

LE PETIT VERT



BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 94

JUIN 2008

Abonnement 4 n^{os}
par an : 5,80 €

*Opéra Royal de Wallonie à Liège à
visiter lors du prochain Congrès de la
[SBPMef](#) (page 31).*



[Notre site : page 25](#)

SOMMAIRE

<u>EDITORIAL</u>	4
------------------	---

VIE DE L'ASSOCIATION

<i>Bilan d'activités et financier</i>	5
<i>Le comité de la Régionale</i>	9
<i>Compte-rendu Journée 19 mars 2008</i>	10
<i>Rallye 2008</i>	23
<i>Les archives du Petit Vert</i>	28

DANS NOS CLASSES

<i>Fiche CLEMI : étude sur les sondages</i>	15
---	----

11

ETUDE MATHEMATIQUE

<i>Qui peut le plus</i>	25
-------------------------	----

<u>MATH ET MEDIA</u>	19
----------------------	----

RUBRIQUE PROBLEMES

<i>Cryptographie</i>	29
<i>Solution problème 93</i>	30
<i>Solution Sudoku 93</i>	32
<i>Problème 94</i>	32

« LE PETIT VERT » est le bulletin de la Régionale Lorraine A.P.M.E .P..

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la « vie mathématique » locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques « problèmes », « dans la classe » et « maths et média », et parfois une « étude mathématique ». Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à :

jacverdi@orange.fr et christophe.walentin@wanadoo.fr



LA MATHÉMATIQUE DU CHAT



Ceux qui étaient présents à notre journée régionale de mars 2007 se souviennent certainement de la remarquable conférence de Daniel JUSTENS sur les mathématiques dans l'œuvre de Philippe GELUCK : il en a fait un livre paru en mai aux éditions Casterman. Et ceux qui auraient « raté » cette conférence pourront cesser de se désoler de n'avoir pas été là... Bonne lecture à tous.

http://bdfil.fr/Justens/fiche_auteur.htm

édito

Nouvelle adhérente à l'APMEP, je vais, en quelques lignes, essayer d'expliquer les motivations qui m'ont amenée à devenir membre de cette association.

Après onze années d'enseignement dans le même collège (et je l'avoue, sans grand renouvellement dans ma pratique), j'ai ressenti le besoin d'un changement, non pas radical, mais suffisamment important pour apprécier le métier de professeur avec plus d'enthousiasme. Je connaissais, bien sûr, l'association, mais elle ne m'était pas apparue comme un moyen possible de remotivation.

Après avoir obtenu ma mutation pour un nouveau collège, je décidai de m'inscrire à plusieurs stages. C'est au cours de l'un d'entre-eux qu'un collègue - que je ne nommerai pas mais qui se reconnaîtra certainement - sort un épais classeur remplis de jeux mathématiques. Où diable, pensai-je avec envie, s'était-il procuré ce riche recueil d'activités ? C'est ainsi qu'a commencé, en faveur de l'APMEP, un long plaidoyer qui m'a amenée tout d'abord à participer à la journée régionale du 19 mars 2008. La conférence et les ateliers, des discussions et, bien sûr, l'achat des brochures Jeux (le but de mon déplacement...) ont rendu cette journée bien enrichissante pour une enseignante qui veut remettre de l'ordre et de la créativité dans son travail. Comment refuser alors, au cours d'un sympathique déjeuner, de remettre à Jacques mon bulletin d'adhésion ?

Depuis, aucun regret : des articles intéressants dans le magazine PLOT (je me suis même surprise une paire de ciseaux à la main, découpant un ruban de Möbius...), les jeux des fameuses brochures évidemment, sans oublier un goûter auquel j'ai participé... Je découvre, rencontre et apprend. Quoi de plus formateur que d'échanger ses expériences avec d'autres enseignants ?

Un grand merci donc à l'APMEP et à toutes celles et ceux qui m'ont incitée à adhérer. Je leur annonce d'ores et déjà, sans hésitation, ma réadhésion pour l'année prochaine !

Anne DALBIN
(Collège Aragon de Jarny)

BILAN D'ACTIVITÉS 2007 (RAPPORT MORAL)

La Régionale compte 232 adhérents au 31/12/2007.

Comité de la Régionale :

Le comité de la Régionale compte 13 membres élus + 6 membres de droit.

Il y a eu 6 réunions du Comité en 2007 : 10/01 - 14/03 - 02/06 - 05/09 - 29/10 (Besançon) - 24/11

Journée Régionale :

Elle a eu lieu le mercredi 14 mars 2007 à Nancy et a réuni un peu plus de 200 participants dont 120 non adhérents. Inscrite au P.A.F., tous les professeurs de l'académie y sont conviés.

Parmi les participants, environ 49 % enseignent en collège public, 39 % enseignent en lycée/L.P. public.

Conférence : Daniel JUSTENS (IREM et UER de mathématiques appliquées de Bruxelles) : LES MATHÉMATIQUES DU CHAT DE PHILIPPE GELUCK

Il y a eu 10 ateliers et 5 groupes d'échanges et de débats. Parmi les "animateurs" des ateliers et groupes, 15 sont de l'académie (dont 9 du comité de la régionale) et 4 étrangers (2 belges et 2 alsaciens).

L'assemblée générale a eu lieu au cours de cette journée régionale.

Goûters :

4 goûters de l'APMEP ont été organisés :

Le 31 janvier : Jeux et expositions mathématiques avec nos élèves (Collège Hauts de Blémont, Metz)

Le 28 février : Origami (Collège Jules Lagneau Metz)

Le 23 mai : Utilisation de la calculatrice ne LP (Collège Philippe de Vigneulles, Metz)

Le 29 septembre : La maîtrise de la langue en mathématiques, le cas du lexique (Collège Hauts de Blémont, Metz)

Commissions :

Histoire et épistémologie des mathématiques :

La commission a poursuivi son travail.

Groupe Jeux :

A alimenté le Petit Vert et les rubriques du coin jeux du site de la régionale.

Exposition :

L'exposition " Objets mathématiques " poursuit sa circulation dans les établissements scolaires des quatre départements de notre région.

Concours :

La Régionale a poursuivi son concours annuel sur un thème mathématique.

En 2006, le thème choisi a été : " Mathématiques et Architecture "

Rallye :

Il s'est déroulé le 4 mai 2007 et a rassemblé plus de 2 500 participants (54 classes de seconde se sont inscrites, et 44 classes de troisième). Les objectifs du rallye sont de permettre à tous les élèves d'une classe de participer à une activité mathématique, motiver les élèves par des jeux et des énigmes à résoudre, favoriser la communication et la coopération au sein de la classe.

Relations avec l'IUFM :

Comme les années passées, une campagne d'adhésion a été organisée auprès des stagiaires IUFM.

Des adhérents non formateurs leur ont présenté l'APMEP à l'occasion d'un petit goûter.

Le Petit Vert :

4 numéros du journal régional dans l'année d'une trentaine de pages + un Petit Vert en version électronique de présentation des activités de la régionale déposé sur le site de l'académie.

Envoyé gratuitement à tous les adhérents lorrains et aux présidents de Régionale.

Le bulletin n'est plus inscrit à la CPPAP et ne bénéficie plus du tarif postal " journaux et périodiques ". Il est envoyé par mail aux adhérents qui l'ont choisi et toujours par la poste au tarif normal pour les autres.

L'envoi du Petit Vert dans sa version électronique au format PDF est en augmentation et a permis de réaliser des économies.

Site internet :

Mis en page et actualisé par F. Drissi, il est hébergé par le site académique. Un nouveau site est en cours de construction.

Brochures :

Parution à l'automne de la brochure Pentaminos de François Drouin et qui a rencontré un grand succès lors des journées nationales de Besançon.

La brochure « Maths et Arts » a bien avancé et paraîtra pour la journée régionale.

Cérémonie du 40^{ème} anniversaire de la régionale :

Le 24 novembre, une cinquantaine d'adhérents se sont réunis pour célébrer le 40^{ème} anniversaire de la régionale (née « officiellement » le 24 novembre 1967).

Bibliothèque régionale par correspondance :

53 ouvrages et 6 cassettes vidéo relativement peu empruntés.

Représentation de la Régionale :

Un représentant de la Régionale a assisté aux CA de l'IREM et au conseil de l'UFR STMIA de l'université H. Poincaré. La Régionale est représentée au Comité National de l'APMEP par Pierre-Alain MULLER (suppléant : Daniel VAGOST).

