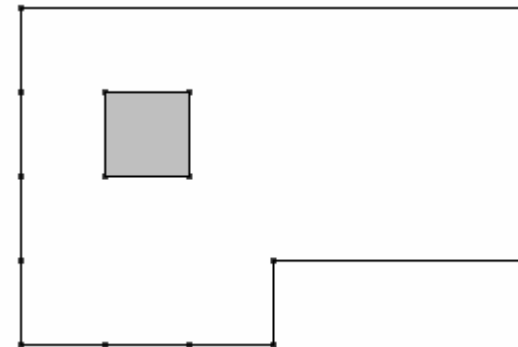
La plate-forme a la forme de la figure ci-dessus : c'est un rectangle de 8 m sur 12 m, amputé d'un coin rectangulaire de 2 m sur 6 m, et percé d'un trou (figuré en gris) de 2 m sur 2 m.

Dessiner le tas de sable vu de dessus.

Calculer l'aire de sa surface extérieure.

2. La tondeuse à gazon

Ce même schéma représente maintenant une pelouse. Le jardinier qui doit la tondre veut suivre un trajet parallèle au bord le plus proche ; la partie grisée représente un massif, qu'on ne doit pas tondre. On indiquera sur ce schéma les lignes où le jardinier doit changer de direction.



Solution du problème paru dans le n°2 du Petit Vert

Lemme : a , b et c sont, dans le plan complexe, les affixes des sommets d'un triangle équilatéral de sens direct si et seulement si $a + bj + cj^2 = 0$, et de sens rétrograde si et seulement si $a + bj^2 + cj = 0$ [j étant une racine cubique complexe de l'unité].

Solution

Supposons le triangle (ABC) de sens rétrograde. Soient (BCA') , (CAB') et (ABC') les trois triangles équilatéraux. Ils sont tous les trois de même sens, direct. Les affixes des sommets de (BCA') vérifient donc $a' + bj + cj^2 = 0$, soit $a' = -bj - cj^2 = 0$.

α , affixe du centre du triangle équilatéral (BCA') , vérifie

$$\alpha = \frac{1}{3}(a' + b + c),$$

$$\text{soit } \alpha = \frac{1}{3}[b(1-j) + c(1-j^2)].$$

$$\text{De même } \beta = \frac{1}{3}[c(1-j) + a(1-j^2)] \text{ et } \gamma = \frac{1}{3}[a(1-j) + b(1-j^2)].$$

Formons la combinaison $\alpha + \gamma j + \beta j^2$:

$$\text{Le coefficient de } a \text{ est } \frac{1}{3}[j(1-j) + j^2(1-j^2)] = 0 ;$$

$$\text{le coefficient de } b \text{ est } \frac{1}{3}[(1-j) + j(1-j^2)] = 0 ;$$

$$\text{le coefficient de } c \text{ est } \frac{1}{3}[(1-j^2) + j^2(1-j)] = 0. \text{ D'où } \alpha + \gamma j + \beta j^2 = 0.$$

Conclusion : le triangle défini par les centres des trois triangles équilatéraux est équilatéral, et de même sens que le triangle initial (ABC) .

Complément :

On pourra montrer que les segments AA' , BB' et CC' ont la même longueur, et que les droites (AA') , (BB') et (CC') sont concourantes, ainsi que les droites $(A\alpha)$, $(B\beta)$ et $(C\gamma)$.

Cette solution nous a été proposée par VIRICEL.

LA CALCULETTE : COMMENT CALCULE-T-ELLE ? (1)

Comment s'y prend la calculatrice pour calculer $\ln x$, $\log x$, e^x , etc. ?

Le développement en série $\ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ a une convergence beaucoup trop lente pour être utilisable (et de plus il utilise des opérations qui, pour la calculatrice, ne sont pas élémentaires : $\frac{x^n}{n} = x^{n-1} \times \frac{x}{n}$ utilise une multiplication et une division, opérations « lentes »).

