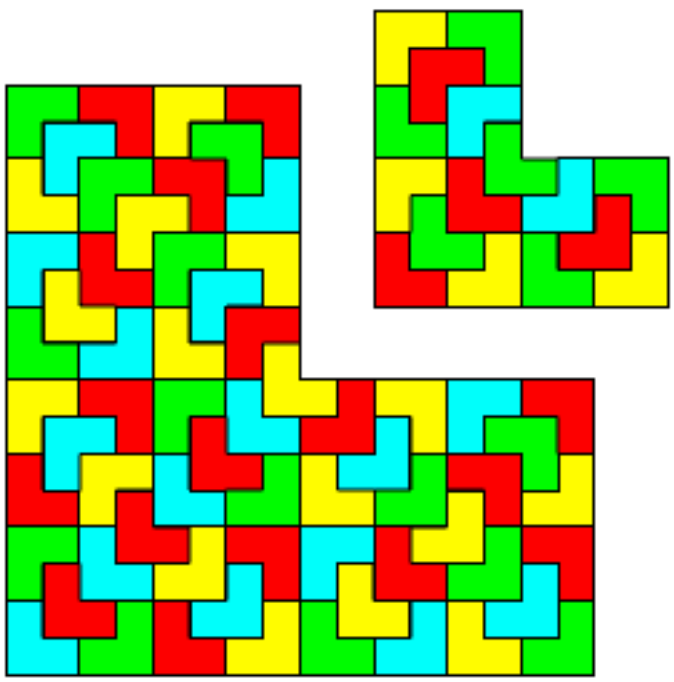
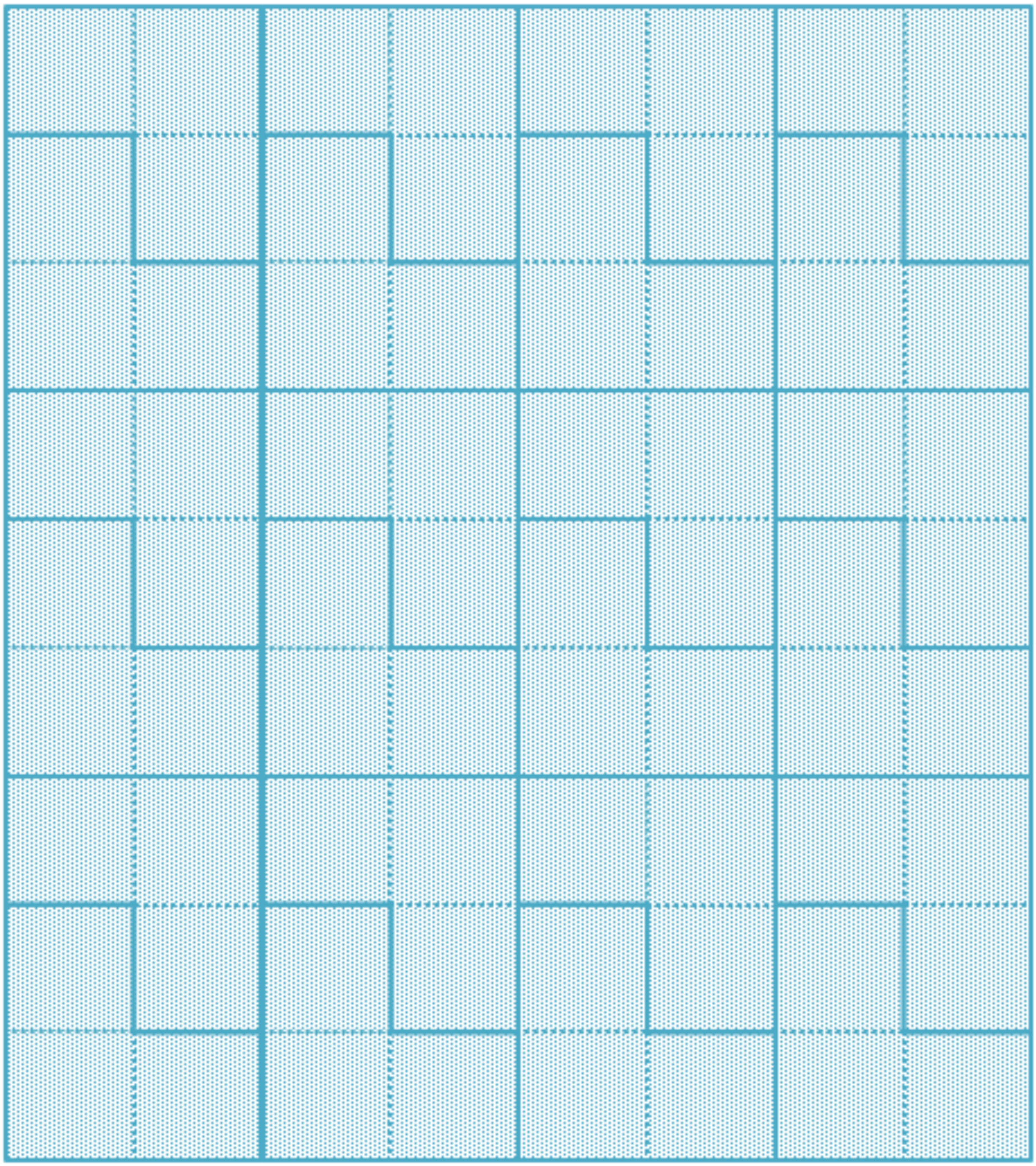
Des « Petits L »

à partir du cycle 1

APMEP LORRAINE
Groupe Jeux



18 pièces à découper



Photocopiées puis découpées, ces pièces permettent les manipulations proposées dans les pages qui suivent.

Sommaire

Présentation
Les « Petits L » font partie de la famille des « rep-tuiles » présentées dans « Jeux 3 » (APMEP 1990) et sa réédition « Comment se jouer de la géométrie » (APMEP Vuibert 2009). Une pièce dessinée à une échelle quelconque peut être recouverte par des pièces à l'échelle 1. Cet aspect évoqué dans d'autres documents APMEP est peu présent dans les pages qui suivent.

Les « Petits L » possèdent un axe de symétrie, il n'y a donc pas à se soucier de leur éventuel retournement, contrairement à d'autres « rep-tuiles» comme le « Sphinx ». Leur manipulation est donc abordable par de très jeunes élèves.

Ce document reprend un projet de brochure papier commencé en 2017. Il a été repris, des parties ont été remplacées par des liens vers des documents déposés sur notre site.

Autres ressources que celles évoqués dans les pages qui suivent

Les « Petits L » ont été plusieurs fois évoqués dans le Petit Vert ou dans des documents déposés sur le site de l'APMEP Lorraine, en particulier des expérimentations en classe de cycle 2 et cycle 3.

http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/23_petit_l_a.pdf Un stand de l'exemplaire meusien de l'exposition régionale
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/24_petits_l_3couleurs.pdf Un stand de l'exemplaire meusien de l'exposition régionale
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/2021_petits_l_expo.pdf Un complément à l'exposition régionale
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/pv124.pdf#page=11 Au cycle 3
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/2021_petits_l_c2_vers4.pdf Au cycle 2
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/pv_150.pdf#page=18 Au cycle 2
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/pv135.pdf#page=15 Au cycle 2 et au cycle 3

http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/2020_petitsl_vers5.pdf « En attendant Bourges 2020 », un carré écorné et quatre cases symétriques
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/calendrier_petits_l.pdf Le calendrier de l'Avant 2021
http://apmeplorraine.fr/spip.php?article850 Dans le Petit Vert N°147, avec 4 Petits L de 4 couleurs différentes

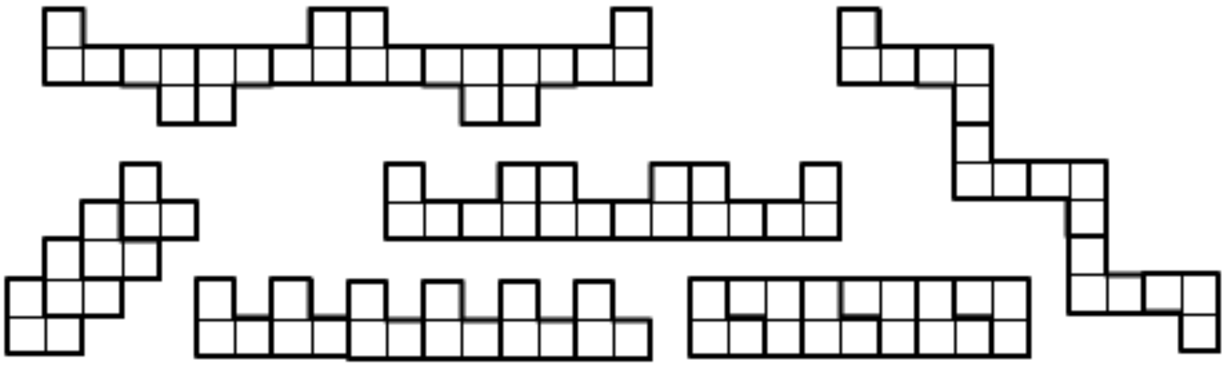
Sur le site national
https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Petits_L_3_couleurs_polygones_A.pdf C'est est une variante d'utilisation de pièces de trois couleurs différentes.

Dans la brochure « MATHS & JEUX d'**H**anoï, d'**A**ujourd'hui, d'**H**ier et d'**A**illeurs (A.D.C.S. 2005) », François Gaudel évoque l'utilisation de ces « Petits L » pour des pavages non périodiques et la création de fractales : reprenant une formule chère à l'APMEP, l'usage de ces pièces peut donc intéresser l'enseignant de mathématiques « de la maternelle à l'université !

Des « Petits L » sur une bouche d'égout à Nivelles (Belgique)

1 - Quelques pistes d'utilisation des « Petits L »
Des étudiants préparant le concours de Professeur des Écoles ont manipulé des « Petits L » réalisés dans du revêtement de sol. Ils ont apprécié le coût minime du matériau et le fait que de jeunes élèves ne risquaient pas de se blesser ou de blesser leurs camarades.
Ont été regroupés dans cette partie des dessins de ce qu'ils ont réalisé et des remarques faites pendant ce temps de formation. Les pistes de travail évoquées alors se retrouvent pour certaines d'entre elles dans le reste du document.
Ce qui suit ont pour source le compte rendu envoyé à des étudiants de M2 suite à une séance d'U.E.D. « Sciences en société » (Décembre 2010, site I.U.F.M. de Montigny-lès-Metz).

Des frises

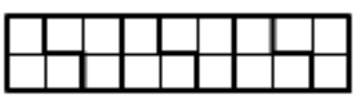


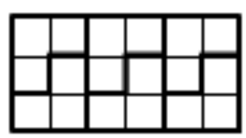
Un appareil photo numérique sera très utile pour garder une trace des réalisations des jeunes élèves.

Quelques propositions d'activité

Reprendre les réalisations des élèves, leur confier des pièces pour reproduire puis poursuivre ces « frises ». À partir du C.E.1, il sera possible de les faire reproduire sur quadrillage : pour faciliter les tracés, les mailles du quadrillage ne seront pas trop petites. Des éléments de symétrie peuvent être constatés, cependant, le « Petit L » admettant lui-même un axe de symétrie, l'aspect « retournement » de la figure géométrique n'est pas nécessairement présent et devra être réactivé lors de l'utilisation d'autres types de pièces.

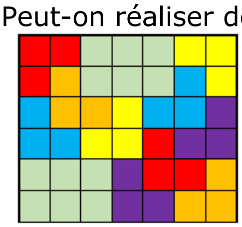
Des **rectangles** apparaissent lors des assemblages des pièces.





Peut-on obtenir des carrés ?
Au cours du cycle 3, il sera utile qu'un carré soit perçu comme un rectangle particulier.

Peut-on réaliser des rectangles utilisant le moins possible de rectangles 2×3 ?



L'exemple ci-contre ne visualise que deux rectangles. Est-il possible d'en visualiser moins ?

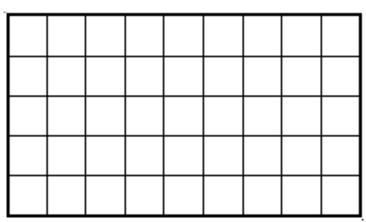
Le Petit Vert n°123 a repris ces deux questions pour en faire un défi collège et un défi lycée et le Petit Vert n°124 apporte des réponses à ces questions.
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/pv123.pdf#page=58 les défis
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/pv124.pdf#page=62 les solutions
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/des_defis_pour_nos_eleves.pdf Ces défis se retrouvent dans ce document.

