A.P.M.E.P. LORRAINE

François DROUIN

AVEC DES PENTAMINOS

François DROUIN

AVEC DES

PENTAMINOS

Une publication de la régionale APMEP LORRAINE

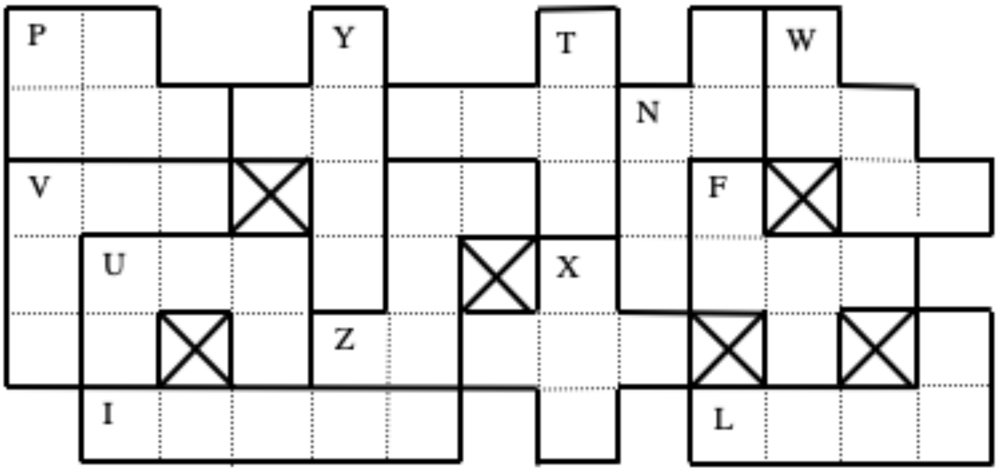
AIRES
PERIMETRES
ET
PENTAMINOS

12 pentaminos à découper
Ces pentaminos sont utilisables pour les activités présentées par la suite

L'ensemble des 12 pièces est à coller sur du carton, puis à découper dans l'ordre :

I, W, P, P, F et L accolés, L, N, X, U et V accolés, U, Y, T, Z.

Les petits carrés munis d'une croix seront des « chutes » inutilisées.

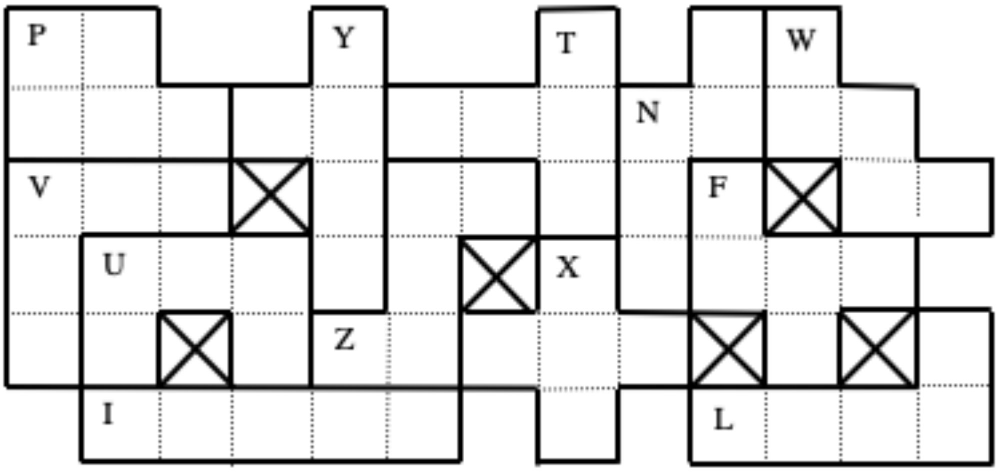


12 pentaminos à découper
Ces pentaminos sont utilisables pour les activités présentées par la suite

L'ensemble des 12 pièces est à coller sur du carton, puis à découper dans l'ordre :

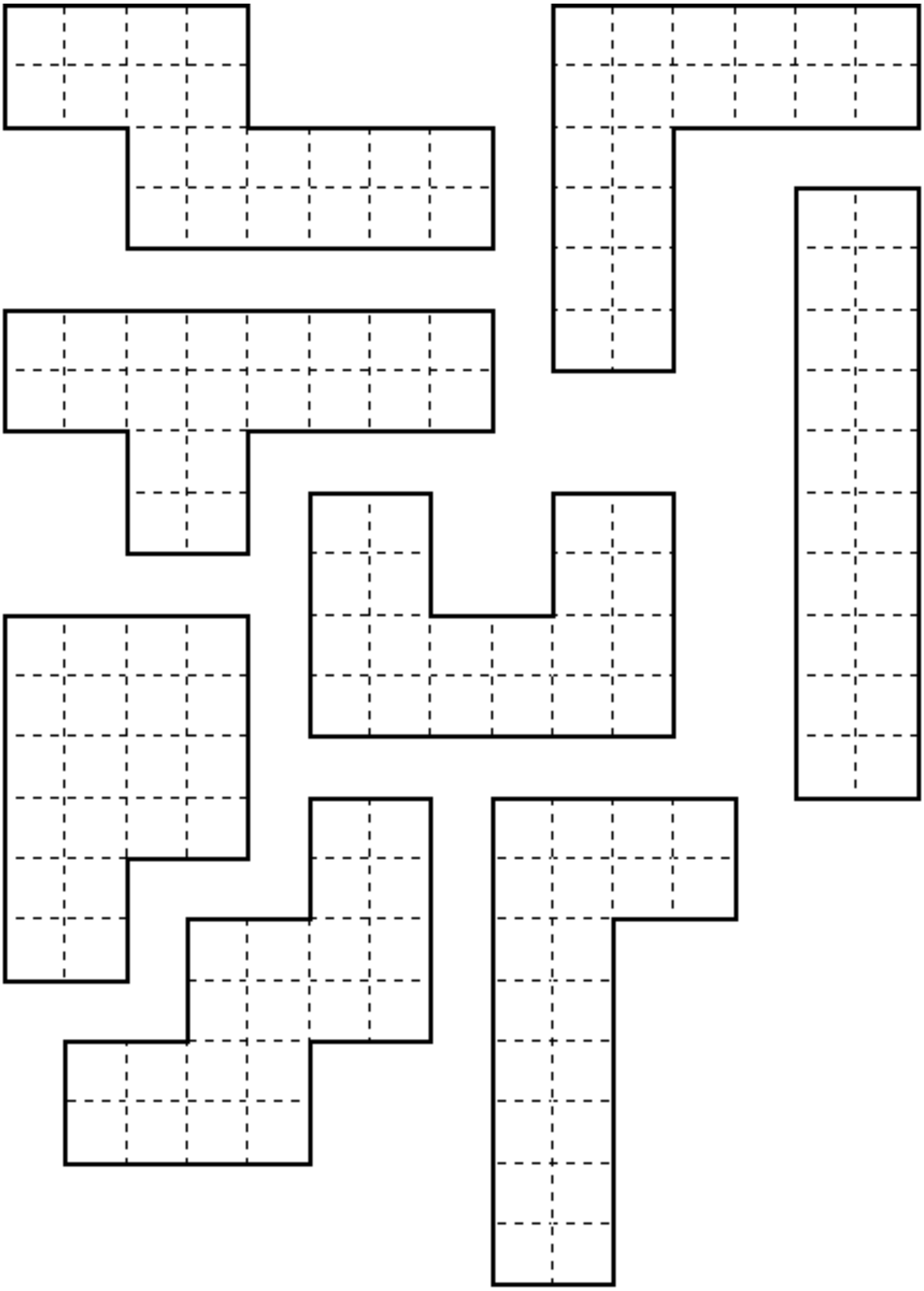
I, W, P, P, F et L accolés, L, N, X, U et V accolés, U, Y, T, Z.

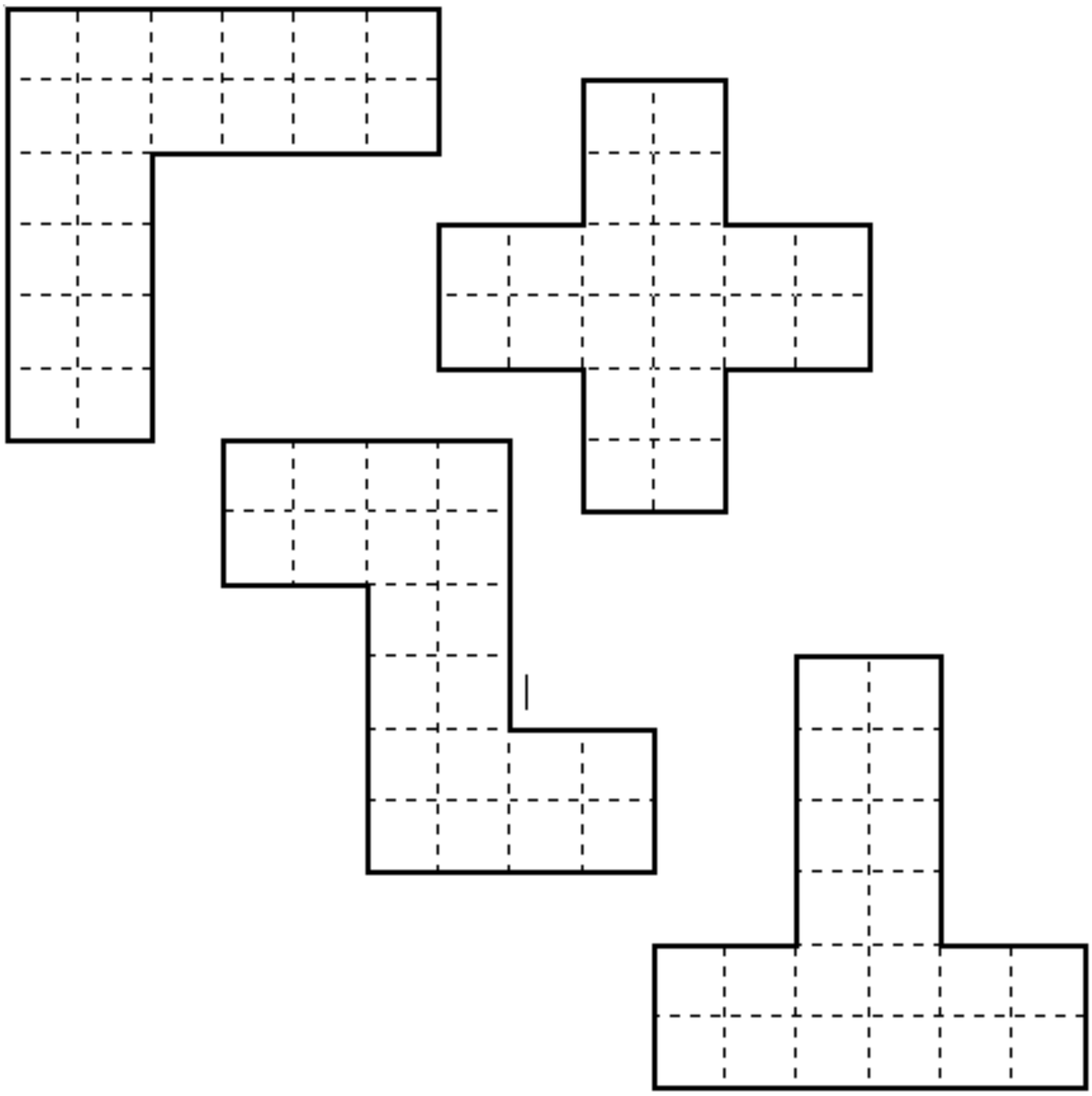
Les petits carrés munis d'une croix seront des « chutes » inutilisées.



Pentaminos « échelle 2 »

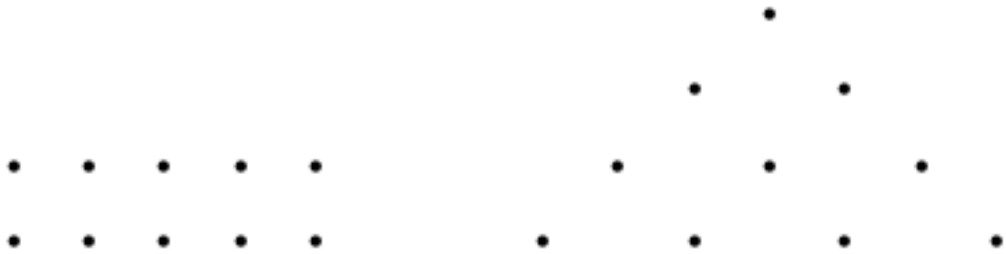
J'ai dessiné ci-dessous les douze pentaminos à l'échelle2.
Sont-ils recouvrables par des pièces choisies parmi les douze pentaminos à l'échelle 1 ? Pour chaque dessin, chaque pièce ne peut être utilisée qu'une seule fois.



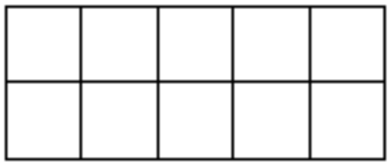


Des polygones représentant le nombre 25

Les Grecs utilisaient différents types de représentations figurées des nombres entiers. En voici deux concernant le nombre 10.

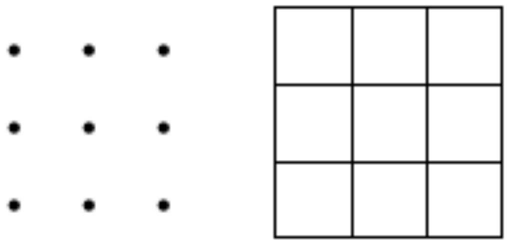


Ces deux visualisations sont différentes : la première considère l'entier 10 comme un produit de deux nombres entiers, la seconde le considère comme la somme des quatre premiers nombres entiers.
Dans ce qui suit, seule la première visualisation sera utilisée, à l'aide d'assemblages de carrés de mêmes dimensions.

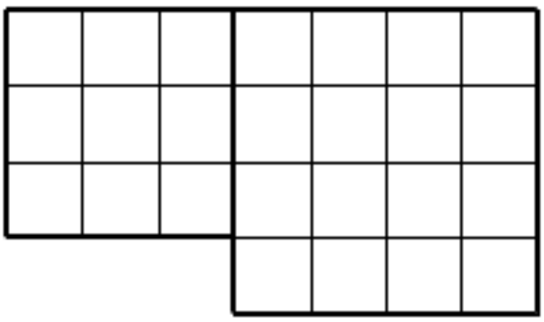


Cette visualisation reste présente au vingt et unième siècle dans des expressions telles que « 21 x 29,7 » pour le format « A4 » du papier ou « 24 x36 » pour le format des pellicules de photos argentiques.

Ce type de représentation donne également du sens à l'écriture « 3^2 » lue « 3 au carré ».



Des assemblages de deux rectangles permettent la visualisation de nombres entiers écrits sous forme d'une somme de deux produits comme « 25 = 4 x 4 + 3 x 3 ».



Travail possible à proposer aux élèves

En utilisant les carreaux du quadrillage, dessiner des polygones représentant :

5 x 5
3 x 5 + 2 x 5
4 x 5 + 1 x 5
1 x 1 + 3 x 8
6 x 4 + 1 x 1

Rechercher toutes les solutions possibles pour compléter l'égalité :
… x … + … x … = 25

Rechercher tous les polygones possibles représentant « 3 x 5 + 2 x 5 ».

Suite du travail en classe

Les cinq activités intitulées « aire, périmètre et pentaminos » sont distribuées dans la classe. Elles présentent des représentations de l'entier « 25 » sous la forme « … x … + … x … ».

Ce type de représentation ayant déjà été rencontrée, les élèves constatent rapidement que l'aire ne varie pas (25 carreaux), mais que parfois le périmètre varie et parfois le périmètre ne varie pas…

Les pentaminos utilisés sont issus des photocopies des assemblages présentés en début du document, puis collés sur du carton et découpés.

La recherche du recouvrement des polygones proposés par des pièces choisies parmi les 12 s'est faite sans problème.

Les polygones représentant « 3 x 5 + 2 x 5 » ont été évoqués dans le Petit Vert n°71 (bulletin de l'APMEP Lorraine de septembre 2002) dans l'article « Deux rectangles accolés et des polygones » mis en annexe.
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/pv71_ac_deuxrectanglesaccolesetdespolygones.pdf .

Ne pourrait-on pas imaginer d'autres polygones formés de deux rectangles accolés recouvrables par plus de cinq pentaminos ?
L'étude de nombres (et de leur décomposition sous forme de somme de deux produits) représentant des assemblages de plus de cinq pentaminos plait beaucoup aux élèves : en témoignage est jointe une feuille d'activité présentant quelques créations d'élèves de sixième. Les nombres 30, 35, 40 furent abordés très vite et l'envie d'essayer le nombre 60 a laissé de belles pistes de recherche.

Pour les lecteurs n'ayant pas l'occasion de faire réaliser ce type de polygones par leurs élèves, deux progressions sont fournies pour les entiers multiples de 5 jusqu'à 60. La première reprend des décompositions additives « … x … + … x … », la seconde envisage des décompositions soustractives « … x … - … x … ».

D'autres pistes de travail sont fournies ensuite :

> Recherche du recouvrement des rectangles représentant les nombres « 5 x *k* » avec *k* variant de 1 à 12. Nous retrouvons là en partie ce qui est proposé par les créateurs du jeu KATAMINO.

Recherche de justifications du fait que certains polygones ne sont pas recouvrables par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos.

Elles ont été mises en route en classe, et poursuivies en temps libre à la maison. Des temps de synthèse ont permis de faire le bilan de la recherche pour les rectangles représentant les nombres « 5 x *k* ». Le rectangle utilisant les 12 pièces n'a pas été trouvé par mes élèves….
D'autres temps de synthèse a permis la critique des propositions des élèves à propos des impossibilités de recouvrement.

Remarques

Le nombre 25 a été choisi comme point de départ, mais d'autres activités sont imaginables en utilisant les nombres 30, 35, 40…
Cependant, le nombre 25 présente de nombreux avantages :
Il peut s'écrire sous la forme « 5 x 5 ». Le carré est un rectangle particulier.
Le recouvrement des polygones proposés se fait aisément et donne l'envie à l'élève d'aller plus loin… Il aimerait bien réussir aussi facilement avec les 12 pentaminos.

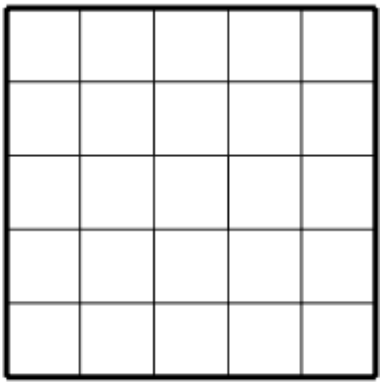
Pour terminer

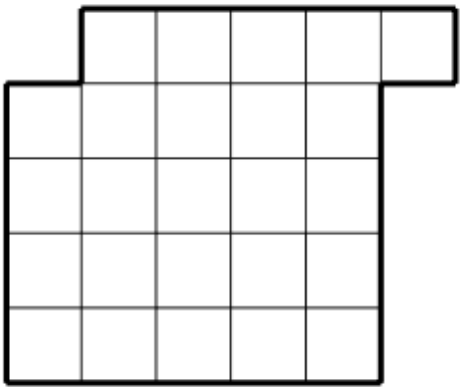
Avec les pentaminos, il est possible de réaliser autre chose que des rectangles. Des silhouettes d'animaux se trouvent dans diverses revues pédagogiques.
Voici en complément une progression d'utilisation de 1 à 12 pentaminos incitant à la recherche de silhouettes d'objets (actuellement, le profil des téléphones portables a évolué…),
Ainsi que des créations d'élèves très influencés par la guerre du golfe (c'était l'époque…). Ces travaux d'élèves devraient pouvoir donner envie de créer d'autres silhouettes à recouvrir par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos. La notion d'aire est toujours présente puisqu'il peut être intéressant de dessiner à l'avance les polygones représentant les nombres « 5 $\times$k », puis de chercher ensuite un recouvrement possible. Les élèves ont plutôt tendance à assembler quelques pentaminos puis regarder si cela ressemble à quelque chose. Cette méthode est vite mise en défaut avec l'utilisation de plus de 5 pentaminos…

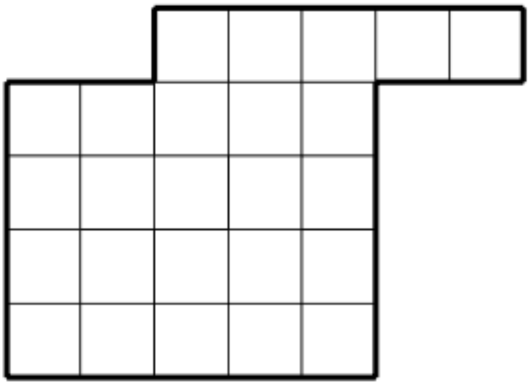
Aires, périmètres et pentaminos (1)

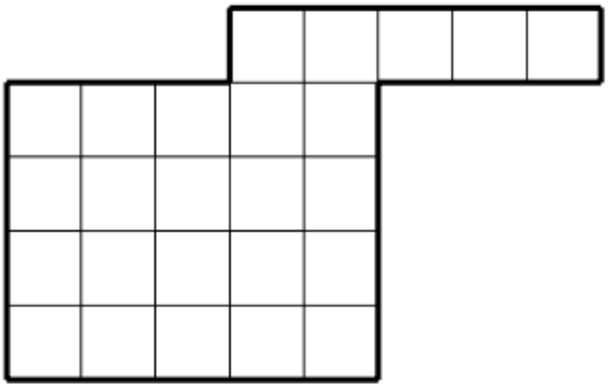
Sous chacun des dessins ci-dessous, indique en rouge le nombre de carrés contenus (l'aire) et en vert le nombre de segments formant le pourtour (le périmètre).

