

LE PETIT VERT

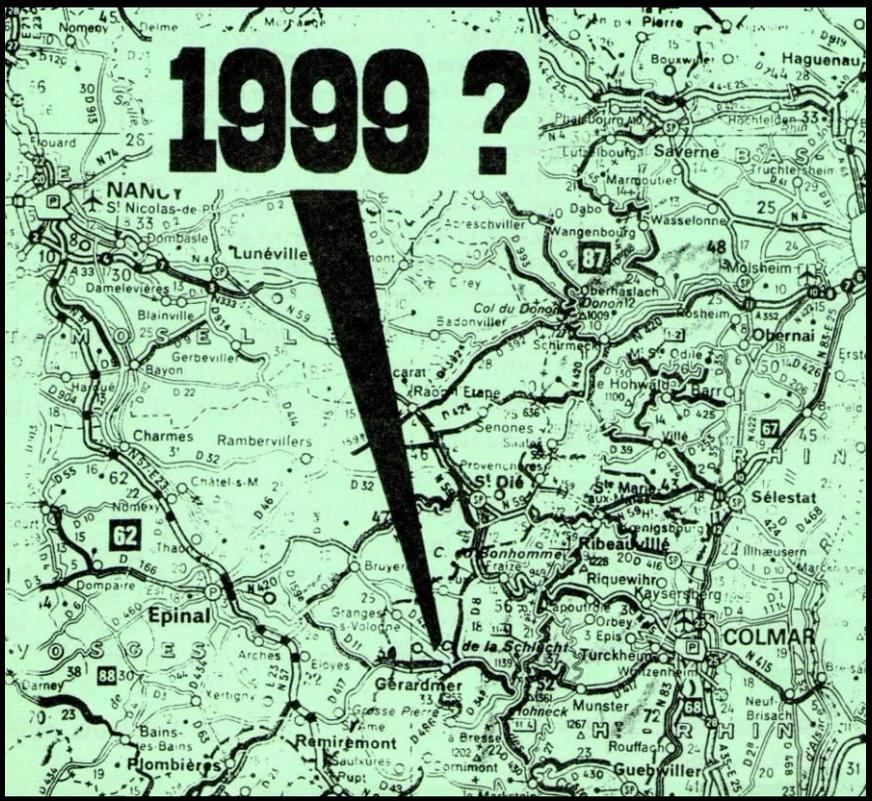
ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA REGIONALE LORRAINE DE L'APMEP

N° 46

JUIN 1996

Abonnement
4 n^{os} par an : 30 F



poisson de septembre (suite)

Le numéro 45 du Petit Vert (page 7) nous suggérait de dire à nos élèves que la récréation était à 10,25 h et non à dix heures et quart.

Les journalistes de la revue QUE CHOISIR n'ont, semble-t-il, pas bien compris ce que nous voulions dire puisque, extrait du numéro 327 de mai 1996, dans l'encart reproduit ci-dessous, il est écrit que 1,12 minutes représente 6 tranches de 6 secondes et que 1,13 minutes se situe dans la septième tranche :

Minutes divisées

Attention aux minutes divisées.

La première minute d'appel est toujours au même prix (**3,015 F**) que vous téléphonez 20 ou 60 secondes. En revanche, dès la 61^e seconde, les minutes deviennent divisibles.

Sur Itineris, elles le sont par tranches de 12 secondes à 0,60 F en heures pleines.

Exemple : une communication qui dure 1,12 minute coûte 3,60 F. Attention, si vous parlez une seconde de plus, soit 1,13 minute, vous paierez 4,20 F ! Même principe en heures creuses, mais les tranches sont de 20 secondes.

Entouré d'expressions comme "*six-mètres-vingt*", "*six-francs-cinquante*", "*trente-sept-deux*" (le matin ?), "*trois-pour-cent-et-demi*"..., un lecteur perspicace trouvera-t-il une utilisation des "nombres à virgule" dans le français parlé de la vie courante ?

P.-S.

Première question : lorsque vous avez lu l'encart extrait de QUE CHOISIR, comment avez-vous lu "*0,60 F*", "*3,60 F*" et "*3,015 F*" ?

Seconde question (un peu provocatrice...) : les "nombres à virgule" font-ils partie des **Mathématiques du Citoyen** vivant en 1996 ?

Troisième question : y a-t-il quelque chose entre la douzième et la treizième seconde ?

EDITORIAL

Si j'étais poète, j'aurais pu faire un inventaire à la Prévert; cela aurait pu ressembler à cela :

- un calcul extraordinaire : « Les contrats s'élevaient à 194,4 MF, cette année ils dépassent les 602MF soit 300% d'augmentation » (Evénement du jeudi du 9/05/96) ;
- une exposition "EXPOMATH" au lycée de Rombas : les mathématiques s'exposent pour le plus grand plaisir des deux milliers de lycéens qui sont venus manipuler avec un plaisir non dissimulé (j'en étais le témoin) des concepts mathématiques ;
- le problème du divan de Penty : deux lycéens de Rombas (encore!) trouvent en quelques semaines la même solution qu'une équipe de chercheurs américains dans les années 70 ;
- une journée régionale mathématique où plus de 160 collègues sont venus échanger avec d'autres (et si les non adhérents à l'APMEP en profitaient pour nous rejoindre !) ;
- une université d'été sur la Statistique à Metz (du 26 au 30 août 96) où il est encore possible de s'inscrire (contactez Bernard Parzysz ou moi même)...

