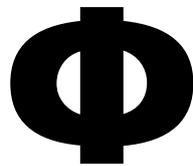


La cathédrale de Metz et le nombre d'or



Avertissement (2017)

En 1980, l'IREM de Lorraine, dont le directeur était alors Claude MORLET, publiait une brochure monochrome de 270 pages intitulée « LE NOMBRE D'OR ». L'impression se faisait alors sur des plaques offset réalisées à partir des documents papier fournies par les auteurs : les originaux de ces « tapuscrits » et des figures ont, hélas, été perdus.

En 2007, Nicole BARDY-PANSE, alors directrice de l'IREM autorisait la régionale Lorraine de l'APMEP à republier tout ou partie de ce document. Nous avons dû retaper entièrement tous les textes, et scanner les images à partir du document imprimé en 1978-1979 (pour cette raison, certaines images sont peu lisibles ; nous les avons cependant conservées).

Nous avons décidé de ne publier ici qu'une partie du texte original, en en conservant que ce qui concernait spécifiquement le nombre d'or et la cathédrale de Metz. Les illustrations en couleur que vous trouverez ici ne faisaient pas partie du document de 1980.

Introduction et présentation du document (1980)

Le « nombre d'or », rapport d'harmonie dans la nature, a permis un travail d'équipe dans une classe de première D constituée de 35 élèves (11 garçons et 24 filles) âgés de 16 à 19 ans. Provenant de quatre classes différentes de seconde C, cette classe était très hétérogène. Une équipe pédagogique s'est constituée en juin 1978, autour d'une idée issue d'une enquête auprès des élèves du lycée, dans le but de préparer et de réaliser ce travail. Cette équipe était composée de Marie-Thérèse BAYER (professeur de mathématiques), Bernadette IMBS (professeur de sciences naturelles), Michèle LÉVY (professeur de français) et André L'HOMMÉ (professeur d'histoire).

Les élèves ont été mis au courant du projet en décembre 1978 et ont effectivement travaillé sur le sujet pendant une période de deux mois (février-mars).

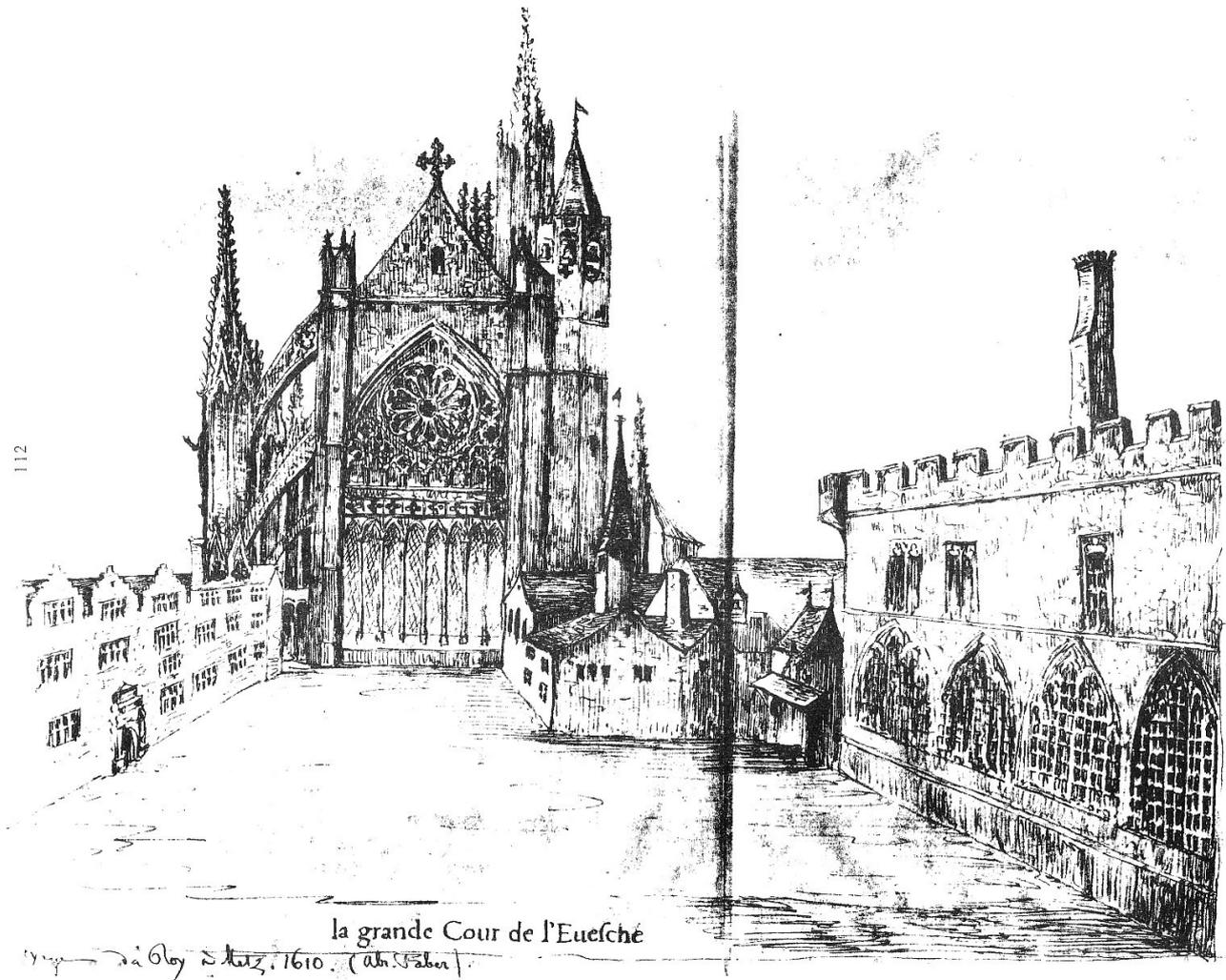
L'étude des propriétés algébriques du nombre d'or a permis aux élèves de manipuler, dans un cas concret, les notions du programme de mathématiques (équations, calculs sur les radicaux, formules de récurrence, fonctions, notions de suite, ...) ainsi que d'effectuer des constructions géométriques à l'aide de la règle et du compas (rectangle d'or, pentagone convexe et étoilé). Ce cours de mathématiques a servi de support aux différents sujets étudiés dans les trois autres disciplines (...).

Cette recherche d'une organisation selon Φ , de l'harmonie et du beau dans les différents domaines, s'est achevée par une journée complète passée dans la cathédrale de Metz (contact avec l'espace intérieur, exposé par M. le Chanoine Théo Louis, spécialiste de la cathédrale, étude du déambulatoire, travaux des différentes équipes : vitraux, évolution des ogives, manipulation du théodolite avec introduction du cours de trigonométrie, mesure des hauteurs à différents niveaux à l'aide de ce théodolite, arpentage au sol et reconstitution du plan de la cathédrale).

Les élèves ont dû terminer chez eux leurs calculs, les plans, et l'exploitation des résultats en rapport avec Φ . Ils ont remis leurs travaux dans la semaine qui a suivi cette journée du 21 mars 1979.

Chapitre 1

Quelques notions sur les arts religieux et gothique



Le cathédrale de Metz, vue de la cour de l'Évêché (gravure de 1610)

Quelques notions d'architecture religieuse

L'église chrétienne doit à la fois recevoir des fidèles et servir à la célébration d'un sacrifice. Elle a aussi un rôle symbolique lorsqu'elle rappelle certains traits du dogme (croix),

1 - Les premières églises de la chrétienté

Durant les trois premiers siècles, des cérémonies religieuses étaient célébrées autour des tombeaux des martyrs (*martyrium*). Les *martyria* ont presque tous disparu (il existe un *martyrium* dans la Lozère).

Dans le haut moyen-âge, des communautés chrétiennes prennent naissance. On se met à construire des églises et des baptistères. Ces églises primitives sont le plus souvent des basiliques (cf. basilique de Saint-Pierre aux Nonains à Metz), c'est-à-dire des édifices construits à partir de la basilique civile romaine qui servait de palais de justice et de bourse.

Ces basiliques sont parfois en forme de croix. Les murs sont généralement en pierre. L'appareil est constitué de moellons et de blocages entre parements. Les arases de briques destinées à compartimenter le blocage et à éviter le tassement ne sont plus que des motifs ornementaux. Les toits sont toujours en charpente. L'originalité de ces églises était leur clocher.

2 - Les églises romanes

1) Origine

L'architecture romane apparaît à la fin des grandes invasions, c'est-à-dire vers l'an 1000. On assiste à partir du XI^e siècle à une période de reprise démographique et de défrichement dans les campagnes.

La religion tient une grande place dans la vie des habitants à cette époque, et elle se manifeste par la construction d'églises. La religion catholique représente à cette époque le principe de l'unité du monde occidental. La plupart des églises sont construites à l'intérieur des monastères, et les moines tiennent le premier rang parmi les bâtisseurs.

Le premier art roman est méridional ; les traditions romanes s'étaient conservées en Italie du Nord (utilisation des petits matériaux). Par la suite, l'art roman s'étend au Nord de l'Europe.

Le XI^e siècle est un siècle d'expérience et le XII^e siècle un siècle de réalisation.

2) Caractères généraux

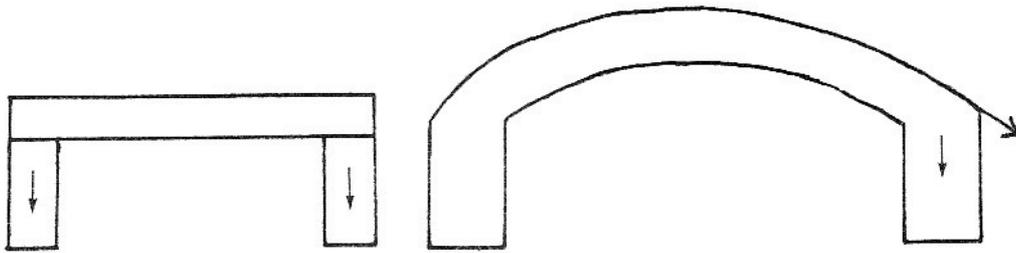
Les églises romanes se distinguent par des caractères de structure, de plan, de décors sculptés ou peints.

a) La structure

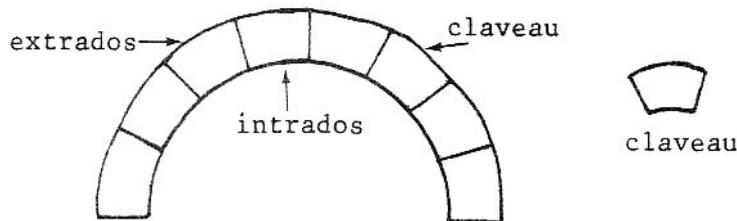
Les églises sont le plus souvent entièrement couvertes en pierres (voute ou coupole) pour éviter les incendies, renforcer la solidité des murs et permettre une meilleure acoustique.

On adopte le principe de la voute en berceau des romains transformée et perfectionnée (doubleaux, voutes d'arête). Le système de la voute a pour but de franchir de grands espaces par une combinaison de petits matériaux faciles à se procurer, faciles à manier et à assembler. Cet avantage

n'est obtenu qu'au prix de quelques inconvénients : transformation de la pesanteur (poussée verticale) en poussée latérale ou oblique.



Une voûte est une succession d'arcs, c'est-à-dire d'assemblages de pierres (claveaux) taillés de façon que leur joint converge.



Pour construire un arc le maçon utilise un cintre en bois sur lequel il pose les claveaux pour éviter qu'ils glissent en les maçonnant. On peut construire des voûtes sans cintre (arcs en tas de charge).

La poussée de la voûte s'exerçant uniformément tout le long du mur, il a semblé qu'un gros progrès serait réalisé si on pouvait la localiser en certains points. De là est venue l'invention des arcs doubleaux. On appelle ainsi les arcs construits sous la voûte, perpendiculaires à son axe, pour la doubler.

Dans l'esprit de leurs inventeurs ces arcs soutiennent la voûte et prennent pour eux la majeure partie de la poussée ; il suffit de renforcer les murs aux points correspondants aux arcs doubleaux.

Un meilleur procédé fut le recours à la voûte d'arêtes. on appelle ainsi l'intersection de deux voûtes en berceau dont les sommets sont dans les mêmes plans et qui projettent par dessous des arêtes saillantes.

La poussée est ainsi localisée aux quatre points où aboutissent les arêtes et il devient possible d'évider la maçonnerie dans l'intervalle.

La voûte d'arête est toutefois difficile à construire ; en particulier un problème se pose en ce qui concerne la taille des pierres d'angle et de la clef de voûte

La voûte d'arête était connue des Romains mais elle est surtout utilisée à l'époque romane avant de faire place à la croisée d'ogive qui existe déjà dans des édifices de pur esprit roman.

Les églises romanes ont en général une nef et deux bas-côtés, c'est-à-dire que trois voûtes sont juxtaposées côte à côte.

La voûte principale est souvent plus haute que les collatéraux. Elle a l'avantage de pouvoir être éclairée directement.

La plupart des églises romanes sont construites en grand appareil très soigné.

b) Le plan et les volumes

Le plan est presque toujours celui de la basilique, mais le transept et le chœur prennent un développement inconnu jusque là. Un déambulatoire et des chapelles rayonnantes sont construites autour de l'abside.

Extérieurement, l'église romane possède une valeur plastique, c'est-à-dire qu'elle est conçue comme une sculpture, un système de volumes prenant possession de l'espace. Ces volumes se ramènent

presque toujours à des formules géométriques simples : cubes, cylindres ou demi-cylindres, troncs de cône ou de pyramide. Leur disposition traduit exactement l'arrangement intérieur. On peut connaître le plan de l'édifice rien qu'en le considérant de dehors.

La combinaison des masses romanes donne toujours une impression d'équilibre plutôt que d'élan ; l'horizontalité l'emporte sur la verticalité. Si on les voit monter vers le ciel, c'est comme une pyramide.

c) Le décor

L'édifice roman est pourvu d'un important décor peint et sculpté. Celui-ci s'accorde avec l'architecture : toutes les lignes sont subordonnées à celles de la construction qu'elles ont pour fonction de souligner.

Le décor a aussi un caractère abstrait et stylisé : sculpteurs et peintres romans, loin de s'appliquer à copier la nature, la transposent en formules intellectuelles sinon géométriques.

3 - Les églises gothiques

1) Origines de l'art gothique

L'art gothique résulte de transformations techniques, mais aussi sociales et spirituelles.

Il apparaît au XII^e siècle, au moment où la France exerce sa prépondérance en Europe et devient la capitale artistique et intellectuelle du monde occidental. C'est en France, ou plutôt en Ile-de-France, que naît l'art gothique. Son aire géographique au départ est le domaine royal « cent milles autour de Paris ».

Alors que l'art roman était surtout un art monastique (la plupart des églises romanes sont des églises de monastère et se trouvent actuellement hors des villes), l'art gothique devient un art urbain.

Les maîtres-d'œuvre ne sont plus des clercs, mais souvent des laïcs et toutes les villes rivalisent entre elles.

Pour Viollet le Duc, l'art gothique est l'expression d'un art épiscopal et communal, le résultat d'une alliance entre le haut clergé des évêques et les communes, tandis que l'art roman aurait été un art monastique ; les édifices gothiques auraient un caractère populaire sinon laïc.

On remarquera aussi la coïncidence entre l'apparition de l'art gothique et les premières croisades. Comme elles, les églises gothiques représentent un mouvement d'enthousiasme, une foi qui veut agir et se dépense au dehors.

2) Caractères de l'art gothique

On reconnaît habituellement une église gothique à sa silhouette géante qui se profile au-dessus des toits, avec les audacieux étagements de ses énormes masses fragmentées par le jeu multiplié de ses arcs-boutants, ses clochers effilés, ses fenêtres immenses, l'éclat mystérieux de ses vitraux.

En fait, il est difficile de définir l'art gothique. Le terme gothique a été inventé par les humanistes de la Renaissance. Il signifie littéralement « provenant des Goths germaniques, autrement dit barbare ». Il désigne péjorativement l'art du Moyen-Âge et, dans un sens plus restreint, le style qui succède au roman.

C'est un terme impropre, les Goths n'ayant pris aucune part à la création de cet art.

On a proposé art ogival ou art français, mais la formule n'a pas eu de succès.

Si on veut définir techniquement l'art gothique, il faut dire que c'est l'art qui associe la croisée d'ogive à l'arc brisé. On peut y ajouter l'arc-boutant, mais ce n'est pas utile, car beaucoup d'églises

gothiques n'en ont pas : l'arc-boutant intervenant seulement lorsqu'on élève la hauteur des cathédrales.

La voute sur croisée d'ogive est appelée ainsi parce que chaque quartier de voute semble être porté par des arcs diagonaux ou ogives qui dissimulent et renforcent leurs arêtes.

Combiné avec les arcs qui se croisent, un arc de pierre rend le système indéformable (arcs doubleaux, arcs formerets).

Cet ensemble de nervures canalise une grande partie des poussées de la voute vers des joints isolés où il est facile de renforcer la construction. Entre ces renforts, le mur peut être aminci sans danger et de larges fenêtres peuvent y être percées. Le renfort est d'abord un contrefort, puis à la fin du XIII^e siècle un arc-boutant.

L'arc brisé exerce moins de poussée sur son support que l'arc en plein cintre. Utilisé à l'âge roman, il est à l'époque gothique combiné avec la croisée d'ogive.

La fonction de l'ogive a fait l'objet d'un débat qui dure encore. Pour certains (Viollet le Duc), elle porte la voute et elle est donc nécessaire et fonctionnelle. Pour d'autres (Abraham), elle n'a pas d'utilité ; elle est une illusion et elle a uniquement un rôle plastique.

Il semble qu'au début, elle avait un rôle de support qu'elle perdit par la suite. Une preuve : pendant la dernière guerre de nombreuses ogives sont tombées tandis que les voutes restaient en place.

Un historien de l'art, M. Focillon, pense que les ogives ont servi de point de départ dans la construction des voutes. Elles étaient pour l'architecte, un moyen de concrétiser le tracé, d'avoir en pierre l'épure (?) des voutes. Mais Focillon estime aussi qu'elles renforcent les arêtes des voutes et surtout qu'elles s'adressent à la vue. C'est pour être vue que l'ogive a été lancée sous les voutes. C'est pour montrer l'évidence d'une complexité nerveuse ainsi que les rapports d'ombre et de lumière.

L'ogive a donc une valeur constructive, structurale et optique.

L'art gothique ne se définit pas seulement par la technique. Il est aussi un esprit : il se distingue du roman par l'élan en hauteur, par la verticalité, par la spiritualité qu'exprime la prépondérance des vides sur les pleins.

Pour certains archéologues du gothique, la cathédrale gothique symbolise la mystique néoplatonicienne de la lumière assimilée au XIII^e siècle à Dieu.

Le XIII^e siècle est le siècle des Lumières, un siècle d'ordre dans le domaine artistique et intellectuel.

La scholastique sollicite la discussion et la réflexion et les sommes c'est-à-dire les synthèses sont des cathédrales de la scholastique.

Éclairer semble donc le but du gothique du XIII^e siècle. L'illumination physique et l'illumination spirituelle doivent se manifester ensemble.

« Les fenêtres vitrées sont des écritures divines qui versent la clarté du vrai soleil, c'est-à-dire de Dieu, dans l'église, c'est-à-dire dans le cœur des fidèles, tout en les illuminant ».

Par la sculpture, l'art gothique a pour but d'enseigner, d'illuminer les esprits. Cet enseignement se fait au portail des cathédrales qui sont de véritables encyclopédies religieuses et scientifiques (jugement dernier).

L'illumination se retrouve aussi dans l'art du vitrail. Le vitrail enseigne, raconte, décrit. C'est l'histoire des saints, c'est l'encyclopédie des métiers.

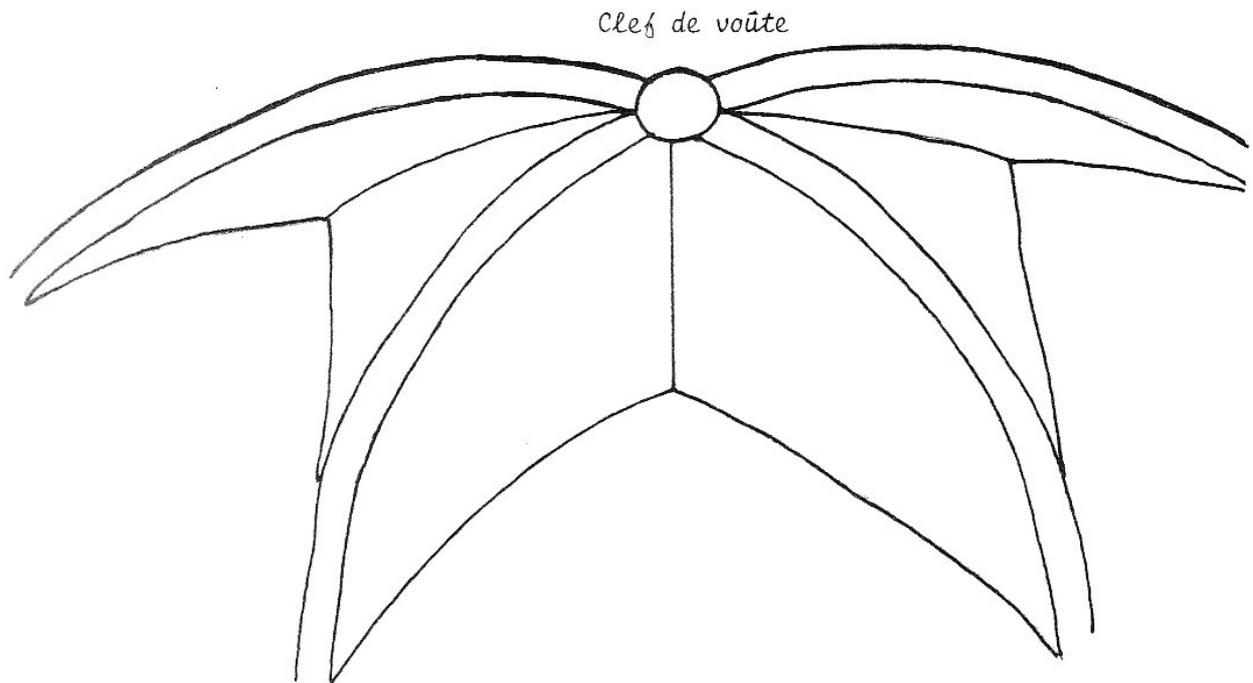
Le vitrail éclaire et transfigure.

Pour expliquer l'art gothique, Panovsky invoque le principe de la transparence, principe selon lequel l'édifice gothique est conçu de telle sorte que sa composition intérieure est discernable de l'extérieur. Contrairement à l'édifice roman dont la plastique est réduite à des valeurs élémentaires et qui est enfermé dans des murs épais, de même qu'à l'époque romane la foi est séparée de la raison, l'édifice gothique semble perforé de toutes parts, avec des profondeurs internes.

Une zone discontinue est créée entre l'intérieur et l'extérieur, de même qu'il n'y a plus à l'époque de barrière entre foi et raison.

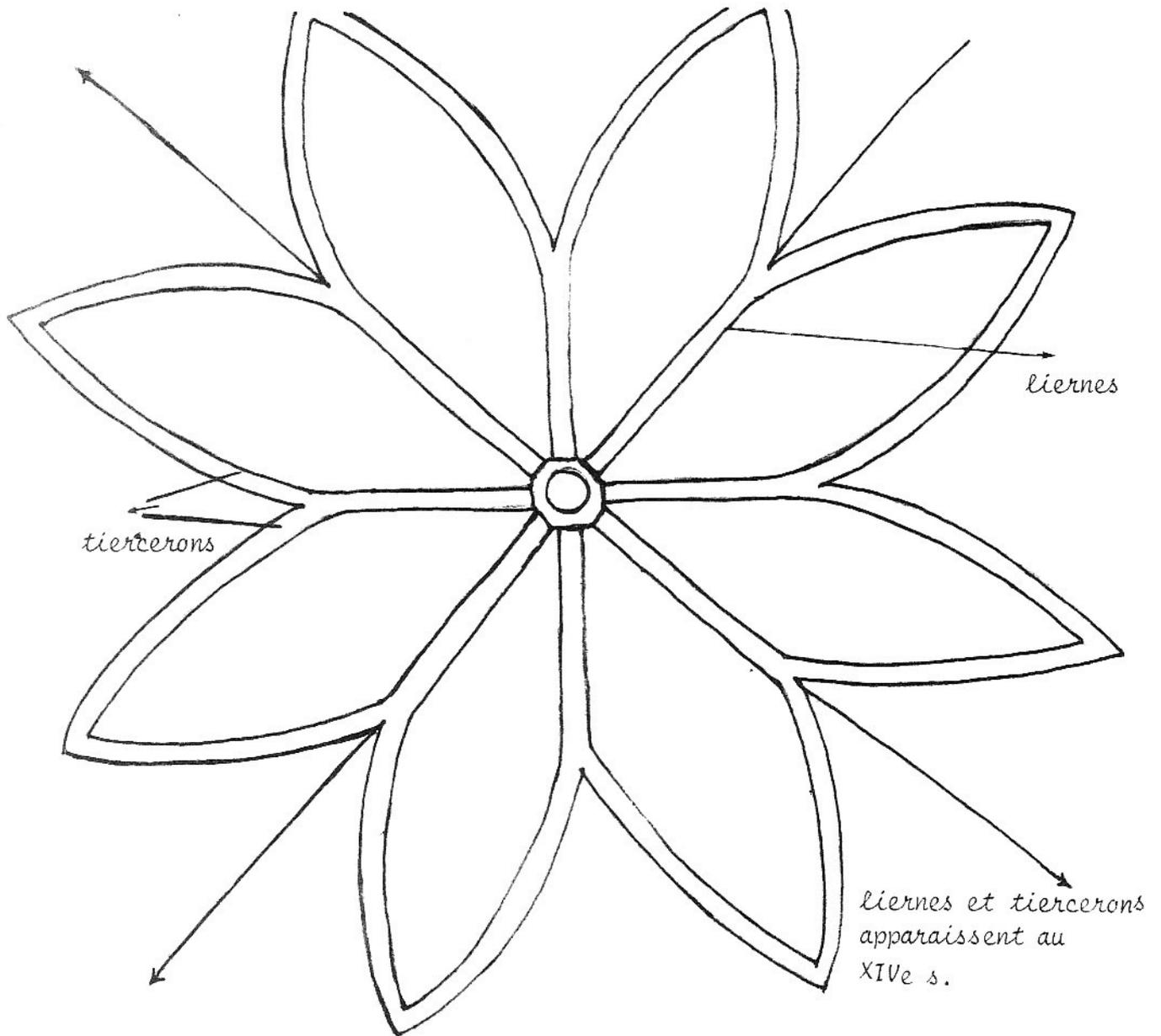
Document 1

Voute du déambulatoire de la cathédrale de Metz (architecture gothique : les voutes sont portées par les croisées d'ogives) [*dessin d'élève*].



Document 2

Voute étoilée de la croisée de transept de la cathédrale de Metz [*dessin d'élève*]



Étymologies du mot gothique

« Architecture gothique, architecture dite plus proprement ogivale, qui, malgré son nom, ne provient pas des Goths, et qui, dérivant de l'architecture romane, a été créée dans le XI^e et le XII^e siècle par les architectes du Nord de la France ».

Émile Littré,
Dictionnaire de la langue française
en 4 volumes, 1973, page 2807.

« Le mot "gothique" était utilisé par les humanistes italiens de la Renaissance pour désigner l'art "barbare" du Moyen Age qu'ils jugeaient inférieur. La dénomination "gothique" est donc impropre, car l'art gothique n'est ni un art barbare ni une création germanique, mais une création française ».

Louis Réau,
Encyclopédie des Arts, page 197.
Éditions de l'Illustration, Paris 1960.

« Le mot "gotico" a été créé par l'écrivain et peintre italien Vasari ; gotico signifiait pour lui "barbare" et ce terme s'adresserait à l'ensemble des manifestations artistiques qui se produisirent en Italie dans la période qui sépare l'antiquité du quattrocento florentin. Il ne visait donc pas l'architecture française. Le terme de gothique ne fut repris en France qu'au XIX^e siècle au moment où, l'esprit tout empli des pages de Chateaubriand et de Victor Hugo, on se reprit à faire de l'architecture ogivale ».

Encyclopédie illustrée d'architecture, page 219.
Éditions du Livre d'or, Flammarion.

Pour Louis Charpentier, trois étymologies semblent valables :

1 : Une étymologie celte. En Celte, Ar-Goat, c'est le pays du bois, le pays des arbres ... Sans charpentiers, sans bois, pas de voute sur croisées d'ogives ; c'est un art goatique.

2 : Une étymologie grecque. Gothique viendrait de goétie (magie), du grec goes (sorcier), goétis (sortilège), goétéou (fasciner). C'est un art d'envoutement. Le terme est direct. C'est un art goétique.

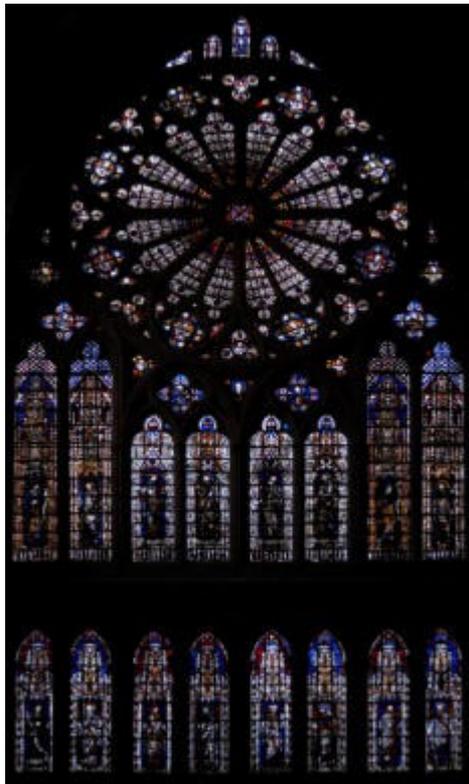
3 : Une étymologie cabalistique. Celle-ci nous est donnée par le savant Fulcanelli dans "Le Mystère des cathédrales" (Pauvert, 1964) où il fait dériver l'art gothique de l'argotique, de la nef Argo ; de la langue argotique, primitivement langue secrète, cabalistique, alchimique".

« La cathédrale est construite goatiquement, non seulement sur calibres de bois, mais encore selon les règles de l'accroissement végétal. Elle est construite goétiquement, pour agir magiquement sur l'homme et selon les lois harmoniques dont l'action est patente. Elle est construite argotiquement, selon des lois "religieuses" qui en font le plus beau vaisseau d'évasion vers l'au-delà jamais réalisé ».

Louis Charpentier,
Les mystères de la cathédrale de Chartres, pages 53 et 54
Editions Robert Laffont, 1966

Chapitre 2

Étude de la cathédrale de Metz



Vitrail de la cathédrale de Metz

1. La cathédrale de Metz au fil des âges

Siècle	Date	
XIII		
	Vers 1220	Début de la construction de la cathédrale gothique
XIV	1300	Premiers vitraux
	1380	Achèvement de la voute de la haute nef
	1385	Verrière d'Herman de Munster (granit rose)
XV	1400	Mort de l'architecte Pierre Perrat
	1478	Construction du clocher de la Tour de Mutte
XVI	1522	Inauguration de la Cathédrale
	1527	Verrières de Valentin Bousch
XVII		
XVIII		
	1764	Construction du portail classique par Blondel
XIX		
XX	1903	Construction du portail néogothique par Tornow
	1960-63	Vitrail de Chagall



Périodes de construction de la cathédrale

Au fil des siècles

Propos recueillis auprès de Monsieur le Chanoine Théo LOUIS

- 313 À la suite de l'Édit de Milan, l'empereur Constantin autorise la construction d'églises dans les villes.
- 415 La première église, Saint-Étienne, est signalée à l'intérieur des remparts de la ville (dans un angle du mur d'enceinte de la ville, à l'emplacement de la cathédrale actuelle), le siège de l'évêque étant hors des murs (Saint-Pierre aux Arènes, sous la gare de marchandises).
- 451 Les hordes d'Attila incendient la ville. Seul l'oratoire de Saint-Étienne résiste. L'oratoire est promu au rang de cathédrale et devient le siège épiscopal.
- 742-766 L'évêque Saint Chrodegang embellit et agrandit cette église. Le chapitre de la cathédrale Saint-Étienne compte alors 60 chanoines.
- 9 septembre 869 Charles le Chauve est couronné et sacré roi de Lotharingie.
- 963-984 L'évêque Thierry 1^{er} décide la construction d'une basilique romane (othonienne).
- Vers 1039 L'évêque Thierry II offre un lustre en or, argent et cristal que l'on place dans le chœur (l'actuel, à la croisée du transept, reproduit les dimensions de ce lustre).
- 1123 Étienne de Bar donne à N.-D. la Ronde un chapitre indépendant de 6 chanoines.
- 1130 Notre-Dame-la-Ronde est érigée en collégiale (orientée Nord-Sud, plus riche que la cathédrale, séparée d'elle par une place). Le chapitre de Notre-Dame accepte que les deux églises soient sous une voute commune, mais restant distinctes, séparées par un mur assez haut, abattu et remplacé par une grille vers 1380.
- Ceci eût pour effet de supprimer la place et, jusqu'à la Révolution, les gens de la partie basse de la ville devaient traverser Notre-Dame-la-Ronde pour aller au marché dans la partie haute de la ville. (D'où : portail principal place de Chambre, et portail d'angle place d'Armes). Le niveau de Saint-Étienne est de 1,60 m plus bas que celui de Notre-Dame. On entrait dans Notre-Dame en montant un escalier et on redescendait dans Saint-Étienne par un escalier.
- 1220 Début de la construction de la nef (du deuxième gothique : rosace dentelée). Pendant les travaux, le transept et le chœur de la basilique romane subsistèrent pour les offices. Vis-à-vis de la Mutte , la première fenêtre est du XIII^e siècle, les autres du XIV^e siècle; ce qui montre l'arrêt du chantier au niveau du triforium.
- 1359 Le chapitre décide de faire faire les voutes

- 1380-1400 Pierre Perrat est le plus ancien maître-maçon connu (Champenois ou Picard : cf. les draperies des frises, typiques de Reims). Mentionné en 1381, il est mort en 1400 et enterré à la cathédrale.
- Le maître-verrier Herman (de Munster en Westphalie) fait la grande rose de la façade ouest.
- XV^e siècle Travaux arrêtés. Période de troubles : papes en Avignon, Metz ville libre du Saint-Empire.
- 1456 Premier grand orgue.
- 1462 Le chapitre se brouille avec les échevins. Mayence (dont dépend Metz) a deux évêques :
- l'un nommé par le pape,
 - l'autre nommé par l'empereur.
- Cette situation peut avoir des suites pour Metz : les partisans peuvent attaquer la ville. D'où nécessité de fortifier les murailles. D'où impôts ... ce que refusent les chanoines. De là, la « grève » des chanoines qui entraîne la fermeture de la cathédrale. Les chanoines ne veulent pas payer d'impôts et partent à Pont-à-Mousson pendant cinq ans.
- 1467 Georges de Bar rétablit la paix. Les échevins accueillent les chanoines de retour de Pont-à-Mousson. Rivalités.
- 1468 Incendie de la toiture qui a endommagé le clocher en bois de la Mutte.
- 1477 Les échevins paient la tour de Mutte qui sera le beffroi municipal jusqu'en 1907. C'est la première fois que la ville participe aux frais de la construction. La "Mutte" convoquait les bourgeois aux assemblées de la République Messine ou à la défense de la cité et pour la visite de l'Empereur.
- 1478 La partie supérieure de la tour de la Mutte est construite en pierre en quatre ans par Jean de Ranconval.
- 1484 Le chantier est payé.
- 1486 Jacques d'Insming, vicaire général, finance la chapelle latérale de gauche (transept nord) dédiée à la Vierge. Ceci relance la construction car alors d'autres chanoines se mettent à financer.
- 1503 On abat, la chapelle de droite, puis l'ancien chœur On construit l'actuel chœur selon le plan du XIII^e siècle dans le style gothique finissant (flamboyant).
- 1504 Le vitrail du transept nord est payé par l'évêque de Metz, qui vit à Joinville. Il a comme successeur son petit neveu qui est nommé évêque à l'âge de trois ans. En attendant sa majorité, le chapitre administre et les travaux sont terminés avant la majorité de l'évêque.
- 1521 Vitrail de Valentin Bousch (transept sud)

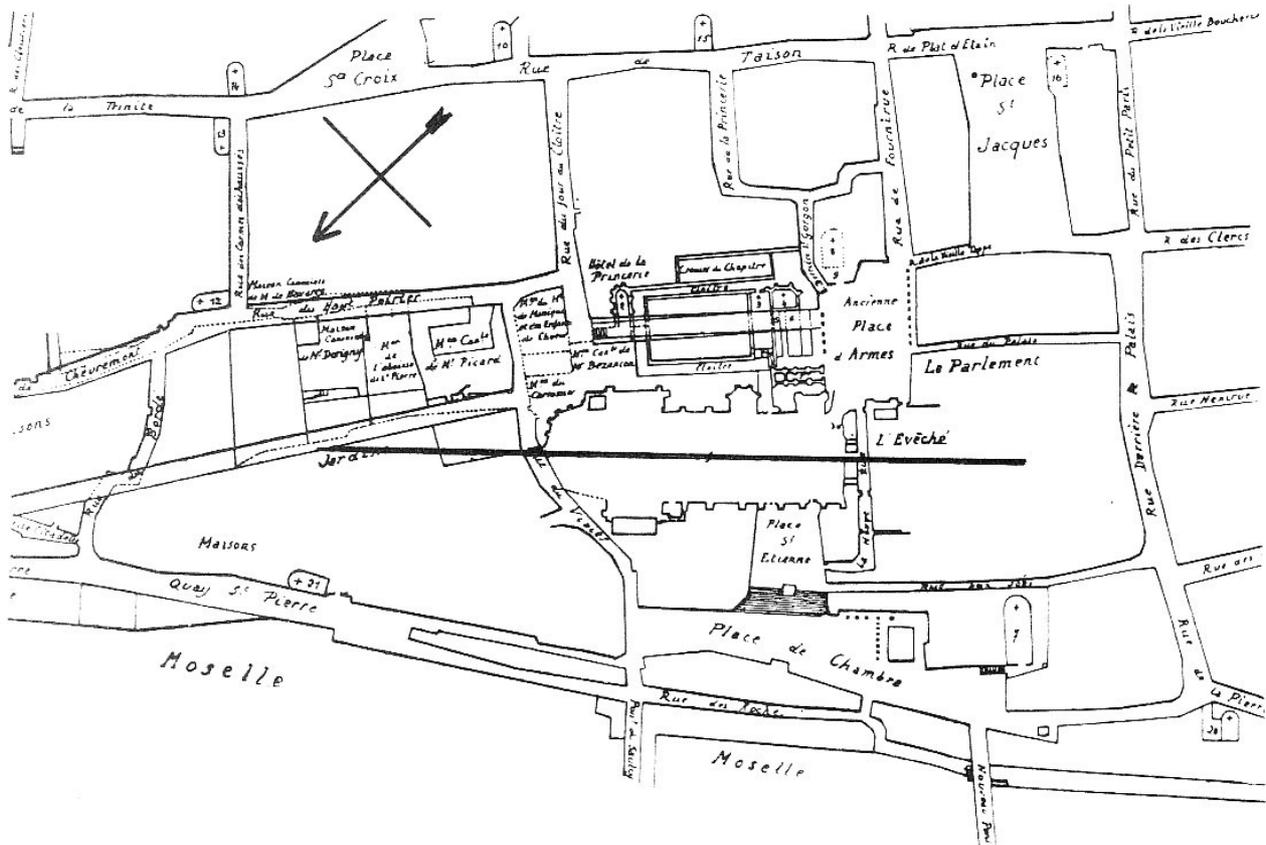
- 11 avril 1522 Inauguration de la cathédrale.
Les stalles sont payées par le chanoine Pinguet (dont les armes sont le pingouin) ainsi que le jubé (dans le style de Verdun).
- 1521-1538 Verrières du chœur, dont les trois verrières "Lorraines" de l'abside et de la branche est du transept sud.
- 1754 Destruction par le duc de Belle-Isle, gouverneur des Trois Évêchés, du cloître et des églises (Saint-Pierre-aux-Images, Saint-Pierre-le-Vieux, chapelle des Lorrains) qui occupent l'actuelle place d'Armes.
- 1764 Construction par Blondel du portail ouest (de même style que l'Hôtel de Ville) qui sera détruit en 1889, et de maisons sur tout le côté sud avec des arcades identiques à celles de l'Hôtel de Ville.
La dernière de ces maisons disparut en 1882.
- 1801 Pendant la Révolution, adjudication publique : la cathédrale est vendue 1 franc. Elle sert alors de hall de dépôt pour le foin ... La crypte est louée à un marchand de vin et à un imprimeur. Avant la Révolution, on comptait 160 monuments. Il reste une chaise roulante, un confessionnal, un petit orgue de 1536, le lutrin (aigle du XII^e siècle, pied du XVIII^e siècle, avec une inscription "sculpté à Luxembourg"), le trône de St-Clément (daté du V^e siècle, fût monolithique en marbre gris), la cuve de porphyre (qui servait à baptiser les adultes et proviendrait des thermes romains. Un maire a proposé la cuve à Joséphine, mais opposition).
- Nuit du 6 au 7 ami 1877 Le deuxième toit fait de bois brule à la suite d'un feu d'artifice. Les allemands le refont, mais surélevé de 4,50 m (charpente de fer recouverte de cuivre).
- 1880 Le portail de la Vierge fut reconstruit. On garda, du XIII^e siècle,
- le tympan (sculptures au-dessus du portail : la mort et le couronnement de Marie, en bas les apôtres).
- à droite, la scène du crucifiement.
- 1870-1914 Dallage renouvelé avec des morceaux du VIII^e siècle.
- 1903 L'architecte allemand Tornov remplace le portail ouest de Blondel par l'actuel portail néo-gothique (style bourguignon) :
- le jugement dernier
- le Christ bénissant de la main droite et tenant le livre des Évangiles de la gauche.
- quatre grands prophètes : Isaïe, Jérémie, Ézéchiël, Daniel (Guillaume II)
- 1907 La Tour de la Mutte est restaurée.

