

CALCULATRICE PROGRAMMABLE

(suite du Petit vert n°16)

Objectif des programmes officiels : « Savoir programmer le n^e terme d'une suite définie par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale ».

Exemple : Calculer le 20^{ème} terme (u_{19}) de la suite définie par
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2 \times u_{n-1} - 3 \end{cases}$$

Nous avons déjà vu, dans le n°13 du Petit Vert, qu'on pouvait obtenir le résultat en programmant la fonction $u \rightarrow 2u - 3$, et en répétant 19 fois l'appel à cette fonction (c'est à dire en tapant 19 fois de suite sur la touche d'exécution du programme, à partir de la valeur initiale $u = 2$).

Mais nous désirons obtenir directement u_{19} à l'affichage, en laissant à la machine le soin de "gérer la comptabilité".

Si l'on dispose d'un langage évolué (tel PASCAL), l'écriture du programme correspond à peu près directement à l'écriture mathématique de l'énoncé ci-dessus :

```
FUNCTION U (N:INTEGER) : REAL;  
  BEGIN  
    IF N=0 THEN U:=2  
      ELSE U := 2*U(N-1)-3  
    END;  
  BEGIN  
    WRITELN(U(19))  
  END.
```

Cela signifie que U est une fonction réelle de la variable entière N

Début du "programme principal"
Demande au programme d'écrire u_{19}

Mais la plupart des langages informatiques ne permettent pas une telle écriture (dite "récursive") ; il faut en donner une version "itérative", ce qui implique que l'utilisateur définisse un "compteur" (pour compter le nombre de fois que l'on fait le calcul).

Par la suite, on notera u le terme général de la suite, et i l'indice courant (au départ, $i = 0$; à la fin, $i = 19$).

L'algorithme est le suivant :

```
i ← 0  
u ← 2 } initialisations  
Tant que i < 19 faire [ u ← 2 × u - 3 ; i ← i + 1 ]  
Ecrire u
```

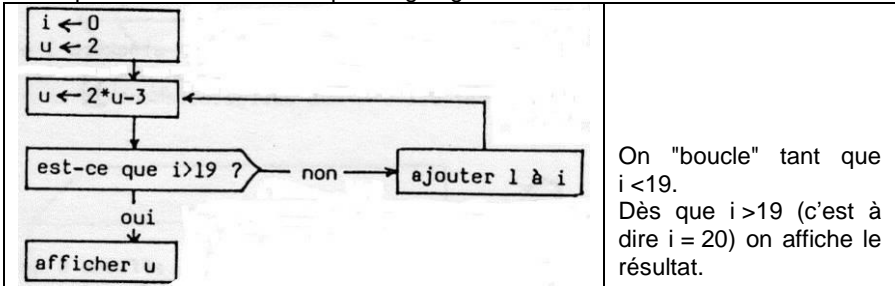
Ce qui, en PASCAL, donne :

```
I:=0 ; U:=2 ;  
WHILE I < 19 DO  
  BEGIN U:=2*U-3 ; I:=I+1 END ;  
WRITELN(U).
```

Ou, en BASIC :

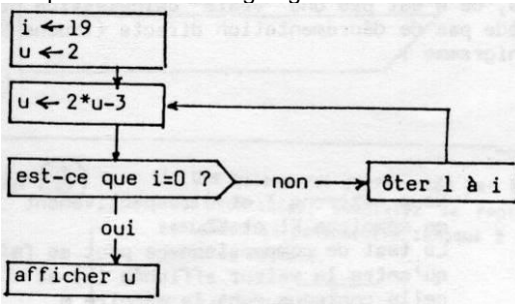
```
I=0 : U=2
WHILE I ≤ 19
U=2*U-3 : I=I+1
WEND
PRINT U
```

Cela pourrait se schématiser par l'organigramme suivant :



Au lieu de partir de $i=0$ et d'ajouter 1 à chaque passage, on pourrait tout aussi bien partir de $i = 19$ et ôter 1 jusqu'à obtenir $i = 0$.

Ce qui donne alors l'organigramme suivant :



Comment programmer, sur une petite machine, cette instruction conditionnelle :

```
SI i=0 ALORS faire : i ← i - 1
                    u ← 2u - 3
                    SINON faire : Afficher u
```

La plupart des calculatrices ont une touche-fonction (la touche DSZ) qui réalise directement cette instruction.

Le principe est le suivant : on met la valeur désirée (par exemple 19) dans une mémoire ; chaque fois que le programme rencontre l'instruction DSZ, il ôte 1 de la mémoire : 18, 17, etc. Quand il arrive à 0, il "saute" l'instruction suivante (qui aurait été ici le bouclage Goto) pour exécuter celle qui vient immédiatement après (ici, l'affichage de u).