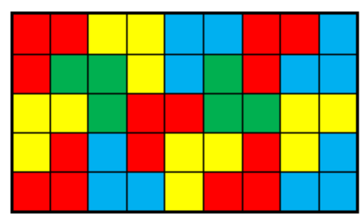
Voici les remarques apparues pendant le temps de formation.

On peut réaliser des rectangles.
Leur largeur minimale est de deux côtés de carreau.
Le nombre total des cases des rectangles est divisible par 3.
Il y a toujours un côté « pair ».
Le rectangle 4×5 n'est pas possible.
Le nombre de pièces utilisées est divisible par 2.
Un rectangle peut être réalisé de différentes manières en particulier en utilisant autre chose que des rectangles 2×3.

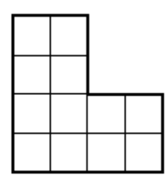
Les remarques en gras sont celles pour lesquelles les étudiants n'avaient que des certitudes à présenter. Il restait à présenter des éléments de preuve.

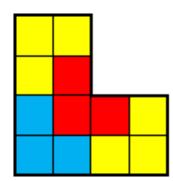
Une relance a été faite.
Ne pourrions-nous pas imaginer des rectangles de dimensions « impaires », pour lesquelles un nombre impair de pièces sera utilisé? La possibilité d'utiliser quinze pièces pour un rectangle 9×5 est apparue dans un des groupes. Il n'y a donc pas toujours un côté « pair » et le nombre de pièces utilisées n'est pas toujours divisible par 2.





Lors des manipulations est apparu le recouvrement de la pièce dessinée à l'échelle 2.

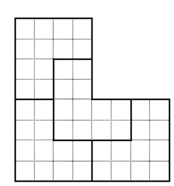




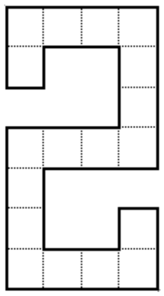
Les pièces dessinées aux échelles 3, 4 sont-elles recouvrables par des pièces à l'échelle 1 ? La réponse à cette question est « oui », la question pourrait être posée pour une autre échelle.

Avec des élèves, il y a là une occasion de travailler sur le fait que l'échelle n'agit pas de la même manière sur les longueurs et sur les aires.

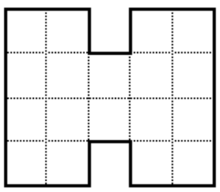
Remarque : une des façons d'obtenir le recouvrement à l'échelle 4 est d'utiliser le recouvrement à l'échelle 2.



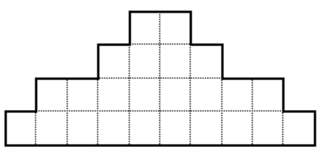
Des assemblages réalisés par les étudiants

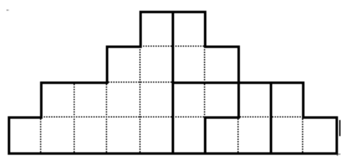


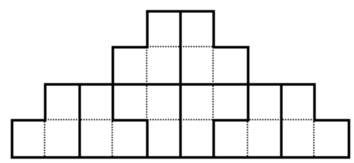
Le nombre de pièces nécessaires peut être anticipé par les élèves. Un comptage trois par trois ou une division par trois du nombre de carreaux à l'intérieur seront mis en œuvre.



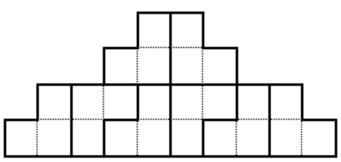
En lien avec cet assemblage, page 14, ce document étudie le placement des deux « trous » symétriques dans un rectangle 5×4 puis le recouvrement des carreaux restants. En complément, il sera possible d'aborder les placements non symétriques de ces deux trous.







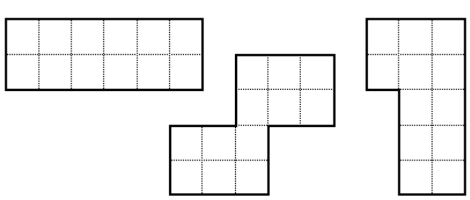
Ce polygone admet un axe de symétrie: recouvrir la partie à gauche de cet axe, puis poursuivre de telle sorte qu'il soit lui aussi symétrique.



Un recouvrement non symétrique reste possible.

http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/pv_150.pdf#page=18 En 2022, dans une classe de CE2 qui n'avait pas encore étudié la symétrie axiale, une expérimentation montrait certains élèves recouvrant de manière symétrique de tels polygones.

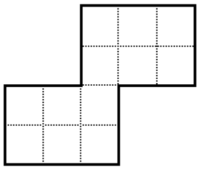
Des polygones formés de deux rectangles
Lors des manipulations, les rectangles 2×3 ont été maintes fois mis à contribution.



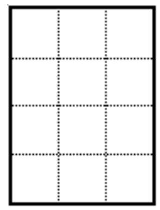
En accolant deux rectangles 2×3 par des cotés entiers de carreaux, nous obtenons divers polygones de même aire.

Quel assemblage aura le plus grand périmètre ? Quel assemblage aura le plus petit périmètre ? Peut-on imaginer des assemblages pour toutes les valeurs intermédiaires ? Des justifications sont attendues.

Cet énoncé présente un problème à faire chercher par des élèves de cycle 3.

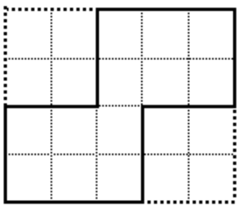


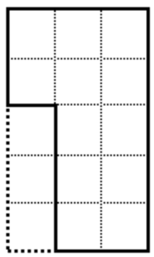
Un polygone de ce type fournit le plus grand périmètre.



Un polygone de ce type fournit le plus petit périmètre.

Des assertions du type « plus on cache de côtés de carreaux, plus le périmètre est petit », « moins on cache de côtés de carreaux, plus le périmètre est grand » peuvent être avancées. Le fait de n'obtenir que des périmètres pairs pourra être justifié par le fait que les périmètres des rectangles utilisés sont pairs et qu'on cache un nombre pair de côtés de carreaux.
Cette activité pourra être l'occasion de « ranger » les polygones obtenus dans des rectangles.





Les rectangles obtenus ici ont toujours le même périmètre que les polygones obtenus lors des assemblages.

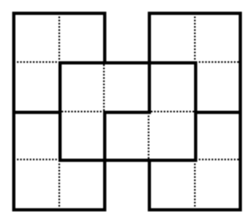
Pour trouver le périmètre de ce type de polygone, l'élève a donc à sa disposition au moins trois méthodes :

Compter un à un les côtés de carreaux.
Faire la somme des longueurs des côtés du polygone.
Travailler avec le rectangle dans lequel peut être rangé le polygone.

Une quatrième méthode pourrait être envisagée : de la somme des périmètres des deux rectangles, soustraire les longueurs des côtés de carreaux cachés.

La pertinence des méthodes varie selon les situations.

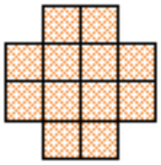
Cependant, les polygones tracés à partir des carreaux d'un quadrillage n'ont pas toujours même périmètre que les rectangles qui les entourent.



2 - Des propositions d'élèves de sixième et de Cours Moyen

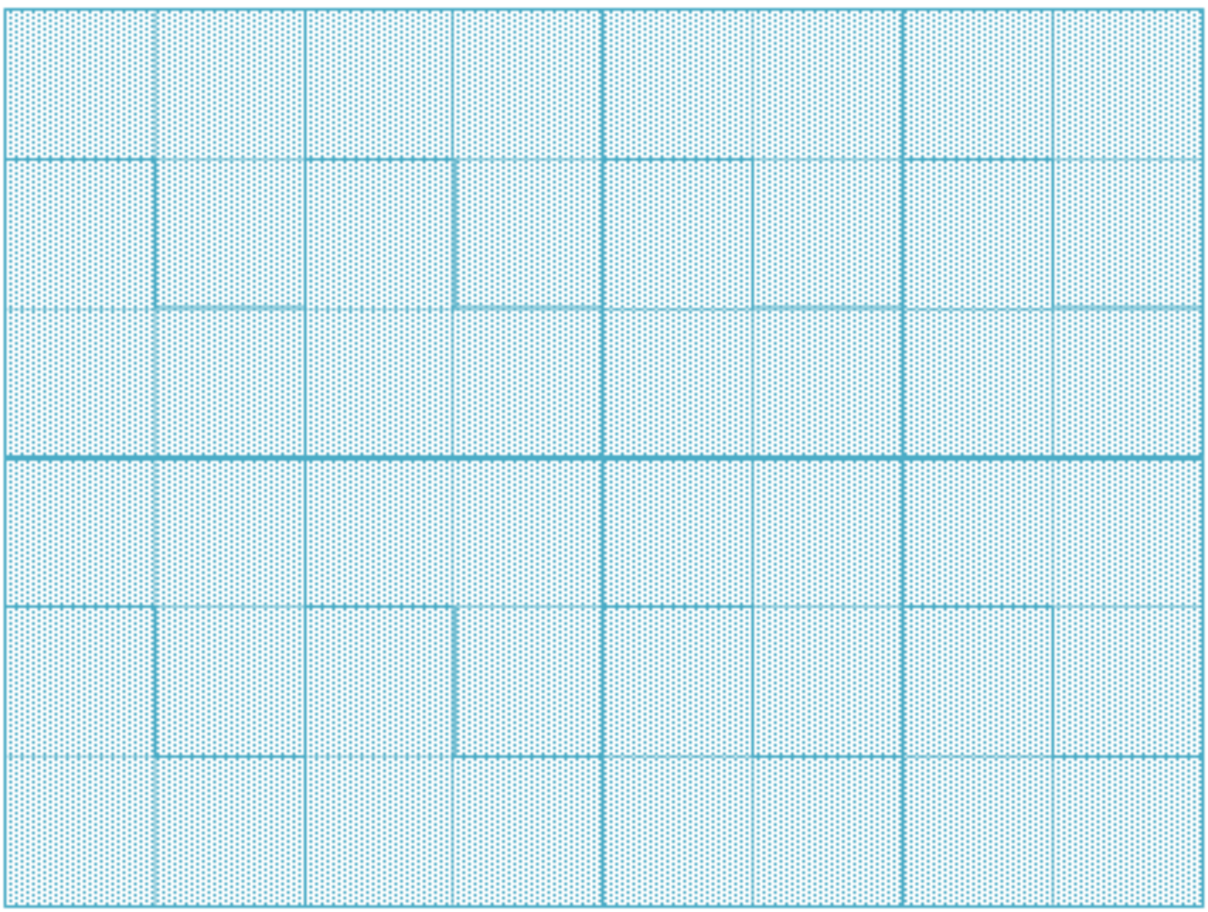
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/2019_6_petits_l_1.pdf

Les élèves de sixième échangeaient des jeux mathématiques avec leurs camarades d'une classe de CM1 - CM2 d'un village voisin. Ce document contient l'essentiel de leurs créations. Pendant ces échanges, les questions à propos du nombre de « Petits L » utilisés sont apparues.



Le dénombrement 1 par 1 a été prioritairement utilisé pour trouver le nombre de carreaux à l'intérieur d'un tel motif. Pour faire utiliser des sous figures rectangulaires, il a fallu présenter ce dénombrement sous forme de défi : imagine le plus possible de méthodes pour trouver le nombre de carreaux à l'intérieur du dessin. L'utilisation d'un rectangle 4×2 et deux rectangles 1×2 ou d'un carré 4×4 et de quatre carrés 1×1 ont pu par exemple être évoquées.