2. Orientation de la cathédrale

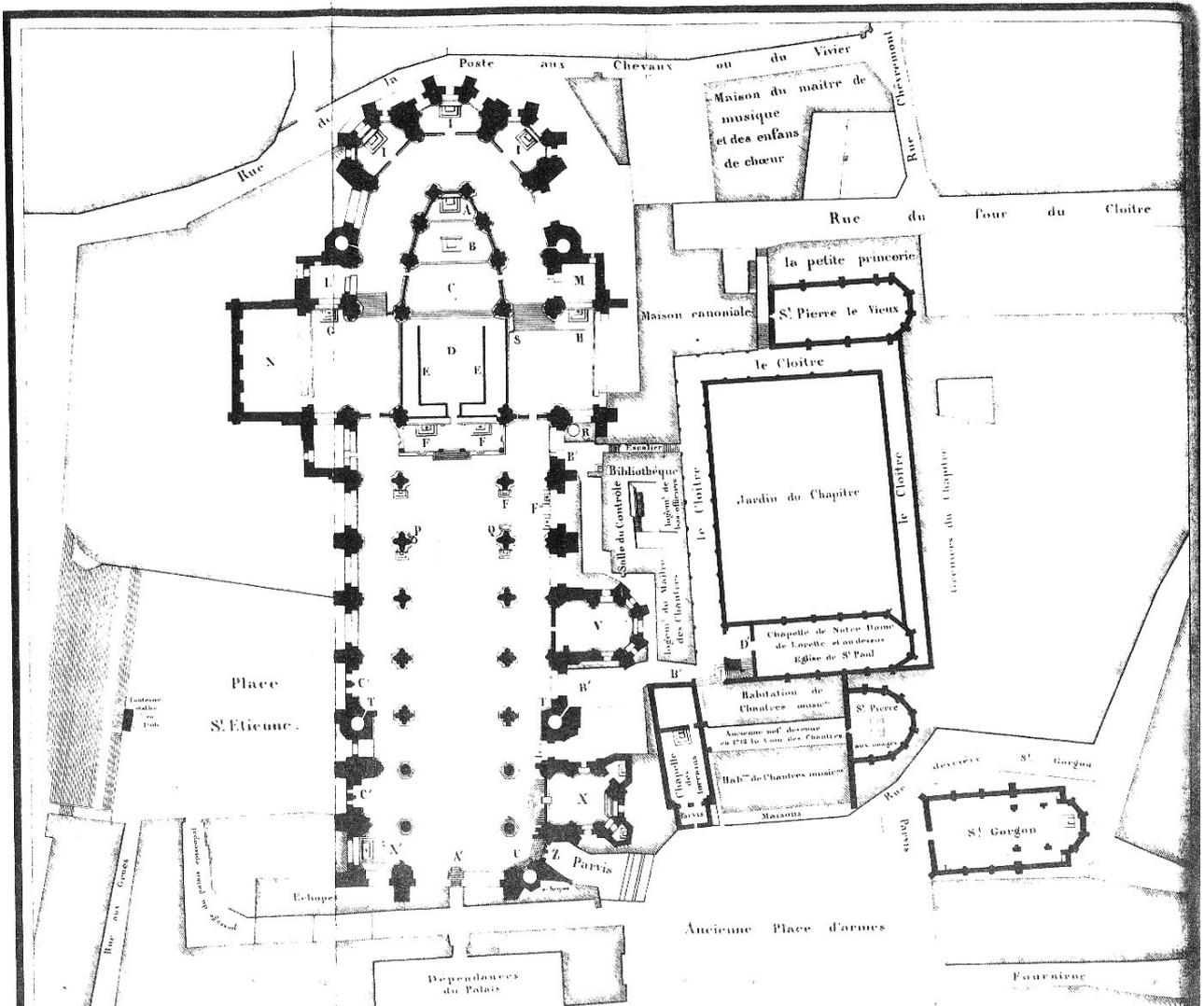
La tradition rapporte que tout édifice religieux est orienté vers l'Est, et occupe un site privilégié : lieu de communion entre l'Homme, la Terre et le Ciel.

Le document ci-dessous met en place l'angle formé par l'axe de la cathédrale avec la direction du Nord géographique (46°). Cette mesure d'angle est également celle de l'angle formé par la faille de Metz avec le Nord géographique, ainsi que celle de l'angle formé par l'ancienne voie romaine (actuelle rue Taison) avec le Nord géographique.

En conséquence, cette modification de l'orientation habituelle peut-elle être considérée comme un simple effet du hasard ?



CATHÉDRALE ET SES DÉPENDANCES au commencement du 18^e Siècle.



Tiré de : *Histoire de la Cathédrale de Metz*, Bégule, 1843

3. Les vitraux de la cathédrale de Metz

Texte original de Claire Bouster, élève de 1^{ère} D

Comme dans toutes les cathédrales gothiques, les verrières occupent la majeure partie de la surface latérale. La lumière vibre et fait chanter l'harmonie du volume intérieur de l'édifice. On estime qu'il y a entre 4 500 et 6 500 m² de vitraux, selon les auteurs.

On y trouve des vitraux :

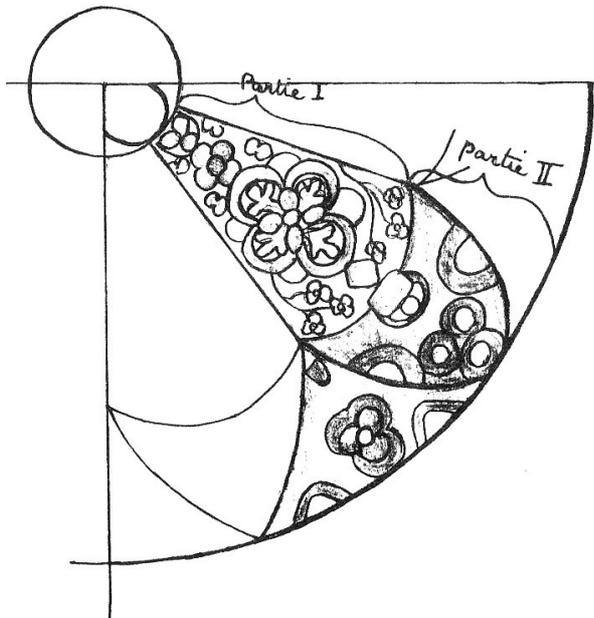
- des XIII^e et XIV^e siècles, que l'on doit à Hermann de Munster.
- du XVI^e siècle de Thiébault de Lixheim, et Valentin Bousch.
- du XX^e siècle : J. Villon, R. Bissière et M. Chagall.

1 - L'art du vitrail

Les vitraux sont des mosaïques de morceaux de verre de teintes différentes. Chaque morceau a sa teinte propre qui s'obtient par cuisson "dans la masse", d'un mélange de pâte de verre en fusion avec des oxydes métalliques : oxyde de cuivre pour le rouge, bioxyde de manganèse pour le vert, etc. Ces verres sont présentés dans une monture de plomb qui contribue à cerner vigoureusement les différentes parties. Les tons gardent ainsi leur pureté et les vitraux brillent comme une pierre précieuse.

Le choix des verres et la découpe des pièces sont essentiels pour la composition du vitrail. Pour rendre les détails des formes, on modifie la transparence des pièces mais non leur couleur, en les peignant, principalement sur leur face interne, avec de la grisaille (mélange noir ou brun de limaille de cuivre avec un produit collant), qu'une cuisson vitrifie à la surface du verre.

Depuis le début du XIV^e siècle on fabrique, à partir du chlorure d'argent, le jaune d'argent : teinture posée à l'extérieur du verre qui permet d'en modifier localement la couleur. Par exemple : un visage peint sur un verre blanc peut être encadré, sans plomb supplémentaire, de cheveux blonds. Les sujets sont peints sur le verre, comme des tableaux, avant le passage au four.



Au XV^e siècle, la sanguine, pure ou mélangée à la grisaille, donne le ton chair au verre blanc. La gamme complète des couleurs est fournie par les émaux, peintures vitrifiables qui permettent de supprimer les plombs : ils ne furent employés qu'à partir du milieu du XVI^e siècle et fort peu en France.

Aux XIX^e et XX^e siècles, l'intérêt renaît pour le vitrail sous l'influence du romantisme. De nombreux peintres modernes ont transposé leur art dans les verrières. En 1939, le peintre français Jean Crotti (1878-1959) inventa un procédé d'assemblage sans plomb, en juxtaposant et superposant les morceaux de verre colorés.

Fin du texte de Claire Bouster.

Ci-dessus, schéma A : la petite rosace, détail (*schéma de Claire Bouster*).

« Tous les pétales sont les mêmes »

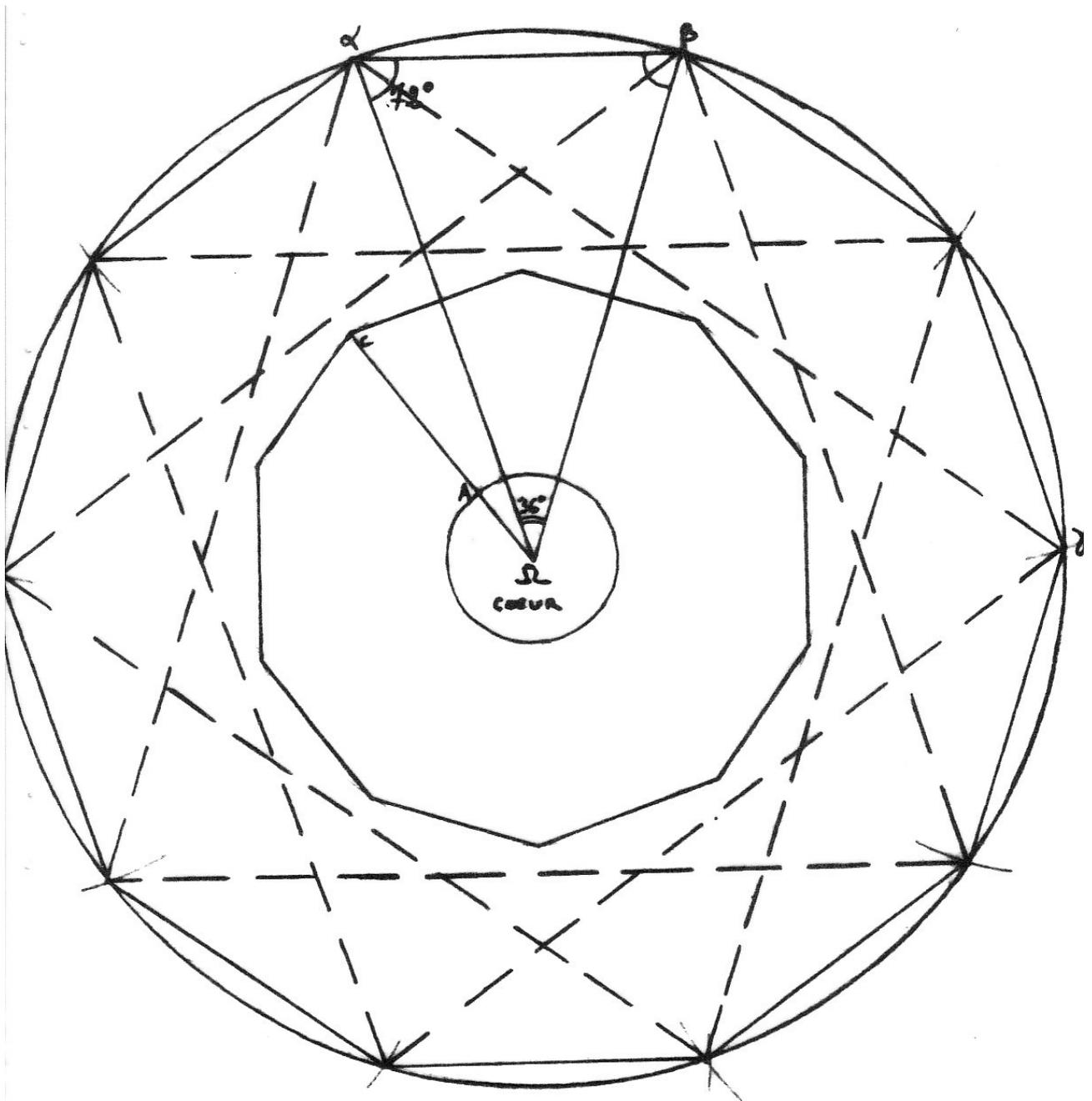


Schéma A'₁

La petite rosace (*schéma de Claire Bouster*). À superposer au schéma suivant.

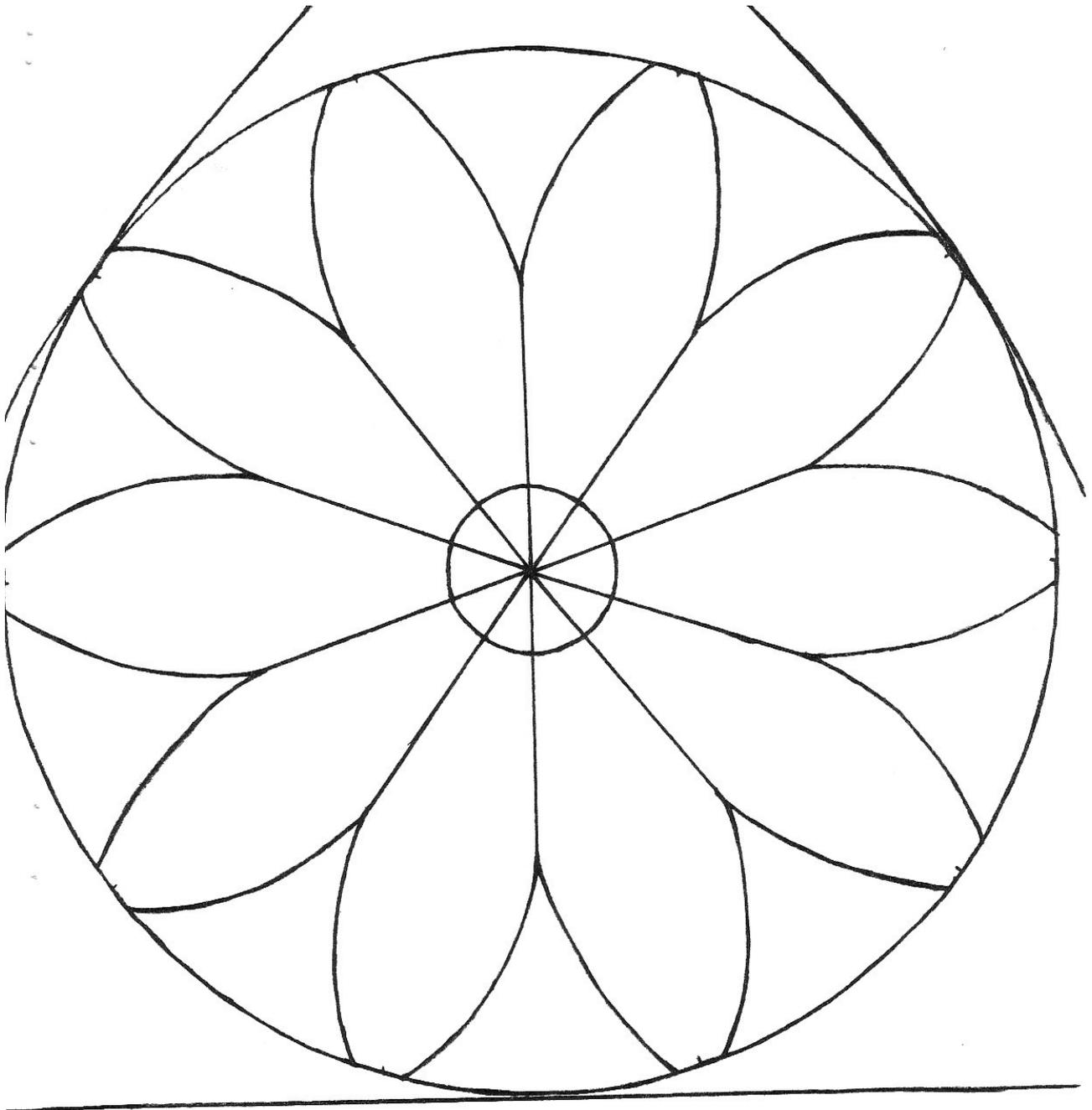


Schéma A'₂

La petite rosace (*schéma de Claire Bouster*). À superposer au schéma précédent.

2 - Description détaillée de quelques vitraux de la cathédrale

Texte original de Joëlle Burbassi et Anne Siener, élèves de 1^{ère} D2.

Dans la cathédrale de Metz on retrouve tous les types de vitraux du XIII^e siècle à nos jours. On peut donc comparer les différentes méthodes.

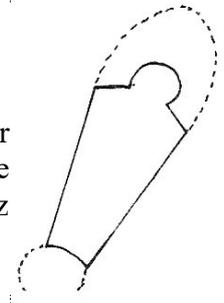
A - Rosace Saint-Étienne (façade ouest)

La grande rosace Saint-Étienne est placée au sud-ouest, au-dessus du portail principal. Ce vitrail de HERMANN de Munster (XIV^e siècle) mesure 11,50 m de diamètre. Il comprend huit pétales pointus qui se divisent chacun en deux parties. Le vitrail est clair ; au centre et à l'extérieur de la rosace, on trouve des couleurs plus soutenues. Dans chaque pétale s'inscrit un personnage différent.

B - Rosace au-dessus de l'ancien portail de Notre-Dame-la-Ronde.

1) Schéma A

Elle est constituée de dix pétales dont l'extrémité est arrondie, et frappe surtout par l'intensité de ses bleus et de ses rouges. Chaque pétale reprend le même thème floral (voir schéma A). La partie I du pétale évoque en moi une image assez farfelue : on a l'impression d'avoir un tombeau, un sarcophage, une momie.



2) Schémas A' (voir pages précédentes)

Les extrémités des pétales déterminent les sommets d'un décagone régulier convexe et d'un décagone régulier étoilé.

$$R = d(\Omega, \alpha) \approx 10,2 \text{ cm}$$

$$d(\alpha, B) = R \times (\sqrt{5} - 1)/2 = R/\Phi \approx 6,2 \text{ cm}$$

$$d(a, \gamma) = R \times (\sqrt{5} + 1)/2 = R \times \Phi \approx 16,5 \text{ cm}$$

$$d(A, C) = R/\Phi^2 \approx 3,8 \text{ cm.}$$

C - Vitrail du transept sud de Valentin Bousch

Nous avons étudié un vitrail de Valentin Bousch, qui date de la Renaissance. Ce vitrail a été commencé en 1520 et terminé en 1527. Dans la cathédrale, il se situe dans le transept droit.

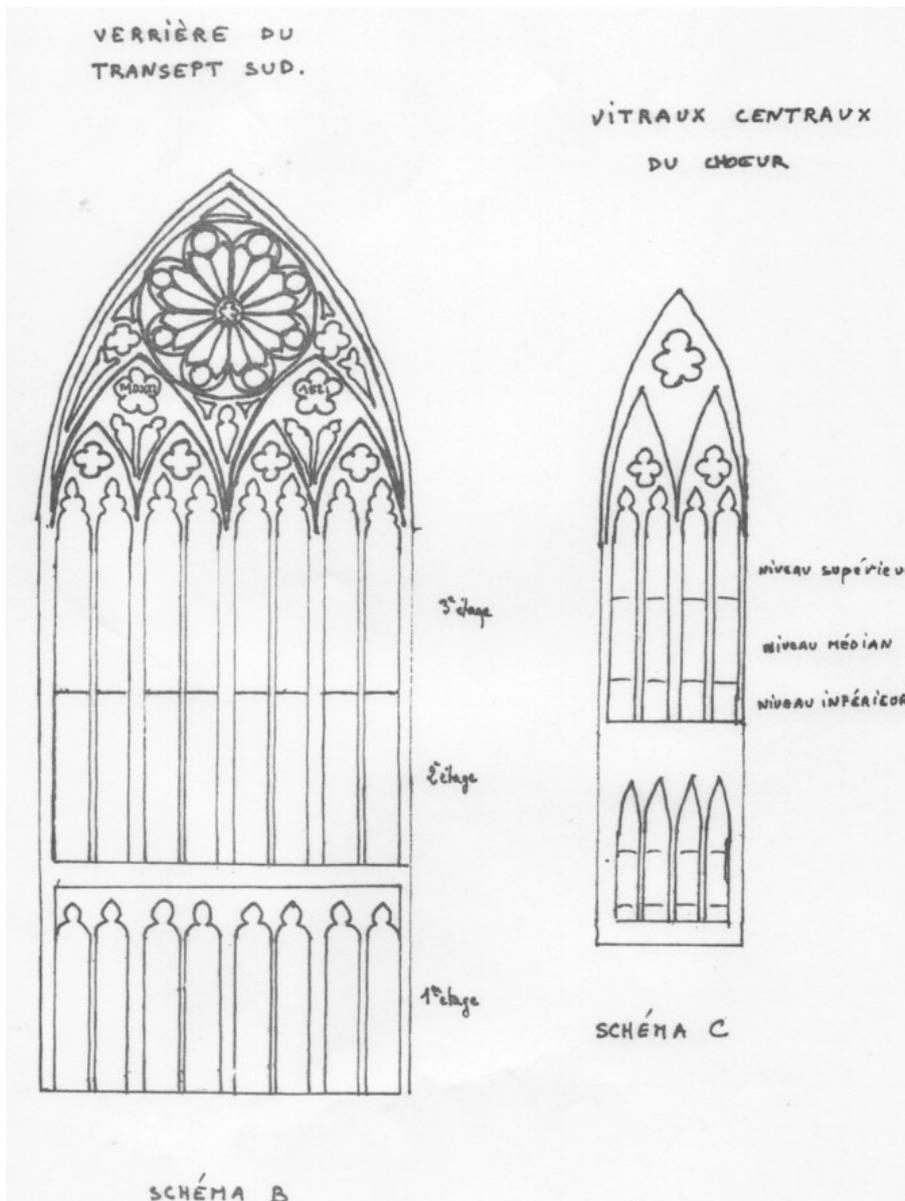
La première chose qui frappe lorsqu'on regarde ce vitrail, ce sont ses couleurs très vives : jaune, rouge, bleu et vert. Ensuite, on remarque qu'il comporte trois étages (voir schéma B, pages suivantes), et qu'à chaque étage sont représentés huit saints, saintes et évêques. Au premier étage, les évêques sont revêtus de chapes ; ils portent la chasuble et la mitre et tiennent la crosse avec un petit linge : le *sudarium*...

À l'extrémité de cet étage, on voit un homme agenouillé et l'inscription suivante :

Evardus MARLIER
Ejus DEM
Ottonis NEPOS

Evrard Marlier est le neveu d'Otton Savini, ou Sauvin, doyen du Chapitre, mort en 1470 en léguant toute sa fortune. Il est le donateur du vitrail. Le monogramme O.S. (Otto Savini) apparaît aux pieds des saintes du deuxième étage et Otto Savini lui-même apparaît au troisième étage, celui des saints... Au-dessus se trouve une fresque d'anges aux prises avec des serpents ; puis quatre quadrilobes représentant quatre docteurs de l'église latine. Au sommet flamboie une rosace rouge et jaune à seize branches, et de chaque côté apparaissent les armes du chapitre et la date de construction du vitrail, 1521, en chiffres arabes et romains, ainsi que les initiales de l'auteur Valentin Bousch (V.B.),

D - Vitraux du chœur (schéma C)



On peut voir un autre vitrail de Valentin Bousch dans le chœur. Ces vitraux centraux sont dus à la famille des Ducs de Lorraine et datent de 1520-1523. C'est le chanoine Martin Pinguet qui les a fait exécuter.

Les couleurs dominantes sont, comme pour le vitrail du transept droit : le bleu, le jaune, le rouge et le vert.

Dans le grand vitrail, en haut, dans une rosace verte, on peut voir les armoiries rayées verticalement de bleu et de blanc : ce sont celles de l'évêque Jean de Lorraine.

En dessous, l'arcade se divise en deux arcades plus petites contenant un quadrilobe avec une autre armoirie, celle de droite est rayée verticalement de jaune et de rouge, celle de gauche contient une croix potencée jaune sur fond bleu.

Ces deux arcades se subdivisent à leur tour et présentent trois niveaux. En haut, des feuillages

harmonieux, blancs sur fond bleu. Au milieu des personnages : un paysan tenant un globe dans ses mains levées. Ses vêtements sont rouges et blancs. À côté, un homme agenouillé : il a le visage très pâle ; au-dessus de sa tête, une main dans une auréole verte. À côté encore, un autre homme debout, tenant lui aussi un globe. Dans le quatrième vitrail, un moine qui prie. En bas, on peut lire :

IMMANIBUS TUIS SORTES MEE (ma destinée est entre vos mains)

Les caractères sont jaunes sur fond rouge.

Ces vitraux forment la verrière centrale du chœur

Schéma B, à gauche ci-dessus : verrière du transept sud

Schéma C, à droite ci-dessus : vitraux centraux du chœur

Fin du texte de Joëlle Burbassi et Anne Siener

Les dessins sont de Joëlle Burbassi et Anne Siener

E - Étude des vitraux modernes de Chagall, Villon et Bissière

E - 1 : vitraux de Chagall (1962)

Situés dans le déambulatoire, au-dessus de l'ancienne sacristie, ces vitraux ont pour couleurs dominantes le rouge et le bleu.



La première fenêtre relate l'histoire de l'Ancien Testament dans l'art moderne. D'après nous, il s'agit de l'histoire de Jacob ; cette fenêtre est divisée en quatre vitraux : les deux vitraux extérieurs sont bleus et les deux intérieurs sont rouges. Cette répartition des couleurs s'explique par la suite.

Le premier vitrail à droite représente Jacob priant Dieu de lui donner une grande descendance (position de Jacob, agenouillé, yeux levés vers le ciel, couleur bleue : représente un fait réel).

Les deuxième vitrail est rouge : on voit Jacob étendu sur son lit, les yeux fermés (il fait donc un songe dans lequel un ange lui annonce une nombreuse progéniture). Tout à gauche du vitrail, on aperçoit sa femme étendue, nue, dans une position renversée.

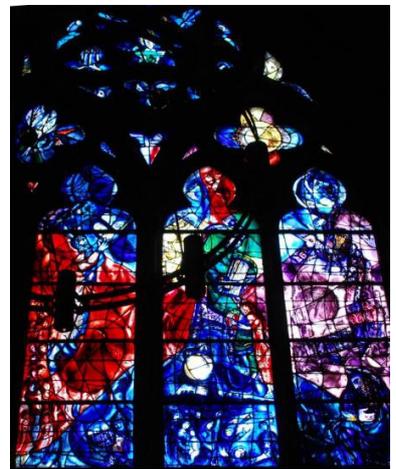
Le troisième vitrail, toujours à partir de la droite, est la suite du rêve (couleur rouge) : Nous n'avons pas très bien saisi le sens de ce vitrail : est-ce Jacob remerciant l'ange, ou l'ange emmenant Jacob au-dessus d'une ville ?

Le dernier vitrail représente Jacob près de sa femme qui enfante (couleur bleue : retour à la réalité). L'œil est frappé par la rondeur du ventre dénudé de la femme ainsi que par sa couleur verte.

La seconde fenêtre du déambulatoire a trois couleurs principales : bleu, rouge et violet. Ses formes sont bizarres et confuses. La fenêtre est formée de trois vitraux.

Dans le premier vitrail (celui de gauche), on peut reconnaître Moïse recevant les tables de la loi sur les montagnes du Sinaï ; le peuple l'attend au pied de la montagne (Moïse est en bleu, le peuple en rouge).

Dans le vitrail du centre, le peuple a abandonné Dieu pour les idoles (sphère jaune avec un animal) et Moïse descend de la montagne. Plusieurs couleurs : jaune, rouge, bleu, vert.



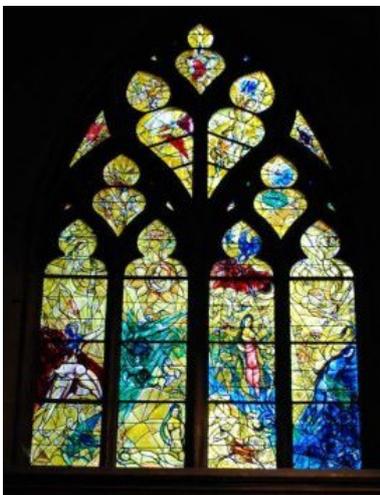
Dernier vitrail : Moïse erre avec son peuple dans le désert : c'est la punition de Dieu. Couleurs : violet et bleu, sombres et macabres.

Vitraux dans le transept nord. La fenêtre est formée de quatre vitraux, à prédominante jaune.

Premier vitrail à gauche : création du monde avec une parie de l'avenir (Jésus sur la croix entouré de personnes ; Marie tenant Jésus dans ses bras lorsqu'il était bébé). Dieu donna la femme à l'homme, et créa les animaux.

Deuxième vitrail : Adam et Ève au paradis terrestre.

Troisième vitrail : Ève tentée par le serpent ; la pomme.



Quatrième vitrail : Adam et Ève chassés du paradis (Adam et Ève sont en bleu = mal ; le reste est jaune = paradis).

2 - Vitraux de Jacques Villon (1957)

Ils sont situés dans la chapelle du Sacré-cœur Les couleurs sont très vives et opposées : elles déterminent les formes.

À gauche : la Pâque juive (les formes sont très confuses, on a pu distinguer un berger).

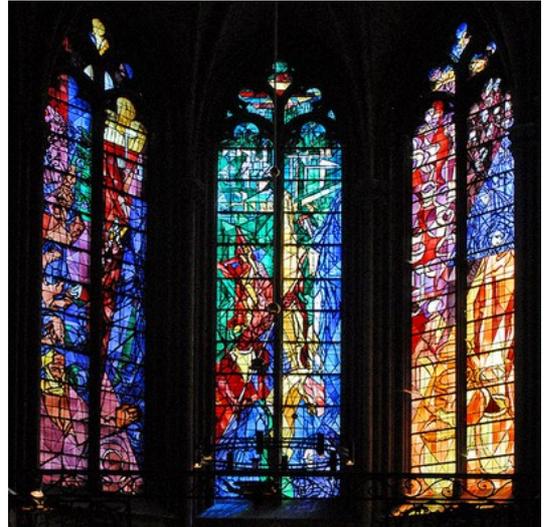
À côté : la Cène (on distingue clairement les apôtres autour de la table).

En face du Sacré-Cœur : crucifixion du Christ. On distingue un chevalier romain tenant un drapeau bleu dans ses mains. Nous n'avons pu faire aucun rapprochement entre le dessin et le titre du vitrail. On voit pourtant une croix verte en haut dans le vitrail de droite.

Quatrième vitrail : noces de Cana (l'eau changée en vin). Couleurs prédominantes : jaune et orange, bleu, rouge et violet. Présence de nombreuses amphores.

Cinquième vitrail : Moïse frappe le rocher et l'eau jaillit. Formes confuses et couleurs partagées en quatre parties dissymétriques : rouge, vert, bleu, jaune. On distingue un poing, quelques animaux et une femme avec son bébé.

Villon a dessiné sur ses vitraux en faisant des traits grossiers et noirs contrastant avec les couleurs vives de la mosaïque.



3 - Vitrail de Bissière (1960)



L'unique vitrail de Bissière est situé dans la tour du chapitre. C'est un vitrail aux couleurs bleue, jaune, rouge et vert. Le style en est très différent de celui de Chagall ou de Villon. En effet, Bissière fait abstraction des formes et des figures, son œuvre est tout simplement un rassemblement harmonieux de taches de couleurs.

Fin du texte de Francine Weiter et Geneviève Gilles.

4. L'évolution du style gothique à travers le remplage des fenêtres

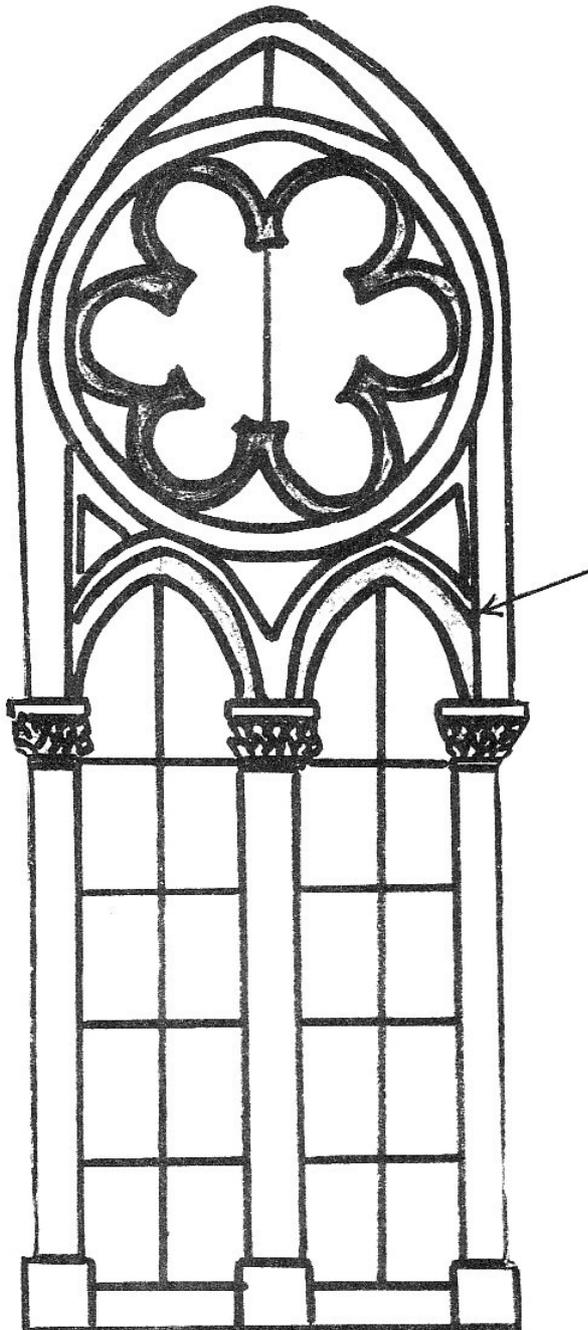
Les roses sculptées dans la partie haute des fenêtres (remplage), permettent de déterminer la période de construction de l'église gothique, ou de suivre l'évolution du style gothique lorsque la construction est étalée dans le temps.

Au début de l'âge gothique, les roses sont de simples dalles entamées de demi-cercles et juxtaposées à l'intérieur de modestes ouvertures circulaires.

A l'âge classique (XII^e siècle) apparaissent des formes plus compliquées : les redents se multiplient, l'évidement débordé la rose, l'arc brisé simple fait place à l'arc trilobé. Ces nouvelles formes caractérisent le style gothique rayonnant (voir documents 1 et 2).

Au XV^e siècle, l'utilisation de la courbe donne naissance à de nouvelles figures géométriques (soufflets et mouchettes) à l'intérieur du remplage des fenêtres.

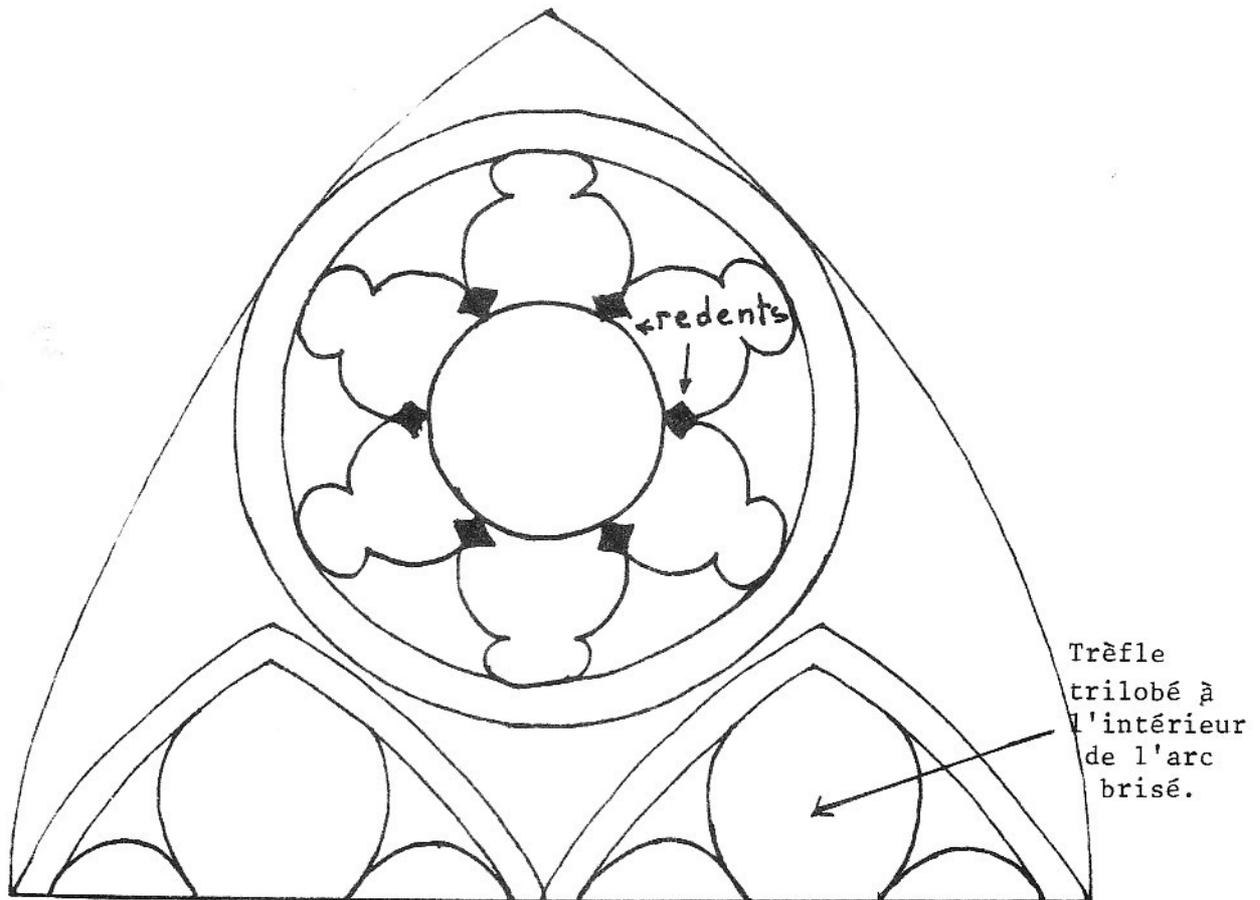
L'impression de distinguer des flammes a fait donner aux historiens de l'art le nom de flamboyant, au style qui utilise ces formes (voir document 3).



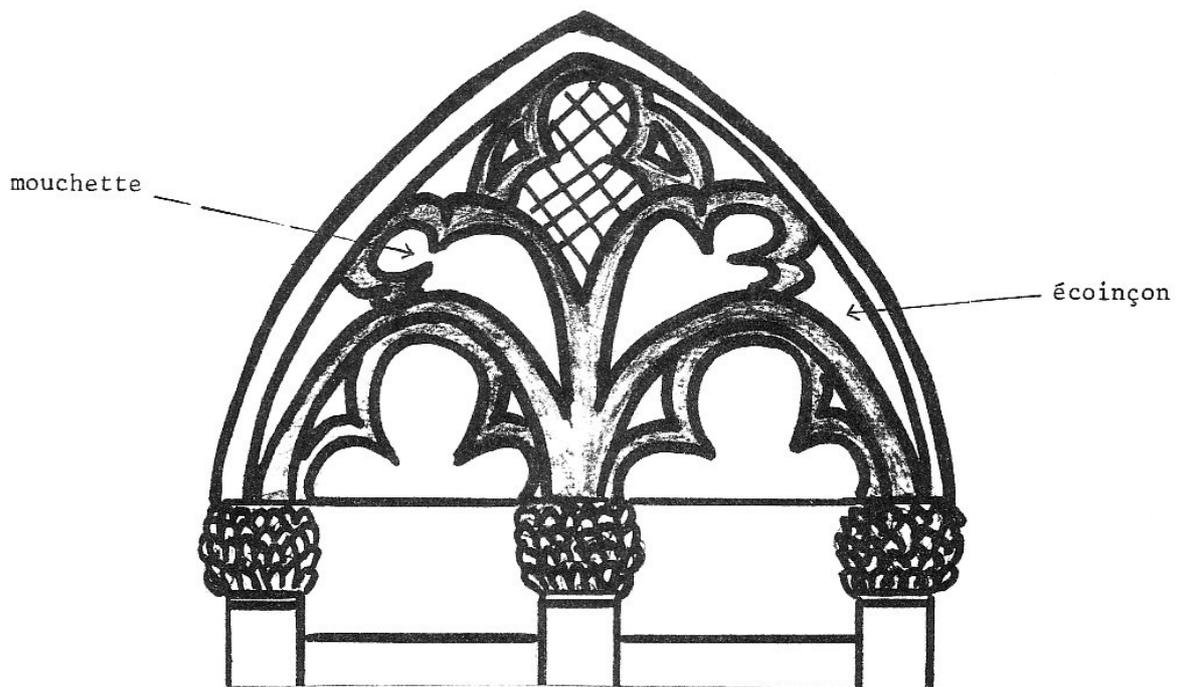
arc brisé simple

Document 1 :

Fenêtre haute de la cathédrale de Metz, gothique classique début du XIII^e siècle (dessin d'élève).



Document 2 : remplage d'une fenêtre haute (côté nord de Notre-Dame la Ronde), gothique classique rayonnant (du second tiers du XIII^e siècle à la fin du XIV^e siècle).



Document 3 : remplage d'une fenêtre de la chapelle du Sacré-Cœur, gothique flamboyant (XV^e siècle).

5. Φ et les remplages

Ce chapitre n'a pas pour objet des considérations ésotériques sur l'emploi de Φ en architecture gothique, mais quelques recherches voulant vérifier l'hypothèse d'une organisation des remplages en relation plus ou moins directe avec Φ .

1) La méthode

A - Principe

Soit le plan P d'un remplage. Est-il possible que les intersections des frontières entre la pierre et le vitrail correspondent à des points d'intersection de diagonales de rectangles de pentagones, de cercles, de carrés, ... ?

