N° 149 Mars 2022

LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine

Si même les ovnis le disent…

Régionale de Lorraine
APMEP

www.apmeplorraine.fr

SOMMAIRE

ÉDITO

« PLUS » DE MATHS

Gilles Waehren

Notre ministre a récemment admis que la réforme du lycée qu'il a menée, pouvait manquer de mathématiques et qu'il pensait renforcer leur place dans le tronc commun. Pour ceux qui y croyaient encore, il n'est, bien sûr, pas question d'y replacer un enseignement de mathématiques, même de deux petites heures, mais d'accentuer l'aspect mathématique que contient le programme de l'enseignement scientifique. Peut-être que réintroduire une matière souvent décriée n'était guère habile en période électorale. Au nom de quoi est-elle devenue optionnelle, déjà en 2010, pour les Premières L ? Trop difficile ? Peu utile ?

Les raisons qui font qu'une discipline autrefois majoritaire vienne à s'effacer progressivement des politiques d'éducation, nécessitent des recherches que je n'ai pas faites. On peut cependant songer au latin qui, d'enseignement d'excellence, a quasiment disparu, parfois au profit des mathématiques. Est-ce le sens de l'histoire qu'après avoir occupé une position presque hégémonique, un contenu d'étude connaisse un déclin inexorable ? Jean-Michel Blanquer prend-il un malin plaisir à écouter le chant du cygne de notre matière en moquant ses derniers soubresauts : le nouveau programme de spécialité est « beaucoup plus exigeant, certains s'en plaignent d'ailleurs. » N'en déplaise à certains. A-t-il souffert des mêmes affres que certains élèves en difficulté ? Pense-t-il avoir réussi à gagner sa place malgré les mathématiques ? Les profs de maths de l'ESSEC l'ont-ils incommodé quand il en était directeur ? Ou s'imagine-t-il, comme certains économistes, qu'on peut gouverner un pays en ayant été « nul en maths » ? En tout cas, les écueils que rencontrent beaucoup de journalistes, dont notre rubrique Maths et Médias se fait souvent l'écho, montrent la nécessité de soutenir cet enseignement, afin d'éviter les « virages à 360 degrés » ; autrement dit, les retours à la case départ.

Le ministère de l'éducation nationale, lui, donne souvent l'impression d'être attaché à une fonction utilitariste de l'école où le plaisir d'apprendre vient, peut-être, dans la durée ; ou pas du tout, mais cela n'a guère d'importance. Les dernières orientations des programmes vers un apprentissage plus efficace et moins coûteux semblent le confirmer. À coup de méthodes toutes faites, mâtinées de neurosciences, d'habiles réductions de budget, on a compris qu'il tenait à ce que l'argent des impôts, investi dans l'éducation, ait vraiment l'air de servir à quelque chose.

L'APMEP a lancé une grande réflexion sur l'enseignement des mathématiques au vingt-et-unième siècle. Chacun d'entre nous est convaincu de l'importance d'une telle question et surtout de l'importance de notre rôle de profs de maths dans la société. Mais cette réflexion doit surtout nous interroger sur la place des mathématiques dans la formation de nos élèves. Quand on pense à former des citoyens, ce n'est pas juste en distillant un ensemble de connaissances de mathématiques qui s'évaporeront bien vite. Il s'agit d'abord d'enseigner des méthodes de recherche, de construire un esprit critique des résultats et des informations, d'apprendre de ses erreurs, de solliciter la créativité. Être citoyen ne se limite pas à aller voter et payer ses impôts, c'est aussi être le mieux à même de déployer son potentiel au profit de la société.

Tout le monde s'accorde pour dire qu'il est bon d'avoir des connaissances dans beaucoup de domaines et chaque groupe d'experts se bat pour que son champ de connaissances soit le mieux représenté dans les programmes scolaires. Ainsi a-t-on vu se multiplier de nouvelles offres d'enseignement, permettant à chaque élève de se retrouver, de temps en temps, en

Retour au sommaire

phase avec ce qu'il apprend. On ne peut qu'encourager leur curiosité. Toutefois, le buffet serait-il trop garni de denrées alléchantes ? Quels sont les fondamentaux sur lesquels nous devrions accentuer nos efforts de formation ?

Renforcer la place des mathématiques suppose de repenser notre modèle éducatif en formant plus de professeurs de mathématiques, ce qui suppose de mieux former les élèves, les étudiants, qui peuvent embrasser cette carrière et donc d'inverser la spirale dans laquelle s'est engagée (ou « on a engagé » ?) notre discipline. La revalorisation professionnelle du métier d'enseignant ne peut pas se contenter d'un saupoudrage de quelques milliards d'euros vite et mal dépensés. Elle entend de se poser, toujours et sans cesse, la question d'un enseignement juste, avec des moyens de gestion adaptés à un secteur d'activité qui ne peut pas se gérer comme une entreprise automobile. Les acteurs du monde éducatif – pas seulement les professeurs – sont dépositaires d'une responsabilité sur l'avenir des enfants qui les empêche de se considérer comme les rouages d'une énorme machine, comme les organes d'un trop gros mammouth même dégraissé.

ANNONCE

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LORRAINE 2022

Le rallye mathématique de Lorraine, en partenariat avec Aleph, est proposé aux 3$^{\text{è}}$ de collège et de LP, aux 2$^{\text{de}}$ de LGT et de LP de notre académie depuis plus de 15 ans.

La participation au rallye mathématique de Lorraine reste **gratuite**.

Cette année, l'épreuve aura lieu le **8 avril 2022 sur une plage de deux heures**, en classe.

Les inscriptions se font en ligne **avant le 1er avril 2022**.