Je suis d'accord avec vous, Prévert c'est beaucoup mieux...

Peut-être pouvons-nous conclure que le journaliste de l'EDJ n'a pas visité EXPOMATH, qu'il n'est pas venu à la journée régionale, que le problème du divan ne l'empêche pas de dormir, mais qu'il pourrait s'inscrire à l'université d'été de statistique !

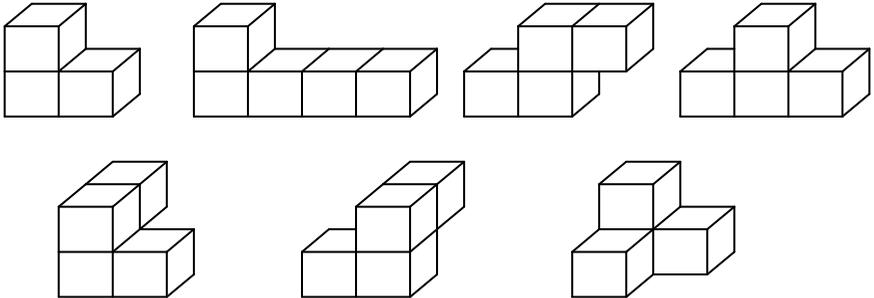
Bonne fin d'année scolaire, bon courage pour les corrections et profitez bien des vacances... mais n'oubliez pas de faire un peu de sport pour éviter la mauvaise graisse.

Daniel Vagost.

1936 - 1996 : LES SOIXANTE ANS DU CUBE SOMA

En 1936, pendant quelque (ennuyeuse ?) conférence, le danois Piet HEIN réfléchit aux solides formés de 3 ou 4 cubes identiques. Il ne garda que ceux qui n'étaient pas des parallélépipèdes et obtint 7 pièces constituées d'un total de 27 cubes, autant que dans un cube $3 \times 3 \times 3$

Voici les 7 pièces obtenues !

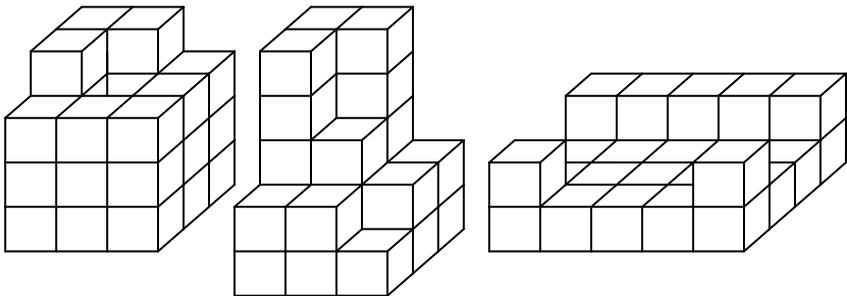


Piet Hein, pour trouver le nom de son puzzle devait avoir lu "Le Meilleur des Mondes" d'A. Huxley, édité en 1932 et connaître la drogue qui y est évoquée : LE SOMA.

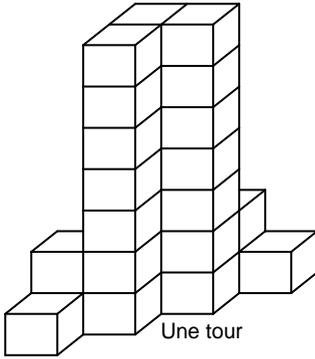
Pour preuves, voici quelques extraits du roman :

- On dirait de lui qu'il aurait pu passer à travers la vie sans jamais prendre un gramme de SOMA.
- Ce qu'il vous faut, c'est un gramme de SOMA.
- Et ce que je comprends encore le moins du tout, continua-t-elle sur un autre ton, c'est pourquoi vous ne prenez pas de SOMA quand il vous vient de vos idées épouvantables.

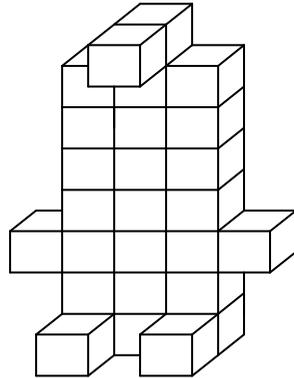
De nombreux passionnés, et parmi eux des élèves et des professeurs de Mathématiques, ont trouvé de nouveaux solides construits avec les sept pièces, tels ceux ci-dessous trouvés en Meuse en 1995 ou 1996.