Pour vérifier cette hypothèse, on construit sur un calque un ensemble de figures géométriques toutes en relation avec Φ . L'hypothèse est dite confirmée si les points-clefs du plan P coïncident avec certains points d'intersection figurés sur le calque. Par la suite, les tracés sur papier calque ayant permis de confirmer l'hypothèse d'une ordonnance selon Φ seront désignés par l'expression "tracés régulateurs".

B - Validité de la méthode

On peut objecter que les coïncidences entre points forts du plan et points forts du tracé régulateur sont dues aux incertitudes du dessin géométrique, ou à des distorsions provoquées par les photocopies des plans. Certes, ce genre d'incertitude a pu se produire mais la fréquence élevée des coïncidences est troublante ; ces coïncidences ne sont pas le résultat de coups de crayons maladroits ou tendancieux.

2) Deux propositions de tracé régulateur d'une fenêtre haute de la nef.

La structure étudiée est composée de trois roses, de trois catégories d'ogives et d'une série de triangles mixtilignes, résultant de la rencontre des cercles et des ogives.

A - Une proposition selon un réseau pentagonal (voir planches A et A' ci-après)

- Soit le cercle de diamètre aA (a coïncide avec le sommet de l'ogive, A coïncide avec la base du chapiteau central).
- Soit le pentagramme abcde inscrit dans ce cercle ; son sommet a coïncide avec le sommet de l'ogive, ses sommets b et e avec les extrémités des redents des ogives trilobées ; les côtés ba et dc, ea et dc, se coupent respectivement en β et ε , points coïncidant avec les extrémités des redents horizontaux de la grande rosace ; l'intersection du diamètre aA avec le côté dc coïncide avec le centre de cette rose.
- Soit le pentagramme ABCDE inscrit dans le cercle de diamètre aA, mais pointé en A ; son côté DC est en contact avec l'extrémité du trèfle central inscrit dans l'espace limité par les ogives secondaires ; son côté BE est tangent au bord externe de l'anneau de pierre encadrant la grande rose.
- Soit le rectangle dcCD ; l'intersection de ses diagonales détermine les redents internes d'une des 6 feuilles trilobées de la grande rosace ; certains sommets des vitraux triangulaires mixtilignes sont situés sur les diagonales DC et dc.
- D'autres constructions permettent de mieux cerner ces espaces triangulaires : ainsi, d'autres sommets sont donnés par les intersections des côtés ab avec de, bc avec ae ou encore, l'intersection de BE avec les côtés ab et ae détermine le segment $\gamma\delta$, base du triangle mixtiligne de la grande ogive, ce qui permet d'obtenir l'épaisseur du bandeau de pierre de cette ogive.

- Soit le pentagone convexe becad dont le base be coïncide avec la ligne de redents des lancettes ; les côtés ad et ac semblent tangents au bord externe de l'ogive.

B - Une proposition selon un réseau rectangulaire (voir planche B ci-après)

Soit le rectangle d'or ABCD, dont la base AB est la largeur de la fenêtre. On découpe, dans ce rectangle, un carré par rabattement du petit côté DC, on obtient un rectangle ABEFF, semblable au rectangle initial, donc également rectangle d'or. De même, HGCD est un rectangle d'or.

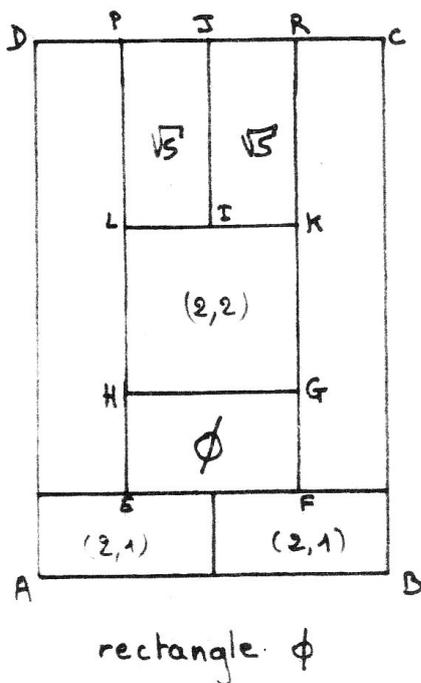
L'intersection a des diagonales AG et BH détermine la base inférieure des lobes de la grande rose. Les points β et γ , intersections respectives des diagonales AG avec BF et BH avec AE, déterminent les extrémités des lobes des deux petites roses. Le segment $\beta\gamma$ passe par les extrémités r et s des redents du trèfle central. Le point δ , sommet du triangle mixtiligne circonscrit à ce trèfle, appartient au côté du rectangle $\beta\gamma\epsilon\eta$.

Les diagonales AE et AG déterminent, avec la base be du pentagone convexe de la planche A, les points λ et μ . Or, $\lambda\mu$ est la base du lobe terminant l'une des lancettes de la fenêtre haute.

3) Proposition de tracé régulateur d'une fenêtre haute de la tour du chapitre (voir planche C ci-après)

Soit ABCD un rectangle Φ . La décomposition harmonique de ce rectangle peut se faire de la façon suivante :

- Sur AB, on construit deux rectangles (2x1). On détermine ainsi la droite (EF).
- Sur EF, on construit le rectangle d'or EFGH.
- Sur HG, on construit le carré de côté HG, soit HGKL.
- En prolongeant HL et KG, on obtient deux rectangles $\sqrt{5}$, soient LIJP et KIJR,
- Le cercle circonscrit au carré HGKL, de centre celui de la rose, détermine l'un des côtés des différents triangles mixtilignes formés par la rosace et les ogives. Les extrémités des redents de la rose sont les intersections des diagonales du carré HGKL avec les côtés ab et ae du pentagramme et les côtés a'b' et a'e' de son symétrique par rapport au centre du cercle.



- La base $\gamma\delta$ du pentagone convexe régulier inscrit dans le cercle, lui-même inscrit dans le carré, détermine la largeur d'un lobe de la rose. Les deux pentagones convexe $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ et $\beta'\gamma'\delta'\epsilon'$ déterminent successivement les bords intérieurs et extérieurs de la maçonnerie formant les lobes de la rose et permettant ainsi d'obtenir l'épaisseur de celle-ci.
- Le rectangle d'or EFGH se décompose en un carré EE'H'H et un nouveau rectangle d'or E'FGH', ou bien, en un carré C'FG'G et un nouveau rectangle d'or EF'G'H. Les côtés G'F' et H'E' déterminent l'épaisseur de la colonne séparant les deux lancettes. La droite AB coïncide avec la base des chapiteaux. La droite joignant les intersections des diagonales des deux rectangles AA'UV et BB'UV détermine la hauteur des chapiteaux de ces colonnes. F', U et E' sont les sommets de triangles mixtilignes ; E et F sont les extrémités des redents terminant les lancettes.

- La décomposition du rectangle $\sqrt{5}$ donne deux rectangles d'or PJJ'P' et LIIL'. J' est le sommet de l'ogive envisagée. Chacun de ces deux rectangles d'or se redécompose de

manière habituelle et met en évidence des sommets particuliers ou des épaisseurs de maçonnerie.

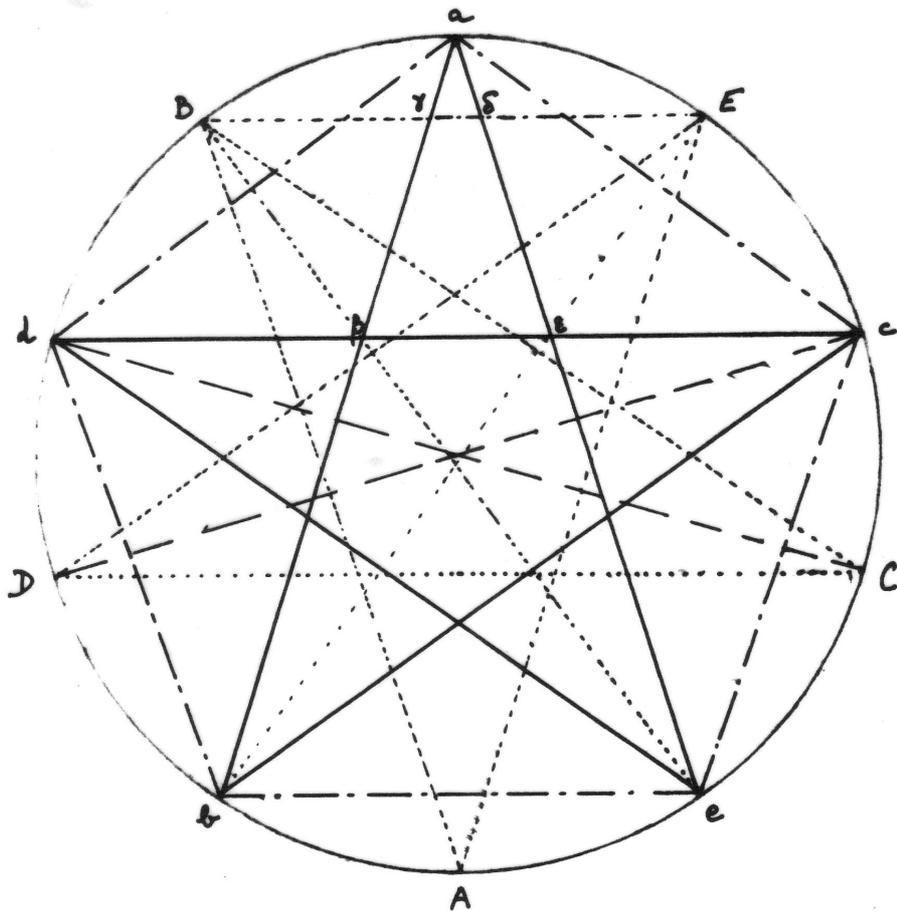


Planche A

A photocopier sur transparent et à superposer à la planche A'.

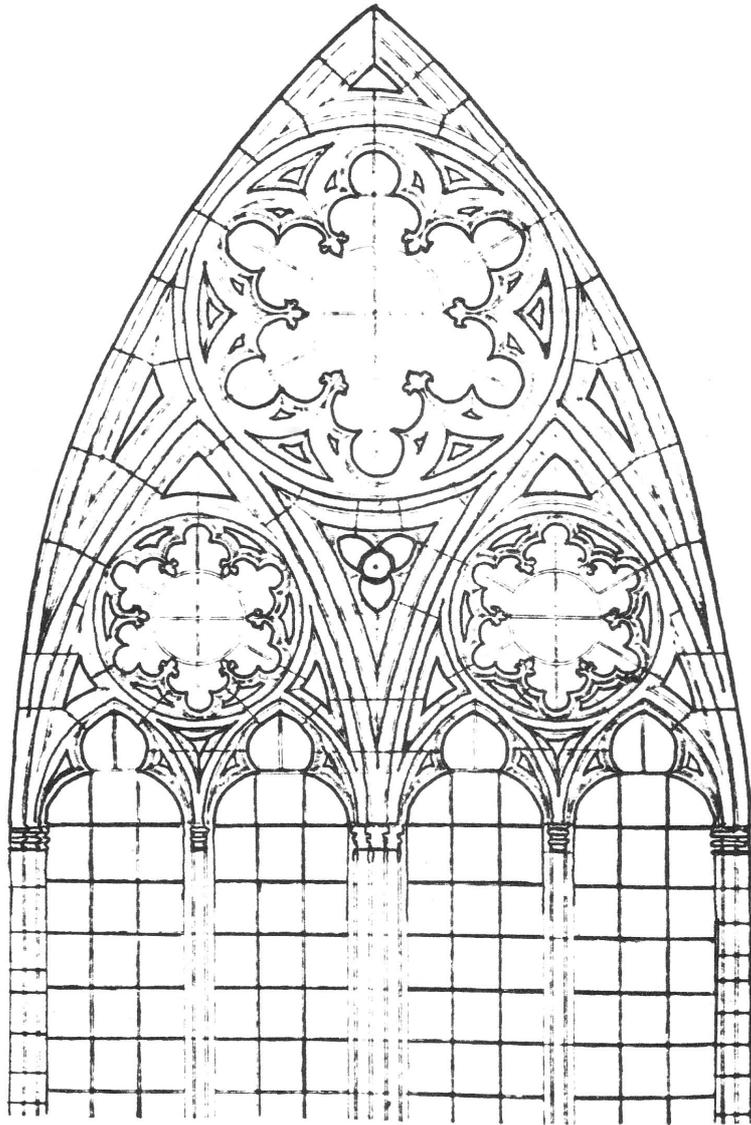


Planche A'

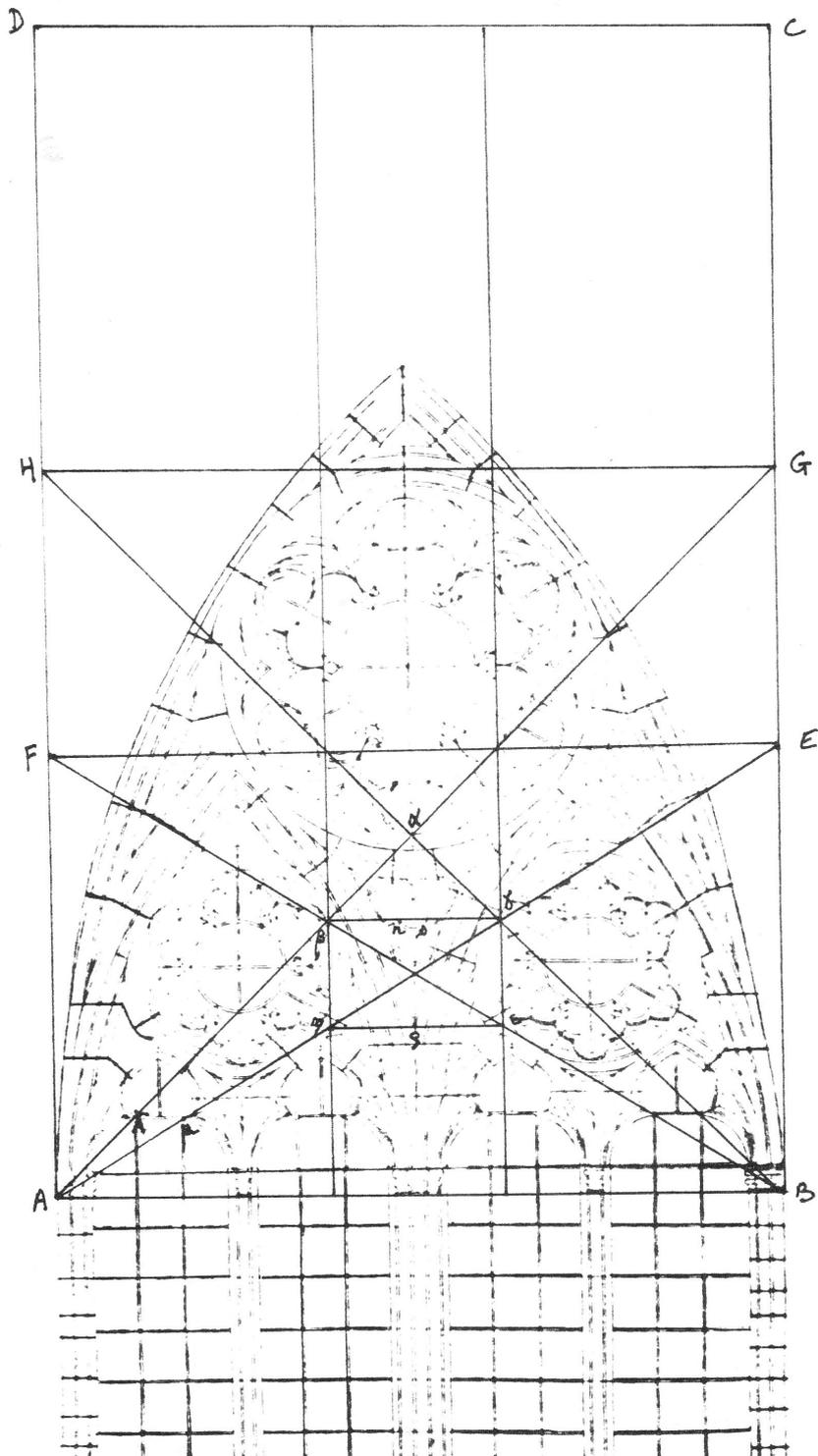
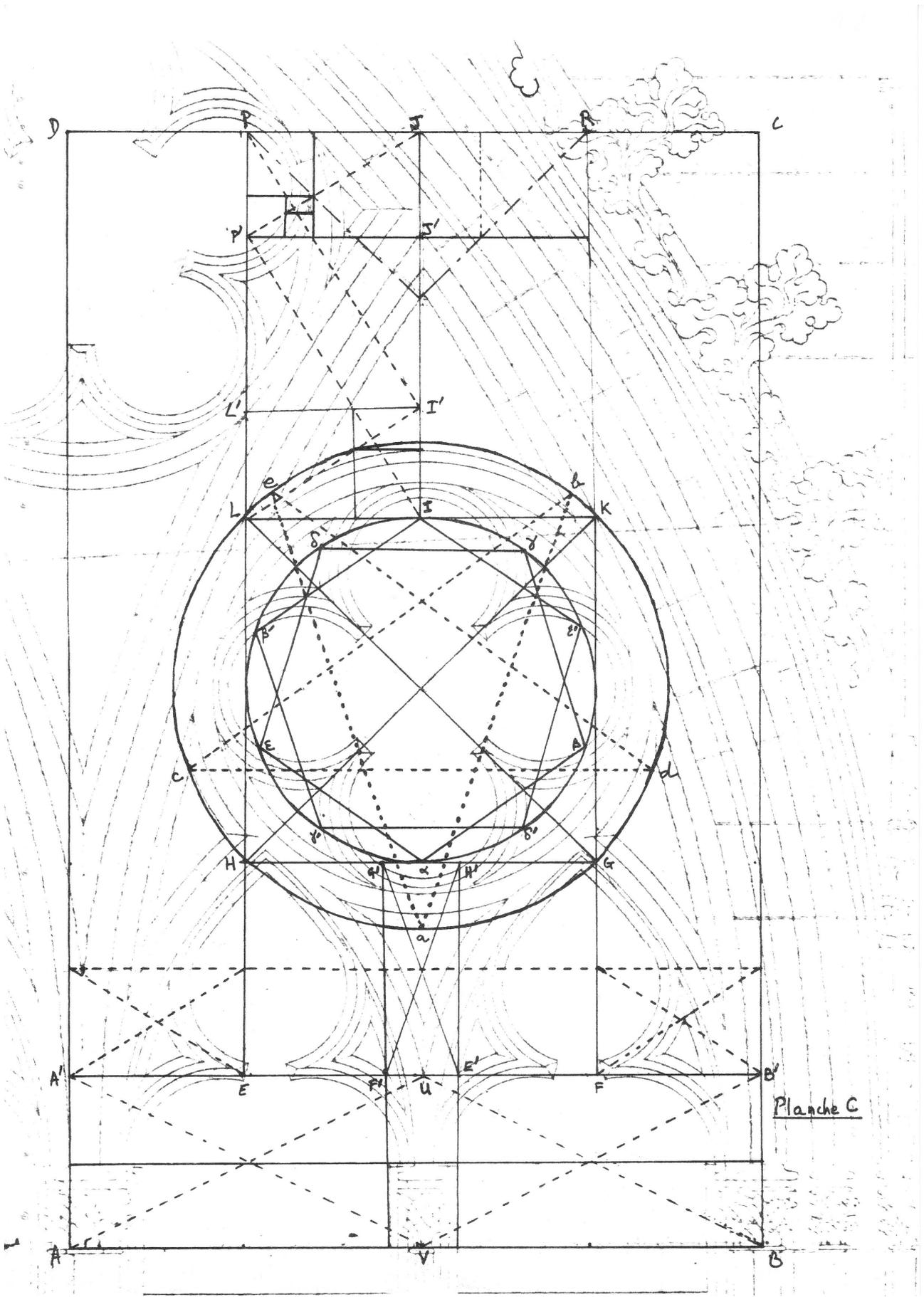


planche B



4) Conclusion

Cet échafaudage de constructions géométriques, aussi rébarbatif soit-il, ne doit pas masquer les buts poursuivis par les artisans la musique visuelle, l'harmonie, la philosophie.

L'action physique et physiologique de l'ogive sur l'homme est extraordinaire.

Que ceci soit dû au mimétisme, à l'action des lignes de forces ou à d'autres causes, l'ogive agit sur l'homme.

L'homme, sous l'ogive, se redresse : se met debout.

Historiquement, même, c'est très important. C'est de l'ogive que date la prise de conscience individuelle de l'homme... C'est religieusement plus important encore car, physiologiquement, les "courants" telluriques ou autres, ne peuvent passer dans l'homme que par une colonne vertébrale droite et verticale. On ne saurait promouvoir les hommes vers un stade supérieur qu'en les mettant debout.

Les mystères de la cathédrale de Chartres, L. Charpentier, page 49.

Le pentagramme s'inscrit dans l'ogive. Or, dans son graphisme, le pentagramme symbolise l'homme parfait, union du principe mâle et du principe femelle, l'androgynie.

Le compagnon qui a conçu ces fenêtres a dû s'identifier au démiurge (dieu créateur dans la philosophie platonicienne) puisque ces remplages, tout comme l'homme, répondent à la magie des nombres.



Exemple de baie à remplage, Cahors.

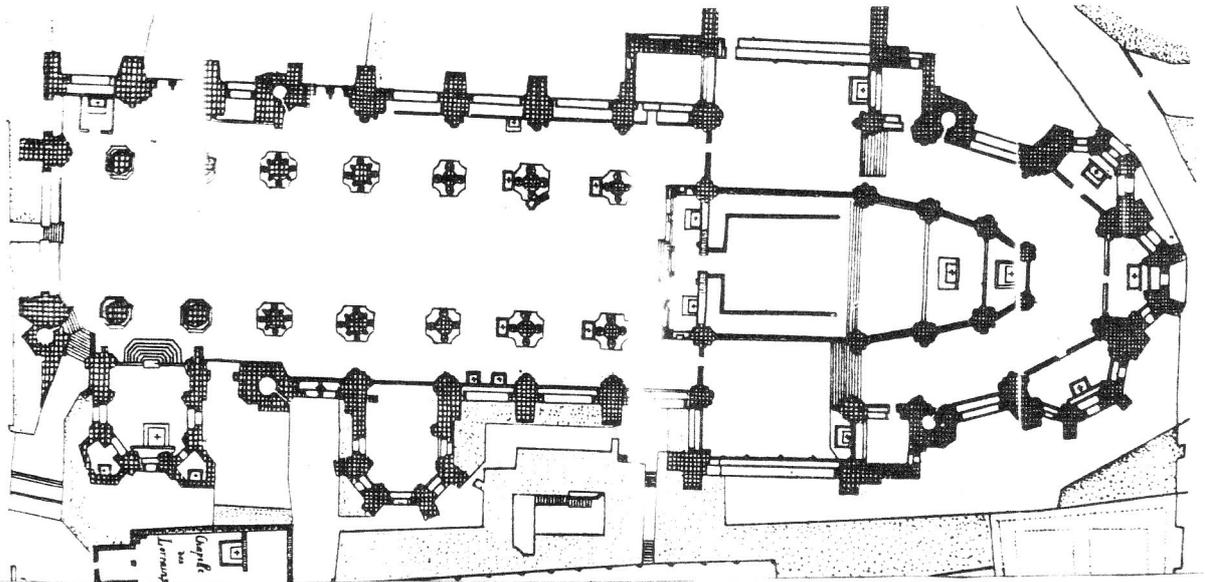
6. Φ et le plan de la cathédrale de Metz

Le propos de ce chapitre est de vérifier l'hypothèse d'un plan ordonné selon Φ . La méthode est celle des tracés régulateurs. Le tracé régulateur désigne le réseau de lignes que le maître-maçon gravait dans la pierre et sur les mailles duquel les volumes devaient s'appuyer. Il s'agit d'une spéculation graphique : préambule relevant de la règle et du compas destiné à la construction de l'œuvre qui sera contrainte de s'en accommoder. Cette géométrie fut respectée par les différents maîtres d'œuvre participant à l'élaboration de l'édifice et a permis, malgré la durée des travaux, une unité architecturale. En effet :

L'esprit des corporations imposait de conserver- secrètes les méthodes connues de fort loin par-delà les temps, qui assurent, par le seul usage de la règle et du compas, les tracés de principe qu'un simple calcul de proportions basé sur les unités de longueur de l'époque (toise, pied) reporte ensuite en vraie grandeur.

Pierre PIZON, Le rationalisme dans la peinture, page 17.

Cette façon de construire figure déjà dans le plus ancien traité d'architecture connu, celui de Vitruve (1^{er} siècle av. J.-C. Son "*De architectura libri decem*" était connu au Moyen-Age et non éclipsé comme d'autres jusqu'à la Renaissance). Cette mise en proportion de Vitruve est dérivée de la géométrie pythagoricienne valorisant Θ et le pentagramme.



1. Une proposition de conception d'ensemble

Dans l'urbanisme proposé par Vitruve, on trouve la segmentation du cercle d'orientation selon la rose des vents. Chez Moessel, on trouve la segmentation du cercle d'orientation en dix parties. Pour la cathédrale de Metz, on peut proposer deux schémas basés sur le décagone :

- Planche I : on ne tient compte que de l'église Saint-Étienne (on limite donc le plan à l'ancien jubé et aux deux tours ;
- Planche II : on inclut Saint-Étienne et Notre-Dame la Ronde dans le même schéma .

Voir planches I et II pages suivantes.

Planche I.

Les contreforts A, B et les tours G, F déterminent un cercle circonscrit à Saint-Étienne. Les diagonales AF et BH déterminent un angle de mesure 36° .

Soit (ABCDEFGHIJ) le décagone inscrit dans ce cercle. L'intersection des diagonales IB et AD détermine l'extrémité du chœur.

Le cercle déterminé par les points A, B et les piliers f, g passe par deux sommets du transept. Soit le décagone régulier convexe inscrit dans ce cercle et dont l'un des côtés est gf. Tous les piliers du chœur s'obtiennent comme intersection de deux droites données. La tour N et le premier pilier à côté de l'escalier appartiennent à la droite De. Le pilier suivant est à l'intersection de di et fb. Le suivant à l'intersection de gB et cI et le dernier à l'intersection de bg et AD ?

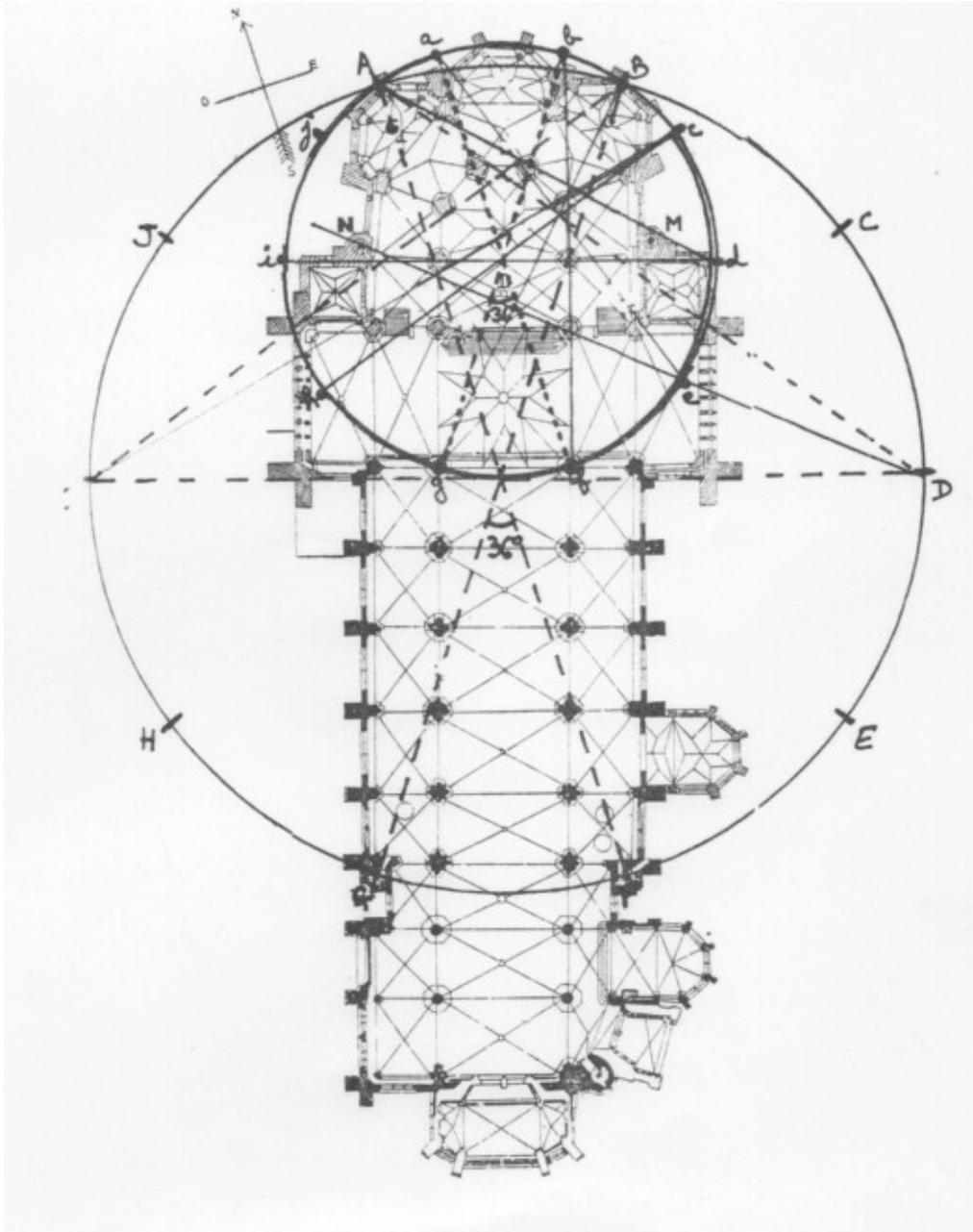


Planche II.

Le plan global s'inscrit dans un cercle directeur partagé également en dix parties. L'ensemble s'inscrit dans un pentagramme.

Le pentagone régulier convexe qui en résulte possède deux diagonales qui déterminent le centre du transept, cœur de l'édifice.

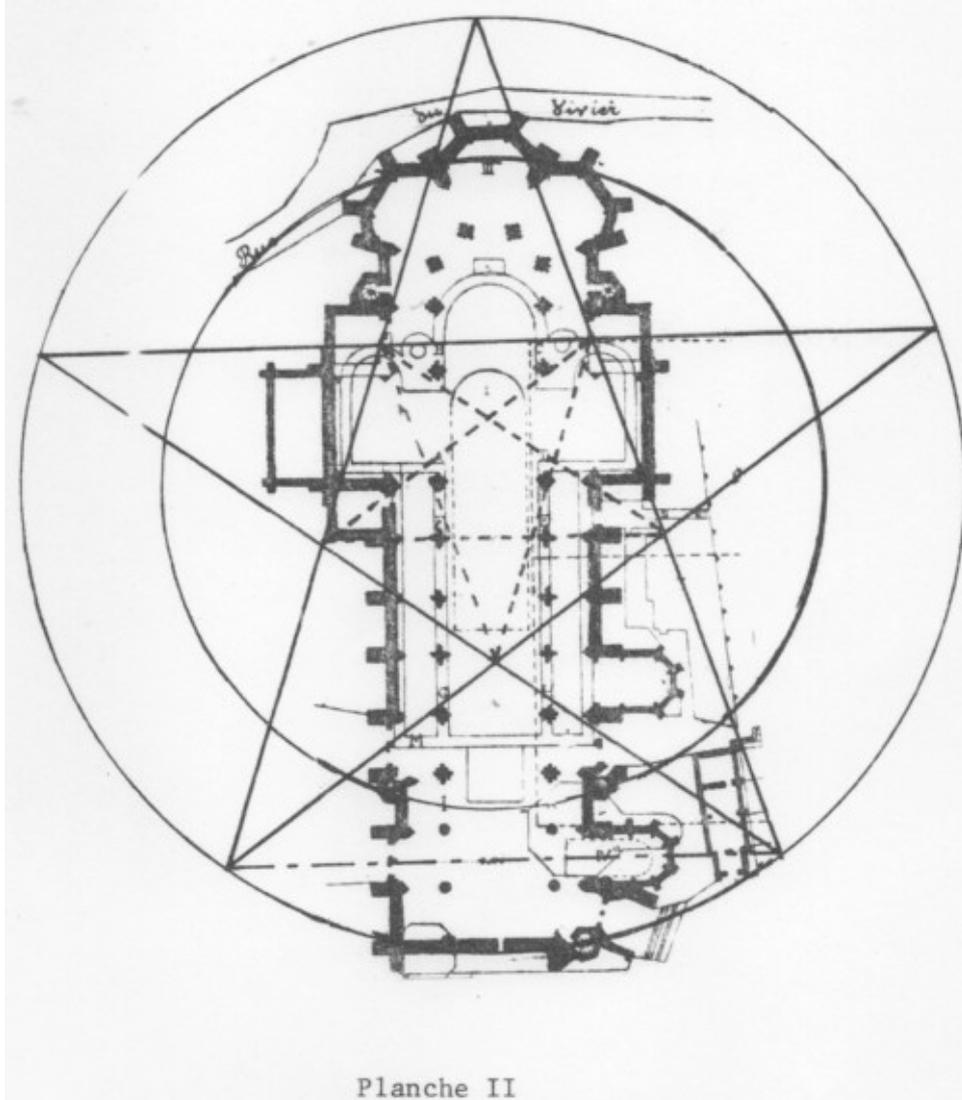


Planche II

2. Une ligne de recherche concernant le plan du sol de Saint-Étienne

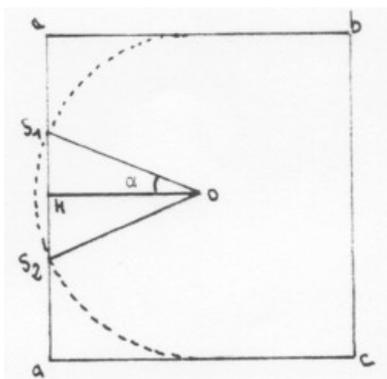
Le point de départ de cette recherche est la croisée du transept. Nous justifions ce choix par des considérations d'ordre géométrique, mais sans donner dans l'ésotérisme. Il faut savoir que cet endroit est riche en symboles : dans les temps primitifs, un autel y était dressé ; cet espace marquait la séparation entre l'abside, domaine des prélats, des choristes et des clercs, et la nef, domaine du public. C'est là aussi que la tradition pour tout édifice religieux rapporte l'existence d'un puits ou d'une source. Enfin, c'est là qu'est enseveli Thierry II, le fondateur de la cathédrale.

2 - A. Caractéristiques géométriques de la croisée du transept, ou carré du transept.

Malgré son nom, c'est un rectangle désigné par la suite par abcd. Les dimensions relevées sur le plan au 1/200 sont de 16 m pour le petit côté ab, perpendiculaire à l'axe de l'édifice, et 17 m pour le grand côté. L'utilisation du mètre pour exprimer ces mesures est un anachronisme : nous avons tenté de rechercher les unités susceptibles d'avoir été utilisées par les maitres-maçons. Mais avant d'aborder ce point, il nous semble important d'étudier de près le type de rectangle formé par le carré du transept.

1) Ce rectangle est-il "quelconque" ?

Le rapport $\frac{bc}{ab} = \frac{\text{grand côté}}{\text{petit côté}}$, soit $\frac{17}{16}$, est voisin de 1,062. Or un rectangle dont un tel rapport est égal à 1,05 est lié à Φ de la façon suivante : son petit côté correspond au côté d'un pentagone régulier étoilé inscrit dans un cercle dont le diamètre correspond au grand côté du rectangle en question. Nous pensons pouvoir assimiler le rectangle de transept à une telle figure.



Empiriquement, c'est à dire au hasard de nos tracés géométriques, un tel rectangle nous a semblé remarquable par les facilités de construction géométrique d'un décagone régulier convexe, ce qui permet ensuite des tracés aisés de pentagones réguliers, convexes ou étoilés. Le cercle évoqué plus haut coupe le grand côté du rectangle en deux points S_1 et S_2 tels que le segment S_1S_2 nous *semble*, par le biais de la construction, correspondre au côté du décagone régulier convexe inscrit dans ce cercle.

Par un calcul trigonométrique, nous voulons justifier cette façon de faire. Pour cela, nous recherchons l'angle au centre qui intercepte la corde correspondant à S_1S_2 . Soit la figure ci-contre. abcd est un rectangle tel que $\frac{bc}{ab} = 1,05$ avec $bc = 105$ et $ab = 100$; $\cos \alpha = \frac{OH}{OS_1} = \frac{50}{50,5} = 0,9523$; soit $\alpha \approx 17^\circ 43'$, d'où angle $S_1OS_2 \approx 35^\circ 26'$.

Or l'angle qui intercepte la corde correspondant au côté du décagone régulier convexe est 36° . Nous pensons que cette approximation est suffisante pour valoriser l'idée de la construction aisée d'un pentagone régulier convexe à partir d'un rectangle et d'un cercle.

Pour la suite, nous allons accorder une grande importance à ce décagone. En effet, les droites joignant certains sommets de ce décagone se sont révélées comme étant l'ossature d'une construction que nous dirons reliée à Φ , même si le lien est indirect (il faut se rappeler, par exemple, que le rapport $\frac{\text{rayon du cercle circonscrit}}{\text{côté du décagone convexe}}$ est égal à Φ).

2) Quelles ont-pu être les unités de longueur utilisées par les maitres-maçons ?

Nous pensons qu'elles devaient permettre ou une expression simple d'une direction du rectangle abcd (puisque nous accordons à ce rectangle le rôle d'un tracé premier), ou alors l'expression simple de longueurs relevant indirectement du "carré" du transept. Nous allons

passer rapidement quelques unités, soient : le pied, la coudée, la corde des druides.

a) **Le pied.** En fait, il faut parler au pluriel. Le pied lorrain valait 28,55 cm , celui de l'évêché 27,07 cm et le pied français 32,4 cm. Ce qui permet de donner les conversions suivantes :

	ab	bc
En pieds de Lorraine	56 p + 2 cm ①	59 p + 16 cm
En pieds de l'évêché	59 p + 3 cm ②	62 p + 22 cm
En pieds français	79 p + 13 cm	52 p + 16 cm

Faire intervenir des pouces (1 pied = 6 pouces) nous a paru dérisoire à cette échelle ; nous rejetons le pied comme unité de mesure employée pour le "carré" du transept, malgré les mesures ① et ② de ab.

b) **La coudée.** Elle se définit comme étant la cent-millième partie du degré de parallèle de l'endroit où l'on se trouve. Ainsi, à Reims, la latitude est de 49°14', le degré de parallèle mesure 71 km, la coudée rémoise vaut 71 cm. À Amiens, la coudée est de 70 cm, la coudée messine devrait être voisine de 71,2 cm, ce qui donne :

pour ab : 22 coudées + 34 cm (ou 22 coudées + 1 pied français ?)

pour bc : 23 coudées + 63 cm (ou 23 coudées + 2 pieds français ?)

c) **La corde des druides.** Les géomètres médiévaux utilisaient également une corde (la corde des druides) formée de 13 segments égaux (la longueur d'un segment étant arbitraire). La combinaison des segments permettait des constructions aisées : ainsi, l'utilisation de 12 segments selon un triangle de côtés 3, 4 et 5 segments donne un angle droit. La confrontation de divers modèles de construction nous a amenés à envisager, de façon bien hypothétique, l'emploi d'un module voisin de 3,80 m. On trouve cette longueur directement exprimée dans la construction (par exemple, dans le chœur, la profondeur de la chapelle médiane du centre de cette chapelle correspond à un module). Avec un tel module, le côté bc du rectangle s'exprime soit par 4,47 modules, soit 4,5 modules. Mais ce module nous a semblé plus exploitable en abandonnant le "carré" du transept au profit du cercle circonscrit à ce "carré". Voici quelques spéculations arithmétiques fondées sur ce cercle.

- Son diamètre, mesuré sur nos constructions, est de 22,3 mètres (par le calcul, nous trouvons que $\sqrt{ab^2+bc^2}=23,34$ m

- Son rayon R vaut 11,65 m ou 3,06 module (3 modules ?)

- Le produit $R\Phi$ vaut 18,84 m ou 4,96 modules (5 modules ?)

- Le produit $R\Phi^2$ vaut 30,49 m ou 8,026 modules (8 modules ?)

- Le produit $R\Phi^3$ vaut 49,34 m ou 12,98 modules (13 modules ?)

Ces considérations ne sont pas gratuites, car par la suite, dans la recherche de plans directeurs, nous avons fait amplement emploi de cercles de centres variés, mais ayant pour rayons $R\Phi$, $R\Phi^2$, $R\Phi^3$ ou $\frac{R}{\Phi}$.

2 - B. Recherche d'un plan du transept ordonné selon Φ

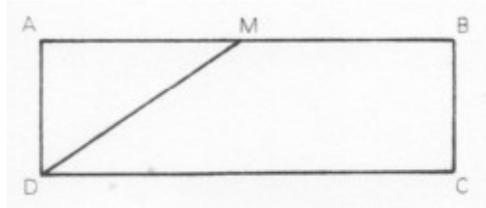
1) Le rectangle donné par le transept entier est-il "quelconque" ?

a) **Sa largeur** :Elle est donc de 17 m au niveau du carré du transept. Par contre, dans la deuxième travée, une galerie basse courant le long des trois pans de mur de cette travée fait une avancée. Mais l'observateur qui évolue sur le sol de l'édifice n'est pas sensible à ce décrochement des masses : pour lui, le mur de soutènement de la galerie et les verrières

semblent être dans un même plan vertical, alors qu'il existe un décalage de près de 160 cm entre ces deux plans. Nous négligerons donc cette galerie et nous adoptons comme largeur unique du transept la valeur de 17 mètres.

b) Sa longueur : La galerie qui court le long du fond des bras du transept porte une enfilade de sept arcades, perpendiculaires à l'axe de la galerie. Pour l'observateur au sol, le mur de soutènement de la galerie se détache bien, aussi mesurons-nous la longueur du transept, d'un mur de soutènement à l'autre, ce qui donne la valeur de 42,2 mètres.

c) Le rapport $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$: Il est égal à $\frac{47,2}{17} \approx 2,77$. Or un rectangle dont ce rapport est égal à 2,75 est un rectangle lié à Φ . Le schéma suivant permet de comprendre comment.