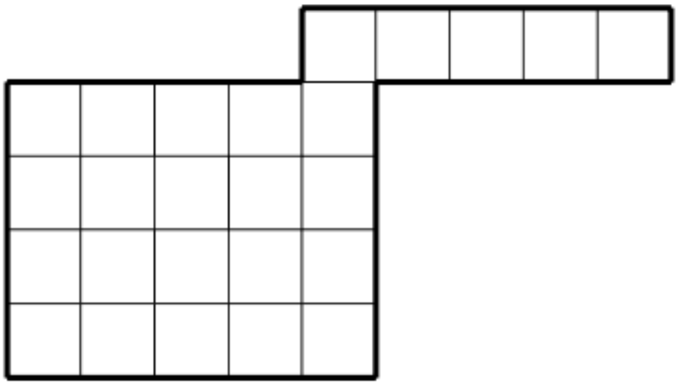
Chacun des dessins ci-dessous est-il recouvrable par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos ?
Dessine ta solution, lorsqu'elle existe.

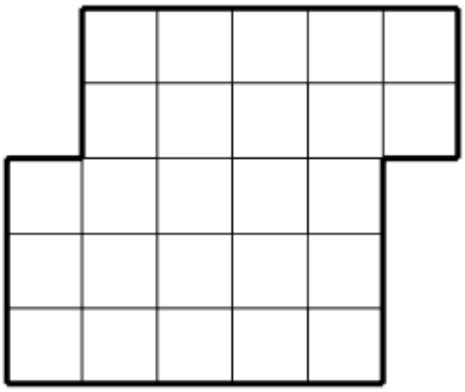


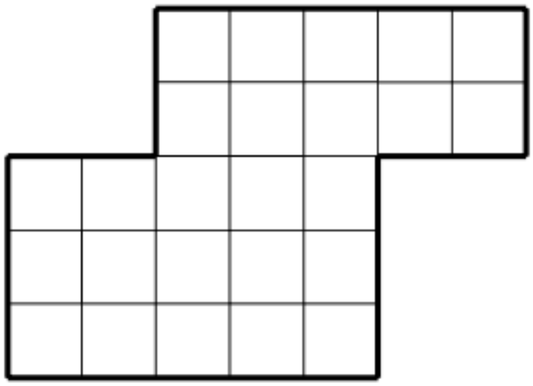


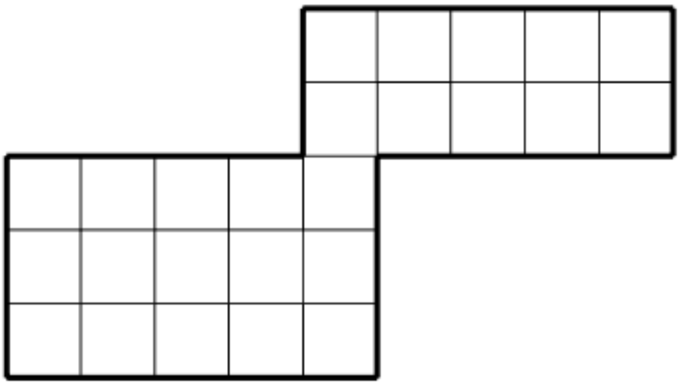








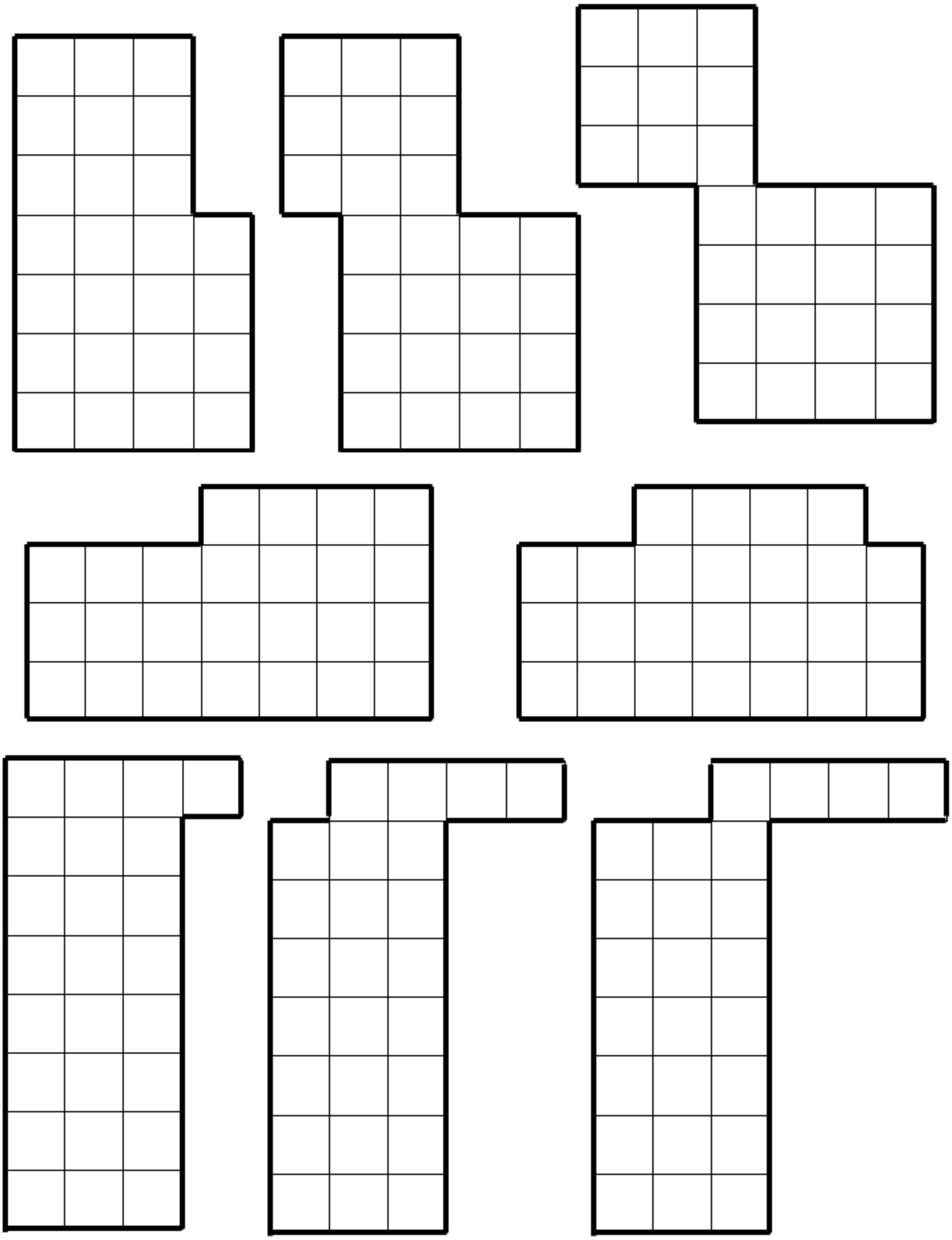




Aires, périmètres et pentaminos (2)

Sous chacun des dessins ci-dessous, indique en rouge le nombre de carrés contenus (l'aire) et en vert le nombre de segments formant le pourtour (le périmètre).

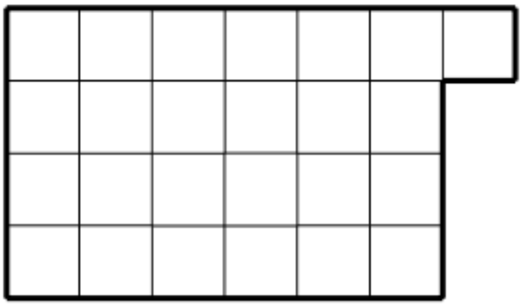
Chacun des dessins ci-dessous est-il recouvrable par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos ?
Dessine ta solution, lorsqu'elle existe.

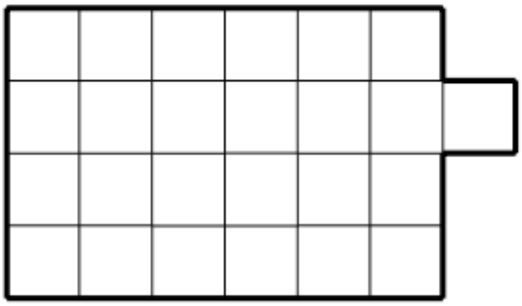


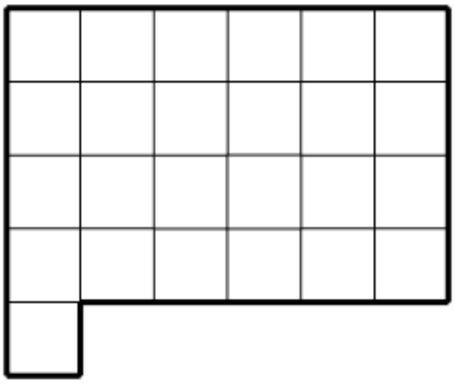
Aires, périmètres et pentaminos (3)

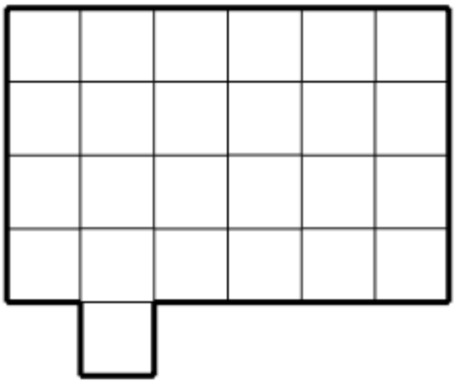
Sous chacun des dessins ci-dessous, indique en rouge le nombre de carrés contenus (l'aire) et en vert le nombre de segments formant le pourtour (le périmètre).

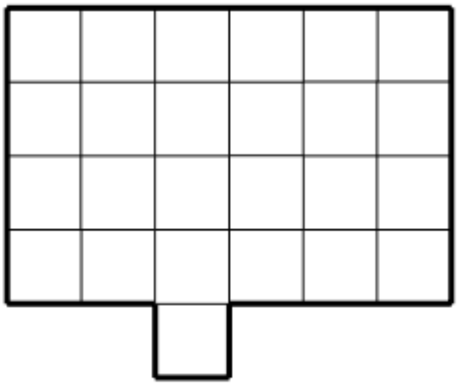
Chacun des dessins ci-dessous est-il recouvrable par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos ?
Dessine ta solution, lorsqu'elle existe.

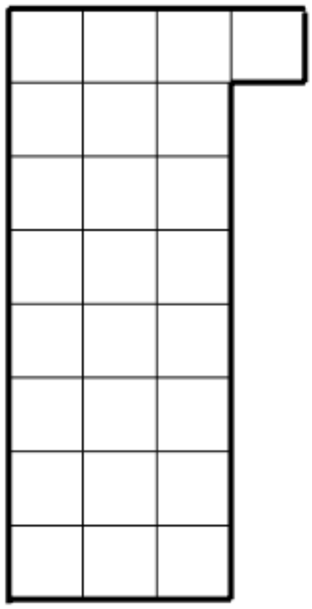
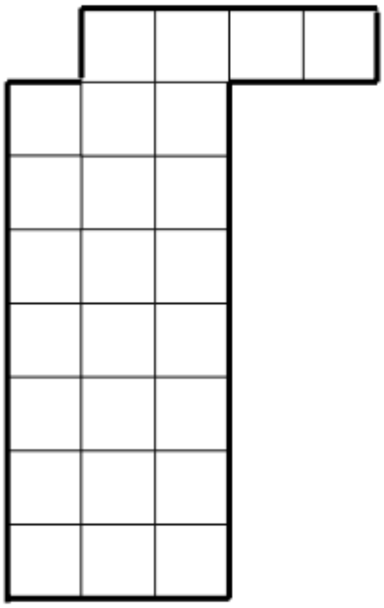
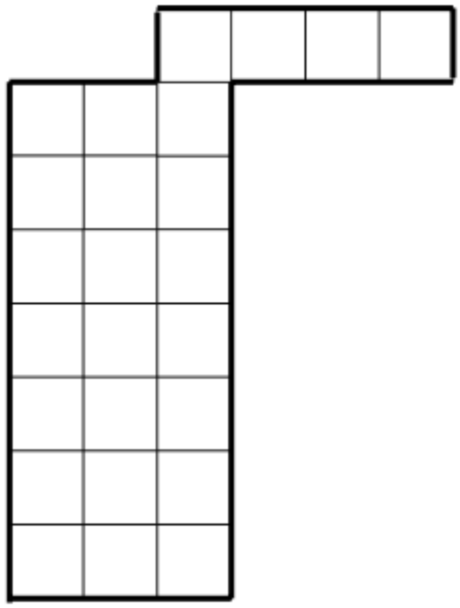








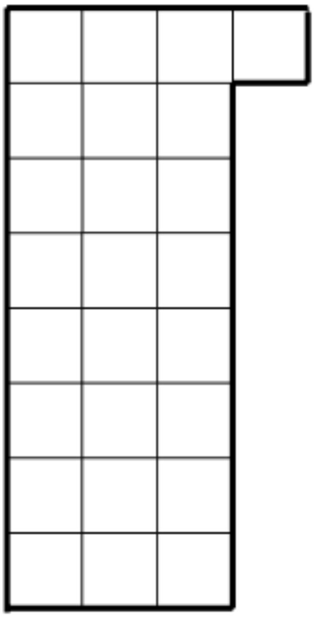
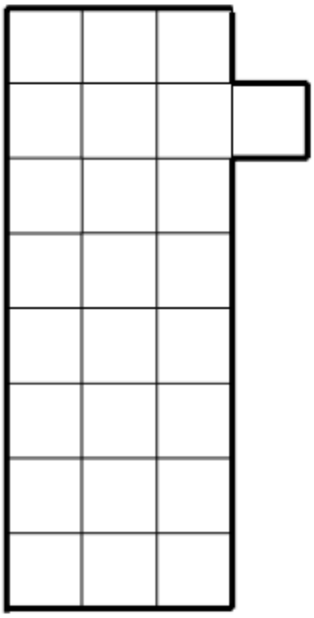
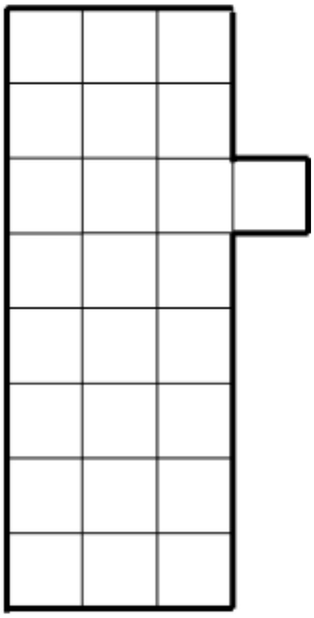
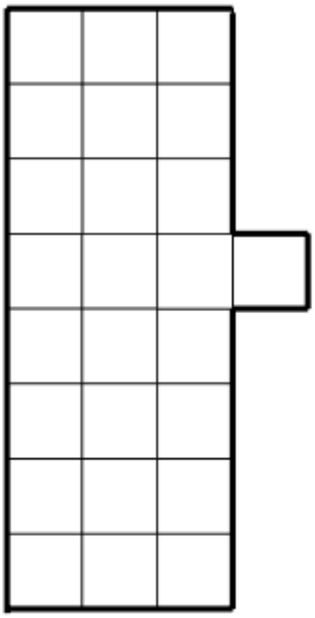
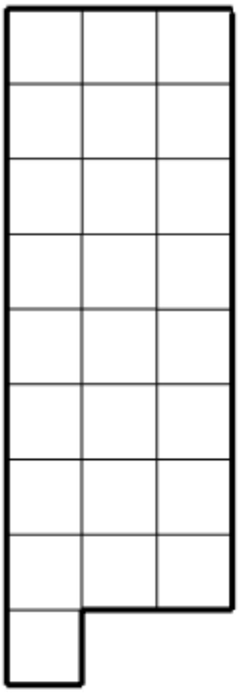
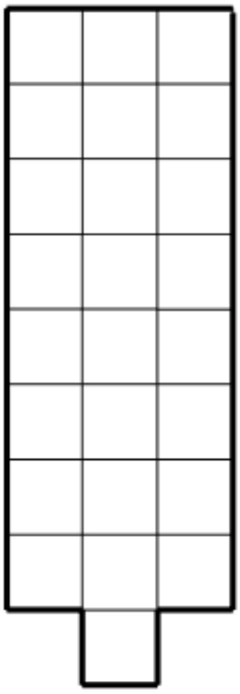


Aires, périmètres et pentaminos (4)

Sous chacun des dessins ci-dessous, indique en rouge le nombre de carrés contenus (l’aire) et en vert le nombre de segments formant le pourtour (le périmètre).

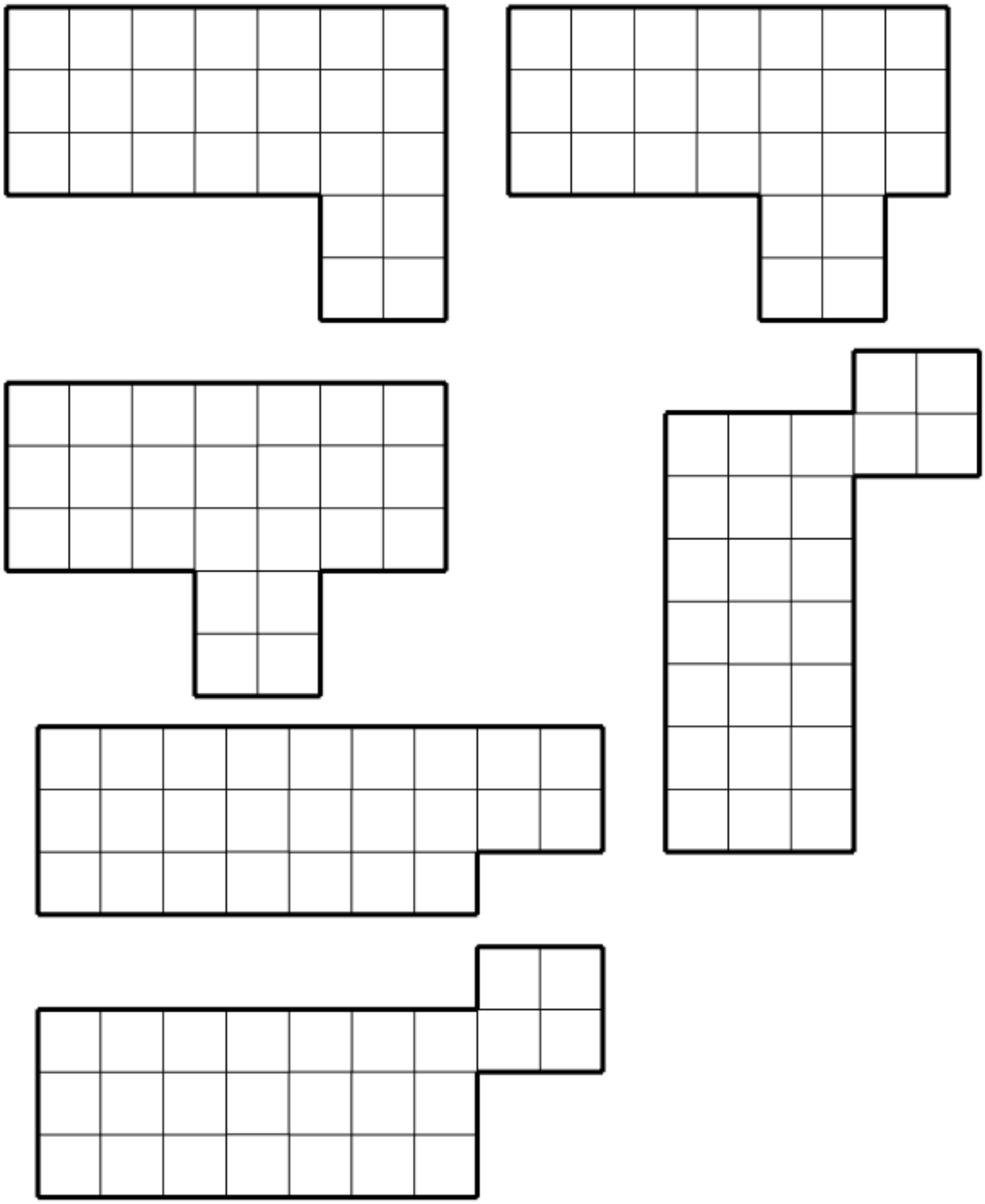
Chacun des dessins ci-dessous est-il recouvrable par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos ?
Dessine ta solution, lorsqu’elle existe.