Le tricube sur le puits. Empilements de pavés écornés. Un banc et deux tabourets

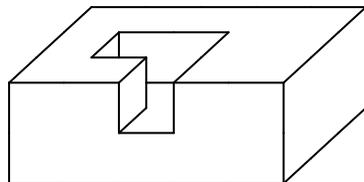
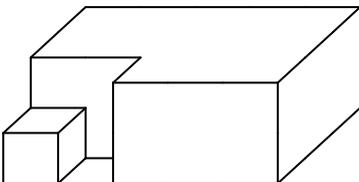
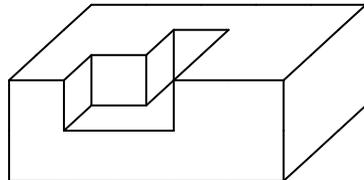
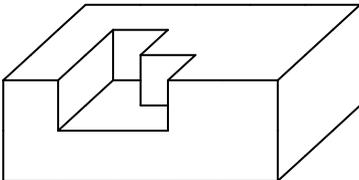
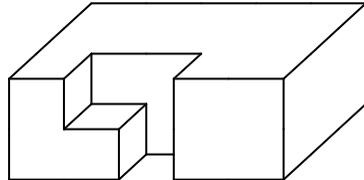
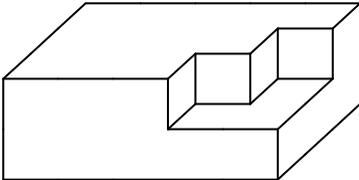


Une tour

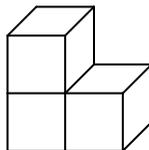


Un robot

Il manque l'équivalent de 3 cubes pour réaliser un parallélépipède $2 \times 3 \times 5$. De telles constructions sont possibles :

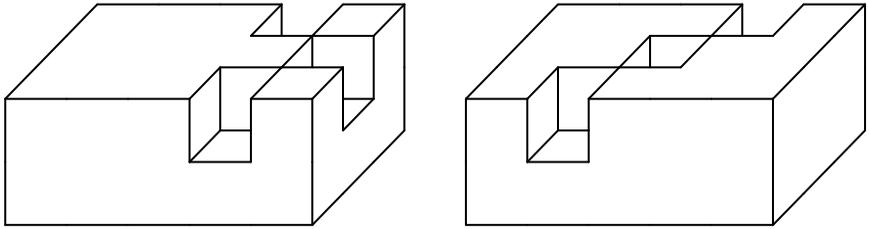


D'autres placements du trou

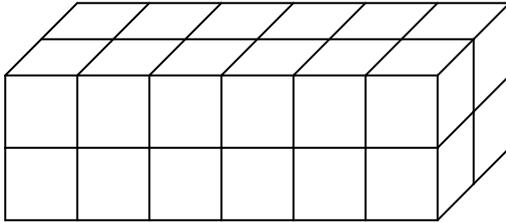


restent à explorer.

Les trois cubes manquant peuvent occuper des positions particulières :



Un problème reste actuellement non résolu.



Ce parallélépipède est-il constructible par les six pièces valant 4 cubes ? Une réponse à cette question serait la bienvenue...

Les solides présentés dans cet article pourront éviter la mise à la retraite de ce sexagénaire si fécond qu'est le cube SOMA.

Nul doute que le lecteur bricoleur, joueur, patient n'aura de cesse de construire son propre jeu pour réaliser les solides proposés et en proposer d'autres à la sagacité des lecteurs du Petit Vert, sans attendre la commémoration du 70^{ème} anniversaire de ce jeu.

Un peu de lecture supplémentaire :

- JEUX 3: Jeux pour la tête et les mains (A.P.M.E.P.)
- JEUX DE FORMES ET FORMES DE JEUX de B. Bettinelli (IREM-C.R.D.P. de Besançon)
- Autour du cube SOMA de D. Boggini et F. Drouin (IREM de Lorraine)



LES PETITS PROBLEMES RENCONTRES AVEC LES DIVERSES CALCULATRICES

Le groupe IREM de recherche sur les calculatrices graphiques a essayé de répondre à quelques unes des questions auxquelles étaient confrontés les professeurs quand leurs élèves se trouvaient « bloqués ».

Cette rubrique est évidemment ouverte à tous nos lecteurs : ils peuvent contacter Jacques VERDIER par téléphone au 83.20.94.72.