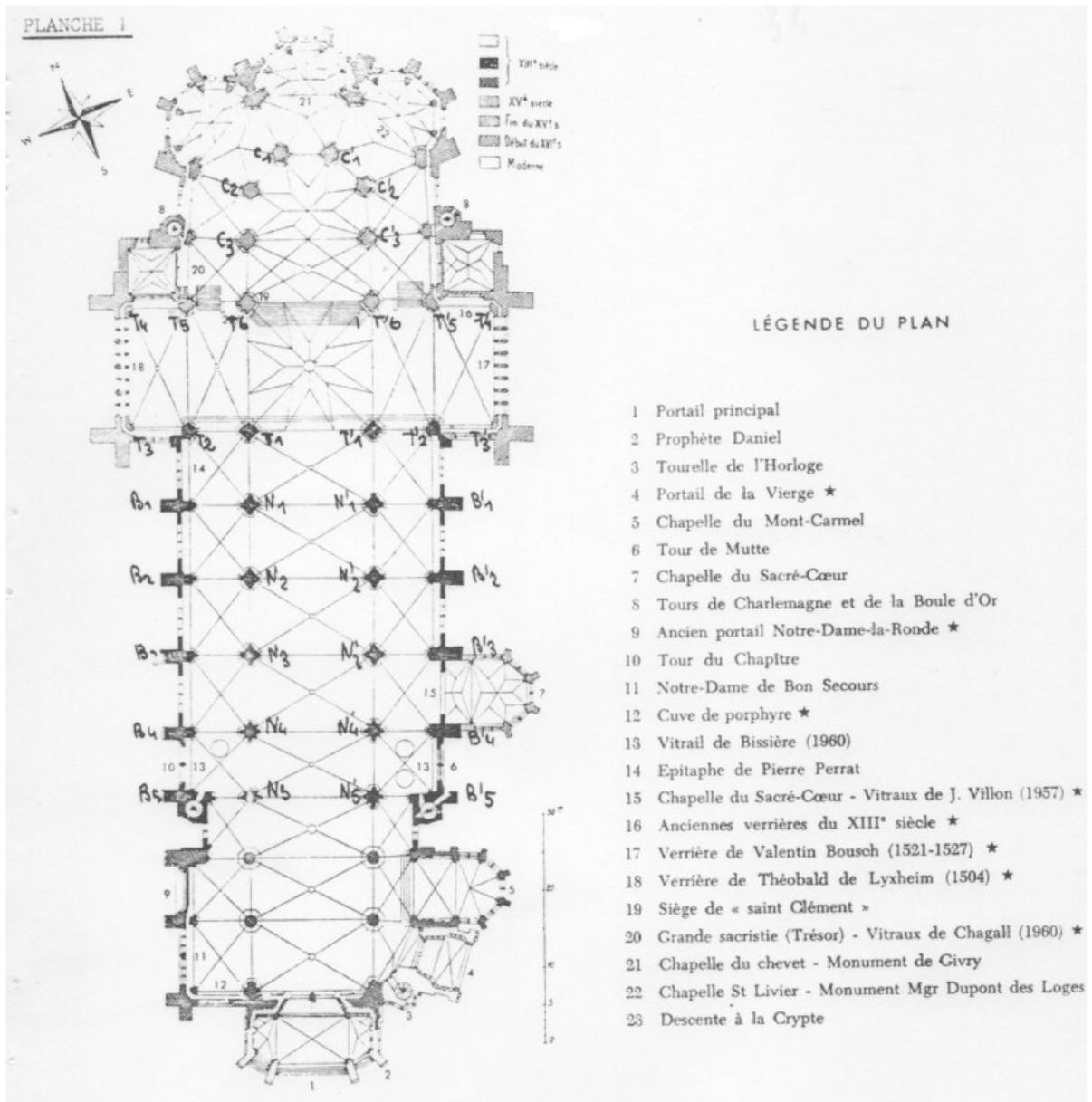
$$\frac{AB}{AD} = 2,75, \quad AM = MB \quad \text{et} \quad \frac{AB}{DM} = \Phi$$

Sur le plan, nous relevons une longueur correspondant à DM égale à 29 mètres, soit le rapport

$$\frac{AM}{DM} = \frac{47,2}{29} = 1,62 \quad (\text{valeur de } \Phi \text{ à } \frac{1}{800} \text{ près}).$$

2) Mise en place des points-clefs du transept par le dessin géométrique

a) Convention. Nous considérons le "carré" du transept donné ; les directions de ab, bc, cd et de sont déterminées. Un point est mis en place par intersection de ces quatre droites avec une autre droite ou avec un cercle. Les points forts sont affectés d'un code alphabétique (voir le plan entier de l'édifice ci-dessous).



Conventions :

On désigne par côté gauche le côté qui se trouve à gauche de l'observateur regardant le chœur (alors que tous les auteurs médiévaux orientent l'édifice par rapport à un homme couché sur la dos, la tête dans le chevet).

Les points-clefs du côté gauche sont désignés par des lettres. Chaque lettre ne préjuge pas de la position exacte du centre de l'endroit en question.

Les points forts du côté droit sont signalés par les mêmes lettres, affectées d'un indice prime.

Exemples. N_i : pilier du côté gauche de la nef ; B'_j : contrefort du bas-côté droit de la nef.

b) Travées du transept adjacentes au "carré" du transept. Soit le décagone régulier convexe ABCDEFGHI inscrit dans le cercle dont le diamètre correspond au grand côté du "carré" du transept et dont le centre est O (voir planches 2a et 2b, pages suivantes).

La droite EI coupe la droite ba en x, centre du pilier T₅.

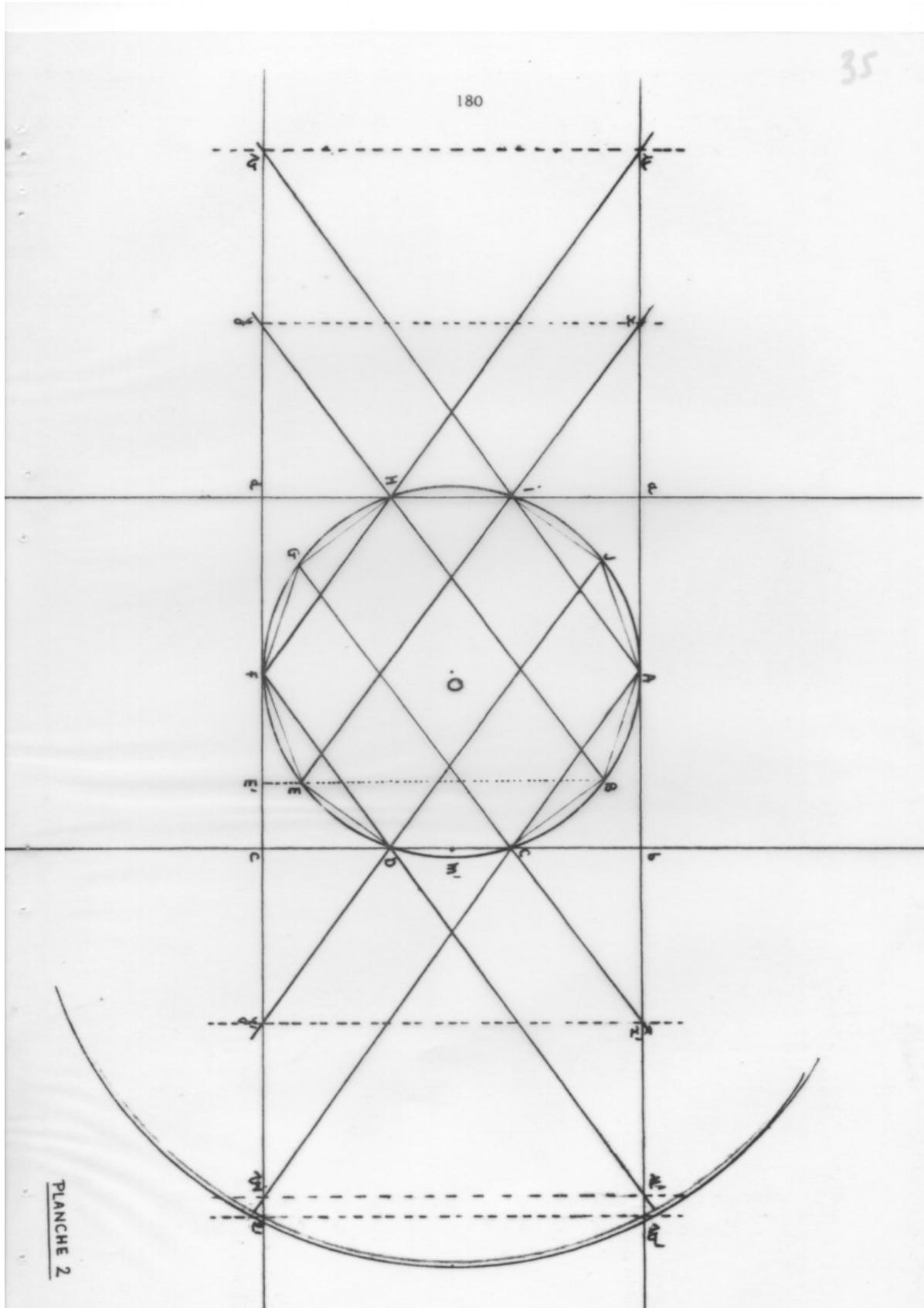
La droite BH coupe la droite cd en y, centre du pilier T₂.

La droite GC coupe la droite ab en x', centre du pilier T'₅.

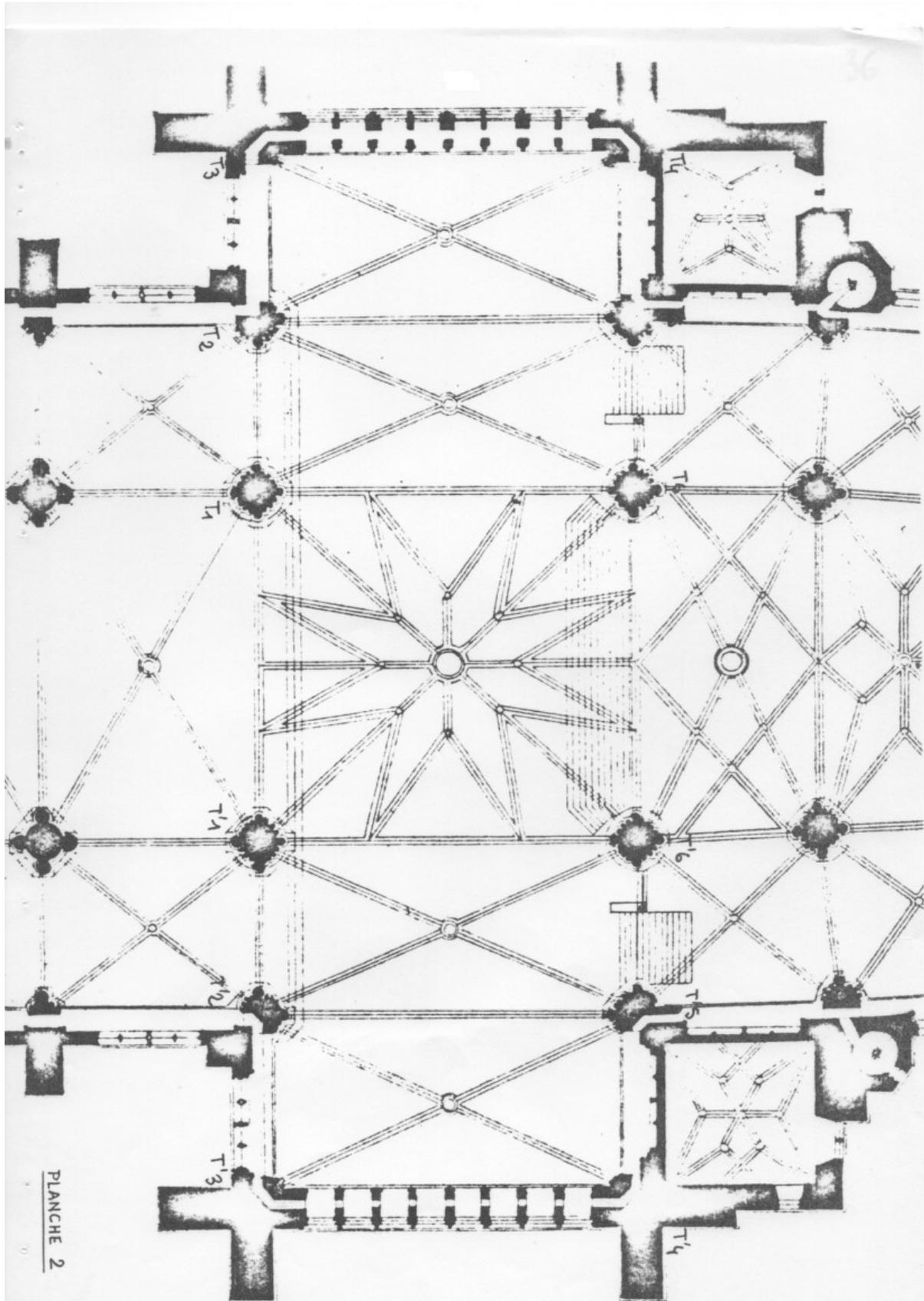
La droite JD coupe la droite dc en y', centre du pilier T'₂.

Les rectangles xady, bx'y'c' correspondent aux travées, adjacentes au "carré" du transept.

N.B. de 2017 : la planche 2a était réalisée sur un papier transparent destiné à être superposé à la planche 2b.



(planche 2a)



(planche 2b)

c) Travées latérales du transept. Elles sont dissymétriques : celle de gauche est plus étroite (voir plans des deux pages précédentes).

- Dans la travée de droite, FD coupe ab en un point u' ; AC coupe dc en un point V'.
La droite u'v' correspond au mur de soutènement de la galerie basse.
- Dans la travée de gauche, FM coupe ba en un point u ; AI coupe cd en un point v.
La droite uv nous semble banale.
- Dans la travée de droite, le cercle de centre m' (m étant le milieu de bc), de rayon $R\Phi$, coupe ab en w' et cd en z' ; la droite w'z' semble coïncider avec l'axe du « complexe mural » s'étendant du mur de soutènement de la galerie basse au mur externe de l'édifice, ce qui laisserait supposer que la largeur de ce complexe (deux fois la mesure de u'w') est donc déterminée dans un plan relié à Φ . Cette largeur se retrouve dans les autres complexes muraux du transept, mais la répartition des masses de part et d'autre des axes ab et dc semble être faite sans souci de symétrie.

3) Mise en place quelques points-clefs par le calcul et confrontation avec les positions relevées sur le plan réel

a) Position du point v', point d'intersection des murs de soutènement des deux galeries dans les bras du transept (la démonstration serait la même pour le point u').

- Sur le plan « réel », sa position est telle que $Fv' = 23,8$ mètres.
- Sur le plan théorique, sa position correspond au sommet d'un triangle rectangle Afv'.

Dans ce triangle, $\widehat{FAv'} = 54^\circ$, car $\widehat{AOC} = 72^\circ, \widehat{AOC} = \widehat{FAv'} = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = 54^\circ$; $\widehat{Fv'A} = 36^\circ$

$$\operatorname{tg} 36^\circ = \frac{FA}{Fv'} = 0,727 \quad \text{d'où} \quad Fv' = \frac{FA}{0,727} = \frac{17}{0,727} = 23,38$$

Le segment Fv' mesure donc (en théorie) 22,38 mètres. L'écart de 42 cm avec la mesure du plan réel nous semble minime et rend notre théorie acceptable.

b) Position du point y, centre du pilier T₂ du transept (la démonstration serait la même pour les points x, x' et y').

- Sur le plan « réel », sa position est telle que $Fy = 15,7$ mètres.
- Sur le plan théorique, sa position correspond au sommet d'un triangle rectangle yE'B. Nous calculons la valeur yE', puis FE' à car $yF = yE' - FE'$.

• Calcul de yE' : le triangle rectangle yE'B est tel que $\widehat{yBE'} = 54^\circ$ et $\widehat{ByE'} = 36^\circ$.

• Calcul du côté BE' : $BE + EE'$

• Calcul de BE : soit $MB = ME$. $\widehat{BOE} = 108^\circ, \widehat{BOM} = 54^\circ, \sin \widehat{BOM} = \frac{BM}{OB} = \sin 54^\circ = 0,809$

$$BM = OB \times 0,809 \quad ; \quad BE = 2BM = 2OB \times 0,809 = 13,75$$

• Calcul de EE' : $EE' = \frac{17 - 13,75}{2} = \frac{3,25}{2} = 1,62$; $BE' = 13,75 + 1,62 = 15,37$.

$$\tan \widehat{ByE'} = \tan 36^\circ = \frac{E'B}{E'y} = \frac{15,37}{E'y} = 0,727 \quad ; \quad E'y = \frac{15,37}{0,727} = 21,14 \quad . \quad E'y = 21,14 \text{ mètres.}$$

• Calcul de FE' : dans le triangle rectangle FEE', $\widehat{EFE'} = 18^\circ$ et $\widehat{FEE} = 72^\circ$

$$\tan 72^\circ = \frac{E'F}{E'E} = \frac{E'F}{1,62} = 3,078 \quad ; \quad E'F = 3,078 \times 1,62 = 4,98$$

E'F mesure 4,98 mètres.

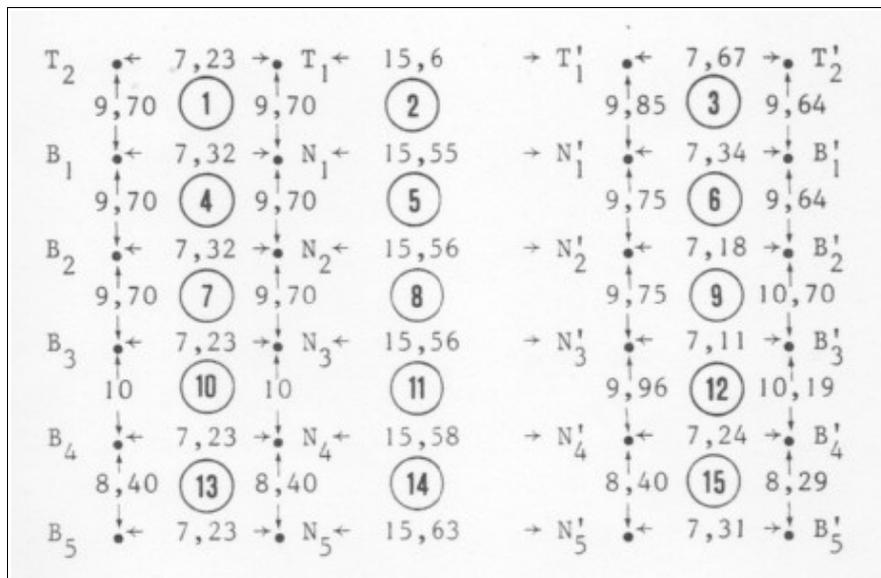
• Calcul de $Fy = E'y - E'F = 21,14 - 4,98 = 16,16$.

$Fy = 16,16$ mètres. Sur le plan réel, nous relevons une mesure de 15,70 mètres. L'écart de 46 cm entre mesure réelle et mesure idéale nous semble minime, rendant notre tracé théorique et notre plan régulateur acceptables.

2 - C. Recherche d'un plan de la nef et des collatéraux de Saint-Étienne ordonné selon Φ

1) Les rectangles formés par les différentes travées sont-ils égaux ?

Pour les apprécier, nous utilisons les mesures faites sur le terrain et reportées dans le tableau ci-dessous (unité : le mètre).



Remarque : chaque mesure couvre la distance qui sépare les deux axes de piliers.

Nous calculons le rapport $k = \frac{\text{grand côté}}{\text{petit côté}}$; mais un "rectangle" pouvant présenter deux valeurs différentes pour ses grands côtés et deux valeurs différentes pour ses petits côtés, un même rectangle peut être affecté de plusieurs rapports k.

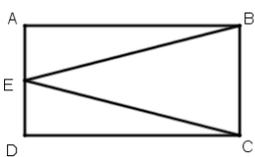
Les résultats, exprimés avec deux décimales par défaut, sont consignés dans le tableau ci-dessous.

① 1,34 - 1,32	② 1,60 - 1,58 - 1,57	③ 1,25 - 1,28 - 1,31 - 1,34
④ 1,32	⑤ 1,60 - 1,59	⑥ 1,32 - 1,34 - 1,35
⑦ 1,32	⑧ 1,60 - 1,59	⑨ 1,35 - 1,37 - 1,49
⑩ 1,38	⑪ 1,55 - 1,56	⑫ 1,37 - 1,40 - 1,43
⑬ 1,16 - 1,15	⑭ 1,84 - 1,85 - 1,86	⑮ 1,13 - 1,16 - 1,14

Les différentes valeurs de k fluctuent entre 1,13 et 1,86.

Dans le tableau suivant, nous figurons les différentes valeurs de k intéressantes, car les rectangles remettent en cause des relations avec Φ . La confrontation du tableau précédent avec le tableau ci-dessous amène à considérer certaines travées comme étroitement en relation avec Φ ; mais pourquoi n'en est-il pas ainsi pour toutes les travées ?

Valeurs de k intéressantes et caractéristiques des triangles	
1,05	Le petit côté est le côté d'un pentagramme inscrit dans un cercle dont le diamètre est le grand côté.
1,27	Le rapport $\frac{\text{diagonale}}{\text{petit côté}} = \Phi$
1,37	Le grand côté est le côté du décagone étoilé et le petit côté est le côté du pentagone convexe inscrits dans le même cercle.
1,46	La diagonale partage ce rectangle en deux triangles rectangles tels que les mesures de leurs trois angles forment une progression géométrique comme 1 q, q ² (q ² étant la valeur d l'angle droit). Soit : q ² = q + 1 ou q ² - q - 1 = 0. Cette équation a pour racine positive Φ .

1,53	 <p>AE = ED et $\frac{BE}{BC} = \Phi$</p>
1,61	Rectangle d'or.
1,7	Le petit côté est le côté d'un pentagone convexe inscrit dans un cercle dont le diamètre est le grand côté.

2) Mise en place des points-clefs de la nef de Saint-Étienne est de ses collatéraux

a) Principe. Pour chaque système de trois travées, système parallèle de transept, il suffit de déterminer un point sur ad ou sur xy. Ces points sont obtenus par intersection de la droite xy ou de la droite ad avec des cercles de centres variés, de rayons pouvant prendre la valeur $R\Phi$, $R\Phi^2$ ou $R\Phi^3$ (R étant le rayon du cercle circonscrit au "carré" du transept). Dans le tableau ci-dessous, nous dressons les différentes valeurs de ces produits selon que C est assorti d'une, deux ou trois décimales.

Valeur de Φ	$R\Phi$ en mètres	$R\Phi^2$ en mètres	$R\Phi^3$ en mètres
1,6	18,64	29,82	47,71
1,61	18,75	30,19	48,61
1,618	18,84	30,49	49,34

b) Pour ces points, nous fournissons un tracé théorique (voir planches 3 et 3' pages suivantes) et un argument arithmétique en calculant l'hypoténuse de différents rectangles à partir de mesures relevées sur le terrain et de mesures relevées sur le plan réel. Nos mesures sur le terrain des largeurs des collatéraux sont effectuées à partir du mur de soutènement de la galerie basse. Or les droites ad et xy (et les droites bc et x'y') ne coïncident pas avec ce mur, mais coupent la galerie ; aussi avons-nous majoré nos mesures de largeur des collatéraux d'un supplément de 30 cm.

c) Longueur de Saint-Étienne. Le cercle (de centre y et de rayon $R\Phi^3$) coupe ad en i, centre de N_5 .

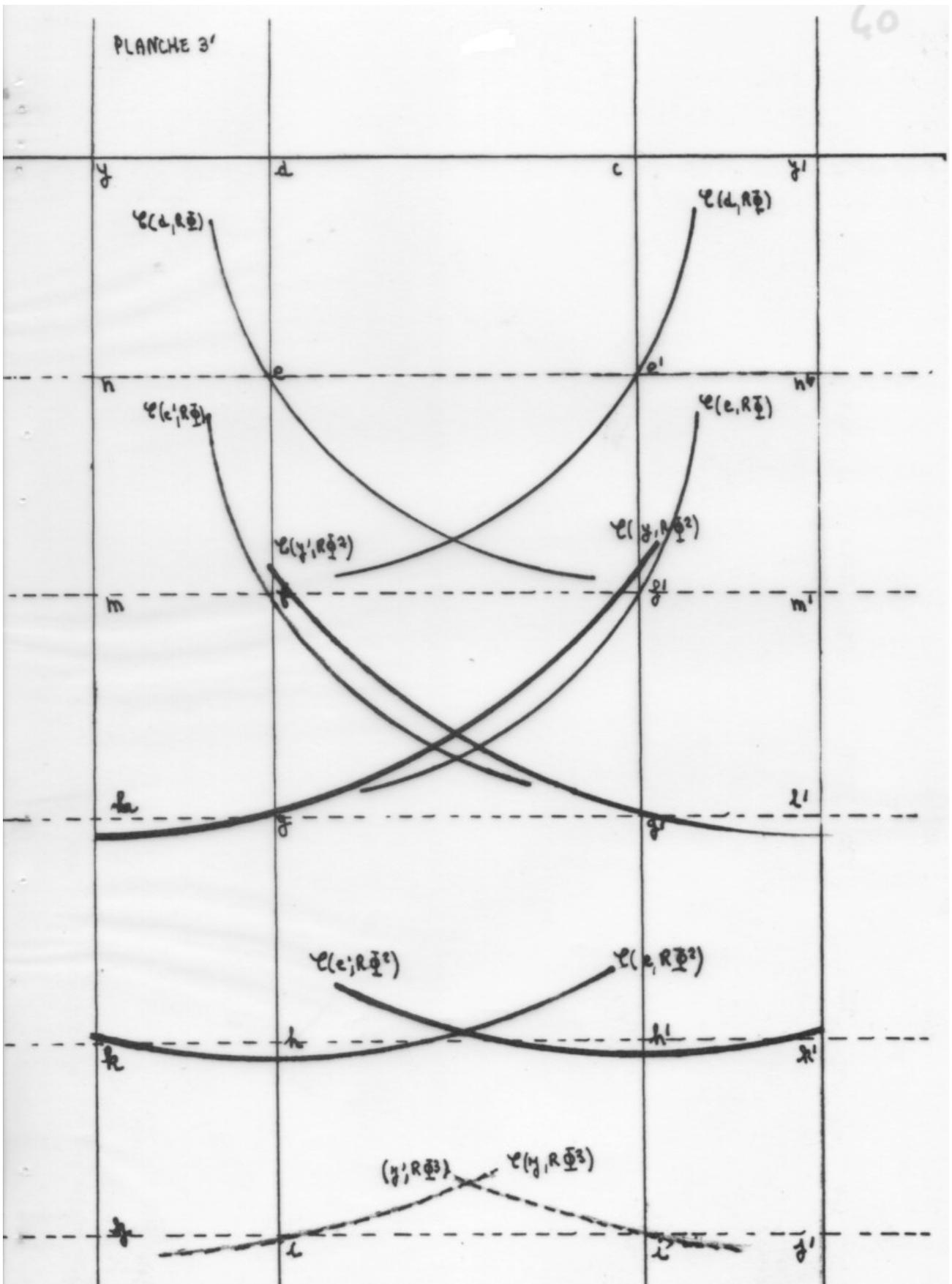
Dans le triangle rectangle ydi, $yi^2 = yd^2 + di^2$.

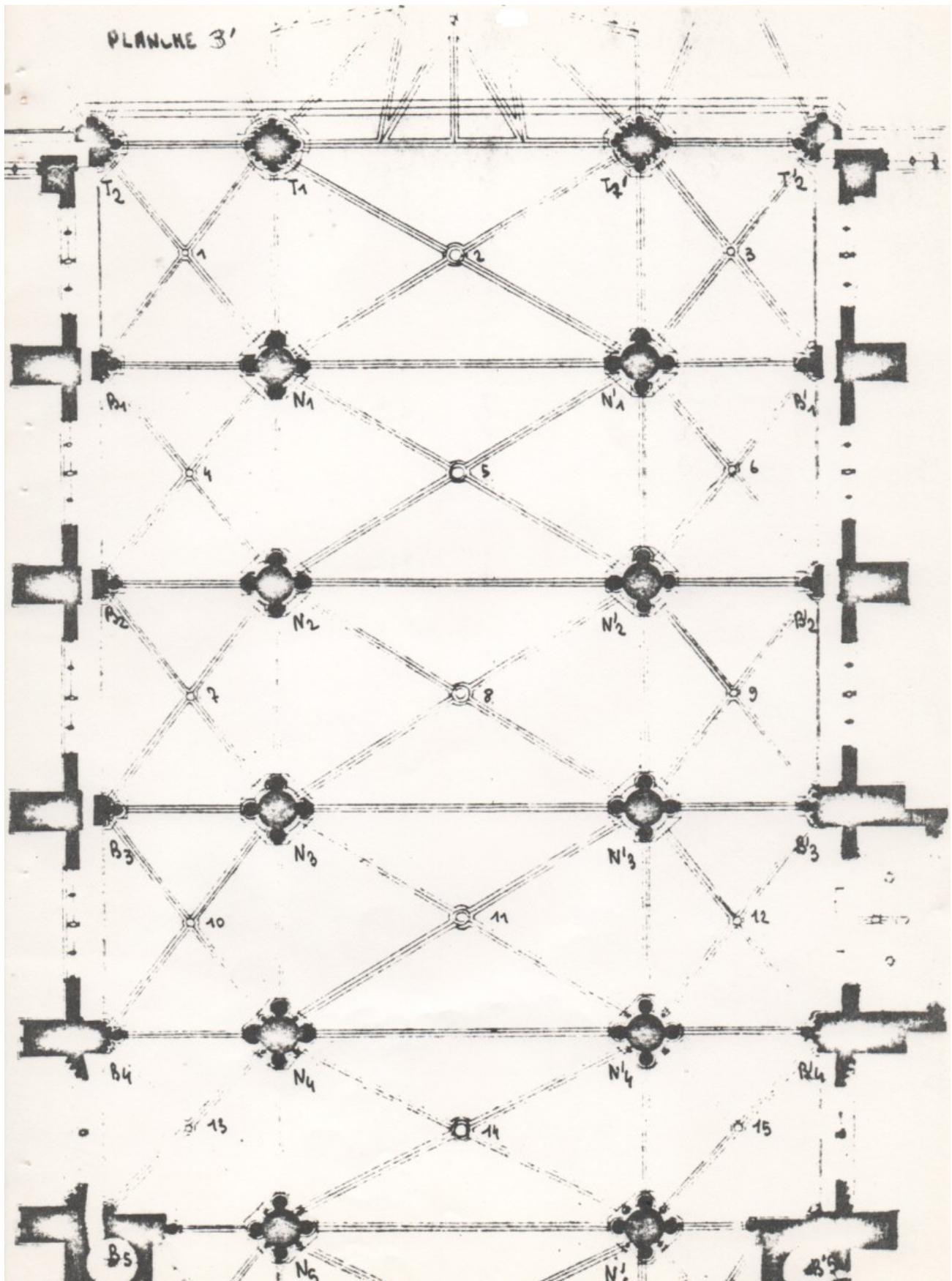
D'après le plan, $yi^2 = 7,8^2 + 48^2$, soit $yi = 48,62$ mètres.

D'après nos mesures, $yi^2 = 7,53^2 + 47,5^2$, soit $yi = 48,10$ mètres.

Or, dans le tableau ci-dessus, $R\Phi^3 = 48,61$ mètres quand on prend $\Phi = 1,61$.

(pages suivante, les deux planches 3 et 3' sont à superposer, la première étant transparente)





c) Mise en place des travées

- Travées 1, 2 et 3.

Le cercle de centre d et de rayon $R\Phi$ coupe bc en E', centre de N'_1 .

Dans le triangle rectangle dee', $de'^2 = de^2 + ee'^2$.

D'après le plan, $de'^2 = 9,7^2 + 16^2$, soit $de' = 18,71$ m.

D'après nos mesures, $de'^2 = 9,7^2 + 15,55^2$, soit $de' = 18,32$ m.

Or, dans le tableau, $R\Phi = 18,75$ m quand $\Phi = 1,61$.

- Travées 4, 5 et 6.

Le cercle de centre e et des rayon $R\Phi$ coupe bc en f', centre de N'_2 .

Dans le triangle rectangle eff', $ef'^2 = ef^2 + ffe'^2$.

D'après le plan, $ef'^2 = 9,5^2 + 16^2$, soit $ef' = 18,60$ m.

D'après nos mesures, $ef'^2 = 9,7^2 + 15,56^2$, soit $de' = 18,32$ m.

Or, dans le tableau, $R\Phi = 18,75$ m quand $\Phi = 1,61$.

- Travées 7, 8 et 9.

Le cercle de centre y et des rayon $R\Phi^2$ coupe bc en g, centre de N_3 .

Dans le triangle rectangle ydg, $yg^2 = yd^2 + dg^2$.

D'après le plan, $yg^2 = 7,8^2 + 29^2$, soit $yg = 30,030$ m.

D'après nos mesures, $yg^2 = 7,53^2 + 29,1^2$, soit $yg = 30,05$ m.

Or, dans le tableau, $R\Phi^2 = 30,19$ m quand $\Phi = 1,61$.

Remarque : il semble que ce cercle soit tangent au pilier T'_2 : est-ce à dire que le rayon du pilier est déterminé selon Φ ?

- Travées 10, 11 et 12.

Le cercle de centre e et des rayon $R\Phi^2$ coupe xy en k, "centre" de la partie interne du contrefort B_4 .

Dans le triangle rectangle ehk, $ek^2 = eh^2 + hk^2$.

D'après le plan, $ek^2 = 7,8^2 + 29,5^2$, soit $ek = 30,51$ m.

D'après nos mesures, $ek^2 = 7,23^2 + 29,4^2$, soit $ek = 30,27$ m.

Or, dans le tableau, $R\Phi^2 = 30,19$ m quand $\Phi = 1,61$.

2 - D. Recherche d'un plan du chœur ordonné selon Φ

La dissymétrie des lieux (spectaculaire dans la chapelle de gauche, mais déjà sensible dans le sanctuaire) a rendu notre recherche ardue. Nombreux sont les points forts qui ont « échappé » à notre tentative d'englobement dans un modèle ordonné selon Φ . Notre tracé régulateur porte sur la moitié du chœur, il n'est pas assorti de considérations d'ordre arithmétique, et sa lecture doit se faire en ayant à l'esprit que notre rédaction est peu nuancée ; nous écrivons « tel point obtenu par construction *coïncide* avec tel point réel » : il faut comprendre « tel point obtenu par construction *semble coïncider* avec tel point réel ».

Voir planches 4 ci-après.

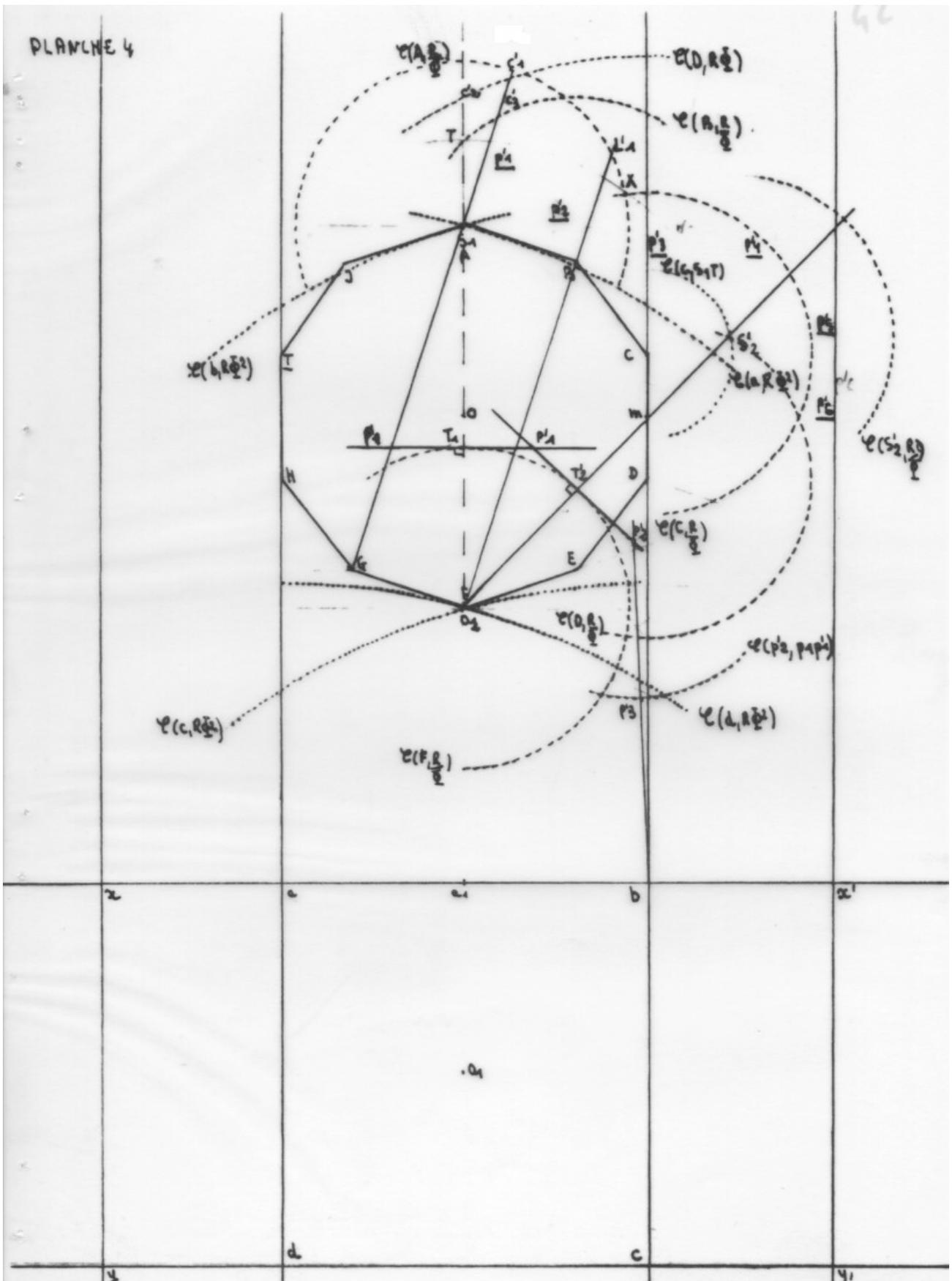
Les deux planches 4 et 4' sont à superposer, la première étant transparente.

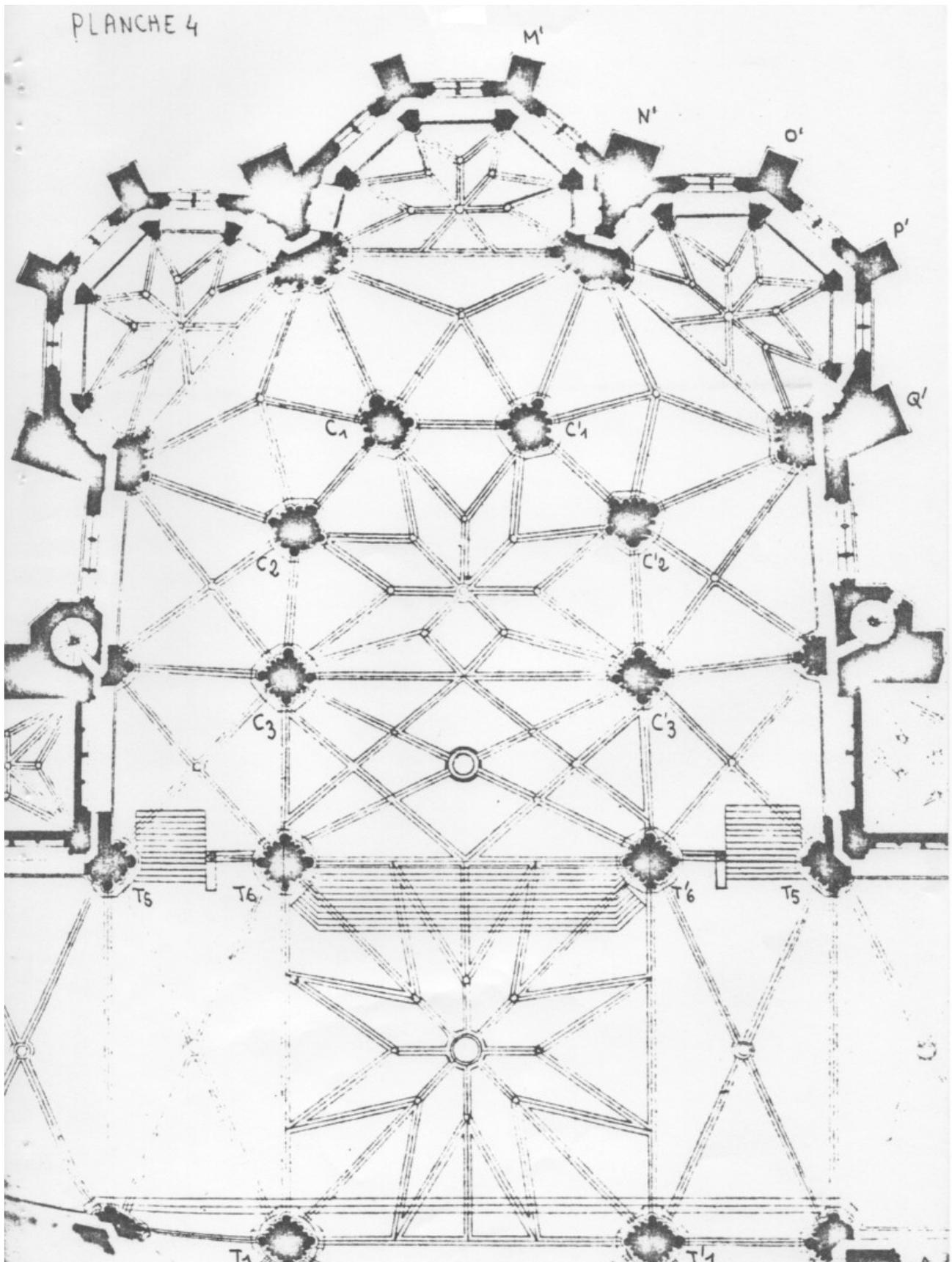
1) Mise en place générale par rapport au transept

- Les cercles (centre d et rayon $R\Phi^2$) et (centre c et rayon $R\Phi^2$) se coupent en un point O_2 très proche du centre du sanctuaire.