BILAN FINANCIER 2007 et PRÉVISION 2008

	Rappel 2006	Bilan 2007	Prév. 2008
Recettes			
Cotisations (Ristourne National)	1 015,90 €	241,40 €	240,00 €
Abonnements Petit Vert	40,60 €	5,80 €	
Intérêts Livret A	359,57 €	381,31 €	350,00 €
Recettes Journées nationales	986,00 €		
Recettes Journée régionale	1 177,00 €	1 265,00 €	1 000,00 €
Recettes Séminaires	583,00 €		600,00 €
Exposition itinérante	20,00 €	40,00 €	50,00 €
Vente de brochures	1 276,35 €	1 301,57 €	1 000,00 €
Total	5 458,42 €	3 235,08 €	3 240,00 €
Dépenses			
Assurance	53,16 €	54,49 €	100,00 €
Bibliothèque			100,00 €
Déplacements comité	255,00 €	340,00 €	500,00 €
Déplacements groupes de travail			
Déplacements expos, manifs	15,00 €	137,18 €	100,00 €
Frais bancaires	4,00 €	6,50 €	7,00 €
Journées nationales	1 134,00 €		
Journée régionale - AG	1 579,42 €	2 223,57 €	1 800,00 €
Anniversaire (40 ans)		413,28 €	
Séminaire régional	669,00 €		700,00 €
Exposition itinérante	10,00 €	10,00 €	50,00 €
Promotion Apmep	8,25 €	26,98 €	40,00 €
Goûters	52,26 €	144,50 €	150,00 €
Rallye		320,00 €	450,00 €
Concours de l'année	449,78 €	249,75 €	
Affranch. Petit Vert+enveloppes	613,29 €	468,90 €	500,00 €
Impression Petit Vert	1 325,80 €	868,25 €	800,00 €
Secrétariat, frais postaux	3,86 €	14,55 €	40,00 €
Cotisations diverses	50,00 €	15,00 €	50,00 €
Frais de port des brochures		1,30 €	50,00 €
Achat brochures et impressions	42,00 €	886,48 €	500,00 €
Total	6 264,82 €	6 180,73 €	5 937,00 €
Solde de l'exercice	- 806,40 €	- 2 945,65 €	- 2 697,00 €
Actif de l'association au 31/12	15 305,71 €	12 360,06 €	9 663,06 €

Commentaires :

Cotisations : la régionale étant considérée comme « riche » (actif au 31/12 supérieur à 10 000 €), la ristourne a été divisée par quatre par rapport à 2006 (décision du comité national).

Les principales dépenses effectives ont été dans l'ordre 'Le Petit Vert', la Journée régionale du 14 mars, le rallye et le concours, les déplacements (réunions du comité, des groupes de travail) et, exceptionnellement pour 2007, la célébration de notre 40^e anniversaire. Le 'Petit Vert' a coûté en 2007 1 331,35 €, soit une économie d'environ 570 € par rapport à 2006, due à la forte progression du Petit Vert PDF envoyé par courrier électronique.

Dans le chapitre 'Journée régionale', les 1 177 € correspondent aux 107 repas payés par les participants ; on les retrouve dans les dépenses. Le solde de cette journée s'élève en réalité à 958,57 € (en dépenses).

En ce qui concerne les brochures (différence entre les achats de brochures nationales et l'impression de la brochure « Avec des pentaminos » d'une part, et la vente de ces brochures en particulier à la Journée régionale d'autre part), le solde est positif et s'élève à 413,79 €.

Le déficit sur l'année s'élève à près de 3 000 € ; nous prévoyons le même pour l'année 2008. A ce rythme-là, la régionale n'aurait plus un sou vaillant fin 2011. L'organisation des journées nationales en 2012 (que l'on espère bénéficiaires) sera donc nécessaire.

Voici la statistique des adhérents de la régionale, classés selon la nature de leur établissement d'exercice. Pour les établissements privés, il nous est impossible de savoir dans quel cycle ils enseignent. Les professeurs d'IUFM sont comptabilisés dans la ligne « enseignement supérieur ».

Nature \ dépt.	54	55	57	88	?	Total
Ecole	1		2	1		4
Collège	26	8	40	14		88
Lycée	25	4	28	15		72
L.P.			3	2		5
Lycée Agricole	1		1			2
Autres	1					1
Coll.+Lyc. Privés	6		6	5		17
IUFM (stagiaires)	1		5			6
Enst. supérieur	9	1	6	2		18
Inspection	5					5
Hors académie					5	5
Etabl. inconnu					5	5
Retraite					24	24
Total	75	13	91	39	34	252

Les 22 membres du Comité :

BACKSCHEIDER Odile, retraitée, j-m-backscheider@wanadoo.fr
BALIVIERA Marie-José, L.P. Louis Geisler à Raon l'Étape, baliviera.mj@wanadoo.fr
BERTOLASO Jean-Michel, L.P. du Bâtiment, Montigny, jm.bertolaso@laposte.net
BOUVART Geneviève, Lycée Ernest Bichat, Lunéville, gbouvart@wanadoo.fr
BURKI Ghislaine, Collège Alfred Mézières, Jarny, ghislaine.burki@ac-nancy-metz.fr
COURSIMAUULT Céline, Lycée Vauban, Luxembourg, Coursimault.celine@wanadoo.fr
DECHOUX Martine, retraitée, Martine.dechoux@wanadoo.fr
DRISSI Fathi, Collège des Hauts de Blémont, Metz, fathi.drissi@free.fr
DROUIN François, IUFM de Lorraine, Metz, francois.drouin2@wanadoo.fr
JACQUES Isabelle, Collège René Nickles, Dommartemont, isjacques@orange.fr
LEININGER Audrey, Collège Paul Valéry, Metz, audreyleininger@yahoo.fr
MARX Laurent, Collège Marie Curie, Fontoy, laurent.marx@ac-nancy-metz.fr
MULLER Pierre-Alain, Lycée Nominé, Sarreguemines, Pierre-alain.muller@wanadoo.fr
RUIBA Michel, collège des Hauts de Blémont, Metz, Michel.ruiba@ecopains.net
SIMONIN Philippe, Collège St. Exupéry, Thierville, Philippe.simonin@ac-nancy-metz.fr
STEF André, Institut Elie Cartan, Univ. Nancy, Vandœuvre, Andre.stef@iecn.u-nancy.fr
TERRIER Loïc, Lycée Henri Loritz, Nancy, Loic.terrier@free.fr
THINUS Nathalie, Collège Le Breuil, Talange, Nathalie.thinus@ac-nancy-metz.fr
VAGOST Daniel, IUT STID, Metz, vagost@libertysurf.fr
VERDIER Jacques, retraité, jacverdier@orange.fr
WAEHREN Gilles, Lycée Charles Mangin, Sarrebourg, Gilles.waehren@wanadoo.fr
WALENTIN Christophe, Collège Cassin, Guénange, Christophe.walentin@wanadoo.fr

Les responsabilités dans le Comité :

Présidente	Céline COURSIMAUULT
Vice-président	Loïc TERRIER
Président d'honneur	Jacques VERDIER
Trésorière	Nathalie THINUS
Trésorier adjoint	Daniel VAGOST
Secrétaire	Philippe SIMONIN
Secrétaire adjoint	Gilles WAEHREN
Responsable Petit Vert	Christophe WALENTIN
Responsable Site Internet	Fathi DRISSI
Responsable 1 ^{er} cycle	Ghislaine BURKI
Responsable 2 nd cycle	Geneviève BOUVART
Responsable Lycées Professionnels	Marie-José BALIVIERA
Responsable Enseignement Supérieur	André STEF
Responsable Formation des Maîtres	François DROUIN
Responsable Groupe Histoire	Gilles WAEHREN
Responsable Groupe Jeux	François DROUIN
Responsable Rallye	Pierre-Alain MULLER
Directeur publication Petit Vert	Jacques VERDIER
Chargé de mission Brochures	Roger CARDOT
Chargée de mission Bibliothèque	Jacqueline EURIAT

Journée régionale du 19 mars

Cette année encore, notre « traditionnelle » journée régionale nancéienne a connu un vif succès et une affluence record. Quelques statistiques pour commencer :

214 inscrits (mais tous ne se sont pas présentés le jour J). Parmi eux 72 adhérents à l'APMEP (seulement... cela peut poser question : pourquoi nos adhérents ne participent-ils pas en masse à cette journée ?). Mais cette journée a également permis d'accueillir parmi nous au moins une quinzaine de nouveaux adhérents.

79 inscrits participaient à cette manifestation pour la première fois (dont 27 stagiaires IUFM).

La majorité des participants enseignaient en collège public (88, représentant 65 collèges), puis venaient les lycées publics (44 enseignants), les L.P. publics (24 enseignants), les collèges-lycées privés (33 enseignants), etc.