Aires, périmètres et pentaminos (5)

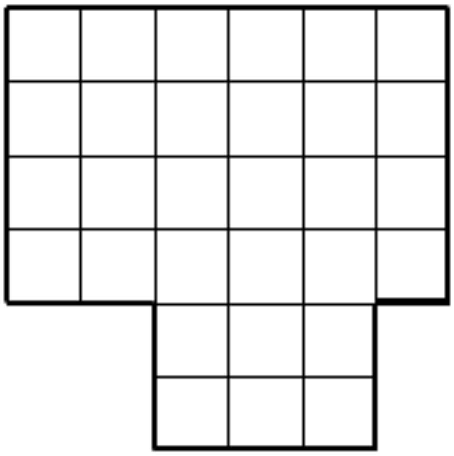
Sous chacun des dessins ci-dessous, indique en rouge le nombre de carrés contenus (l'aire) et en vert le nombre de segments formant le pourtour (le périmètre).

Chacun des dessins ci-dessous est-il recouvrable par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos ?
Dessine ta solution, lorsqu'elle existe.

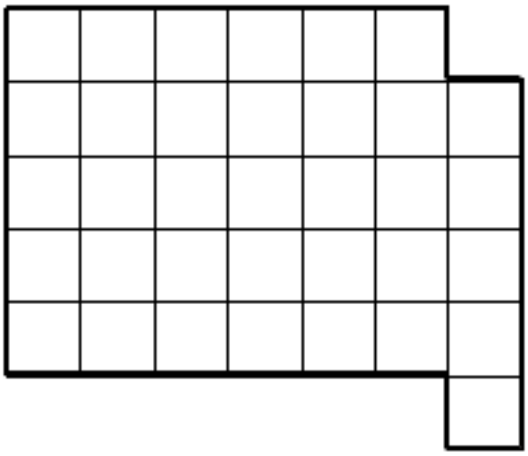


Des polygones proposés par des élèves (1) (6b collège de Saint-Mihiel 1997)

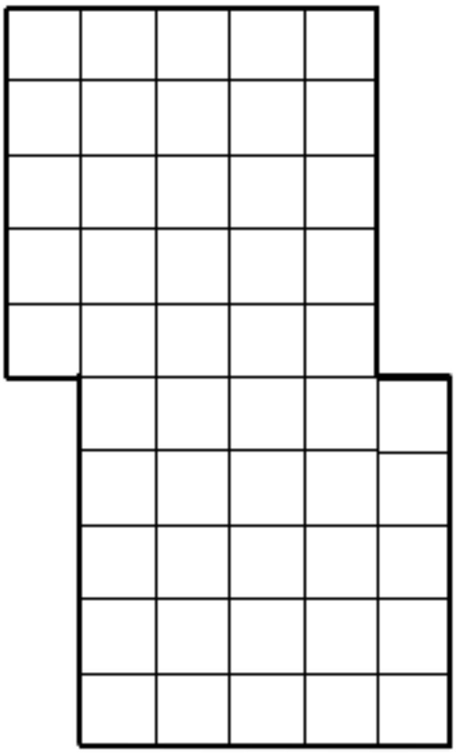
Sous chaque polygone de cette feuille, indique les calculs permettant de calculer le périmètre P et l'aire A (Voir en exemple, le premier polygone).



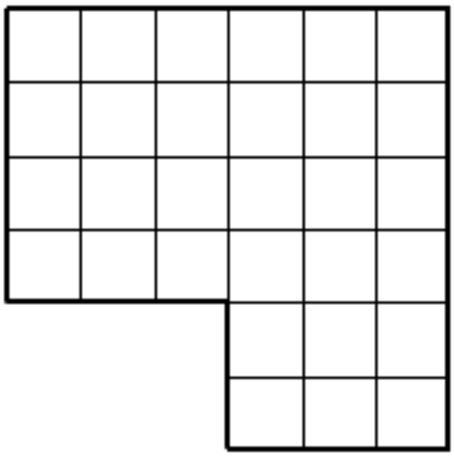
P = 2 + 2 + 3 + 2 + 1 + 4 + 6 + 4
A = 4x6 + 3x2



P = ………………………………..
A = ………………………………



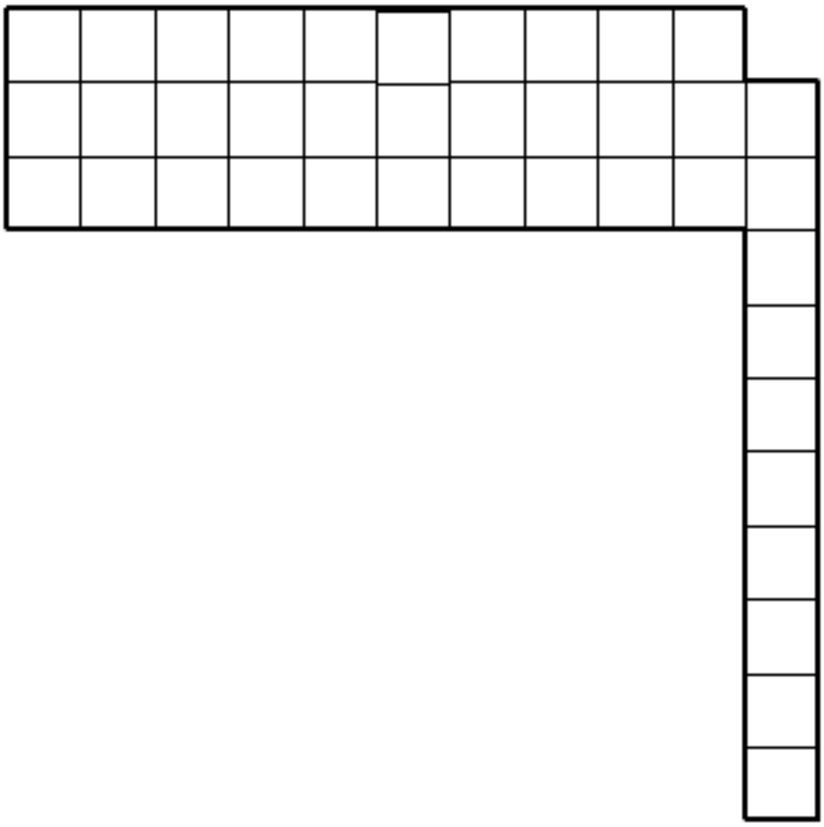
P = ………………………………..
A = ………………………………



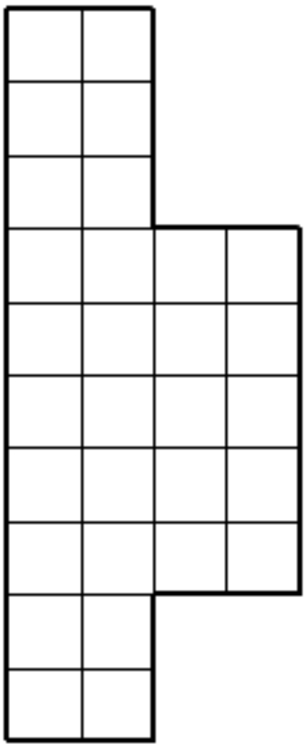
P = ………………………………..
A = ………………………………

Des polygones proposés par des élèves (2) (6b collège de Saint-Mihiel 1997)

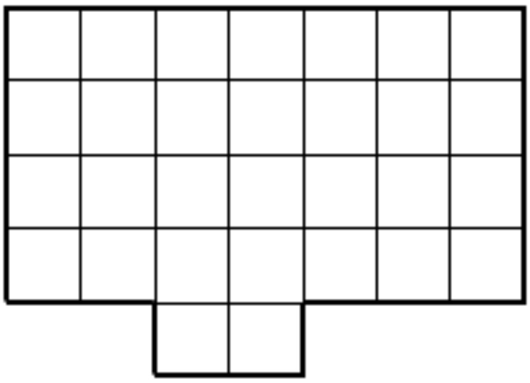
Sous chaque polygone de cette feuille, indique les calculs permettant de calculer le périmètre P et l'aire A (Voir en exemple, le premier polygone).



P = ………………………………..
A = ………………………………



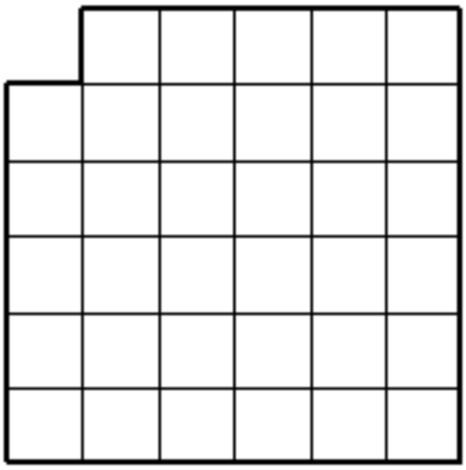
P = ………………………………..
A = ………………………………



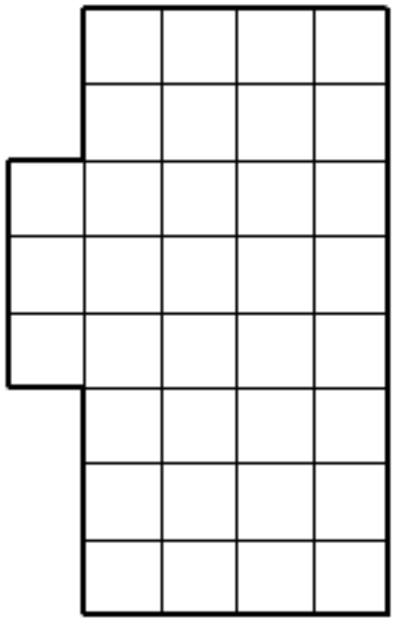
P = ………………………………..
A = ………………………………

Des polygones proposés par des élèves (3) 6b collège de Saint-Mihiel 1997)

Sous chaque polygone de cette feuille, indique les calculs permettant de calculer le périmètre P et l'aire A (Voir en exemple, le premier polygone).

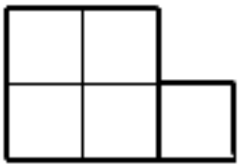


P = ………………………………..
A = ……………………………….

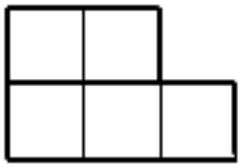


P = ………………………………..
A = ……………………………….

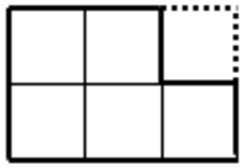
Des nombres, des polygones et des pentaminos



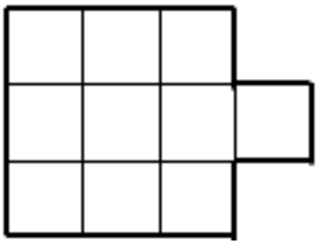
En découpant
verticalement :
5 = 2x2 + 1x1



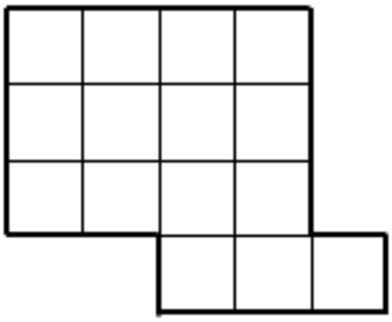
En découpant
horizontalement :
5 = 3x1 + 2x1



En entourant le polygone :
5 = 3x2 - 1x1



En découpant verticalement : 10 =
En découpant horizontalement : 10 =
En entourant le polygone : 10 =



En découpant verticalement : 15 =
En découpant horizontalement : 15 =
En entourant le polygone : 15 =

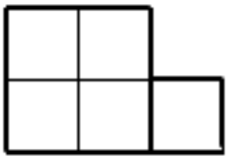
D’autres nombres sont représentables par des polygones recouvrables par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos.

Continue la recherche…

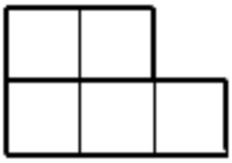
Des rectangles accolés et des pentaminos (1)

Les polygones dessinés représentent des nombres entiers.
Pour chacun d'entre eux, en observant l'exemple donné ci-dessous, il faudra écrire ces nombres sous la forme « … x …+… x … » de deux façons différentes.

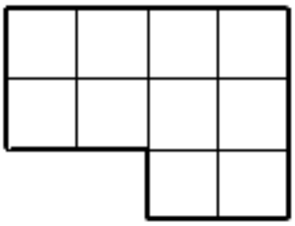
Ensuite en choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), il faudra tenter de recouvrir les polygones proposés.



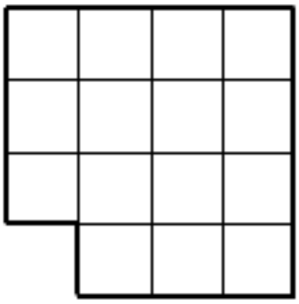
5 = 2x2 + 1x1



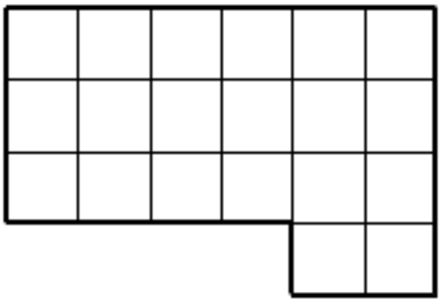
5 = 3x1 + 2x1



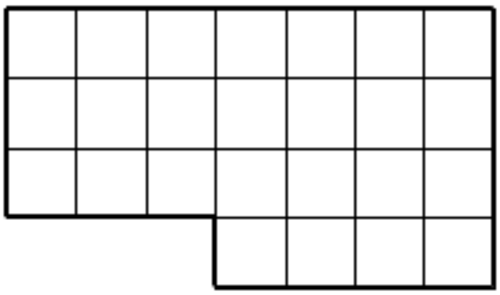
10 = …x… + …x…
10 = …x… + …x…



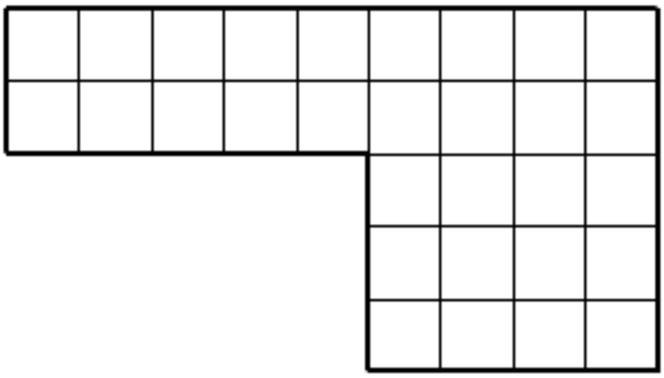
15 = …x… + …x…
15 = …x… + …x…



20 = …x… + …x…
20 = …x… + …x…



25 = …x… + …x…
25 = …x… + …x…

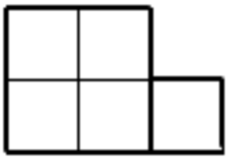


30 = …x… + …x…
30 = …x… + …x…

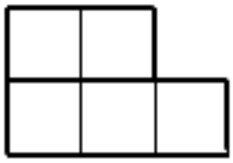
Des rectangles accolés et des pentaminos (2)

Les polygones dessinés représentent des nombres entiers.
Pour chacun d'entre eux, en observant l'exemple donné ci-dessous, il faudra écrire ces nombres sous la forme « … x …+… x … » de deux façons différentes.

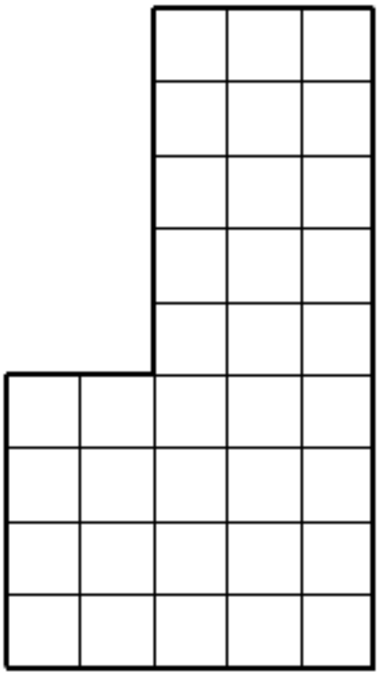
Ensuite en choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), il faudra tenter de recouvrir les polygones proposés.



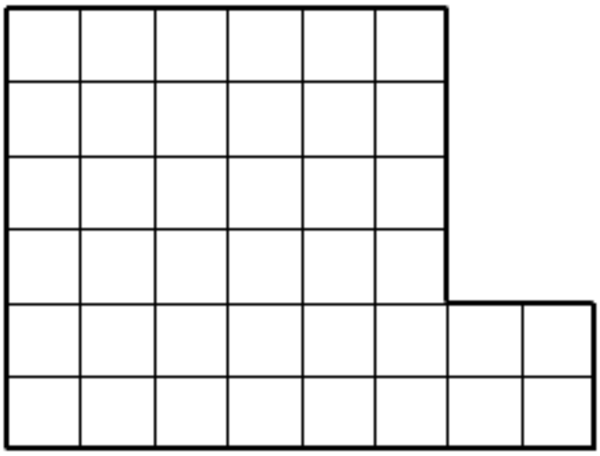
5 = 2x2 + 1x1



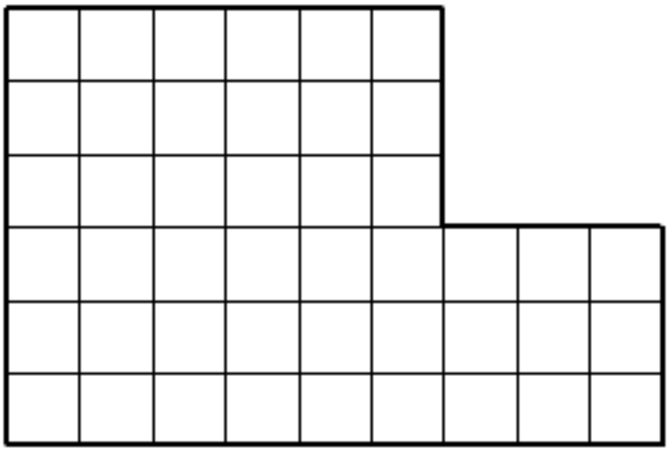
5 = 3x1 + 2x1



35 = …x… + …x…
35 = …x… + …x…



40 = …x… + …x…
40 = …x… + …x…

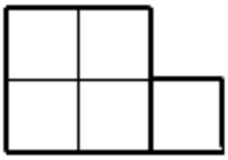


45 = …x… + …x…
45 = …x… + …x…

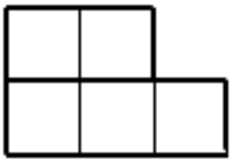
Des rectangles accolés et des pentaminos (4)

Les polygones dessinés représentent des nombres entiers.
Pour chacun d'entre eux, en observant l'exemple donné ci-dessous, il faudra écrire ces nombres sous la forme « … x …+… x … » de deux façons différentes.

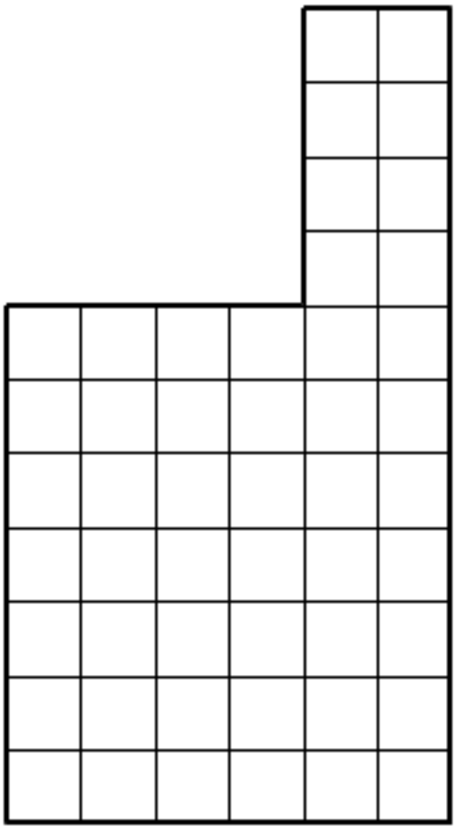
Ensuite en choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), il faudra tenter de recouvrir les polygones proposés.



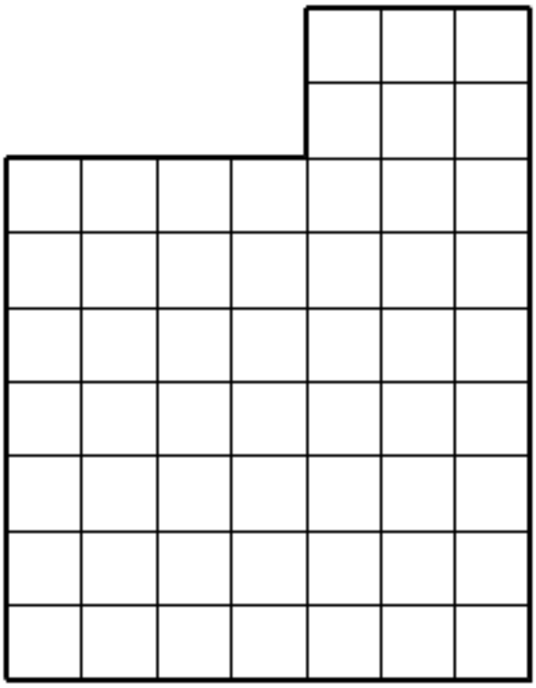
5 = 2x2 + 1x1



5 = 3x1 + 2x1



50 = …x… + …x…
50 = …x… + …x…

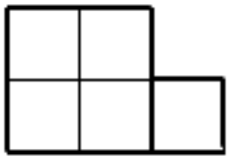


45 = …x… + …x…
45 = …x… + …x…

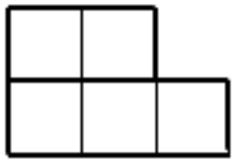
Des rectangles accolés et des pentaminos (4)

Le polygone dessiné représente des nombres entiers.
En observant l'exemple donné ci-dessous, il faudra écrire ces nombres sous la forme « … x …+… x … » de deux façons différentes.