Des « Petits L » à dupliquer



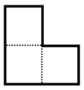
3 - Un abécédaire

http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/2022_abecedaire.pdf

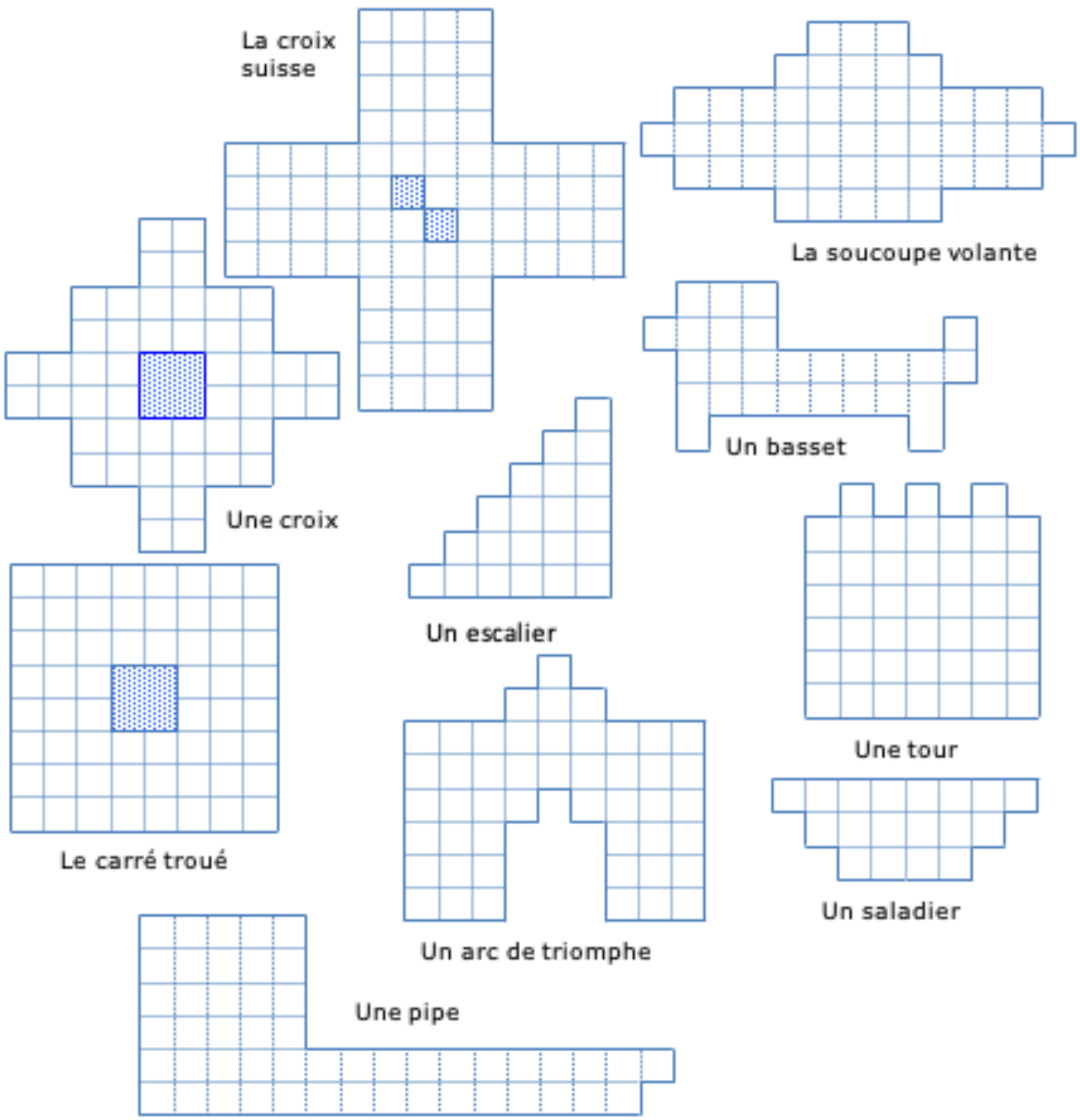
Un abécédaire «Pentaminos» est proposé dans la brochure « Jeux 6 », un autre utilisant des « Petits L » a été imaginé. Une première version utilisable par de très jeunes élèves est fournie à l'échelle des pièces de ce document, une seconde version incite à l'utilisation d'un crayon et d'une gomme.

4 - Des silhouettes et des « Petits L »

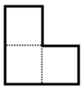
Elles ont été dessinées sur du papier quadrillé pendant des temps de recherche des élèves. Elles sont à rechercher sans manipulation de « Petits L ».



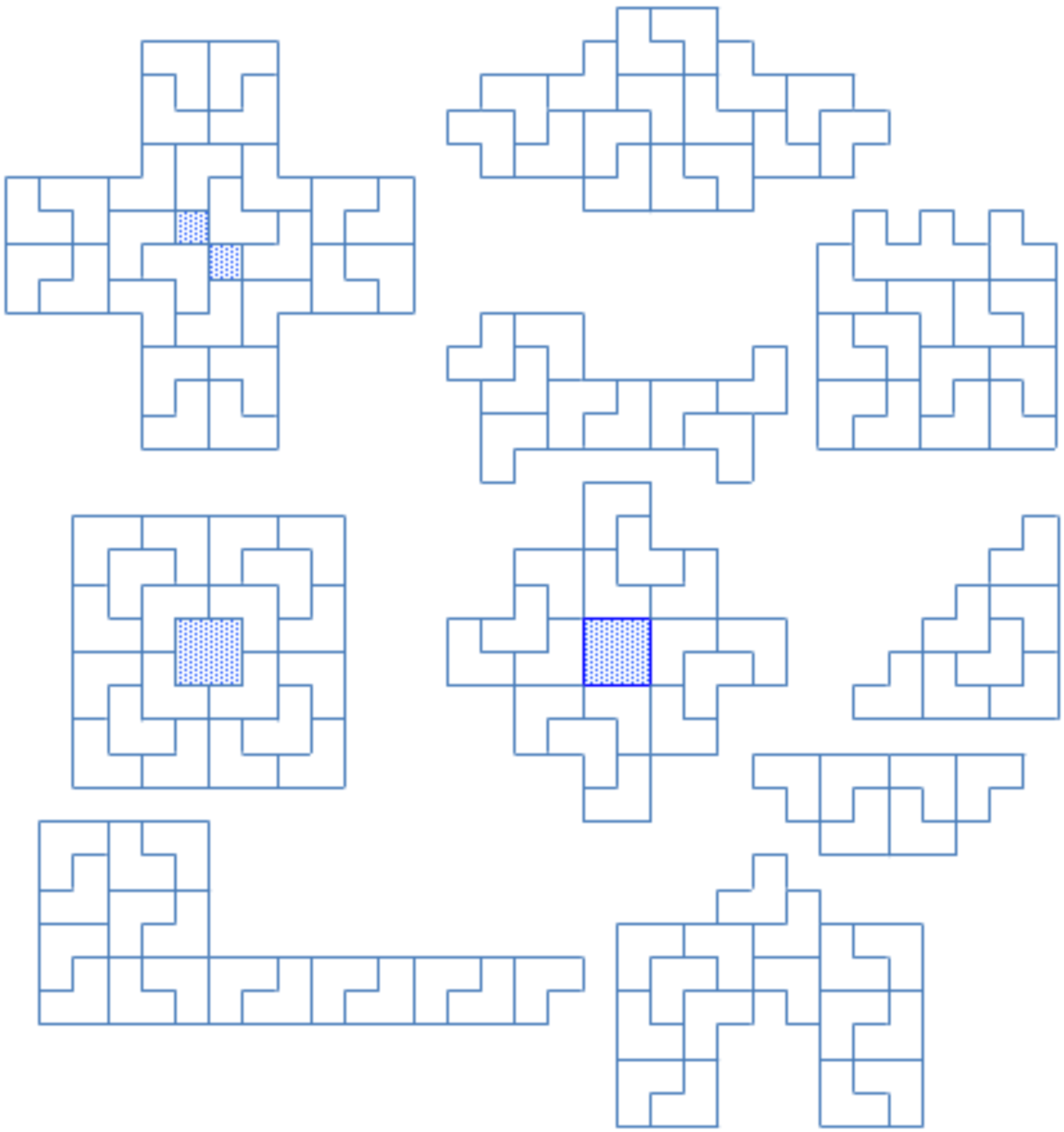
En utilisant des « Petits L » semblables à celui ci-contre, recouvre les silhouettes dessinées ci-dessous.



4 - Des silhouettes et des « Petits L » : des solutions

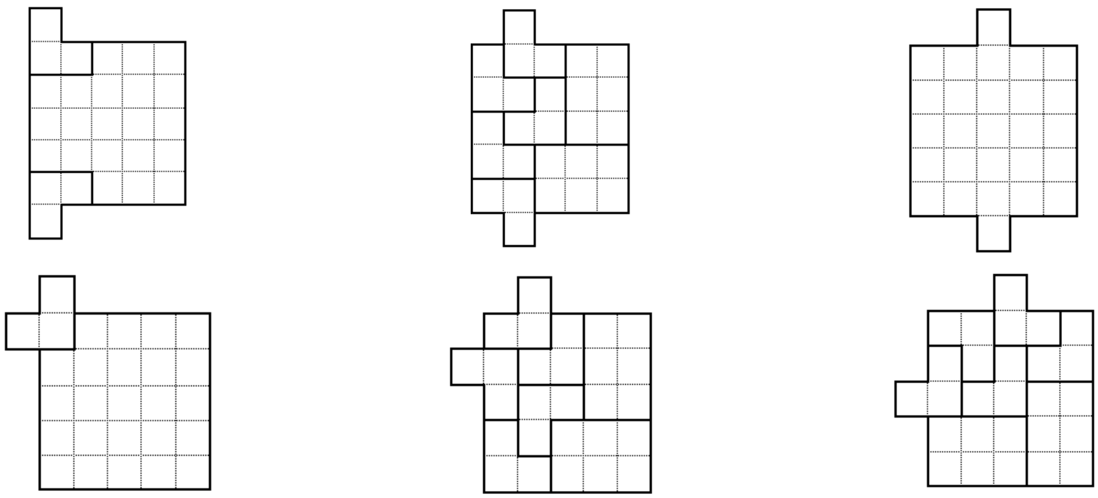


En utilisant des « Petits L » semblables à celui ci-contre, les silhouettes dessinées ci-dessous ont été recouvertes.

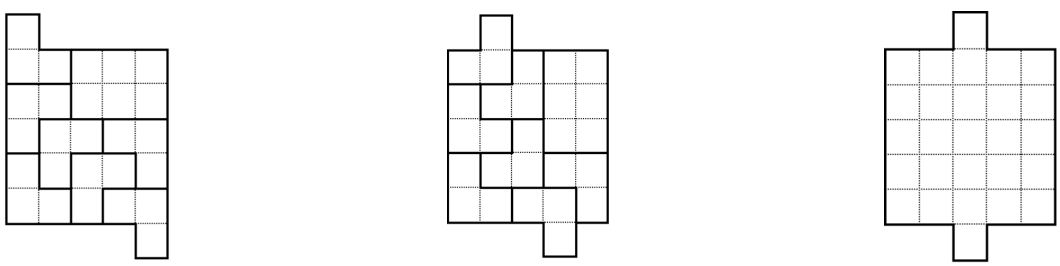


5 - Un carré et des carreaux symétriques
Certains placements de carrés amènent à des impossibilités. Les recouvrements de rectangles 2×3 n'ont pas été dessinés.

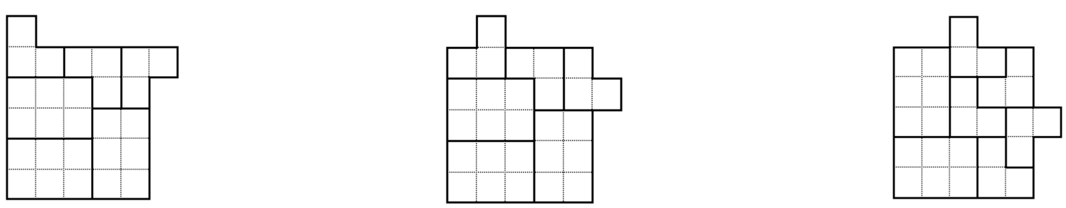
<u>Un carré et des carreaux symétriques par rapport à une droite</u>



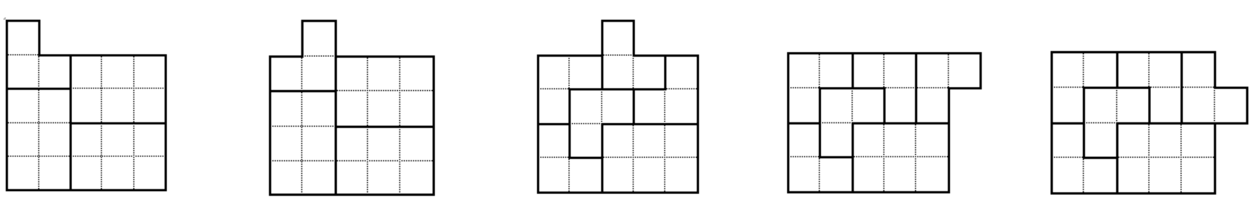
<u>Un carré et des carreaux symétriques par rapport à un point</u>