La matinée a commencé par une conférence passionnante d'Ahmed DJEBBAR, ayant pour thème la naissance de l'analyse combinatoire chez les mathématiciens arabes du Moyen Orient.

Après une pause-café où les uns et les autres ont pu se rencontrer, acheter des brochures APMEP, les diverses activités de la régionale ont été présentées (sous forme de diaporama) en assemblée générale, suivies d'un très vif débat sur les réactions à avoir face aux nouveaux programmes prévus par notre ministre Darcos à l'école élémentaire pour la rentrée

2008.

Plus de cent personnes se sont retrouvées pour un repas convivial au Foyer du Jeune Ouvrier du Grand-Sauvoy, avant que tous les « congressistes » investissent le collège Jean-Lamour pour dix-sept ateliers (plus un groupe de débat) dont les thèmes étaient fort variés : une expérience de liaison cycle 3 - collège en ZEP ; un travail sur les sondages ; l'application de la base 2 à des jeux mathématiques ; Sam Loyd, précurseur des mathématiques ludiques ; le nombre en mathématiques et en grammaire ; maths et sports ; les frises de 5 à 14 ans (voir photo page suivante) ; un jeu mathématique au service des apprentissages ; la construction de cadrans solaires ; le toboggan le plus rapide (atelier qui a « tapé dans l'œil » des journalistes de la presse régionale) ; la

théorie des parallèles d'Euclide à Lobatchevski ; la mesure du temps en Inde ; la vidéo au service des apprentissages mathématiques ; les suites de Fibonacci dans la phyllotaxie ; le classement usuel des quadrilatères ; et enfin un atelier sur les désormais si célèbres Pentaminos.



A la fin de cette journée, le Comité (qui a accueilli ce jour-là trois nouveaux membres) s'est réuni pour définir la politique et les grandes actions de la régionale pour l'année à venir.

Voici quelques-unes des réactions « à chaud » des participants, qui nous sont parvenues dans les quelques jours qui ont suivi la Journée :

En quelques mots :

- La conférence du matin était un très bon choix, comme l'an passé. J'ai simplement regretté que M. Djebbar semble pris par le temps, alors qu'il avait énormément de choses à dire encore. Mais j'imagine que l'emploi du temps de la journée est très serré.

- L'après-midi, j'ai suivi l'atelier sur les sondages que j'ai trouvé très complet, avec un intervenant très dynamique, passionnant et qui nous a fourni plein de documentation. J'espère retrouver un atelier sur les statistiques l'an prochain.

Merci à vous. *Stéphane*

Je trouve que ce qui est le plus intéressant pour moi est l'échange que je peux avoir avec les autres au niveau de notre boulot, les informations que nous apprenons à chaque fois, la convivialité très importante pour moi, ainsi que le fait que l'on se sent plus efficace à plusieurs pour exprimer notre désaccord, ou pour proposer des choses. *Brigitte*

Pour la première fois, j'ai assisté à un atelier l'après-midi sur les frises et c'était très intéressant. J'ai regretté de n'être pas restée pour l'atelier suivant. Le temps programmé : 1 h 30, m'a semblé un peu juste car il ne permet pas d'échanges.

Je suis professeur des écoles et je pense qu'il faudrait développer les rencontres enseignants primaire/collège afin de permettre des échanges qui ne pourront qu'être bénéfiques pour les élèves.

Merci pour l'organisation de cette journée.

Cordialement, *Catherine*.

Électron libre avec une carrière d'ingénieur qui maintenant est loin derrière moi, je fais occasionnellement depuis plusieurs années des remplacements (entre 6 mois et un an) dans des établissements de la région. C'est avec plaisir que j'ai ainsi pu retrouver mercredi des collègues que j'ai pu côtoyer et même remplacer. La journée APMEP a été l'occasion d'échanges sympathiques autour des thèmes proposés : la conférence d'Ahmed Djebbar qui donne envie d'en savoir plus, les ateliers qu'on avait envie de faire tous. J'ai pour ma part eu l'occasion de travailler sur le nombre en mathématiques et grammaire, et sur le classement des quadrilatères. Le tout trop vite (on avait envie d'approfondir), frustrant (pas d'échos des autres ateliers) et il me semble qu'une petite réunion de synthèse, ou une page sur le net donnant un résumé des interventions avec les présentations style PPS [serait] un bon complément. Mais tout était bien, et merci encore ! *Charles*

N.B.1 Francis Jamm a mis en ligne sur le site de son lycée la présentation qu'il a faite sur la **brachistochrone**. C'est à dire un projet d'article et la présentation PowerPoint :

http://www.lycee-lavoisier.net/spip/spip.php?page=lavoisier&id_rubrique=32 ,
et une fois sur le site de choisir l'onglet Liens & Réalisations. On y trouve aussi ses deux précédentes prestations aux journées régionales de l'APMEP-Lorraine (Tas de sable et Système géocentrique de Ptolémée).

Journée régionale 2009

Elle aura lieu le **mercredi 18 mars** : retenez dès maintenant cette date.

La conférence prévue sera donnée par Jean LEFORT (régionale d'Alsace et IREM de Strasbourg), sur le thème de la **cartographie**.

Dès à présent vous pouvez vous proposer pour animer un atelier (durée 1 h 30), ou éventuellement nous proposer quelqu'un que vous savez susceptible de présenter quelque chose « d'intéressant » et que nous pourrions contacter. Merci d'avance.

La Journée Régionale et la presse...



Mardi 25 Mars 2008

■ ÉDUCATION nancy

S'amuser avec les mathématiques

Deux cents enseignants redécouvrent les joies d'une matière de prime abord austère. Loin des tableaux noirs, ils révisent leurs formules au travers d'ateliers ludiques.



Photo Anthony PICCORE

Francis Jamm a animé un atelier consacré à l'étude de l'inclinaison des toboggans pour y glisser plus vite.

Les mathématiques sont partout. Dans la musique, la peinture, l'écriture et même dans la poésie. A l'occasion de la journée régionale des mathématiques, organisée à Nancy, les enseignants, venus de toute l'académie, ont suivi avec intérêt une conférence portant, entre autres, sur les liens de leur matière avec la poésie arabe. « Il y a dans ces poèmes une régularité du rythme que l'on retrouve dans les suites de nombres ou encore

Michel Ruiba, professeur de mathématiques en collège à Borny a animé, hier, un atelier consacré à la phyllotaxie, étude de l'ordre dans lequel sont implantés les feuilles ou les rameaux sur la tige d'une plante. « En étudiant la forme spirale des pommes de pins, des cœurs des tournesols, des choux romanescos, nous cherchons, sans le savoir, une suite numérique », énonce-t-il. « Ce ne sont pas des maths pures. Cette observation ne nécessite aucun prérequis ».

[Retour sommaire](#)

en géométrie », souligne André Stef, professeur à la faculté de Sciences de Nancy. Il évoque avec d'autres participants et organisateurs de la manifestation, les peintures de Mondrian, les formes géométriques utilisées dans ses tableaux, mais aussi le livre, *La Disparition*, de l'auteur Georges Perec. « Un livre entier sans la voyelle "e". Une contrainte, une disparition empruntée à la culture mathématique », explique François Drouin, membre de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP), à l'initiative de cette journée. Sur une vingtaine d'ateliers, les 220 participants sont invités à manipuler des objets physiques, sortis de leur concept abstrait, couchés sur une feuille de papier.

Image austère

Cette réunion a certes des vertus pédagogiques mais elle a également pour ambition de renforcer la communication entre enseignants. « Nous incitons ainsi nos collègues à oser et à proposer des méthodes de travail qu'ils pourront ensuite réutiliser en cours », relève Francis Jamm, animateur d'un atelier consacré à l'étude de l'inclinaison des toboggans pour y glisser plus vite.

Les mathématiques souffrent d'une image austère et rigide. Loin des programmes officiels et des manuels scolaires, les professeurs cherchent par tous les moyens à rendre ludique ce qui, eux, les passionne. « Ces expérimentations sont réutilisables mais rarement réutilisées », regrette l'un d'entre eux.

F.T.

Maths : un jeu de grands enfants

L'association des professeurs de maths de l'enseignement public organisait des ateliers au collège Jean-Lamour.