Retour au sommaire

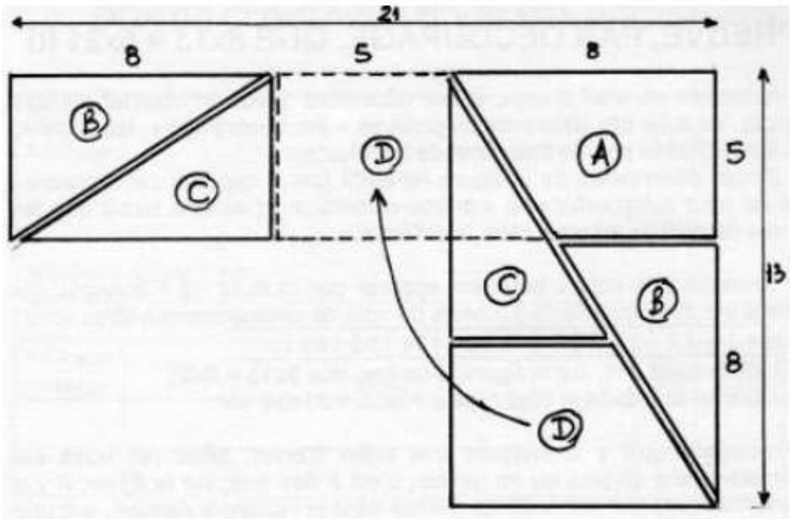
VIE DE LA RÉGIONALE

IL Y A 25 ANS :
PREUVE PAR DÉCOUPAGE

Voici un extrait d'un article du [Petit Vert n°49]

André Viricel, nous met en garde au sujet des tentatives de preuves « par découpage », telles celles qui sont utilisées pour le théorème de PYTHAGORE : « La simple observation de la figure ne suffit pas à apporter cette preuve : elle ne peut qu'apporter une « intime conviction » ; encore faut-il que les élèves de collège puissent faire la différence... ».

Une preuve par découpage que $8 \times 13 = 5 \times 21$



Le rapport Villani-Torossian de 2018 sur l'enseignement des mathématiques, préconise de mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques, dès le plus jeune âge, fondé sur la manipulation et l'expérimentation, la verbalisation et l'abstraction. Il y a 25 ans l'APMEP Lorraine proposait déjà des jeux dont les puzzles pour l'enseignement des maths.

En consultant les programmes actuels on peut observer la progression de l'apprentissage de la notion d'aire.

Au cycle 1, le maniement de puzzles permet de développer des compétences d'attention, d'observation. En outre la notion d'aire se construit progressivement, en prenant conscience de l'équivalence de surfaces obtenues par différents assemblages de formes.

Au cycle 2, à partir de manipulations, l'élève associe plusieurs formes géométriques pour reproduire une figure. Il repère **visuellement** des alignements. Au CM2, il compare des surfaces selon leur aire, par estimation visuelle ou par superposition ou découpage et recollement.

En sixième il utilise les formules pour calculer l'aire d'un triangle quelconque.

En cinquième il calcule le périmètre et l'aire des figures usuelles (rectangle, parallélogramme, triangle, disque).

En quatrième Il détermine des longueurs, des aires et des mesures d'angles en utilisant les propriétés de conservation de la translation.

Dès la sixième l'élève dispose d'outils suffisants sur la notion d'aire pour éveiller son esprit critique et s'initier à la différence entre preuve et conviction. Ne nous privons pas de cette fonction essentielle des mathématiques.

[Retour au sommaire]

Quelques compléments sur les puzzles

Une mine de références dans cet article du PV149.

Gilles Waehren a étudié le lien entre le puzzle de Lewis Carroll et la suite de Fibonacci dans un article du Petit Vert n°146.

Le dossier pédagogique maths-puzzle de l'université de Poitiers a dressé un inventaire intéressant de nombreuses activités à réaliser avec les puzzles. Vous pouvez acheter la brochure.

Pour acheter nos puzzles

Notre puzzle aux 7 triangles

ANNONCE

LA SEMAINE DES MATHS

La semaine des mathématiques 2022 se tiendra du 7 au 14 mars sur le thème "Mathématiques en forme(s)".

Le groupe "**Maths & Jeux" de la régionale Lorraine APMEP** vous propose **un jeu d'aventures et d'enquêtes** pour faire vivre ou prolonger cette semaine des mathématiques dans vos classes de CM2 ou 6ème.

À travers ce jeu d'aventures, les élèves d'une même classe pourront se répartir en équipes pour trouver des indices et résoudre des énigmes mathématiques en lien avec le thème sur les formes mathématiques. Une fois ces problèmes résolus, ils pourront récupérer les étapes d'un programme de construction, qui permet d'effectuer des tracés à partir d'une croix latine (patron d'un cube), et découvrir que cette croix peut être aussi le développement d'un tétraèdre (pyramide à base triangulaire).

La publication est programmée pour le 1er mars. Les documents accompagnant ce jeu seront proposés en téléchargement à partir du 3 mars.

Le jeu sera proposé le 17 mars au collège Louis Armand de Moulins-Lès-Metz avec les classes de 6ème et de CM2 des écoles Cressot de Montigny-Lès-Metz et Paul Verlaine de Moulins-Lès-Metz. Il sera animé par les étudiants en M1 avec leurs formatrices Christelle et Valérie, les profs de maths du collège, les deux professeures des deux écoles et Michel en tant que représentant de l'APMEP.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

UN CALENDRIER DE L'AVANT…

En décembre 2021, notre site proposait un calendrier d'Avant les vacances.

Des ressources déposées sur notre site ont été mises en avant, d'autres ont été créées spécialement pour cette occasion. Elles continuent bien sûr à être accessibles en 2022 pour d'autres « Avant les vacances » ou d'autres « Avant », « Pendant » ou « Après » vos envies.

Voici les thèmes découverts après l'ouverture des vingt-cinq cases cadeaux.

1 Une journée importante : un calendrier utilisant des Pentaminos.

Il avait été présenté dans le Petit Vert n°133, présent sur le stand de la régionale aux journées Nationales de Bourges, des envies de fabrication et de diffusion sont venues au sein de la régionale.

2 Le Jeu TRIO en 2021 : la date du jour peut servir de nombre cible.

Des possibilités d'utilisations en classe avaient été rappelées dans le Petit Vert n°145. Ce calendrier de « l'Avant plein de bonnes choses » nous proposait que la date du jour devienne le « nombre cible ». Voici une idée d'un rituel de calcul en début d'heure de classe.