<u>Un carré et des carreaux images l'un de l'autre par une rotation</u>

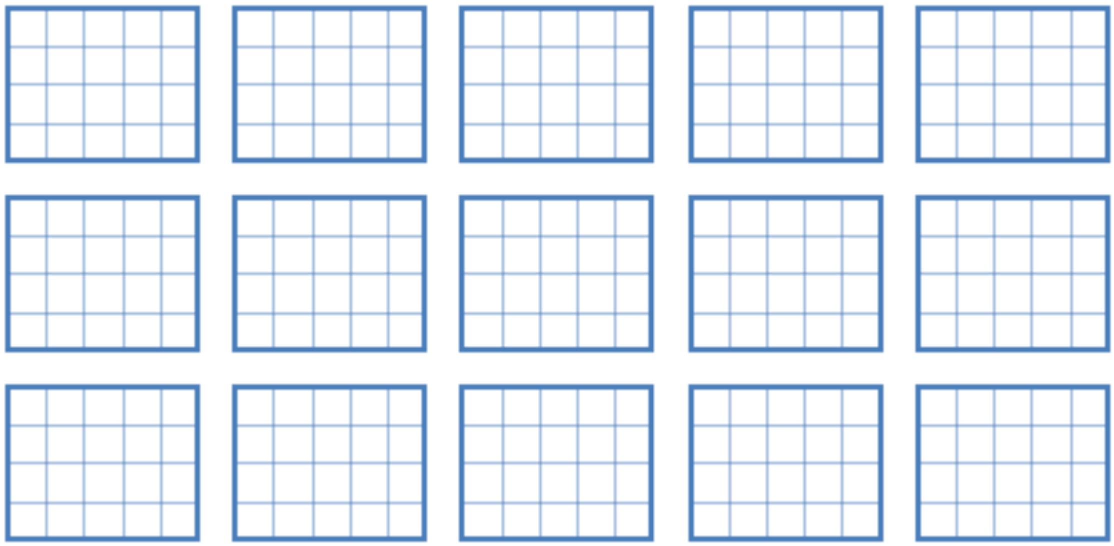


D'autres carrés et des rectangles pourront être sollicités. La recherche pourra être étendue dans le cas d'un carreau rajouté à des rectangles.

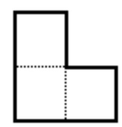


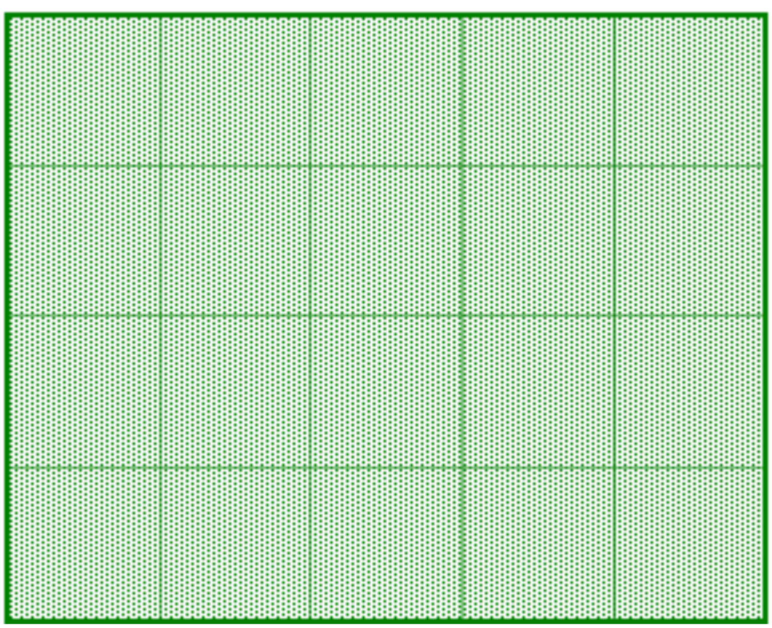
5 - Des « Petits L et deux carreaux symétriques
Symétrie orthogonale

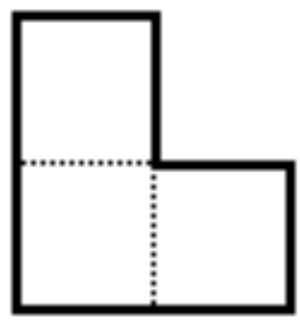
Dans un rectangle 5×4, hachure deux carreaux symétriques par rapport à une droite.
Dessine les places possibles pour ces deux carreaux.



Dix-huit cases du rectangle 5×4 restent non hachurées. Est-il toujours possible de les recouvrir avec des « Petits L » ?



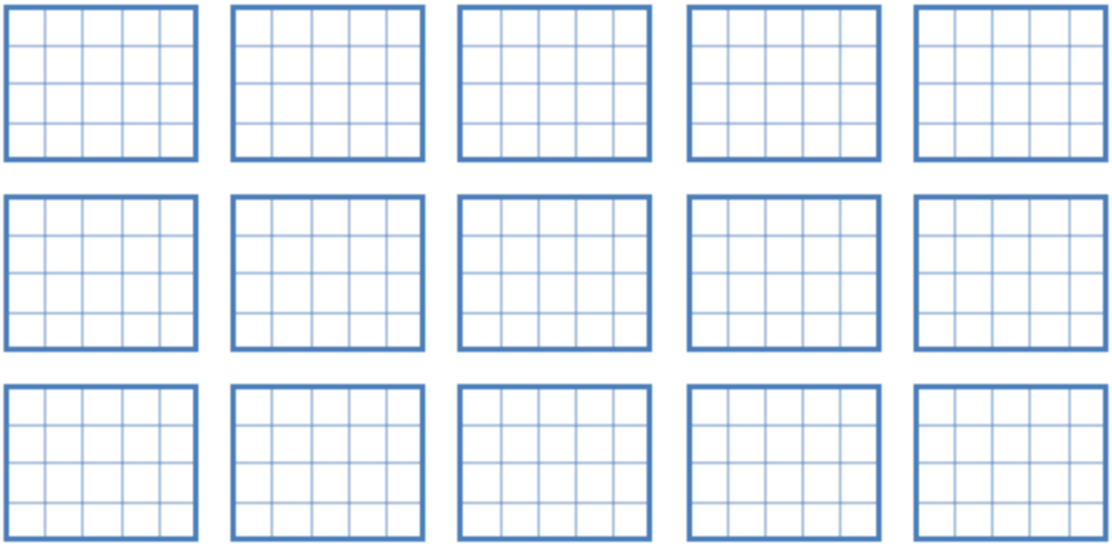




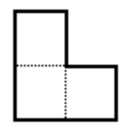
Un des « Petits L » pour le rectangle ci-contre.

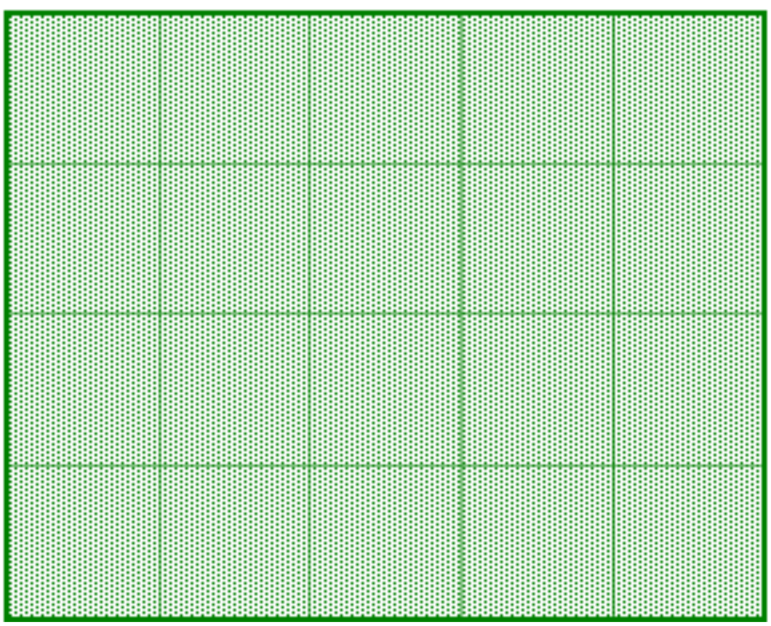
5 - Des « Petits L et deux carreaux symétriques
Symétrie centrale

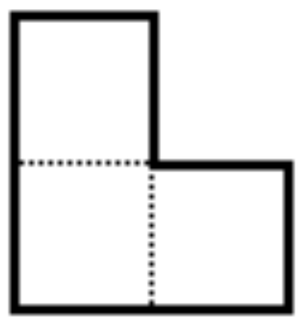
Dans un rectangle 5×4, hachure deux carreaux symétriques par rapport à un point.
Dessine les places possibles pour ces deux carreaux.



Dix-huit cases du rectangle 5×4 restent non hachurées. Est-il toujours possible de les recouvrir avec des « Petits L » ?



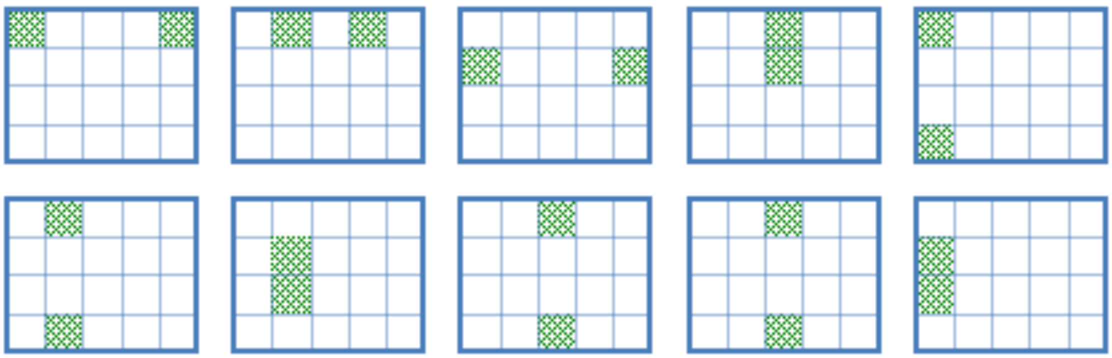




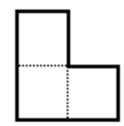
Un des « Petits L » pour le rectangle ci-contre.

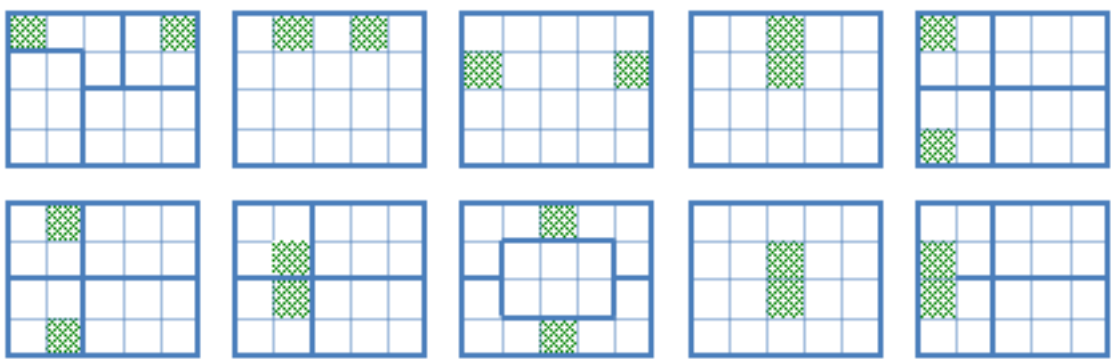
Des éléments de solution pour une symétrie orthogonale

Aux isométries près, seuls dix placements de deux carreaux sont à examiner.



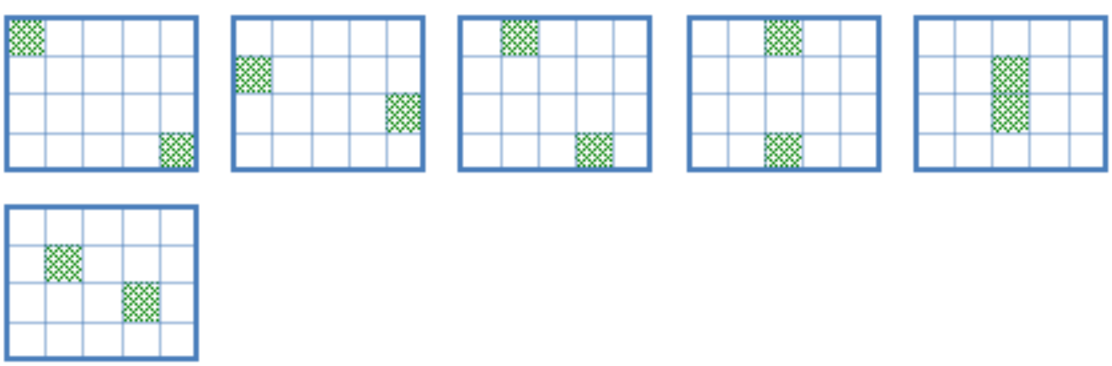
Les dix-huit carreaux restants ne sont pas toujours recouvrables par des « Petits L ».