La journée régionale des mathématiques, organisée mercredi au collège Jean-Lamour par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, a rassemblé 215 profs de toute la région « pour échanger des expériences, partager des pratiques, dans une ambiance conviviale et néanmoins studieuse ». Conférences et ateliers se sont succédés. Dès le matin, les participants étaient dans le bain avec une causerie d'Ahmed Djebbar sur le thème « De la culture aux mathématiques : l'exemple de l'analyse combinatoire ». L'après-midi, les profs avaient le choix entre une vingtaine d'ateliers. Entre « l'application de la base 2 à quelques jeux mathématiques », « les frises de 5 à 14 ans », « les cadrans solaires », « la phyllotaxie et suites de Fibonacci » ou encore

« des objets mathématiques nommés Pentaminos ». Les enseignants ont pu satisfaire leur curiosité sur la meilleure approche pédagogique. Pour que les maths ne demeurent pas aussi hermétiques que certains des termes énoncés ci-dessus, il suffisait de faire un tour dans un atelier ludique, comme celui du toboggan le plus rapide.

Là, face à de grands enfants, Francis Jamm, enseignant à Mulhouse, faisait rouler des billes sur diverses pistes, en pans inclinés, afin de montrer que la droite est peut-être le chemin le plus court, mais pas le plus rapide. La recherche de la trajectoire optimale pour aborder la cycloïde.

Pour qu'en classe, les réfractaires aux maths ne perdent pas la boule.

D.H.



Pour démontrer que le plus court chemin n'est pas le plus rapide. Photo Denis MOUSTY

[Retour sommaire](#)

DANS NOS CLASSES



A l'occasion de la semaine de la presse 2008, des membres de la régionale APMEP Lorraine se sont réunis avec des membres de la section régionale du CLEMI, pour réaliser une fiche sur les sondages.

Pour ceux qui ne le connaissent pas, le CLEMI (Centre de Liaison de l'Enseignement et des Médias d'Information, <http://www.clemi.org>) a pour mission d'inciter les professeurs (de toutes disciplines) à enseigner aux élèves une pratique citoyenne des médias. Cet objectif ne peut être atteint qu'en établissant un partenariat constant avec les professionnels de l'information.

Établissement du ministère de l'Éducation nationale, associé au CNDP, il organise des formations destinées d'une part à connaître le système des médias, déchiffrer les messages d'information et découvrir la nécessité d'une lecture critique et pluraliste de l'actualité, d'autre part à accompagner la parole des élèves dans le cadre scolaire, pour les former à la responsabilité et à l'exercice de la liberté.

Vous trouverez ci-dessous la fiche pédagogique réalisée, qui avait pour but de compléter la fiche « Sondages d'opinions et médias » (parue dans la revue du Clemi en 2007 à l'occasion de la 18^e semaine de la presse dans l'école) pour laquelle nous pensions que l'aspect statistique mathématique était quasi inexistant.

Vous pourrez la retrouver sur le site du CMEMI-Lorraine (<http://www3.ac-nancy-metz.fr/clemi-lorraine>), rubrique « Fiches pédagogiques ». Elle est destinée avant tout aux enseignants (de l'école et du collège) qui n'ont pas de connaissances spécifiques dans ce domaine.

Qualité d'un sondage, validité des résultats

Quel que soit le support, quel que soit le thème abordé, on constate que les médias font de plus en plus appel aux sondages pour obtenir des éléments chiffrés. Les graphiques élaborés à partir des résultats possèdent un extraordinaire pouvoir de persuasion sur le lecteur.

L'activité proposée cherche à faire découvrir et comprendre le fonctionnement d'un sondage et les notions mathématiques en œuvre.

Objectifs :

S'interroger sur la qualité d'un sondage et la validité des résultats.

Comprendre que la validité d'un résultat ne dépend pas de la taille du groupe concerné mais uniquement de la taille de l'échantillon sondé et de sa constitution.

Public : Élèves de collège et lycée (de la sixième à la seconde)

Matériel : un récipient, une louche, de petits objets identiques en grand nombre et de deux couleurs différentes (des billes, des haricots secs blancs et rouges, etc.)

Ressources : Les lettres info de « Pénombre » N° 46 et 47 consultables sur le site : www.penombre.org

Les sites des organismes : IFOP, BVA, IPSOS, Médiamétrie, ...

Déroulement de l'activité :**Notre problème :**

Dans une ville comptant plus de 100 000 électeurs par exemple, on aimerait connaître les pourcentages de ceux qui vont voter pour la liste A et de ceux qui vont choisir la liste B. Un sondage réalisé auprès d'un échantillon de x personnes va nous donner le résultat.

Comment cela marche ?

Pour cela nous allons représenter les électeurs par de petits objets tous identiques (des billes par exemple) mais de couleurs différentes. Ceux qui votent pour A ont une couleur, ceux qui votent pour B une autre couleur. On mélange alors le tout dans un récipient. Le problème consiste donc à estimer le pourcentage de billes de chaque couleur.

Comme il y en a beaucoup trop pour les compter, on décide de se faire une idée du résultat en prélevant à l'aide d'une louche un échantillon du mélange.

Dénombrer les billes de chaque couleur et calculer les pourcentages correspondants : on obtient une estimation de la proportion de ceux qui vont voter pour A et pour B.

S'interroger alors sur la validité du résultat, la représentativité de l'échantillon, les facteurs en jeu.

En ayant remis le premier échantillon dans l'urne, et bien remélangé, on procède à un deuxième sondage (un deuxième prélèvement). On refait les décomptes et le calcul des pourcentages.

On peut répéter ainsi les sondages une dizaine de fois.

Quelles observations peut-on alors formuler ? Que peut-on en conclure ?

Visualiser les résultats successifs par des points placés sur un même axe gradué.

Les fluctuations des résultats feront apparaître une plage qui contiendra très probablement le pourcentage P réel (mais inconnu). De plus on peut penser que si ces points sont assez « groupés », on peut se faire une bonne idée du résultat cherché ; par contre, s'ils sont trop dispersés, on ne peut pas conclure grand-chose. Essayons de quantifier un peu la situation.

Mathématiquement on peut prouver que si l'on a choisi un échantillon représentatif (aléatoire) d'une population, l'intervalle (ou la fourchette) $[f - 1/\sqrt{n} ; f + 1/\sqrt{n}]$ (n étant le nombre d'éléments de l'échantillon et f la fréquence observée dans l'échantillon) a beaucoup de chances (95%) de contenir la vraie valeur de P. Ainsi, si l'on choisit un échantillon de 1000 personnes pour faire un sondage, le résultat du sondage comportera une incertitude de 3% : si le sondage donne 38% par exemple, on est « presque sûr » que la valeur exacte sera comprise entre 35 et 41 %.

Si le sondage donne 48% pour A et 52% pour B, peut-on prévoir qui va effectivement gagner ? Que devient l'incertitude si l'on ne sonde que 500 personnes ?

Que devient-elle si l'on sonde 10 000 personnes ?

L'effectif total de la population concernée intervient-il dans le résultat d'un sondage ?

Pour différents sondages réalisés par différents organismes :

- rechercher le nombre de personnes interrogées,
- comment sont constitués les échantillons (quels sont les critères de sélection des personnes sondées) ?
- les échantillons sont-ils vraiment représentatifs ou peuvent-ils être biaisés (voir ci-dessous) ?
- quelle crédibilité peut-on accorder à leurs résultats ?

Pour info :

Qu'est-ce qu'un échantillon « biaisé » (ou non-représentatif) ?

Un échantillon biaisé est un échantillon pour lequel la valeur observée est décalée par rapport à celle que l'on recherche. Osons une image : si à la foire on tire avec une carabine sur la cible, mais que le viseur n'est pas dans l'alignement du canon, vos impacts seront décalés par rapport au centre de la cible.

D'autres exemples dans les sondages « habituels » : pour connaître les opinions politiques de la population d'une ville, on envoie un matin de semaine 5 enquêteurs interroger les gens à la sortie de 5 supermarchés.

Ils doivent questionner les clients jusqu'à ce qu'ils réunissent, chacun, un échantillon de 100 réponses. Cet échantillon est « biaisé » car les clients des

supermarchés ne sont pas représentatifs de l'ensemble de la population que l'on voudrait sonder (l'échantillon pourrait contenir trop de femmes, d'inactifs, etc.). C'est le cas aussi pour les sondages réalisés par Internet : les personnes qui ont une liaison Internet correspondent à une certaine partie de la population qui n'est pas nécessairement représentative de l'ensemble ; de plus les seules personnes qui répondent sont souvent celles qui prêtent une attention particulière au sujet posé.

