Exercice 1

La suite de Syracuse

On veut calculer le n-ième terme de la suite de Syracuse.

$$\begin{cases} u_0 & \in & \mathbb{N}^* \\ u_{n+1} & = & \dfrac{u_n}{2} \text{ si } u_n \text{ est pair ;} \\ u_{n+1} & = & 3u_n + 1 \text{ sinon} \end{cases}$$

La conjecture de Syracuse (université de l'Etat de New-York) peut s'énoncer ainsi : « Quelle que soit la valeur de u_0, la suite u_n est périodique à partir d'un certain rang. » Les valeurs prises sont alors 4 ; 2 et 1.

Pour la suite de Syracuse, on peut définir :

- *le temps de vol* : c'est la plus petite valeur de n telle que $u_n = 1$. Il est de 17 pour la suite de Syracuse avec $u_0 = 15$ et de 46 pour la suite de Syracuse avec $u_0 = 127$; écrire **tempsDeVol**(u :entier) qui renvoie le temps de vol avec pour premier terme u ;
- *le temps de vol en altitude* : c'est la plus petite valeur de n telle que $u_{n+1} \leqslant u_0$. Il est de 10 pour la suite de Syracuse avec $u_0 = 15$ et de 23 pour la suite de Syracuse avec $u_0 = 127$; écrire **tempsVolAltitude**(u :entier) qui renvoie le temps de vol en altitude avec pour premier terme u ;
- *l'altitude maximale* : c'est la valeur maximale de la suite. Elle est de 160 pour la suite de Syracuse avec $u_0 = 15$ et de 4 372 pour la suite de Syracuse avec $u_0 = 127$; écrire **altitudeMaximale**(u :entier) qui renvoie l'altitude maximale avec pour premier terme u .

Remarque

Il peut être utile de créer une fonction qui donne le terme suivant.

Exercice 2

Les nombres parfaits

On considère un entier naturel :

- ce nombre est dit *parfait* s'il est égal à la somme de ses diviseurs (lui-même excepté) ;
- ce nombre est dit *déficient* s'il est inférieur à la somme de ses diviseurs (lui-même excepté) ;
- ce nombre est dit *abondant* s'il est supérieur à la somme de ses diviseurs (lui-même excepté) ;

Ecrire :

- une fonction **parfait**(n :entier) qui renvoie "parfait", "déficient" ou "abondant" selon la nature de l'entier u ;
- une fonction **nombresParfaits**(n :entier) qui affiche les nombres parfaits jusqu'à n.

Exercice 3

Le duc de Toscane

Le problème dit du « duc de Toscane » repose sur le paradoxe suivant : « Alors que, sur un lancer de trois dés cubiques, les sommes des faces égales à 9 ou à 10 sont obtenues toutes les deux de six façons différentes, on obtient plus souvent la somme 10 que la somme 9 en réalisant l'expérience. »

Écrire une fonction **toscane**(n : entier) qui renvoie la fréquence du 9 et la fréquence du 10 sur n lancers.