1^{er} cas : Les CASIO 3900, 4000, 6000, 7000 etc. :

19 → I
2 → U
Lbl 1
2*U - 3 → U
DSZ I : Goto 1 : U▲

Les labels (Lbl) sont des étiquettes indiquant l'endroit où se rendra le programme quand il rencontrera l'instruction Goto

Boucle tant que I ≠ 0 ; quand I = 0, affiche U (instruction ▲)

2^o cas : Les TEXAS TI62, TI66 etc. :

Il faut déjà choisir le n° des mémoires dans lesquelles on stockera I et U (ici, I dans la mémoire 0 et U dans la mémoire 1). Sur la TI62, on n'a pas le choix de la mémoire qui sera décrétementée par DSZ : c'est obligatoirement la mémoire zéro.

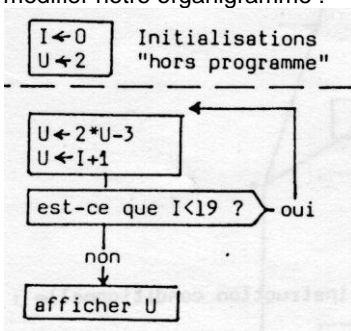
19 STO0
2 STO1
Lbl1
2*RCL1 - 3 = STO1
DSZ Goto 1
RCL1 PAUSE

Boucle tant que i ≠ 0 ; quand i = 0, affiche U qui est en mémoire 1 (instruction PAUSE)

3^o cas : La CASIO fx180P

Sur ce type de machine, il n'y a pas possibilité de "bouclage" sauf le retour au début de programme (en ce sens, ce n'est pas une "vraie" calculatrice programmable).

De plus, elle ne possède pas de décrémentation directe (touche DSZ). Il faut donc modifier notre organigramme :



Nous mettrons I et U respectivement en mémoires K1 et K2.

Le test de comparaison ne peut se faire qu'entre la valeur affichée (x) et celle contenue dans la mémoire M (qui devra donc contenir 19).

Le programme est alors :

2*Kout2 - 3 = Kin2
1 Kin+1
Kout1
x<M
RTN
Kout2

Calcule 2u-3 (dans K2)

Ajoute 1 à I (dans K1)

Prend la valeur de K1, la compare à M.

Si c'est vrai (I<19), retour au début (RTN) sinon exécute la suite : c'est à dire ressort K2 et s'arrête.

Avant d'exécuter, initialiser par :

19 Min ; 0 Kin1 (initialise la valeur de I) ; 2 Kin2 (initialise la valeur de U)

Ces trois exemples nous montrent que, dans les calculettes "bas de gamme", une CASIO 3900P ou 400OP est plus facile à manier (car utilisant un langage beaucoup plus proche des langages évolués) qu'une TEXAS, et qu'elles l'emportent largement sur la CASIO fx180P.

REMARQUE

Les programmes écrits dans cet article ne sont pas "interactifs" : ils ne calculent que le 20^{ème} terme, avec $u_0 = 2$. Mais il est très facile de les modifier pour qu'ils s'arrêtent à un rang n quelconque choisi par l'utilisateur.

Sur une CASIO 400OP, par exemple, au lieu de : $19 \rightarrow I$
l'instruction aurait été : $? \rightarrow I$.

A l'exécution, la calculatrice afficherait :

Il suffirait alors de taper la valeur de I (par exemple 19) et de lancer l'exécution par EXE. On pourrait faire de même avec la valeur initiale de U .

L'A.P.M.E.P. RÉGIONALE LORRAINE A ÉCRIT :

Le 28 juin 1989.

A Monsieur le Recteur,
Madame et Monsieur, les I.P.R.,
Monsieur le Directeur de l'I.R.E.M.

PROPOSITION POUR L'ORGANISATION DE LA CORRECTION DES ÉPREUVES ÉCRITES DE MATHÉMATIQUES AU BACCALAURÉAT

De nombreux collègues lui ayant fait part, cette année encore, de leur déception, voire de leur irritation, à la suite de leur participation à des réunions dites "d'harmonisation" pour la correction des copies, la Régionale A.P.M.E.P. vous soumet la proposition suivante, qui n'est d'ailleurs pas en contradiction avec les textes existants.

Il y aurait lieu de réunir, dans la demi-journée qui suit l'épreuve écrite, une "Commission de Barème" qui serait chargée de faire une analyse détaillée des tâches induites par l'énoncé, une étude des copies (par "sondage") et, seulement après, une proposition de barème.

Cette Commission, pour que son travail soit efficace, devrait réunir une dizaine de personnes au plus : un I.P.R., au moins un membre de l'I.R.E.M., au moins un membre de l'A.P.M.E.P., et des professeurs qui ont enseigné effectivement pendant l'année en cours dans la section considérée. "

Analyse de la tâche et barème seraient alors distribués avec les copies aux correcteurs. Il serait souhaitable que tout correcteur éprouvant des difficultés puisse à tout moment contacter une personne ayant participé aux travaux de cette Commission.