# Maths et Histoire géographie :
# Albert EINSTEIN en troisième ou en seconde…

*François DROUIN*
*Collège « Les Avrils »*
*55300 SAINT MIHIEL*

Remarques préliminaires :

Ce travail fait partie d'un travail interdisciplinaire « Maths-Histoire » en classe de troisième. Deux enseignants avaient envie de travailler ensemble sur le programme de troisième.

L'activité présentée a par ailleurs été utilisée en aide à l'élève dans une classe de seconde d'un jeune collègue adhérent, enseignant dans un lycée de Provins.

Après quelques études mathématiques de tableaux statistiques concernant la première guerre mondiale, nous avons décidé de faire rencontrer « Einstein » à nos élèves. Il se trouve que 1905 est l'année pendant laquelle Einstein a publié quatre articles importants dans la revue allemande « Annalen der Physik ».

La communauté scientifique semble s'intéresser à ce centenaire : le numéro de décembre 2004 de « Pour la Science » est consacré à Einstein, le numéro 21 (Novembre 2004-février 2005) de « Les génies de la science » comporte également un article consacré à Einstein. L'exposition projet du travail de nos élèves commémorera modestement le centième anniversaire de ces articles.

Au collège tous nos élèves de troisième ont bénéficié cette année d'une cinquième heure de mathématiques. Cela laisse évidemment la possibilité de faire « autre chose »…

La classe travaillant sur ce projet est composée de 18 filles et 3 garçons. Je ne peux expliquer le déséquilibre garçons-filles, mais tous les collègues de la classe apprécient l'effectif réduit… La classe est considérée comme relativement faible, sans élèves « brillants ». Cependant, il y règne une bonne ambiance de travail, les élèves les plus « rapides » ne rechignent pas à venir aider les élèves en difficulté. Cette envie de bien faire constatée chez eux m'a donné l'envie de les lancer dans des choses qui peuvent paraître difficiles à des collègues enseignant en lycée…

Les débats de la communauté scientifique concernant les recherches atomiques et les bombes d'Hiroshima et Nagasaki ont été étudiés en cours d'histoire.

En cours de mathématiques, je leur ai présenté la formule « $E = mc^2$ » ainsi que la formule de la relativité exprimée ci-dessous :

La théorie de la relativité affirme que la masse d'un objet varie en fonction de la vitesse de cet objet (*voir fiche-élève pages suivantes*) :

$m_0$ est la masse en grammes de l'objet au repos (la vitesse est nulle).
« c » est la vitesse de la lumière (300 000 km/s).
« v » est la vitesse de l'objet (« v » et « c » seront exprimées avec la même unité).

La masse de l'objet est exprimée par la formule $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

Nous avons tout d'abord travaillé avec une voiture ayant une masse de 1 Tonne et se déplaçant à 72 km/h.

Nous avons cherché sa vitesse en m/s et complété le tableau ci-dessous :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Distance | 72 km | 1200 m | 20 m |
| durée | 1 h | 1 min | 1 s |

La vitesse de cette voiture est donc 20 m/s ou 0,02 km/s.

Nous avons calculé la masse de cette voiture se déplaçant à $2 \times 10^{-2}$ km/s et complété le tableau ci-dessous en utilisant les puissances de 10 :

| c | $c^2$ | v | $v^2$ | $\dfrac{v^2}{c^2}$ | $1-\dfrac{v^2}{c^2}$ | $\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ | $m_0$ | $\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3\times10^{5}$ | $9\times10^{10}$ | $2\times10^{-2}$ | $4\times10^{-4}$ | $\approx 4\times10^{-}$ | 1 | 1 | 1000 | 1000 |

<u>Remarques:</u>
Il a fallu reprendre « en douceur » le travail avec les puissances de 10 et les écritures scientifiques. Pour le calcul $\dfrac{4\times10^{-4}}{9\times10^{10}}$, les élèves ont foncé en « tapant » à la calculatrice les expressions du numérateur et du dénominateur. Il a été utile de leur montrer qu'il était plus aisé de travailler avec le calcul écrit sous la forme $\dfrac{4}{9}\times\dfrac{10^{-4}}{10^{10}}$. D'un côté un calcul mettant en jeu des puissances de 10, de l'autre un calcul mettant en jeu des valeurs numériques simples.
L'enseignant de physique à qui ce type de calcul a été montré a reconnu une démarche courante dans les calculs rencontrés dans sa matière.