Quels que soient les nombres utilisés (même entiers) et les opérations faites (même racines ou divisions), la machine répond avec trois chiffres derrière le point décimal.	Le mode d'écriture a été fixé à trois chiffres après le point ; il faut revenir en mode FLOAT (appelé parfois NORM) avec la touche MODE.
Quels que soient les nombres utilisés (même irrationnels), la machine répond avec des fractions.	Il s'agit peut-être d'une HP38G, où le mode NUMBER FORMAT a été choisi en FRACTION. Dans le menu MODES, remettre le format STANDARD.
Les valeurs affichées pour les sinus ou cosinus de 30° , $\pi/6$, etc. sont manifestement fausses. Par exemple $\sin 30$ donne $-.988\dots$	Vérifiez le mode angulaire de la machine : degrés ou radians ?
La touche puissance (x^y ou \wedge) et sa fonction inverse ($x^{1/y}$ ou $x\sqrt{\quad}$) sont inopérantes. On croirait que la machine ne les enregistre même pas quand on les enfonce.	Il s'agit probablement d'une Casio, et vous êtes resté en mode STAT. Dans ce mode, ces touches servent à l'entrée des données. Il faut repasser en mode de calcul "normal" : mode COMP (c'est-à-dire Compute).
Je veux faire tracer à ma machine la droite d'équation $y = 2x - 3$. Je vois apparaître à l'écran une droite qui n'est manifestement pas la bonne (elle a un coefficient directeur négatif et semble passer par l'origine).	Vous avez probablement utilisé le signe (-) «unaire» au lieu du signe - binaire de la soustraction. La machine a donc interprété $2x$ multiplié par -3, soit $-6x$. A l'œil nu, il est difficile de repérer cette erreur, car la différence de longueur des deux signes – sur l'écran est faible.
Je veux calculer les paramètres d'une série statistique avec fréquences. Sur ma TI82, je place les valeurs de x dans la liste L_1 et les effectifs correspondants dans la liste L_2 . J'indique bien ce choix dans le sous-menu Setup, et quand je veux obtenir mes résultats. ERR:STAT s'affiche...	Si vos effectifs sont supérieurs ou égaux à 100, c'est normal : il s'agit d'une erreur de conception de la machine, et il n'y a rien à faire... Ce défaut a été corrigé sur les TI80 et TI83.
Je veux utiliser l'écran graphique pour résoudre une équation du type $f(x) = g(x)$. Je trace les deux courbes, et lorsque je fais un "zoom" pour avoir plus de précision, seule la seconde courbe est tracée.	Sur les Casio, seule la dernière instruction « Graph Y = » est enregistrée. Si vous voulez que pour tout ZOOM, ou changement de RANGE, cela agisse sur les deux courbes, il faut les introduire avec une seule instruction : GraphY=:GraphY= (l'une derrière l'autre, séparés par deux points et non par EXE).
Je veux tracer une courbe sur mon écran, et je me retrouve avec tous les graphiques précédents ; si je les efface avec SCL, même celle que je voulais disparaître.	Faites un changement de RANGE, et seule la dernière courbe demandée restera à l'écran (voir réponse précédente).
Je veux tracer une courbe sur mon écran, mais elle est «inversée» (gauche/droite) par rapport à ce que j'attends.	La valeur de Xmin est peut-être supérieure à la valeur de Xmax.

<p>Je veux tracer la courbe représentative d'une fonction avec ma TI82, et le message suivant apparaît : ERR:DIM MISMATCH (ou ERR:STAT PLOT).</p>	<p>Vous avez certainement "ouvert" le tracé d'un graphique statistique, et les données stockées dans les listes statistiques ne sont pas cohérentes avec cette demande. Allez dans le menu STAT PLOT et choisissez l'option 4:PlotsOff. De toutes façons, il faut toujours vérifier qu'on ne superpose pas de graphiques statistiques aux représentations graphiques de fonctions (et vice-versa).</p>
<p>Sur certaines TEXAS, si on a -stocké-une fonction en Y_1, et que l'on demande ensuite $Y_1(2)$, on n'a pas du tout la valeur de la fonction pour $x=2$.</p>	<p>Il s'agit d'une TI81. La machine interprète Y_1 seul comme la valeur de la fonction (en prenant pour valeur de la variable ce qui est actuellement stockée dans la mémoire X). Elle interprète $Y_1(2)$ comme le produit de ce résultat par !a parenthèse contenant 2, soit $2Y_1$.</p>
<p>Même chose sur certaines CASIO, si on a «stocké» la fonction en f_1 et que l'on demande $f_1(2)$.</p>	<p>Même réponse que ci-dessus (CASIO 8900, 9900).</p>
<p>J'ai voulu tracer la parabole d'équation $y=\frac{1}{4}X+\frac{1}{2}x-1$, et j'ai obtenu une courbe qui ne ressemblait en rien à une parabole.</p>	<p>Vous avez certainement utilisé comme syntaxe $V = 1/4X^2+1/2X-1$. Or la machine a une priorité implicite de multiplication quand un nombre est suivi d'une lettre : $4X^2, 2X$. Elle a donc interprété $1/(4X^2)+1/(2X)-1$. Il aurait fallu entrer $1/4*X^2$, ou $(1/4)X^2$ ou $.25X^*$ ou, mieux, $X^2/4$.</p>
<p>La machine ne trace pas la même courbe pour $y = e^x(e^x - 2)$ et pour $y = e^{2x} - 2e^x$. La syntaxe utilisée pour ces expressions est : $Y_1=e^X(e^X-2)$ et $Y_2=e^{(2X)}-2e^X$.</p>	<p>Sur les TI82 et TI85, la multiplication est implicite entre X et (e^X-2) dans la première expression. Si bien que l'on obtient le graphe de $\exp[x(e^x-2)]$. Il aurait fallu entrer : $Y_1=e^X*(e^X-2)$, avec multiplication posée explicitement. Ce problème ne se pose pas sur les TI81 ni sur les Casio.</p>



nouveaux programmes...

nouveaux contenus...

l'a.p.m.e.p. y a réfléchi

En ces temps d'échanges concernant de nouveaux programmes en cinquième et en quatrième, la Régionale a fait un tirage des textes préparés par le Groupe APMEP de Réflexion et de Propositions sur les Programmes de Collège (G.R.P.P.C.).