Au contraire, les calculatrices utilisent à peu de choses près l'algorithme décrit par BRIGGS vers 1624 pour calculer (à la main !) les logarithmes de NEPER.

1. Décomposition d'un nombre en virgule flottante

Tout réel X peut s'écrire $X = x \times 10^n$ avec $1 \leq x < 10$ et n entier naturel.

C'est sous cette forme que la calculatrice « stocke » les nombres dans ses registres de calcul et ses mémoires.

On a alors $\ln X = \ln x + n \cdot \ln 10$.

Il suffit que la calculatrice connaisse $\ln 10$ et sache calculer $\ln x$ pour calculer $\ln X$.

En mémoire morte, elle a $\ln 10 = 2,302\ 585\ 092\ 994\ 012$

2. Calcul de $\ln x$ pour $1 \leq x < 10$

Considérons la suite $A_0 = 1 + 10^0 = 2$; $A_1 = 1 + 10^{-1} = 1,1$; $A_2 = 1 + 10^{-2} = 1,01$; $A_3 = 1 + 10^{-3} = 1,001$... $A_i = 1 + 10^{-i}$...

On peut facilement montrer que $(A_i)^{10} > A_{i+1}$: en effet, pour $u > 0$ et $n \geq 2$, on a $\ln(1+u)^n > 1+nu$.

D'autre part, $\lim_{i \rightarrow \infty} A_i = 1$ (évident).

Algorithme de calcul de $\ln x$:

- On multiplie x par A_0 autant de fois que c'est possible sans que le résultat dépasse 10 : soit n_0 le nombre de multiplications faites, et soit $x_0 = (A_0)^{n_0}$. On a donc $x_0 < 10$ et $x_0 \times A_0 \geq 10$.
- On multiplie x_0 par A_1 autant de fois que c'est possible sans que le résultat dépasse 10 : soit n_1 le nombre de multiplications faites, et soit $x_1 = (A_1)^{n_1}$, c'est-à-dire $x_1 = x \times (A_0)^{n_0} \times (A_1)^{n_1}$. On a donc $x_1 < 10$ et $x_1 \times A_1 \geq 10$.
- Et ainsi de suite...

Par exemple, pour $x = 3,5$:

$$3,5 \times 2^1 \times (1,1)^3 \times (1,01)^7 \times (1,001)^1 \times (1,0001)^0 \times (1,00001)^9 \times (1,000001)^2 \approx 10$$

Ces multiplications par A_i sont très rapides pour la calculatrice, car ce ne sont que des « décalages à gauche » et des additions.

Le lecteur pourra vérifier que :

a) pour tout i , $n_i < 10$:

b) $\lim_{\infty} x_i = 10$ (en utilisant le fait que $x_i < 10 \leq x_i \times A_i$).

On en déduit que $x \times \prod_0^{\infty} (A_i)^{n_i} = 10$, d'où $\ln x = \ln 10 - \sum_0^{\infty} (n_i \times \ln A_i)$

Où s'arrêter ?

La convergence de la série ci-dessus est très rapide : quelques dizaines de calculs permettent d'obtenir une précision de l'ordre de 10^{-10} .

- Les calculatrices TEXAS, par exemple, s'arrêtent à $i = 6$. Elles possèdent en mémoire morte (ROM) les valeurs suivantes :

$\ln 10 = 2,302\ 585\ 092\ 994\ 012$
 $\ln A_0 = 0,693\ 147\ 180\ 559\ 945$
 $\ln A_1 = 0,095\ 310\ 179\ 804\ 325$
 $\ln A_2 = 0,009\ 950\ 330\ 853\ 168$
 $\ln A_3 = 0,000\ 999\ 500\ 333\ 084$
 $\ln A_4 = 0,000\ 099\ 995\ 000\ 333$
 $\ln A_5 = 0,000\ 009\ 999\ 950\ 000$
 $\ln A_6 = 0,000\ 000\ 999\ 999\ 500$

chacune de ces constantes est codée en DCB [décimal codé binaire] sur 8 octets, chaque chiffre occupant 8 bits.