Les élèves ont été surpris par le résultat obtenu à la calculatrice pour $1-\frac{v^2}{c^2}$. Ils m'ont dit que cela n'était pas « normal » (ils avaient sous les yeux le calcul $1-4\times10^{-15}$ et étaient sûrs de ne pas obtenir 1).
Cette rencontre en situation avec les limites de la calculatrice a été très fructueuse : la calculatrice se trompait. Une explication avec le nombre de chiffres à l'affichage et le nombre de chiffres « de réserve » a permis de comprendre un peu mieux ce qui se passait.

Les élèves se sont trouvés quelque rassurés. Avec la précision des calculs fournis par la calculatrice, la variation de masse d'un véhicule ayant une masse de 1 Tonne et roulant à 72 km/h n'est pas perceptible…

Nous avons ensuite étudié l'évolution de la masse d'un électron ($m_0 = 9\times10^{-31}kg$) se déplaçant à la vitesse de 270 000 km/s

Le tableau ci-dessous est complété pour l'électron se déplaçant à la vitesse de 270 000 km/s

| c | $c^2$ | v | $v^2$ | $\frac{v^2}{c^2}$ | $1-\frac{v^2}{c^2}$ | $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ | $m_0$ | $\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3\times10^5$ | $9\times10^{10}$ | $2,7\times10^5$ | $7,29\times10^{10}$ | 0,81 | 0,19 | $\approx 0,44$ | $9\times10^{-31}$ | $\approx 20\times10^{-31}$ |

Les élèves ont aisément remarqué que la masse de l'électron avait un peu plus que doublé. Il est à noter que c'est l'utilisation d'une même unité ($10^{-31}$) qui a permis cette remarque et non l'écriture scientifique.

Nous pouvons écrire $m = m_0 \times \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ au lieu de $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

La raison de ce changement a dû être réexpliqué en classe. Il montre que ce que nous cherchons à prendre en compte ne tient pas compte de la masse intervenant. Nous avons travaillé tout d'abord avec une masse de 1 Tonne (la voiture), puis avec celle d'un électron.

J'ai avoué ma méconnaissance du type de particule intervenant lors des réactions nucléaires (mes rencontres avec la physique commencent à dater et j'avoue que je n'avais pas trop envie de chercher, puisque ce que nous voulions montrer n'était pas fonction de la masse…).

Par combien est multipliée ma masse $m_0$ lorsque la vitesse de l'électron se déplace à la vitesse de 295 000 km/s ? Et à 299 999 km/s ?

Voici le tableau obtenu pour 295 000 km/s

| c | $c^2$ | v | $v^2$ | $\frac{v^2}{c^2}$ | $1-\frac{v^2}{c^2}$ | $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ | $\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3\times10^5$ | $9\times10^{10}$ | $2,95\times1$ | $8,4...\times$ | 0,93… | 0,07 | $\approx 0,26$ | 4,38… |

A 295 000 km/s, la masse est environ multipliée par 4

Voici le tableau obtenu pour 299 999 km/s

| c | $c^2$ | v | $v^2$ | $\frac{v^2}{c^2}$ | $1-\frac{v^2}{c^2}$ | $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ | $\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3\times10^5$ | $9\times10^{10}$ | $2,99999\times10^5$ | $8,99994...\times10^{10}$ | 0,99999 | 0,00001 | $\approx 0,03$ | 333,… |

A 299 999 km/s, la masse est environ multipliée par 300

EINSTEIN a affirmé que la vitesse de la lumière (300 000 km/s) ne pouvait pas être dépassée.

Les élèves ont compris que lorsque la vitesse devenait très proche de la vitesse de la lumière, la masse était multipliée par un « fort » coefficient.

La relation « $E = mc^2$ » étant rappelée, si la masse est multipliée par un « fort » coefficient, l'énergie devient elle-même multipliée par ce « fort » coefficient. Si cette augmentation d'énergie est contrôlée, on obtient ce qui est mis en œuvre dans les centrales nucléaires. Si cette augmentation n'est pas contrôlée, nous sommes dans les conditions d'explosion de la bombe atomique.