Ces textes, discutés, amendés et votés par le Comité National de l'APMEP ont paru dans les bulletins nationaux entre 1992 et 1995 :

- connaissance des nombres et calculs numériques (juin 1992) ;
- constructions géométriques (juin 1993) ;
- calcul littéral (juin 1994) ;
- longueur, aire et volume (juin 1995).

Vous y trouverez le point de vue de l'APMEP sur des notions pour lesquelles l'enseignant aimerait bien comprendre les difficultés rencontrées par ses élèves.

Vous qui n'étiez pas encore adhérent en 1992, qui avez égaré vos anciens bulletins, ou qui voulez avoir facilement ces quatre textes à votre disposition, n'hésitez pas à vous les procurer :

- à l'I.R.E.M. (au prix coûtant de 7,50 F) ;
- en écrivant à François DROUIN, 2 allée du Cerisier, 55300 CHAUVONCOURT, au prix le 7,50 F le fascicule (plus 8 F de port pour un ou deux exemplaires). Paiement en timbre-poste ou par chèque à l'ordre de l'APMEP-LORRAINE.

REMBOURSEMENT D'UN PRET

Le prêt est consenti à un certain **taux** (par exemple : 8,25 % par an).

Le remboursement se fait par **périodes** (par exemple : tous les mois).

Le **remboursement**, en fin de chaque période, est constitué de 2 parties :

- l'**amortissement** (partie du **capital** restituée),
- les **intérêts** ("loyer" de l'argent emprunté).

PREMIERE PARTIE : AMORTISSEMENTS CONSTANTS

Exemple :

J'emprunte 5 000 F à ma grand-mère, remboursables en 5 mois au taux de 1% par mois.

A la fin du premier mois, je lui rembourse 1 000 F (je reste lui devoir 4 000 F), **plus les intérêts : 50 F** (c'est à dire 1% des 5 000 F empruntés). J'ai donc "sorti" 1 050 F.

A la fin du deuxième mois, je rembourse encore 1 000 F (je reste alors lui devoir 3 000 F), plus les intérêts (1% de 4 000 F), soit au total 1 040 F.

Et ainsi de suite...

Voici la présentation de ces résultats dans un tableau récapitulatif.

Mois	Capital restant dû	Amortissement	Intérêts	Remboursement
1	5 000	1 000	50	1 050
2	4 000	1 000	40	1 040
3	3 000	1 000	30	1 030
4	2 000	1 000	20	1 020
5	1 000	1 000	10	1 010
	TOTAUX →	5 000	150	5 150

Travail à faire pour demain :

* Rechercher le sens des différents mots en gras dans l'introduction.

* Comprendre le mécanisme du remboursement (trouver les relations entre les divers éléments du tableau, être capable de refaire un tableau à partir d'un autre exemple numérique).

SECONDE PARTIE : REMBOURSEMENTS CONSTANTS

Observer le tableau ci-dessous, correspondant à un emprunt de 5 000 F remboursable en 12 mois au taux de 1% par mois.

Période	C : Capital restant dû	A : Amortissements	I : Intérêts	R : Remboursements
1	5 000,00	394,24	50,00	444,24
2	4 605,76	398,19	46,05	444,24
3	4 207,57	402,17	42,07	444,24
4	3 805,40	406,19	38,05	444,24
5	3 399,21	410,25	33,99	444,24
6	2 988,96	414,35	29,89	444,24
7	2 574,61	418,50	25,74	444,24
8	2 156,11	422,68	21,56	444,24
9	1 733,43	426,91	17,33	444,24
10	1 306,52	431,18	13,06	444,24
11	875,34	435,49	8,75	444,24
12	439,85	439,85	4,39	444,24
	TOTAUX →	5 000,00	330,88	5 330,88

On notera :

C_1	A_1	I_1	R
C_2	A_2	I_2	R
...
C_{12}	A_{12}	I_{12}	R

les différentes valeurs de ce tableau.

Travail à faire :

1°) Compléter :

$$A_1 + I_1 = \dots ; A_2 + I_2 = \dots ; \dots \dots \dots \quad A_{12} + I_{12} = \dots$$

$$C_1 - A_1 = \dots ; \dots \dots \dots \quad C_{11} - A_{11} = \dots$$

$$I_1 = \dots ; I_2 = \dots ; \dots \dots \dots \quad I_{12} = \dots$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_{12} =$$

On obtient ainsi 36 relations reliant les 37 variables.