Pour reprendre l'expérience réalisée au début de la fiche, si au lieu de billes de deux couleurs on mettait dans la « marmite » des balles de ping pong et des billes, ou si au lieu de haricots rouges et blancs on mettait des haricots et des lentilles, le tirage « à la louche » pourrait être biaisé : on sait en effet que, en mélangeant, les objets les plus petits (billes, lentilles) ont tendance à descendre au fond ; le tirage ne donnerait pas à chaque « individu » la même chance de se retrouver dans la louche.

La grosse difficulté réside dans le fait que, si le « sondeur » est de bonne foi, il n'imagine pas que son échantillon puisse être biaisé. Et dans ce cas, les pourcentages et les fourchettes calculées comme dans la première partie n'ont plus aucune garantie d'exactitude : l'échantillon n'est pas représentatif.

Une règle d'or à garder en tête quand on veut réaliser un sondage : chaque individu de la population sondée doit avoir autant de chances que les autres, ni plus ni moins, de figurer dans l'échantillon. La seule bonne méthode connue est donc celle du tirage au hasard.

Il existe cependant des méthodes de « redressement » du biais des échantillons (par exemple méthode des quotas ou avec stratification), mais elles sont très complexes, réservées à des spécialistes, et leur « exactitude scientifique » peut être discutée.



Projets de programmes du primaire

La position de la régionale Lorraine à ces projets, élaborée à l'issue de notre Journée régionale du 14 mars dernier avec Serge PETIT (de la régionale d'Alsace et responsable de la Commission « Formation de maîtres » de l'Apmep), est disponible à cette adresse :

http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/Lorraine_programmes_primaire.pdf

MATH & MEDIA



Inflation au Zimbabwe

Lu dans Libé du 30/03/08 :

L'inflation dépasse largement 100 000% par an. Le taux de change au noir du dollar zimbabwéen est ainsi passé, en un an, de 13 000 pour un dollar américain à 45 millions!

Qui arrive à comprendre ce qu'est une inflation de 100 000 % ? N'aurait-il pas été préférable, car plus parlant pour le commun des mortels, de dire que les prix avaient été **multipliés par plus de 1 000** ?

N.B. Mathématiquement, une inflation de 100 000 % correspond à une multiplication par 1 001, mais comme il s'agit dans cet article d'une approximation, l'argument est recevable. Personnellement, je serais partisan, du moins dans les articles destinés au grand public, d'éviter les augmentations en pourcentage dépassant 100 % : par exemple, au lieu de dire qu'un prix a été augmenté de 250 %, dire qu'il a été multiplié par 3,5.

Par contre, la seconde phrase est-elle une illustration de la première (comme le mot **ainsi** pourrait le laisser supposer) ? Si on calcule bien, cela correspond à une multiplication du coût du dollar zimbabwéen (par rapport au dollar américain) par 3 460 environ, ce qui est sans commune mesure avec l'inflation annoncée dans la première phrase.

Le lecteur « lambda » de l'article doit-il chercher à comprendre, ou simplement survoler l'article en pensant que l'inflation est énorme ?

Jacques VERDIER

J'ai proposé lundi cet extrait de journal à mes PE1 avec comme questions : De combien les prix ont-ils augmenté ? Quelles remarques mathématiques avez-vous à faire concernant la dernière phrase ?

Concernant la première question : quelques « *Plus de 100 %, c'est pas possible* », vite rectifiées par certain(e)s (en cours, on avait déjà revu de nombreuses fois comment travailler avec des pourcentages...). Ensuite, ils ont essayé avec une augmentation de 100 % agissant sur une somme de 100, puis une augmentation de 200 %, 300 %, 900 %, 1 000 % pour finalement donner comme "règle" : « *pour savoir par combien les prix ont ils été multipliés : on barre deux zéros et on ajoute 1* ». J'ai réussi à leur faire dire « *on divise par 100 et on ajoute 1* ».

Quelques remarques : utiliser le fait que, pour une hausse de 5 %, on multiplie par 1,05 est difficile pour les PE1. Ils utilisent une formule donnée, il me semble, au

lycée : on multiplie par $(1 + p/100)$, mais n'ont pas la perception que cette même formule peut leur permettre de conclure directement dans le cas proposé dans

l'article : on multiplie par $(1 + 100\,000/100)$ et ainsi justifier la règle "conjecturée". Le rôle des écritures algébriques n'est pas acquis chez eux.

Je pourrais rajouter que des PE1 associent une hausse à une addition et sont surpris que j'évoque une multiplication.

Pour la seconde question, ils ont constaté que 13 000 multiplié par 1 001 n'était pas égal à 45 millions et donc qu'il y avait une erreur. Une remarque, à propos du mot "largement" dans la première phrase, a été faite et sous exploitée par manque de temps (c'était la dernière fois que je les voyais avant le concours et j'avais encore plein de choses à revoir avec eux : je reposerai l'exercice l'an prochain, mais plus tôt dans l'année).

François DROUIN



On a le moral à -41 !

La grande dépression

L'envolée des prix au quotidien et l'ambiance morose de l'économie internationale font plonger le moral des Français à son plus bas niveau historique.



François Drouin nous a envoyé, fin février, un article de l'Est Républicain du 29/02/08, dont le titre reproduit ci-dessus et l'illustration ci-contre résumait le sujet abordé. Et François avait ajouté en exergue : « **Habituellement, quand ça va mal, on dit qu'on a le moral à zéro. On peut dire que cela va très mal, on a le moral à " -35"** ».

Dans l'article, rien sur ce que représentent ces « mesures » du moral (qui a culminé à -13 en juin 2007), pour atteindre -35 en février 2008, date de ces extraits du journal, et même -41 en mai.

Le responsable de la rubrique Math & Médias du Petit Vert a voulu en savoir un peu plus sur la façon dont était calculé cet indicateur et a donc recherché le

document source (INSEE, voir image) à cette adresse :

http://www.insee.fr/fr/indicateur/indic_conj/indconj_frame.asp?ind_id=20

Il y a découvert un tableau, dont voici un extrait :

	Sept 2007	Oct 2007	Nov 2007	Déc 2007	Janv 2008	Fév 2008	Mars 2008	Avr 2008	Mai 2008
Niveau de vie (évolution passée)	-52	-55	-60	-62	-65	-68	-71	-69	-74
Niveau de vie (persp. évolution)	-26	-26	-36	-32	-44	-42	-40	-43	-49
Sit ^{on} financière (évolution passée)	-16	-18	-20	-23	-25	-27	-30	-29	-32
Sit ^{on} financière (persp. évolution)	-5	-6	-9	-10	-14	-14	-14	-16	-18
Opportunité d'acheter	-10	-12	-19	-24	-25	-26	-28	-28	-31
Indicateur résumé	-22	-23	-29	-30	-35	-35	-36	-37	-41

En dessous de ce tableau on peut lire, en petits caractères, le texte ci-dessous :

L'indicateur résumé est la moyenne arithmétique des cinq indicateurs suivants : niveau de vie en France (évolution passée / perspectives d'évolution) ; situation financière personnelle (évolution passée / perspectives d'évolution) ; opportunité de faire des achats importants.

*Pour chaque question posée, on calcule un solde d'opinion par différence entre les pourcentages de réponses positives et négatives. **Le niveau de ces soldes n'est pas directement interprétable. Seules les évolutions le sont.***

On est content de savoir que l'évolution de quelque chose qui n'est pas interprétable est, elle, interprétable !

Pour en savoir plus sur la méthodologie de l'enquête, nous avons consulté http://www.insee.fr/fr/indicateur/indic_conj/donnees/method_idconj_20.pdf :

L'Insee réalise depuis janvier 1987 l'enquête mensuelle de conjoncture auprès des ménages.

(...) Elle mesure les phénomènes conjoncturels tels qu'ils sont perçus par les ménages indépendamment de l'élaboration des indicateurs macro-économiques (prix, chômage, épargne...).

(...) Les interrogations sont faites par téléphone¹ auprès d'environ 2000 ménages, (...) elles ont lieu au cours des trois premières semaines de chaque mois, sauf en août.

Note 1 : mais le tirage de l'échantillon est modifié, en particulier pour mieux tenir compte des taux de pénétration des listes rouges et oranges.

Chaque indicateur est calculé en faisant la différence entre les pourcentages de réponses positives et négatives. Les réponses « ne sait pas » n'entrent pas dans le calcul.

Nota bene : la série corrigée des variations saisonnières est obtenue par désaisonnalisation de la série brute (et non par moyenne des séries de base désaisonnalisées).

Voilà qui nous en dit un peu plus sur la façon dont on calcule les valeurs du tableau précédent. Mais allons un peu plus loin sur ce site pour y découvrir les questions posées, (il y a en a 11, dont 5 correspondent aux indicateurs du tableau précédent) :

Question 1 : À votre avis, au cours des douze derniers mois, la situation économique générale de la France...s'est nettement améliorée (+) / s'est un peu améliorée (+) / est restée stationnaire / s'est un peu dégradée (-) / s'est nettement dégradée (-).