3 Le puzzle « Mon beau sapin » : un puzzle géométrique à utiliser même en période non hivernale.

Même menacé par les scolytes, il reste un arbre emblématique de nos forêts lorraines. Le très hivernal Petit Vert n°136 l'avait évoqué et notre site fournit des compléments accessibles à de très jeunes élèves.

4 *Wir packen Math* pour un solide à réaliser en quatre exemplaires afin de construire un tétraèdre.

En complément a été indiquée une ressource pleine de pliages pour « Emballer les maths ».

Retour au sommaire

5 Dessine-moi un âne.

Le 6 décembre, une bourrique était attendue en Lorraine. C'était le moment de refaire dessiner l'âne ornant la couverture du Petit Vert n°148.

Des productions d'élèves ont été déposées sur le site de la régionale, vous apprécierez leur créativité.

6 Un calendrier un peu spécial : il est circulaire !

Les recherches peuvent continuer.

7 Les carrés de MacMahon et un accès à de nombreuses pistes de recherche.

Ce septième jour a été l'occasion de proposer un calendrier utilisant ces pièces diffusées par notre régionale. Que les lecteurs du Petit Vert se rassurent, toutes les cases de ce nouveau calendrier peuvent être atteintes.

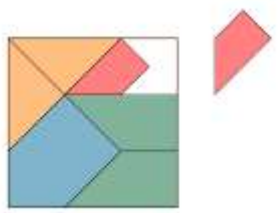
8 *Only you* : un puzzle géométrique pour tous et toutes.

Quatre pièces identiques pour un puzzle géométrique autorisant de bien belles rencontres avec des configurations symétriques.

9 De drôles d'objets artistiques au Jardin des enfants de la Science.

Le neuvième cadeau a été l'occasion d'évoquer des activités mises en œuvre avec des élèves de Cours Moyen lors de la fête de la science.

10 Un petit casse-tête : boucher le trou avec la pièce restante.



Nos lecteurs auront sans doute envie d'en savoir plus à propos de ce puzzle géométrique ainsi que du découpage dont il est issu : le Puzzle de Bar-le-Duc.

11 Neuf nouveaux stands dans notre expo « objets mathématiques ».

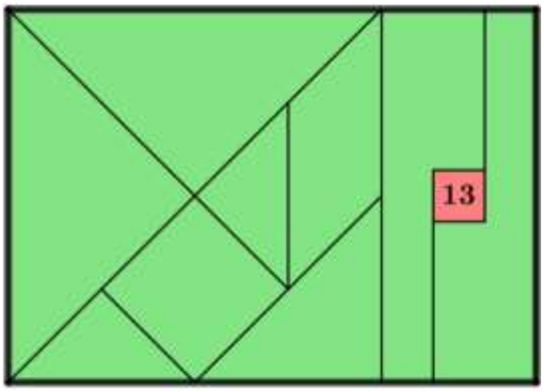
Ils avaient été préparés à l'occasion des récentes Journées Nationales de Bourges, ils donnent des éclairages à propos d'échanges au sein du groupe « Maths et Jeux » de la Régionale : des documents à télécharger et à utiliser sans modération.

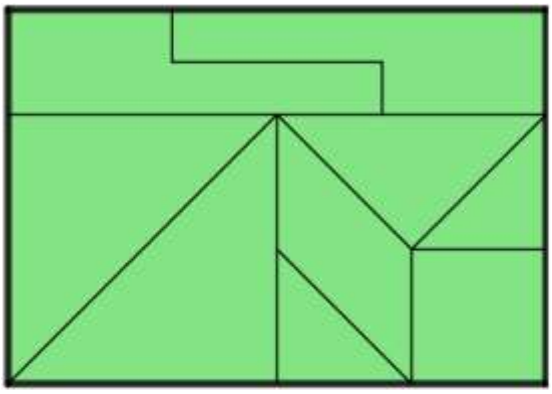
Retour au sommaire

12 Escher fait le mur.

Le beau décor a été réalisé par les élèves d'un lycée de Troyes donne envie de manipuler les pièces téléchargeables ou de faire de beaux dessins avec le programme Scratch joint.

13 Et si on faisait disparaitre la case du 13 ?





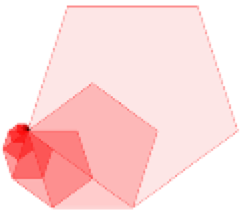
Drôle d'idée, n'est ce pas !

Abracadabra ! Le Petit Vert n°143 vous en dit plus !

14 Des p'tis L, des p'tits L, toujours des p'tits L.

Recouvrir toutes les cases sauf celle du jour par « quatre Petits L » de quatre couleurs différentes pourra continuer à se faire chaque mois de 2022.

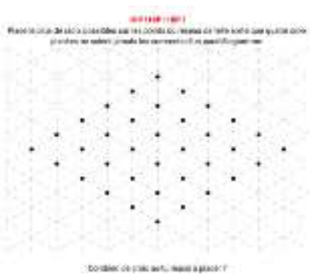
15 Python, dessine-moi une spirale d'or.



Une spirale d'or dessinée à l'aide de Python : voici un projet pour des lycéens amateurs de belles choses.

Si Python ne vous est guère familier, vous pourrez utiliser votre règle non graduée.

16 Hip Hip Hip



Ce jeu sur quadrillage ou réseau triangulé fait partie d'un dossier consacré à des jeux « papier crayon » préparé pour notre stand virtuel des Journées Nationales 2020 « en attendant Bourges ».

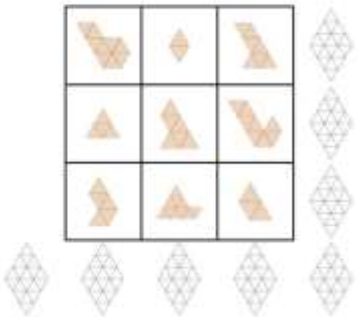
Retour au sommaire

17 Les circuits de François Boule

Réalisez des circuits fermés sans impasse.