2°) Essayer de trouver comment a été déterminé A_1 .

.../...

.../...

Le seul moyen de savoir si vous avez "compris" la structure d'un tel tableau est d'en refaire un autre.

Énoncé : Remboursement de 200 000 F en 6 ans, au taux de 6% par an (**remboursements constants** en fin de chaque année).

Compléter le tableau **jusqu'à la dernière ligne** (conseil : au crayon !!!).

Année	C	A	I	R
1				
2				
3				
4				
5				
6				
	TOTAUX →			

En cas de difficulté,
consulter la fiche d'aide n°1.

Note de l'auteur (non incluse dans la fiche de T.D. distribuée aux élèves) :

A ce moment là, la plupart des élèves commencent à remplir le tableau à partir d'une valeur A_1 quelconque, déterminée plus ou moins "au pifomètre"...

Et ce n'est qu'à la dernière ligne du tableau que l'on peut s'apercevoir qu'il y a erreur (car C_{12} n'est alors pas égal à A_{12} ; or le dernier amortissement doit nécessairement être égal à la partie du capital due à ce moment, sinon cela n'aurait aucun sens...).

*C'est la raison pour laquelle **il faut** que les élèves continuent jusqu'au bout, et ne se contentent pas de dire "Et ainsi de suite..."*

AIDE N°1

Cette fiche doit vous aider à comprendre la structure de tableau.
Les valeurs utilisées sont celles du tableau de la page 2.

C_j	A_j	I_j	R
C_{j+1}	A_{j+1}	I_{j+1}	R

Reprenons les relations relatives à deux lignes consécutives :

$$I_j = 0,01 \times C_j \quad (\text{car le taux est de 1\% sur l'exemple donné})$$

$$I_{j+1} = 0,01 \times C_{j+1}$$

$$A_j + I_j = R$$

$$A_{j+1} + I_{j+1} = R$$

$$C_j - A_j = C_{j+1}$$

Déduire de ces cinq relations que : $A_{j+1} = 1,01 \times A_j$ (*).

Cela est vrai quelque soit j .

Conclusion :

La colonne A_1, A_2, \dots, A_{12} est une suite **géométrique** de raison 1,01.

Que peut-on en déduire de la colonne A_1, A_2, \dots, A_6 du tableau que vous aviez à construire ?

L'encadré ci-dessus doit vous fournir des indications pour remplir intégralement le tableau demandé : faites-le.

En cas de difficultés à nouveau, consultez la fiche d'aide n°2.

(*). Si vous n'arrivez pas à déduire cette égalité des cinq autres, vous pouvez cependant continuer en admettant le résultat.

Faites appel au professeur si vous voulez des indications quant à la démarche à suivre pour démontrer cette égalité.

AIDE N°2

Reprenons le tableau de la page 2.

La colonne A_j est une suite géométrique de raison 1,01 (1,01 parce que le taux est de 1% ; avec un autre taux, cela ne serait plus 1,01).

D'autre part, $A_1 + A_2 + \dots + A_{12} = C_1$ (le total des amortissements est par définition égal au capital emprunté).

On a vu dans le cours que la somme des termes d'une suite géométrique de premier terme U_1 était donnée par la formule :

$$U_1 + U_2 + \dots + U_{12} = U_1 \times \frac{r^n - 1}{r - 1} = A_1 \times \frac{1,01^{12} - 1}{1,01 - 1}$$

$$\text{D'où } C_1 = A_1 \times \frac{1,01^{12} - 1}{1,01 - 1} \quad (\text{or } C_1 \text{ est donné au départ}).$$

$$\text{D'où } A_1 = C_1 \times \frac{1,01 - 1}{1,01^{12} - 1} \approx 394,24$$

Dans le cas du tableau que vous devez remplir à la page 3 :

la raison est $r = \dots\dots\dots$ (correspondant au taux de 6%),

le nombre de termes est $n = \dots\dots\dots$

la somme des A_j est $C_1 = \dots\dots\dots$

Cela doit vous permettre de déterminer le premier terme A_1 .

Solution du problème précédent (n°45)

Enoncé proposé par Bernard PARZYSZ

MATHEMATIQUES DU CITOYEN

Extrait du catalogue décembre-janvier 1996 de la chaîne CAMARA (photo-vidéo-son) :

Payez en 10 fois tous vos achats à partir de 1 000 f pour un coût de **crédit de 4 %** de la valeur d'achat.

CAMARA vous propose pour tous vos achats à partir de 1 000 F le paiement en 10 fois plus un apport personnel équivalent au coût du crédit (...).

TEG 9 % [*] hors assurances facultatives. Le montant du crédit est égal au prix de vente moins l'apport personnel (...).

Exemple : Montant de l'achat 3 000 F. Apport personnel 4% soit 120 F + 10 mensualités de 300 F. Montant du crédit : 2 880 F. Coût du crédit hors assurances facultatives : 120 F. Soit un coût total de l'achat à crédit de 3 120 F.