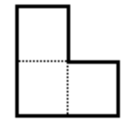


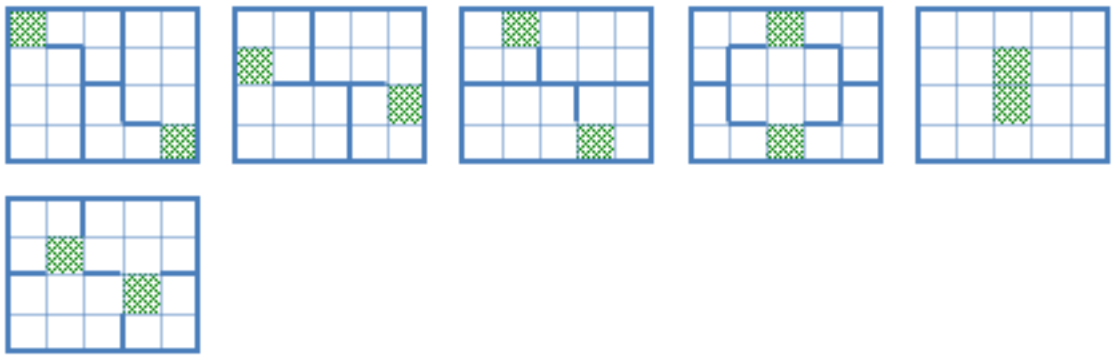
Des éléments de solution pour une symétrie centrale

Les placements des carreaux



Les dix-huit carreaux restants ne sont pas toujours recouvrables par des « Petits L ».

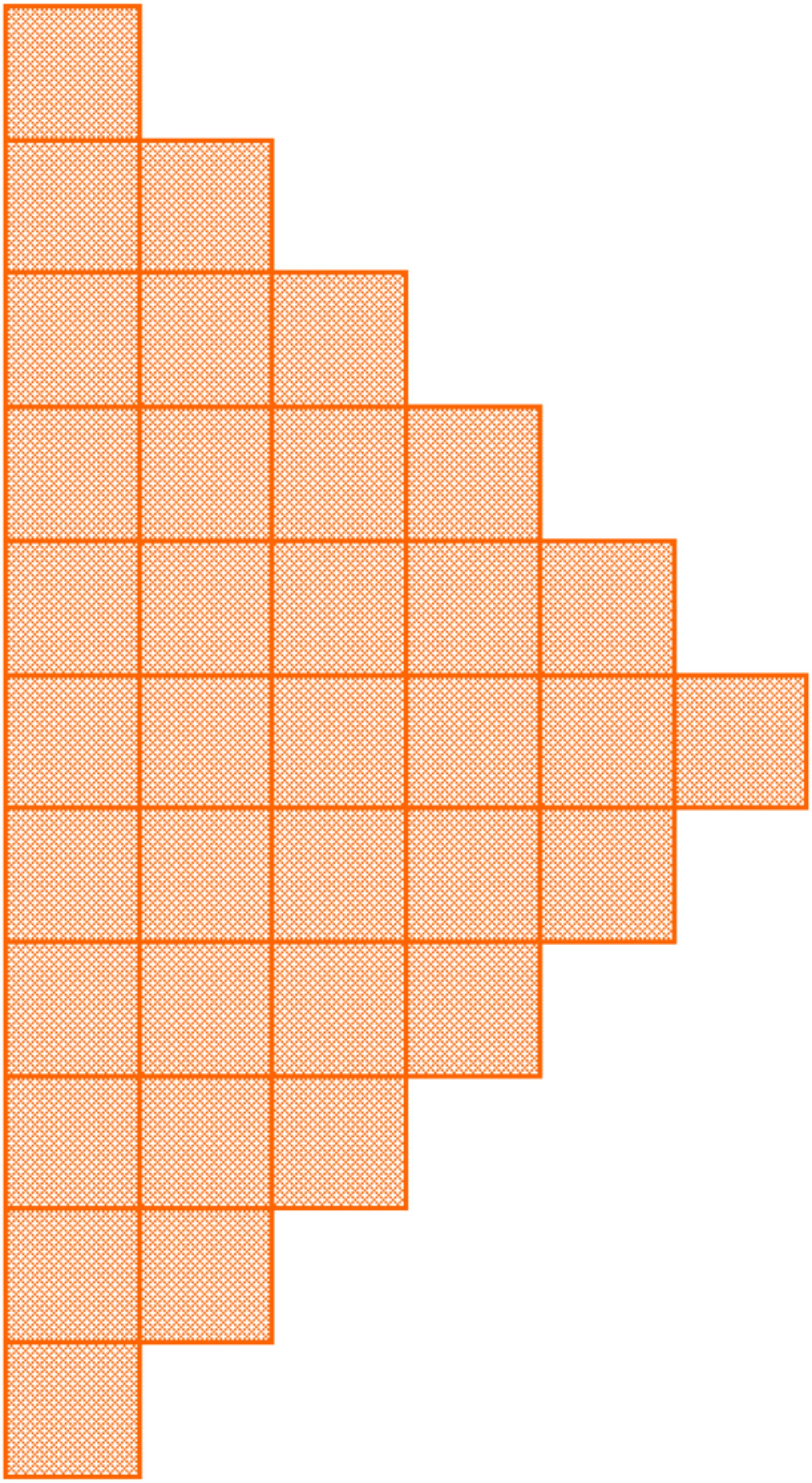




Les rectangles dont le nombre de carreaux à l'intérieur est de la forme « $3k$ + 2 » sont utilisables, par exemple les rectangles « 8×4 », « 7×5 » ou « 7×8 ». La recherche pourra se faire avec un crayon et une gomme en utilisant du papier quadrillé et les images mentales des pièces.

Un prolongement peut être imaginé par les placements de trois carreaux symétriques dans des rectangles contenant un nombre de carreaux égal à un multiple de 3. L'un des carreaux sera alors sur l'axe de symétrie (ou sur le centre de symétrie). La recherche pourra ici aussi être faite directement sur papier quadrillé.

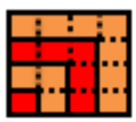
6 - Un double escalier à recouvrir avec des « Petits L »



Un double escalier a été construit. D'autres peuvent-ils être recouverts ?

6 - Des escaliers doubles et des « Petits L »

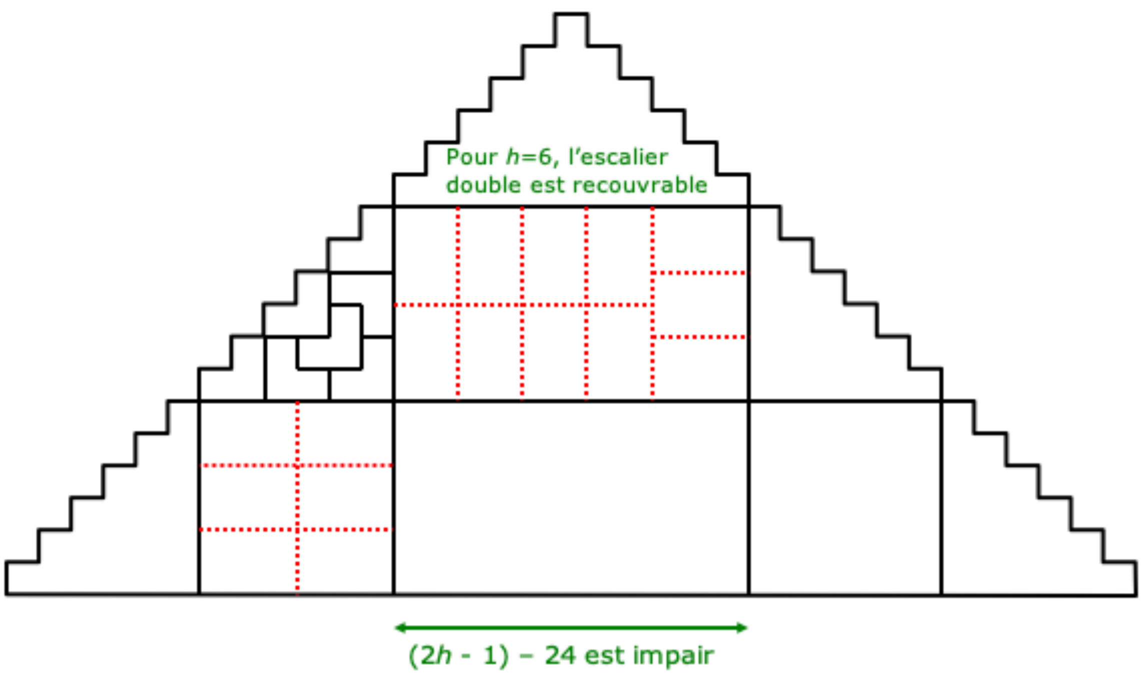
Les trois escaliers doubles de hauteur h égale à 2, 3 ou 4 ne sont pas recouvrables par des « Petits L ». En continuant cette suite d'escaliers, peut-on en rencontrer qui seront recouvrables par des « Petits L » ?



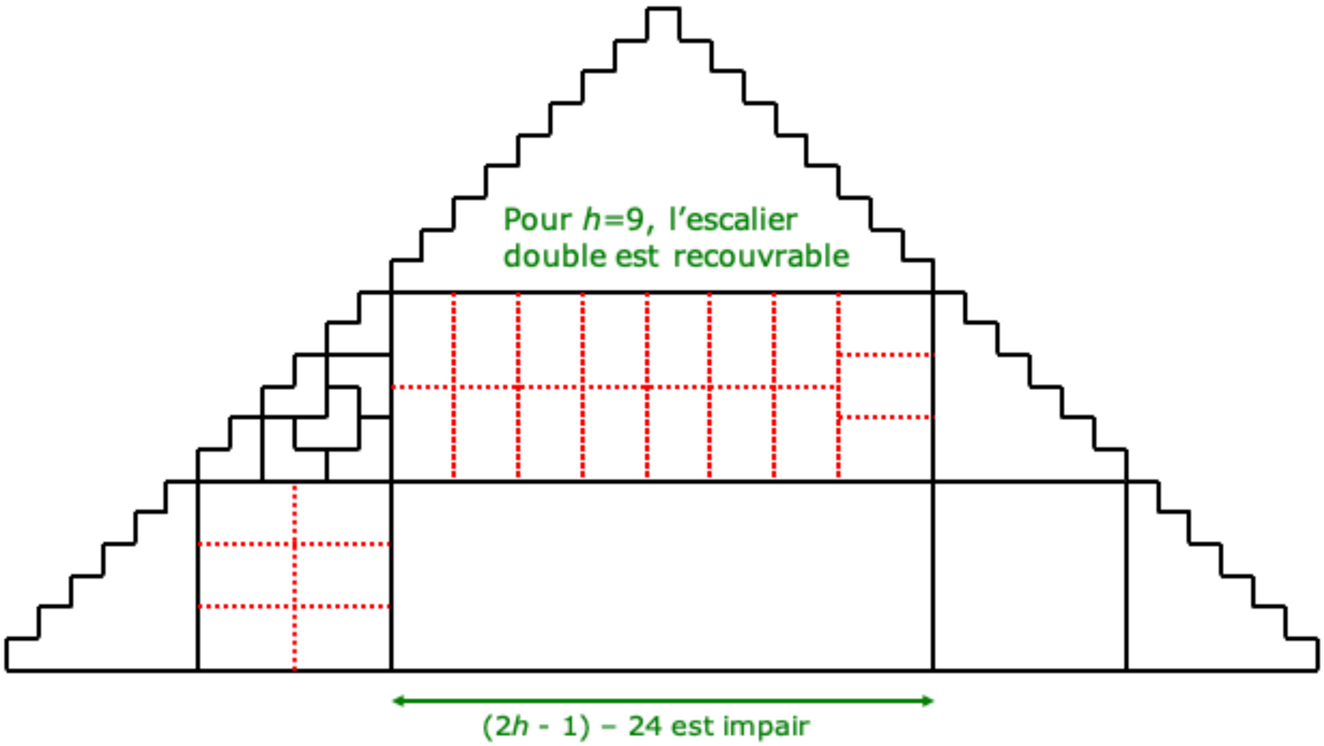
Ces escaliers visualisent des sommes de nombres impairs. Le dessin ci-contre montre que la somme des « n » premiers impairs est égale à n^2.