Mais vous aurez peut-être envie de rechercher des circuits ouverts. Dans la rubrique Maths et Jeux de ce Petit Vert, quelques résultats obtenus.

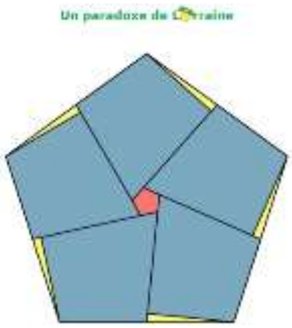
18 Un drôle de carré magique



Dessinez les trois pièces dans les losanges obtenus dans une ligne, une colonne ou une diagonale du carré géomagique.

Le document présentant cette activité est téléchargeable sur notre site. Vous retrouverez un carré magique de somme 18, le numéro de la case-cadeau du jour.

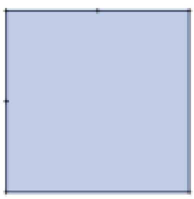
19 Un paradoxe de Lorraine



Pythagore viendra-t-il en aide aux élèves pour expliquer ce paradoxe ?

Un autre paradoxe peut inciter à prendre du recul à propos de ce qui est vu : 64 est-il égal à 65 ?

20 Un carré brisé

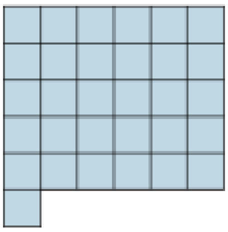


On se donne un carré sur lequel ont été placés les milieux de deux côtés consécutifs.

En utilisant uniquement la règle non graduée, partager ce carré en neuf carrés superposables.

La construction pourra être utilisée pour partager une feuille de papier carrée en neuf carrés superposables uniquement par pliage.

21 Un calendrier sans confettis

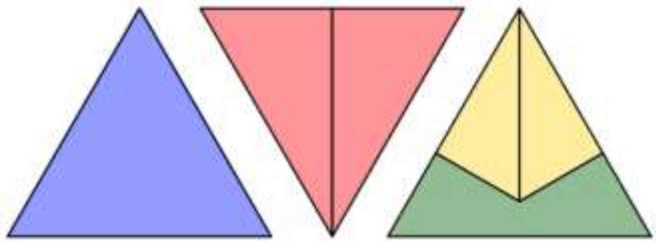


Le groupe Jeux de l'APMEP Lorraine souhaite créer un calendrier mathématique de trente et une cases contenant chacune un défi, un jeu ou un casse-tête. Ses membres ont décidé de répartir les cases de la manière suivante : au moins la moitié pour les jeux, un quart pour les casse-têtes, un neuvième pour les défis.

Combien de jeux, de défis et de casse-têtes devront-ils prévoir pour ce calendrier ?

Retour au sommaire

22 Des trisections en pagaille



À l'aide des six pièces obtenues, réaliser un triangle équilatéral

Cette trisection du triangle équilatéral a été obtenue en respectant la tradition qui consiste à rechercher les solutions comportant le minimum de pièces.

Christian Blanvillain et János Pach publient en 2010 une nouvelle trisection du carré en six morceaux où toutes les pièces ont la même surface. La conjecture que 6 est le nombre minimal de pièces n'est toujours pas démontrée.

Peut-on étendre cette conjecture au triangle équilatéral ? Aux autres polygones réguliers ?

Voici une bonne occasion pour revoir les trisections dont le Petit Vert a parlé.

23 La suite de Fibonacci est magique.

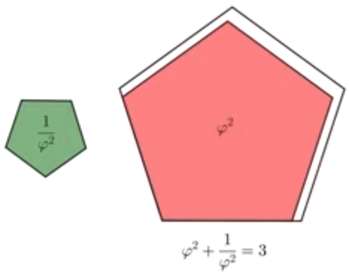
Connaissez-vous le théorème de Zeckendorf ?

Ce théorème affirme que tout entier naturel se décompose de manière unique en tant que somme de nombres de Fibonacci distincts et non consécutifs. Cela permet d'adapter le tour de carte en base 2 en remplaçant la décomposition en somme de puissances de 2 par la décomposition de Zeckendorf. Réussirez-vous à trouver la décomposition de 2022 ? La réponse sera apportée dans un Petit Vert futur.

Pour le fonctionnement du tour en base 2, lire l'article paru dans le Bulletin Vert de l'APMEP.

Le groupe Maths & Jeux vous propose des cartes de Fibonacci imprimables pour tous les nombres entiers de 1 à 54.

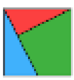
24 Le puzzle KD⬟ 2022

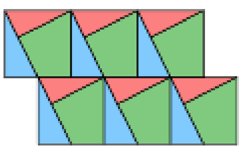


Sauriez-vous combler l'espace vide entre le grand pentagone et le pentagone rouge en utilisant uniquement la pièce verte ?

Les pièces à utiliser sont accessibles sur notre site. Des compléments seront apportés dans un Petit Vert futur.

25 Un deuxième cadeau pour 2002





Ici, le carré est une cellule génératrice de pavages pouvant faire apparaitre des rectangles et des parallélogrammes. Réussirez-vous à faire apparaitre un trapèze, un parallélogramme ou un quadrilatère ayant deux angles droits ?

Sur notre site, vous trouverez des pièces à découper ainsi que quelques solutions.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

LE NOMBRE D'OR ET LE GRAND ORAL

Groupes « Maths et Jeux » et « Maths et Arts » de l'APMEP Lorraine

Le calendrier de l'« Avant les vacances 2021 » évoqué dans ce Petit Vert proposait des activités autour de ce nombre. L'an passé, certains thèmes choisis pour le Grand Oral l'ont utilisé, le plus souvent en lien avec l'architecture.

Les groupes "Maths et Arts" et "Maths et Jeux" de la régionale ont souhaité partager quelques idées et pistes supplémentaires avec les collègues qui ont à encadrer des élèves ayant choisi ce thème pour cette épreuve.