- L'approximation est donc $\ln x \approx \ln 10 - \sum_0^6 (n_i \times \ln A_i)$, par excès. L'erreur

commise en prenant cette approximation est $\sum_7^{\infty} (n_i \times \ln A_i)$. Il a été démontré

qu'une bonne estimation de cette erreur était $\left(1 - \frac{x^6}{10}\right)$. D'où le calcul fait par la

touche de la calculatrice : $\ln x = \ln 10 - \sum_0^6 (n_i \times \ln A_i) + \left(1 - \frac{x^6}{10}\right)$

Par exemple, pour $x = 3,5$, ce calcul – fait « à la main » avec les valeurs des $\ln A_i$ ci-dessus – donne $\ln 3,5 = 1,252\ 762\ 968\ 590\ 119$. Une TI58 ou une Casio fx180P affiche : 1,252 732 968.

Par Jacques VERDIER (à suivre)

Bibliographie : J.E. VOLDER, The C.O.R.D.I.C. Trigonometric Computer Technic, 1959
J.M. SMITH, Méthodes numériques pour calculateur de poche, Eyrolles.
TEXAS INSTRUMENTS, Software Exchange Newsletter, vol. 2

LE GEREX, VOUS CONNAISSEZ ? OU VERS DE VRAIS OUTILS POUR LE SOUTIEN ... EN LEP!!!

Le soutien revêt une importance toute particulière en contrôle continu ⁽¹⁾, qui doit être une pédagogie de la réussite dans la mesure où chaque élève, au terme de son temps de -formation au LEP, doit être capable de réussir un minimum d'objectifs dans chaque matière.

A leur arrivée en LEP, certains élèves présentent des déficits tels qu'ils ne peuvent les compenser sans aide spécifique. C'est pourquoi, dès 1977, dans le cadre du contrôle continu, une équipe de professeurs s'est intéressée à une forme de soutien différente de celle pratiquée au Collège.

Ce soutien devait :

- s'adresser à tous les élèves (pour éviter la culpabilisation des « élus » ... ou des « non-élus »)
- s'intégrer au temps normal de formation
- contourner la difficulté au lieu d'y revenir (= « détour déculpabilisant »)
- amener l'élève à résoudre des situations concrètes en évitant d'utiliser le discours de l'école
- permettre à l'élève de découvrir les démarches pour « s'en sortir » ⁽²⁾.

C'est ainsi qu'est né le GEREX, **G**roupe d'**E**tude, de **R**echerche et d'**EX**périmentation, qui propose un ensemble d'outils fondés sur les référentiels de français et de mathématiques. Ce sont ces outils qui sont décrits brièvement dans le présent article.

1. LABYRINTHE (Labyrinthe 1 pour les élèves de CAP, Labyrinthe 2 pour les élèves de SEP).

Labyrinthe est constitué d'un ensemble de 38 situations mettant en œuvre les capacités du référentiel de français : s'informer, se documenter, appréhender un message, réaliser un message, ainsi que les techniques de la langue à l'écrit (grammaire, orthographe, syntaxe) et à l'oral (lecture).

Labyrinthe se passe en début d'année scolaire et va permettre :

- de connaître les niveaux de performance des élèves entrant en LEP
- de confronter les préacquis avec les prérequis indispensables pour pouvoir suivre efficacement la formation

¹ Pour de plus amples explications, lire l'article pp. 495-508 du Bulletin de l'APMEP n°345, Septembre 1984.

² Les titres des documents du GEREX Soutien, Labyrinthe 1, Ailes de Dédale, Fil d'Ariane sont empruntés à la mythologie crétoise: le Labyrinthe du roi Minos symbolisant les difficultés des élèves « égarés » dans le système scolaire (mises en évidence par Labyrinthe 1), les Ailes de Dédale (livret de soutien) représentent les stratégies compensatoires mises en œuvre dans le soutien le Fil d'Ariane permettant de vérifier la pertinence du soutien.