Voici ce qui se passe si j'affirme que l'électron a une vitesse de 300 000 km/s ?

| c | $c^2$ | v | $v^2$ | $\frac{v^2}{c^2}$ | $1-\frac{v^2}{c^2}$ | $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ | $\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3\times10^5$ | $9\times10^{10}$ | $3\times10^5$ | $9\times10^{10}$ | 1 | 0 | 0 | Interdit |

Voici ce qui se passe si j'affirme qu'une vitesse supérieure est possible (400 000 km/s par exemple) ?

| c | $c^2$ | v | $v^2$ | $\frac{v^2}{c^2}$ | $1-\frac{v^2}{c^2}$ | $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ | $\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3\times10^5$ | $9\times10^{10}$ | $4\times10^5$ | $16\times10^{10}$ | 1,77… | -0 ,77… | Interdit | |

Les élèves ont compris à quel endroit le travail d'Einstein pouvait être mis en défaut. Si des vitesses supérieures ou égales à 300 000 km/s étaient découvertes, ce ne sont pas les calculs mathématiques qui seraient remis en cause, mais la formule proposée par Einstein…

En conclusion :

Les résultats obtenus par les élèves serviront à la réalisation de panneaux de l'exposition prévue. Il s'agira d'une part de rassurer les automobilistes, d'autre part faire comprendre que pour des vitesses voisines de celles de la lumière, l'augmentation de la masse et l'augmentation d'énergie qui en découlent peuvent devenir gigantesques.

Deux heures ont été prises pour cette activité. Au vu de la richesse des contenus rencontrés, ne les regrette pas. Par ailleurs, je pense que des élèves de seconde y trouveraient également leur intérêt.

Ce travail a été intégré dans l'exposition « **Un savant dans son siècle** » présentée au CRDP de Nancy pendant la période de la journée régionale.
Cette exposition peut circuler dans les établissements intéressés (18 panneaux A3 et un panneau A4). Par ailleurs, je suis prêt à confier l'ensemble des fichiers de ce travail interdisciplinaire « Maths-Histoire Géographie », cela tient sans problème sur une clé USB…

Contact : Francois.Drouin@ac-nancy-metz.fr

## FICHE-ÉLEVE

### Masse et relativité d'après Albert EINSTEIN.

La théorie de la relativité affirme que la masse d'un objet varie en fonction de la vitesse de cet objet.

$m_0$ est la masse en grammes de l'objet au repos (la vitesse est nulle).
« c » est la vitesse de la lumière (300 000 km/s).
« v » est la vitesse de l'objet (« v » et « c » seront exprimées avec la même unité).

La masse de l'objet est exprimée par la formule $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

Une voiture pèse 1 Tonne et se déplace à 72 km/h.
Nous allons chercher sa vitesse en m/s.

Complète le tableau ci-dessous :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Distance | 72 km | | |
| durée | 1 h | 1 min | 1 s |

Quelle est la vitesse en m/s de cette voiture ?

Nous allons calculer la masse de cette voiture se déplaçant à 72 km/h (0,02 km/s).

Complétez le tableau ci-dessous (l'usage des puissances de 10 sera sans doute utile…):

| c | $c^2$ | v | $v^2$ | $\dfrac{v^2}{c^2}$ | $1-\dfrac{v^2}{c^2}$ | $\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ | $m_0$ | $\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 300 000 | | | | | | | | |

Quelle est la masse de ce véhicule se déplaçant à la vitesse de 72 km/h ?
Qu'en pensez vous ?

Nous allons maintenant étudier l'évolution de la masse d'un électron ( $m_0 = 9 \times 10^{-31} kg$ ) se déplaçant à la vitesse de 270 000 km/s

Complétez le tableau ci-dessous pour l'électron se déplaçant à la vitesse de 270 000 km/s

| c | $c^2$ | v | $v^2$ | $\frac{v^2}{c^2}$ | $1-\frac{v^2}{c^2}$ | $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ | $m_0$ | $\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 300 000 | | | | | | | | |

Quelle est la masse de l'électron se déplaçant à la vitesse de 270 000 km/s ?
Qu'en pensez vous ?

Nous pouvons écrire $m = m_0 \times \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ au lieu de $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Par combien est multipliée ma masse $m_0$ lorsque la vitesse de l'électron se déplace à la vitesse de 295 000 km/s ? Et à 299 999 km/s ?
(faites un tableau semblable à celui ci-dessus, sans chercher à remplir les deux dernières colonnes).

EINSTEIN a affirmé que la vitesse de la lumière (300 000 km/s) ne pouvait pas être dépassée.

Que se passe-t-il si j'affirme que l'électron a une vitesse de 300 000 km/s ?
Que se passe-t-il si j'affirme qu'une vitesse supérieure est possible (400 000 km/s par exemple) ?