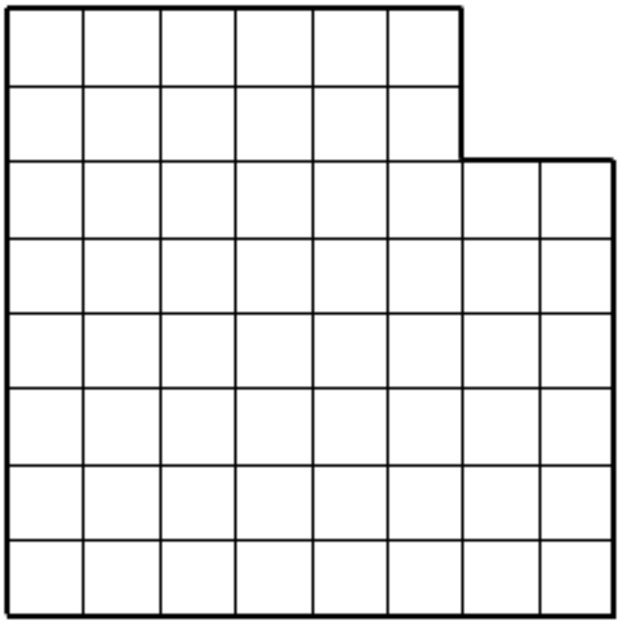
Ensuite en choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), il faudra tenter de recouvrir le polygone proposé.



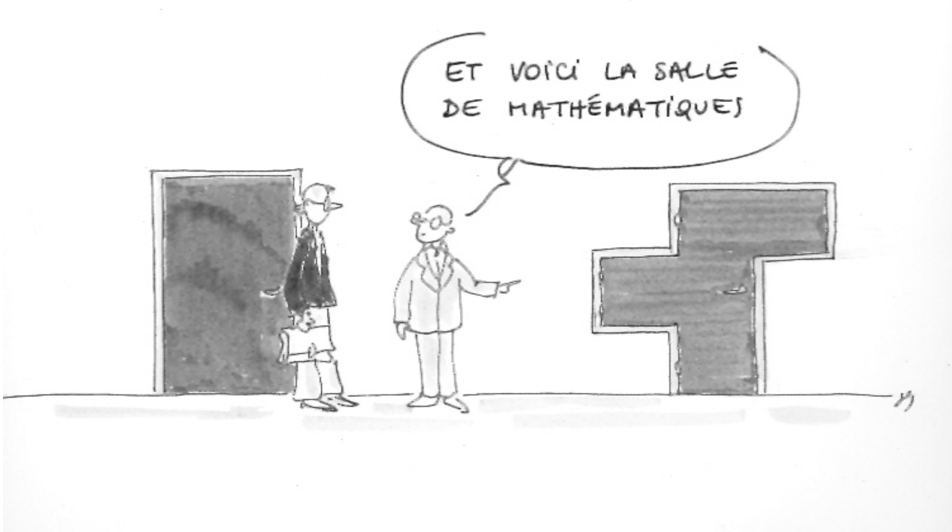
5 = 2x2 + 1x1



5 = 3x1 + 2x1



60 = …x… + …x…
60 = …x… + …x…

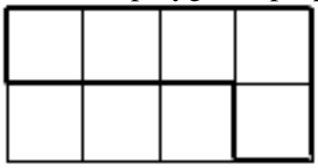


Des rectangles écornés et des pentaminos (1)

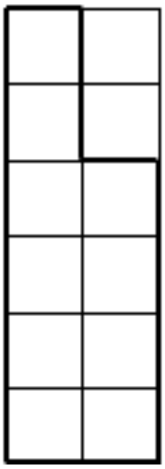
Les polygones dessinés représentent des nombres entiers.

Pour chacun d'entre eux, en observant l'exemple donné ci-dessous, il faudra écrire ces nombres sous la forme « …×…-…×… ».

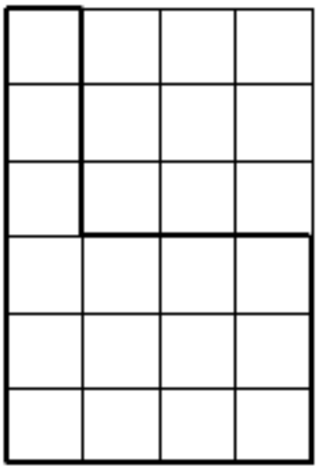
Ensuite en choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), il faudra tenter de recouvrir les polygones proposés.



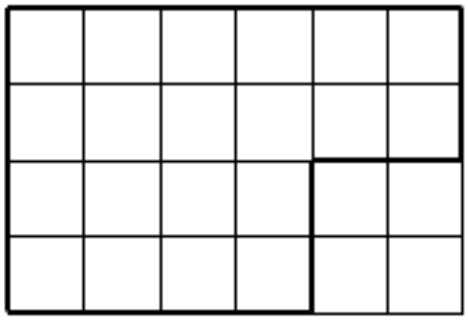
5 = 4x2 - 1x3



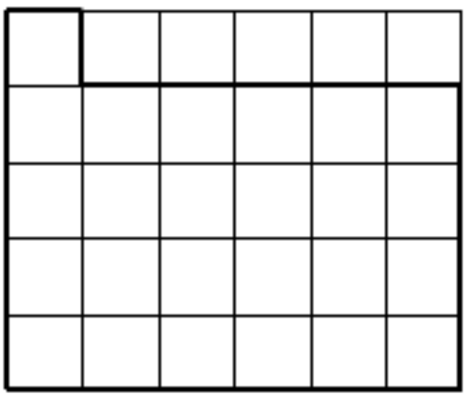
10 = …x… - …x…



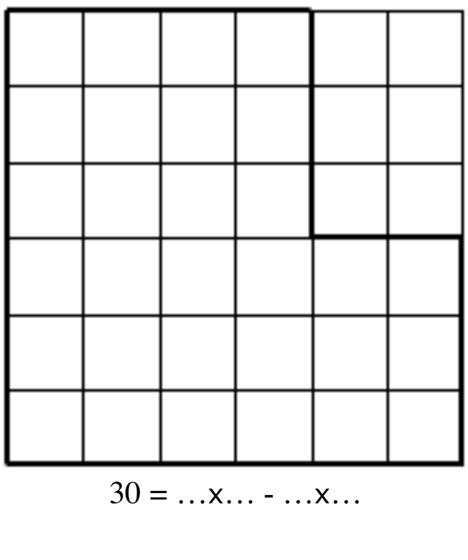
15 = …x… - …x…



20 = …x… - …x…



25 = …x… - …x…



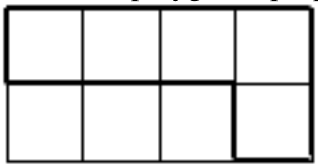
30 = …x… - …x…

Des rectangles écornés et des pentaminos (2)

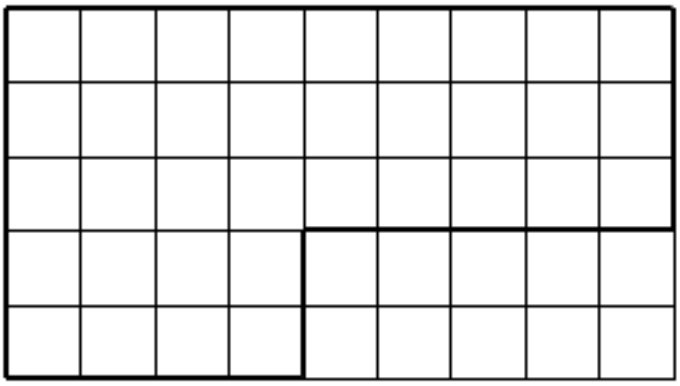
Les polygones dessinés représentent des nombres entiers.

Pour chacun d'entre eux, en observant l'exemple donné ci-dessous, il faudra écrire ces nombres sous la forme « …×…-…×… ».

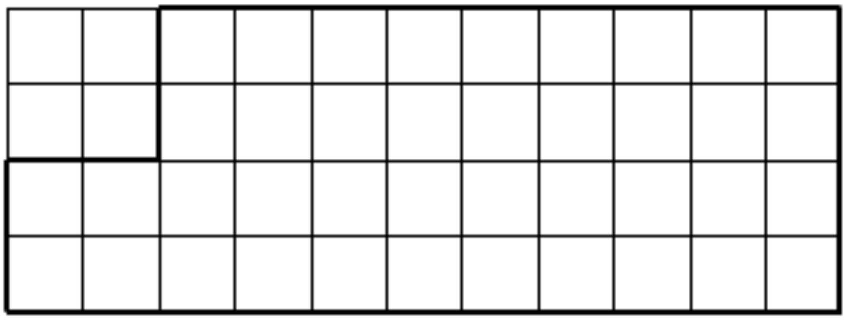
Ensuite en choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), il faudra tenter de recouvrir les polygones proposés.



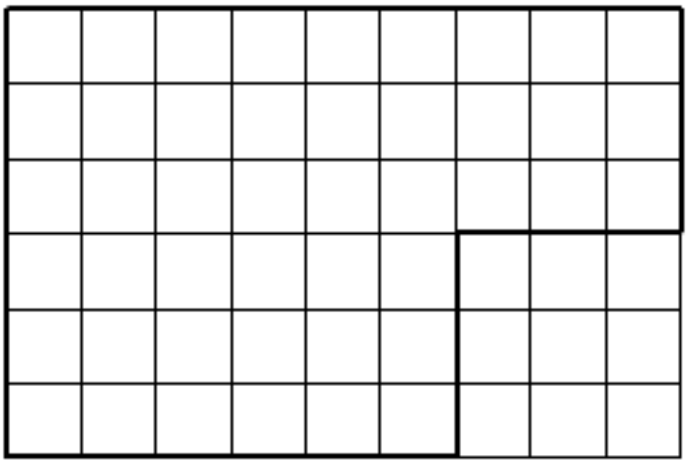
5 = 4x2 - 1x3



35 = …x… - …x…



40 = …x… - …x…



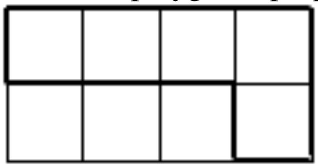
45 = …x… - …x…

Des rectangles écornés et des pentaminos (2)

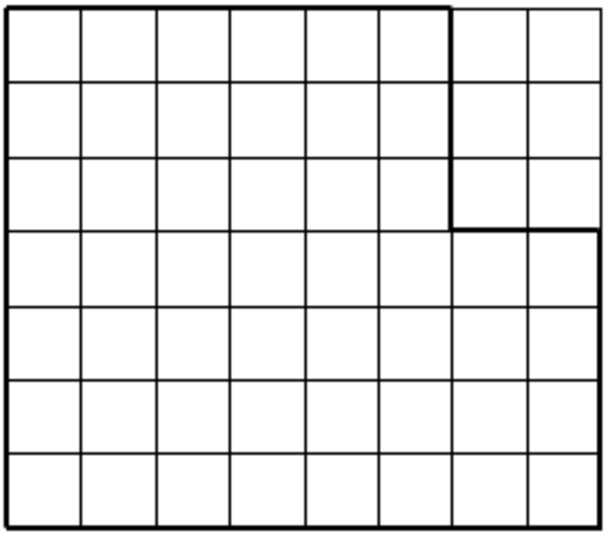
Les polygones dessinés représentent des nombres entiers.

Pour chacun d'entre eux, en observant l'exemple donné ci-dessous, il faudra écrire ces nombres sous la forme « …×…-…×… ».

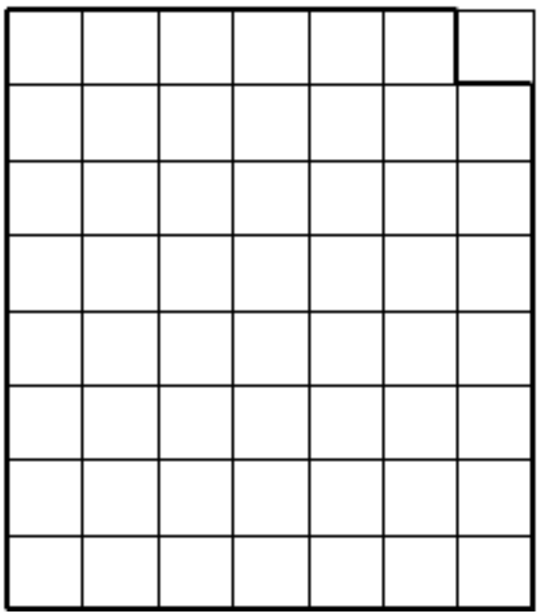
Ensuite en choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), il faudra tenter de recouvrir les polygones proposés.



5 = 4x2 - 1x3



50 = …x… - …x…



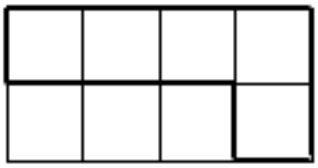
55 = …x… - …x…

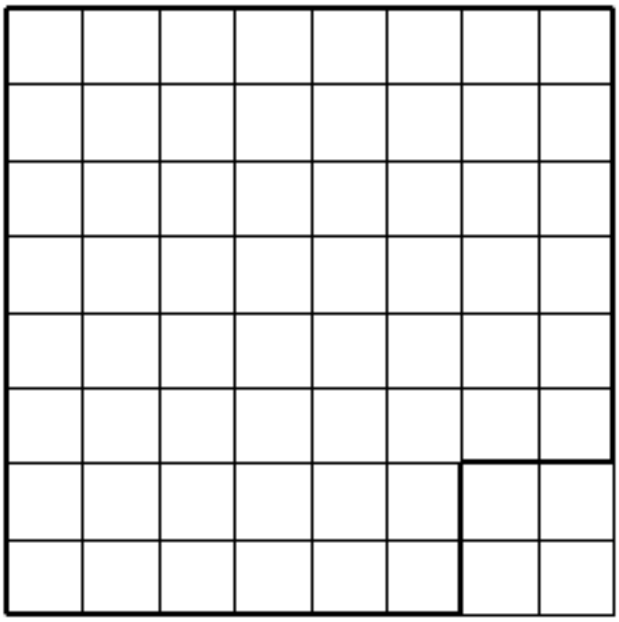
Des rectangles écornés et des pentaminos (3)

Le polygone dessiné représente des nombres entiers.

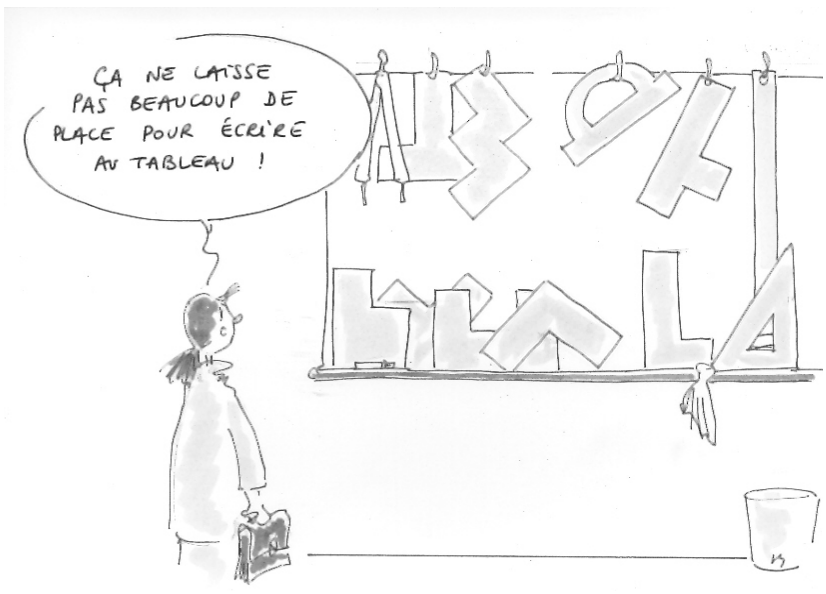
En observant l'exemple donné ci-dessous, il faudra écrire ces nombres sous la forme « … x …+… x … » de deux façons différentes.

Ensuite en choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), il faudra tenter de recouvrir le polygone proposé.





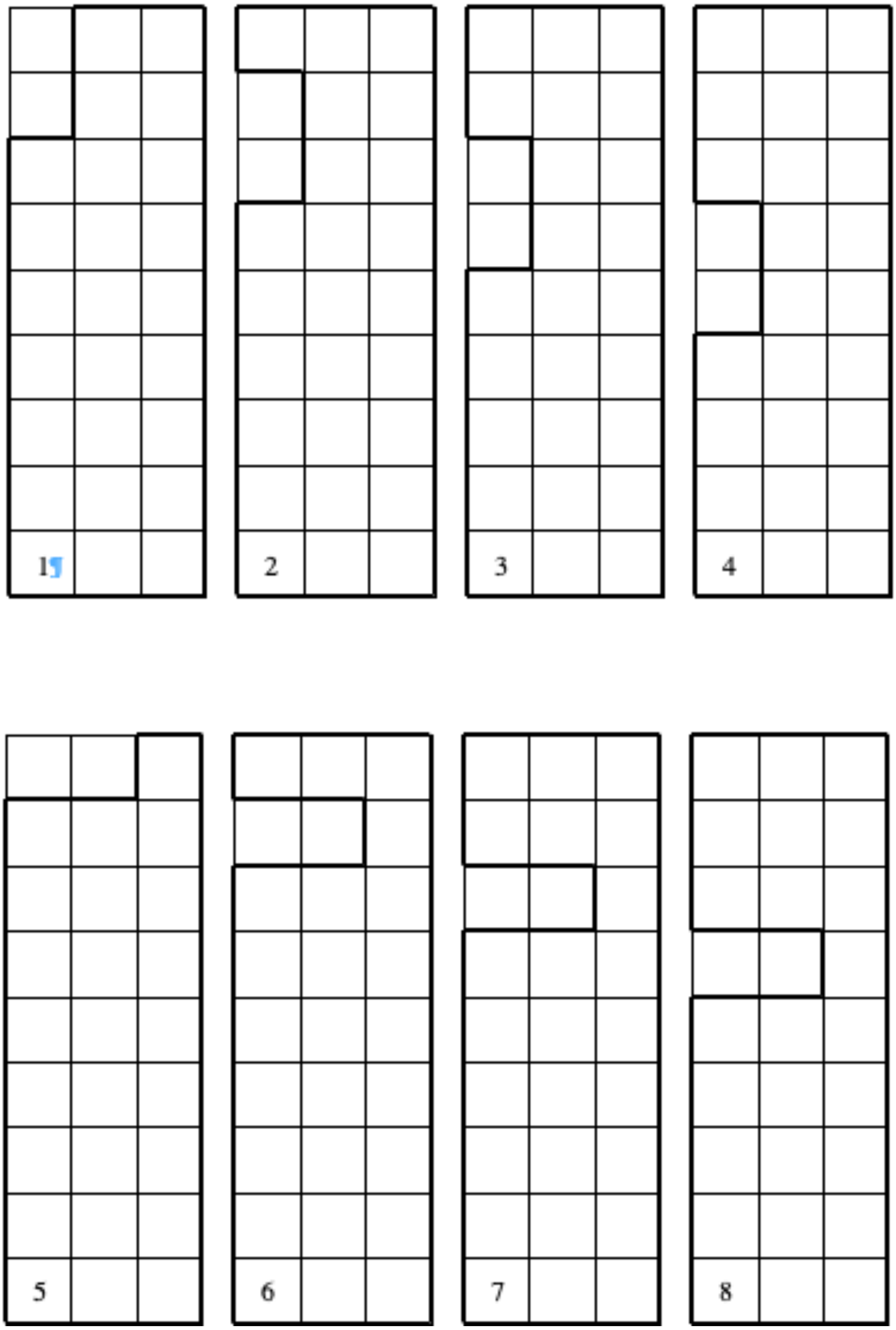
60 = …x… - …x…



« 3x9 - 2x1 » et des pentaminos (1)

Voici des polygones représentant le nombre « 3x9 - 2x1 ».

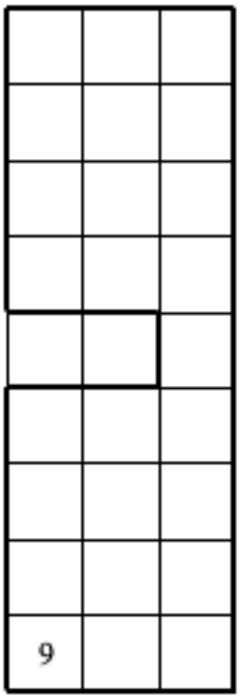
En choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), tente de recouvrir les polygones proposés.