- de mesurer pour chaque performance l'écart avec le niveau minimal exigé
- de déterminer avec précision les déficits et leurs causes.

L'analyse de toutes les non-réussites d'un élève, complexe en raison des interactions entre certaines non-réussites, se fait maintenant par ordinateur et donne lieu à l'élaboration d'un tableau d'autonomie qui permettra à l'élève de gérer ses séquences de soutien.

Cette analyse des non-réussites et celle des causes des déficits constatés permettent d'identifier entre pré acquis et pré requis trois sortes d'écarts donnant lieu à trois sortes de soutien :

- soutien global, si les écarts sont très importants
- soutien approfondi, s'ils sont importants
- soutien ponctuel, s'ils sont faibles.

2. EUCLIDE (Euclide 1 pour les CAP, Euclide 2 pour les SEP)

Les situations d'Euclide 1, qui mettent en œuvre les capacités du référentiel de mathématiques (exécuter, traiter, choisir), sont actuellement en cours d'expérimentation. Une pré-expérimentation a été conduite sur 981 élèves en 1984-85.

Quatre thèmes ont été retenus: numération, repérage, proportionnalité et géométrie, répartis en 23 situations.

Les situations d'Euclide 2, qui reprend 3 thèmes; numération, fonction et géométrie, seront en pré-expérimentation en 1995-86.

Au cours de la présente année scolaire le groupe de travail procédera à l'analyse des erreurs et de leurs causes et établira les critères de non-réussite.

3. LES AILES DE DÉDALE

Actuellement cet ensemble comporte 2000 situations, qui sont ouvertes et empruntées à d'autres disciplines et au domaine professionnel.

Chaque élève dispose de son propre programme de soutien, le tableau d'autonomie.

Les différentes situations exigent l'intervention active de l'élève (choix, décisions) et font appel à de multiples compétences, sans aborder l'apprentissage de façon scolaire et directe.

Pour l'organisation des séquences de soutien il est souhaitable de faire intervenir plusieurs membres de l'équipe pédagogique, en particulier parce que d'éventuelles difficultés d'ordre auditif, perceptif, perceptivo-moteur ou cognitif ont des répercussions dans toutes les matières. Citons en désordre quelques-unes de ces causes :

- mauvais balayage oculaire
- non-maîtrise du schéma cartésien
- non-maîtrise des notions de rangement, de classement
- non-maîtrise de la combinatoire
- non-maîtrise de la déduction simple

- non-perception du rythme de la phrase et/ou de sa mélodie
- difficultés d'analyse des composants de la phrase
- faible capacité de rétention au niveau de la mémorisation.

4. LE FIL D'ARIANE

A la fin des séquences de soutien proposées dans les Ailes de Dédale, un livret semblable à Labyrinthe, appelé Fil d'Ariane, est proposé aux élèves. L'analyse des productions permet d'identifier les acquisitions, les stagnations ou les évolutions négatives par rapport aux résultats de Labyrinthe.

5. LES SITUATIONS D'APPROFONDISSEMENT

Destinées aux élèves qui ne relèvent pas du soutien ou qui ont atteint les niveaux requis après une période de soutien, ces situations d'approfondissement, d'enrichissement ou de transfert des compétences se caractérisent par une approche interdisciplinaire d'une œuvre, d'un thème, d'un problème.

Ces livrets ont pour titres :

- Le Jardin des Hespérides
- S'approprier des textes
- Pavages (genèse d'un motif géométrique, reconnaissance et identification des figures géométriques)
- La grammaire des formes

En **CONCLUSION**, il faut savoir que ces outils n'ont pas encore atteint leur version définitive. Des groupes techniques fonctionnant au niveau national sous la houlette de M. François Chirivella, Professeur de Psychopédagogie à l'E.N.N.A. de Toulouse, sont chargés d'améliorer les fiches et les dossiers existants et d'en élaborer de nouveaux.

