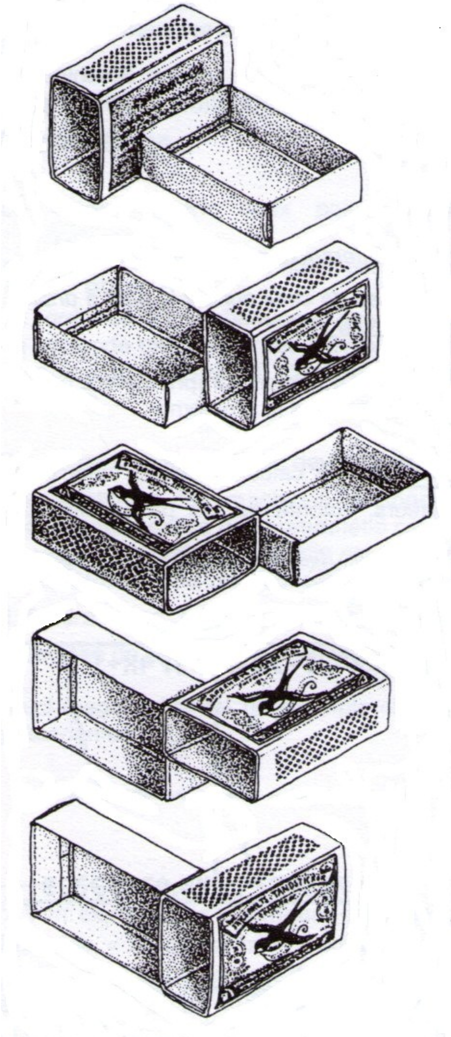
Voici comment coller ces boîtes pour réaliser le puzzle :



Le puzzle terminé :

Résolution approchée d'une équation avec la calculatrice graphique.

Jacques VERDIER
Lycée Arthur Varoquaux
TOMBLAINE

A l'occasion d'un devoir surveillé en classe de première S.T.L. (option Biochimie), j'avais posé un certain nombre de questions concernant la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{4}x + 1$.

Le contrôle se terminait par cette question :

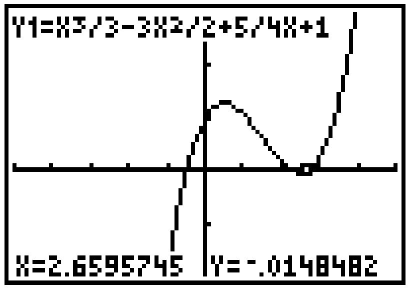
6°) Déduire de ce qui précède le nombre de points d'intersection de C avec l'axe Ox.

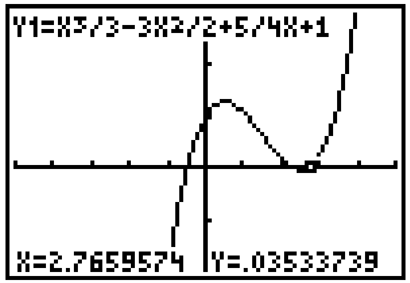
Donner une valeur approchée à 10^{-4} près de l'abscisse de celui qui est le plus à droite. Pour cela, on décrira très clairement la démarche utilisée.

Il était facile de justifier l'existence d'une solution s de l'équation comprise entre 5/2 et 3 puisque f(5/2) valait -1/24 et f(3) valait ¼. Mais là n'est pas le problème.

Beaucoup d'élèves ont utilisé la fonction TRACE de leur calculatrice pour aller « au plus près » du point recherché (qui était d'ailleurs, volonté de ma part, difficile à visualiser).

Comme beaucoup d'entre eux utilisent Xmin=-5 et Xmax=+5, ils ont obtenu, sur la plupart de leurs machines, un des deux écrans suivants :





X=2,6595745 et X=2,7659574 sont les deux valeurs successives obtenues par TRACE, l'une donnant une ordonnée négative, et l'autre une ordonnée positive.

