

## Recueil de problèmes mathématiques "historiques".

### Plusieurs récréations extraites du Veribus Quantitatis, Luca Pacioli

#### Problème1 : un jeu de devinette

Quelqu'un a pensé à un nombre inférieur à 104 et dit: « sais-tu le trouver avec une règle qui soit valide pour tous les nombres de 1 à 104? » Fais ainsi :

Dis-lui de diviser le nombre par 3, et de te dire le reste de la division. Ce reste tu le gardes en mémoire multiplié par 70.

Puis fais-lui diviser le nombre par 5, demande le reste et garde en mémoire le reste multiplié par 21. Puis fais-lui diviser le nombre par 7 et garde en mémoire le reste multiplié par 15. Additionne les trois nombres gardés en mémoire, divise le résultat par 105 et le reste que tu obtiendras sera le nombre pensé, car, comme je disais, il est inférieur à 105. Au-delà, la règle ne vaut plus.

#### Problème 2:

Prends des cailloux en nombre égal dans chaque main, déplaces-en un certain nombre de la main droite vers la main gauche, pose les cailloux restant dans la main droite, et pose-en autant venant de la main gauche. Saches qu'il te restera en main le double du nombre de cailloux que tu as déplacé. Puis, pour qu'il ne découvre pas le truc, donne-lui-en encore quelques-uns, puis tu lui diras combien il en a en tout et il ne saura pas comment tu as fait.

#### Problème 3 : *Jeu sur la numération de position*

Une personne a lancé deux dés, on veut savoir quels nombres sont tombés.

Fais ainsi : dis-lui de doubler le plus petit nombre, puis d'ajouter 5 puis de multiplier le résultat par 5, puis fais-lui ajouter le nombre de l'autre dé et demande le résultat : soustrais mentalement 25 à cette somme, le nombre des dizaines du nombre obtenu est la plus petite valeur des dés, le nombre des unités est la plus grande valeur des dés.

Problème 4: Une personne a pensé à un nombre, l'a multiplié par 10, lui a ajouté 7, a doublé la somme, divisé le produit par 5 et multiplié le reste de la division par lui-même obtenant 16. Quel nombre a-t-il pensé ?

Dans ce cas fais ainsi : prends ton nombre préféré et ça ira bien.

Et ainsi, si tu veux rendre le jeu plus beau, gardes bien présent le nombre que tu fais ajouter, et le reste qu'il te donne, tu pourras choisir le nombre que tu veux autant de fois que tu veux et tu sauras toujours le résultat.

Sur ce sujet je n'en dis pas plus, fais seul.

#### Problème 5 : Traversée d'un fossé

Tu trouves sur une île carrée entourée d'une rivière large de 24 m.

Tu disposes seulement de deux planches longues de 16 m.

Comment ferais-tu pour passer de l'autre côté?

Problème 8 : Le principe : Répartir le contenu d'un tonneau de vin plein entre plusieurs personnes (généralement 2) à l'aide de deux conteneurs vides ou non.

- La notation (8, 5, 3 : 4, 4) indique les données du premier problème : avec un conteneur plein de 8 litres, et deux vides de 5 et 3 litres, obtenir 4 litres et 4 litres.
- Résoudre les problèmes suivants avec 3 récipients : (12, 7, 5 : 6, 6) avec 4 récipients (18, 5, 6, 7 : 6, 6, 6)
- Deux cas impossibles (on le dit ou pas?) : (10, 6, 4) ou (12, 8, 6)

## Divers problèmes

### Le problème des partis chez L. Pacioli - *La Summa de arithmetica goemetria proportioni et proportionalita*

Deux camps jouent à la balle ; chaque manche est de 10 points et il faut 60 points pour gagner le jeu ; la mise totale est de 10 ducats. Il arrive que, pour quelque raison accidentelle, le jeu ne puisse pas s'achever. On demande ce que touche de la mise totale chacun des deux camps, lorsque l'un a 50 points et l'autre a 20 points.

### Un des problèmes de Huygens : (1657 *De ratiociniis in ludo aleae*)

A et B jouent l'une contre l'autre avec 2 dés à la condition suivante : A aura gagné s'il jette 6 points, B s'il en jette 7. A fera le premier un seul coup; ensuite B 2 coups l'un après l'autre; puis de nouveau A 2 coups, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'un ou l'autre ait gagné. On demande le rapport de la chance de A à celle de B. Réponse : comme 10355 est à 12276.

### Le problème des pommes : ( *liber augmenti et diminutionis*)

Et si quelqu'un avait dit : un certain homme est entré dans un verger et y a cueilli des pommes. Le verger a 3 portes dont chacune d'entre elles est défendue par un gardien. L'homme partage ses pommes avec le premier gardien et il lui en donne 2 en plus. Il les partage encore avec le troisième et il lui en donne aussi 2 en plus. Et il sort en ayant une pomme. Combien de pommes avait-il alors cueillies?

### Le problème des pains : Fourrey : *Récréations arithmétiques, Vuibert et ACL éditions 1994. ( pb p 160)*

Deux hommes, l'un ayant trois pains et l'autre cinq, rencontrent un affamé riche de huit pièces d'or. Ils partagent les huit pains équitablement entre eux, et les deux premiers reçoivent les huit pièces en dédommagement.

Le problème est alors de partager équitablement les huit pièces entre les deux fournisseurs de pain.

Le premier est pour la répartition trois/cinq

Mais le second pour la répartition un/sept, arguant que chacun a mangé huit tiers de pain tandis que le premier a fourni neuf tiers de pain et le second quinze tiers de pain, si bien que le second a donné sept tiers à l'affamé et le premier un seul.

Qu'en pensez-vous?

### Le premier problème du chevalier de Méré nommé le problème des paris :

- Pari 1 : Si l'on jette 4 fois un dé à six faces, il y a plus de chances qu'on obtienne un 6 plutôt qu'on n'en obtienne pas.
- Pari 2 : Si l'on jette 24 fois deux dés à six faces, Méré pensait qu'il y avait aussi plus de chances qu'on obtienne un double six plutôt qu'on n'en obtienne pas.

### Résoudre une équation du premier degré chez Al-Khwarismi : Résoudre $3x - 5 = 2x$

« si 3 choses diminuées de 5 valent 2 choses, je compense avec 5; alors 3 choses diminuées de 5 et augmentées de 5 valent 2 choses augmentées de 5; 3 choses valent 2 choses et 5». (

### Résoudre une équation du second degré chez Al-Khwarismi : Résoudre $5x^2 + 10x = 39$

"Quant aux carrés et aux racines qui égalent le nombre, c'est comme lorsque tu dis : un carré et dix de ses racines égalent trente-neuf dirhams. Sa signification est que tout carré, si tu lui ajoutes l'équivalent de dix de ses racines [est tel que] cela atteindra trente-neuf. Son procédé [de résolution] consiste à diviser les racines par deux, et c'est cinq dans ce problème. Tu le multiplies par lui-même et ce sera vingt-cinq. Tu l'ajoutes à trente-neuf. Cela donnera soixante-quatre. Tu prends alors sa racine carrée qui est huit et tu en retranches la moitié [du nombre] des racines et c'est cinq. Il reste trois et c'est la racine du carré que tu cherches et le carré est neuf."