Au niveau académique, un groupe de formation et d'information est à votre disposition au Rectorat. Des actions du GEREX soutien sont inscrites au P.A.G.F.

Odile Backscheider, L.E.P. du Bâtiment, 57156 MONTIGNY-LES-METZ.

Toutes nos excuses à nos lecteurs :

Faute de place, nous n'avons pu insérer l'article de M.-J. Baliviera relatant une séquence de travail en CPPN de LEP. Il paraîtra dans le n°4 de décembre.

Nous avons également d'autres solutions au problème n°1, que nous n'avons pu publier : nous en remercions leurs auteurs.

Les solutions des problèmes, ainsi que vos propositions, sont à envoyer à André VIRICEL, 16 rue de la Petite Haye, 54600 VILLERS-les-NANCY, qui se chargera désormais de la rubrique « Problèmes ».

Iu pour vous

TEXTES & DOCUMENTS MATHÉMATIQUES

Terminales A₂-A₃ (option)

par le C.R.D.P. de Poitiers, 1985

Cet ouvrage comporte 16 "documents", dont on lira la liste ci-dessous. Chacun des documents comporte 4 parties :

- des textes originaux relatifs au thème traité (ex : La Disme, de Simon Stevin, 1634, sur le thème de la numération décimale)
- une traduction du texte en langage contemporain (si elle est nécessaire à une bonne compréhension), et des notes diverses (littéraires, biographiques)
- des notes mathématiques relatives au texte proposé
- des pistes d'activités pour les élèves.

Une présentation des 16 documents en sous-chemises, avec des feuilles de couleurs différentes pour chacune des parties, en permet une utilisation rationnelle.

Les enseignants de terminales A₂-A₃ (et tous les autres !) trouveront là des situations et des pistes nouvelles pour enrichir leur enseignement et motiver leurs élèves.

Liste des 16 thèmes traités :

ARITHMÉTIQUE :	L'ensemble N ; les décimaux ; l'algorithme du PGCD.
ALGORITHMIQUE :	L'algorithme du PGCD, aire du triangle et extraction de la racine carrée ; l'arbre à théâtre.
PROBABILITÉS :	Loterie : l'espérance mathématique ; la règle des partis.
GÉOMÉTRIE :	Pentagone et architecture ; duplication du cube et cissoïde ; polyèdres réguliers : les solides de Platon ; aire du triangle et extraction de la racine carrée.
ASTRONOMIE :	Le modèle planétaire de Copernic ; le modèle planétaire de Kepler ; les satellites de Jupiter ; les calendriers ; idées de travaux et bibliographie.

A commander au C.R.D.P. de Poitiers, 6 rue Saint Catherine, 86034 POITIERS CEDEX.

Prix : 63,- F. Chèque à l'ordre de M. l'Agent Comptable du CRDP

CALENDRIER APMEP DU TRIMESTRE

16 octobre : assemblée générale à VANDŒUVRE les NANCY

24, 25 et 26 octobre : journées nationales à PORT-BARCARES

13 novembre : premières réunions des groupes de travail sur les programmes de 6^e et 5^e 1986

à EPINAL (CDDP) ;

à MONTIGNY les METZ (Ecole Normale) ;

et à VANDŒUVRE (IREM).

Décembre : parution du n°4 du « PETIT VERT ».

Ce n°3 du « PETIT VERT » a été tiré à 375 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 20 Francs (*)

NOM :

ADRESSE :

Signature :

Désire m'abonner pour 1 an au « PETIT VERT ».

Joindre règlement à l'ordre de : APMEP-Régionale de Lorraine, CCP 1394-64 U NANCY.

(*) L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents de l'A.P.M.E.P.

LE PETIT VERT

(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

Directeur de la publication : jacques VERDIER

N°CPPAP : 2 814 D 73 S.

Dépôt légal : Juin 2005.

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences), Boulevard des Aihuilletes, VANDŒUVRE