Question 1 : dans les conditions décrites ci-dessus (TEG de 9 %, apport initial égal au coût du crédit, paiement en 10 mensualités), le coût du crédit est-il bien égal à 4 % de la valeur de l'achat ?

Question 2 : Le problème peut-il se généraliser (apport initial quelconque, TEG quelconque, nombre de mensualités quelconque,...) ?

[*] N.B. le TEG (Taux Effectif Global) est, **par définition**, égal à 12 fois le taux mensuel du crédit. Ce n'est donc **pas** le taux annuel. Cette "entourloupe légale" est spécifique à la France.

Nous n'avons reçu que deux solutions ce trimestre, émanant de Richard ANDRÉ-JEANNIN (54 Longwy) et de Jacques VERDIER (54 Tomblaine). Les matheux seraient-ils tant éloignés des questions d'argent ?

Quoi qu'il en soit, nous allons - à l'instar de nos deux correspondants - traiter le cas général, avec les données suivantes :

A : montant de l'achat

I : montant de l'apport initial

C : somme sur laquelle porte le crédit (on a, bien sûr, $C = A - I$)

M : montant de chaque mensualité

T : taux d'intérêt mensuel

N : nombre de mensualités (le coût du crédit est donc $c = nM - C$).

Proposons-nous d'abord de calculer le montant du crédit. Ici, les deux solutions reçues sont différentes (non dans leur résultat, mais dans leur démarche). En effet, l'une prend en quelque sorte le point de vue de l'acheteur, tandis que l'autre se met à la place du vendeur.

1) Point de vue de l'acheteur :

- au bout d'un mois (après versement de la première mensualité), la somme restant due par l'acheteur est $C(1+t) - M$;

- au bout de deux mois elle est de $[C(1+t) - M](1+t) - M$, soit $C(1+t)^2 - M[1 + (1+t)]$

- au bout de n mois, elle est égale à $C(1+t)^n - M \sum_{k=0}^{n-1} (1+t)^k$ (par récurrence),

soit $C(1+t)^n - M \frac{(1+t)^n - 1}{t}$.

Puisqu'au bout de n mois la dette est éteinte, l'expression précédente est nulle,

d'où $C = \frac{M}{t} [1 - (1+t)^{-n}]$.

Le coût du crédit est donc :
$$c = nM - C = \frac{M}{t} [nt - 1 + (1+t)^{-n}]$$

2) Le point de vue du vendeur :

Pour le vendeur, l'emprunt est un placement qui lui rapportera une somme M à la fin de chacune des n mensualités. Or, pour recevoir une somme M dans k mois, au taux mensuel t , il faut placer aujourd'hui la somme $M(1+t)^{-k}$. Tout se

passera donc comme si le vendeur plaçait au total le capital $K = M \sum_{k=1}^n (1+t)^{-k}$,

soit $K = \frac{M}{t} [1 - (1+t)^{-n}]$. Le coût du crédit est donc $c = nM - K$, et on retrouve

la même expression que plus haut.

L'apport initial :

Comme on veut que l'apport initial soit égal au coût du crédit, on a

$$I = \frac{M}{t} [nt - 1 + (1+t)^{-n}]$$

Dans l'exemple numérique, on a $M = 300$, $n = 10$, $t = \frac{0,09}{12} = 0,0075$ d'où $I \approx 1203,13$; c'est, à 13 centimes près, la somme demandée dans le prospectus.

Remarques :

1. Pour obtenir sans calculatrice la valeur de I , on peut, fait remarquer R André-Jeannin, utiliser un développement limité.

D'où :
$$I = Mt \frac{nt - 1 + 1 - C_n^1 t + C_{n+1}^2 t^2 - C_{n+2}^3 t^3 + o(t^3)}{t} \quad \text{ou} \quad \text{encore}$$

$$I = Mt \frac{n(n+1)}{2} \left[1 - \frac{n+2}{3} t + o(t) \right].$$

Dans l'exemple numérique, on obtient ainsi $I \approx 120,04$, soit un écart de 4 centimes.

2. J. Verdier donne le tableau d'amortissement ci-dessous :

T.E.G. = 9,00%	NB. Périodes : 10
l = 0,75%	Achat : 3 000,00 FRF
Taux. Ann. = 9,3807%	Apport : 120,00 FRF

	Capital	Amortissement	Intérêt	Remboursement
1	2880,00	278,41	21,60	300,01
2	2604,59	280,50	19,51	300,01
3	2321,09	282,60	17,41	300,01
4	2038,48	284,72	15,29	300,01
5	1753,76	286,86	13,15	300,01
6	1466,90	289,01	11,00	300,01
7	1177,88	291,18	8,83	300,01
8	886,71	293,36	6,65	300,01
9	593,34	295,56	4,45	300,01
10	297,78	297,78	2,23	300,01
	TOTAUX	2880,00	120,13	3000,13