Il faut donc que la hauteur h soit un multiple de 3 pour espérer le recouvrement du double escalier par des « Petits L ». Au vu du cas « h = 3 », cette condition n'est pas suffisante.

Toute hauteur h d'escalier double multiple de 3 (autre que 3) peut s'écrire sous la forme $h = 6+6k$ ou $h = 9+6k'$.



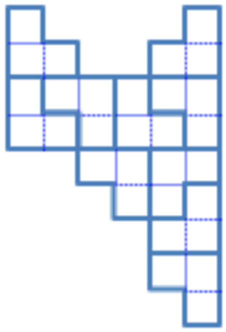
Ce dessin montre que les escaliers doubles de hauteur $h = 6+6k$ sont recouvrables par des « Petits L ».

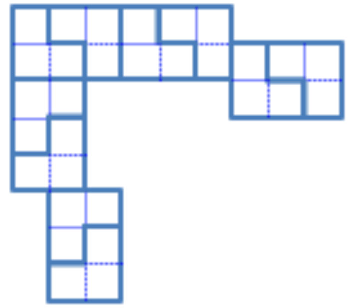


Ce dessin montre que les escaliers doubles de hauteur $h = 9+6k'$ sont recouvrables par des « Petits L ».
Les deux dessins précédents montrent que tout escalier double de hauteur h (avec $h \neq 3$ et $h = 3 \times n$) est recouvrable par des « Petits L ».

7 - Périmètre de polygones formés de douze « Petits L »

Douze « Petits L » permettent la réalisation d'un carré 6×6 qu'il est aisé de conjecturer comme étant le polygone de périmètre minimum réalisé avec ces douze pièces. Ces assemblages d'aire constante donnent envie d'en savoir un peu plus à propos des périmètres obtenus.


Périmètre 34


Périmètre 38

Les « Petits L » sont accolés par des côtés entiers de carreaux. L'unité de longueur est la longueur d'un côté des carreaux formant un « Petit L ». Les deux polygones sont recouverts par 12 « Petits L ». Ils ont même aire mais n'ont pas même périmètre.

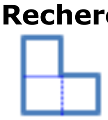
Quelques questions

Parmi les polygones recouverts par douze « Petits L », comment caractériser ceux de périmètre maximal ? De périmètre minimal ?

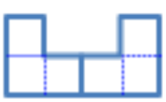
Réussirons-nous à dessiner un polygone recouvert par douze « Petits L » dont le périmètre aura une valeur entière quelconque comprise entre le maximum et le minimum envisagé aux deux questions précédentes ?

Réussirons-nous à apporter une justification aux questions précédentes ?

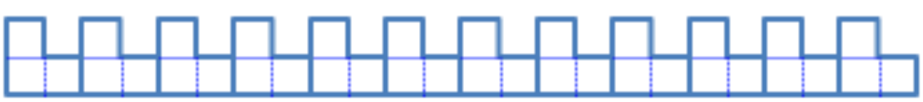
Recherche du périmètre maximal


Le périmètre de chaque pièce est 8.

Le périmètre du polygone recouvert par 12 « Petits L » est donc égal à 12 fois 8 moins 2 fois la longueur des côtés de carreaux formant la jonction des « Petits L ».

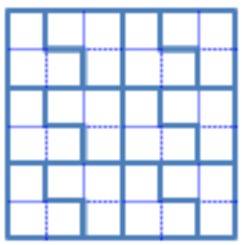

Exemple pour ce polygone recouvert par deux « Petits L » : son périmètre est égal à « 2×8 - 2×1 »

Moins il y aura de côtés de carreaux formant la jonction des « Petits L », plus le périmètre sera grand. Le périmètre sera donc maximal pour tout polygone dont les 12 « Petits L » qui le recouvrent ne se joignent que par un côté de carreau. Un exemple est dessiné ci-dessous.



Il y a onze jonctions, le périmètre maximal est égal à « 12×8 - 2×11 », c'est à dire 74.

Périmètre minimal



Plus le nombre de côtés de carreaux formant la jonction des « Petits L » sera grand, plus le périmètre sera petit. Le périmètre sera donc minimal pour tout polygone tel que les douze « Petits L » qui le recouvrent se joignent par un maximum de côtés de carreau. Le carré ci-contre semble être le polygone de périmètre minimal.

Voici une preuve pour le cas où les polygones étudiés sont des rectangles réalisés avec douze « Petits L ».
Soit L et l la longueur et la largeur des rectangles construits.

$(L + l)^2 = L^2 + l^2 + 2\times L\times l$

$(L - l)^2 = L^2 + l^2 - 2\times L\times l$

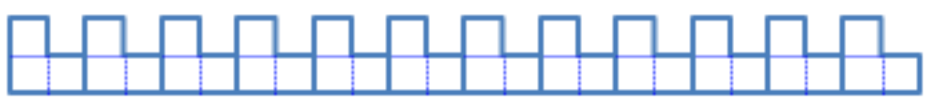
En soustrayant membre à membre ces deux égalités, nous obtenons :

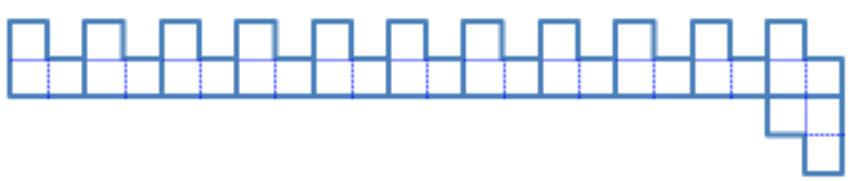
$4\times(L\times l) = (L+l)^2 - (L-l)^2$

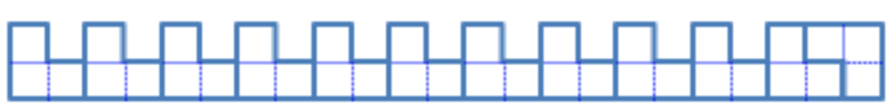
$(L + l)^2 = 4\times(L\times l) + (L-l)^2$

$L\times l$ est constant. Pour que $2\times(L+l)$ soit minimal, il faut que $(L-l)^2$ soit minimal, donc que L soit égal à l. Le rectangle est un carré.
Une autre piste est imaginable en utilisant la formule de Pick. Pour un polygone dont les sommets sont des nœuds du quadrillage, si p est le nombre de points du quadrillage situés sur ses côtés (sommets compris), i le nombre de points du quadrillage intérieurs au polygone, l'aire du polygone peut se calculer à l'aide de la formule « $a = i + p/2 - 1$ ». Les côtés des polygones obtenus avec des « Petits L » sont des parties des lignes du quadrillage. Le nombre p est donc aussi le périmètre du polygone. L'aire a est constante. Pour que ce périmètre soit minimal, il faut donc que le nombre i soit maximal (pour que ce périmètre soit maximal, il faut donc que le nombre i soit minimal).

Pour les valeurs intermédiaires entre le minimum (24) et le maximum (74)
Le périmètre total des douze « Petits L » est 96 (12×8). Pour trouver le périmètre d'un autre polygone recouvert par les douze pièces, nous soustrayons deux fois le nombre de jonctions par des côtés du quadrillage. Le périmètre des polygones est donc toujours pair.

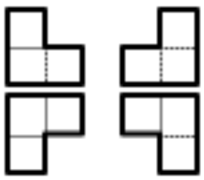






En déformant petit à petit un polygone de périmètre maximal, nous pourrons obtenir des polygones dont les périmètres sont les nombres pairs compris entre 74 et 24.
En classe, les assemblages de deux rectangles 2×3 (donc de quatre « Petits L ») permettent également d'envisager les périmètres d'une famille de polygones d'aire constante.

8 - Quatre positions des « Petits L » et des pavages
Ce type d'activité est présent dans « Jeux 8 » et « Jeux École 2 »

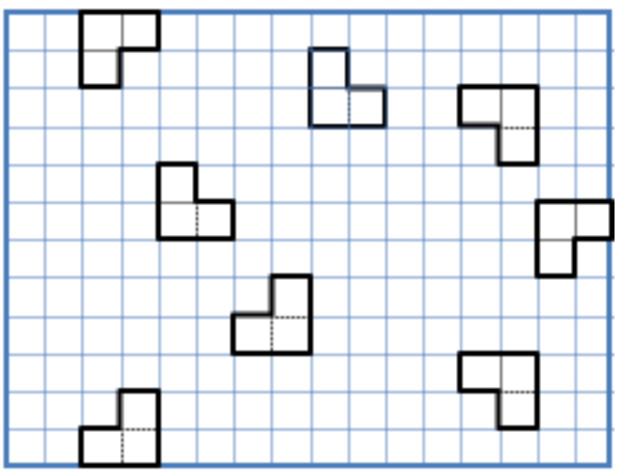


En suivant les directions du quadrillage, voici les quatre dessins possibles d'un « Petit L ».
Des rectangles seront recouverts avec ces quatre dessins.

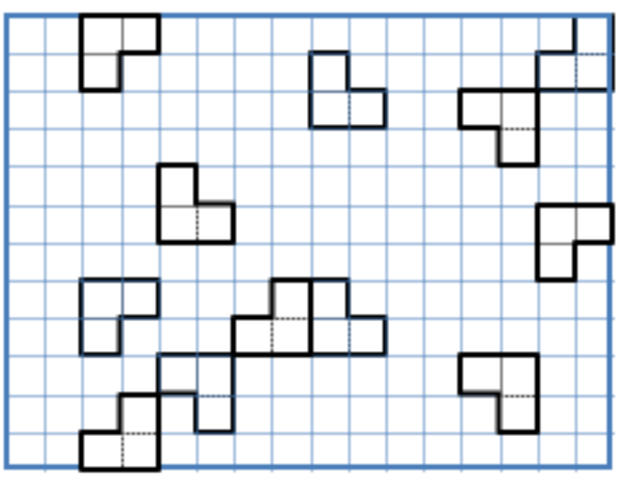
Chaque dessin de la pièce correspond à un dessin du même type par une translation (un glissement sans changer d'orientation).

Attention : en bordure des rectangles ne seront parfois dessinés que des morceaux de « Petits L ».
Comme lors de la pose d'un carrelage, des découpes sont parfois nécessaires.
Pour chaque rectangle, deux niveaux de difficulté sont proposés : le pavage pourra être retrouvé en utilisant deux ou trois dessins du même type.

