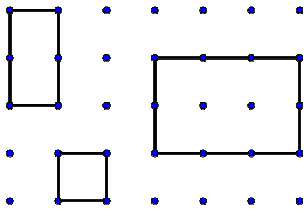


Rallye Mathématique de Lorraine 2015

Exercice 1 : Que de rectangles !

On dispose d'une grille de 5×7 points. On construit, sur ces points, des rectangles dont les côtés sont parallèles aux bords de la grille. Trois sont construits à titre d'exemples (attention : les carrés sont des rectangles !). Combien de rectangles différents (placés à des endroits différents, les rectangles sont considérés comme différents) peut-on réaliser avec cette grille ?



Exercice 2 : Un sudoku 2015

		0		7		2		6
		7	3			8		
		4	2		0	3		
4		8			2	0	1	5
				8	4			
2	6			5				
1							0	7
								3
		0	2	1	4			

Le commissaire Girard s'adonne à son passe-temps favori. Saurez-vous compléter cette grille avec lui ?

2015 est apparent dans la quatrième ligne.

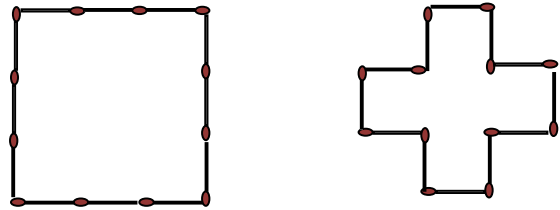
Les lignes, colonnes et carrés 3×3 contiennent les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8.

Exercice 3 : Quelle puissance !

2^{2015} est un très grand nombre. Tellement grand que les calculatrices ne peuvent pas le donner : il faut plus de 600 chiffres pour l'écrire.

Mais sauriez-vous trouver le dernier chiffre de ce nombre 2^{2015} ?

Exercice 4 : Allum'aire



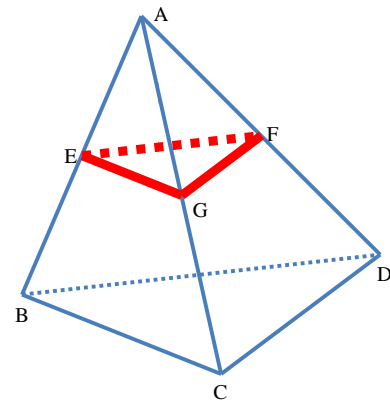
Le commissaire Girard a cessé de fumer la pipe depuis bien longtemps mais il a conservé une boîte d'allumettes. Il lui arrive souvent de se relaxer durant une enquête compliquée en manipulant les petits bâtonnets de bois souffrés.

En considérant que l'unité de longueur est une allumette, notre commissaire en prend 12 et forme successivement un carré de 9 unités d'aire et une croix de 5 unités d'aire.

En utilisant les 12 allumettes (sans chevauchement), formez un polygone de 3 unités d'aire.

Exercice 5 : Alors là... J'en suis scié !

ABCD est un tétraèdre régulier, ses faces sont des triangles équilatéraux de côté 4 cm.



Je le scie en passant par les points E, F et G, milieux d'arêtes du tétraèdre. Dessinez un patron des deux solides obtenus.

Exercice 6 : A la queue leu leu...

On écrit tous les nombres entiers, les uns derrière les autres, à partir de 1 :

1234567891011121314151617.....

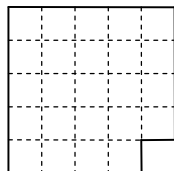
Quel est le deux-mille-quinzième chiffre de cette liste ?

A quel nombre appartient-il ?

Rallye Mathématique de Lorraine 2015

Exercice 7 : Retrouvez la forme !

L'inspecteur Errard est très fier d'avoir réussi à recouvrir la grille quadrillée ci-dessous avec 6 pièces de même aire et de même forme.



Le commissaire Girard affirme alors avoir trouvé une autre forme de pièce qui, répétée 6 fois, permet elle aussi de recouvrir la grille.

Dans les deux cas, les pièces recouvrent toujours des cases entières.

Dessinez, sur chacune des grilles de l'annexe, un recouvrement possible pour l'inspecteur Errard et un recouvrement possible pour le commissaire Girard.

Exercice 8 : Un bon tuyau... codé !

Un mystérieux informateur échange des messages codés avec le commissaire Girard. Le dernier en date donne l'adresse de la planque des braqueurs de banque : « MNGZIG QTEDVGZBAGWK »

Pour crypter leurs messages, les deux correspondants procèdent de la manière suivante :

- la clé de chiffrement est : $a=5$ et $b=12$

- chaque lettre est associée à un nombre :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

- la lettre D, par exemple, est codée ainsi :

- sa valeur est 3 donc on calcule : $a \times 3 + b = 5 \times 3 + 12 = 27$
- puis on cherche le reste de la division de 27 par 26 ($27 = 26 \times 1 + 1$)
- c'est 1, la valeur de B, donc D est codée par B

Quelle est l'adresse de la planque ?

Exercice 9 : Parfois la route est longue...

Ce matin, le commissaire Girard doit se rendre à la préfecture de Lormath pour une réunion.

Il traverse le village de Pascartes situé au quart de son trajet à 7h38. A 8h13, il entre dans Descal marquant les deux-tiers de son parcours.

En admettant que son voyage s'est effectué à vitesse constante, à quelle heure a-t-il quitté son domicile et à quelle heure est-il arrivé à destination ?

Exercice 10 : Soyons carrés !

Antoine le petit-fils du commissaire Girard s'amuse à lancer un dé cubique vert (son résultat sera noté v) et un dé cubique rouge (son résultat sera noté r) dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Il place alors, dans un repère orthonormé les points de coordonnées $(v ; 0)$; $(7 ; v)$; $(0 ; r)$ et $(r ; 7)$

Au troisième essai, le commissaire, toujours observateur, fait remarquer à Antoine qu'il a construit un carré.

Quelle est la probabilité qu'Antoine obtienne un carré ?

Question subsidiaire : C'est le printemps ! Jardinons...

Un paysagiste propose de réaliser un parterre de fleurs composé alternativement d'un carré fleuri, puis d'un carré de gazon formant ainsi un damier végétal.

Le commissaire Girard envisage de recouvrir son jardin carré de cette manière, sans découper aucun carreau.

Il constate rapidement qu'il lui faudra plus de 3 000 pièces de damier de 20 cm de côté ou plus de 2 000 pièces de damier de 30 cm de côté.

Le paysagiste lui dit alors qu'il est en train de concevoir des pièces de 25 cm de côté et qu'alors il lui suffira d'en prendre moins de 4 000.

Donnez, en détaillant le raisonnement, les dimensions de son jardin.