Phyllotaxie

La phyllotaxie est un domaine commun aux Mathématiques et les Sciences de la Vie et de la Terre ; il s'intéresse à tous les arrangements observables chez les végétaux.

Pour assurer à toutes les feuilles la réception d'un maximum de lumière, les rameaux d'une plante se disposent sur la tige selon une disposition particulière pour que les rameaux du dessus fassent le moins d'ombre possible aux rameaux du dessous. Mais aussi, ces arrangements permettent de ranger un maximum d'objets dans le plus petit volume possible ou sont un dispositif de lutte contre le vent ou le piétinement. Ces arrangements font rencontrer la suite de Fibonacci et le nombre d'or.

Le site régional présente des documents utilisés il y a quelque temps en collège, ils pourront servir de base à des élèves de lycée désirant aller plus loin.

Architecture

Téléchargeable sur notre site, la brochure « La cathédrale de Metz et le nombre d'or » évoque des rencontres en architecture médiévale. Les lycéens seront aussi intéressés par des aspects dans des réalisations plus récentes : Le Corbusier a fait intervenir le nombre d'or dans son Modulor. Ils auront sans doute envie de découvrir la « Cité Radieuse » à Briey ou l'usine « Claude et Duval » à Saint-Dié-des-Vosges.

Littérature

Le nombre d'or est également utilisé en littérature. Il est principalement présent dans le rythme des poèmes, les types de strophes, ainsi que le retour du refrain.

On pourra constater l'utilisation de ce nombre dans de nombreux poèmes de Baudelaire, comme par exemple "Le serpent qui danse".

D''autres exemples pourront être trouvés sur le site de trois lycéens ayant choisi ce thème dans le cadre d'un TPE.

Retour au sommaire

Un peu de lecture

Ce livre a été plusieurs fois [réédité dans son format de poche](). Il devrait être dans tous les centres de documentation des collèges et des lycées. La première partie permet de prendre un peu de recul lors de la recherche du nombre d'or dans certaines œuvres : certains artistes l'ont utilisé et l'ont dit, pour d'autres, qui ne l'ont pas dit, on aimerait bien qu'ils l'aient utilisé.

Dissection de polygones

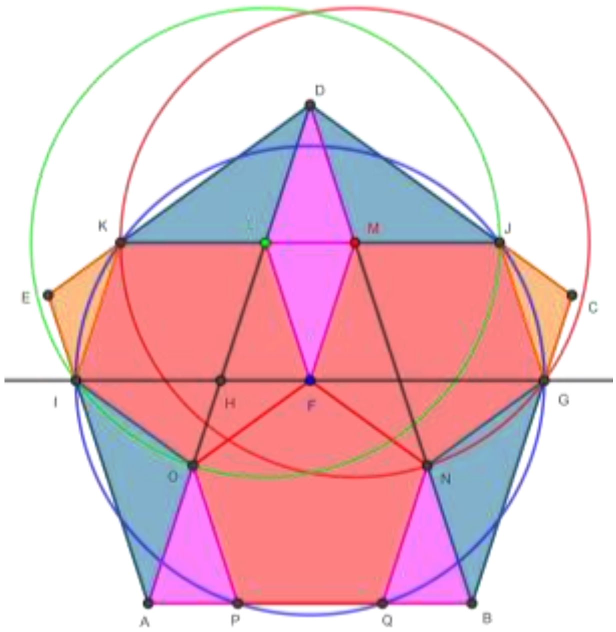
Le nombre d'or $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ vérifie les relations suivantes : $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$ et $\varphi + \frac{1}{\varphi} = \sqrt{5}$.

Ces relations permettent de découper un pentagone régulier en cinq pentagones réguliers et superposables.

Le programme de construction donné ci-dessous et qui permet d'obtenir une telle penta-section en treize morceaux pourrait être proposé aux élèves pour analyse et justification.

Soit ABCDE un pentagone régulier de centre F.

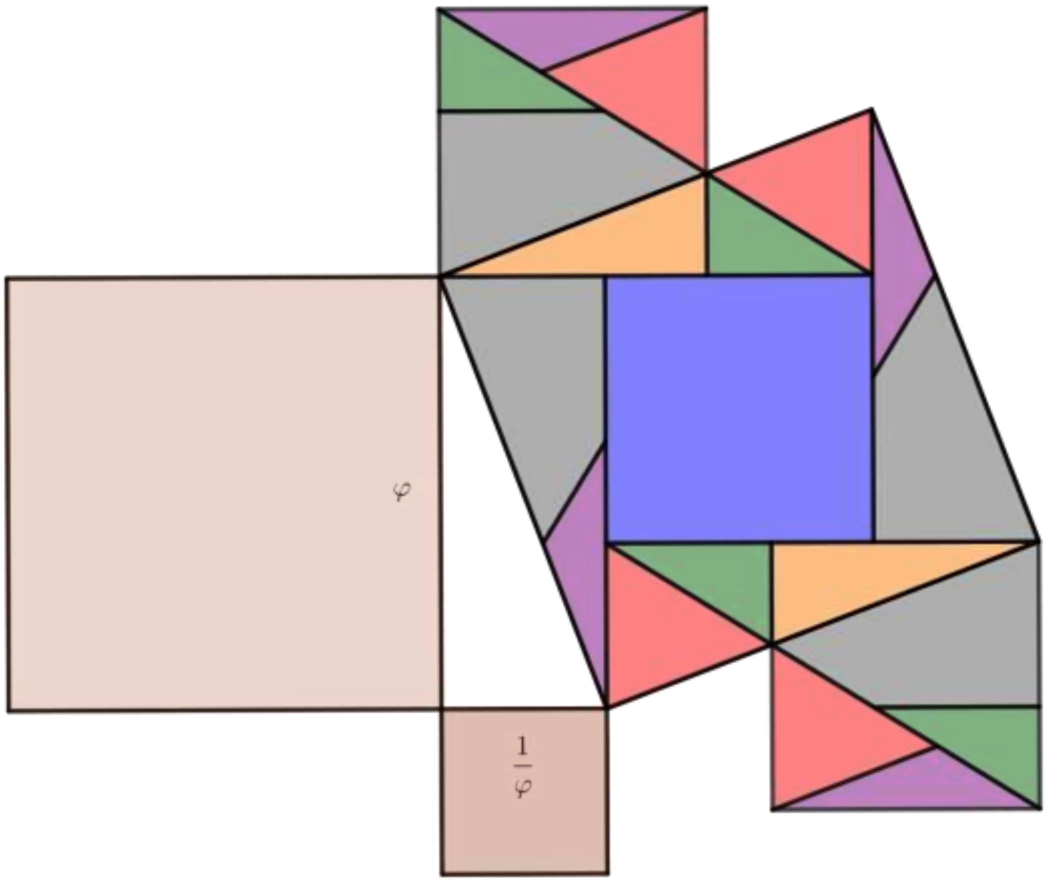
1) Tracer la parallèle à (AB) passant par F. Elle coupe [AD] en H, [BC] en G et [AE] en I.
2) Tracer le cercle de centre F passant par G. Il coupe [DE] proche de E en K, [CD] proche de C en J et [AB] en P et Q.
3) Tracer le segment [JK]. Il coupe [AD] en L et [BD] en M.
4) Tracer le cercle de centre M passant par G. Il coupe [BD] en N.
5) Tracer le cercle de centre L passant par I. Il coupe [AD] en O.