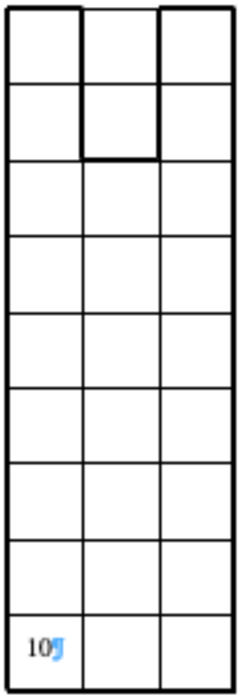


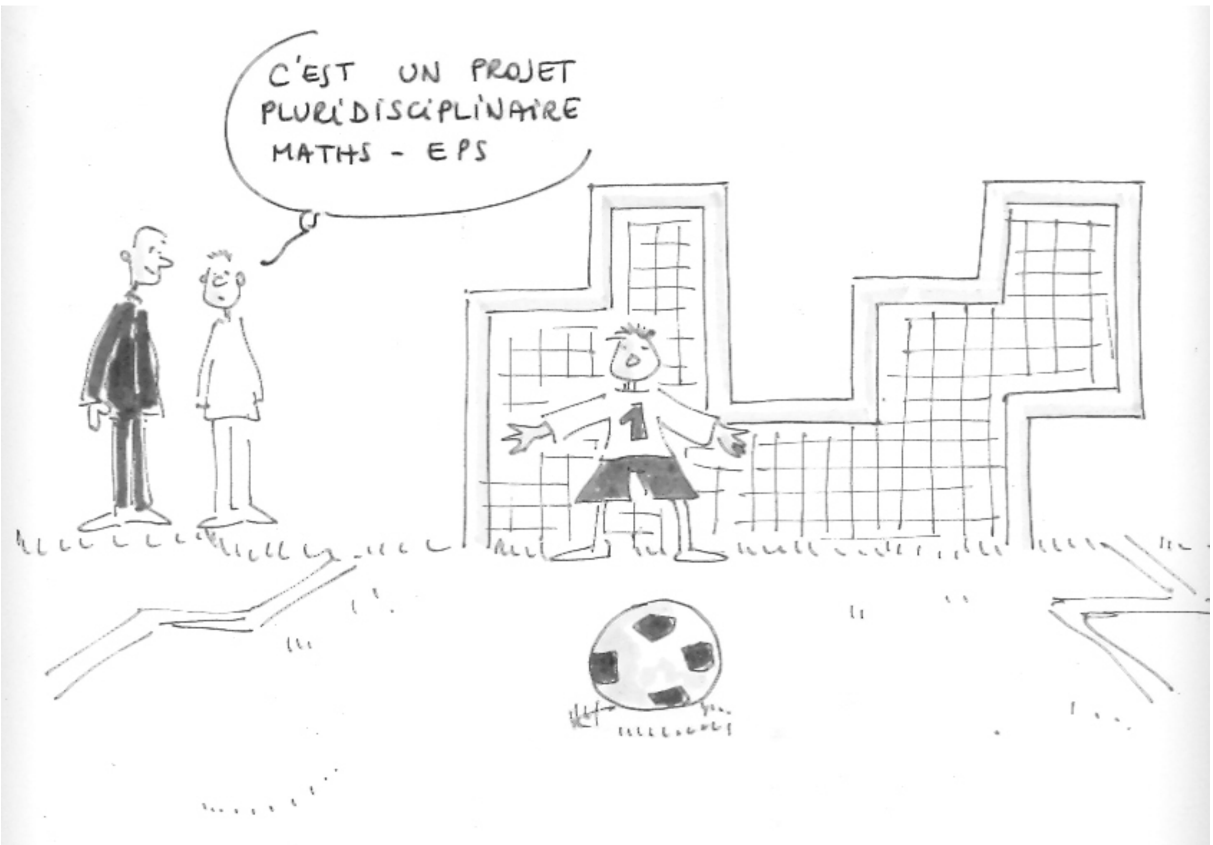
« 3x9 - 2x1 » et des pentaminos (2)

Voici des polygones représentant le nombre « 3x9 - 2x1 ».

En choisissant des pièces parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois), tente de recouvrir les polygones proposés.

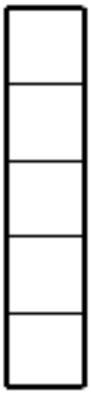




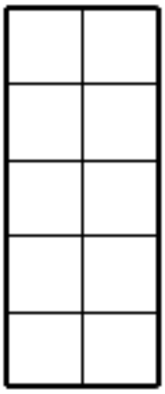


Des rectangles et des pentaminos (1)

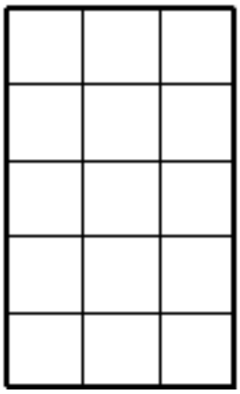
En utilisant une pièce, puis deux pièces, puis trois pièces, puis quatre pièces… esssaie de recouvrir les rectangles dessinés ci-dessous.



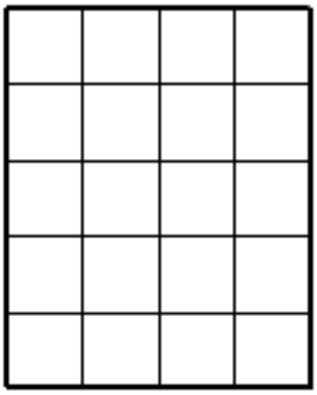
5 = … x …



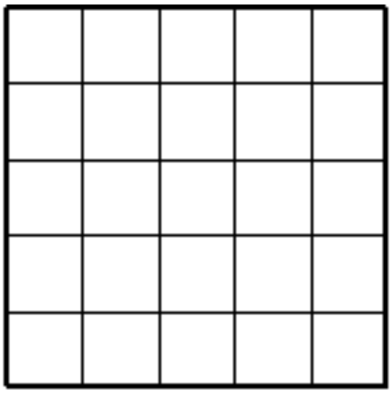
10 = … x …



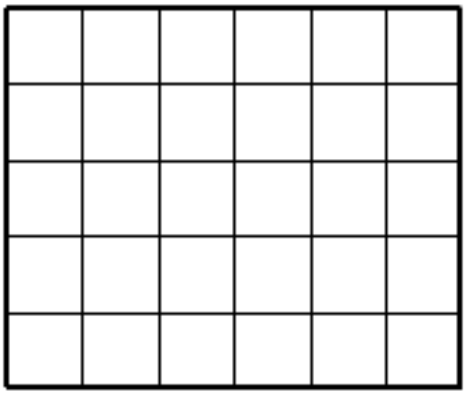
15 = … x …



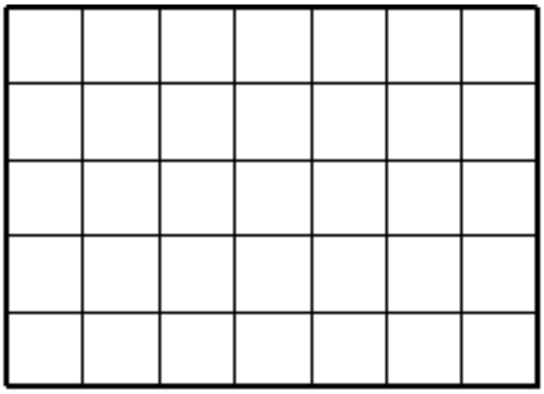
20 = … x …



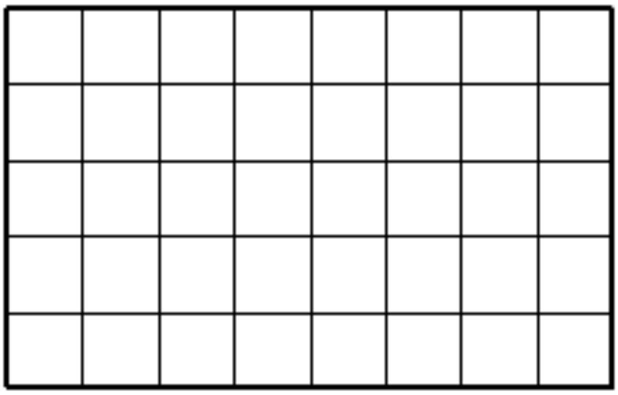
25 = … x …



30 = … x …



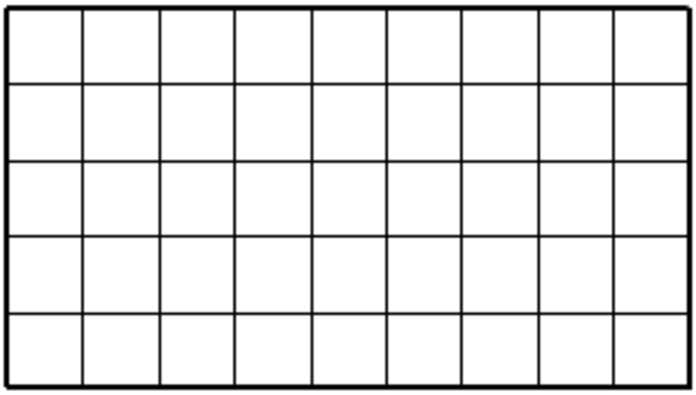
35 = … x …



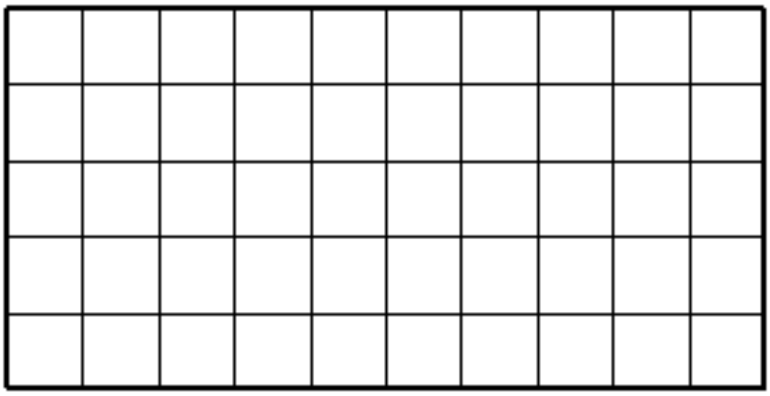
40 = … x …

Des rectangles et des pentaminos (2)

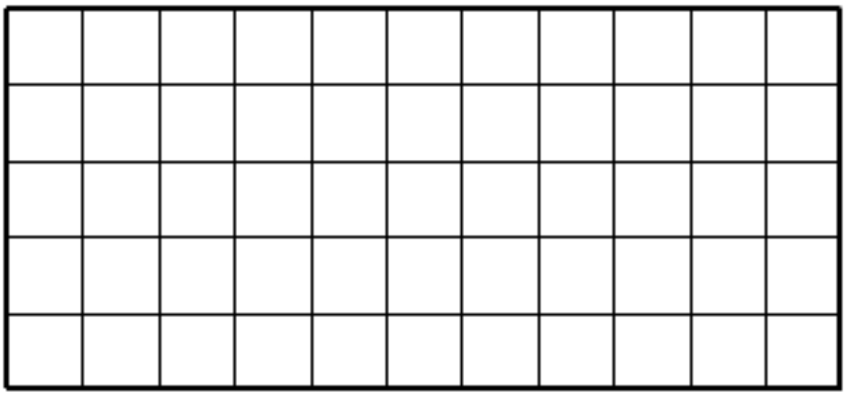
En utilisant une pièce, puis deux pièces, puis trois pièces, puis quatre pièces… esssaie de recouvrir les rectangles dessinés ci-dessous.



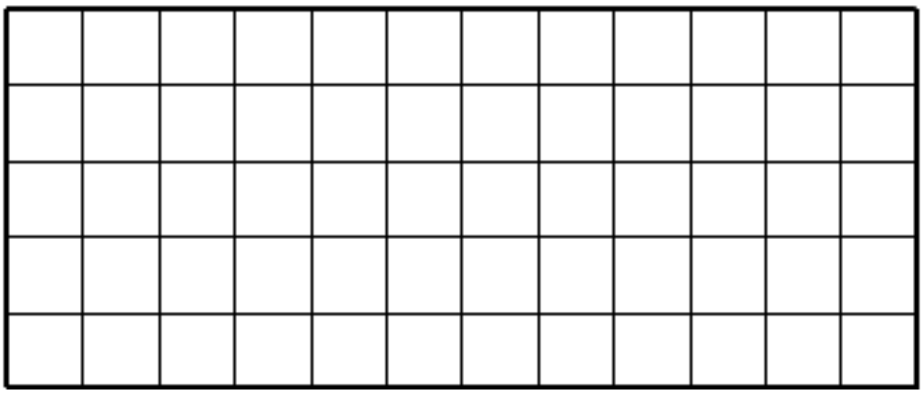
45 = … x …



50 = … x …



55 = … x …

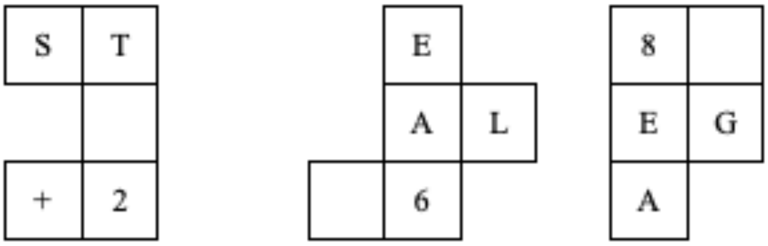


60 = … x …

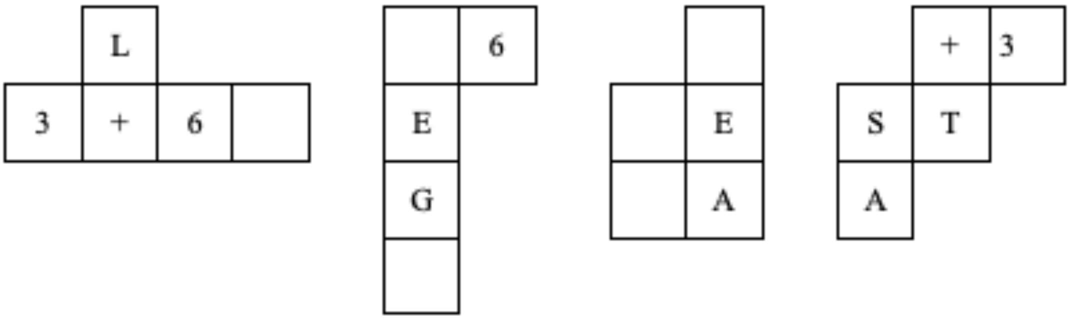
Des pentatextes utilisant de trois à douze pentaminos (1)

Pour chacun des assemblages proposés, il s'agit de découper les pentaminos, puis les ré-assembler pour former un rectangle. Une phrase apparaît… (Attention, les mots sont parfois coupés en bout de ligne…)

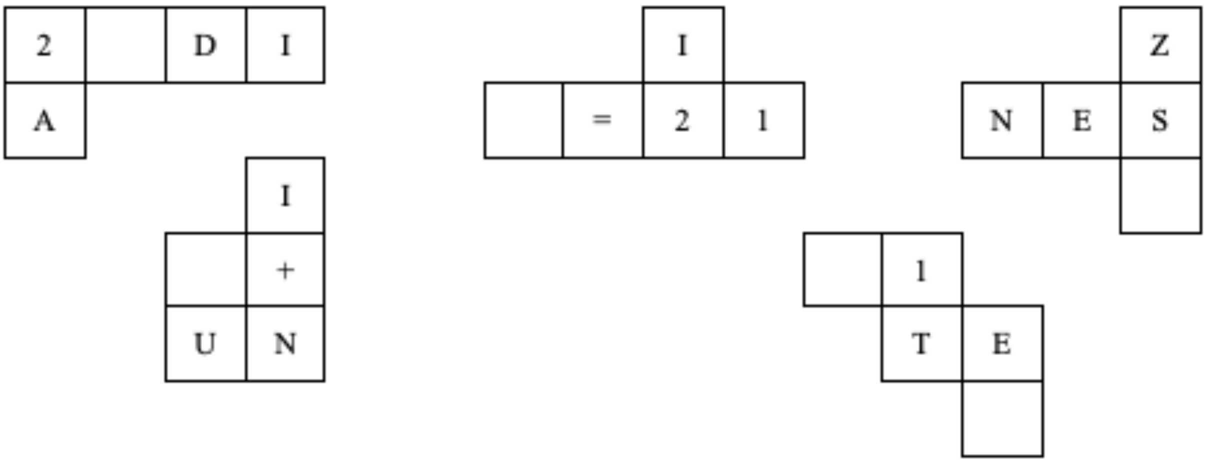
Premier assemblage



Deuxième assemblage



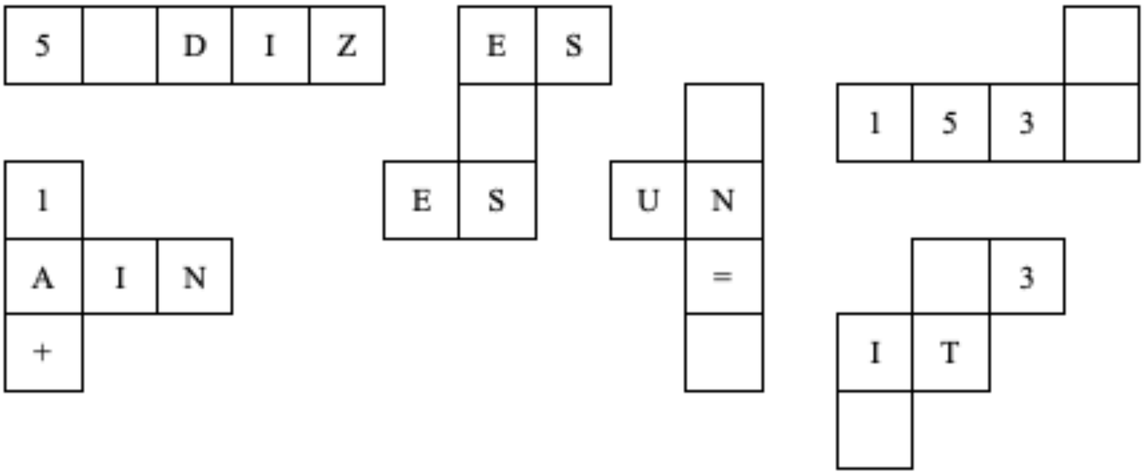
Troisième assemblage



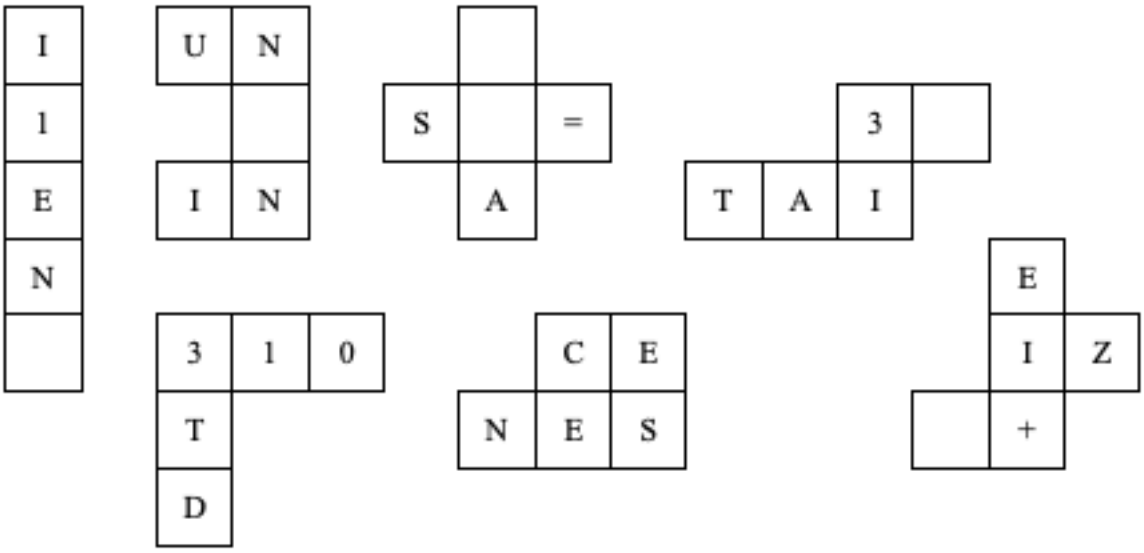
Des pentatextes utilisant de trois à douze pentaminos (2)

Pour chacun des assemblages proposés, il s'agit de découper les pentaminos, puis les ré-assembler pour former un rectangle. Une phrase apparaît… (Attention, les mots sont parfois coupés en bout de ligne…)