- Les cercles (centre a et rayon $R\Phi^2$) et (centre b et rayon $R\Phi^2$) se coupent en un point S_1 très proche du centre de la chapelle du chevet. O_2S_1 est donc égal à bc, grand côté du "carré" du transept. Par la suite, notre tracé régulateur comportera un décagone régulier convexe tel

que S_1 et O_2 soient deux sommets diamétralement opposés et situés dans l'axe du bâtiment. Selon ce tracé, nous calculons la longueur théorique O_1S_1 : $O_1S_1 = 8,5 + \sqrt{(R\Phi^2)^2 - 8^2} = 37,61$ (triangle rectangle aa_1s_1), soit $O_1S_1 = 37,61$ mètres.
Or, sur le plan, nous relevons une valeur de 37,60 mètres.





2) Mise en place de quelques points de la chapelle du chevet

- Les droites GA et FB coupent le cercle (de centre A et de rayon R/Φ) respectivement en c'_1 (angle d'un sommet du contrefort M') et en d'_1 (angle d'un sommet du contrefort N').
- Le cercle de centre D et de rayon $R\Phi$ coupe l'axe FA (soit l'axe O_2S_1) en un point S'_2 qui est sur la face externe du mur de la chapelle.
- La perpendiculaire à FA, menée par c'_2 , coupe GA en c'_3 , sommet d'un angle du contrefort M'.
- Sur la droite $c'_2c'_3$, la longueur correspond à la longueur du pan de mur nord de cette chapelle.
- Le cercle de centre B et de rayon R/Φ coupe l'axe FM en un point qui est sur le mur de soutènement de la chapelle, ce qui laisse supposer que le segment S_1T représente la profondeur de cette chapelle (sa longueur correspond à « notre » module de la corde des druides).

3) Mise en place de quelques points de la chapelle Saint-Livier

- La droite Fm (m étant le milieu de CD), coïncide avec l'axe de la chapelle.
- Le cercle de centre C et de rayon R/Φ coupe le cercle de centre A et de rayon R/Φ en un point X, privilégié dans la masse du contrefort N'.
- Le cercle de centre D et de rayon R/Φ coupe l'axe FM en un point S'_2 , centre de la chapelle. Or, pour la chapelle du chevet, le centre coïncide avec un sommet du décagone (le sommet A assimilé au point S_1) ; ici, pour la chapelle Est, le centre S'_2 est à une distance S_1T du centre C du décagone.
- Le cercle de centre S'_2 et de rayon R/Φ coupe les contreforts O' et P' de façon quelconque, mais coupe le contrefort Q' au sommet d'un de ses angles.
- Le point S'_2 , centre de la chapelle, semble être avec les points T et X sur un cercle (non figuré sur la planche 4), de centre O (donc concentrique au cercle de rayon r circonscrit au décagone) et dont le rayon serait $r + S_1T$, soit $r + 1$ module
- Le pilier P', qui supporte la galerie basse, semble être, avec les piliers p'_2 et P'_3 , sur un cercle (non figuré sur la planche 4) de centre O1 et de rayon $R\Phi$.

4) Mise en place de quelques points du sanctuaire

- Le cercle de centre F et de rayon R/Φ coupe l'axe FA en T_1 et l'axe Fm en T'_2 . Les tangentes menées à ce cercle par les points T_1 et T'_2 se coupent en p_1 et p'_1 . P'_1 est le centre du pilier C'_1 .
Le report d'un segment égal à $p_1p'_1$, sur la tangente passant par T'_2 , à partir du point p'_1 , donne un point p'_2 qui est le centre du pilier C'_2 .
- Le cercle de centre p'_2 et de rayon R/Φ coupe la droite p'b en un point p'_3 qui est le centre du pilier C'_3 .

5) Conclusion à cette étude du chœur

Nous avons abondamment joué avec le compas...

Malgré les incertitudes du dessin, il nous semble que le tracé est remarquable. Il comporte le dodécagone, déjà rencontré avec les mêmes dimensions à la croisée du transept.

Les sommets de ce décagone sont ou bien les centres de cercles de rayons R/Φ intéressants, ou bien le début d'un segment, orienté selon les rayons du cercle circonscrit au décagone,

long d'un "module" et au bout duquel on peut placer un cercle de rayon R/Φ intéressant (un seul de ces cercles a été placé sur la planche 4).

Chapitre 3

Parallèle entre la pensée et l'architecture religieuse du Moyen-Age

*Par Monsieur THOUESNY,
proviseur du lycée Hélène Boucher
en 1978-1979*



Notre-Dame du Port à Clermont-Ferrand

1 - L'art roman

Pour les hommes qui vivaient au début du XI^{ème} siècle, l'apparition de l'art roman a pu paraître comme un phénomène spontané et presque explosif. On connaît ce passage des chroniques du moine Raoul Glaber. « *On vit dans presque toute la terre, mais surtout en Italie et en Gaule, réédifier les bâtiments des églises ; bien que la plupart, fort bien construites, n'en eussent nul besoin ; une véritable émulation poussait chaque communauté chrétienne à en avoir de plus somptueuses que celles des voisins. On eût dit que le monde lui-même se secouait pour dépouiller sa vétusté et revêtait de toutes parts un blanc manteau d'églises* ».

En fait le roman existait déjà bien avant le XI^{ème} siècle dans un art que l'on a appelé pré-roman, héritier lui-même de l'art chrétien du Bas-Empire. Jamais les invasions "barbares" des V^{ème} et VI^{ème} siècles, puis celles des IX^{ème} et X^{ème} siècles, n'ont fait disparaître complètement la culture et la tradition antiques. Les goths, wisigoths et ostrogoths, étaient imprégnés de la culture romaine. C'étaient d'ailleurs des chrétiens, ariens il est vrai, et dans leurs royaumes d'Espagne et d'Italie ils ont essayé de maintenir désespérément la culture antique. Enfin les influences byzantines continuent à s'exercer en Italie.

Ce que l'on observe à la fin du X^{ème} siècle, c'est le terme d'un long processus de décadence de la civilisation urbaine qui prenait ses racines au III^{ème} siècle, avant même l'empire chrétien. La renaissance voulue par Charlemagne ne dura pas, et tomba sous les dernières invasions hongroises et vikings, parce qu'elle ne reposait pas sur ces structures administratives qui, dans les civilisations pleinement développées soutiennent les institutions même en cas de crise grave. L'Empire carolingien s'est donc écroulé, et, sauf en quelques régions privilégiées, ces structures ont disparu. Seuls des chefs de guerre, seigneurs qui se sont appropriés les pouvoirs régaliens sur la parcelle de territoire qu'ils possèdent et qu'ils exploitent, maintiennent une autorité qu'ils doivent à leur possibilité de posséder l'équipement nécessaire pour faire la guerre. Mais ce sont souvent des hommes avides et pillards dont le but est d'augmenter l'étendue de leur territoire.

L'Église, héritière de la tradition antique depuis le Bas-Empire, est aussi en forte décadence, maintenue qu'elle est, dans le carcan de la main mise des laïcs. On peut caractériser cette période par un asservissement de l'Église au monde des laïcs : patronage des églises, collation des bénéfices, immixtion dans les élections épiscopales, dynasties épiscopales d'évêques mariés des grandes familles laïques, violences contre les clercs et les églises et pratique de la commande des abbayes au bénéfice des laïcs. Partout sévissent la simonie et le nicolaïsme. Les prêtres ruraux sont le plus souvent des serfs mariés à la merci du seigneur qui les a nommés.

Une volonté de réforme a pris sa source dans les siècles précédents, dans le but de protéger les propriétés de l'Église contre les attaques des potentats laïcs ; elle amène l'Église, à partir de Louis le Pieux, à considérer que l'Empereur doit être le serviteur des évêques et plus particulièrement des archevêques qui étaient les véritables chefs de la Cité de Dieu. Cette volonté d'assurer la suprématie du spirituel sur le temporel se traduit dans l'établissement d'un corps de législation civile et canonique complétant ce qui déjà existait. Ces œuvres plus ou moins falsifiées, dont la plus importante, les Fausses Décrétales, ont des auteurs, sans doute un petit groupe de clercs, qui tenaient à libérer l'Église des assauts et des empiètements des seigneurs temporels ; elles justifient, légalisent, la suprématie du spirituel sur le temporel.

Plus tard, à la fin du X^{ème} siècle et au début du XI^{ème} siècle, cette conception d'un certain ordre chrétien fut reprise par les moines. Écoutons l'évêque Adalbéron de Laon (début du XI^{ème} siècle) : À côté des clercs « *la loi humaine distingue deux autres classes : nobles et serfs en effet ne sont pas régis par le même statut. (...) Ceux dont la condition est telle que nulle puissance ne les contraint, pourvu qu'ils s'abstiennent des crimes réprouvés par la justice royale, sont les guerriers, protecteurs des églises ; ils sont les défenseurs du peuple, des grands comme des petits. (...) L'autre classe est celle des serfs : cette malheureuse engeance ne possède rien qu'au prix de sa peine. Qui pourrait, l'abaque en main, faire le compte des soins qui absorbent les serfs, de leurs longues marches, de leurs durs travaux ? Argent, vêtement, nourriture, les serfs fournissent tout à tout le monde pas un homme libre ne pourrait subsister sans les serfs* ».

Dans la parcelle de terre, dont les limites n'excèdent généralement pas une demi-journée de chevauchée, c'est-à-dire dans un cercle de 20 km de rayon, le seigneur est bien le maître, mais l'église va lui imposer de jouer le rôle de protecteur.

On retrouve là dans le domaine rural une structure sociale idéale (parce que pas toujours réalisée), tout à fait comparable à celle que l'on trouve dans la Cité mythique décrite par Platon dans la République, « *Vous tous qui faites partie de la Cité (...) c'est entendu désormais, vous êtes frères ! Mais le Dieu qui vous façonne, en produisant ceux d'entre vous qui sont faits pour commander, a mêlé de l'or à leur substance, ce qui explique qu'ils*

soient au rang le plus honorable, de l'argent chez ceux qui sont faits pour servir d'auxiliaires, du fer et du bronze dans les cultivateurs et chez les hommes de métier en général ». Remarquons d'ailleurs que cette structure en trois classes, ou ordres, pourvus de trois fonctions : autorité spirituelle, pouvoir temporel, production des biens économiques, est la même dans tous les pays d'origine indo-européenne.

Cette référence à Platon n'est pas fortuite. En effet, à travers Saint-Augustin, on ne peut nier l'influence du platonisme et du néoplatonisme sur la pensée de cette époque. Saint-Augustin, né en 354 et mort en 430, a vécu en Afrique, où il était évêque d'Hippone, la fin de l'empire romain. On sait qu'une de ses œuvres les plus importantes, la Cité de Dieu, a été inspirée par la prise de Rome par les Wisigoths d'Alaric en 410. Il fut la plus grande autorité patristique du Moyen-Age ; en exégèse, en théologie, en morale, en science, en politique, aucun penseur du Moyen-Age ne put s'empêcher d'être peu ou prou augustinien. On sait aussi que Saint-Augustin, rhéteur, moine, évêque, passé du manichéisme au catholicisme sous l'influence de Saint-Ambroise de Milan, autre père latin de l'Église, découvrit le néo-platonisme par la lecture de quelques traités de Platon, de Plotin et de Porphyre, et que cette découverte fut l'évènement décisif qui orienta son évolution intellectuelle et spirituelle. « *Il me tomba entre les mains, écrit-il, quelques livres des philosophes platoniciens, traduits de grec en latin, dans lesquels je lus, non pas en mêmes paroles, mais dans un sens tout semblable, appuyé d'un grand nombre de raisons, que le Verbe était dans le commencement, que le Verbe était en Dieu et que le Verbe était Dieu* ». (Confessions, VII-9).

Il y a évidemment entre la philosophie de Saint-Augustin et celle de Platon toute la différence qu'introduit le christianisme, c'est-à-dire l'idée d'un Dieu créateur et toute la doctrine du Salut, fin supérieure de l'homme. Sans vouloir, en quelques lignes, définir la pensée de Saint-Augustin, on peut constater cependant que sa "philosophie" se ramène à la connaissance de Dieu et à la connaissance de l'âme, la première étant la fin, la seconde le moyen. « *Dieu et l'âme. Rien de plus ? Non, rien !* ».

Cette pensée débouche sur une attitude négative ou tout au moins méfiante à l'égard de toute connaissance qui n'est pas directement ordonnée à la fin suprême et unique de l'homme : le salut éternel. « *Ô Seigneur, Dieu de Vérité, celui qui saurait toutes ces choses, Te plairait-il par là (...). Heureux qui Te connaît, même s'il les ignore. Car celui qui Te connaît et les connaît aussi n'est pas, à cause d'elles plus heureux !* » (Confessions).

De même la toute puissance de Dieu, qui est l'Être, véritablement être, l'admet à considérer une hiérarchie d'êtres, que l'on peut classer selon la valeur de l'étoffe dont leur être est fait. En fait, les autres êtres créés, révèlent une structure incomplète, faite d'une absence, d'un manque d'être : il n'y a pas de nature ou d'ordre des choses et le monde n'existe que par ce qui est au-dessus de lui. Tout ce qui est créé, est tellement marqué par son caractère transitoire, qu'il n'a pas d'être et d'action qu'en tant qu'il est rapporté à la cause première.

Cette conception aboutit au refus de prendre en considération tout ce qui ne va pas directement à l'essentiel. Or, ce qui est essentiel, c'est que tout soit fait pour que la cité terrestre soit le plus possible voisine de la Cité céleste, en vue de la réalisation des fins eschatologiques de l'humanité : l'achèvement des deux cités en la Jérusalem céleste.

Pour cela il est nécessaire de faire appel aux bons empereurs chaque fois que l'orthodoxie est menacée, et Saint-Augustin, très sensibilisé par sa lutte contre l'hérésie donatiste, justifie avec beaucoup de réserve, il est vrai, l'intervention du pouvoir temporel.

Le Moyen-Age ne fera pas la distinction entre la cité terrestre et la Cité de Dieu. Pour lui, sans doute abusivement, Saint-Augustin sera le grand maître en matière de lutte contre l'hérésie : la croisade, la guerre religieuse, la persécution des juifs et des hérétiques, l'Inquisition sont en germe dans l'utilisation qu'il fait de sa pensée.

« *Ainsi la conclusion s'impose : les rois doivent gouverner de telle sorte que la Cité céleste commence à s'établir ici-bas et selon les normes définies par ceux qui ont reçu de Dieu la charge de régir ce qui la préfigure sur terre : c'est-à-dire l'Église et ses chefs* » (Histoire de la papauté, Marcel Pacaut Fayard 1976).

Pour ce faire, l'Église dispose de moyens ; en effet, contaminée par les usages barbares de la tarification complexe de la pénalisation des vols, homicides, blessures corporelles et autres crimes, la théologie chrétienne remplaça progressivement l'usage de la pénitence publique par un système de barèmes pour fautes, par des tarifs de pénitence semblables à ceux qui existaient déjà dans les monastères.

La confession auriculaire, les pénitences, l'interdit, les indulgences avec le culte des reliques des saints, tout un système se met en place, plus adapté à un peuple peu christianisé, dont la foi naïve est toute imprégnée encore de superstition, de crainte de voir encore s'abattre sur lui les calamités qu'il a connues au voisinage de l'An Mil et dont il croit connaître la cause le péché.

À la fin du X^{ème} siècle et au début du XI^{ème} siècle, la papauté et la royauté sont encore défaillantes. Le clergé séculier est, comme nous l'avons souligné, en prise avec les défauts et les excès du siècle ; seul le moine, l'abbé du monastère, va représenter le "roi philosophe" de la Cité mythique de Platon, le guerrier sera le bras séculier.

À l'origine du pouvoir monastique, il y a la fondation de Cluny, par le duc Guillaume d'Aquitaine, qui nomme

l'abbé Bernon premier abbé de Cluny. La règle utilisée est celle qui l'est déjà dans les monastères bénédictins des siècles précédents : c'est-à-dire la règle de Saint-Benoît de Nursie modifiée par Saint-Benoît d'Ariane. Mais ce qui caractérise Cluny, c'est qu'elle est la seule abbaye de l'époque en commande directe de l'Église de Saint-Pierre de Rome, c'est-à-dire dépendant uniquement du Saint Siècle, libre par conséquent de toute dépendance locale.

Dans une époque en forte expansion démographique, où les seigneurs pour préserver leur héritage enverront volontiers leurs enfants, autres que l'ainé, au monastère comme moine ou au couvent pour les filles (avec tout ce que cela suppose comme donations), où pour remise de leurs péchés ils donneront volontiers legs, et terres au moment de leur mort à ces mêmes monastères, il est certain qu'une grande partie du surplus de la production arrivera normalement et en bout de chaîne au moine abbé.

Si donc la réforme du monachisme à la fin du X^{ème} siècle a commencé avant Cluny, on peut admettre qu'à partir de sa fondation, et surtout au début du XI^{ème} siècle, les maisons qui avaient suivi la réforme bénédictine s'unissent à Cluny et s'engagent à suivre les usages et à se soumettre rigoureusement à l'abbaye centrale. L'abbé de Cluny désigne tous les chefs des autres maisons qui s'unissent ou qui se créent dans sa mouvance comme prieurs, celles-ci lui assurant une certaine redevance. Alors que, dans le monde occidental, il n'existait plus de hiérarchie, Cluny réalise une véritable hiérarchie verticale qui explique sa richesse comme sa faiblesse ultérieure.



Sous Hugues le Grand (1049-1109) l'ordre passa de 70 maisons à au moins 1 200 et la communauté de Cluny, seule, de 50 à 700 moines. On peut dire que pendant tout le XI^{ème} siècle, Cluny fut le centre spirituel de la chrétienté.

Les maisons clunisiennes créèrent une architecture et un style de culture et de décoration qui, à partir des grands monastères, se propagèrent dans les églises avoisinantes et le long des routes suivies par les voyageurs et les pèlerins. Cluny n'est pas le seul ordre, foyer de la réforme : on peut citer, par exemple, celui créé par Jean de Gorze près de Metz en 993 et qui s'étendit à quelques 150 nombreuses maisons lorraines et allemandes ; mais d'une façon générale, on peut dire que le monachisme bénédictin va exercer jusqu'à la fin du XI^{ème} siècle une sorte de monopole dans toute l'Europe.

L'église romane, dans la mesure où le temps, les restaurations abusives, ne l'ont pas trop déformée, il faut se l'imaginer remplie d'un riche décor coloré. Les sculptures des chapiteaux sont peintes de couleurs vives ; ce sont d'ailleurs plus des peintures sculptées que de véritables sculptures. Les vastes surfaces que nous voyons nues disparaissent entièrement sous des fresques ou des tapisseries et un riche mobilier se trouve à l'intérieur. Ce décor riche et coloré est celui que l'on trouve dans les enluminures de l'époque ; c'est aussi celui qui convient à une société encore proche de ses origines barbares, et l'orfèvrerie pré-romane est un excellent exemple de cette tendance du primitif à remplir toute la surface à orner.

Pour le pape Grégoire le Grand, « *Ce que l'écriture est pour ceux qui savent lire, l'image l'est pour ceux qui ne savent pas lire. Par les images, les ignorants s'instruisent de ce qu'ils doivent imiter. Elles sont le livre de ceux à qui l'écriture est inconnue. On emploie la peinture dans les églises afin que ceux qui ignorent les lettres puissent, du moins, voir sur les murs ce qu'ils ne sont pas capables de lire dans les livres* ».

Dans la pierre des chapiteaux et des voussures, comme dans l'émail des reliquaires, les artistes romans ont su jouer d'influences diverses. Le style roman est né, en effet, d'une société où se combinaient des éléments bien divers. L'art celte, l'art gallo-romain, l'art byzantin, l'art "barbare", l'art mozarabe, se devinent, se découvrent, dans l'iconographie romane.

Les thèmes utilisés illustrent les passages de l'Ancien et du Nouveau Testament. Le Christ des tympan romans est un Christ en majesté, maître du temps et de l'espace, beaucoup plus grand que les personnages qui l'entourent : c'est un Dieu justicier, dont le visage sévère devait avoir quelque rapport avec celui du seigneur ou du père abbé. Dans le tympan de Moissac, il est, conformément à la description de l'Apocalypse, entouré de l'Ange, de l'Aigle, du Lion, du Boeuf et des vingt-quatre vieillards ; dans celui de Vézelay, les voussures qui l'entourent représentent les signes du zodiaque et les travaux des mois.

Ils traduisent tous l'effort spirituel et intellectuel intense du chrétien, pour qu'il puisse gravir l'échelle du salut et arriver au royaume des élus. Ceux qui n'y parviennent pas sont la proie des démons, et l'iconographie romane est riche en monstres terrifiants, traductions dans la pierre d'une démonologie qui est aussi une des caractéristiques du Moyen-Age ; reste, sans doute, d'un dualisme gnostique prenant sa source dans la plus haute antiquité et dont une résurgence médiévale sera l'hérésie cathare. Cette peur du diable est bien traduite par le moine bourguignon Raoul Glaber, quand au début du XI^{ème} siècle, il prétend l'avoir vu trois fois dans la nuit : « *C'était un espèce de nain horrible à voir (...). Il était de stature médiocre, avec un cou grêle, un visage émacié, des yeux très noirs, le front rugueux et crispé, les narines pincées, la bouche proéminente, les lèvres gonflées, le menton fuyant et très droit, une barbe de boue, les oreilles velues et effilées, les cheveux hérissés, des dents de chien, le crâne en pointe, la*

poitrine enflée, le dos bossu, les fesses frémissantes ».

L'ordre chrétien, tel que nous l'avons défini, et qui a permis la construction des premières églises romanes, va durer jusqu'aux alentours de 1075 sans grand changement. Mais à partir de cette date, les besoins des seigneurs détenteurs du ban se firent plus importants. Georges Duby, dans « Guerriers et Paysans », voit en effet « *dans la seigneurie banale, qu'elle fut toute entière concentrée, comme en Angleterre, dans les maisons royales, ou qu'elle se dispersât comme en France entre de nombreux seigneurs, le principal moteur de la croissance interne de l'économie européenne* ». Pour alimenter leur munificence provoquée par leurs besoins (guerre, tournoi, entretien des hommes d'armes et du château), force leur est donc « *d'exploiter plus rigoureusement leurs droits et de prendre au peuple soumis tout ce qu'il pouvait donner* ».

À partir de là, le paysage s'anime et s'élargit ; on passe de la vassalité à la féodalité. Pour s'attacher la fidélité d'un vassal, la concession d'un fief lors de la cérémonie d'investiture sera le prix que doit payer le seigneur. Il se crée donc à partir de la fin du XI^{ème} siècle une pyramide féodale. Au sommet de la pyramide, le roi capétien étend son autorité et pendant tout le Moyen-Age ce fut, comme on le sait, le souci permanent de la royauté de contrôler, de maîtriser et finalement de briser les féodaux, princes, ducs ou comtes, qui avaient pris trop de pouvoir.

Le paysage rural se modifie grâce aux progrès de la technique : outillage en fer, remplacement de l'araire par la charrue, attelage à collier d'épaule pour les chevaux. L'artisanat rural est devenu insuffisant ; et, au pied des châteaux, autour de l'église épiscopale ou au nœud de communications, se regroupent les métiers. Le perfectionnement technique apporté par le moulin à eau va permettre le foulage des tissus, le broyage du minerai, le martelage du métal. Verriers, ferronniers, dinandiers, joaillers, orfèvres, teinturiers et surtout fabricants de tissus, vont faire revivre une civilisation urbaine, assoupie ou inexistante pendant le Haut Moyen-Age. Ils s'organisent en métier, en confrérie, dotées de statuts.

Dans le domaine de la pensée, il n'existe pas de solution de continuité entre la fin de l'empire romain et le début de l'époque romane.

Un certain nombre d'auteurs profanes et de clercs, conseillers de rois ou d'empereurs, ont maintenu la tradition classique.

Boèce (env. 470-525), conseiller du roi goth Théodoric, peut être considéré comme le dernier des philosophes de l'antiquité. Il a donné les bases de ce qui sera le *quadrivium* (sauf l'astronomie) avec trois traités sur la musique, l'arithmétique et la géométrie, et il se proposait de traduire et de commenter l'œuvre entière de Platon et d'Aristote. Il a été le premier grand logicien du Moyen-Age qui lui a dû les versions latines d'une partie de la Logique d'Aristote et une traduction de l'Isagogé de Porphyre. Avec la Consolation de la Philosophie, traité en prose et vers alternés, il se révèle un grand écrivain ; cette œuvre sera, du IX^{ème} au XV^{ème} siècle, l'un des ouvrages les plus fréquemment commentés. Avec lui, il a donné au Moyen-Age sa première justification de la réconciliation de la raison et de la foi, de la philosophie et de la théologie.

Il faudrait citer Cassiodore (†570), Grégoire le Grand (vers 540-604), Isidore de Séville (†636), Bède le Vénérable (674-735), pur produit des écoles monastiques anglaises, Jean Scot surnommé l'Erigène (vers 810-877 ?), traducteur du Pseudo-Denys et dont nous reparlerons. Le X^{ème} siècle peut paraître comme une période assez sombre pour la philosophie et les lettres, mais les écoles monastiques d'Auxerre avec Rémi d'Auxerre (841-908) et d'Aurillac avec Gerbert d'Aurillac (†1003), sont très actives. Pape en 998, sous le nom de Sylvestre II, Gerbert est un homme très cultivé, initié en Espagne à la science arabe. Ce pape de l'An Mil est aussi un homme d'action, ami de l'empereur Othon III qui fut son élève. Un autre élève, Fulbert de Chartres (vers 960-1028), évêque de Chartres, créateur de l'école du même nom qui sera célèbre un siècle plus tard, possède un savoir encyclopédique. Il était capable de régler tour à tour une question théologique, résoudre un problème de géométrie, expédier une lettre administrative, rédiger un sermon, composer une formule de potion pharmaceutique.

Cette liste ne saurait être exhaustive. Son intérêt est simplement de montrer que la culture n'a pas disparu pendant les années sombres du Haut Moyen-Age.

Avec Saint-Anselme (1033-1109), qui succède à Lanfranc, d'abord comme abbé du Bec en Normandie (l'abbaye actuelle existe sous le nom de Bec-Hallouin) en 1078, puis, en 1093, comme archevêque de Canterbury, on tient un théologien qui vécut à l'écart des écoles de son temps et n'eut aucune influence immédiate sur elles. Cependant son œuvre a atteint une perfection que les productions du siècle suivant ne dépasseront pas. On retrouve chez lui le programme augustinien : « *Je ne cherche pas à comprendre pour croire, dit-il, je crois pour comprendre. Car je crois que je ne pourrais comprendre si je ne croyais pas* ».

Dans le Monologion, il commence par énoncer trois preuves de l'existence de Dieu, qui sont d'inspiration augustinienne. « *Elles représentent un des efforts les plus rigoureux de la pensée chrétienne pour se dire à elle-même ses premières certitudes* » (A. Forest). Dans le Proslogion, il s'efforce de l'établir par un seul argument. Cet argument est célèbre dans l'histoire de la philosophie, Descartes, Leibniz, Hegel l'ont repris tour à tour.

On peut voir en lui le fruit mûr de la culture monastique. Après lui, les écoles vont s'établir dans les villes, à l'ombre des cathédrales.

2 - À la croisée des chemins

Au milieu du XII^{ème} siècle, plus précisément vers 1140, coexistent trois arts architecturaux :

- l'art roman,
- l'art cistercien,
- l'art gothique,

L'art roman a atteint son apogée avec la fin de la construction de la colossale basilique de Cluny III. Elle était, avec son plan magnifiquement développé en croix archiépiscopale, sa largeur de 187 mètres, sa hauteur sous voûte de 30 mètres, ses doubles bas-côtés, ses quatre clochers majeurs et ses deux tours de façade, non seulement la plus vaste église de toute la chrétienté mais aussi la plus merveilleuse création plastique qu'ait conçue le génie roman.

Signe des temps, son abbé, Pierre le Vénérable, voyage en 1141 en Espagne où il visite les maisons qui dépendent de son ordre. Il s'intéresse aux questions religieuses, et fait traduire en latin le Coran et divers textes arabes relatifs à l'Islam. Il contribue ainsi à dissiper l'ignorance dans laquelle se trouvait l'occident concernant la religion islamique.

Des intérêts culturels nouveaux se font jour, des écoles urbaines naissent et des maîtres vont d'école en école, de ville en ville. Ce sont un peu des chevaliers de la culture, ces clercs qui comme Abelard, le plus célèbre d'entre eux, ont la passion de la logique et discutent sur le problème des Universaux, critiquent nominalistes et réalistes, et écrivent des gloses et des traités de théologie. Redoutables dialecticiens, leurs œuvres sont parfois condamnées, Abelard lui-même le sera deux fois. Sur le soir de sa vie il trouvera refuge à l'Abbaye de Cluny où l'Abbé Pierre le Vénérable l'accueillera avec bonté.

Cette passion pour la logique d'Aristote n'est pas la seule caractéristique de l'époque, on consulte largement le Livre de la Nature. C'est qu'en effet la réactivation des circuits commerciaux, d'abord des villes italiennes avec la Sicile et le Proche-Orient, puis la présence des musulmans en Espagne, a facilité le passage d'un courant culturel.

Des traités sont écrits, traductions et adaptations d'ouvrages arabes ou grecs sur la médecine, et font connaître de nombreuses œuvres d'Hippocrate et de Gallien. En mathématiques, on traduit les Éléments d'Euclide et l'Almageste de Ptolémée. L'intérêt pour les sciences naturelles pose déjà le problème de la dualité entre Platon et Aristote : d'une part on admet bien que les universaux existent dans la pensée divine mais, d'autre part, constatant que les choses naturelles sont soumises à des lois précises, déterminables, on admet également qu'il faille tenir compte d'une raison naturelle qui explique la croissance des êtres vivants. « *La nature n'est, ni confuse, ni dépourvue d'ordre* ».

Le problème est donc de concilier les deux courants principaux de la pensée antique. A cette tâche, s'attèlent différentes écoles.

- **Les maîtres de l'École de Chartres** sont des humanistes, dont le goût pour les lettres et les sciences exactes, trivium et quadrivium, est la caractéristique. Ils approfondissent toutes les disciplines et participent, par leur intérêt pour les sciences mathématiques, de l'esprit platonicien. Du philosophe, ils ne connaissent qu'un fragment de l'aimée, mais ils retrouvent le platonisme à travers Virgile, la Consolation de Boèce et le Commentaire du Songe de Scipion de Macrobe. « *Nous aimons Platon* » dit Guillaume de Conches, mais leur platonisme ne va pas jusqu'à faire refluer toute réalité stable hors du monde sensible, comme le fait Saint Augustin. Leur intérêt pour les sciences, pour la médecine grecque et arabe, leur fait interpréter l'augustinisme ; en particulier, ils comparent « *les raisons séminales* » aux « *forces occultes insérées dans la matière* » et qui rendent raison de l'ordre naturel.

- Un autre courant, mystique celui-là, se dessine avec **les maîtres de l'École de Saint Victor**. On ne peut s'empêcher de voir dans ces maîtres l'influence de Saint Augustin et à travers lui de Plotin. Dans les Ennéades (V,5-6) on lit : « *De même que celui qui veut voir la nature intelligible ne doit retenir aucune image du sensible pour contempler ce qui est au-dessus du sensible, ainsi celui qui désire contempler ce qui est au-delà de l'intelligible doit abandonner l'intelligible entier* ». Pour ces maîtres, l'idéal est celui d'Augustin : « *C'est peu de croire. Tâchons de comprendre ce que nous croyons* » ; mais l'étude des arts libéraux n'est pas une fin en soi, la vie du cloître doit être conçue comme soumise à une suite d'exercices qui sont dans un ordre de dignité croissante, la lecture, la méditation, la prière et la contemplation. Cette dernière est le but vers lequel tend toute activité humaine.

3 - L'art cistercien

En ce temps là, un autre personnage important occupe la première place sur la scène politique du Moyen-Age, Bernard de Clairvaux. Celui qui en 1145 à Vézelay se trouve à côté du roi Louis VII, prêche la croisade à une foule enthousiaste, est un homme redoutable, animé de la fureur de Dieu, luttant contre Abelard qu'il terrasse. C'est un inspiré, un mystique, un poète. Pour lui la Bible est la parole de Dieu vivante dans l'Église, l'Écriture n'est point tant l'objet d'une étude que d'une prière. Tout chez lui aboutit à l'amour. Ses procédés littéraires manifestent un goût de la spéculation grammaticale, une recherche étymologique de correspondances entre le langage et les choses qui est bien dans l'air du temps.

Le jugement qu'il porte sur la philosophie est sévère. « *Que m'importe la philosophie ? Mes maîtres sont les apôtres. Ils ne m'ont pas appris à lire Platon et à démêler les subtilités d'Aristote... Mais ils m'ont appris à vivre. Et croyez-moi, ce n'est pas une petite science. Ma philosophie, dit-il encore, c'est de connaître Jésus et Jésus crucifié* ».

Saint Bernard n'est pas ennemi de principe de la science profane mais attentif à combattre toute nouveauté qui dérange un ordre providentiel. Il oppose "l'école du Christ" au "vain bavardage des philosophes".

Dans son action politique où il intervient dans les affaires de la Chrétienté, dans l'enseignement où il fait condamner Abélard et s'indigne contre les maîtres et étudiants parisiens, dans son action contre l'hérésie du Midi, partout et pour tout il apparaît donc comme le champion de l'ordre établi.

Mais sa soif de pureté l'amène à condamner le monachisme clunisien qui a créé une Église riche dans un monde pauvre : « *Mais nous [les moines] qui avons quitté le peuple, qui avons laissé pour le Christ toutes les choses précieuses et matérielles ? Par je ne sais quel ressort, plus la richesse s'étale, plus volontiers l'on donne. On éblouit en offrant des toiles d'or pour couvrir des reliques, et les cassettes de s'ouvrir ; on modifie en belles formes les saints et les saintes, et on les croit d'autant plus vénérables qu'on les a gratifiés de plus de couleurs... Ô vanité des vanités, ou plutôt folie et non vanité ! Les murs des églises resplendissent et les pauvres n'ont rien ! Elle habille ses pierres d'or et laisse ses fils nus ! Les dépenses des indigents sont employées à réjouir les yeux des riches... Dans les cloîtres que signifient, en présence de moines en train de lire, ces monstres ridicules, cette étrange beauté ou cette belle laideur ? Et ces singes dégoutants ? Et ces lions féroces ? Ces centaures monstrueux, ces êtres à demi humains ?*

Ici c'est un quadrupède à queue de serpent, là un poisson à tête de chèvre. Bref, on y voit de tous côtés une variété de formes si riches et si amusantes qu'il est bien plus réjouissant de lire le marbre que les manuscrits et de passer la journée à admirer ces sculptures une à une plutôt que de méditer sur la loi Divine ».

On le voit, les conceptions de Saint Bernard n'allaient pas jusqu'à renier la puissance de l'art.

Les abbayes cisterciennes sont donc très dépouillées et celles qui ont résisté à l'abandon, au temps, à la spéculation, au vandalisme révolutionnaire ou à la destruction systématique nous font apprécier un style qui par sa pureté est très proche de notre idéal architectural. Il faut les voir encore plus sobres qu'elles ne se trouvent aujourd'hui car leurs murs étaient badigeonnés à la chaux.

Cet ordre dont les abbayes étaient construites dans des sites sauvages et isolés, ou au plus profond des forêts pour satisfaire le désir de solitude, prit une grande extension ; à la mort de Saint Bernard on comptait 353 abbayes, dont 66 avaient été fondées par le saint lui-même. En 1300, ce nombre s'était élevé à 694.

L'ordre cistercien eut un grand rôle social et économique. Il était de constitution plus démocratique que Cluny, et chaque maison avait une autonomie domestique si bien qu'un chapitre général suffisait pour maintenir une uniformité qui en faisait un corps uni et discipliné. Il attirait par suite beaucoup de nobles laïcs ou de clercs ayant soif de plus de pureté, mais sa caractéristique essentielle c'est d'avoir créé une catégorie de moines travailleurs, les frères convers ; grâce à eux, le monastère put vivre en autarcie. La vocation de convers satisfaisait un besoin spirituel et social dans une époque en expansion économique et en croissance démographique. Ils défrichèrent d'immenses domaines et constituèrent une force de travail à la fois souple et mobile. Avec le système des granges situées loin du monastère et qui permettait la dispersion des frères pendant toute la semaine, le développement d'une économie agraire et pastorale put atteindre un niveau très élevé.

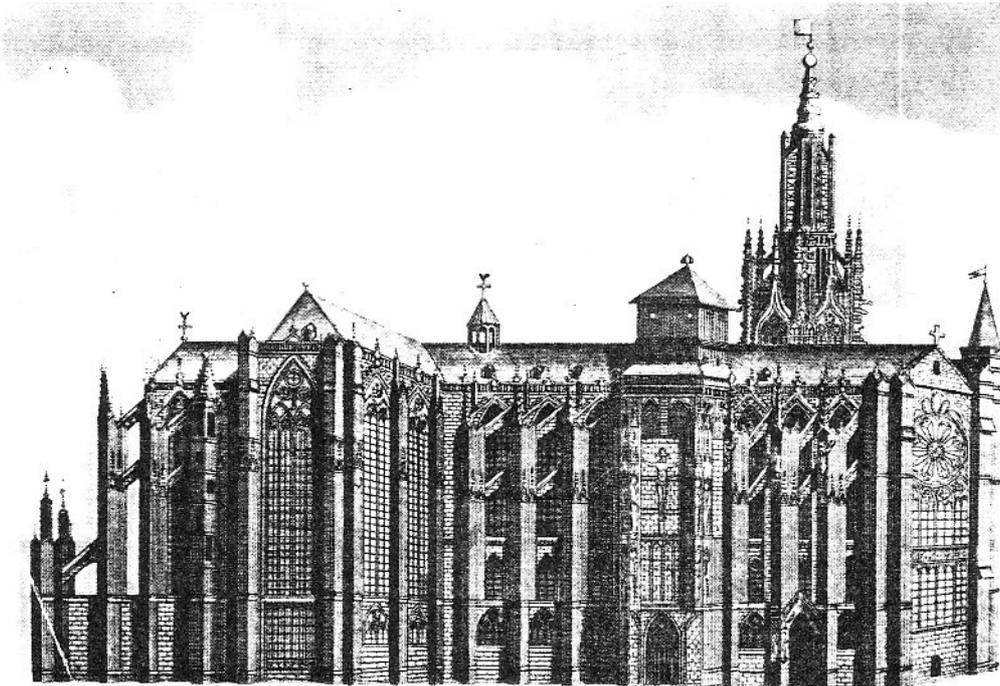
La position de Saint Bernard peut s'expliquer par le refus de la nouveauté, conséquence de l'évolution sociale, mais aussi vers un retour aux sources, une nostalgie d'un monde féodal qu'il sent en difficulté. La preuve en est dans le soutien qu'il accorde aux ordres militaires et en particulier à l'Ordre du Temple, dont le fondateur Robert de Craon recruta en Occident. Il est partisan convaincu des ordres monastiques militaires, qui réalisent pour lui l'idéal de la chevalerie par les trois vœux qui constituent les conditions de l'engagement militaire : vœu de chasteté, vœu de pauvreté, vœu d'obéissance.

Par là, il apparaît comme un conservateur ; aussi, si l'ordre de Cîteaux se développe à la fin du XII^{ème} siècle et demeure longtemps encore une pépinière d'évêques et le fer de lance du combat contre l'hérésie, au siècle suivant il ne fera plus que survivre, ses monastères parfaitement insérés dans les mécanismes agricoles seront eux aussi devenus trop riches. Ils représentent le passé et à leur tour seront critiqués.

Pour clore ce chapitre, il faut avouer que nous avons insisté sur le mouvement cistercien vu son importance dans l'art religieux, mais ce serait fausser les perspectives que de tout ramener à Cluny et à Cîteaux. D'autres ordres importants participent au développement du monachisme et à la complexité du monde religieux d'alors.

Certains exagèrent encore le besoin de pureté et de solitude comme les Chartreux qui représentent en quelque sorte l'extrême droite du monachisme, d'autres au contraire bien que s'activant aussi dans le monde rural sont surtout liés au milieu urbain dont ils sont issus.

C'est le cas des chanoines réguliers adoptant la règle de Saint Augustin. Au groupe des chanoines réguliers appartenaient les Prémontrés et d'autres "Augustins", et c'est parce que l'église du Latran fut desservie par des clercs de cette sorte que le pape a adopté l'habit blanc qu'il a conservé jusqu'à nos jours.



La cathédrale de Metz avant l'incendie de 1877

4 - L'art gothique

Toujours à la même époque qui nous a servi de point de repère, un homme, un bénédictin représente au contraire l'avenir.

Suger, abbé de Saint-Denis nécropole des rois de France, ami d'enfance de Louis VI, est un personnage important à qui Louis VII, au moment de partir pour la croisade, confie la régence. Son action pour maintenir l'ordre public pendant l'absence du roi et sa lutte contre les féodaux lui valent le titre de Père de la Patrie.

Il reconstruit l'abbaye de Saint-Denis, laissant intacte la nef. Il édifie de 1130 à 1140 une avant-nef avec une façade imposante et ensuite, de 1140 à 1144, un chœur avec un déambulatoire à chapelles rayonnantes. Pour la première fois en Ile-de-France la croisée d'ogives est employée. L'emploi de cette technique est encore maladroite ; voute épaisse, énorme volume des maçonneries, il s'agit d'un art de transition qui conserve encore des aspects romans. Il faut d'ailleurs souligner qu'il n'y a, au point de vue architectural, aucune solution de continuité entre le roman et le gothique ; dans certains édifices romans dont la construction précède de peu celle de Saint-Denis, les constructeurs s'attachèrent à diminuer la courbure de leur voute en relevant le niveau de la clef des arcs d'encadrement. Ils en font usage pour les doubleaux et les formerets de l'arc brisé ; grâce à cette pratique ils eussent pu amener les lignes de faite des voutes dans le même plan horizontal et reporter du même coup toutes les poussées aux quatre points de retombée. C'est ce que permet la voute d'ogive qui aboutira, par conséquent, surtout par l'usage de l'arc boutant extérieur, à réduire l'importance des murs et à les remplacer par des remplages pour y loger le flamboiement du vitrail.