Un premier pavage

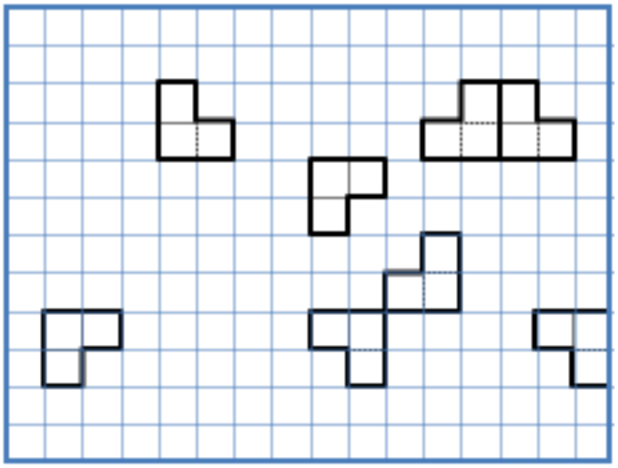


Avec deux dessins de chaque type

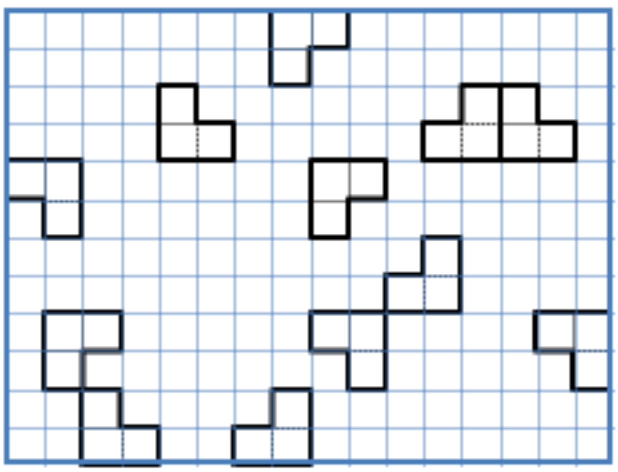


Avec trois dessins de chaque type

Un deuxième pavage

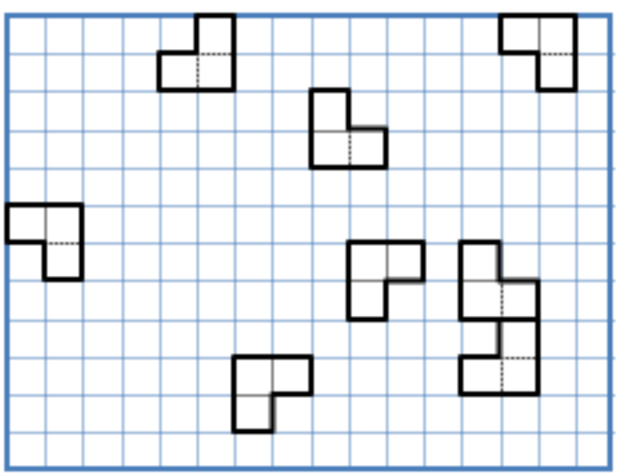


Avec deux dessins de chaque type

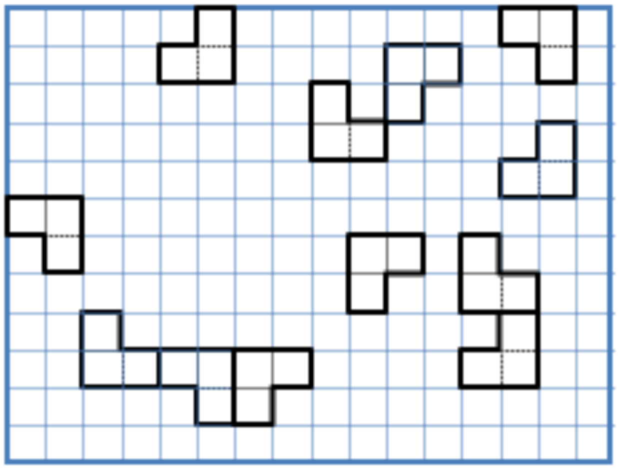


Avec trois dessins de chaque type

Un troisième pavage



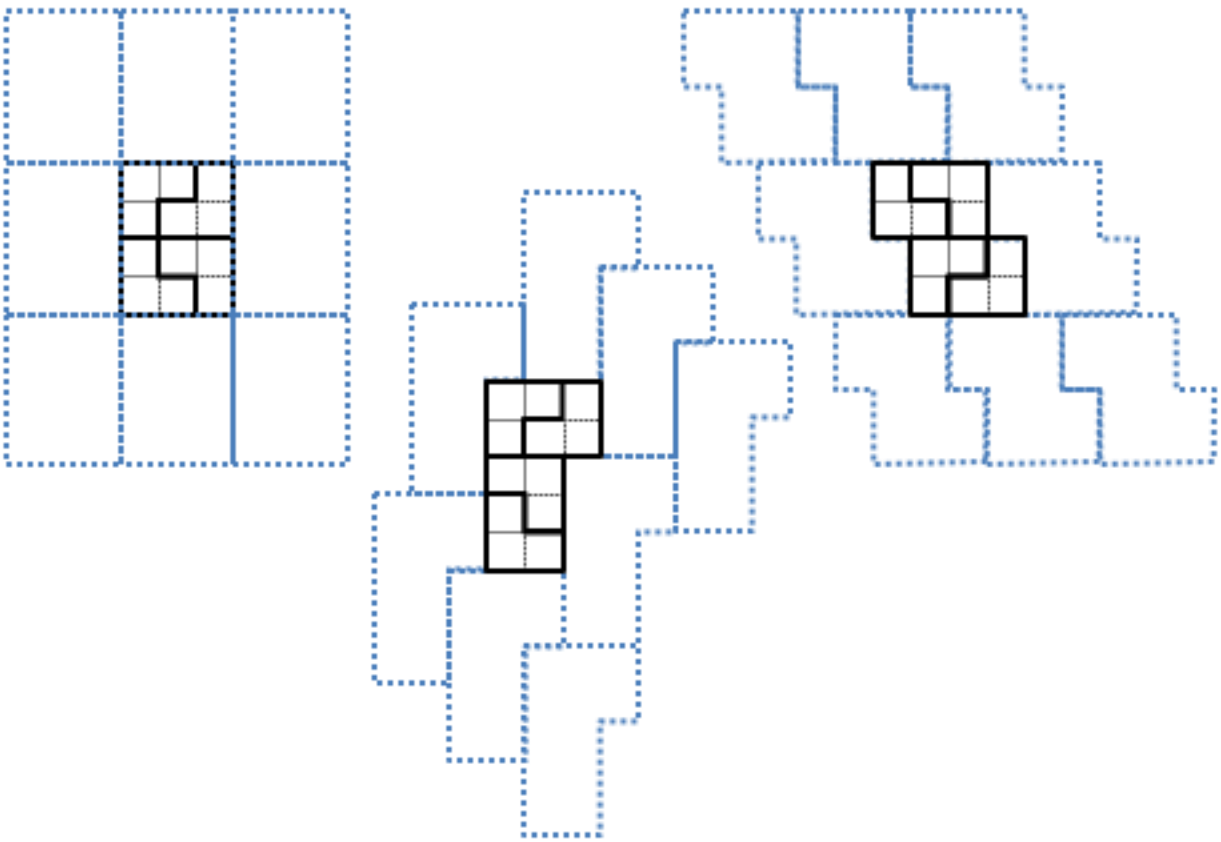
Avec deux dessins de chaque type



Avec trois dessins de chaque type

Une aide éventuelle pour l'utilisateur

Voici les trois pavages utilisés.

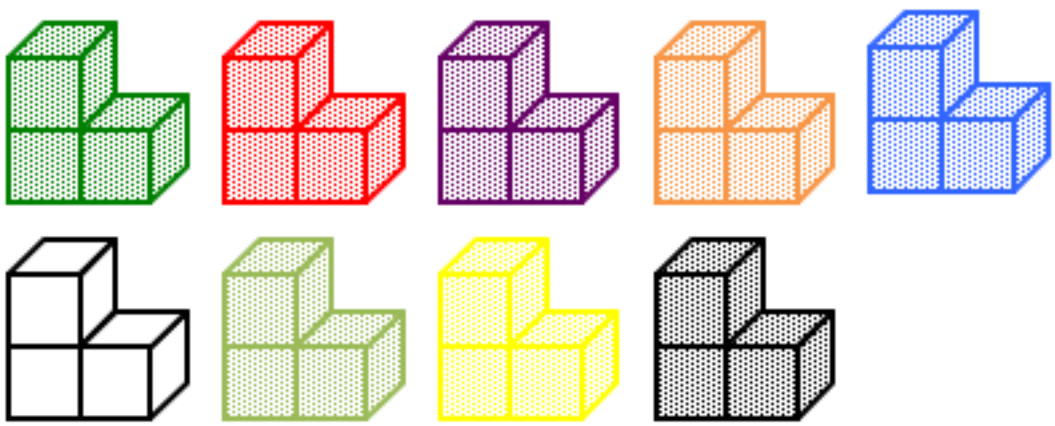


10 - Des « Petits L » épais

Les « Petits L » ont pris de l'épaisseur et sont maintenant des assemblages de trois cubes identiques. Des pavés se construisent aisément avec deux, quatre, six et huit pièces. L'envie est de conjecturer qu'un nombre pair de pièces est nécessaire. Or, le cube, pavé particulier, peut être construit avec les neuf pièces.

En complément, ils ont réalisé des assemblages des neuf pièces. Leurs propositions ont été dessinées.
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/9_tricubes_vers5.pdf
Les activités s'inspirent de celles utilisées il y a quelques années avec des élèves de sixième: n'ayant pas à disposition un nombre suffisant de « Petits L » épais, certains élèves ont manipulé, d'autres ont réfléchi à propos des dimensions possibles des pavés éventuellement constructibles.

Actuellement, des photos de leurs réalisations seraient prises (les neuf « Petits L » épais gagnent à être de couleur différente).

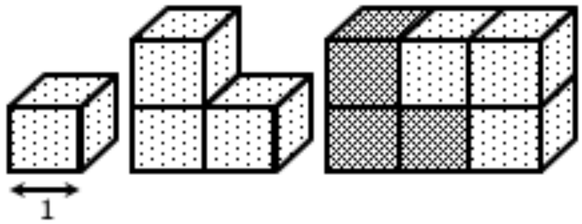


Chaque groupe d'élève utilise neuf pièces. Il sera cependant facile de profiter des compétences d'un bricoleur pour découper des cubes dans des tasseaux 28 mm × 28 mm × 2 m achetés à un prix tout à fait abordable dans un magasin de bricolage. Il restera à les coller trois par trois et les peindre de neuf couleurs différentes : c'est plus joli et cela rend plus facile le coloriage des solutions dans les dessins proposés dans les activités 2 et 3.
Ces « Petits L » épais sont des « rep-solides » et ont la propriété que tout agrandissement à l'échelle « *n* » (*n* est un entier naturel) pourra être reconstruit à l'aide de pièces à l'échelle 1.

https://www.apmep.fr/IMG/pdf/semblable.pdf
La revue PLOT évoque la mise en œuvre d'une activité pour l'échelle 2.
Sous le nom de « cube coloré », Gigamic a commercialisé un jeu utilisant ces neuf pièces.

À propos de l'activité « Les dimensions des pavés à construire »
Le nombre de pavés pouvant être obtenus n'est volontairement pas cité. Il est facile de se persuader rapidement qu'en regroupant les pièces par deux, des pavés pourront être construits. Cette démarche amène à penser qu'il est impossible de réaliser un pavé avec un nombre impair de pièces. Sachant qu'un cube est un pavé particulier, la recherche peut se poursuivre.
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/9_tricubes_vers5.pdf pour retrouver la suite de cette activité

10 - Les dimensions des pavés à construire



La longueur de l'arête d'un des cubes formant les pièces sera l'unité de longueur et le volume d'un des trois cubes formant un « Petit L » épais sera l'unité de volume.

Avec deux pièces, j'ai réalisé un pavé de longueur « 3 », de la largeur « 1 » et de hauteur « 3 ». Son volume est 6.

Je souhaite réaliser le plus de pavés différents possibles en utilisant trois, quatre, cinq, six, sept, huit ou neuf pièces. Indique le nombre de pièces utilisées et les trois dimensions de chaque pavé dans le tableau ci-dessous.

Nombre de pièces utilisées	**Volume du pavé**	**Longueur du pavé**	**Largeur du pavé**	**Hauteur du pavé**
2	6	3	1	2

11 - Des jeux et des « Petits L »

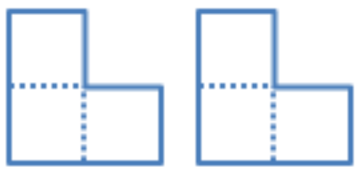
Imbrix
Ce jeu créé par Jean-Jacques DERGHAZARIAN était à l'origine commercialisé par les Éditions Alvéole, 8 Rue des Peires 13800 ISTRES. Il est actuellement vendu par la SCOP « L'ALPIN CHEZ LUI » à La Chalp 05350 ARVIEUX-en-QUEYRAS.
http://www.artisanat-queyras.fr/boutique/jouets-en-bois/183-jeux-imbrix.html

Les pièces sont cinq « Petits L » d'une couleur et cinq « Petits L » d'une autre couleur. Le jeu se joue à deux et a pour but la réalisation d'une « fenêtre » (un carreau vide » au milieu des pièces assemblées).
http://jeuxsoc.fr/?principal=/jeu/imbri donne une présentation du jeu.
http://regle.jeuxsoc.fr/imbri_rg.pdf fournit la règle du jeu.

Twice Dice
Neuf « Petits L » épais s'assemblent pour former un cube. La société « Pentangle » commercialise un casse-tête permettant soit la réalisation d'un dé aux points rouges, soit la réalisation d'un dé aux points verts. Aucune solution n'est fournie avec les neuf pièces, cependant l'une d'entre elle est visible dans le cube transparent qui les contient.
Ce jeu a été pendant quelque temps commercialisé en France par « BASS & BASS » sous le nom « Double dés ».
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/9_tricubes_vers5.pdf le patron des pièces se trouve à la fin de ce document.