Quatrième assemblage



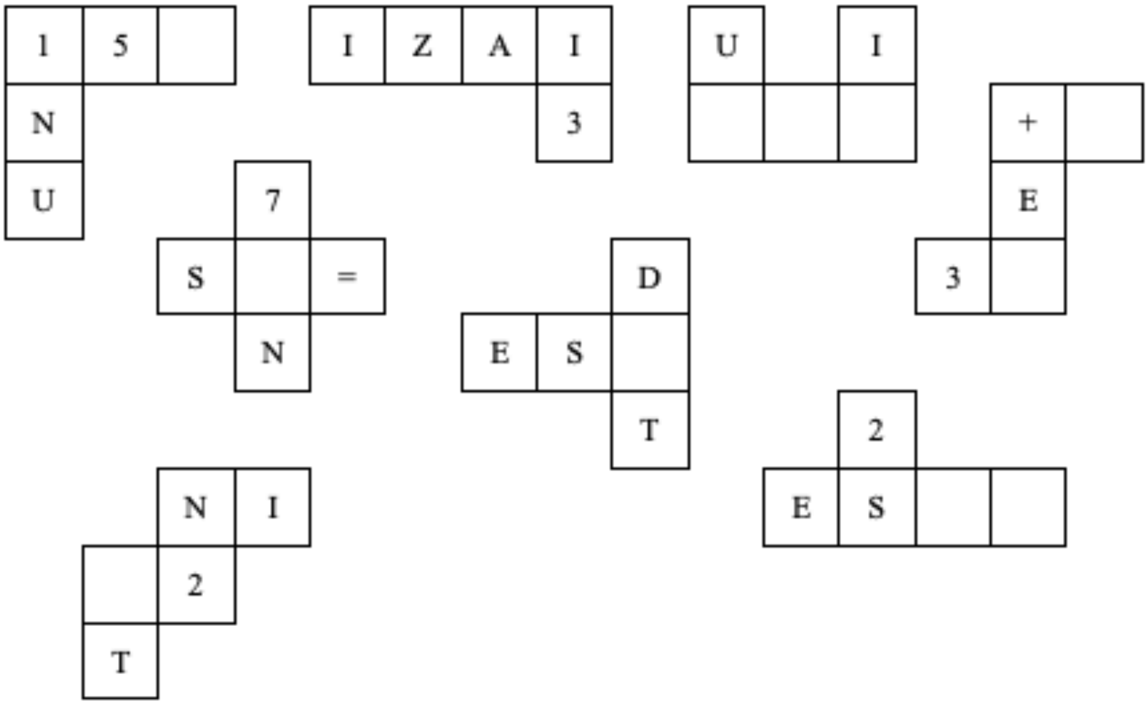
Cinquième assemblage



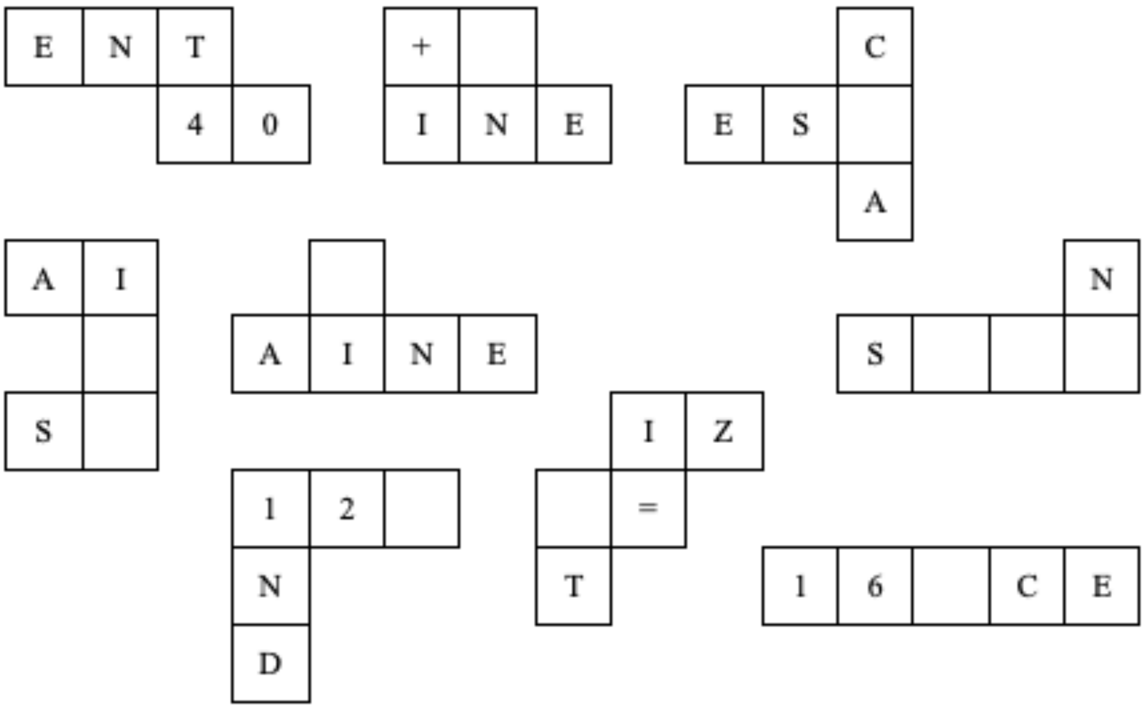
Des pentatextes utilisant de trois à douze pentaminos (3)

Pour chacun des assemblages proposés, il s'agit de découper les pentaminos, puis les ré-assembler pour former un rectangle. Une phrase apparaît… (Attention, les mots sont parfois coupés en bout de ligne…)

Sixième assemblage



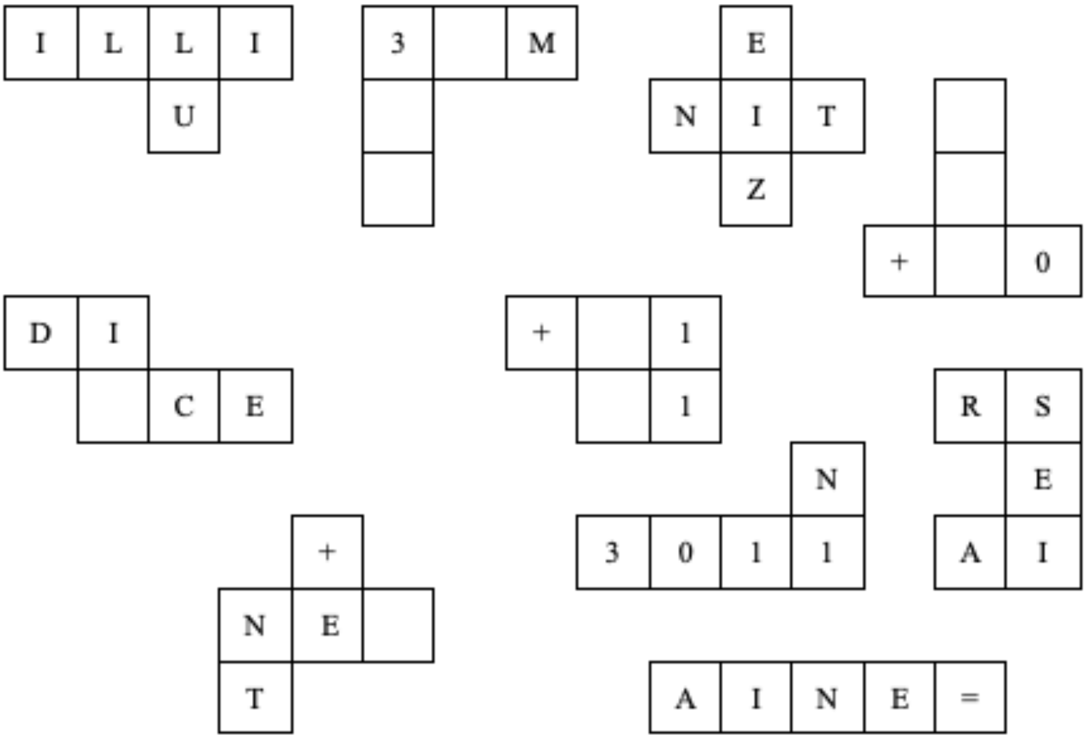
Septième assemblage



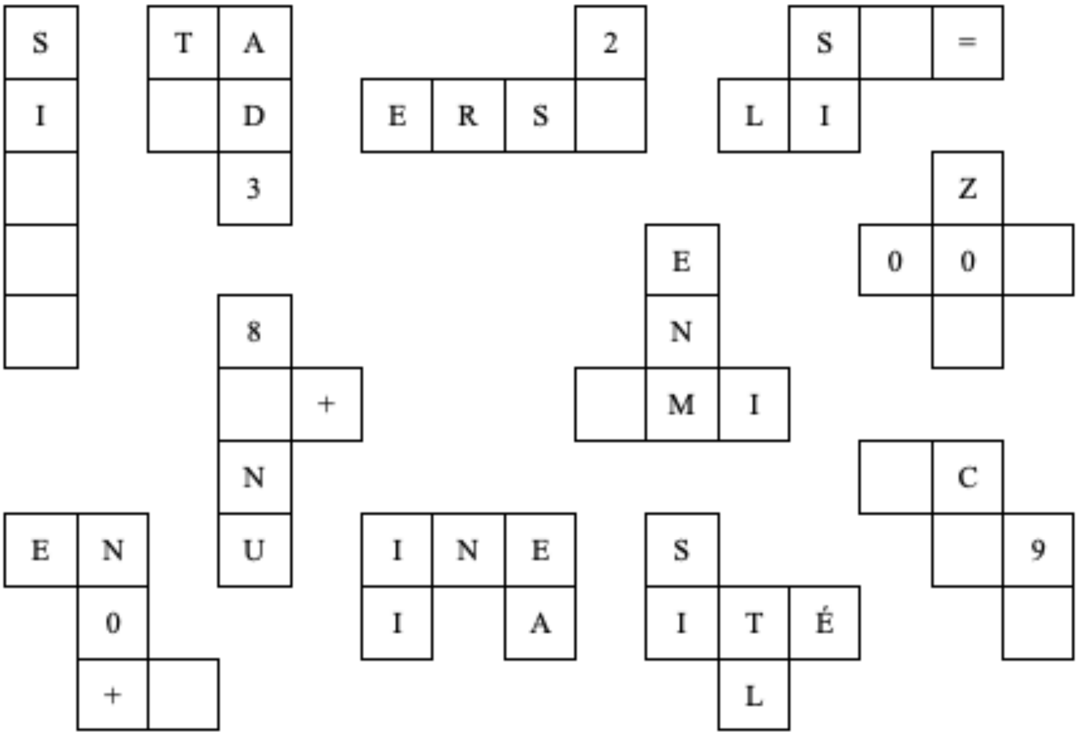
Des pentatextes utilisant de trois à douze pentaminos (4)

Pour chacun des assemblages proposés, il s’agit de découper les pentaminos, puis les ré-assembler pour former un rectangle. Une phrase apparaît… (Attention, les mots sont parfois coupés en bout de ligne…)

Huitième assemblage

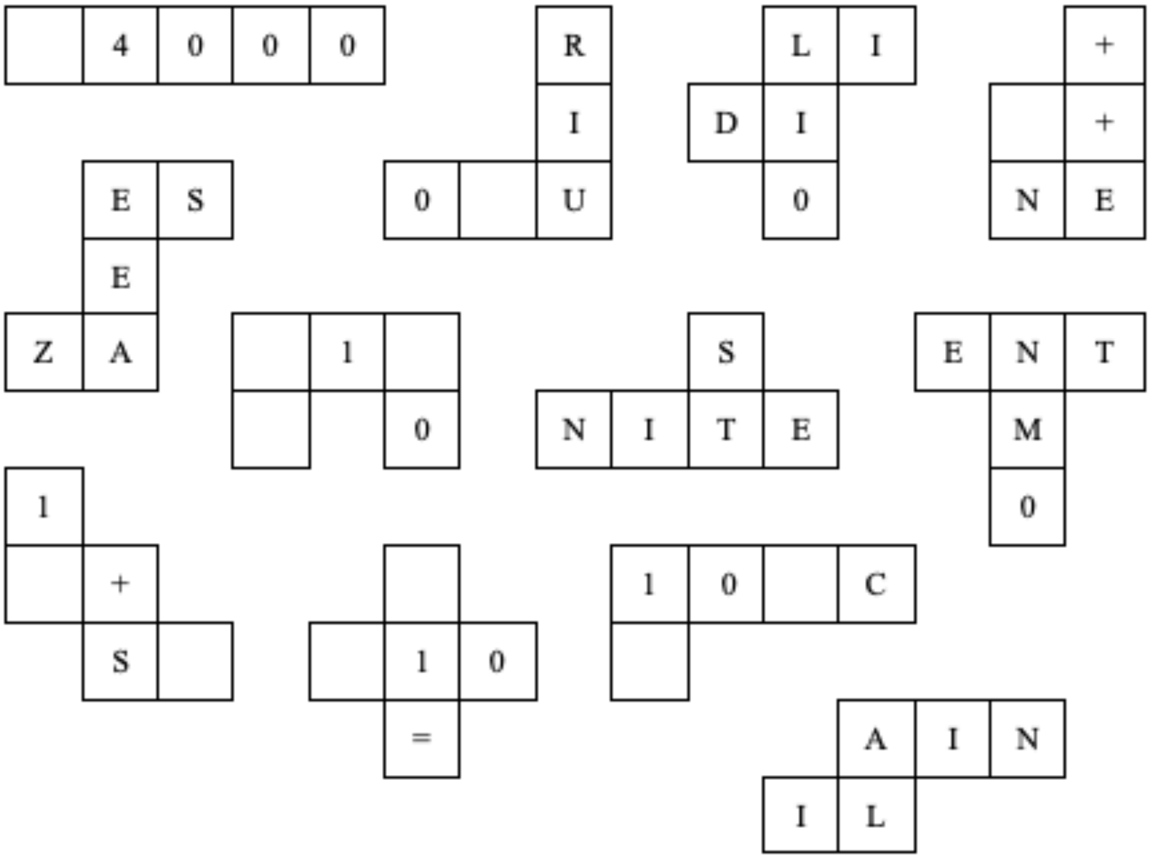


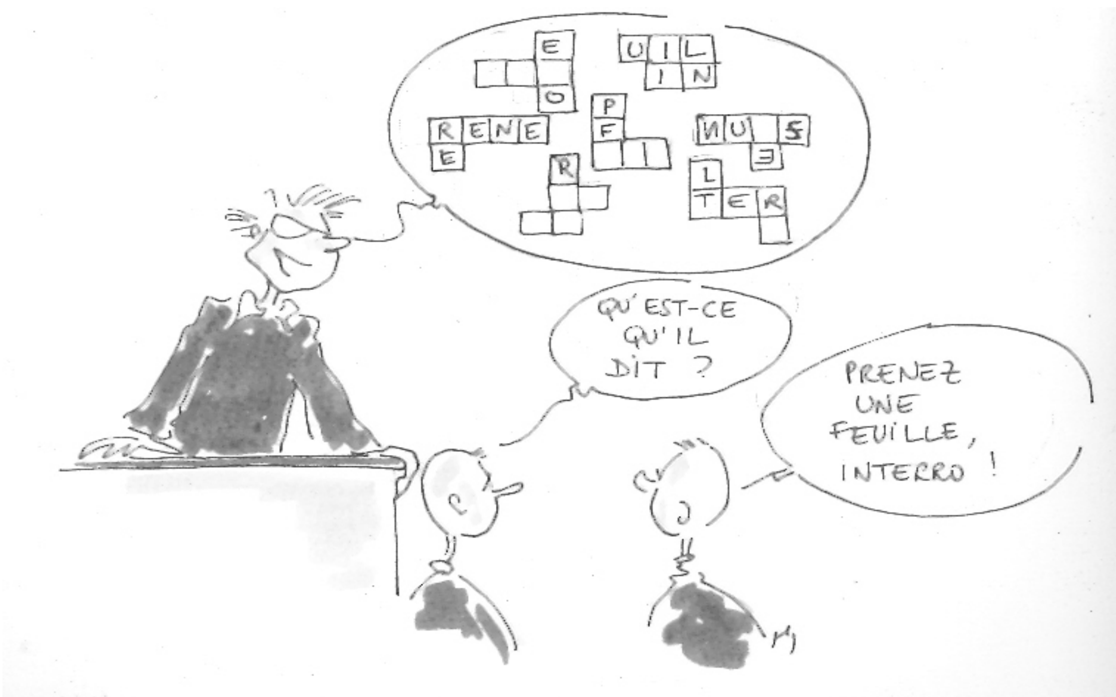
Neuvième assemblage



Des pentatextes utilisant de trois à douze pentaminos (5)

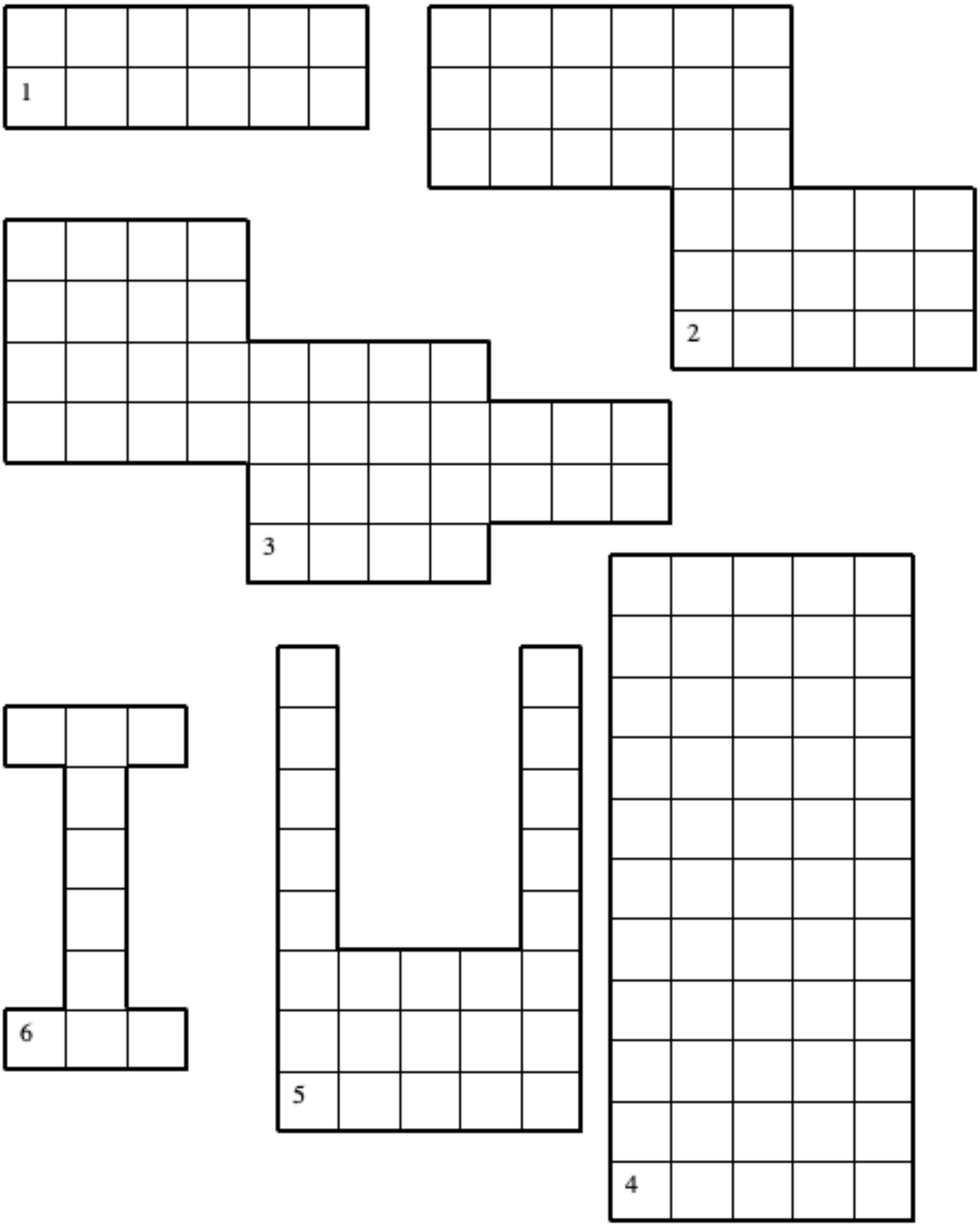
Pour chacun des assemblages proposés, il s'agit de découper les pentaminos, puis les ré-assembler pour former un rectangle. Une phrase apparaît… (Attention, les mots sont parfois coupés en bout de ligne…)





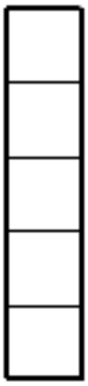
Des polygones non recouverts par les pentaminos

En essayant de manipuler le moins possible les pièces du jeu, explique pourquoi les polygones dessinés ci-dessous ne sont pas recouvrables par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos (chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois pour un polygone).