Question 2 : À votre avis, au cours des douze prochains mois, la situation économique générale de la France va... nettement s'améliorer (+) / un peu s'améliorer (+) / rester stationnaire / un peu se dégrader (-) / nettement se dégrader (-).

Question 6 : Dans la situation économique actuelle, pensez-vous que les gens aient intérêt à faire des achats importants ? (meubles, électroménager, matériels électroniques ou informatiques...) oui, le moment est plutôt favorable (+) / le moment n'est ni favorable ni défavorable / non, le moment est plutôt défavorable (-)

Question 9 : Au cours des douze derniers mois, la situation financière de votre foyer... s'est nettement améliorée (+) / s'est un peu améliorée (+) / est restée stationnaire / s'est un peu dégradée (-) / s'est nettement dégradée (-).

Question 10 : Pensez-vous que, au cours des douze prochains mois, la situation financière de votre foyer va... nettement s'améliorer (+) / un peu s'améliorer (+) / rester stationnaire / un peu se dégrader (-) / nettement se dégrader (-).

Par exemple, si les réponses aux 5 items de cette 10^e question sont respectivement 3 %, 18 %, 22 %, 41 % et 16 % (les réponses « je ne sais pas » n'étant pas comptabilisées), l'indicateur correspondant vaudra - 36 (différence entre 3+18 réponses positives et 41+16 réponses négatives).

N.B. On pourra consulter les graphiques d'évolution de cet indicateur « moral des ménages », avec les détails pour chacune des 11 questions, sur :

http://www.insee.fr/fr/indicateur/indic_conj/donnees/doc_idconj_20.pdf



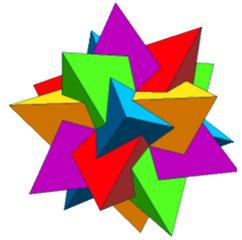
Le numéro 12 de la Feuille @ problèmes vient de sortir. Il est consultable à l'adresse :

<http://irem-fpb.univ-lyon1.fr/>

Son thème : suite, induction, récurrence



Rallye mathématique 2008



Les épreuves du Rallye mathématique 2008 organisé par notre régionale se sont déroulées le vendredi 11 avril dernier. 111 classes ont participé cette année (55 classes de troisième et 56 classes de seconde), soit une augmentation de 30 % par rapport à l'an passé.

Voici le palmarès :

Pour les collèges :

1^{er} prix : classe de 3^e 3 du collège Jean Rostand de Metz

2^e prix : classe de 3^e 5 du collège Jean Mermoz de Marly

3^e prix : classe de 3^e 2 du collège G. Pierné de S^{te} Marie aux Chênes

Pour les lycées :

1^{er} prix : classe de 2^e GT2 du lycée Boutet de Monvel de Lunéville

2^e prix : classe de 2^e C du lycée français Vauban de Luxembourg

3^e prix : classe de 2^e 2 de l'ensemble scolaire N.D. S^t Sigisbert à Nancy.

Signalons que, comme l'an passé, la classe arrivée première en lycée a pour enseignant un professeur stagiaire de l'IUFM : c'est très encourageant. Toutes nos félicitations aux gagnants. Les remises de prix ont eu lieu fin mai et début juin, nous nous en ferons l'écho dans notre prochain numéro.

Rappelons les objectifs de ce rallye :

Ce rallye est une épreuve entre classes entières afin de :

- permettre à tous les élèves d'une classe de participer à une activité mathématique ;
- motiver les élèves par des jeux et des énigmes à résoudre ;
- favoriser la communication et la coopération au sein de la classe.

L'épreuve comporte 10 exercices, communs aux deux niveaux, plus une question subsidiaire, et dure 1 h 30. La classe rend une seule feuille réponse.

Deux exemples parmi les questions posées :

D'abord la mieux réussie (quasiment par toutes les classes) :

Vive les vacances

Amélie, Fabrice, Justine et Pascal, quatre amis des différents départements lorrains, préparent leurs vacances. Chacun a choisi une destination (Allemagne, Belgique, Italie et Suisse) et un moyen de transport (avion, bus, train et voiture) différents.

- Pour aller en Suisse, il faudra prendre le bus.
- Le mosellan ira en Italie.
- Justine passera ses vacances dans un pays en partie francophone.
- Amélie la vosgienne ne prendra pas l'avion.
- Pascal ira en Belgique par la route.

Où Amélie passe-t-elle ses vacances ? Comment se déplacera Fabrice ?

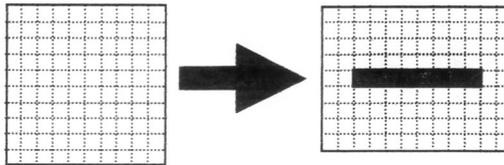
Puis la moins bien réussie (4 classes seulement) :

Message secret

Un indic du commissaire Albert Girard lui a transmis un message secret noté au dos d'une banale lettre écrite sur une feuille carrée de 10 cm de côté.

Pour décrypter ce message, le commissaire doit découper cette feuille en deux morceaux de même forme et de mêmes dimensions, puis assembler ces morceaux de façon à reconstituer un rectangle de 9x12 ayant un trou central.

Pourrez-vous redessiner les deux morceaux de papier dans le carré dessiné ci-dessous ?



La totalité du sujet est téléchargeable sur :

<http://www3.ac-nancy-metz.fr/mathematiques/phpBB2/viewtopic.php?t=246>

Vous trouverez par ailleurs dans ce numéro, sous le titre « **Qui peut le plus...** » une démonstration mathématique de la solution de la question subsidiaire qui a servi à départager les deux premières classes de seconde, *ex aequo*.

Rendez-vous en avril prochain pour le rallye 2009.

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

Qui peut le plus...

La question subsidiaire du rallye 2008 était la suivante :

Partager le nombre 28 en une somme d'entiers positifs telle que le produit de ces entiers soit le plus grand possible.

Exemples pour mieux comprendre : Premier partage : $28 = 14 + 14$. Le produit vaut $14 \times 14 = 196$.

Deuxième partage : $28 = 10 + 10 + 8$. Le produit vaut $10 \times 10 \times 8 = 800$, c'est nettement mieux !

La réponse était la suivante : les meilleurs partages sont : $28 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2$, qui aboutissent tous deux au produit maximal 26 244.

Nous allons démontrer le théorème suivant : ***Pour tout entier naturel $N \geq 5$, la décomposition « optimale » en somme d'entiers naturels est composée uniquement de 3 et éventuellement un 2, ou un 4 ou deux 2.***

On verra qu'à un moment dans la démonstration la condition $N \geq 5$ sera utilisée. Pour les entiers N de 1 à 4, il suffit d'écrire la liste des décompositions pour trouver quelle est la « meilleure ». Pour $N=1$, une seule décomposition possible, qui donne comme produit 1, cas trivial. Pour $N=2$, deux décompositions possibles : 1+1 ou 2 ; c'est évidemment 2 qui sera choisi (car $1 \times 1 = 1$). Pour $N=3$, trois décompositions possibles : 1+1+1, 1+2 et 3 ; c'est la troisième qui sera choisie. Et enfin pour $N=4$, cinq décompositions possibles : 1+1+1+1, 1+1+2, 1+3, 2+2 et 4 ; le produit le plus grand est obtenu pour les deux dernières, « ex aequo » : $2 \times 2 = 4$.

Démonstration du théorème :

a) Pour toute décomposition de N en k termes ($k \geq 2$), si l'un d'entre eux vaut 1, on obtiendra une décomposition « meilleure » en ajoutant ce 1 à n'importe quel autre terme t : en effet $(t+1)$ est toujours strictement supérieur à $t \times 1$.

Conséquence : la décomposition optimale ne peut pas contenir de 1.

b) Si l'un des termes t de la décomposition est supérieur ou égal à 5, on obtiendra une décomposition « meilleure » en redécomposant t en $(t-3)$ d'une part et 3 d'autre part. Il suffit, pour le prouver, de démontrer que $t \times (t-3) > t$; ce qui est « évident », car $(t-3) > 1$ puisque $t \geq 5$.

Conséquence de a) et b) : la décomposition optimale ne peut contenir que des 2, des 3 ou des 4.

c) Si la décomposition « optimale » contient des 4, elle ne peut en contenir qu'au plus un.