Les élèves ont donc donné une de ces deux valeurs, en « arrondissant » (comme le suggérait l'énoncé) à 10^{-4} près. Ce qui donne s ≈ 2,6596 ou s ≈ 2,7660 (je ne parlerai pas de ceux qui « tronquent », donnant s ≈ 2,6595 ou s ≈ 2,7659).

Lors de la correction, il s'est agi pour moi de leur faire comprendre **pourquoi** ils n'avaient pas donné une valeur approchée à 10^{-4} près ; leur argumentation était du type : « *La machine donne un résultat avec 7 décimales, j'arrondis en n'en prenant que 4* ».

Explications :

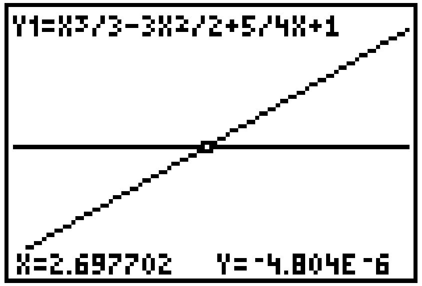
Le « pas » entre deux points consécutifs de la fonction TRACE vaut

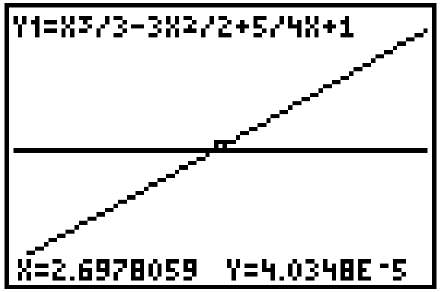
$$p = \frac{X\max - X\min}{nbpix - 1}$$

, où *nbpix* est le nombre de pixels en largeur dans l'écran ([1]), est de l'ordre de 0,1 sur beaucoup de machines.
La méthode utilisée par les élèves ne donne donc qu'une approximation de l'ordre du dixième (grosso modo), contrairement à l'illusion des 7 chiffres affichés après la décimale.

Pour aller plus loin, l'élève devra donc faire des **ZOOM** ([2]).
Sur la plupart des machines, la fonction **ZoomIn** (ou **ZoomFact**, ou commande équivalente) réalise une homothétie centrée sur la position du curseur ([3])
Le rapport de cette homothétie est prévu par le constructeur (par exemple k = 4), mais il peut être modifié par l'utilisateur. : on peut choisir par exemple k = 10.
Il faudra donc faire un certain nombre de ces **ZOOM** avant que l'écart entre l'abscisse de deux pixels consécutifs soit inférieure à 10^{-4} .

Voici un exemple obtenu après 5 zooms





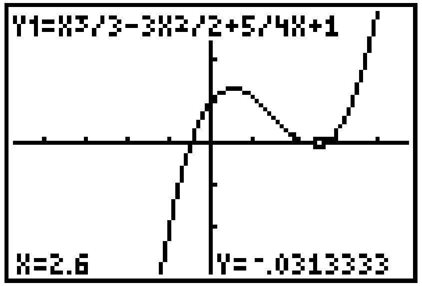
On a bien là un écart de l'ordre de 10^{-4} entre les deux valeurs consécutives, et on peut maintenant affirmer que s ≈ 2,6977 à 10^{-4} près.

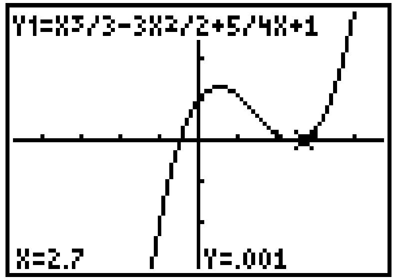
PETIT VERT N°50. JUIN 1997

Pour une utilisation plus « rationnelle » des Zooms :

Commençons par utiliser un **RANGE** ou **WINDOW** tel que la fonction **TRACE** donne un pas de 0,1 ([4])
Cela est fait automatiquement par **ZDécimal** sur les Texas modèles TI80 à TI83, et par **INIT** sur les CASIO récentes.