Il remarque que « la chaîne vous fait un cadeau de 13 centimes » et indique que « pour tomber juste, il aurait fallu prendre un TEG d'environ 8,99 % », ce qui conduit au tableau de la page suivante :

T.E.G. = 8,99%
I = 0,7492%
Taux. Ann. = 9,3699%

NB. Périodes : 10
Achat : 3 000,00 FRF
Apport : 120,00 FRF

	Capital	Amortissement	Intérêt	Remboursement
1	2880,00	278,42	21,58	300,00
2	2601,58	280,51	19,49	300,00
3	2312,07	282,61	17,39	300,00
4	2038,46	284,73	12,27	300,00
5	1753,73	286,86	13,14	300,00
6	1466,87	289,01	10,99	300,00
7	1177,86	291,18	8,82	300,00
8	886,68	293,36	6,64	300,00
9	593,32	295,55	4,44	300,00
10	297,77	297,77	2,23	300,00

TOTAUX	2880,00	120,00	3000
--------	---------	--------	------

AVIS DE RECHERCHE

Le "Groupe de Recherche sur l'Histoire des Mathématiques et de leur Enseignement" de l'IREM de Lorraine recherche des collègues intéressés par l'un des deux thèmes suivants, prévus pour 1996-97 :

- Etude de textes historiques relatifs aux probabilités (Huygens, Bernoulli, Condorcet, Laplace, etc.)
- Etude du concept de fonction dans l'enseignement secondaire depuis le début du 20^e siècle.

Le groupe se réunira **une fois par mois, le vendredi après-midi**, à l'IREM. Réunion de rentrée le 20 septembre 1996. Pour tous renseignements, contacter :

Bernard Parzys

IREM Université Nancy I

BP 239

54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex

Tél. 87 31 52 92 (bureau) et 87 75 19 26 (domicile)

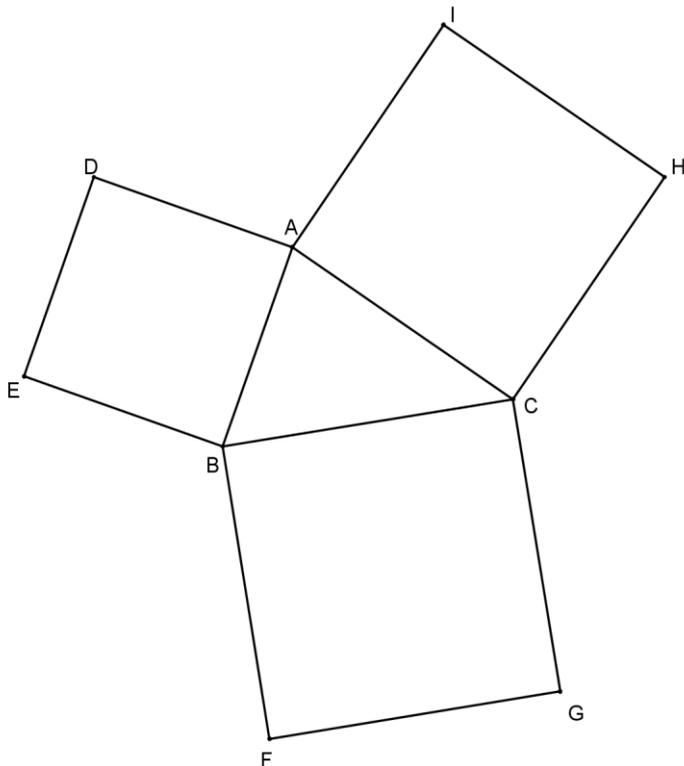
Problème du trimestre n° 46
d'après un énoncé du Concours général 1996

Soit un triangle ABC .

Extérieurement à ce triangle, on construit les trois carrés $ABED$, $BCGF$ et $CAIH$.

Il est évident que si ABC est un triangle équilatéral, les six points $DEFGHI$ sont cocycliques.

Mais est-il possible que ces six points soient cocycliques sans que le triangle ABC soit équilatéral ?



Envoyer vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à
Bernard PARZYSZ, 3 rue Marie Sautet, 57000 METZ.

SOMMAIRE

EDITORIAL (Daniel Vagost)	3
VIE DE LA REGIONALE LORRAINE	
Documents sur les programmes du collège	9
Recherche ateliers pour 1997	14
Annonce d'un groupe IREM	18
DANS NOS CLASSES	
Poisson de septembre (suite)	2
Remboursement d'un prêt	10
Les 60 ans du cube Soma	4
Fiche sur les calculatrices	7
PROBLEMES ET SOLUTIONS	
Enoncé de problème du trimestre	19
Solution du problème n°45	15

LE PETIT VERT n° 46

(BULLETIN DE LA REGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP 2 814 D 73 S. N° ISSN 0760-9825. Dépôt legal : 1996

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences), B.P. 239. 54506-VANDŒUVRE

Ce numéro a été tiré à 500 exemplaires

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 30 F

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P.
à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Désire m'abonner pour 1 an (année civile) au PETIT VERT

Joindre règlement à l'ordre de APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)