Le style gothique naissant à l'abbaye royale de Saint-Denis est nécessairement et avant tout un art royal ; mais il est dû à la volonté d'un homme qui avait sur l'art des idées personnelles qui s'opposaient à celles de Saint-Bernard. Bien que son ami et appréciant sa rigueur morale, il ne cédera jamais à ses critiques, aussi bien juge-t-il nécessaire la richesse des églises. *« Ainsi, dit-il, à partir de la jouissance que j'éprouvais devant la beauté de la maison de Dieu, l'éclat diapré des bijoux m'a détourné des soucis extérieurs, et la méditation pieuse m'a conduit à fixer mon attention sur les vertus spirituelles, me détachant des choses matérielles pour m'attacher aux choses immatérielles. Ainsi, il me semble que je reste sur la rive extérieure du monde, qui ne se trouve ni tout à fait dans le borbier terrestre, ni tout à fait dans la pureté céleste. Par la grâce de Dieu, je suis soulevé par une ascension spirituelle. J'ai toujours eu la conviction que toutes les choses les plus précieuses et ce qui est encore plus précieux que ces choses doivent servir avant tout à l'administration de la sainte eucharistie ».*

Mais cette opinion, il la partage avec les clunisiens et cela ne constitue pas la cause profonde qui lui fait utiliser la nouvelle technique.

Cette cause, il faut la chercher dans le symbolisme de la lumière que l'on trouve déjà dans les saintes écritures, dans l'évangile de Jean par exemple (1,9-10). *« Le verbe était la vraie lumière qui, en venant dans le monde, illumine tout homme. Il était dans le monde, et le monde fut par lui, et le monde ne l'a pas reconnu ».* Et aussi dans l'épître de Saint Jacques (1,17) *« Tout don de valeur et tout cadeau parfait descendent d'en haut, du Père des lumières chez lequel il n'y a ni balancement ni ombre due au mouvement ».*

L'intérêt de Suger pour la lumière provient sans doute des exemplaires, offerts d'abord à Pépin le Bref par le pape, puis en 807 par Michel le Bègue, empereur de Constantinople à l'empereur Louis le Pieux, de l'œuvre du Pseudo-Denys, grec qui vivait à la fin du V^{ème} siècle et au début du VI^{ème}. Or, tous les hommes du Moyen-Age ont confondu ce Pseudo-Denys avec Saint Denys, membre de l'aréopage d'Athènes et converti par Saint Paul.

Les restes des rois de France reposaient près du tombeau du premier martyr chrétien du pays de France, un autre Denis, Saint-Denis, apôtre des Gaules, premier évêque de Paris († vers 250). De cette confusion naît l'intérêt de Suger pour l'œuvre importante de cet auteur (Noms divins, Théologie mystique, Hiérarchie Céleste, Hiérarchie ecclésiastique, Lettres) qui cherche à accorder l'enseignement des Écritures chrétiennes et la pensée du néoplatonisme païen de Proclus (410-485). On peut considérer l'influence du Pseudo-Denys sur la pensée du Moyen-Age comme aussi importante que celle de Saint-Augustin.

Les œuvres du Pseudo-Denys ont été traduites au IX^{ème} siècle (vers 860-862) par un des plus profonds et des plus subtils penseurs de la philosophie chrétienne : Scot l'Erigène. Pour établir l'importance de cet auteur, notons que Saint Thomas le citera à peu près 1 700 fois et c'est Denys, tout autant qu'Augustin, qui lui sert d'autorité lorsqu'il corrige l'aristotélisme, en substituant au Premier Moteur impassible le Bien qui se diffuse par amour. (tiré de La philosophie médiévale, P.U.F.).

Ainsi donc Dieu est lumière. *« À cette lumière initiale, créée et créatrice, participe chaque créature. Chaque créature reçoit et transmet l'illumination divine selon sa capacité, c'est-à-dire selon le rang qu'elle occupe dans l'échelle des êtres, selon le niveau où la pensée de Dieu l'a hiérarchiquement située. Issu d'une irradiation, l'univers est un jaillissement lumineux qui descend en cascades, et la lumière émanant de l'Être premier installe à sa place immuable chacun des êtres créés. Mais elle les unit tous. Lien d'amour, elle irrigue le monde tout entier, elle l'établit dans l'ordre et dans la cohésion et, parce que tout objet réfléchit plus ou moins la lumière, cette irradiation, par une chaîne continue de reflets, suscite depuis les profondeurs de l'ombre un mouvement inverse, mouvement de réflexion, vers le foyer de son rayonnement. De la sorte, l'acte lumineux de la création institue de lui-même une remontée progressive de degré en degré vers l'Être invisible et ineffable dont tout procède. Tout revient à lui par le moyen des choses visibles qui, aux niveaux ascendants de la hiérarchie, réfléchissent de mieux en mieux sa lumière. Ainsi le créé conduit-il à l'incrée par une échelle d'analogies et de concordances. Élucider celles-ci l'une après l'autre, c'est donc avancer dans la connaissance de Dieu. Lumière absolue, Dieu est plus ou moins voilé dans chaque créature, selon qu'elle est plus ou moins réfractaire à son illumination ; mais chaque créature le dévoile à sa mesure, puisqu'elle libère, devant qui veut l'observer avec amour, la part de lumière qu'elle recèle ».* (Georges Duby, Le Temps des cathédrales, N.R.F.)

Avec Scot l'Erigène, dans son œuvre capitale, *De divisione Naturae*, on progresse également par une dialectique qui dans un premier mouvement de descente va de l'un au multiple : *« Il fait voir comment les genres se divisent en espèces, les espèces en individus. L'autre mouvement va du multiple à l'un : il ramène les individus aux espèces, les espèces aux genres, les genres à l'unité. Tel est le rythme de la pensée, tel est aussi le rythme de l'univers : descente et division d'une part, remontée et réunification de l'autre. À travers les Pères grecs, tout particulièrement Denys, Jean Scot retrouve ainsi les deux thèmes directeurs des philosophies néo-platoniciennes : procession et retour ».* (Édouard Jeanneau, La philosophie Médiévale, P.U.F.).

L'intérêt pour la lumière est d'ailleurs une constante du Moyen-Age. On la trouve aussi bien chez les mystiques franciscains que chez les scientifiques de l'école d'Oxford au XIII^{ème} siècle. La doctrine de l'illumination

développée par Robert Grossetête (évêque de Lincoln en 1235) affirme que la vérité d'une chose, c'est « *sa conformité à sa raison dans le Verbe éternel* » : on ne peut donc « *voir une vérité créée que dans la lumière de la Vérité Suprême* ». D'autre part, Robert Grossetête s'est attaché à l'étude de l'optique et a étudié la réflexion, la réfraction, l'arc en ciel. Pour lui, elle est la clef de la physique entière, car son objet, la "lux", est plus que la lumière sensible : c'est la première forme corporelle qui permet d'expliquer la constitution du monde. « *Au principe du temps, la lumière, qui est la première forme dans la matière première créée se multipliant elle-même par elle-même de tous côtés à l'infini, s'étendant également dans toutes les directions, étendant la matière qu'elle entraînait avec elle sans pouvoir l'abandonner jusqu'à former une masse égale à la machine du monde* » (extrait de L'histoire de la philosophie, la Pléiade). Même intérêt chez Roger Bacon, disciple de Grossetête et qui étudie expérimentalement la lumière.

Il résulte bien de cette étude que la lumière est une clef de l'art gothique et « *que plus que toutes les autres les églises gothiques sont des tributs que le genre humain a offerts à un Dieu invisible, des édifices qui élèvent le regard et l'esprit depuis les choses terrestres et matérielles jusqu'au royaume spirituel de la lumière* » (M.-D. Knowles, Nouvelle histoire de l'Église, tome 2, Editions du Seuil).

Voilà ce qui explique pourquoi la maçonnerie épaisse et ses poussées verticales se transforment en une ossature élancée, traversée de poussées diverses, admirable système d'équilibre où les poussées obliques sont contrebutées par l'arc boutant. La maçonnerie dégagée se réduit à n'être guère plus qu'une charpente de pierre. Le verre remplaça la pierre entre les lignes de soutien. Les architectes recherchèrent le plus de lumière possible supprimant même pratiquement la croisée du transept et faisant disparaître le narthex roman qui marquait la place des pénitents. Les tympans au portail de la façade sont remplacés par des verrières. Partout fleurissent des roses qui figurent « *le jaillissement créateur, la procession de la lumière et son retour, cet univers d'émanations radieuses et de reflets que décrit la théologie dionysienne* » (Le Temps des cathédrales).

La deuxième clef de l'art gothique, il faut la chercher dans le domaine royal, là où les vraies cathédrales qui ne sont plus des abbayes commencent à s'élever : Laon vers 1150-1155, Paris vers 1163, Chartres vers 1194, Bourges vers 1195, etc.

Il nous faut abandonner cette croisée des chemins d'où nous avons déjà plongé notre regard dans ce XIII^{ème} siècle et nous y installer résolument.

Le fait nouveau c'est la tendance qu'ont les hommes des cités nouvelles ou reconstruites de se réunir spontanément en vue du Bien commun et de la Justice. Ces groupes unis où se développe l'esprit communautaire : *columelle, congregatio, conventus, concilium, communio, communa, societas*, etc. sont des communautés dont le nom générique est l'universitas et dont les caractéristiques ont été définies par les travaux de Pierre Michaud Quentin.

Seule la communauté est une réalité naturelle dans laquelle le tout préexiste aux parties. Elle est en somme indépendante des individus qui la composent et c'est par elle que chacun trouve son identité. La collectivité ou la communauté est une réalité non physique, fictive, immatérielle, qui possède une personnalité morale et juridique. Les individus n'ont aucun droit sur ce qui a été accordé à l'*universitas*, c'est-à-dire à son représentant. Les individus peuvent changer, l'*universitas* demeure. Quant aux rapports entre les individus, c'est une conséquence du lien social, le plus souvent gagé par un serment mutuel, qui existe entre telle communauté et chacun de ses membres : « *Le lien qui l'attache à la collectivité a une force suffisante pour lui créer un statut inséparable de sa personne, constituant son état civil* ».

Il faut comprendre ce qu'une telle conception a d'opposé à l'augustinisme qui a été la tendance dominante de l'âge roman. Dans celui-ci les individus n'ont pas de vraie réalité. La seule réalité supra-humaine est celle du corps mystique au travers duquel les individus sont liés directement au créateur ; cela implique que dans le domaine temporel où tout n'est qu'apparence, il n'y a pas de rapports sociaux entre les individus. Ce qui tient lieu de droit, C'est donc un ensemble de lois morales et religieuses définies par le droit canon.

Au contraire, dans la communauté les liens entre les individus prennent toutes leurs valeurs et le droit romain, qui est d'attribuer à chacun ce qui lui revient, va renaître du fond des âges. Bien entendu dans la communauté la fin est toujours le salut, mais le tissu de l'univers s'est un peu desserré ; il confère à l'ordre naturel le minimum de valeur nécessaire pour que les rapports entre les hommes puissent être érigés en ordre.

Dans les communes qui viennent d'obtenir leur charte et qui se sont libérées de la tutelle de l'évêque ou du comte, la communauté urbaine implique un autre type de société. A l'hommage vassalique caractéristique de la féodalité, le serment mutuel impose une structure horizontale qui s'oppose à la structure verticale du système féodal. Ainsi se trouve en germe le déclin de la féodalité.

Les écoles épiscopales se regroupent et l'université est, à l'instar des corps de métier, un des corps de la ville nouvelle. Les statuts de l'Université de Paris sont approuvés en 1215. C'est une institution européenne. Avec les

universités un pouvoir nouveau apparaît qui forme avec la papauté et la royauté. une trilogie : *Sacerdotum, Regnum, Studium*. Ce savoir universitaire assume une fonction sociale autant qu'intellectuelle : il formera les cadres dont les États et les nouveaux corps politiques ont besoin. Les universités sont des pépinières de hauts fonctionnaires religieux et civils. Il est affaire d'Église et les universitaires sont des clercs.

Enfin les marchands, qui comme les maîtres des écoles cathédrales, furent longtemps des itinérants, deviennent des sédentaires et comme les artisans se réunissent en corps.

La cathédrale est la grande église de la cité, orgueil des artisans et des marchands, construite grâce à leurs donations pieuses et à celles du roi. Par une sainte émulation elles s'élevèrent toutes presque simultanément. Centre des communautés, lieu où la commune toute entière tenait ses réunions civiles, c'était à la cathédrale que les jours de fêtes les citadins et les campagnards se rassemblaient autour des reliques ou de la tombe du saint vénéré.

En réalité, dans un monde en pleine évolution, des tensions étaient inévitables. Dans le domaine de la religion, de nouvelles aspirations menacent l'ordre établi. Face à la solidarité qui bloquait prélats et seigneurs dans les liens d'une même tradition et d'un même confort, qui leur fermaient les yeux sur les transformations nécessaires, se lèvent des hommes dont le culte de la pauvreté et l'idéal communautaire est une façon de spiritualiser les conditions de vie réelles et de réagir contre les riches marchands, seigneurs et prélats.

Certains de ces mouvements débouchent sur l'hétérodoxie ou l'hérésie : il en sera ainsi pour l'hérésie cathare.

D'autres ont produit et laissé dans leur sillage un ordre religieux ; c'est ainsi que, grâce à la largeur d'esprit du pape Innocent III, la confrérie, réunie autour de François d'Assise, sera reconnue. Ce fut l'origine d'un ordre : celui des franciscains ou frères mineurs. Vers la même époque Dominique créait l'ordre des dominicains ou frères prêcheurs.

Les deux ordres vont œuvrer, tout en soulignant la valeur éminente de la pauvreté (d'où leur nom d'ordres mendiants), pour donner un statut spirituel aux activités intellectuelles et commerciales de la Cité. Ils admettent et affirment que tout métier convenablement exercé peut amener au salut. Ce faisant, ils légitiment le profit et dans une certaine mesure l'usure jusqu'alors uniquement tolérée chez les juifs.

La transformation de ces ordres, en particulier les franciscains, chantes inspirés d'une prédication naïve, en logiciens et docteurs, résulte de la volonté papale. L'époque exigeait moins de chanter l'amour de Dieu et des créatures que de détruire les déviations doctrinales et de rectifier la foi du peuple. On fixa les franciscains dans des couvents, et on les détourna du vagabondage lyrique, puis on en fit des professeurs.

Dominicains et Franciscains, aux ordres du pape, forment dès 1225, deux armées du savoir. L'entrée des ordres mendiants dans l'Université est rendue d'autant plus nécessaire que le domaine de la pensée s'étend. D'autre part leur position dans l'Université est rendue inconfortable par ceux qui suivent Gérard de San Donnino, franciscain enseignant à Paris et disciple de Joachim de Flore († 1205). Celui-ci était le prophète d'une nouvelle chrétienté et ses œuvres proposent un grand schéma de l'histoire du monde en trois parties : l'âge de Dieu le Père et de la Loi, de la Création à la Rédemption ; l'âge de l'Évangile et du Fils, qui atteignait son terme ; l'âge de l'Évangile éternel et du Saint Esprit. Cette dernière période devait commencer en 1260 et était celle d'une compréhension nouvelle et spirituelle du message évangélique. Gérard de San Donnino utilisa les prophéties de Joachim de Flore pour présenter les frères mineurs comme les apôtres du règne futur du Saint Esprit.

Il est intéressant de noter qu'au Moyen-Age plusieurs auteurs musulmans chiites identifient le XII^e Iman, l'Iman al-Mahdi, avec le Paraclet dont la venue est annoncée dans l'Évangile de Saint-Jean auxquels ils réfèrent. Il y a donc une convergence entre l'idée profonde du chiisme et « *l'ensemble des tendances philosophiques qui, en Occident, depuis les joachimites du XIII^{ème} siècle jusqu'à nos jours, ont été guidés par l'idée paraclétique et ont conduit à penser et à œuvrer en vue du règne de l'Esprit Saint* » (Henri Corbin, Histoire de la philosophie islamique, Gallimard, 1964).

Alexandre IV condamnait, en octobre 1255, l'Introduction à l'Évangile éternel, ce qui désarmait ceux qui, à l'Université de Paris, étaient les adversaires des ordres mendiants, car il confirmait en même temps la vérité évangélique des Mineurs et des Prêcheurs par la bulle *Quasi lignum vitae* (1257). Dès lors, les frères jouirent d'une position solide sur tous les points essentiels.

Nous avons eu l'occasion de souligner comment les maîtres des écoles du XII^{ème} siècle avaient su concilier le Livre de la Nature et le Livre des Écritures, dans une tradition néoplatonicienne. Contrairement au pessimisme plotinien, Proclus assure que « *la matière est bonne pour une part, même si elle est infinie, très obscure et informe* » (In Timaeum, 1,385). De Proclus à Saint Thomas, en passant par Denys, Scot l'Erigène, Thierry de Chartres, Robert Grossetête, Roger Bacon, on semble percevoir une parenté, une filiation ; chez tous il y a un intérêt pour les lois de la Nature. Pour eux la matière participe à la splendeur de Dieu, elle le glorifie, elle conduit à le connaître.

On retrouve ce nouvel intérêt pour la nature dans l'art gothique où, célébrant Dieu dans son acte créateur, les théologiens inscrivent en plein centre de l'art des cathédrales l'image réconciliée de l'univers visible. La cathédrale fut conçue comme un livre de pierre et les thèmes religieux permettent à l'artiste d'exprimer sa reconnaissance pour toute la beauté offerte à l'homme. Les plus familiers se plaisent à décrire les paysans et les artisans au travail, les animaux et les plantes qu'ils redécouvrent chaque printemps avec le même étonnement.

L'habileté de l'artiste gothique va jusqu'à modifier les proportions réelles du corps humain pour mieux donner l'illusion du naturel. Ce faisant, il redécouvre les leçons de l'art grec qui incurvait le faite des temples afin qu'il parut droit. Il n'y a pas copie servile de la nature mais interprétation d'un idéal marqué par le sens de l'humain qui révèle un monde supérieur où tout est ordre et beauté.

Toutes ces sculptures gothiques, le Beau Dieu d'Amiens, la Vierge dorée, le Saint Michel de Bourges, l'ange de Reims, le Saint Théodore de Chartres, etc. appartiennent bien à l'époque où Saint François d'Assise s'était senti en profonde fraternité avec toutes les choses de la création.

Mais elles appartiennent aussi à celle un peu plus tardive où Saint Thomas affirmait que « *réduire la perfection des créatures, c'est réduire la perfection de la puissance divine* ».

Cependant au XIII^{ème} siècle, dans le domaine de la pensée, il ne suffit plus de concilier la logique d'Aristote avec un certain platonisme. En effet, arrivent invisiblement et sporadiquement les traités philosophiques du Stagyrite. Ils pénètrent en France à partir de la Sicile et surtout de l'Espagne. Ce sont souvent des traductions à deux degrés d'œuvres antiques traduites jadis en arabe, des traducteurs généralement juifs transposent le texte en langue vulgaire ; de là, il est rendu en latin. Parfois même, il s'agit d'œuvres traduites jadis en arabe sur une traduction du grec en syriaque !

Bref, par un long cheminement les traductions arrivent à Paris et à Oxford, d'abord les traités scientifiques (vers 1180) ; ensuite les grandes œuvres philosophiques sur la métaphysique, la morale et la psychologie (vers 1250-1260). Certains, comme le *Liber de causis*, sont des ouvrages néoplatoniciens apparentés à ceux de Proclus (tout le Moyen-Age l'a pris pour une œuvre d'Aristote), d'autres comportent des commentaires et sont des traductions des arabes qui interprètent le philosophe dans une perspective particulière. Cet aristotélisme "contaminé" s'intègre lentement dans la pensée médiévale et au contact de ces textes et des idées nouvelles qu'ils véhiculent, la pensée de l'Occident se renouvelle, sans trop de heurts, puisque restant dans la sphère du platonisme.



Une fresque célèbre de Raphaël montre Platon un doigt levé vers le ciel, Aristote un doigt baissé vers la terre. Cette allégorie illustre une des différences entre le platonisme et l'aristotélisme. Platon est le philosophe des Idées, il est celui qui a désespéré de la réalité sensible et qui a cherché dans le ciel intelligible les principes d'explication de l'essence des êtres.

Aristote a fait le pari inverse et après avoir reproché à Platon la séparation du sensible et de l'intelligible, il aurait cherché dans la réalité elle-même les éléments de sa compréhension.

Cette première interprétation d'Aristote pouvait très bien s'intégrer dans une pensée médiévale fortement imprégnée par le néoplatonisme de Proclus et était en parfaite harmonie avec le contexte socio-économique de la vie urbaine.

Cependant la méfiance entre cette philosophie se traduit en 1210 par une première interdiction aux professeurs de Paris de l'utiliser. Grégoire IX la renouvela en 1231 en même temps qu'il fondait l'organisation et l'indépendance de l'Université de Paris. Rien n'y fit, elle était déjà entrée dans le programme des études de lettres à Oxford. Dès lors le courant s'amplifia, et les théologiens et les professeurs de la faculté des Arts furent contraints de tenir compte de la pensée d'Aristote ; mais, peu à peu, on comprit que chez Aristote, et surtout chez son "commentateur" Averroès, les idées philosophiques et la perspective matérialiste étaient peu assimilables par la foi chrétienne parce que ne s'accordant pas avec les perspectives profondément religieuses d'Augustin ni avec le néoplatonisme sous-jacent à sa pensée.

Ce fut l'œuvre de Thomas d'Aquin (1224-1274) de chercher à intégrer l'aristotélisme à la théologie. Il était le disciple d'Albert le Grand, qui comme lui était un dominicain et avait professé à la faculté de théologie de Paris ; comme lui il est auteur de Sommes qui, au XIII^{ème} siècle, sont pour la théologie et la philosophie, ce que les cathédrales sont pour l'architecture. De 1248 à 1252, Thomas étudie à Cologne sous la direction d'Albert le Grand. En 1252, il arrive à Paris. En 1257, en même temps que Saint Bonaventure, il y est officiellement reçu parmi les maîtres en théologie de l'Université.

Saint Thomas propose d'adopter le système d'Aristote comme base générale de la pensée et de la théologie chrétienne, et de l'interpréter chaque fois que cela est possible dans un sens chrétien ; enfin, de la corriger en quelques endroits. Il reformula presque tout Aristote et admit certains éléments platoniciens ou néo-platoniciens.

Saint Thomas rejette le spiritualisme d'Augustin et ce qui est au cœur de la philosophie de Platon : la théorie des Idées. Il pose, comme Aristote, que les objets naturels (les causes secondes en langage théologique) ont une consistance et une action réelles, que l'univers comme la nature humaine sont dignes d'intérêt ; conception de la vie qui donnait ainsi une valeur absolue à la politique et aux relations humaines : « *L'homme est un animal social et politique* » disait-il. Dans cet univers ramené à sa portée, l'homme veut être heureux. Sa volonté résulte d'un "appétit" qui le porte vers les biens concrets. Le but de l'homme est de vouloir le bonheur et par rapport à celui-ci sa volonté va fonctionner comme nature. Alors que l'animal doit à sa nature de ne tendre qu'à deux fins : la perpétuation de sa vie et de son espèce, l'homme agit, et se donne les moyens d'agir, pour le Bien et la Justice. Sa nature le pousse vers la réalisation de ce Bien final, mais lui laisse une entière liberté, pour la réalisation de ses fins prochaines, de la forme qu'il donnera à ses actions pour y parvenir et de l'exécution de ses actions.

C'est donc le déterminisme de la volonté comme nature qui fonde la liberté du vouloir par tous les biens qui n'apparaissent pas comme nécessairement connexes avec le bonheur.

Il en résulte que la communauté, qui se forme spontanément comme conséquence d'un amour de choix résultant d'une complémentarité des goûts, des dons et des buts, doit être considérée comme un Tout.

Dans ce Tout, pour chaque individu l'autre est "un autre soi-même". Aimer c'est exister en communion avec l'autre et être prêt à risquer son bien particulier, non point tant pour le bien particulier de l'autre, mais pour le Bien du Tout que l'on forme avec lui : « *Il est d'un citoyen vertueux de s'exposer au péril de mort pour la sauvegarde du Tout social* ».

On peut donc dire que dans le thomisme, la théorie de l'*universitas*, dont nous avons donné les caractéristiques essentielles précédemment, trouve sa justification à la fois philosophique et théologique. Du thomisme nous ne venons de décrire qu'un des aspects, celui qui donne une valeur absolue à l'activité humaine, à la politique, à la vie sociale, mais partout on y retrouve le souci de maintenir dans leur intégrité les droits de la nature, au nom même du respect dû à Dieu ; ce qu'exprime la formule « *enlever aux choses leurs actions propres, c'est porter atteinte à la bonté divine* ».

La connaissance de Dieu ne se fera pas comme dans le platonisme et l'augustinisme par une démarche immédiate de l'esprit, sans intermédiaire, qui s'arracherait au monde pour chercher le secret d'un suprême arbitraire, mais en scrutant les réalités de la nature, pour y discerner les traces de sa sagesse. La transcendance même de Dieu est la raison de l'efficacité réelle des natures, des causes, des événements, car « *le vouloir de Dieu, si l'on comprend qu'il est au-delà de l'ordre des choses, est alors la cause pénétrant les profondeurs de l'être, dans sa totalité, toutes diversités comprises* ».

Entre le thomisme dans le domaine de la pensée et une société à structure communautaire, dont la motivation reste le salut et la finalité le Bien, c'est-à-dire la vertu, la justice, il y a une harmonie dont la cathédrale est la matérialisation. Jamais ces dyades que forment la théologie et la philosophie, la foi et la raison, la grâce et la nature, l'ordre et la beauté n'ont paru aussi solides, formant un Tout inséparable.

Mais ce point d'équilibre allait être dépassé. Les maîtres de la Faculté des Arts se mettent à commenter une philosophie pure, travaillant ainsi ouvertement en dehors du champ théologique. Cette philosophie que l'on a nommée "l'aristotélisme intégral" est fortement imprégnée de philosophie hispano-arabe : en particulier de celle d'Averroès. Celui-ci interprétait Aristote en soutenant que toute pensée humaine avait pour cause l'illumination du seul intellect, l'intellect agent, qui éclairait tous les esprits humains de l'extérieur et par le haut. D'une façon plus générale, la philosophie d'Averroès, interprétée par les occidentaux, et appelée pour cette raison, l'averroïsme latin, débouchait sur des conclusions incompatibles avec la doctrine chrétienne. En effet, elle conduisait à admettre que le monde est éternel ; l'espèce humaine aussi par conséquent ; qu'il n'y a qu'un seul intellect pour tous les hommes ; que la volonté humaine n'est par conséquent pas libre de ses choix, que Dieu ne connaît rien d'autre que soi, ce qui entraîne la négation de la Providence.

Les maîtres de l'école de Théologie réagissent vivement et en particulier Saint Bonaventure, chef de l'école franciscaine. Celui-ci a enseigné la théologie à Paris, de 1248 à 1255 ; en 1257 il est supérieur général de son ordre. Son œuvre est considérable, son savoir très étendu ; au courant de toute la philosophie d'Aristote il cite celui-ci plus de 1 000 fois dans son commentaire des sentences. Il montre comment Platon, avec la théorie des Idées, a été impuissant à nous mener à la connaissance de Dieu, ignorant qu'il était de ce qu'a su Saint Augustin : la génération du Verbe divin, et comment Aristote et les Arabes ont tort de parler d'un monde éternel. Son œuvre la plus significative est sans doute *l'Itinéraire de l'Esprit vers Dieu*, qui est plus un mélange de spéculation savante et de ferveur religieuse qu'un traité de philosophie. Pour lui, croire qu'on peut connaître le Créateur à la lumière de la philosophie est d'un sot : autant chercher à « *voir le soleil avec des chandelles* ».

En 1256, Albert le Grand, et en 1258, Thomas d'Aquin dans sa Somme contre les Gentils, critiquent l'averroïsme ; mais cela ne suffit pas à calmer les esprits. L'ancien chancelier de l'Université, Étienne Tempier, devenu évêque de Paris, intraitable tenant des conservatismes scolaires, se rencontre avec Bonaventure, dans l'opposition aux

"philosophes". Il dénonce, ceux, pour qui, « *philosopher c'est chercher simplement ce qu'ont pensé les philosophes et surtout Aristote, même si, par hasard, la pensée du Philosophe n'était pas conforme à la vérité et si la révélation nous avait transmis au sujet de l'âme des conclusions que la rai-son naturelle ne saurait démontrer* ».

En 1270 d'abord, puis en 1277, la crosse de l'évêque s'abat. Il condamne pêle-mêle des matérialistes, des aristotéliens, des averroïstes, en tout 219 propositions enseignées à la Faculté des Arts. Il dénonce ceux qui « *disent que cela est vrai selon la philosophie, mais non selon la foi catholique, comme s'il y avait deux vérités contraires, et comme s'il y avait, opposée à la vérité de l'Écriture sacrée, une vérité dans ce que disent les païens damnés* ». C'est ce qu'on a appelé la doctrine de la double vérité. Supposant l'ignorance ou la mauvaise foi chez Tempier, on hésitera à admettre que les averroïstes aient été jusque là.

Cependant dans cette réaction Thomas lui-même était compromis. N'avait-il pas écrit que l'idée d'un monde éternel créé n'était pas contradictoire ? Sur les 219 propositions condamnées, une vingtaine étaient des thèses thomistes.

Celui-ci, cependant, était mort depuis trois ans (la même année d'ailleurs que Bonaventure). Son crédit restait intact auprès du Saint-Siège et il était canonisé en 1323. Le thomisme n'était pas mort pour autant ; comme il arrive souvent pour les grands corps doctrinaux, les contemporains ne mesurèrent pas sa portée. Pourtant, elle allait devenir la philosophie officielle de l'Église catholique, et former des générations de français, puisque l'Église eut pendant des siècles le monopole de l'enseignement et souvent le privilège de la culture.

Il n'en reste pas moins que disparut à jamais la longue tradition, vieille de plus de mille ans, et partagée entre Saint Augustin et Saint Thomas, selon laquelle la connaissance philosophique et la connaissance théologique faisaient partie d'un même corps de vérité.

Cette première faille dans le domaine de la pensée est le signe avant coureur de transformations plus profondes.

La société communautaire, par un processus de laïcisation, va se transformer en une société civile, dont le profit est la motivation et où le négoce est élevé au rang de lien social. Alors que l'Église, en accord avec les Saintes Écritures, avait toujours condamné le marchand (Saint Thomas souligne que « *le commerce, considéré en lui-même, a un caractère honteux* ») on assiste à une évolution où l'utilité du marchand est reconnue. On lit dans un manuel de commerce datant du XV^{ème} siècle « *La dignité et le métier de marchand sont grands à bien des égards (...). Et d'abord en raison du bien commun, car le progrès du bien être public est un but très honorable d'après Cicéron, et on doit même être prêt à mourir pour lui (...). Le progrès, le bien-être et la prospérité des États, reposent pour une large part sur les marchands (...). Grâce au commerce, ornement et moteur des États, les pays stériles sont pourvus de nourriture, de denrées et de nombreux produits curieux importés d'ailleurs (...). Le travail des marchands est ordonné en vue du salut de l'humanité* ».

On mesure le chemin parcouru depuis Saint Augustin ; la cité marchande remplace la Cité céleste.

Évolution certainement, mais dans un siècle troublé. Nous ne sommes plus au temps des cathédrales mais au temps des inquiétudes. Au XIV^{ème} siècle, la grande peste, le grand schisme, les révoltes urbaines, la guerre franco-anglaise, les procès de sorcellerie et les bûchers de l'Inquisition éveillent l'idée d'un monde finissant, où le temps lézarde l'édifice construit par les siècles précédents.

La piété remplace la foi, et ce qui retenait l'attention du chrétien de cette époque, c'était le sort de l'âme jugée devant le tribunal de Dieu. L'accent principal est mis sur la mort corporelle, qui est le prélude aux fins dernières.

L'art reflète cette obsession dans les danses macabres, les gisants nus et décharnés. L'iconographie ne voit plus dans le Christ, le terrible justicier qui se dressait aux portails romans, ni le "Beau Dieu" trônant dans sa gloire, mais l'homme qui a vécu sur terre, souffert dans sa chair et dans son cœur, et redouté l'approche de la mort. L'architecture donne l'impression d'une technique privée d'âme, la virtuosité, et une sorte de routine remplace l'esprit créateur. Certaines belles églises, comme la cathédrale de Metz et Saint Urbain de Troyes, sont encore élevées, mais dans l'ensemble les architectes se contentent de répéter, en les compliquant, les formules qui ont fait leurs preuves.

Aussi bien, arrêtons-nous là notre propos.

A tous ceux qui, dans ce parallèle entre l'architecture religieuse et la pensée du Moyen-Age, trouveraient que la part a été faite trop belle pour celle-ci, négligeant celle-là : les différentes écoles régionales, les techniques et les hommes (maîtres d'œuvre, tailleurs de pierre) qui dans l'enthousiasme ont élevé nos belles cathédrales, je répondrai par ces vers du poète polonais :

Non, ce ne sont pas les mains seules
Qui assènent le poids du marteau,
Ni le torse gonflé, ni les muscles aux formes visibles,
Mais la pensée modelant son ouvrage,
Profonde, et qui se noue en ride sur le front
Et joint, au-dessus de la tête, épaules et veines
En voute d'ogives.
Ainsi, dans un instant, il devient un édifice gothique
Que traverse la verticale de sa pensée et de ses yeux.

(Karol Wojtyła)

Note de l'éditeur : au moment où il a écrit ce texte, Monsieur THOUESNY ne devait pas savoir que Karol WOJTYŁA allait être élu pape et devenir Jean-Paul II.

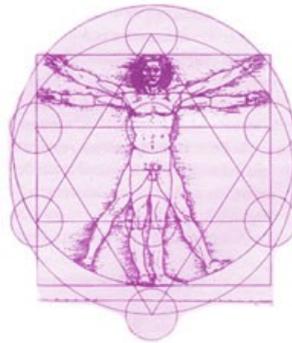


Église romane Saint-Pierre aux Nonains, Metz

Chapitre 4

L'art médiéval et les symboles

*Par Monsieur THOUESNY,
proviseur du lycée Hélène Boucher
en 1978-1979*



L'art roman est avant tout un art monastique, mais c'est aussi un art d'une extrême variété qui présente dans chaque province des caractères différents. Il est bien évident, en effet, que de l'abbé commanditaire qui ordonne la tâche au maçon qui, jour après jour, élève l'édifice, au couvreur qui le met hors d'eau, au décorateur qui l'agrémente, l'invention monumentale obéit à des lois sociales, économiques, géographiques, climatiques, qui expliquent ces variétés mais aussi certaines tendances techniques utilisées dans les églises parfois très éloignées.

Le regroupement en écoles régionales, ou la présence de routes de pèlerinage est insuffisant, compte tenu de ces variétés, pour expliquer le sentiment sinon d'unité, tout au moins de cohérence, que l'on ressent en visitant ces églises.

On peut souligner que les abbés commanditaires comme le grand Guillaume de Volpiano, constructeur de Saint Bénigne de Dijon, sont de grands voyageurs appelés par d'autres abbés et par des princes pour construire des églises de pays fort éloignés. Ils apportaient à la réalisation de leurs œuvres toute la foi mais aussi toutes leurs connaissances. Et il faut bien admettre, aussi bien pour eux que pour le maître d'œuvre appelé à se déplacer lui aussi, des connaissances mathématiques qui leur servaient dans l'établissement des plans. Les maîtres d'œuvre étant plus spécialement en possession de "trucs de métier" qui se transmettaient par voie orale depuis les temps les plus anciens.

En réalité, la cohérence de l'art roman est due justement à l'utilisation, dans la construction, de considérations symboliques, à la fois dans l'architecture et dans la décoration.

L'ouvrage capital de Vitruve (1^{er} siècle avant Jésus-Christ), *De architectura*, qui fut un livre de chevet du Moyen-Age, était bien connu des bâtisseurs de cathédrales et, à travers lui, ce sont toutes les traditions d'harmonies architecturales provenant du pythagorisme qui sont utilisées dans l'architecture et dans la décoration de l'art roman comme de l'art gothique.

Il y a depuis Pythagore et sa théorie des nombres, ceux-ci étant selon Théon de Smyrne la source et la racine de toutes choses, en passant par Platon, Saint Augustin et Boèce, toute une tradition d'utilisation des symboles du nombre.

On sait que le nombre pythagoricien n'est pas une simple quantité, c'est un intervalle harmonique et cette notion d'harmonie se retrouve dans la musique, particulièrement étudiée par Pythagore, dans l'astronomie et dans l'architecture ; finalement elle est la clef de voute de toute science et permet d'interpréter le cosmos.

Le Moyen-Age connaissait de Platon des extraits du Timée et dans la page 53 c on peut lire « *Lorsque fut entrepris l'arrangement de l'Univers, le feu, tout au début, l'eau, la terre, l'air avaient bien déjà quelques traces de leur nature ; mais ils se trouvaient certes, tout à fait en l'état où l'on peut s'attendre à trouver quelque chose, quand Dieu en est absent ; voilà quelle était alors leur condition naturelle, quand pour commencer il leur donna une configuration au moyen des formes et des nombres* ».

De celui qui aurait placé au fronton de son école « *Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre* » et qui au surplus avait, dit-on, lu ou acheté les trois livres contenant la doctrine ésotérique de Pythagore, on pouvait s'attendre à ce qu'il fasse une place de choix à la science des nombres dont le mérite est de nous arracher à la sphère du devenir.

Plus tard, au 3^e siècle après J.-C., Jamblique, néoplatonicien, écrit « *Si l'âme est une idée nombre et subsiste selon les nombres qui contiennent l'harmonie, on doit faire dépendre d'elle, ensemble, toutes les proportions qui sont commandées par la mathématique et lui subordonner toutes les correspondances. C'est pourquoi il y a une communauté de subsistance entre l'âme et les correspondances géométrique, arithmétique et harmonique réunies* ».

Connaissant la concordance entre l'augustinisme et le platonisme, on ne s'étonnera pas de retrouver

chez Saint Augustin des conceptions sur les rythmes analogues à celles que l'on trouve dans la République (de 400 a à 403 d). Pour Saint Augustin, « *L'homme est une âme raisonnable suivie par un corps terrestre* ». Cette prééminence de l'âme se voit dans la perception: « *Entendre un rythme, le percevoir comme tel, c'est mettre en rapport des "nombres sonores" et des nombres intérieurs, qui les jugent ; ici encore l'analyse nous mène du dehors au dedans, et du dedans en haut. (D'une façon tout à fait conforme d'ailleurs à la dialectique ascendante puis descendante que l'on trouve en application dans la République et le Timée). Car les lois des nombres sont fondées en Dieu. Nombres, idées, règlent l'ordre des choses ; ils ne sont pas des créatures, mais des participations de la Sagesse Éternelle par laquelle Dieu à créé le Monde et qui est identique à lui* ». (Histoire de la Philosophie, La Pléiade, 1974, tome I, p. 1217).

Cette science des nombres, on la retrouvera dans tout le Moyen-Age friand de spéculations mathématico-théologiques, par exemple : au 12^e siècle, avec Thierry de Chartres, qui, à propos de l'Unité (Dieu est Unité), montre que les mathématiques font découvrir la Trinité au sein de l'unité, une Trinité qui est Unité ; ainsi qu'avec Raymond Lulle, au 13^e siècle, qui dans son livre Le Grand Art, écrit pour la conversion de l'Islam « *Imagine tout un mécanisme de figures, sorte d'algèbre métaphysique où Dieu et ses attributs, l'humanité, le monde sont symbolisés par des cercles, des carrés, des triangles. Qui sait manœuvrer ces symboles, pourra aboutir aux grandes vérités de la foi catholique concernant Dieu, l'humanité et le monde* ». (Édouard Jeuneau, La Philosophie médiévale, P.U.F., 1975).

En accord avec la pensée médiévale, le constructeur des églises romanes et des cathédrales va utiliser cette science des nombres, en faisant apparaître dans la construction des rapports harmoniques, dont le nombre d'or, et des figures (qui sont aussi des nombres pour les Pythagoriciens) lourdes de signification symbolique. En cela il est l'héritier des constructeurs des temples des plus anciennes civilisations.

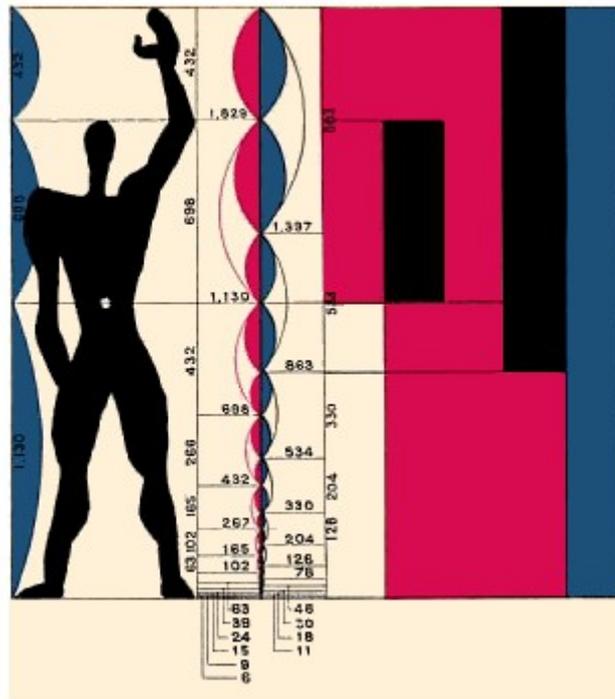
Le symbolisme dans la cathédrale gothique est présent comme dans l'art roman, qu'il s'agisse du symbolisme du nombre, des figures, des proportions ou du symbolisme existant dans l'iconographie chrétienne décrite dans les sculptures.