Le nombre d'or vérifie également la relation suivante $\varphi^2 + \frac{1}{\varphi^2} = 3$. Cette relation permet de construire un carré d'aire égale à 3 et de le découper en trois carrés superposables.

On obtient alors une trisection du carré en onze morceaux et utilisant le nombre d'or.

[Retour au sommaire]()



N'hésitez pas à nous envoyer vos idées de production pour le grand oral. Le Petit Vert sera heureux de les publier de façon à permettre à ses lecteurs d'échanger ressources et réflexions sur ce thème.

" **LE PETIT VERT** " est le bulletin de la régionale **APMEP Lorraine**.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'**informer** les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de **permettre les échanges "mathématiques"** entre les adhérents.

Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à redactionpetivert@apmeplorraine.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, Fathi Drissi, François Drouin, Françoise Jean, Christelle Kunc, Léa Magnier, Aude Picaut, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.

La couverture du Petit Vert n°149 est réalisée par Léa Magnier.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

PRÉSENTATION DE L'ASSOCIATION À NOS FUTUR·ES COLLÈGUES

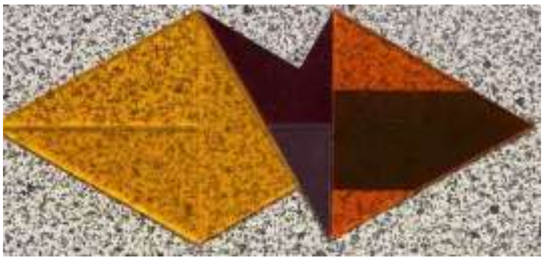
En décembre, l'APMEP a été présentée à nos futur·es collègues étudiant·es en M2 des sites de Nancy et Metz.

Les énoncés du rallye 2019 et divers jeux à utiliser en classe ont permis de les mettre en activité. Les ressources de notre régionale leur ont été présentées, en particulier le Petit Vert et ses diverses rubriques en lien avec ce qui est accessible sur notre site, les jeux d'aventures, l'expo régionale.

L'APMEP nationale a été mise en avant, en particulier ses Journées Nationales, son bulletin et ses brochures, ses groupes de travail, etc.

Les deux photos ci-dessous ont été prises le 15 décembre à Metz.

À Nancy, le puzzle aux sept triangles a été apprécié. Un étudiant ne trouvant pas le triangle isocèle a fait comme les élèves : il a cherché d'autres assemblages et en a trouvé un bien intéressant.



Lorsqu'il est demandé aux étudiant·es ce qui caractérise le monde associatif, la première réponse qui vient est « la convivialité ». Pendant ce temps d'échanges, ils ont pu se rendre compte que celle-ci n'était pas un vain mot au sein de notre régionale : le goûter qui leur a été offert a été apprécié.

De nombreuses raisons de nous rejoindre leur ont été présentées. Le réseau d'échanges conviviaux actif au sein de notre association s'enrichira.

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

CUBE AZTÈQUE ET CUBE SOMA EN CYCLE 2

François DROUIN

La classe de l'école de Sampigny est composée de 14 élèves de CP et 8 élèves de CE1. Carole Hofbauer, l'enseignante qui m'a accueilli, était présente avec moi dans la classe. Les activités ont été mises en œuvre un matin de novembre, avant la récréation.

L'idée était d'utiliser en cycle 2 du matériel présent dans l'école et déjà utilisé il y a quelque temps en cycle 2.

Le choix a été de proposer des activités semblables en CP et CE1*.* Les pièces de la pyramide aztèque sont plus faciles à manipuler et à percevoir car elles ne peuvent n'avoir qu'« un étage ». Elles ont donc été utilisées en CP. Les pièces du cube Soma ont été utilisées avec les élèves de CE1.

Pour que les élèves soient confrontés à la recherche d'un même solide réalisé étape après étape, les huit pièces formant le cube aztèque ont été choisies (un des deux cubes blancs et le pavé vert de la pyramide aztèque n'ont pas été utilisés).

Les couleurs n'étaient pas indiquées sur les documents élève, l'envie était de voir si ces jeunes élèves pouvaient reconnaitre les formes des pièces sur les dessins et faire ensuite le lien avec les pièces mises à leur disposition.

Les élèves de CP sont au premier plan. Des collages de cubes de 3cm d'arête ont servi pour la réalisation des pièces utilisées.

Les élèves de CE1 sont en arrière-plan. Les pièces du cube Soma ont été découpées dans des tasseaux de bois de base carrée d'environ 20mm x 20mm.

