|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Cycle d'AP sur exemples/contre-exemples/clichés :** |  |

|  |
| --- |
| **Effectifs et public :**Le cycle a été réalisé avec des groupes de 24 élèves (issus de 3 ou 4 classes) sur 4 séances d'AP.Ils ont été choisis parmi les élèves souhaitant prendre la spécialité maths en 1ère, ou des élèves se destinant à une voie technologique (STMG dans notre établissement).Trois collègues y ont travaillé, et les retours des élèves et enseignants ont été globalement positifs. |

Sont nommés en *bleu et italique* les différents documents utilisés et distribués aux élèves.

**1ère phase : speed dating**

Objectifs :

* comprendre le statut d’un exemple, d’un contre-exemple.
* Apprendre à examiner les conditions d’application des propositions.

Durée : 1h30 environ

Liste des propositions et exemples utilisés dans ce speed dating :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **P1 :** | Pour tout nombre réel *x*, $x^{2}+2x>0$ | **E1 :** | 5 |
| **P2 :** | Le produit d'un nombre différent de zéro par 5 est strictement plus grand que 5 | **E2 :** | 1 |
| **P3 :** | Si $x<3$, alors $x^{2}<9$ | **E3 :** | 0,1 |
| **P4 :** | Si $x⩾5$, alors $-3x+15>-11$ | **E4 :** | 0 |
| **P5 :** | Si un entier naturel est pair, alors il est divisible par 6. | **E5 :** | $$-1$$ |
| **P6 :** | Pour tout nombre réel *x*, $(x+3)^{2}=x^{2}+9$ | **E6 :** | $$-5$$ |
| **P7 :** | Pour tout nombre réel *x* positif, $\sqrt{x}⩽x$ | **E7 :** | $$-3,1$$ |
| **P8 :** | Pour tout nombre réel $x\ne 0$, $x^{2}⩾x$ | **E8 :** | 5,3 |
| **P9 :** | Pour tout nombre réel $x\ne 0$, $x^{3}>0$ | **E9 :** | 10 |
| **P10 :** | Si $x>2$, alors $x^{2}>4$ | **E10 :** | 12 |
| **P11 :** | Si $x⩾1$, alors $\frac{1}{x}⩾1$ | **E11 :** | $$\sqrt{2}$$ |
| **P12 :** | Pour tout nombre réel *x*, $x⩽-x$ | **E12 :** | $$π$$ |

Installation et matériel :

* les tables sont disposées en ligne au centre de la salle
* *affiches intro*, *fiches propositions*, *fiches exemples*, post-it, feuilles de brouillon

Principe :

* La moitié des participant est proposition, l’autre moitié est exemple.
* Le but de chaque « proposition » est de rencontrer tous les exemples afin d’identifier ceux qui peuvent lui faire du bien, ceux qui lui veulent du mal et ceux avec lesquels toute relation est impossible.
Il faut donc identifier exemples, contre-exemples, et exemples qui n'ont rien à voir avec la proposition (problème d'ensemble de définition). Ceci n'est au préalable pas expliqué aux élèves, ils se rendent compte au fur et à mesure des échanges en quoi consiste le jeu.
* Le but des « exemples » est de trouver toutes les propositions pour lesquelles ils peuvent se rendre utiles, pour les consoler ou les démonter.
* Chaque participant complète sa fiche au fur et à mesure.
* Vérification collective des fiches à la fin du dating.

Déroulement :

* Petites annonces affichées à l’entrée
* Explication du jeu et des règles. Chaque élève se muni d’un stylo. Sacs au fond.
* Présentation des *fiches proposition* et *fiches exemples*
* Chaque élève pioche une fiche dans la pochette. Il est soit proposition, soit exemple.
* Il note son nom sur un post-it (P1, P2, E1, E2 etc ...) qu’il portera sur son torse.
* Les propositions s’installent toutes du même côté des tables, les exemples attendent.
* Dans un ordre préétabli, le dating commence.
* Les 2 personnages « face à face » se mettent d’accord pour compléter chacun leur fiche personnelle.
* Une fois que tous les « couples » sont d’accords, on passe au suivant. Ainsi de suite.
* Une fois le dating complet, chacun reste à la table où il est pour le débriefing.
* On distribue la *fiche débriefing élève* vierge aux élèves. Ils la complètent au fur et à mesure, ainsi que leur fiche de départ.
* En débat collectif, animé par le prof, on prend proposition par proposition et on donne les exemples qui sont des exemples, des contre-exemples et ceux qui ne peuvent pas servir.
* On peut éventuellement compter les points : 1 point par ex ou proposition bien placé
* On fait ressortir la véracité de chaque proposition. (cas particulier de la proposition 10, qui semble vraie mais… son cas sera traité plus tard, cas de la proposition 12 qui leur parait fausse « tout le temps » alors qu’elle est vraie pour certaines valeurs de *x*)
* On fait le bilan sur le statut de l’exemple, du contre-exemple.
* S’il n’y a pas 24 élèves, enlever proposition 11 puis proposition 4 et $π$puis $\sqrt{2}$.