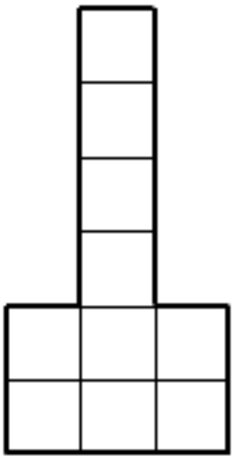


Des objets et des pentaminos (1)

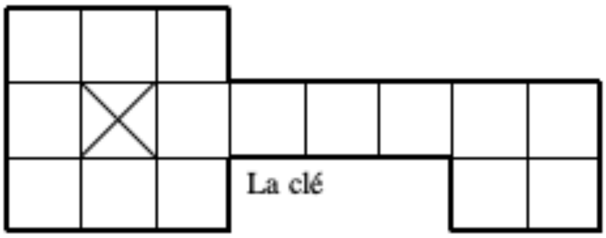
Les silhouettes des objets dessinés ci-dessous peuvent être découvertes par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos. Pour chaque dessin, chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois…



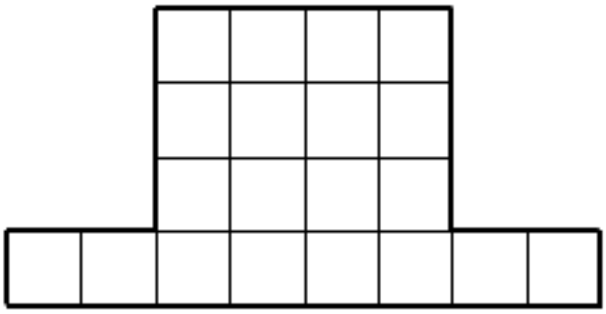
L'allumette



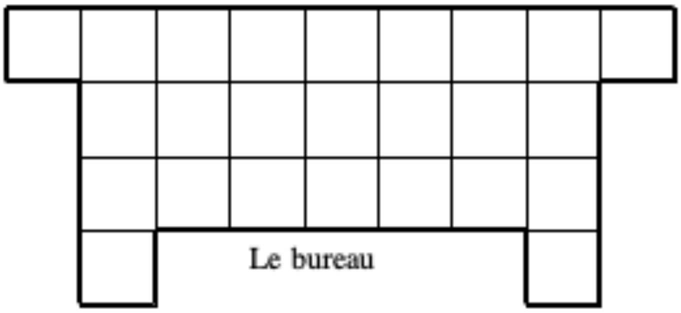
La petite pelle



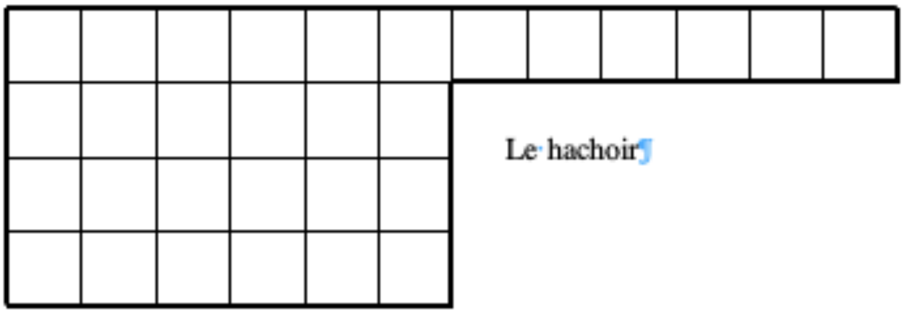
La clé



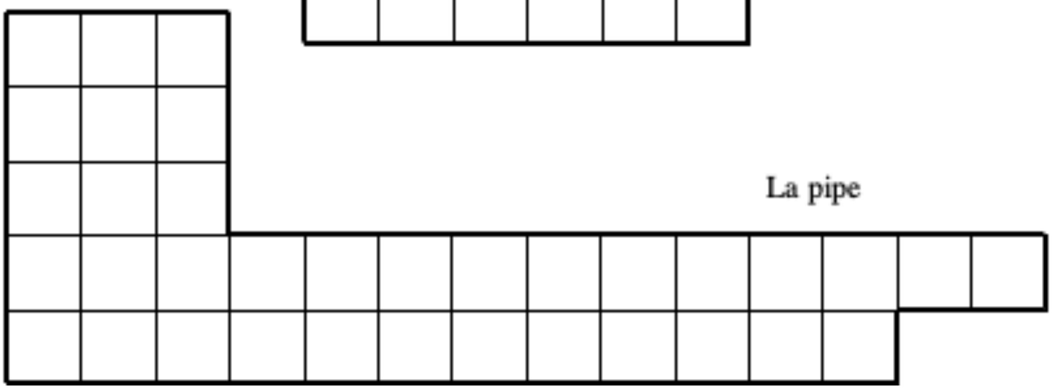
Le chapeau



Le bureau



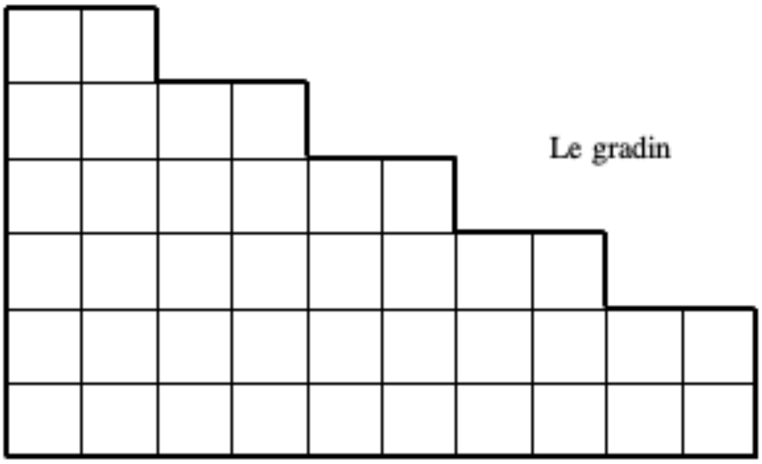
Le hachoir



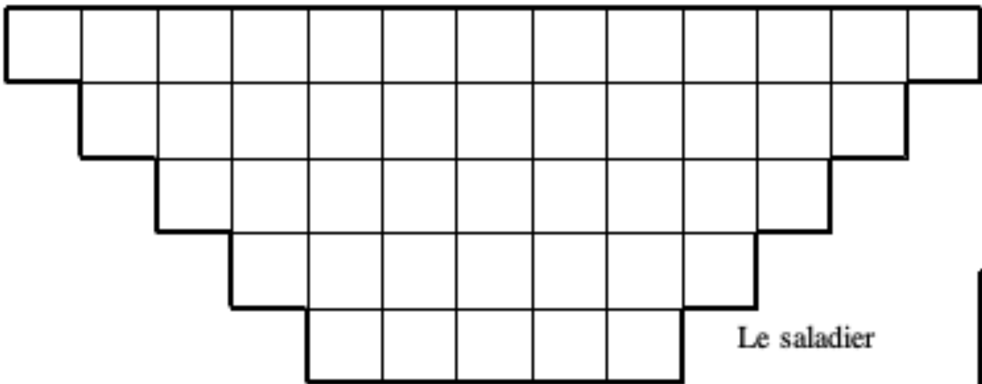
La pipe

Des objets et des pentaminos (2)

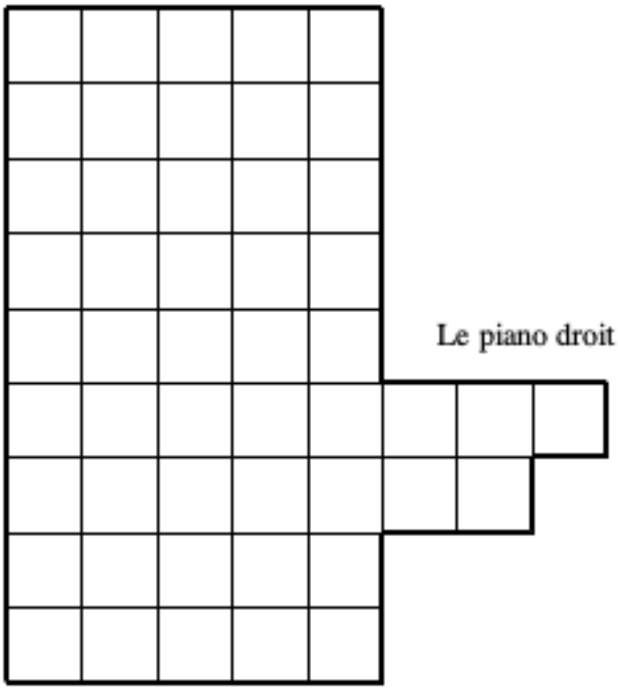
Les silhouettes des objets dessinés ci-dessous peuvent être découvertes par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos. Pour chaque dessin, chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois…



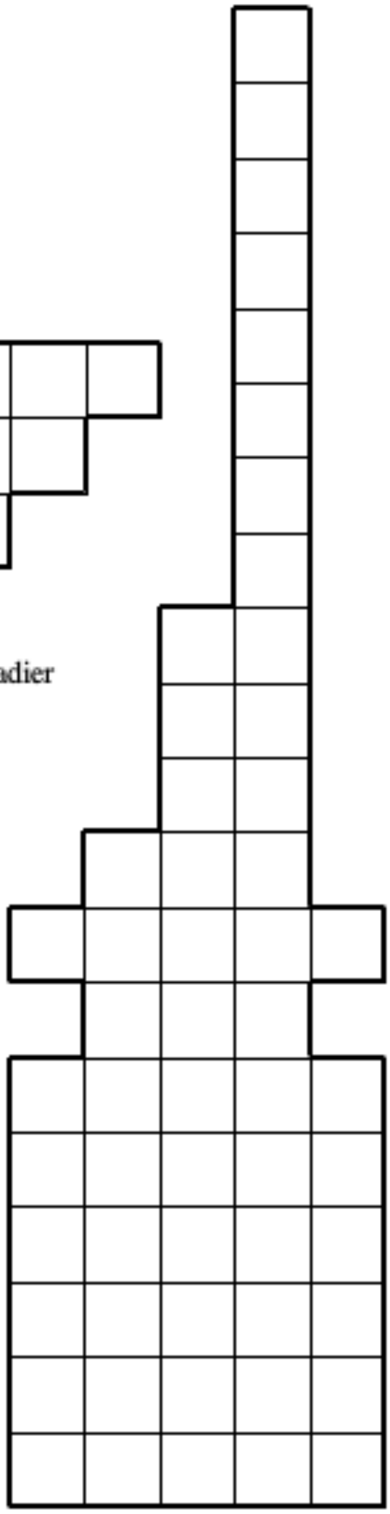
Le gradin



Le saladier



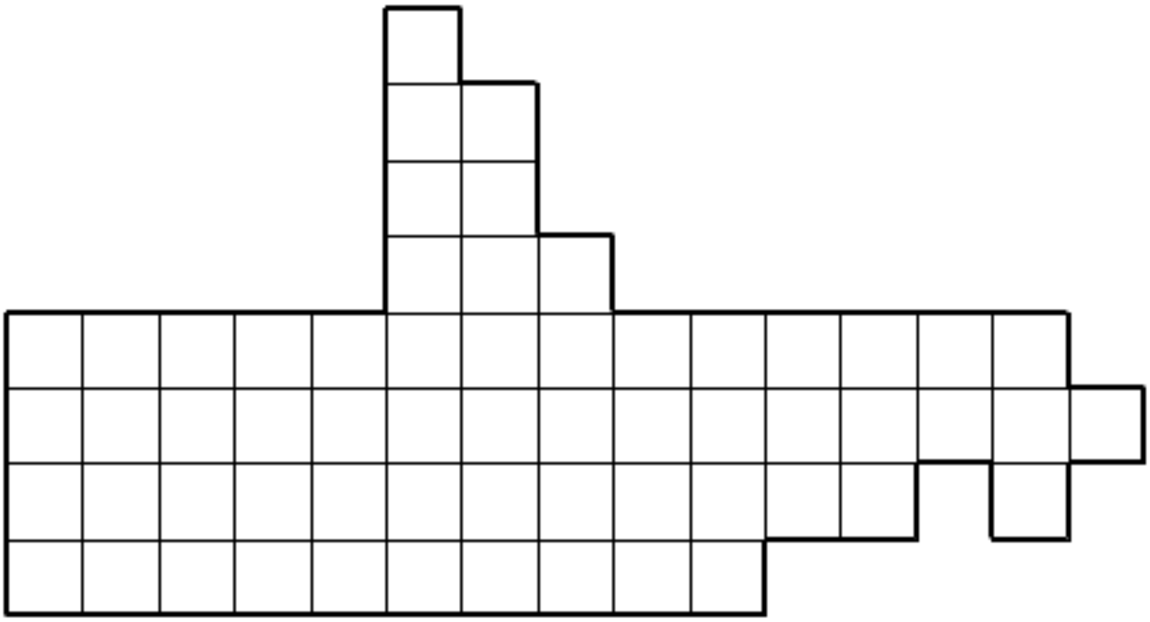
Le piano droit



Le téléphone portable

Des objets et des pentaminos (3)

Les silhouettes des objets dessinés ci-dessous peuvent être découvertes par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos. Pour chaque dessin, chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois…



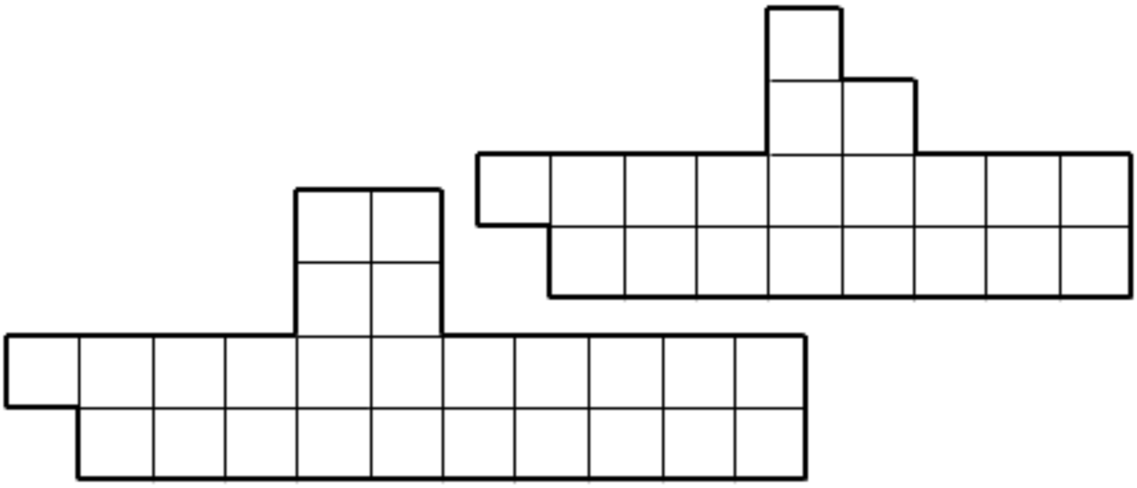
Le sous-marin

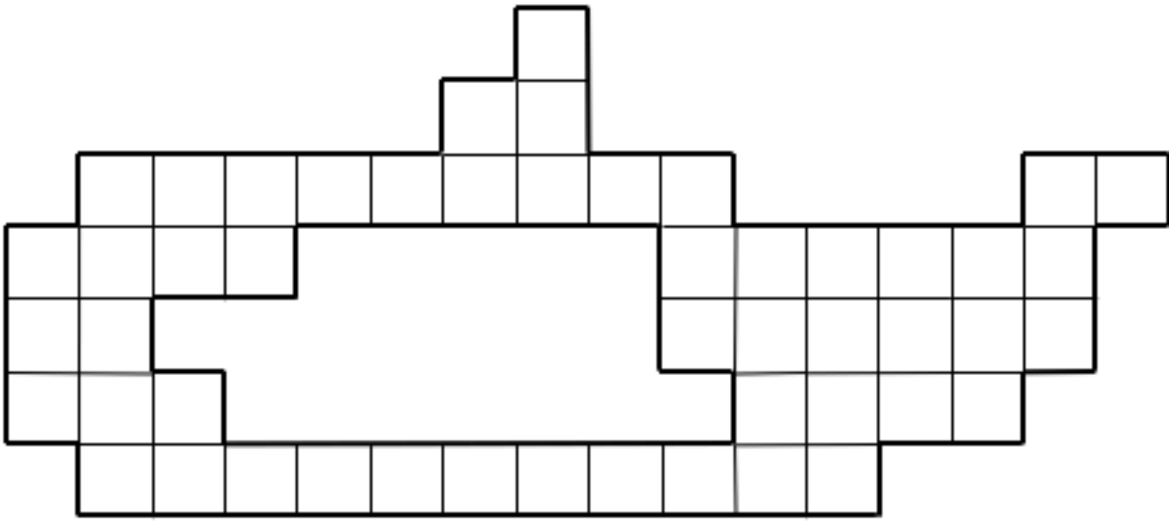
Des objets et des pentaminos (3)

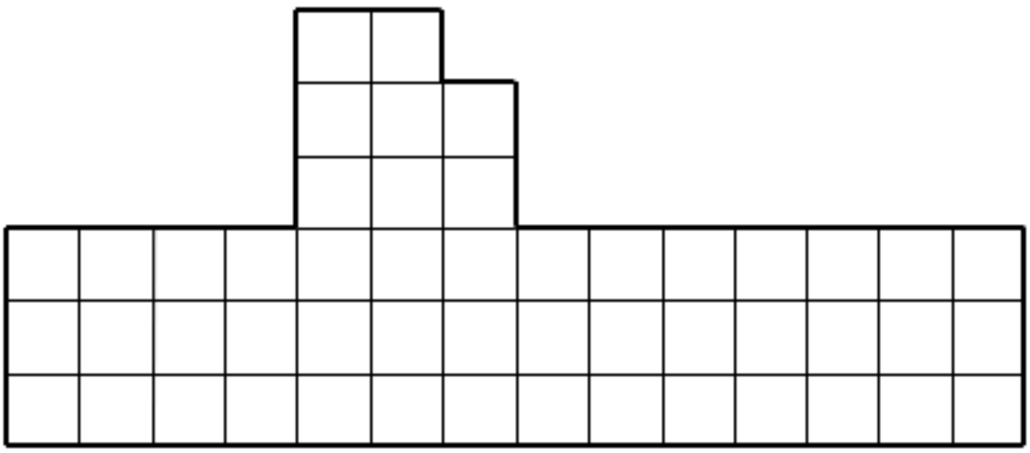
Les silhouettes des objets dessinés ci-dessous peuvent être découvertes par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos. Pour chaque dessin, chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois…

En 2003, au collège de Saint-Mihiel, les élèves du club mathématique ont été fortement influencés par les événements en Irak.

Des sous-marins





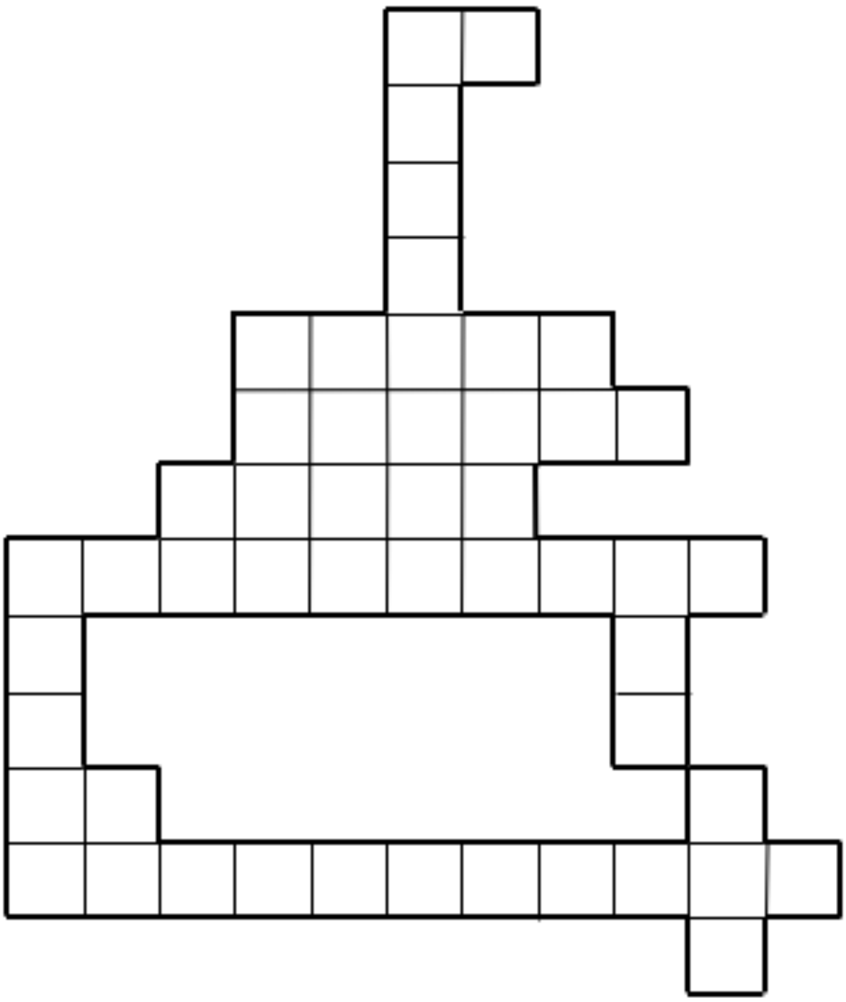


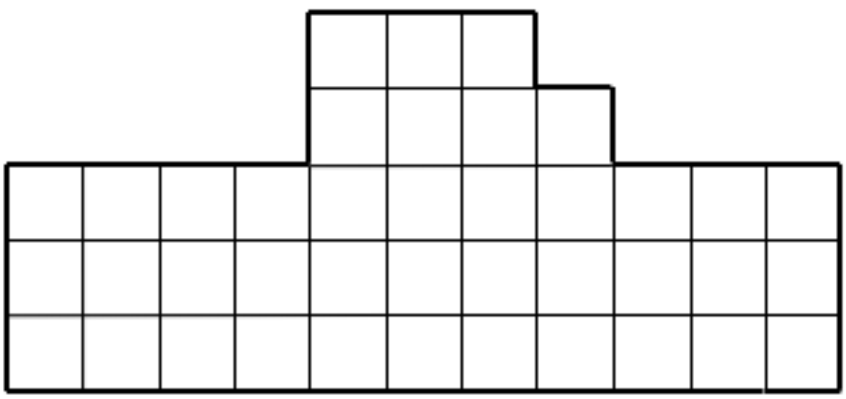
Des objets et des pentaminos (4)

Les silhouettes des objets dessinés ci-dessous peuvent être découvertes par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos. Pour chaque dessin, chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois…

En 2003, au collège de Saint-Mihiel, les élèves du club mathématique ont été fortement influencés par les événements en Irak.