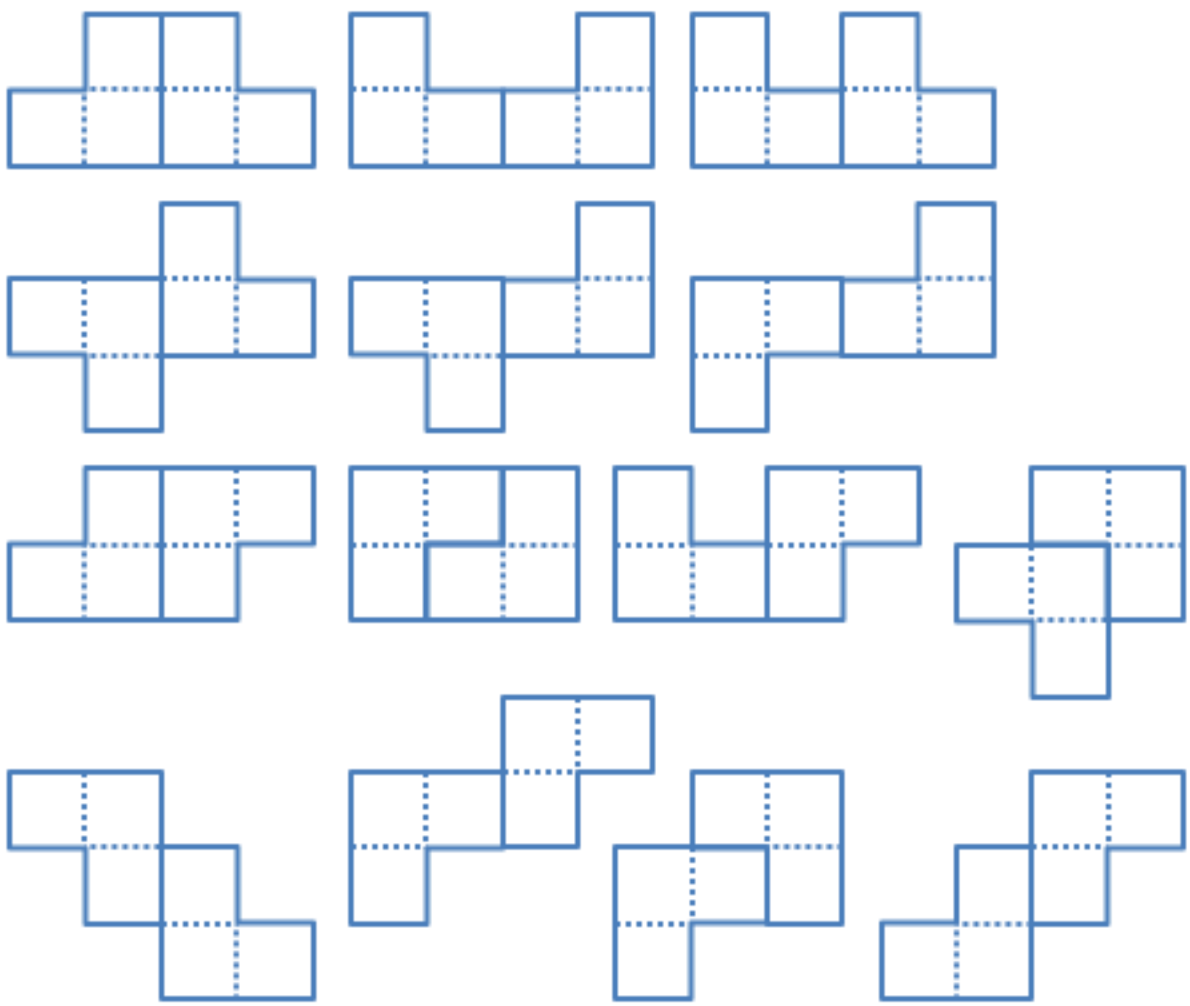
http://www.cleverwood.com/mini_puzzles.htm fournit une présentation du casse-tête.
http://www.cs.brandeis.edu/~storer/JimPuzzles/MATCH/TwiceDice/TwiceDice.pdf fournit des photos des deux solutions.

Des assemblages de deux « Petits L »



Les assemblages de deux « Petits L » par au moins un côté de carré entier sont des hexaminos.
http://fr.wikipedia.org/wiki/Hexamino

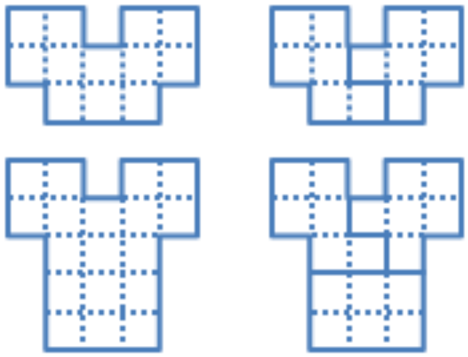
Parmi les trente-cinq hexaminos, seuls quatorze peuvent être recouverts par deux « Petits L ».

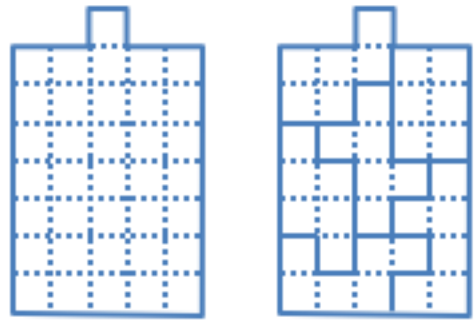


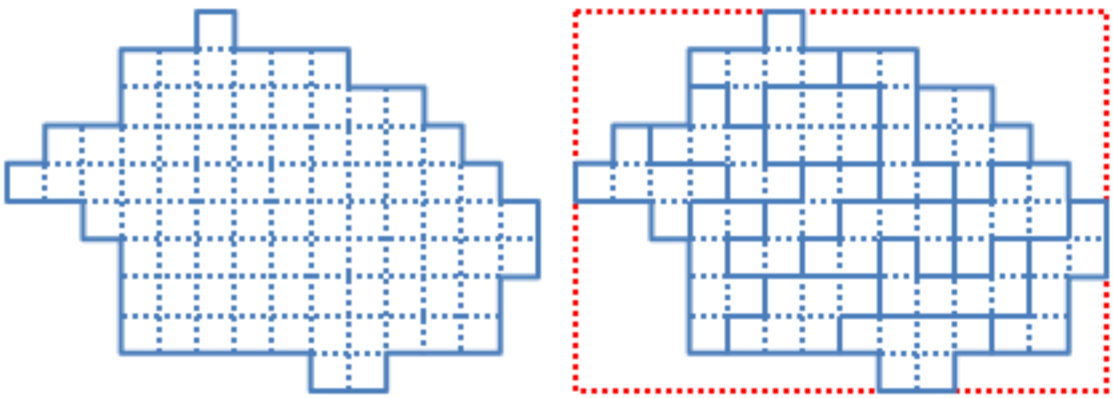
Il n'existe donc que quatorze assemblages possibles de deux « Petits L ».
http://jlsigrist.com/pavehexa.html indique que les trente-cinq hexaminos sont des motifs qui pavent le plan. C'est donc également le cas des quatorze assemblages de deux « Petits L ».

Il reste à explorer les assemblages de ces 14 pièces…

Des polygones symétriques peuvent être obtenus en assemblant certaines pièces.
Ci-dessus, voici trois exemples obtenus avec deux, trois et six pièces. La recherche peut se poursuivre. Existe-t-il un polygone symétrique réalisé avec plus de six pièces ? Avec toutes les pièces ?

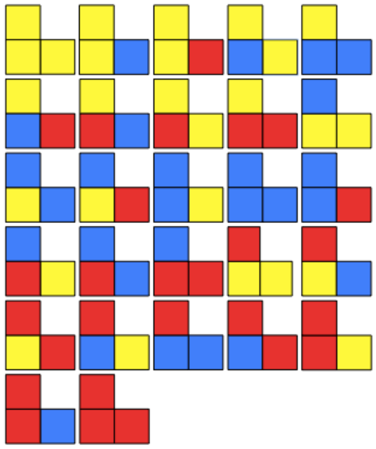




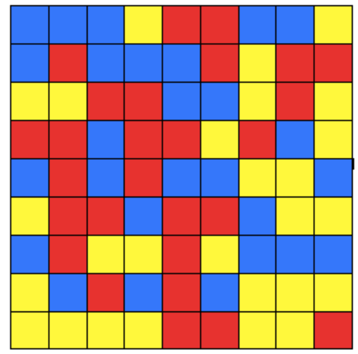


Voici un polygone obtenu en assemblant les quatorze pièces. Si l'unité de longueur est le côté d'un carreau du quadrillage, son périmètre est égal à 48. Avec toutes les pièces, peut-on réaliser un polygone de moindre périmètre ?

Les triminos de Pierre Doridant



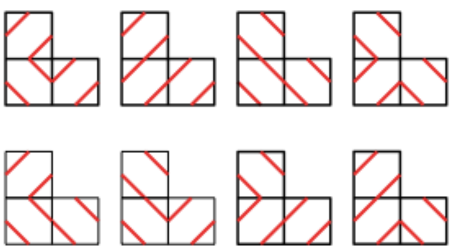
Les vingt-sept pièces



Un carré à recouvrir avec les pièces

http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV127.pdf Ces pièces et leur utilisation pour recouvrir un carré ont été évoquées dans le Petit Vert n°127.
http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV128.pdf En plus d'une solution pour le recouvrement du carré précédent, conscient de la difficulté de la manipulation de ces vingt-sept pièces, le Petit Vert n°128 présente huit « Petits L » dont les petits carrés sont coloriés par une couleur choisie parmi deux.

Petits L traversés



Ils correspondent aux huit pièces évoquées précédemment.

En 2020, des activités les utilisant ont été proposées pour l'événement virtuel « En attendant Bourges ».

Ils correspondent aux huit pièces évoquées précédemment.
Des activités les utilisant ont été proposées pour l'événement virtuel « En attendant Bourges »
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/2020_petits_l_traverses_vers2.pdf

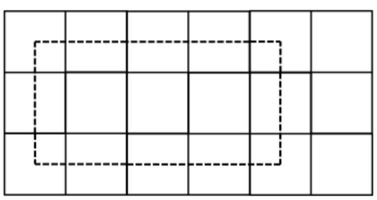
Mise en abyme d'un polygone en dans un assemblage de « Petits L »

Les « Petits L » découpés puis réassemblés forment un polygone dans lequel, en abyme, est visible ce même polygone en dimensions réduites.
En 2020, des activités les utilisant ont été proposées pour l'événement virtuel « En attendant Bourges ».
http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/2020_petit_l_abyme_vers3.pdf

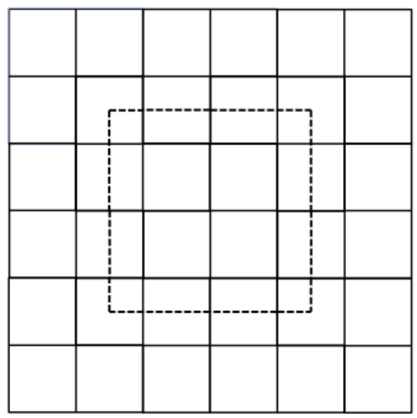
Cela permet de faire travailler à propos de prolongements de segments ainsi qu'avec des polygones dessinés à différentes échelles. Elle sera aussi une occasion d'une rencontre « Maths et Arts » vers des œuvres telles celles évoquées par exemple dans les sites
http://jpdubs.hautetfort.com/archive/2006/06/05/images-abyssales.html et
https://fr.wikipedia.org/wiki/Mise_en_abyme .

Cela sera également l'occasion d'une rencontre avec les notions d'agrandissement et de réduction étudiées pendant le Cycle 4.

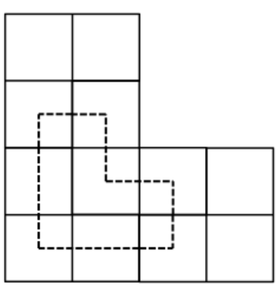
Les polygones à reconstruire



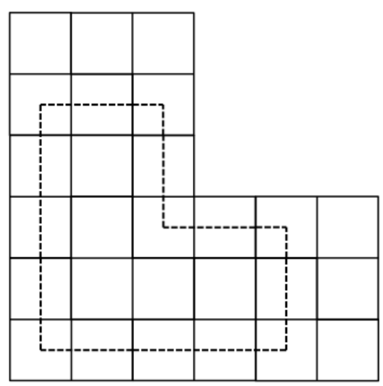
Un rectangle avec six pièces



Un carré avec douze pièces



Un « Petit L » avec quatre pièces



Un « Petit L » avec neuf pièces