**2ème phase : travail sur une liste de propositions.**

Objectifs :

* réinvestir ce qui a été vu dans l’activité précédente : un contre-exemple suffit à prouver qu'une proposition est fausse, tandis qu'un exemple ne suffit pas à justifier qu'elle est vraie.
* Travail sur les **clichés**, sur les erreurs « habituelles ».

Durée : 1h30

Liste des propositions travaillées dans cette phase :

 **P1 :** Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$

 **P2 :** Pour tout nombre réel *a*, $\sqrt{a^{2}}=a$

 **P3 :** Pour tout nombre réel *x*, $-2x^{2}-100x+10000>0$

 **P4 :** Pour tous nombres réels *a* et *b*, $(a+b)^{2}=a^{2}+b^{2}$

 **P5 :**  il existe des nombres réels *a* et *b* tels que $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$

 **P6 :** Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{ab}=\sqrt{a}×\sqrt{b}$

 **P7 :** Pour tous nombres réels *a* et *b* non nuls, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$

 **P8 :** Pour tous nombres réels *a* et *b* tels que $a\ne 0$, $\frac{a+b}{a}=b$

 **P9 :** Pour tous nombres réels *a* et *b* non nuls, si $a<b$, alors $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

 **P10 :** Pour tout nombre réel *x*, si $x>2$alors $x^{2}>4$

 **P11 :** Pour tous nombres réels *a* et *b*, si $a<b$, alors $a^{2}<b^{2}$

 **P12 :** Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{a+b}⩽\sqrt{a}+\sqrt{b}$

Installation et matériel :

* une fiche *Travail sur les propositions* comportant une liste de 10 propositions (certaines vraies, d'autres fausses), ainsi que le lien vers le questionnaire en ligne à compléter.
* groupes de 3/4 élèves, un ordinateur par groupe, questionnaire Quizinière, une *fiche de travail en groupe* par groupe
* ordi prof avec vidéo-projecteur,

Principe : en groupe, les élèves discutent pour tomber d’accord sur la véracité de chaque proposition. Ils essayent de trouver des arguments pour étayer leurs réponses.

Déroulement :

* Le lien du questionnaire est donné aux groupes.
* Pour chaque proposition, les élèves discutent, cherchent, débattent pour se mettre d’accord, nomment un rapporteur. Ils utilisent la fiche de travail de groupe pour garder une trace afin de pouvoir présenter et argumenter avec les autres groupes dans la 2ème partie.
* Ils complètent un questionnaire en ligne par groupe.
* Une fois les résultats envoyés, on les projette.
* On discute proposition par proposition (peut être en commençant par celles pour lesquelles ils sont tous d’accord). Chaque rapporteur présente le travail de son groupe.
* Normalement, les groupes devraient avoir réussi à démontrer que les **propositions 1-4-7-8-9-11 sont fausses** à l’aide de contre-exemples. Les **propositions 2-3 sont fausses** aussi mais ils auront peut-être plus de mal à le prouver.
* Cela sera certainement plus compliqué pour **les propositions 6-10-12, qui sont vraies**. On arrivera certainement à des conclusions du genre « elles semblent vraies mais…. ». Cela sera suffisant pour cette phase.

**3ème phase : travail sur une proposition particulière : proposition 3**

*Si jamais cela n’a pas été réglé avant avec un contre-exemple…Chacune de nous trois a eu un groupe au moins qui a trouvé un contre-exemple, nous n'avons donc pas expérimenté cette phase !*

Objectifs : Comprendre que si on ne trouve pas de contre-exemple, cela ne signifie pas forcément que la proposition est fausse.

Durée : 30 minutes

Matériel : ordinateur, geogebra, calculatrices

Principe : en classe entière, on essaye de régler le problème de cette proposition fausse-vraie.

Déroulement :

**4ème phase : démonstration des propositions vraies**

 **P10 :** Pour tout nombre réel $x>2$, alors $x^{2}>4$

 **P6 :** Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{ab}=\sqrt{a}×\sqrt{b}$

 **P12 :** Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{a+b}⩽\sqrt{a}+\sqrt{b}$

Objectifs : Comprendre l’intérêt de démontrer, se lancer dans une démonstration

Durée : ?

Matériel : groupes de 3/4 élèves, brouillon

Principe : chaque groupe de 3 ou 4 élèves, prend en charge la démonstration d’une des propositions vraies

Déroulement : les élèves cherchent en groupe, guidés par le professeur.