La cathédrale est, ne l'oublions pas, un résonateur entre l'homme microcosme et le cosmos, c'est aussi un reflet de l'univers construit à l'image de l'homme. Or au plan des représentations imaginaires, les structures du monde sont également celles de l'homme et on sait qu'au Moyen-Age les correspondances entre les parties du corps humain et les signes du zodiaque apparaissent dans les enluminures dès l'époque romane : elles illustrent le souci que l'on avait de saisir l'homme à travers ses mystérieuses relations avec le cosmos.

Le temple résume non seulement la connaissance que ses constructeurs avaient de l'univers mais répond à la question du pourquoi de Vêtre, par son symbolisme qui révèle l'homme à lui-même à travers une expérience cosmologique.

Chapitre 5

Φ et le « beau »



1. Φ et le symbolisme des nombres

Depuis la plus haute antiquité, on considéra le monde comme un édifice mathématique cohérent dont l'harmonie ne pouvait être que d'essence divine. « *Tout ce que la nature a arrangé systématiquement dans l'univers parait, dans ses parties comme dans l'ensemble, avoir été déterminé par le nombre, par la prévoyance et le pensée de celui qui a créé toutes choses* » : ainsi s'exprime Nicomaque de Gérase dans son introduction à l'arithmétique.

Si l'on examine les définitions des mots harmonie et beauté, on retrouve les notions de nombre, proportion, mesure, cadence, comme liées à celles de plaisir esthétique et de perfection. Saint Thomas d'Aquin l'explique ainsi : « *Les sens jouissent de choses bien promotionnées comme étant de même nature qu'eux, car les sens sont eux aussi une sorte de raison comme l'est la faculté cognitive* ». La « divine proportion » possède, selon Luca Pacioli, plusieurs attributs de la divinité. Elle régit (tout comme la sainte trinité) une relation entre trois termes et, comme Dieu, elle reste semblable à elle-même.

L'art est une tendance vers l'accomplissement, une manifestation de la recherche universelle de l'ordre arraché au chaos. Un des nombres présidant à l'organisation du chaos peut être le **nombre d'or** que l'on retrouve dans les domaines les plus variés. Ainsi les plus grands artistes participeraient au nombre d'or moins par connaissance que par instinct du beau et de l'harmonie. Pythagore énonce deux principes : « *Les nombres constituent tout ce qui est* » et « *L'harmonie est l'unité du varié et l'accord de ce qui est discordant* », d'où l'arithmétique, mère des intervalles musicaux et des moyennes. D'où, également, le passage des nombres aux figures : pentagramme, icosaèdre... Selon Hegel, le beau est l'harmonie dans les sentiments affectifs, dans nos émotions désintéressées.

Le nombre d'or, présent dans le règne végétal, animal, dans les phénomènes de croissance, l'est également dans l'homme. Or l'homme est la mesure de l'univers. Un être qui exprime l'harmonie et la beauté est par lui-même la « mesure » de l'harmonie du monde (le sens de la mesure était la qualité la plus honorée chez les Grecs). Jean Giraudoux, dans « La guerre de Troie n'aura pas lieu », met dans la bouche d'un géomètre antique ceci : « Depuis qu'Hélène est ici, le paysage a pris son sens et sa fermeté. Et, chose particulièrement sensible aux vrais géomètres, il n'y a plus à l'espace et au volume qu'une commune mesure qui est Hélène. C'est la mort de tous les instruments inventés par l'homme pour rapetisser l'univers. Il n'y a plus que le pas d'Hélène, la coudée d'Hélène et l'air de son passage à la mesure des vents. Elle est notre baromètre, notre anémomètre ».

La perception de la beauté humaine serait donc la « commune mesure » de toutes choses. Le Parthénon et les temples des Indes, les cathédrales, furent construits selon des mesures précises, constituant un code, un système cohérent, voire affirmant une unité essentielle. Les outils utilisés pour ces mesures étaient attachés à la personne humaine : c'était la coudée, le doigt, le pouce, le pied, l'empan, la foulée, etc... Ils participaient de la mathématique qui règle le corps humain, cause de la qualité d'harmonie qui nous émeut en tant qu'humain. La révolution française a transformé tout cela en introduisant une mesure dépersonnalisée, abstraite : le mètre, quarante millionième du méridien terrestre, indifférent à la taille des hommes. A partir de 1943, Le Corbusier mettra au point un outil de travail, le Modulor, basé sur la stature humaine et la section d'or.

2. Le Corbusier

En 1949, Le Corbusier fait éditer un livre dont le titre complet est « Le Modulor, essai sur une mesure harmonique à l'échelle humaine, applicable universellement à l'architecture et à la mécanique ». Nous pouvons encore ajouter aux précisions de ce titre, que le Modulor est un étalon de mesure de longueur, et que cet étalon est gradué en fonction de calculs englobant taille d'un homme standard et dimensions en relation avec Φ (d'où le terme de Modul-or).

1. Pourquoi un module nouveau, et pourquoi selon Φ ?

A. Un module nouveau

À travers la lecture de « Le Modulor » (Éditions de l'Architecture d'aujourd'hui, 1969), nous trouvons trois raisons, développées ci-dessous.

A.1 Le refus du mètre

Le Corbusier expose les griefs qu'il nourrit contre le mètre : « ... *Le sauvage en tous temps et en tous lieux, le porteur des hautes civilisations... ont construit et par conséquence mesuré. De quel outil ont-ils disposé ? D'outils éternels et permanents, d'outils précieux puisqu'ils sont attachés à la personne humaine. Ces outils avaient pour noms coudée, doigt, pouce, pied, empan, foulée etc. Ils étaient partie intégrante du corps humain, par conséquent aptes à servir de moyens de mesure aux huttes, maisons et temples (...)*

« *Mais plus que cela : ils étaient infiniment riches et subtils puisqu'ils participaient de la mathématique qui règle le corps humain ; mathématique gracieuse, élégante et ferme, cause de la qualité qui nous émeut : la beauté.*

« *La révolution jeta aux orties le pied pouce... Les savants de la Convention adoptèrent une mesure concrète si dépersonnalisée et si dépassionnée qu'elle en devenait abstraction. (...)*

« *S'agissant de construire des huttes, des maisons ou des temples à destination humaine, le mètre semble avoir introduit des mesures étranges et étrangères qui, si l'on y regarde de près, pourraient bien être accusées d'avoir disloqué l'architecture. (...)*

« *L'architecture pied-pouce semble avoir traversé le siècle de toutes les débâcles avec une certaine assurance et une continuité séduisante ».*

(Le Modulor, pages 18, 19 et 20)

On peut alors objecter : au lieu de créer un nouvel étalon, pourquoi ne pas utiliser le pied-pouce ?

A.2 Le refus du pied pouce

« *Les Parthénon, temples de l'Inde et les cathédrales, les huttes et les maisons se construisaient en des lieux précis (...), produits stables qui ne voyageaient pas et n'avaient pas à voyager. Aucune raison alors pour réclamer une unification des mesures. Comme le Viking est plus grand que le Phénicien, le pied-pouce nordique n'avait nulle raison d'être assorti à la taille du Phénicien, et réciproquement ».* (Le Modulor, page 19)

Le Corbusier, créateur, promoteur, a le souci de la diffusion mondiale de ses productions, qui peuvent être préfabriquées. L'adoption d'une mesure « neutre » est susceptible, d'après lui, de réconcilier les utilisateurs du mètre (étalon bien pratique avec son calcul décimal, mais désincarné) et les utilisateurs du pied-pouce (étalon d'harmonie et source de difficultés de calcul).

A.3. Le contexte historique

En 1941 est créé une agence officielle, l'AFNOR, chargée des problèmes de la normalisation, en particulier dans le domaine de la construction. Le Corbusier en est écarté. Il réagit par la création d'une agence, l'Ascoral, dont une des sections a justement pour objectif « Normalisation et construction ».

Critiquant la méthode de l'AFNOR, « *simpliste, simple arithmétique, simple moyenne entre les usages et les outillages (...), arbitraire et pauvre* ». (Le Modulor, page 36), il écrit à un de ses élèves : « *Je rêve d'installer sur les chantiers (...) une "grille de proportion" (...) qui sera la règle du chantier, l'étalon couvrant la série illimitée des combinaisons et des proportions (...). Prenez l'homme-le-bras-levé, 2,20 m de haut ; installez-le dans deux carrés superposés de 1,10 m ; faites jouer à cheval sur les deux carrés un troisième carré qui doit vous fournir une solution. Le lieu de l'angle droit doit pouvoir vous aider à situer ce troisième carré. Avec cette grille de chantier et réglée sur l'homme à l'intérieur, je suis persuadé que vous aboutir à une série de mesures accordant la stature humaine (le bras levé) et la mathématique* ».

Pourquoi Le Corbusier lance-t-il cette proportion de trois carrés de côté 110 cm ? Dans « Modulor 2 » (page 69) Le Corbusier s'explique : « *Figurez-vous que deux de mes dessinateurs ont, en novembre 1950, découvert l'épure la plus propre, nette (...) qui exprime sans bavure le postulat de 1942 (qui était une intuition) : "Prenez deux carrés de 1,10 m, et utiliser un troisième carré au lieu de l'angle droit". Pour moi, l'étonnement vient d'avoir pu miser sur une case juste et productive. Pourquoi ? Comment ? Par démangeaison de la proportion, par intuition que l'architecture, c'est proportion (...) et que la lumière et l'espace éclatent et s'étendent, quand le moment mathématique est touché* ».

B. Un module selon Φ

Nous trouvons une réponse dans une lettre que Le Corbusier adresse à un mathématicien en 1951. Ce dernier lui écrivait : « *Je reproche à certains auteurs (...) un emploi du nombre d'or qui suppose et encourage un point de vue plus ou moins apparenté à l'occultisme. (...) Sur le plan de la technique, je considère que le nombre d'or ne représente pas une notions particulièrement exceptionnelle* ». Ce à quoi Le Corbusier ripostait : « *Il est possible que le nombre d'or soit d'une banalité écrasante pour les mathématiciens du temps présent. Aidés de leurs machines à calculer, ils ont inventé des combinaisons exceptionnelles (pour eux, mais pas pour nous autres, incapables de les comprendre). Tandis que le nombre d'or gère une part des choses constituant notre spectacle extérieur, par exemple (...) l'ossature (...) d'un homme, choses qui sont son pain quotidien ou exceptionnel depuis des siècles. Choses qui constituent notre milieu (alors que les hautes mathématiques ne le constituent pas).*

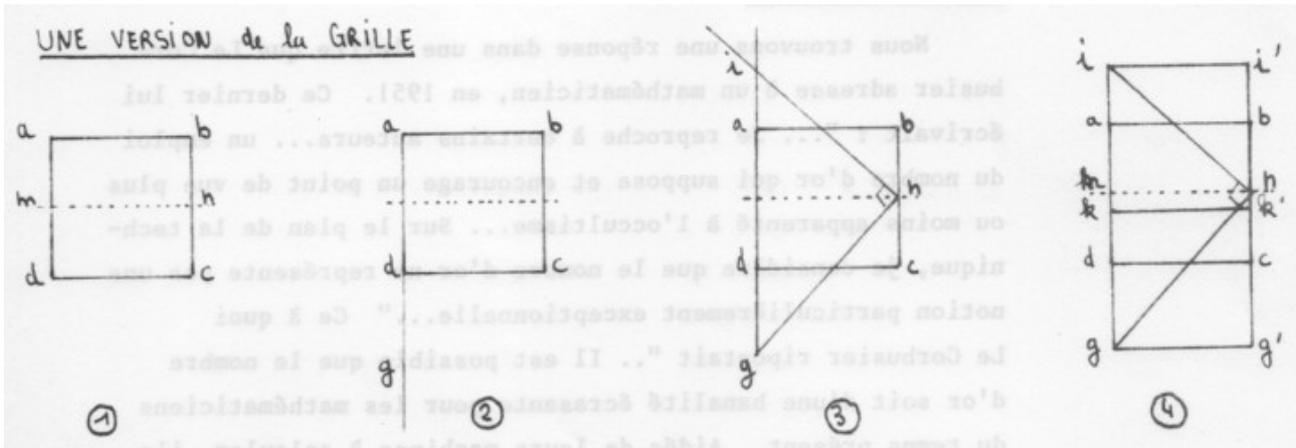
Ouvriers des tâches procédant au milieu humain, occupés à créer, à entretenir et à modifier ce milieu, nous ne sommes nullement attristés par une banalité mathématique du nombre d'or, mais en temps que gens du métier (bâtir, sculpter, peindre, organiser l'espace), nous sommes éblouis par la richesse des combinaisons apportées par le nombre d'or, considérées ici comme matériaux à mettre en œuvre ». (Modulor 2, pages 16, 17, 18).

2. La longue élaboration du Modulor

À la proposition d'inscrire un carré dans deux carrés de 110 cm de côté, plusieurs élèves répondent par des tracés. Avec ces tracés, c'est la grille des proportions, l'ancêtre du Modulor, qui naît.

A. Un exemple de tracé de la grille des proportions(fin 1943)

Les schémas suivants rendent compte d'une version de la grille.



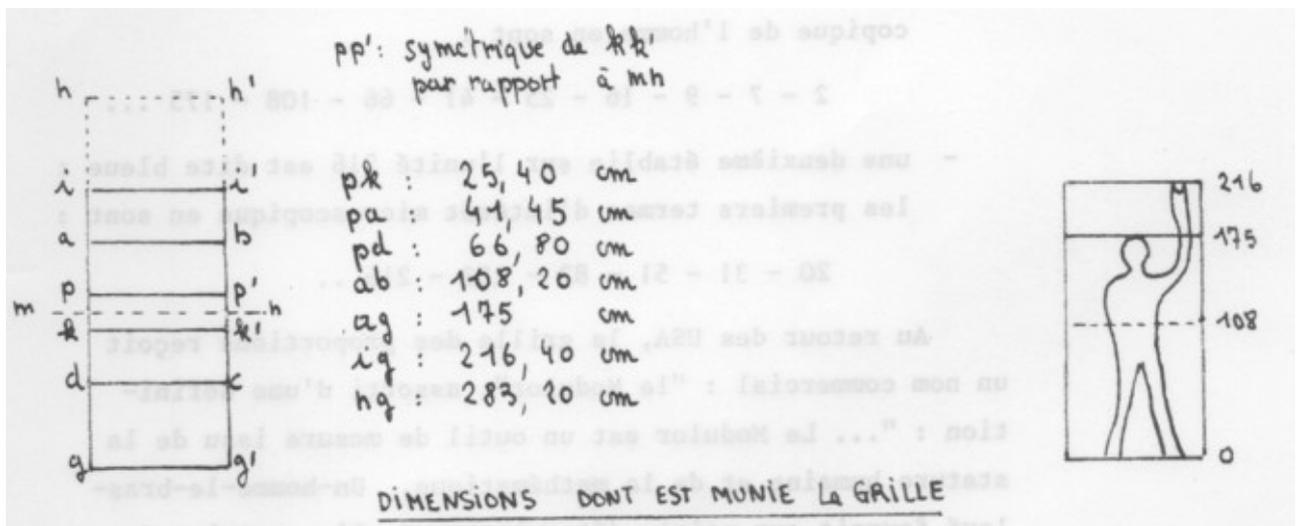
- ① Carré $abcd$ de côté ab égal à l'unité (en fait 110 cm) ; mn est une médiane.
- ② Le point G est tel que $ag = \Phi$.
- ③ Construction de l'angle de sommet n , de côté gn . Le deuxième côté de cet angle coupe da en i .
- ④ Soit le rectangle $ii'y'g$. Il est tel que $ik = kg = ab$.

On a déterminé deux carrés $ii'k'k$ et $kk'g'g$ égaux entre eux et égaux au carré initial $abcd$.

Remarque : en 1950, il sera démontré que le sommet de l'angle droit ne doit pas être installé sur la médiane, mais en un point x du côté du carré initial tel que x divise ce côté en deux segments, l'un égal à l'unité, l'autre égal à Φ .

B. Intervention de Le Corbusier

Après la Libération, Le Corbusier faisait partie de commissions officielles chargées de la reconstruction. Il part en mission d'études aux USA. Toutes ces fonctions donnent un regain d'actualité à la grille des proportions. C'est ainsi, qu'avant le départ pour les USA, le tracé est doté de dimensions : un homme de 175 cm est installé à l'intérieur de la grille. Les différentes constructions permettent d'obtenir les dimensions figurées sur le schéma ci-dessous. La carré initial a pour côté 108,2 cm.



Anatomiquement parlant, certaines de ces valeurs ne sont pas quelconques : ainsi, 108 est la hauteur du plexus solaire ; 216 l'extrémité des doigts, le bras levé étant tendu.

Mathématiquement, elles sont loin d'être banales : classées dans un ordre croissant, elles sont telles que la somme de deux valeurs consécutives donne la valeur suivante. Elles forment donc une suite récurrente : $22,4 + 41,42 \approx 66,8$; $41,5 + 66,8 \approx 108,2$; $66,8 + 108,2 \approx 175$, etc.

Toujours placées dans un ordre croissant, elles sont telles que le produit de chacune par Φ donne la valeur suivante de la suite : $25,4 \times \Phi \approx 41,09$, etc.

Pendant la traversée maritime qui le conduit aux USA, Le Corbusier approfondit sa démarche en associant l'unité (108), son double (216) et Φ . Il dresse alors deux échelles de valeurs formant chacune une suite récurrente :

- une échelle établie sur l'unité 108 est dite rouge : ses premiers termes intéressant une vision microscopique de l'homme en sont : $2 - 7 - 9 - 16 - 25 - 41 - 66 - 108 - 175 \dots$
- une seconde échelle établie sur l'unité 2016 , est dite bleue ; les premiers termes d'intérêt macroscopique en sont : $20 - 31 - 51 - 82 - 133 - 216 \dots$

Au retour des USA, la grille des proportions reçoit un nom commercial : « Le Modulor », assorti d'une définition : « *Le Modulor est un outil de mesure issu de la structure humaine et de la mathématique. Un homme-le-bras-levé fournit aux points déterminants de l'occupation de l'espace - le pied, le plexus solaire, la tête, l'extrémité des doigts le bras étant levé - trois intervalles qui engendrent une section d'or dite de Fibonacci. D'autre part, la mathématique offre la variation la plus simple, comme la plus forte, d'une valeur : le simple, le double, les deux sections d'or* ».

(Le Modulor, page 55)

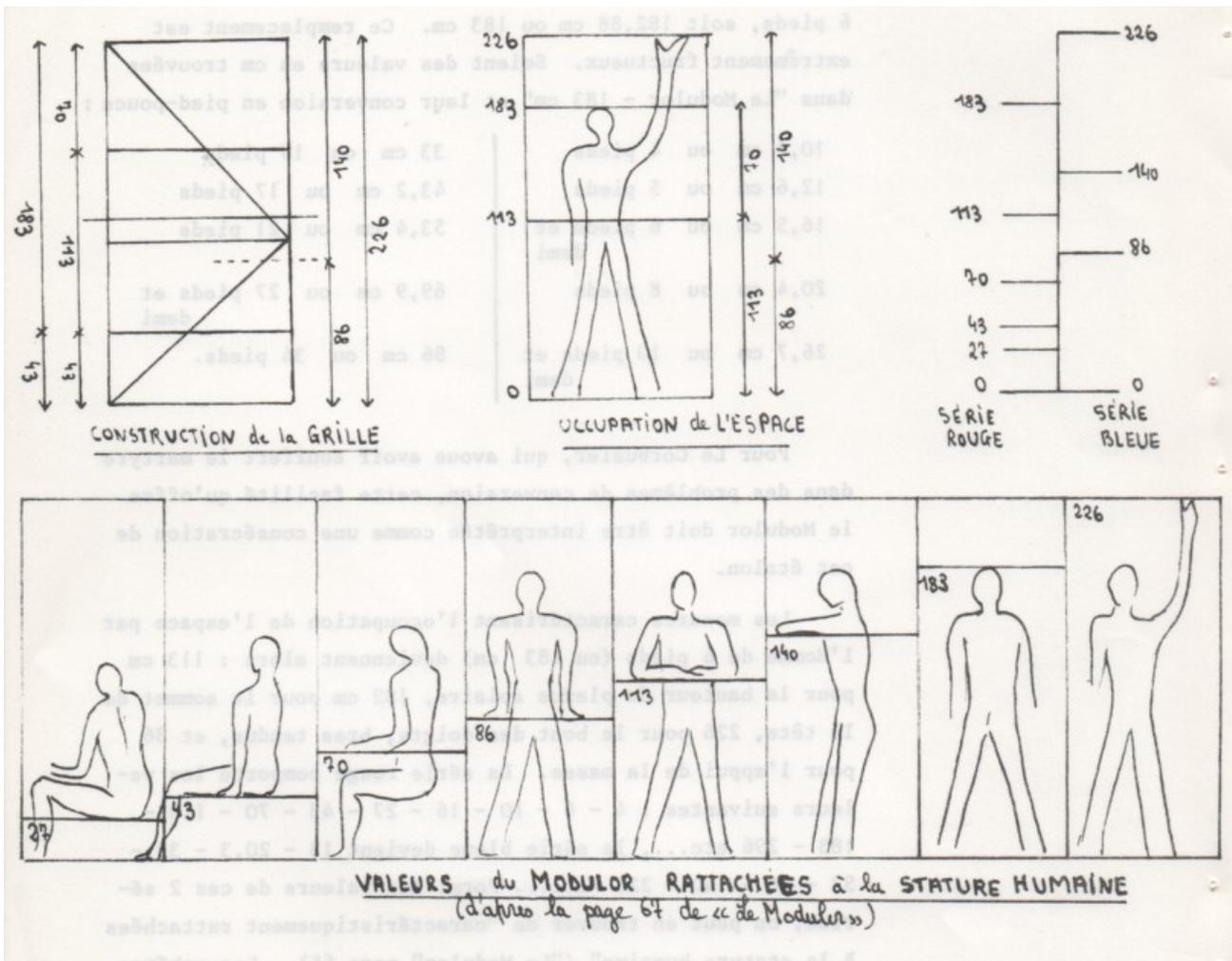
C. Le Modulor connaît-il alors sa forme définitive ?

Il n'en est rien. Les valeurs portées en millimètres pour les différents échelons des série rouge et bleue s'avèrent extrêmement difficiles à convertir dans le système pied-pouce. Or un des rêves de Le Corbusier est de créer un module à valeur universelle. Un de ses élèves propose de remplacer l'homme standard de 175 cm par un homme de 6 pieds, soit 182,88 cm ou 183 cm. Ce remplacement est extrêmement fructueux. Soient les valeurs en cm trouvées dans "Le Modulor – 83 cm" et leur conversion en pied-pouce :

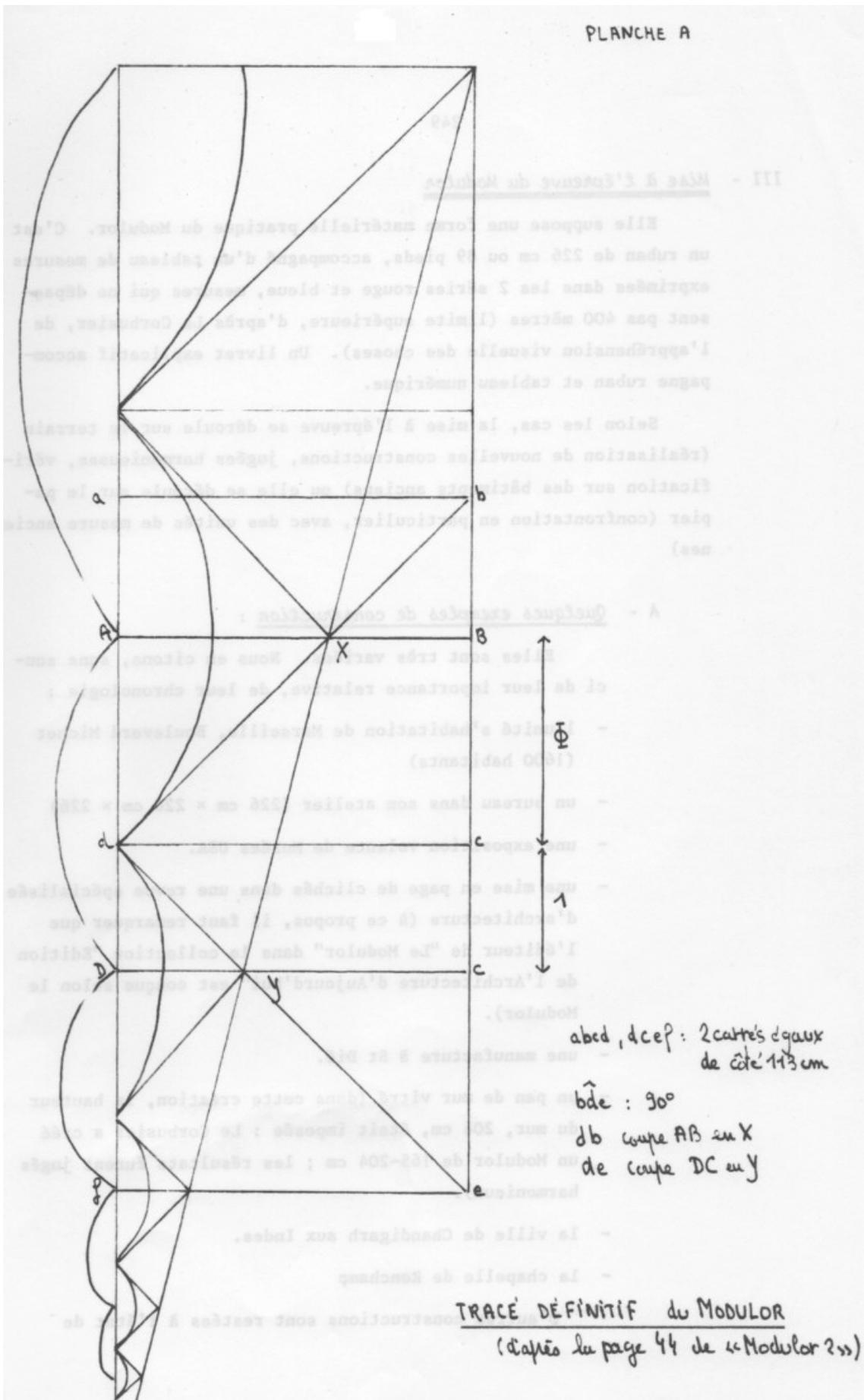
10,2 cm ou 4 pieds	33 cm ou 15 pieds
12,6 cm ou 5 pieds	43,2 cm ou 17 pieds
16,5 cm ou 6 pieds $\frac{1}{2}$	53,4 cm ou 21 pieds
20,4 cm ou 8 pieds	69,9 cm ou 17 pieds $\frac{1}{2}$
26,7 cm ou 10 pieds $\frac{1}{2}$	86 cm ou 34 pieds

Pour Le Corbusier, qui avoue avoir souffert le martyre dans des problèmes de conversion, cette facilité qu'offre le Modulor doit être interprétée comme une consécration de cet étalon.

Les mesures caractérisant l'occupation de l'espace par l'homme de 6 pieds (ou 183 cm) deviennent alors 113 cm pour le plexus solaire, 182 cm pour le sommet de la tête, 226 cm pour le bout des doigts bras tendu et 86 cm pour l'appui de la masse. La série rouge comporte alors les valeurs suivantes : $4 - 6 - 10 - 16 - 27 - 43 - 70 - 113 - 183 - 293$ etc. ; la série bleue devient $13 - 20,3 - 33 - 53 - 86 - 140 - 226$ etc. Parmi les valeurs de ces deux séries, on peut en trouver de « caractéristiquement rattachées à la stature humaine » (Le Modulor, p. 65). Les schémas suivants, inspirés de ceux de la page 67 du Modulor, veulent rendre compte de la corrélation entre certaines valeurs des séries et certains points de la stature.



Le tracé « définitif » rigoureusement mathématique est donné en 1950 par deux élèves de Le Corbusier (voir schéma page suivante). « En passant une oblique par ces deux points (x et y), on provoque la série décroissante à gauche, et la série croissante à droite, porteuses de la magnifique spirale harmonique rouge et bleue » (Modulor-2, page 43).



3. Mise à l'épreuve du Modulor

Elle suppose une forme matérielle du Modulor. C'est un ruban de 226 cm (ou 89 pieds), accompagné d'un tableau de mesures exprimée dans les deux séries (rouge et bleue), mesures qui ne dépassent pas 400 m (limite supérieure, d'après Le Corbusier, de l'appréhension visuelle des choses). Un livret explicatif accompagne ruban et tableau numérique.

Selon les cas, la mise à l'épreuve se déroule sur le terrain (réalisation de nouvelles constructions, jugées harmonieuses, vérification sur des bâtiments anciens), ou elle se déroule sur le papier (confrontation, en particulier, avec des unités de mesures anciennes).

A. Quelques exemples de construction

Elles sont très variées. Nous en citons, sans souci de leur importance relative ni de leur chronologie :

- l'unité d'habitation de Marseille, boulevard Michet (1600 habitants),
- un bureau dans son atelier (226 cm × 226 cm × 226 cm),
- une exposition volante de musées USA,
- une mise en page de clichés dans une revue spécialisée d'architecture (à ce propos, il faut remarquer que l'éditeur de "Le Modulor", dans la collection "Éditions de l'architecture d'aujourd'hui" est conçue selon le Modulor),
- une manufacture à Saint-Dié,
- un pan de mur vitré (dans cette création, la hauteur du mur, 224 cm, était imposée : Le Corbusier a créé un Modulor 165-204 cm ; les résultats furent jugés harmonieux),
- la ville de Chandigarh aux Indes,
- la chapelle de Ronchamp.

D'autres constructions sont restées à l'état de maquettes (bâtiment de l'ONU à New-York).

B. Confrontation avec les mesures réalisées sur les constructions anciennes

B.1. Sur le terrain

Le Corbusier relève des coïncidences... Une abbaye cistercienne de la région parisienne offre des portes dont la largeur ou la hauteur sont de 226 cm.

À Istanbul, à Sainte-Sophie, un disque de marbre est à 113 cm du sol ; une église byzantine montre un narthex large de 226 cm + 113 cm ; au palais Topkapi, la porte du sérail a cette même largeur.

B.2. Sur des documents

La photographie d'un bas-relief égyptien, les dessins cotés de monuments de l'antiquité, réalisés lors d'un voyage en Grèce et en Italie, montrent des corrélations troublantes avec le Modulor. Il faut préciser que, pour ces deux pays méditerranéens, Le Corbusier utilise le Modulor première version (Modulor 175 cm et non 183 cm).

C. Confrontation avec des unités de mesure anciennes

Le Corbusier choisit des unités anciennes qui ont été le support de grandes réalisations architecturales, telles les unités turques et égyptiennes.

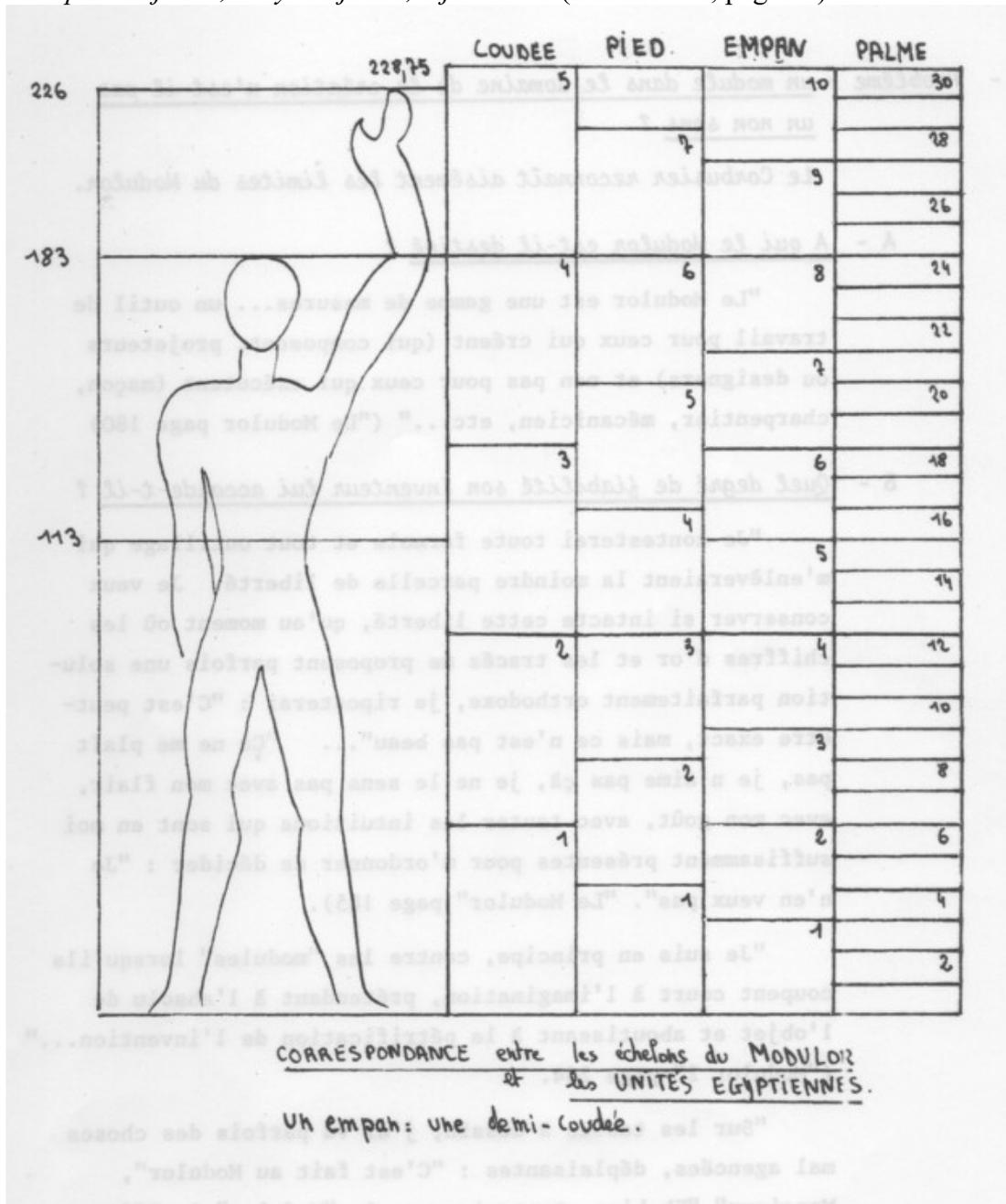
C.1. Les unités turques

- 1 zira = 0,758 m = 24 pouces, soit 1 pouce = 0,031 cm
= 24 × 12 lignes, soit 1 ligne = 0,0026 cm = 288 × 2 points.
- 1 kulak (homme debout, bras écartés) = 2 ziras et demi, soit 188 cm
(or le Modulor deuxième version comporte la mesure de 183 cm).

C.2. Les unités égyptiennes

- 1 coudée ordinaire = 45 cm (la coudée royale est plus grande)
- 1 coudée = 6 palmes
- 1 palme = 4 doigts
- 183 cm = 4 coudées de 45,75 cm = 6 pieds = 24 palmes
- 228 cm = 5 coudées.

Le tableau ci-dessous souligne les correspondances entre quelques valeurs de Modulor et les unités égyptiennes. Le Corbusier apprécie beaucoup le fait que, dans les intervalles assez larges du Modulor, on puisse glisser des échelons intercalaires s'exprimant en unités simples, ces échelles étant utiles pour les détails de l'architecture. Quant à la non-concordance 183 - 228,75 et 183 - 226, elle n'est pas jugée gênante, car cette échelle égyptienne serait utilisée pour la mise en place de détails répétitifs (exemple la pose d'une brique). « La différence de 2,75 cm constitue un "résidu" vite résorbé par les joints, s'il y a 6 joints, 8 joints... » (Le Modulor, page 53).



4. Problème : un module dans le domaine de la création n'est-il pas un non-sens ?

Le Corbusier reconnaît aisément les limites du Modulor.

A. A qui le Modulor est-il destiné ?

« *Le Modulor est une gamme de mesures... un outil de travail pour ceux qui créent (qui composent, projeteurs ou designers) et non pas pour ceux qui exécutent (maçons, charpentier, mécaniciens, etc.)* » (Le Modulor, page 180).

B. Quel degré de fiabilité son inventeur lui accorde-t-il ?

« *Je contesterai toute formule et tout outillage qui m'enlèverai la moindre parcelle de liberté. Je veux conserver si intacte cette liberté, qu'au moment où les chiffres d'or et les tracés me proposent parfois une solution parfaitement orthodoxe, je riposterai : "C'est peut-être exact, mais ce n'est pas beau" ; "Ça ne me plaît pas, je n'aime pas ça, je ne le sens pas avec mon flair, avec mon goût, avec toutes les intuitions qui sont en moi suffisamment présentes pour m'ordonner de décider "Je n'en veux pas" ».* (Le Modulor, page 185)

« *Je suis, en principe, contre les "modules" lorsqu'ils coupent court à l'imagination, prétendant à l'absolu de l'objet et aboutissant à la pétrification de l'invention* ». (Modulor-2, page 264)

« *Sur les tables à dessin, j'ai vu parfois des choses mal agencées, déplaisantes : "C'est fait au Modulor, Monsieur !" . "Eh bien, tant pis pour le Modulor, ! Effacez cela. Est-ce que vous vous figurez que le Modulor est une panacée pour les maladroits ou les inattentifs ? Si le Modulor doit vous conduire à des horreurs, laissez tomber le Modulor ! Vos yeux sont seuls juges, les seuls que vous devriez connaître... Maintenant, voulez-vous admettre en simple bonne fois, avec moi, que le Modulor est un outil de travail, un outil précis ; disons que c'est un clavier, un piano accordé. Le piano est accordé, il vous reste à jouer bien est c'est vous que ça regarde. Le Modulor ne donne pas de talent, et du génie encore moins... ».* (La Modulor, pages 132-133)

Plus loin, à la page 183 du Modulor, on peut lire une remarque assez cinglante, à l'adresse des imitateurs sans étoffe : « *D'aucuns veulent toujours acheter chez le droguiste ou chez le marchand d'illusions des trucs qui font du talent ou du génie ! Pauvres types !* ».

5. Une conclusion

Nous proposons une dernière citation de Le Corbusier.

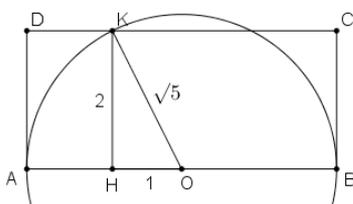
« *Mon travail (...) est depuis plus de trente ans nourrie de sève mathématique (...). L'introduction du Modulor dans mon labeur ne prit donc aucunement l'allure révolutionnaire ; elle manifestait simplement le constant émerveillement d'un homme - d'un ingénu - jamais embarrassé d'académisme devant l'illumination infinie des ordonnances. Jour après jour, cet ingénu mesure que son art est conduit par une règle. (...) Il s'aperçoit avec toujours plus d'évidence qu'ayant passé la porte des miracles, sa bonne chance l'a conduit dans un jardin où fleurissent les nombres... ».*

ANNEXE 1

Le nombre d'or Φ : quelques propriétés

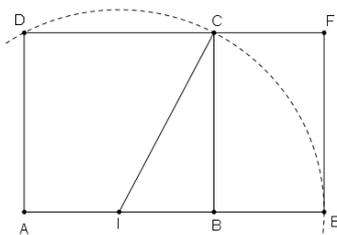
1. Soit à résoudre, dans \mathbf{R} , l'équation $x^2 = x + 1$. Elle admet deux solutions, dont une seule est positive : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. C'est ce nombre que l'on appelle « nombre d'or », noté Φ . Le symbole de ce nombre irrationnel a été introduit par W. Schooling (en 1914?).
2. Si l'on considère la suite $u_0 = 1, u_1 = \Phi, u_2 = \Phi^2, u_3 = \Phi^3 \dots$, on peut démontrer que cette suite vérifie la relation de récurrence $u_i = u_{i-1} + u_{i-2}$.
On peut en déduire que $\Phi^n = \Phi^{n-2} + 2\Phi^{n-3} + \Phi^{n-4}$,
d'où l'on tire $\Phi^n = \Phi^{n-3} + 3\Phi^{n-4} + 3\Phi^{n-5} + \Phi^{n-6}$,
puis $\Phi^n = \Phi^{n-4} + 4\Phi^{n-5} + 6\Phi^{n-6} + 4\Phi^{n-7} + \Phi^{n-8}$, etc.
La suite des coefficients décrit un triangle de Pascal.
3. De façon plus générale, une suite définie par $v_0 = 1, v_1 = 1 ; v_n = v_{n-1} + v_{n-2}$ est une suite dite de Fibonacci.
La suite des rapports des termes consécutifs de la suite de Fibonacci
 $\left(\frac{1}{1} \frac{2}{1} \frac{3}{2} \frac{5}{3} \frac{8}{5} \dots \frac{v_{n+1}}{v_n}\right)$ tend vers Φ lorsque n tend vers l'infini.
4. On peut vérifier que $\frac{\Phi+1}{\Phi} = \Phi = \frac{1}{\Phi-1}$
et que $\Phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}}$
et que $\frac{4}{\Phi}$ est une valeur approchée à 1/1000 près de π .
5. Dans la pyramide de Khéops, le rapport du demi-périmètre de la base p à la hauteur h de la pyramide est $\frac{p}{h} = \frac{22}{7} \approx \pi$, et que le rapport de l'apothème x à la demi-base p est $\frac{x}{p} = \Phi$ (l'apothème est le segment qui relie le sommet de la pyramide au milieu d'un des côtés de la base).
6. Étant donné un segment partagé en deux parties se longueurs respectives a et b , on a la proportion $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$. Soit $\frac{\Phi+1}{\Phi} = \Phi$ avec $\Phi = \frac{a}{b}$.
7. **Φ et le pentagone.** Dans un pentagone régulier convexe ABCDE, le rapport AD/DC est égal à Φ . Autrement dit, le rapport du côté du pentagone régulier étoilé au côté du pentagone régulier convexe est égal à Φ .
Ce qui permet de démontrer que $\cos \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{\pi}{10} = \frac{1}{2\Phi}$

8. Rectangles d'or.



Première construction. Soit un triangle rectangle HOK de côtés 1 et 2. Le cercle de centre O et de de rayon $\sqrt{5}$ coupe la droite (OH) en A et B. $HB = 1+\sqrt{5}$; $HC = \sqrt{5} - 1$.

$$\frac{HB}{KH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi \quad \text{et} \quad \frac{HA}{KH} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{1}{\Phi}$$

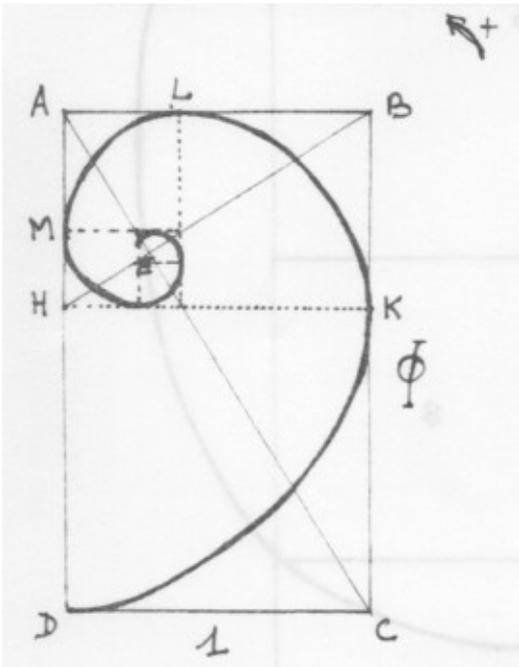


Seconde construction. ABCD est un carré de côté 1. I est le milieu de AB. Le cercle de centre I et de rayon $IC = \frac{\sqrt{5}}{2}$ coupe

$$AB \text{ en } E. \quad AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad \frac{AE}{AD} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi.$$

AEFD et BEFC sont des rectangles d'or.