En effet : si elle contenait deux 4, on pourrait remplacer $4+4$ par $3+3+2$ qui donnerait une décomposition « meilleure », car $3 \times 3 \times 2 > 4 \times 4$.

d) Si la décomposition « optimale » contient des 2, elle ne peut en contenir qu'au plus deux.

En effet : si elle contenait trois 2, on pourrait remplacer $2+2+2$ par $3+3$ qui donnerait une décomposition « meilleure », car $3 \times 3 > 2 \times 2 \times 2$.

e) Et enfin, la décomposition « optimale » ne peut contenir à la fois un 2 et un 4 : on pourrait remplacer $2+4$ par $3+3$, car $3 \times 3 > 2 \times 4$.

On a donc démontré que la décomposition ne peut contenir que des 3, et éventuellement soit un seul 2, soit un seul 4, soit deux 2. Il est aisé de démontrer qu'une décomposition contenant deux 2 est équivalente à celle contenant un seul 4, car $2 \times 2 = 4$. Hormis ce cas d'ex æquo, la décomposition « optimale » est unique.

Pour être plus « mathématique » :

Si $N = 3k$, alors la décomposition « optimale » est $N = 3 + 3 + \dots + 3$ (k termes 3) qui donnera le produit $P = 3^k$.

Exemple : $27 = 3+3+3+3+3+3+3+3+3$ et $P = 3^9 = 19\ 683$.

Si $N = 3k+1$, alors la décomposition « optimale » est $N = 4 + 3 + 3 + \dots + 3$ (avec $k-1$ termes 3) qui donnera le produit $P = 4 \times 3^{k-1}$ ou bien $N = 2 + 2 + 3 + 3 + \dots + 3$ (avec $k-1$ termes 3) qui donnera le produit $P = 2 \times 2 \times 3^{k-1}$, égal au précédent.

Exemple : $28 = 3+3+3+3+3+3+3+3+4 = 3+3+3+3+3+3+3+3+2+2$, et $P = 26\ 244$.

Si $N = 3k+2$, alors la décomposition « optimale » est $N = 2 + 3 + 3 + \dots + 3$ (avec k termes 3), qui donnera le produit $P = 2 \times 3^k$.

Exemple : $29 = 2+3+3+3+3+3+3+3+3+3$, et $P = 39\ 366$.

Autre approche du problème :

On sait que, à périmètre donné, le quadrilatère qui a la plus grande aire est le carré : si l'on veut décomposer un nombre N en une somme de deux termes a et b

dont le produit soit maximal, la solution est $a = b = \frac{N}{2}$. Remarquons au passage

qu'on travaille alors implicitement dans \mathbb{R}^+ . Dans \mathbb{N} , cela n'est pas toujours

possible (prenez par exemple $N = 5$, où on aura $a = 3$ et $b = 2$, ce qui ne correspond pas à un carré).

Mais cela peut donner envie de dire que la réponse à notre problème de décomposition « optimale » serait la suivante : ***il faudrait que les termes de la décomposition soient les plus égaux possibles*** (formulation qu'il est, au passage,

difficile de mathématiser). Voyons ce que cela donne dans \mathbb{R}^* pour essayer de revenir ensuite à \mathbb{N} .

Soit $N \in \mathbb{R}^*$. On veut décomposer N en k termes égaux tels que leur produit soit maximal. Chacun des termes est donc égal à $\frac{N}{k}$ et leur produit vaut $P(k) = \left(\frac{N}{k}\right)^k$.

On montre aisément, en dérivant, que ce produit est maximal lorsque $k = k_0 = \frac{N}{e}$

(e étant la base des logarithmes népériens). Mais k_0 n'a aucune raison d'être entier (on est même sûr qu'il ne l'est pas si N est entier) ! Si on prenait par exemple $N = 60$, on trouverait $k_0 \approx 22$: on pourrait alors penser qu'il faudrait 22 termes « le plus égaux possibles » (!), alors que le théorème démontré précédemment prouve que le produit est maximal pour $k = \underline{20 \text{ termes}}$ (tous égaux à trois). On ne peut donc pas démontrer le théorème de la page précédente en procédant de cette façon...

On pourrait cependant vérifier que dans \mathbb{R} , la décomposition de 60 en 22 termes égaux à $30/11$ donnerait bien le produit maximal $P \approx 3\,855\,036\,819.44$, alors que dans \mathbb{N} le produit maximal n'est que $3\,486\,764\,401$.



LES POLYEDRES

Pour tout savoir sur les polyèdres, allez sur :

<http://www.dma.ens.fr/culturemath/>

dossier "tout sur les polyèdres".

Les archives du Petit Vert

Les archives des documents de la rubrique **Math & Médias** sont désormais en ligne sur notre futur nouveau site :

http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=math_et_media

Les archives de la rubrique **Problèmes**, à partir du n°41, sont en cours de mise en ligne sur notre futur nouveau site :

<http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=probleme>

Rappelons que les problèmes du n°1 au n°40 (1985-1995) ont été publiés dans « LES PROMENADES D'ELTON ET AUTRES DISTRACTIONS MATHÉMATIQUES », brochure publiée en 2005, que vous pouvez toujours nous commander (elle est aussi en dépôt-vente à l'IREM).

Les archives de la rubrique **Activités en classe** (jusqu'à décembre 2005) sont toujours sur l'ancien site, en attente de leur transfert qui devrait intervenir prochainement :

<http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/activites/seq0.htm>

De même, le **Coin jeux** et le **Coin stats** sont encore provisoirement sur l'ancien site :

<http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/jeux/jeux.htm>

http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep/stats/stats_accueil.htm

D'ici la fin de l'été, seul le site <http://apmeplorraine.free.fr> , encore « en travaux », devrait être opérationnel,

le site <http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/apmep> étant appelé à disparaître.



Nous devons nous contenter d'améliorer à l'infini nos approximations.

Karl Popper (1902-1994), cité dans " l'algèbre mode d'emploi " .

Cryptographie

Nous livrons à votre sagacité le message codé ci-dessous, qui a trait à l'enseignement des mathématiques (de la géométrie, plus particulièrement). Nous vous laissons toutes les vacances d'été pour essayer d'en déterminer la méthode de codage et le déchiffrer. Un indice : calculez au préalable la fréquence de chacune des lettres de l'alphabet. Envoyez vos réponses avant la rentrée à jacverdier@orange.fr . Le gagnant aura les félicitations de l'équipe de rédaction.

Queenndsexnauiteaprlmnaifredceledseuioemsuipnseequatresvmureioadg
 lineieqtectvtcdceoolreetmurnsrntretoptyneueercepuqlotaaennifonioai*teiti
 anepoeetsexmelnaeuameicalttqautgunsLptvenituoudntidiouacrbeipmithsl
 dnuuvlnjdeoeoetcqarsresodeonnie decoedaeseeeeeteeeoemsitcstutsilldue
 sntircesernevdvclanpeusbpnaoeeetotaaejeasfseogostgeoezeieavtldrdl
 rtnmrdrpanipGlosiqasmripeajinnstsGocuaaeoltmeeoctoreaussualmenre
 nerdapeseuesnpxnpedubcuhinaoprietneesqedtmdetrraoeussaitosanuer
 emetmpsnrjets*umeseovuetimrxolronspietqseasierasdaslcoqiiisqsnormor
 ecqueumeirlmeuaagsqtevieipeouuaecuunleiueteuvsneptilenoulieurnabsf
 esmtevroiieoletmrpieegsritentnvenneidnliardmecasmlsnpreieiecnlreosut
 avetet*ertedieeeseipmepapessnenoteatmnrqvorudimssesetrnltaesrip
 iltsdmdmndesrsuacdeeeaa*oqeedxçeafsaosronedoameedetqdddenleeml
 inCnusseaasiançvpsluvsuineInnptueiltatdelssauaasvvnatieaaoaerefftnat
 orrisfeqitetepfrspbuiatuvtpninsênaapqcmsmieovofsutelltaacarsrtstrfotee
 cpttuaeaeobnribicelsarurchgetlet*raausnderresrennrciejcodeeGesliaesr
 oraJeiivpteaeieuseeltideieneimauceaaalqlaarcgassraufrlnsre*leaeidpnntlm
 vrhlogjiueviieideeiiiaeacuss*Issrnee qeseeoeemaaltesotgsspemlesimGip
 ot*edyeadsunpsninresqseppieidevbenqtoeppbe*miadiepetlaçrsetuuprrrr
 snninalstusnoeosn*êfporfrdeucaesriorboie*ecnsiappe*tmset*mfpniee
 nsonuisitnoeptsQdotetbracPeepera*eiltsnssintcgeeeeuaoonsueneqleser
 rtaevt*acie*iieuncsunqndvuseuelvruêemêtearrlai*buqlOtmcitesneaeupe
 cirylaeetmitavciuanv*slunliiateveertecenoteeqGnscreerieeenmte*tteeyo
 nuerofi*ulhutuivluieiseenreenq*eêss*rerednalneiadlrqatlpaoieoeetftshnuu
 emmeq*asvsiesieesrteuqfulnefsmnrtoqpotditeuu*iqitbdrfcfsiieeueatevn
 areteeruardepjqli*tueeueetialgdslseissettetsmessecoahuel*