Dans les deux cas, les couleurs des pièces sont celles qui se retrouvent dans les ressources accessibles sur notre site.

Pendant le temps de prise en main des pièces, les élèves ont spontanément réalisé des empilements mettant les pièces en équilibre l'une sur l'autre. Ce type d'activité est présente au cycle 1 avec d'autres pièces de jeu. Il leur a alors été expliqué qu'autre chose allait être réalisé ce matin : en particulier, construire des empilements dont le bas recouvre un carré de côté 3.

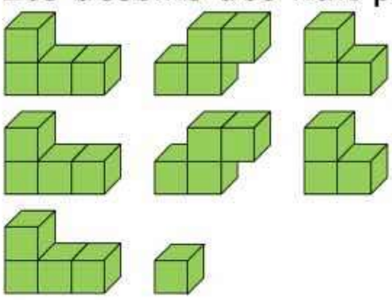
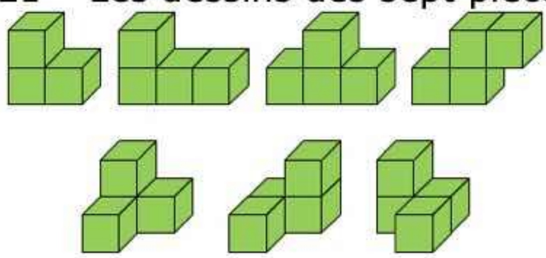
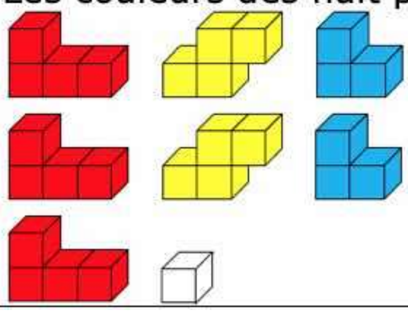
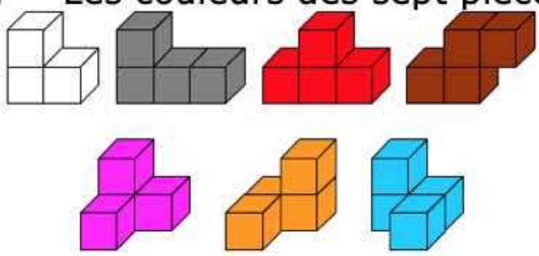
Cette consigne a été difficile à gérer par les élèves de CP. Pour recommencer l'activité, des plateaux montrant le carré à recouvrir seront nécessaires. Cela pourra être l'occasion d'aborder d'autres formes (un rectangle 3x4 par exemple) et surtout de bien préciser le nombre d'étages maximum du solide à réaliser (par exemple 3, 4 ou 5 étages).

Retour au sommaire

Cet assemblage des pièces du cube aztèque repose sur un rectangle 3x4 et comporte 4 étages.

Cet assemblage des pièces du cube Soma repose sur un rectangle 3x2 et comporte 6 étages.

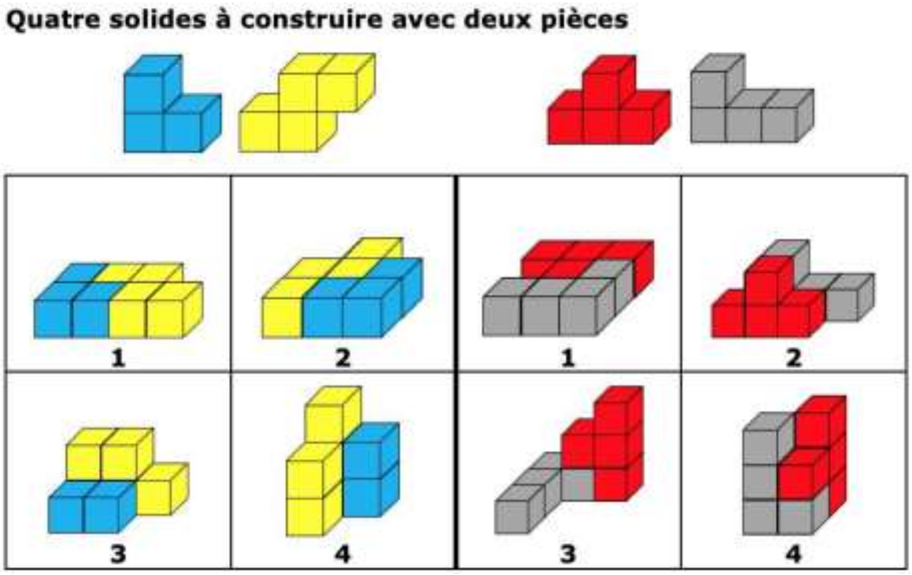
Le TBI a été utilisé pour la présentation des pièces.

Les huit pièces du cube aztèque	**Les sept pièces du cube Soma**
CP – Les dessins des huit pièces 	CE1 – Les dessins des sept pièces 
CP – Les couleurs des huit pièces 	CP – Les couleurs des sept pièces 