9. Spirale logarithmique du nombre d'or.



Soit un rectangle d'or ABCD : AB = 1 et BC = Φ .

On trace la perpendiculaire à la diagonale (AC) issue de B qui coupe (AD) en H.

On obtient un carré DCKH et un nouveau rectangle d'or HKBA.

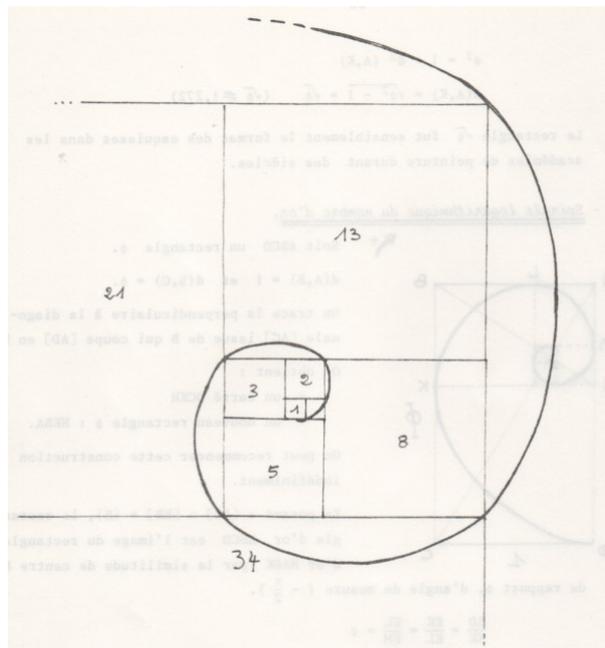
On itère cette construction indéfiniment.

Soit E le point d'intersection de (AC) et (HB). Le rectangle d'or ABCD est l'image du rectangle d'or HABK par la similitude de centre E, de rapport et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

On a $\frac{ED}{EK} = \frac{EK}{EL} = \frac{EL}{EM} = \text{etc.} = \Phi$

et $\widehat{DEK} = \widehat{KEL} = \widehat{LEM} = \text{etc.} = \frac{\pi}{2}$.

On peut obtenir une construction approchée de la spirale d'or en construisant une succession de carrés dont les côtés ont pour mesures les termes de la suite de Fibonacci (1,1,2,3,5,8,13,21...) en tournant régulièrement comme l'indique la figure.



Note de 2017 : nous avons fait un choix parmi les propriétés mathématiques étudiées. Dans le document initial, elles étaient proposées sous forme d'exercices.

N.B. Dans le bulletin n°521 de l'APMEP, on trouvera un article de Robert March traitant de la « spirale d'or » et de sa construction.

ANNEXE 2

Réflexions du professeur de mathématiques

Le sujet avait été choisi dans la perspective de susciter un enthousiasme commun. Il accorde une part à l'analyse logique, mais également à l'intuition. Il permet à l'élève de travailler avec plus d'autonomie et de responsabilités, à la condition d'être intéressé et encouragé. Lors d'un tel travail, il se sent davantage soutenu par la chaleur collective qui émane de la classe. Son anxiété devant l'échec est considérablement diminuée.

L'approche historique des mathématiques grecques et l'utilisation de textes d'Euclide ont permis aux élèves de découvrir le langage de l'époque. La symbolique des nombres et des figures géométriques fut appréciée.

Cette expérience a mis en évidence les manques en dessin : la difficulté de prendre un croquis, de respecter les proportions et les symétries, de prévoir une mise en page, de régler l'épaisseur d'un trait de crayon...

Beaucoup d'élèves éprouvent de grandes difficultés à présenter un travail soigné, à rédiger des commentaires qui soient compréhensibles par les camarades qui n'auront pas étudié le même sujet. Les épures faites par le groupe chargé de l'étude des piliers n'ont pas pu être exploitées. Malgré toutes les explications données, trop d'erreurs se sont révélées dans les projections sur un plan horizontal des différents socles de ces piliers. La présence de plusieurs théodolites aurait considérablement facilité la tâche.

Il eut été intéressant que l'équipe contienne un physicien pour se pencher sur les problèmes de forces et de poussées.

Marie-Thérèse BAYER

ANNEXE 3

Quelques réflexions d'élèves recueillies à l'issue de la journée passée dans la cathédrale

L'expérience que nous avons vécue est très intéressante. Elle nous a permis de sortir du « programme », ce qui se fait rarement. Elle a amené les élèves à une certaine recherche. En effet, bien que les professeurs aient fourni beaucoup de renseignements, les élèves, de par cette sortie, ont pu mettre la main à la pâte. En fait, on ne nous a pas « plaqué » ce nombre d'or et sa définition, et chacun s'est d'ailleurs senti beaucoup plus concerné.

Corine P.

Je crois personnellement que cette visite m'a apporté beaucoup de choses positives. (...) La recherche mathématique des rectangles d'or, la manipulation du théodolite, m'ont apporté beaucoup. Il a en effet été intéressant de pouvoir faire à notre niveau des maths, du français, de la science, en dehors de l'éternel banc d'école. Une recherche sur le terrain permet d'ouvrir un peu l'éventail des connaissances. Voilà ce que je pense.

Olivier K.

(...) Cette expérience amène les élèves et les professeurs à avoir des relations beaucoup plus souples et permet qu'ils se connaissent mieux. Mais les élèves ont en plus un apport de connaissances intéressantes qu'ils n'auraient pas acquis seuls.

Agnès B.

Le travail est moins monotone que d'habitude et nous pouvons appliquer enfin ce que nous apprenons. Nous avons pu apprendre en plus l'histoire des mathématiques et nous avons pu nous rendre compte qu'elles étaient omniprésentes.

Michèle P.

Cette sortie a également été profitable sur le plan des relations humaines. Nous avons fait connaissance plus profondément. Le fait d'avoir travaillé ensemble a permis un certain rapprochement entre les élèves et les professeurs.

Frédéric L.

Le fait que plusieurs professeurs se sont unis pour nous faire faire un enseignement en-dehors de l'enseignement classique est très intéressant, car on se rend compte qu'en fait toutes les matières forment un tout dans l'Histoire.

Gilles W.

Le travail en groupe oblige à s'aider les uns les autres, chose très importante. Comme les groupes ont été constitués par les professeurs, cela a sûrement permis à des élèves qui n'avaient peut-être jamais parlé ensemble de lieux de se connaître (chose aussi très importante). Le travail sur place apporte plus de choses enrichissantes. Dans ces travaux, on ne retrouve pas la « construction habituelle » du lycée : professeur derrière son bureau et les élèves bien sagement assis à leurs bancs.

Dominique F.

.../...

(...) Ce fut très bien, car ce travail sortait du « train-train » quotidien, et nous devions chercher nous mêmes les résultats, ce qui ne se passe pas comme cela normalement : nous devions nous débrouiller tout seuls. J'ai passé une très bonne journée sur tous les plans, bien que le travail que je devais faire n'était pas aussi intéressant que l'étude sur les vitraux, les ogives etc.

Marie-Pierre B.

(...) [Cela] a permis de voir que les mathématiques ne sont pas uniquement des nombres, mais des figures naturelles... De plus, je pense qu'il est bon de travailler sur un monument très beau et très proche de nous, mais que beaucoup ignoraient. Des merveilles sont à notre portée et, bien souvent, nous ne savons pas en profiter.

Isabelle L.

(...) Cette méthode de travail est particulièrement intéressante en ce que l'élève peut faire le lien entres plusieurs matières. Cette étude apporte aussi une culture générale à l'élève qui est intéressé par ce travail, car il est hors du traditionnel cours, et qu'il permet, pour les maths entre autres, d'adapter le programme de trigonométrie à cette étude, puisqu'il a fallu dessiner, mesurer et tracer. J'estime que l'élève retient mieux la "leçon" car il l'a lui-même travaillée et découverte, et qu'il a pu, pratiquement, appliquer les données, les formules qu'on lui a proposées.

De plus, l'élève s'est intéressé à ce nombre d'or, donc aux maths, aux mathématiciens célèbres, à l'homme, à la peinture, à l'art, à la musique.

Ce fut aussi l'occasion de découvrir cette cathédrale qui, sans les renseignements de Monsieur le Chanoine, serait classée avec les autres cathédrales : je fus surprise d'y découvrir beaucoup de choses et, par l'étude des vitraux, des ogives, etc., on a pu se rendre compte du travail que cette construction a demandé. Par ce biais, on peut mieux comprendre ses créateurs et peut-être le message qu'ils nous transmettent.

Pour le français, l'étude de l'histoire du nombre d'or dut une très bonne chose.

(...) Si une expérience comme celle-ci était à nouveau tentée, j'y participerais volontiers.

Claire B.



Dessin de Pol Le Gall

SUPPLÉMENT 2017

En complément à la brochure « La cathédrale de Metz et le nombre d'or », nous vous proposons cet article de Bernard Parzysz, publié en 1994 dans Le Petit Vert.

ROSACES

par Bernard Parzysz

Et de leurs yeux ouverts ils regardent sans voir
La rose du vitrail toujours épanouie.

J.M. de Hérédia

Un motif très fréquent dans la partie supérieure des verrières de la cathédrale Saint-Étienne de Metz – comme d'ailleurs de beaucoup d'édifices religieux gothiques – consiste en un type de rosace que l'on peut décrire ainsi : à l'intérieur d'un grand cercle se trouvent un certain nombre de petits cercles, tangents au grand cercle et tangents « successivement » entre eux. Ces petits cercles sont interrompus par un autre cercle, concentrique au grand (fig. 1), mais cette dernière caractéristique n'offre qu'un intérêt géométrique anecdotique, le véritable problème étant bien entendu le suivant : comment construire, à l'intérieur d'un cercle donné (à la règle et au compas, pour rester dans l'esprit du Moyen-Âge) n cercles ($n \geq 2$) répondant aux conditions ci-dessus (fig. 2) ?

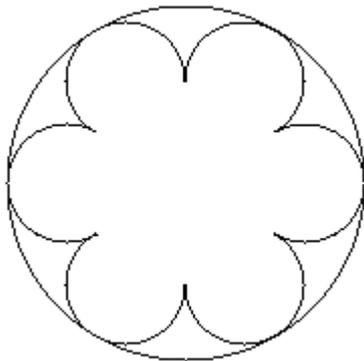


fig. 1

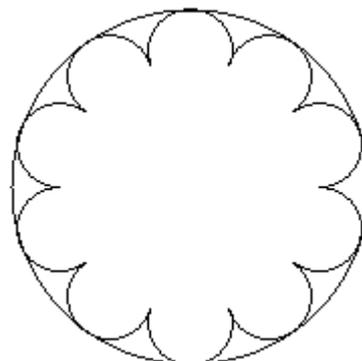


fig. 2

La première question qui se pose est celle de la construction des rayons du grand cercle (appelons-le Γ) aboutissant aux points de contact successifs A_i ($1 \leq i \leq n$) avec les petits cercles γ_i . Construction qui est possible si – et seulement si – le polygone régulier $A_1A_2\dots A_n$ est constructible à la règle et au compas. Cette condition équivaut à dire que $\sin(\pi/n)$ est un nombre constructible, puisque en effet le côté du polygone régulier convexe à n côtés inscrit dans un cercle de rayon unité a pour longueur $2 \cdot \sin(\pi/n)$. Rappelons qu'un nombre réel x (strictement positif) est dit constructible si, étant donné les points A et B , on peut construire à la règle et au compas le point M de (AB) d'abscisse x dans le repère $(A; \overrightarrow{AB})$ ¹. Ce point étant réglé, le problème devient maintenant : les n sommets du polygone régulier convexe $A_1A_2\dots A_n$ étant placés sur le cercle Γ de centre Ω , peut-on construire à la règle et au compas les petits cercles γ_i ?

Appelons respectivement R et r les rayons des cercles Γ et γ_i , et considérons la fig. 3. Le centre ω_i du cercle γ_i est situé :

- d'une part sur le rayon $[\Omega A_i]$;

¹ Cf. par exemple Carrega, J.-C. (1981) : *Théorie des corps. La règle et le compas*. Éd. Hermann.

- et d'autre part sur le cercle Γ' de centre Ω et de rayon $R' = R - r$.

Le problème se ramène donc à la construction du cercle Γ' . Pour ce faire, calculons R' en fonction de R et de n .

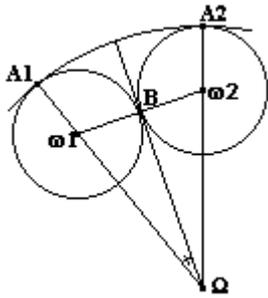


fig. 3

Soit B le point de contact des cercles γ_1 et γ_2 . On a $\sin(\pi/n)$

$$= \frac{\omega_1 B}{\omega_1 \Omega} = \frac{r}{R - r}.$$

D'où $r = R \frac{\sin(\pi/n)}{1 + \sin(\pi/n)}$.

On en déduit $R' = R - r = \frac{R}{1 + \sin(\pi/n)}$.

Or, le réel $\frac{1}{1+x}$ est constructible si – et seulement si – le réel x l'est. En effet :

a) si x est constructible, on peut construire un segment de longueur $\frac{1}{1+x}$ de la façon suivante (fig.

4) : soit le point M d'abscisse x de la droite (AB) repérée par $(B ; \overrightarrow{AB})$. On construit sur [AB] un carré ABCD, puis on mène par B la parallèle à (MD), qui coupe (AD) en I. Le segment [AI] a la longueur cherchée.

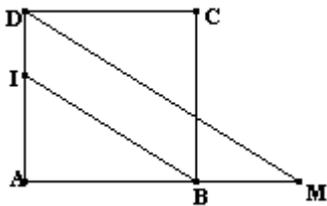


fig. 4

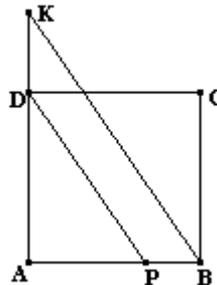


fig. 5

b) réciproquement, si $y = \frac{1}{1+x}$ ($y < 1$) est constructible, $x = \frac{y}{1-y}$ l'est aussi, par une construction

analogue à la précédente (fig. 5) : soit le point P d'abscisse y de la droite (AB) repérée par $(A ; \overrightarrow{AB})$. On construit sur [AB] un carré ABCD, puis on mène par B la parallèle à (DP), qui coupe (AD) en K. Le segment [DK] a la longueur cherchée.

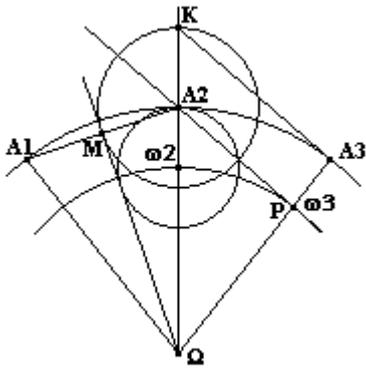
Il résulte de ceci que R' – c'est-à-dire Γ' – est constructible dès lors que $\sin(\pi/n)$ – c'est-à-dire $A_1 A_2 \dots A_n$ – l'est.

Voici une construction possible de Γ' .

1° Les points A_i étant placés sur le cercle Γ , on construit le milieu M de $[A_1 A_2]$ grâce à la bissectrice de $\angle A_1 \Omega A_2$.

2° On trace le cercle de centre A_2 passant par M, et donc tangent à (ΩM) . La droite (ΩA_2) coupe ce cercle en un point K extérieur au cercle Γ .

3° On mène par A_2 la parallèle à (KA_3) , qui coupe $[\Omega A_3]$ en un point P, lequel n'est autre que le point ω_3 . Le cercle Γ' est donc le cercle de centre Ω passant par P (fig. 6).



Justification.

On a $\angle A_1\Omega A_2 = 2\pi/n$, d'où $A_2K = MA_2 = R \cdot \sin(\pi/n)$. On en déduit $\Omega K = \Omega A_2 + A_2K = R(1 + \sin(\pi/n))$.

Par Thalès, $\frac{\Omega P}{\Omega A_3} = \frac{\Omega A_2}{\Omega K}$, soit $\frac{\Omega P}{R} = \frac{R}{R(1 + \sin(\pi/n))}$.

D'où finalement $\Omega P = \frac{R}{1 + \sin(\pi/n)} = R'$.

fig. 6

À la cathédrale de Metz, on trouve des rosaces comportant 3, 4, 5, 6 et 8 cercles intérieurs (*fig. 7*). J'ignore par quel procédé précis elles ont été construites, mais ce qui précède montre que la construction d'une telle rosace à la règle et au compas est possible pour tout entier n tel que l'on puisse construire, avec ces mêmes instruments, le polygone régulier à n côtés.

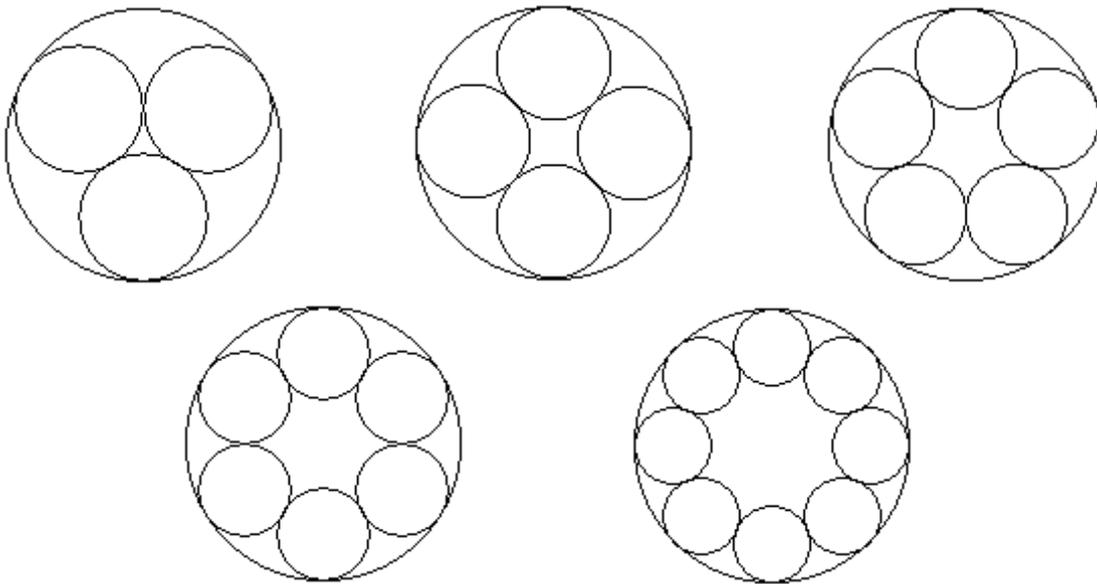


fig. 7

Il est un autre motif de rosace fréquent à la cathédrale de Metz, qui est celui que représente la *fig. 8* : il est constitué d'une ogive en tiers-point sur la base de laquelle s'appuient deux demi-cercles de même rayon, tangents chacun à l'un des côtés de l'ogive et tangents entre eux. Dans le « vide » restant est placé un cercle tangent à ces deux cercles, ainsi qu'aux côtés de l'ogive. Le problème, cette fois, est celui de la détermination de ce dernier cercle.

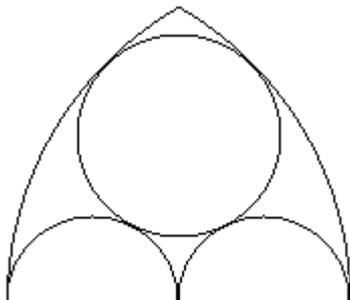


fig. 8

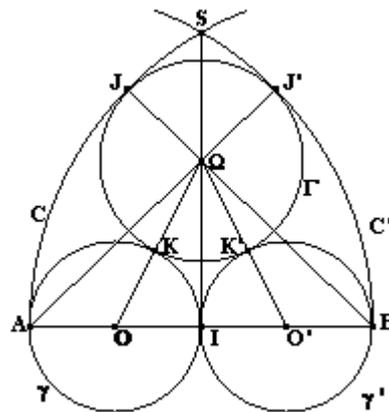


fig. 9

Pour fixer les idées (*fig. 9*), appelons :

[AB] le segment inférieur,

C et C' les cercles supports des côtés de l'ogive, de centres respectifs A et B, et passant respectivement par B et A,

γ et γ' les cercles supports des demi-cercles inférieurs, de centres respectifs O et O', passant respectivement par A et B et tangents entre eux en I, milieu de [AB],

S le sommet de l'ogive,

Γ le cercle cherché, tangent aux cercles C, C', γ et γ' respectivement aux points J, J', K et K'.

Ω le centre du cercle Γ et r son rayon.

Prenons OA comme unité de longueur. On a, d'après Pythagore :

$O\Omega^2 - OI^2 = B\Omega^2 - BI^2 (= I\Omega^2)$, soit $(1 + r)^2 - 1^2 = (4 - r)^2 - 2^2$. D'où 'on tire $r = 6/5$.

Pour construire le point Ω , cherchons sa distance à des points particuliers de la figure. La relation ci-dessus nous fournit $I\Omega = 4\sqrt{6}/5$, d'où l'on déduit (Pythagore dans les triangles ΩIA et ΩIO) que $A\Omega = 14/5$ et $O\Omega = 11/5$.

On peut bien sûr, sans problème, obtenir à la règle et au compas un segment de longueur 14/5 ou 11/5 à partir de la donnée d'un segment unité (partage d'un segment en 5 parties égales), mais dans le cas qui nous occupe ici cette construction ne serait pas très élégante. Essayons donc autre chose.

On peut remarquer que l'on a $\Omega A + \Omega O = (14/5) + (11/5) = 5$, ce qui signifie que le point Ω appartient à une ellipse de foyers A et O. Cette ellipse passe par O', puisque $O'A + O'O = 3 + 2 = 5$. Mais, puisque $\Omega B = \Omega A$, on a également $\Omega B + \Omega O = 5 (= AB + AO)$. Donc le point Ω appartient aussi à l'ellipse de foyers B et O passant par A.

Finalement, en tenant compte des symétries, on peut dire que le point Ω appartient à 4 ellipses :

E_1 : ellipse de foyers A et O passant par O' ;

E_2 : ellipse de foyers B et O passant par A ;

E_3 : ellipse de foyers B et O' passant par O ;

E_4 : ellipse de foyers A et O' passant par B.

D'autre part, puisque Ω appartient également à la médiatrice (IS) de [AB], le tracé d'une seule de ces ellipses suffit (*fig. 10*).

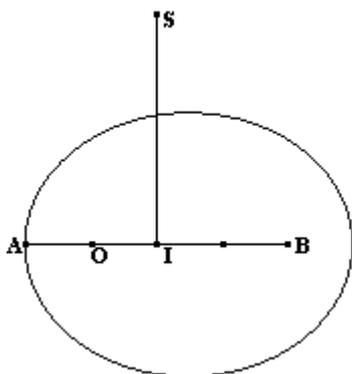


fig. 10

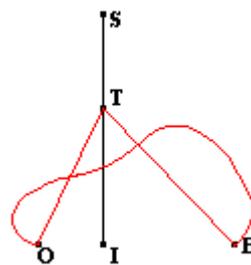


fig. 11

Le tracé au sol d'une telle ellipse était aisé pour les compagnons du Moyen-Âge, grâce à la « méthode du cordeau ». Qui plus est, il n'était même pas nécessaire, dans le cas qui nous occupe ici, de tracer effectivement cette ellipse. Il suffisait, une fois fixées les extrémités d'une corde de longueur 5 aux points B et O (par exemple), de tendre cette corde à l'ide d'une pointe à tracer se déplaçant sur (IS) de I vers S : la position de la pointe pour laquelle la corde était tendue donnait le point Ω cherché (*fig. 11*).

On peut à ce propos faire deux remarques :

a) Cette manœuvre constitue une application en acte du théorème des valeurs intermédiaires. En effet, si l'on appelle T la position de la pointe à tracer sur [IS], la somme des distances de T aux points B et O est une fonction f de la distance $x = IT$, continue (on a $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 4}$), qui passe de la valeur 3 pour $x = 0$ (T en I) à la valeur $4 + \sqrt{13}$ pour $x = 2\sqrt{3}$ (T en S). Elle prend donc une fois –et une seule, puisqu'elle est strictement croissante– la valeur 5 sur l'intervalle $[0 ; 2\sqrt{3}]$.

b) Elle fournit, non seulement le centre du cercle Γ , mais aussi le point de contact K de ce cercle avec le cercle γ : c'est le point où ce dernier est coupé par la partie [O Ω] de la corde.

Pour résumer, disons que l'ensemble de la figure peut être construit entièrement à l'aide d'un cordeau sur lequel sont placés 6 nœuds (dont un à chaque extrémité) le partageant en 5 segments égaux. Nous noterons 0, 1, 2, 3, 4, 5 ces 6 nœuds (fig. 12).



fig. 12

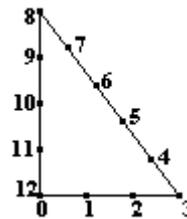


fig. 13

1° En tendant le cordeau, on détermine les points A (nœud 0), O (nœud 1), O' (nœud 3) et B (nœud 4).

2° On fixe le nœud 0 (extrémité du cordeau) en B, et on détermine le cercle C comme lieu du nœud 4 (cordeau tendu) ; symétriquement par rapport à (IS), on détermine le cercle C', ce qui fournit le point S et le segment [IS].

3° On fixe le nœud 0 en O, et on détermine de façon analogue le cercle γ comme lieu du nœud 1 ; symétriquement, on détermine le cercle γ' .

4° On fixe le nœud en O et le nœud 5 en B. Puis, selon la méthode indiquée plus haut, on détermine les points Ω et K.

Il ne reste plus alors qu'à tracer le cercle Γ cherché (cercle de centre Ω passant par K).

Est-ce là la procédure effectivement utilisée par les compagnons bâtisseurs ? Je l'ignore, mais pour l'imaginer j'ai songé à la « corde à 13 nœuds », héritée dit-on des anciens Égyptiens, et qui leur permettait entre autres, sans outillage encombrant de type équerre ou même compas, de déterminer ou de vérifier une perpendicularité, grâce à la construction d'un triangle 3-4-5 (le fameux « triangle égyptien »). L'objet utilisé est un cordeau divisé en 12 par 13 nœuds équidistants, en comptant les extrémités. Détaillons l'une des utilisations de cet instrument, en l'occurrence la suivante (nous numérotions les nœuds de 0 à 12, de manière analogue à ce qui a été fait plus haut.

Il s'agit de déterminer la perpendiculaire à une droite donnée Δ en un point donné A de cette droite. Pour cela :

1° On fixe en A les deux extrémités du cordeau (nœuds 0 et 12), et on tend celui-ci le long de Δ .

2° On fixe alors le nœud 3 au point B où il se trouve.

3° Il suffit alors de saisir le cordeau par le nœud 8 et de le tendre (fig. 13) ; le point C où se situe alors ce nœud est tel que la droite (AC) est perpendiculaire à Δ .

On le voit, les utilisations des deux cordeaux sont très similaires. Il s'agit dans les deux cas de tendre le cordeau, après fixation de certains nœuds en des points déterminés. La méthode décrite plus haut pour la construction de la rosace n'est bien sûr qu'une conjecture, mais cette façon de procéder est, me semble-t-il, bien dans l'esprit des bâtisseurs de l'époque.

Un autre type de remplage – c'est le terme technique – des verrières de la cathédrale de Metz apparaît digne d'intérêt : c'est celui de la *fig. 14*, qui coiffe en particulier les verrières des bas-côtés de la nef.

N.B. Les trois cercles qui figurent dans ce remplage sont agrémentés chacun de 6 arcs de cercle qui leur sont tangents intérieurement, comme décrit plus haut dans le présent article, arcs de cercle qui ne seront pas représentés ici.

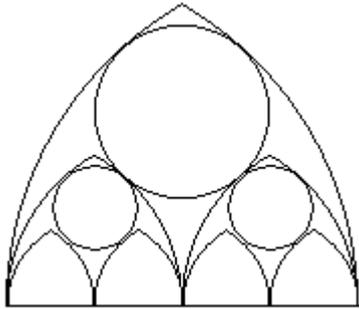


fig. 14

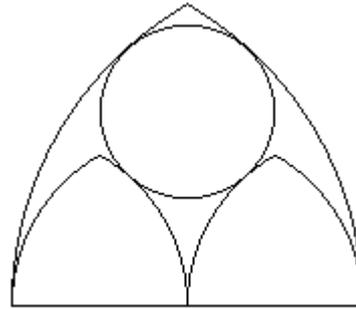


fig. 15

Le motif sur la base duquel est construite la *fig. 14* est constitué (*fig. 15*) d'une ogive en tiers-point à l'intérieur de laquelle sont placées deux ogives du même type et de taille moitié, ayant même base, tangentes entre elles et tangentes à la grande ogive. Enfin, un cercle est tangent intérieurement aux côtés de la grande ogive et extérieurement aux côtés des petites ogives qui sont les plus proches de l'axe de la configuration. On pourrait d'ailleurs décrire ce motif plus simplement comme dérivé du motif étudié plus haut, les deux petits demi-cercles étant ici remplacés par deux ogives.

Ce motif est fréquent dans les églises gothiques ; on le trouve en particulier à Amiens et à Reims. Sa réalisation est nettement plus simple que celle des deux motifs précédemment étudiés, comme nous allons le voir. Au départ, on trouve le tracé des ogives, qui n'offre aucune difficulté, puisqu'il s'agit en fait de la classique construction au compas du triangle équilatéral². Reste celle du cercle tangent aux quatre arcs de cercle.

Commençons donc par nommer les éléments dont nous aurons besoin (*fig. 16*).

- [AB] la base de la grande ogive et S son sommet
- I le milieu de [AB]
- s et s' les sommets des deux petites ogives
- C (resp. C') le cercle support de l'arc AS (resp. BS)
- γ le cercle support des arcs As et Bs'
- γ_1 (resp. γ_2) le cercle support de l'arc Is (resp. Is')

Les cercles C et γ_2 sont centrés en B, les cercles C' et γ_1 sont centrés en A, le cercle γ en I.

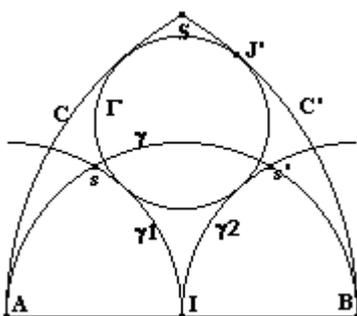


fig. 16

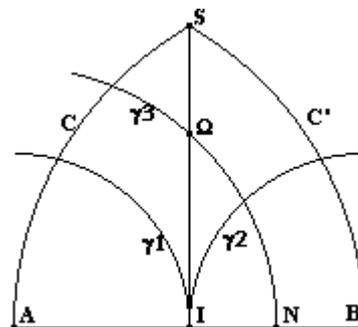


fig. 17

² On la trouve en particulier dans le premier livre des *Éléments* d'Euclide (proposition 1).

Il s'agit donc de construire un cercle Γ tangent intérieurement aux cercles C et C' , et extérieurement aux cercles γ_1 et γ_2 . Ou encore, en tenant compte de la symétrie de la figure, de construire le cercle Γ tangent intérieurement à C' et extérieurement à γ_1 (par exemple), et de plus centré sur $[IS]$. Si nous ne tenons pas compte de cette dernière contrainte, et en remarquant que C' et γ_1 sont concentriques, le lieu du centre Ω du cercle Γ est le cercle γ_3 de centre A passant par le milieu N de $[IB]$. Le point Ω peut donc être obtenu comme intersection de ce cercle avec $[IS]$ (*fig. 17*).

Remarquons d'ailleurs que **la figure peut aisément être construite au compas seul**, sur la donnée du segment $[IN]$ (*fig. 18*).

1° On détermine d'abord le symétrique B de I par rapport à N (« demi-hexagone » inscrit dans le cercle de centre N passant par I (*fig. 19*), puis de même le symétrique A de B par rapport à I et le symétrique M de N par rapport à I .

2° On construit ensuite les cercles C (de centre B , passant par A) et C' (de centre A , passant par B), qui fournissent les côtés de la grande ogive.

3° On trace les cercles γ (de centre I , passant par A) et γ_1 (de centre A , passant par I), et symétriquement le cercle γ_2 , qui donnent les côtés des deux petites ogives.

4° On trace enfin les cercles auxiliaires γ_3 (de centre A , passant par N) et γ_4 (de centre B , passant par M), dont l'intersection fournit le centre Ω du cercle cherché. Quant au rayon de ce cercle, il est égal à IN , ce qui permet d'achever la construction de Γ .

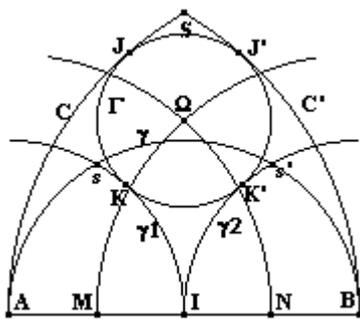


fig. 18

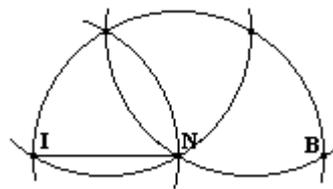


fig. 19

Remarquons au passage que, d'après la *fig. 18*, les points de contact de Γ avec les cercles C' et γ_1 (soit respectivement J' et K) sont alignés sur $(A\Omega)$ et que, symétriquement, les points de contact de Γ avec les cercles C et γ_2 (soit respectivement J et K') sont alignés sur $(B\Omega)$.

Cependant, la facilité d'exécution de cette figure n'est pas, à mon avis, son principal mérite. Comme on peut le constater sur la *fig. 14*, ce motif apparaît trois fois en grand dans l'ogive principale, et aussi deux fois à l'échelle $\frac{1}{2}$. En effet, on passe du grand motif à l'un des petits par une homothétie de rapport $\frac{1}{2}$ et de centre A ou B , selon le cas.

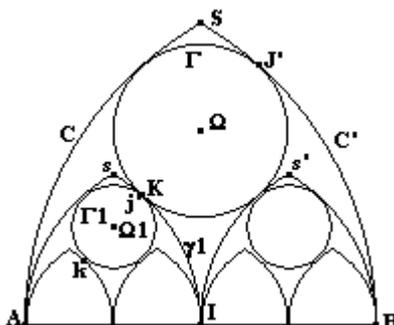


fig. 20

Soit maintenant le cercle Γ_1 , analogue de Γ dans la petite ogive de base $[AI]$. Appelons Ω_1 son centre, et j' et k les points de contact respectifs de Γ_1 avec les cercles analogues de C' et γ_2 (*fig. 20*). Ces points sont les images respectives de J' et K dans l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$, donc $j' = K$. Ce qui démontre en outre l'alignement des 6 points $A, \Omega, J', K, \Omega_1$ et k .

Allons plus loin... La présence des quatre petites ogives « vides » de la *fig. 14* suggère l'idée d'une itération du processus suivant (*fig. 21*). Partant d'une ogive vide (niveau 0), on la transforme en le

motif de la *fig. 15* (niveau 1), et on itère ensuite le même processus *ad libitum*.

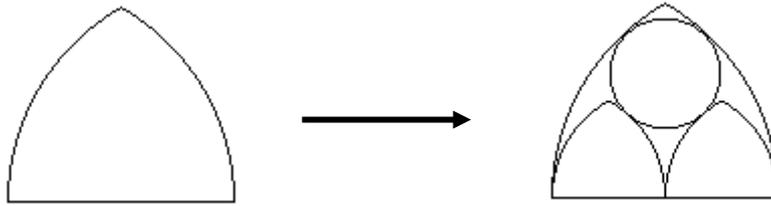


fig. 21

On obtient ainsi une courbe qui peut être parcourue sans lever le crayon. En effet, prenons par exemple la figure de niveau 2, qui n'est autre que celle du remplage des verrières de Metz (*fig. 22*).

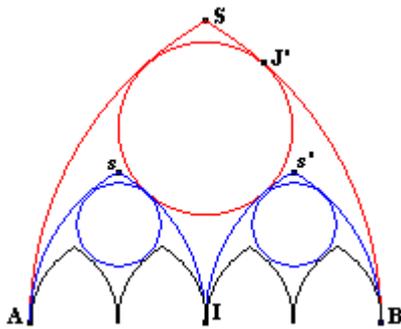


fig. 22

Partant du point A, on peut décrire (en rouge) l'arc AS, puis l'arc SJ', puis le cercle Γ (retour en J'), puis l'arc J'B. On décrit ensuite successivement (en bleu), de façon analogue mais dans l'autre sens, les deux ogives Bs'I et IsA avec leurs cercles inscrits. On est alors prêt à repartir dans le sens initial le long des quatre ogives inférieures, et l'on voit ainsi que ce trajet peut se poursuivre indéfiniment.

Quelle est la longueur de cette courbe ?

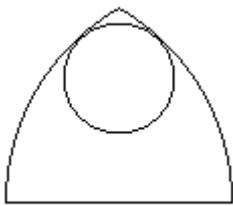


fig. 23

Considérons le motif « ogive + cercle » (*fig. 23*). Il est réalisé une fois au niveau 1, deux fois (mais à l'échelle moitié) au niveau 2, ... et 2^{n-1} fois à l'échelle $2^{-(n-1)}$ au niveau n . Puisqu'au niveau n on ajoute 2^{n-1} motifs dont la longueur est 2^{n-1} fois plus petite que celle du motif initial, on ajoute à chaque niveau une longueur égale à celle du motif de départ. Ce qui signifie qu'au niveau n on a déjà n fois la longueur du motif initial, et donc que la longueur de la courbe est infinie.

Les bâtisseurs des cathédrales gothiques ont-ils eu l'intention, par l'utilisation de ce motif, de suggérer l'idée de l'infini divin ? Il serait téméraire de l'affirmer, mais il n'en demeure pas moins que cette figure médiévale, aisément constructible au compas seul et consistant en la reproduction à différentes échelles d'un même élément de base, peut passer à juste titre pour un lointain ancêtre des courbes fractales.

SOMMAIRE

Avertissements et introduction

Chapitre 1 : Quelques notions sur les arts religieux et gothique

Quelques notions d'architecture

[Les premières églises de la chrétienté](#)

[Les églises romanes](#)

[Les églises gothiques](#)

Étymologies du mot gothique

Chapitre 2 : Étude la la cathédrale de Metz

La cathédrale de Metz au fil des âges

Orientation de la cathédrale

Les vitraux de la cathédrale

[L'art du vitrail](#)

[Description de quelques vitraux](#)

[Rosace Saint-Étienne](#)

[Rosace au-dessus de l'ancien portail](#)

[Vitrail du transept sud \(Valentin Bousch\)](#)

[Vitraux du chœur](#)

[Vitraux modernes de Chagall, Villon et Bissière](#)

[Évolution du style gothique à travers le remplage des fenêtres](#)

Φ et les remplages

[La méthode](#)

[Deux propositions de tracé régulateur d'une fenêtre](#)

[Proposition de tracé d'une fenêtre haute](#)

[Conclusion](#)

Φ et le plan de la cathédrale

[Une proposition de conception d'ensemble](#)

[Une ligne de recherche concernant le plan du sol](#)

Chapitre 3 : Parallèle entre la pensée et l'architecture du Moyen-âge

[L'art roman](#)

[A la croisée des chemins](#)

[L'art cistercien](#)

[L'art gothique](#)

Chapitre 4 : L'art médiéval et les symboles

.../...

Chapitre 5 : Φ et le « beau »

Φ et le symbolisme des nombres

Le Corbusier

Pourquoi un module nouveau, et pourquoi Φ ?

La longue élaboration du Modulor

Mise à l'épreuve du Modulor

Un module dans le domaine de la création n'est-il pas un non-sens ?

Annexe 1 : Le nombre d'or Φ : quelques propriétés mathématiques

Annexe 2 : Réflexions du professeur de mathématiques

Annexe 3 : Quelques réflexions d'élèves

Supplément 2007 : « Rosaces » (de Bernard Parzysz)

Images en couleur ajoutées en 2017

[La cathédrale de Metz actuellement](#)

[Vitrail de la cathédrale](#)

[Baie à Remplage à Cahors](#)

[Premier vitrail de Chagall](#)

[Deuxième vitrail de Chagall](#)

[Troisième vitrail de Chagall](#)

[Vitreaux de Jacques Villon](#)

[Vitrail de Bissière](#)

[Notre-Dame du Port à Clermont-Ferrand](#)

[Abbaye de Cluny](#)

[Platon un doigt levé vers le ciel](#)

[Église Saint-Pierre aux Nonains \(Metz\)](#)

[Le Modulor](#)

[Illustration de Pol Le Gall](#)