Solution(s) du problème du trimestre n° 93

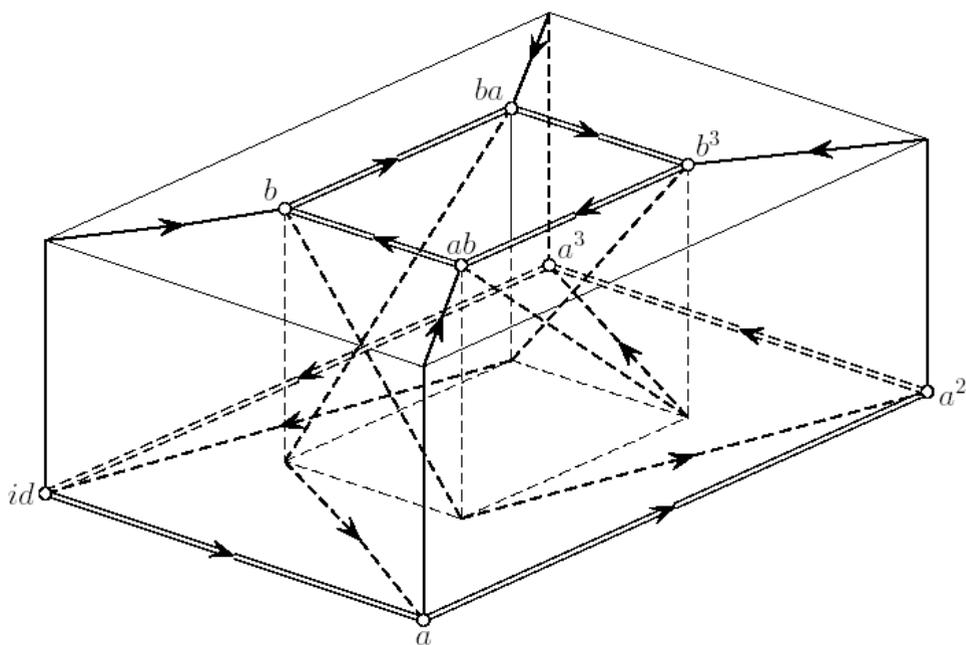
Ce problème fait référence aux graphes de Cayley (voir Petit Vert n°93). Le groupe des quaternions peut être défini par deux générateurs : a et b et les relations : $a^4 = 1$, $b^4 = 1$, $a^2 = b^2$ et $abab = b$.

Pouvez-vous déterminer son graphe de Cayley ? Est-il possible de le représenter dans le plan en évitant que deux arêtes quelconques ne se coupent ?

Merci à Jacques Choné et Renaud Dehaye pour leurs solutions. En utilisant les relations données, on trouve que les 8 éléments s'écrivent $\{id, a, a^2, a^3, b, ba, b^3, ab\}$. Le graphe comporte 8 sommets et 16 arêtes. Comme on a $abab^{-1} = id$, on voit que chaque face possède 4 arêtes (on le voit mieux avec le graphe sous les yeux page suivante !)

Le nombre de faces est donc $\frac{16}{4} \times 2 = 8$ (il faut 4 arêtes pour faire une face, mais chaque arête est commune à deux faces).

Le nombre de sommets moins le nombre d'arêtes plus le nombre de faces vaut : $S - A + F = 8 - 16 + 8 = 0$. C'est la caractéristique d'Euler Poincaré du graphe. Pour pouvoir le représenter sans croisements sur le plan (ou la sphère), ce nombre devrait être égal à 2. On ne peut donc pas éviter que deux arêtes se croisent, à moins bien sûr de représenter le graphe dans l'espace, ou mieux, sur la surface d'un tore (0 étant la caractéristique d'Euler-Poincaré du tore).



Solution du sudoku « mathématicien » n°93

A	H	N	P	E	R	C	I	O
E	O	R	H	C	I	N	A	P
C	I	P	A	O	N	E	H	R
P	N	H	C	I	O	R	E	A
R	E	C	N	A	H	P	O	I
O	A	I	R	P	E	H	N	C
I	R	A	E	H	P	O	C	N
N	C	E	O	R	A	I	P	H
H	P	O	I	N	C	A	R	E

Il s'agissait bien évidemment de Poincaré, auquel il fallait ajouter la lettre H de son prénom. Né à Nancy en 1854, il était en effet le fils d'un professeur de médecine. De santé très fragile, il faillit mourir de la diphtérie à 5 ans, et a préféré les études aux jeux des camarades de son âge. Nous célébrerons en 2012 (l'année où nous organiserons les journées nationales APMEP en Lorraine) le 100^e anniversaire de sa mort.

Il n'y aura pas de sudoku mathématicien ce trimestre : une énigme sous forme de message secret le remplace – voir page 26 – (il vous faudra peut-être plus de temps pour en venir à bout !).



Problème du trimestre, n° 94

proposé par Jacques Verdier

Pour tout nombre entier, définissons \tilde{n} comme étant l'entier obtenu en déplaçant à l'extrême gauche le chiffre des unités de n (dans l'écriture standard, en base 10). Par exemple : si $n = 7834$, alors $\tilde{n} = 4783$; si $n = 4500$, alors $\tilde{n} = 0450 = 450$.

Trouver un entier n ($n \geq 1$) tel que $7\tilde{n} = 2n$.

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou toute proposition de nouveau problème à : Loïc Terrier, 42B rue du maréchal Foch, 57130 Ars sur Moselle ou envoyez un mail à loic.terrier@free.fr.

a comme **association amie**

b comme **bonne bière belge**

C comme **convivialité**

g comme **géométrie**

Le 34^{ème} Congrès de la SBPMef (équivalent belge de l'APMEP) aura lieu **du mardi 26 au jeudi 28 août 2007** au collège Saint-Louis de WAREMME (un tout petit peu à l'ouest de LIÈGE). Accueil dès le lundi soir.



Le thème principal en est :

La géométrie : où, quand, comment, pourquoi?

- La géométrie est de moins en moins enseignée à certains niveaux, quelle devrait être sa place?
- La géométrie n'est-elle pas partie intégrante de la mathématique ?
- Ne fait-elle pas partie du quotidien de chacun, du personnage lambda au matheux pointu ?
- N'est-elle pas un support de la pensée ?
- En quoi la géométrie peut-elle aider à l'acquisition et la compréhension de concepts ?
- Comment insérer la géométrie dans les programmes ?
- Comment apprendre à enseigner la géométrie, lorsque le futur enseignant n'a pas eu de contact avec cette matière pendant ses études ?

Au programme de ce congrès figurent :

- 37 ateliers sur neuf plages (exposés, recherche commune, manipulations, etc.) ;
- des " forums d'idées " ;
- des expositions ;
- des activités de détente, de culture, de tourisme et ... un banquet ;
- de nombreuses possibilités d'échanges, notamment entre collègues belges et français...

Si des adhérents lorrains veulent rencontrer des collègues belges fort sympathiques (en particulier Michel Demal et Danielle Popeler si vous avez « raté » leurs ateliers à Nancy le 19 mars dernier), préparer leur rentrée dans un temps de convivialité très fort, rendez vous à Wareennes... ce sera aussi bien qu'à Clermont-Ferrand ou à Besançon ! Sans parler de la « salade Djus-d'la », arrosée d'un petit verre de « Pèkèt » (genièvre) ... ou de la très célèbre pils « Jupiler », produite à deux pas d'ici.

La participation aux travaux de ces Journées est gratuite. Les coûts d'hébergement et de repas sont très modiques (les participants peuvent même être logés sur place). Les dates limites d'inscription sont en principe début juillet. De plus, comme un certain nombre de Lorrains y participeront, le covoiturage se fera bien, avec plein du réservoir au Luxembourg au passage !

Le programme complet (parution début juin) sera disponible sur le site :

<http://www.sbpn.be>

François DROUIN, qui y participe régulièrement, pourra vous donner de plus amples renseignements par [mail](mailto:) ou par téléphone (03.29.89.06.81).