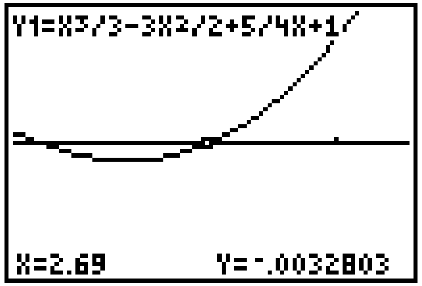
Reprenons l'exercice au début. On obtient les deux écrans suivants avec **TRACE** :

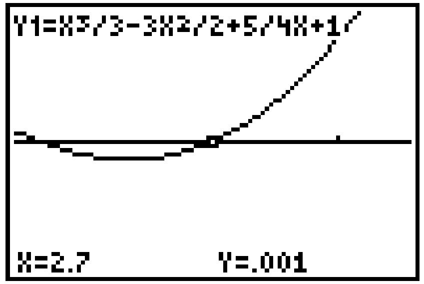




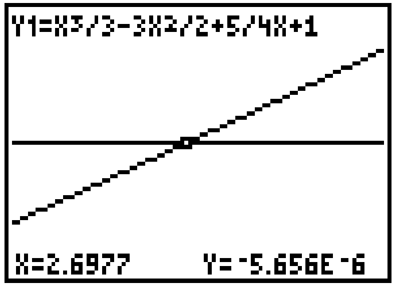
ce qui permet d'affirmer que 2,6 < s < 2,7.

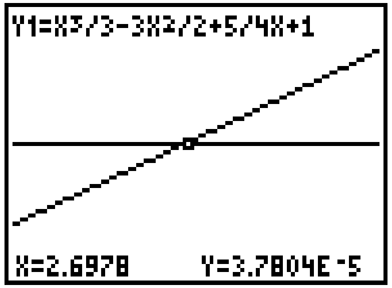
Choisissons le facteur d'homothétie k = 10. Après un premier Zoom, on obtient alors, en utilisant **TRACE** :





Après le troisième Zoom, on obtient les deux valeurs consécutives suivantes (voir page 13) :





Ce qui permet d'affirmer que 2,6977 < s < 2,6978.
Et on a alors parfaitement répondu à la question posée dans l'énoncé.

Notes :

[1] Voir explications techniques dans la toute récente publication de l'IREM de Lorraine, « la calculatrice graphique au lycée », pages 39 à 43.

[2] Pour ceux qui disposent de tables de valeurs automatiques sur leur calculatrice, il y aurait moyen de travailler autrement ; mais ce n'est pas le cas de tous les élèves, aussi je n'aborderai pas cette méthode ici.

[3] Il y a aussi la fonction **ZoomBox**, mais je ne l'aborderai pas ici, car elle ne permet pas de maîtriser le facteur d'agrandissement de la figure.

[4] Voir explications techniques dans la brochure citée ci-dessus

4 cubes et les 24 carrés de MacMAHON

Les brochures JEUX 1 et OBJETS MATHÉMATIQUES nous ont fait prendre connaissance des 24 carrés découverts dans les années 20 par le Major P. A. MacMAHON : ces carrés ont des côtés portant l'une des couleurs choisies parmi trois (numérotées 1, 2, 3 par exemple).

Pendant bien longtemps les amateurs de puzzles tentèrent de recouvrir les 4x6 faces de 4cubes en utilisant ces 24 carrés. En 1971, Scott NELSON (âgé de 9 ans seulement !!!) trouva la solution indiquée ci-dessus, commercialisée en Grande Bretagne par BINARY ARTS CORPORATION sous le nom « THE FOUR CUBES PUZZLE ». Des assemblages de ces cubes sont proposés à la sagacité des joueurs :

Deux arêtes peuvent être accolées lorsqu'elles ont la même couleur.
Quelques questions pour le lecteur du PETIT VERT :
- la solution trouvée par Scott NELSON est-elle la seule possible ?
- sauriez-vous réaliser les assemblages proposés page 15 ?