Deux autres sous-marins

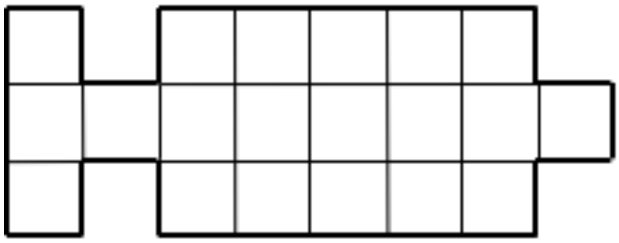




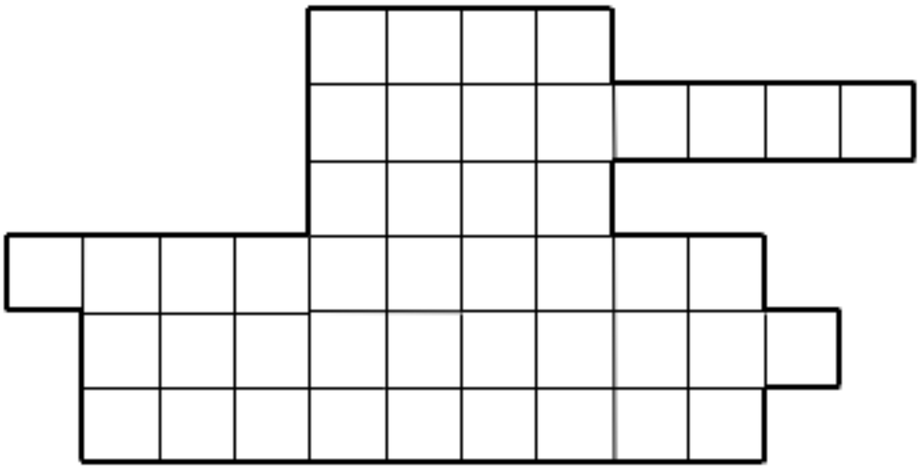
Des objets et des pentaminos (5)

Les silhouettes des objets dessinés ci-dessous peuvent être découvertes par des pièces choisies parmi les 12 pentaminos. Pour chaque dessin, chaque pièce ne peut être utilisée qu'une fois…
En 2003, au collège de Saint-Mihiel, les élèves du club mathématique ont été fortement influencés par les événements en Irak.

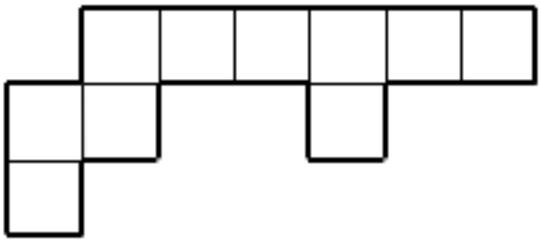
Une torpille

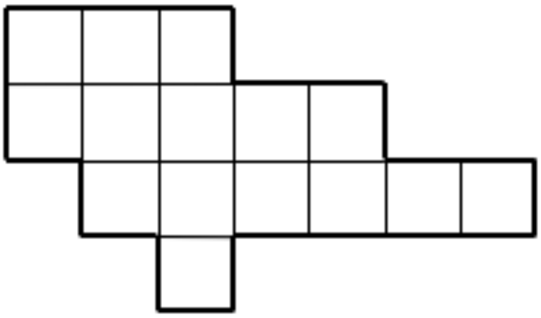


Un char

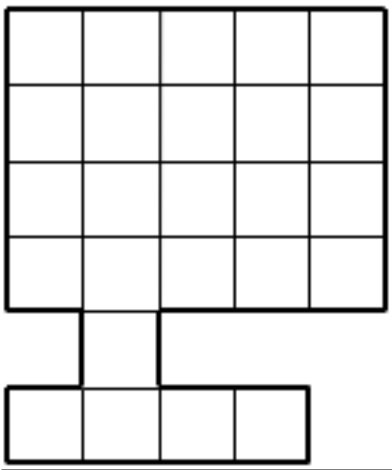


Des armes

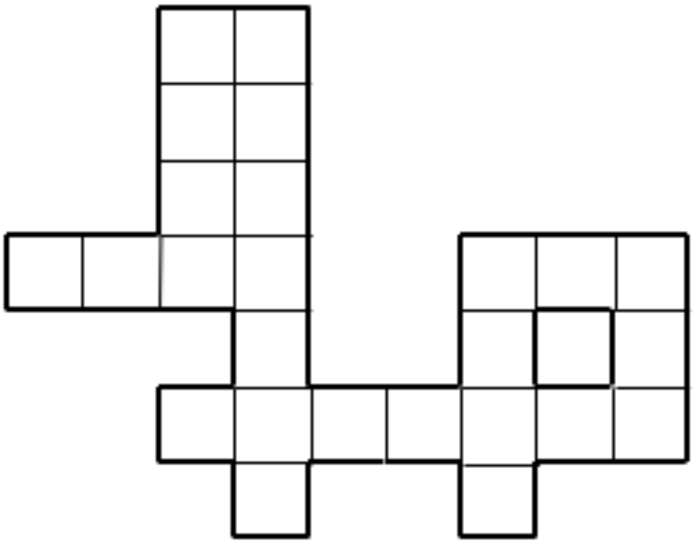




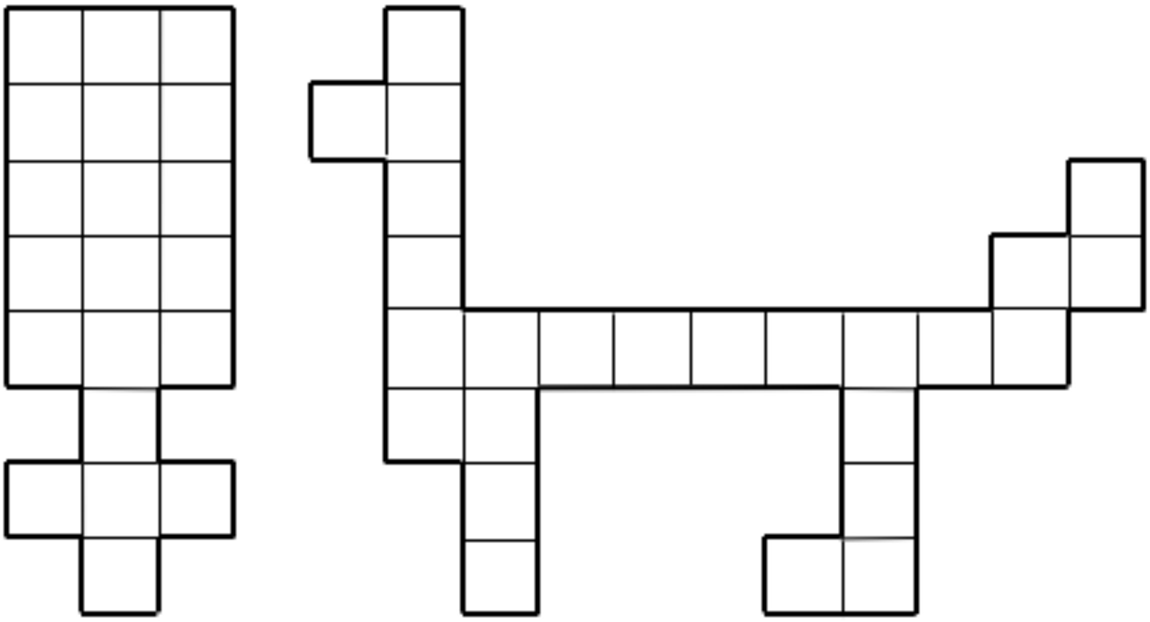
Un ordinateur



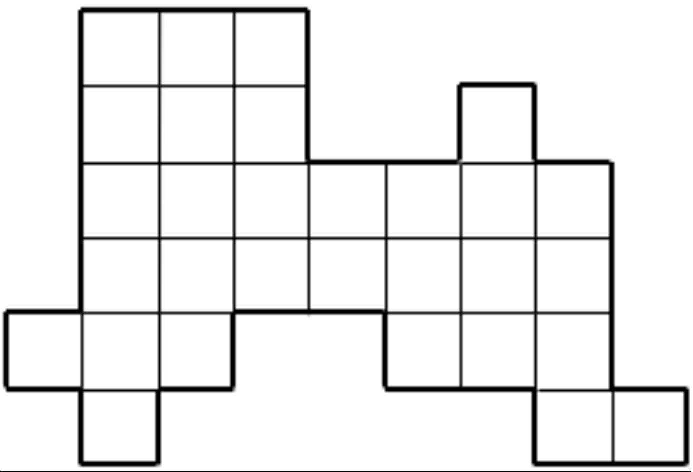
Un monte charge



Une médaille et un chien

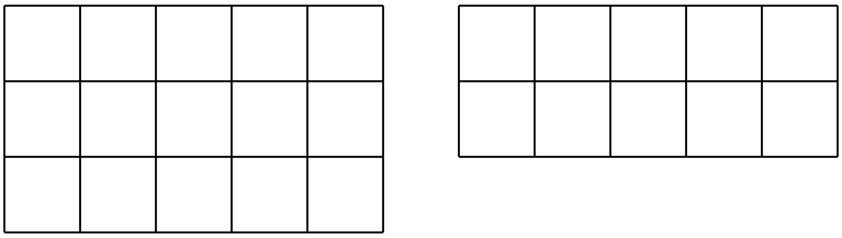


Une locomotive

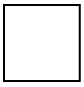


Annexe

DEUX RECTANGLES ACCOLÉS ET DES POLYGONES
Article paru dans le Petit Vert (APMEP Lorraine) n°71 de septembre 2002



Accole ces deux rectangles pour former des polygones. Ils devront être accolés par un nombre entier de côtés de carreaux.

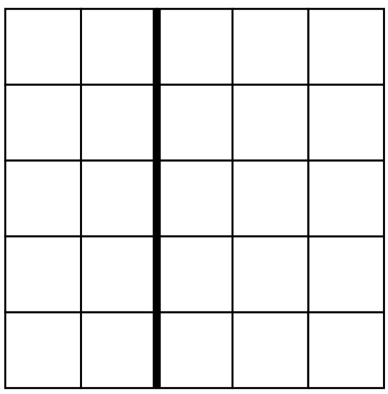
Dessine au moins cinq polygones différents.
Sous chaque polygone, indique en vert son aire et en rouge son périmètre. L'unité d'aire sera l'aire d'un carreau  , l'unité de longueur sera la longueur d'un côté de carreau ——— .

Questions "supplémentaires" proposées par la suite

a- Quelle est la valeur maximale possible pour le périmètre du polygone obtenu ?
b- Quelle est la valeur minimale possible pour le périmètre du polygone obtenu ?
c- Pouvons-nous trouver des polygones ayant pour périmètre les valeurs entières comprises entre les valeurs minimale et maximale envisagées aux questions précédentes ?

Quelques remarques

a- Les élèves remarquent aisément que les polygones dessinés ont même aire, cependant le fait d'indiquer l'unité à utiliser induit le comptage des carreaux et peu d'élèves, hélas, pensent au fait que les polygones sont formés des deux mêmes rectangles.



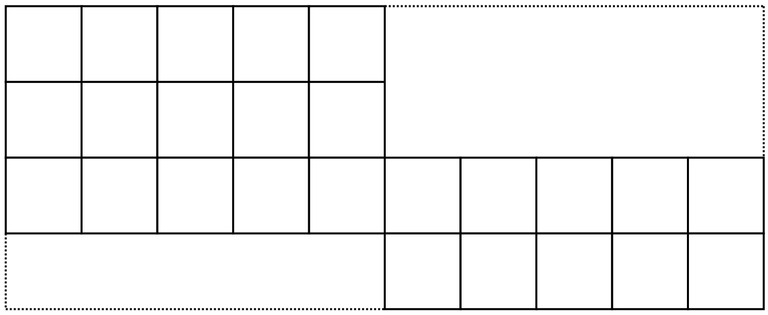
b- Lorsqu'en préalable le périmètre et l'aire de chacun des rectangles de départ sont rappelés, certains élèves pensent que le périmètre de la figure ci-dessus (configuration étant facilement acceptée comme ayant un périmètre minimal) est égal à la somme des périmètres des deux rectangles qui la constituent. Il est facile de faire constater que la figure représente un carré, et que le périmètre de ce carré n'est pas égal à la somme des périmètres des rectangles de départ.

Cette erreur (additivité des périmètres) peut-être utilisée pour faire émerger le fait qu'il est possible de trouver le périmètrte de chaque polygône en soustrayant deux fois la longueur de la partie commune de la somme des deux périmètres.
Le périmètre est maximal lorsqu'on "cache" le minimum de côtés de carreaux et le périmètre est minimal lorqu'on "cache" le maximum de côtés de carreaux. Ceci permet de justifier ou d'infirmer les maximum et minimum envisagés par les élèves .

c- Les élèves constatent vite qu'il semble difficile d'obtenir des périmètres impairs. Est-il réellement impossible d'obtenir des périmètres impairs pour de tels polygônes?

<u>Quelques pistes explorées par les élèves</u>

a- La somme des périmètres des deux rectangles est 30. Selon le nombre de côtés de carreaux cachés, il faut ôter 2, 4, 6 ou 8 unités de longueur. Les périmètres possibles sont alors 22, 24, 26 ou 28.

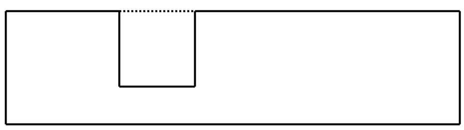


b- En faisant "entourer " le polygône par un rectangle, les élèves constatent que ce rectangle a même périmètre que le polygône dessiné. Il n'est pas très difficile de prouver que le périmètre du rectangle est nécessairement un nombre pair (2 fois la largeur + 2 fois la longueur, c'est à dire la somme de deux nombres pairs, ou deux fois la somme de la longueur et de la largeur, c'est ici une possible introduction à des écritures littérales). Le résultat conjecturé peut ainsi être justifié.

c- Il est aussi possible de leur faire saisir qu'en faisant le tour du polygône, il y aura autant de trajets $\longrightarrow$ que de trajets $\longleftarrow$ et autant de trajets $\downarrow$ que de trajets $\uparrow$ (puiqu'on revient au point de départ…). Le nombre de trajets horizontaux est pair, le nombre de trajets verticaux est pair et il y a ici aussi une bonne occasion d'utiliser le fait que la somme de deux nombres pairs est paire (c'est une évidence pour les élèves).

d- Pour trouver le périmètre des polygônes proposés, le comptage des unités de longueur n'est pas si aisé qu'on pourrait le penser: les élèves ne savent plus de quel sommet ils sont partis, des résultats sont proposés avec une erreur d'une unité… La méthode d'"entourage" du polygône par un rectangle est la bienvenue, et il est remarquable que les élèves la réutilisent sans difficulté en cours d'année.

Il faut cependant bien prendre garde à leur présenter des polygones ayant un "creux" tel celui dessiné ci-dessous:



Il y a besoin d'adapter la méthode…
Il faut d'autant plus être prudent qu'une autre image mentale du périmètre sera activée en cours d'année lorsqu'il faudra faire découvrir une valeur approchée de π en faisant rouler des disques

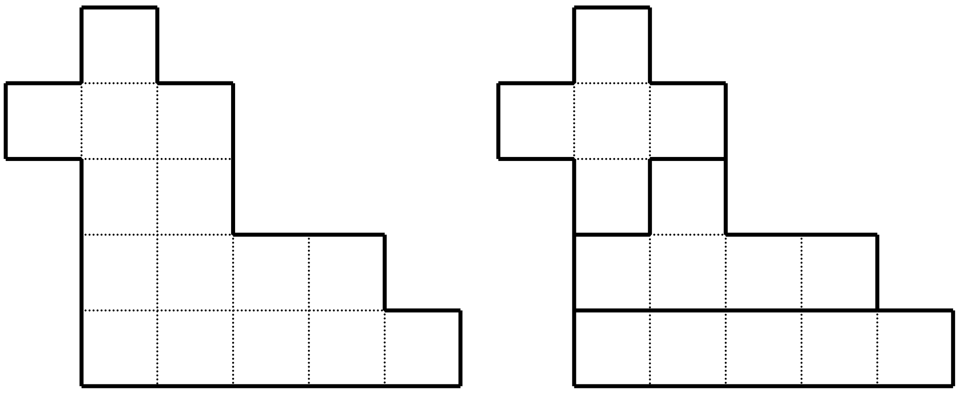
ou en les entourant par une ficelle : si nous faisons "rouler" les deux polygônes dessinés précédemment, après un tour complet, nous n'obtiendrons pas leur périmètre.
En fin d'activité, il pourra être intéressant de faire émerger un certain nombre de méthodes permettant le calcul du périmètre d'un polygône: la somme des longueurs des segments formant la ligne brisée fermée, la longueur du rectangle qui l'entoure (avec toutes les précautions nécesssaires, en particulier le fait que les côtés du polygône suivent les directions du quadrillage), la longueur parcourue par un sommet lorsque le polygône fait un tour complet, la somme des périmètres des "sous figures" de laquelle on retire deux fois la longueur de la partie commune, une formule…

Il reste ensuite à proposer aux élèves de nombreuses figures géométriques et qu'ils envisagent quelle méthode est possible.

Dans l'excellente revue belge "Math-Jeune-Junior" n°101J d'avril 2002 (La mathématique au quotidien - Mono…, duo…, polyminos (3) pages 64 à 67), Claude Villers évoque les périmètres de ces polygones formés de n carrés élèmentaires. La méthode indiquée utilise le nombres de segments "unités" intérieurs et peut être également proposée à nos élèves.

François DROUIN
Collège Les Avrils
55300 SAINT MIHIEL

Périmètres de polygones recouverts par trois pentaminos

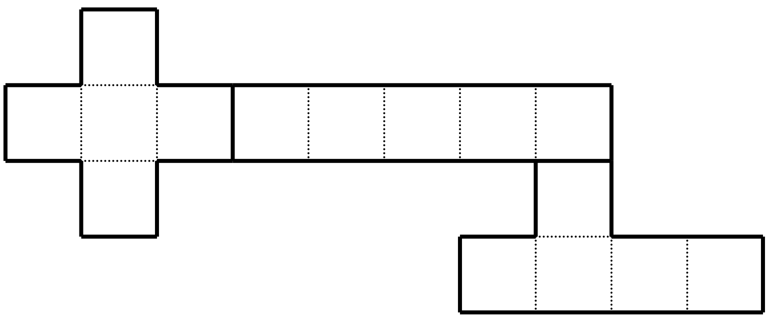


Le polygone ci-dessus peut être recouvert par 3 pentaminos.

La longueur d'un côté de carreau du quadrillage est prise comme unité de longueur. Quel est le périmètre de ce polygone ?
Dessine un polygone recouvert par 3 pentaminos dont le périmètre est le plus grand possible.
Dessine un polygone recouvert par 3 pentaminos dont le périmètre est le plus petit possible.

Dessine des polygones recouverts par 3 pentaminos dont le périmètre a pour périmètre les valeurs intermédiaires comprises entre le maximum et le minimum obtenus aux deux questions précédentes.

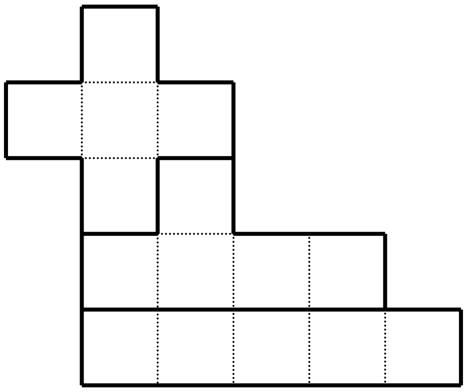
Cette activité est du même type que celle décrite dans l'article du Petit Vert mis précédemment en annexe.



Un assemblage tel celui ci-dessus admet un périmètre maximal.

Les trois pentaminos utilisés ont « 12 côtés de carreaux » pour périmètre. Il y a 2 jonctions par un coté de carreau. Le périmètre du polygone est donc égal à « 3x12 – 2x2 côtés de carreau ». Il ne peut y avoir moins de ces deux jonctions, le périmètre est donc maximal.

La configuration proposée dans l'énoncé de l'activité semble admettre le périmètre minimal.
Il y a 7 jonctions par un côté de carreau, difficile de faire mieux…
Le périmètre du polygone est égal à « 3x12 – 7x2 » côtés de carreau ».



Concernant la recherche des valeurs intermédiaires entre le maximum (32) et le minimum (22), pour des raisons semblables à celles données dans l'article mis en annexe ou en considérant le nombre de jonctions par des côtés de carreau, il est clair que seuls des périmètres égaux à 24, 26, 28, 30 sont envisageables.

Ce type d'activité peut être envisagé avec d'autres pentaminos, en particulier permettant d'obtenir un périmètre inférieur à 22 côtés de carreaux. Un périmètre de 16 côtés de carreaux est facile à obtenir…

---

12 pentaminos à découper
(Ces pentaminos sont utilisables pour les activités présentées par la suite)

L'ensemble des 12 pièces est à coller sur du carton, puis à découper dans l'ordre :

I, W, P, P, F et L accolés, L, N, X, U et V accolés, U, Y, T, Z.

Les petits carrés munis d'une croix seront des « chutes » inutilisées.