Retour au sommaire

Première activité

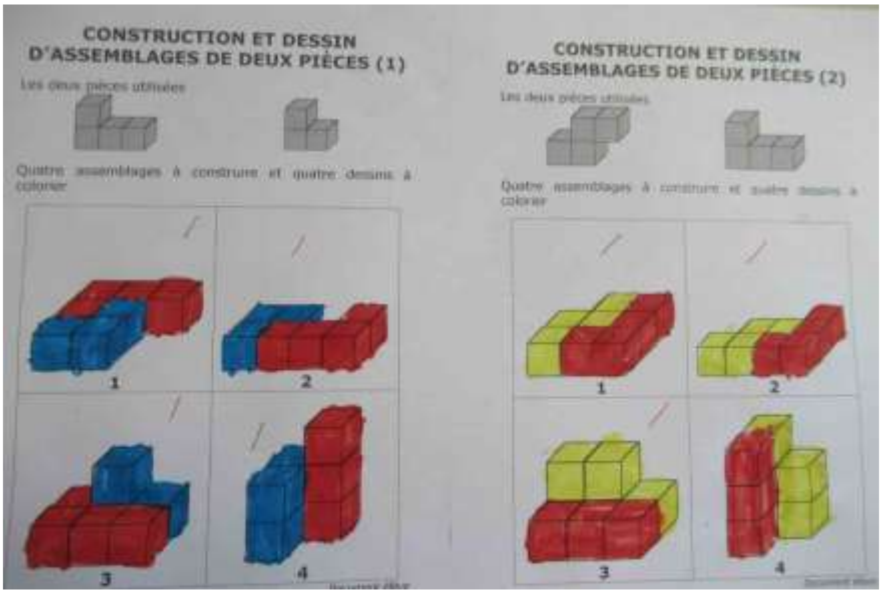
Le TBI a également été utilisé. La partie gauche concerne ce qui est demandé aux élèves de CP, la partie droite ce qui est demandé aux élèves de CE1.



Les solides sont reproduits en utilisant les dessins projetés à l'aide du TBI.

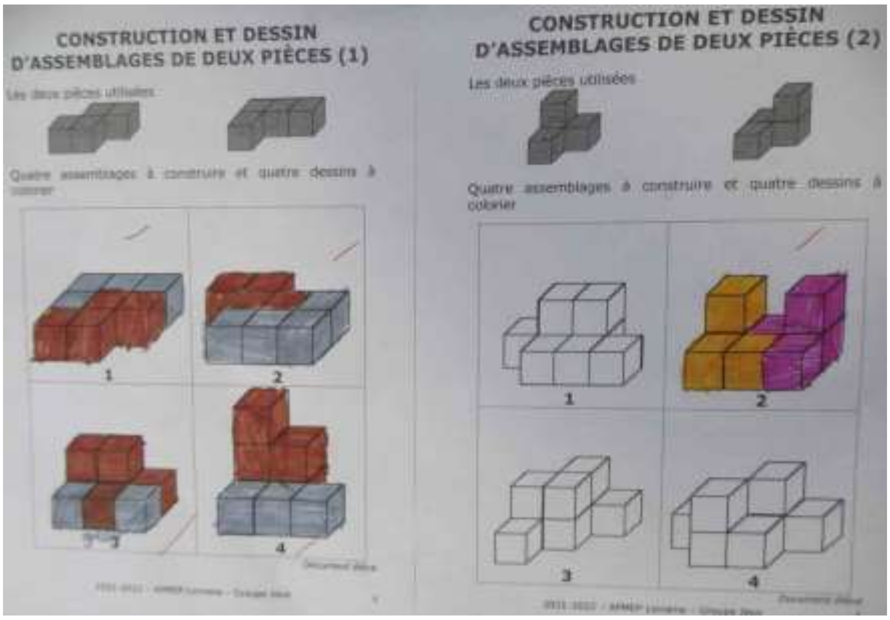
Les élèves n'avaient pas à réaliser les quatre solides avant de passer à l'activité suivante.

Deuxième activité en CP



Retour au sommaire

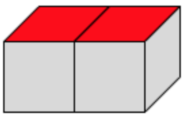
Deuxième activité en CE1



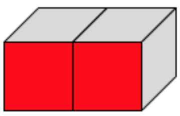
Les élèves avaient à reconnaitre les pièces à utiliser pour réaliser chaque assemblage puis colorier le dessin correspondant sur la feuille de papier posée sur la table.

En CE1, la reconnaissance de la pièce orange n'a pas été immédiate, il a fallu les inciter à prendre dans la main l'une après l'autre les pièces rose et bleue, les faire pivoter dans diverses positions pour prendre conscience de la pièce à utiliser.

En CP, les pièces ont été reconnues, les solides réalisés parfois avec aide. Les difficultés sont apparues lors du coloriage : certains élèves ont eu beaucoup de mal à retrouver les cubes peints dans les dessins à colorier. Une aide leur a été apportée en touchant le cube puis son dessin sur la feuille. Ce type d'activité sera repris en cours d'année par l'enseignante. Il est aussi certains élèves qui ne percevaient pas les deux premiers dessins comme des solides posés sur un plan horizontal mais comme formés de deux pièces l'une sur l'autre. Cette difficulté se rencontre encore parfois chez des élèves plus âgés.



Pour un dessin projeté au tableau ou sur un écran d'ordinateur, la zone rouge est facilement perçue comme le dessus du solide.

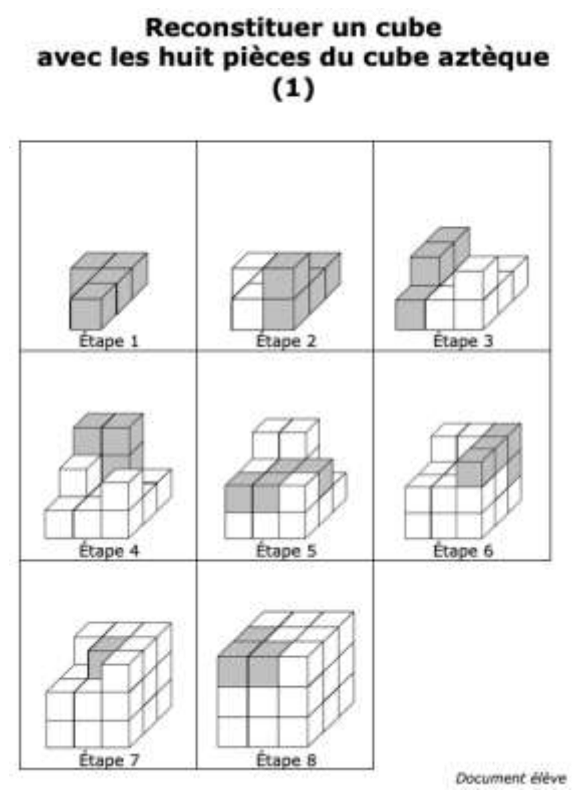


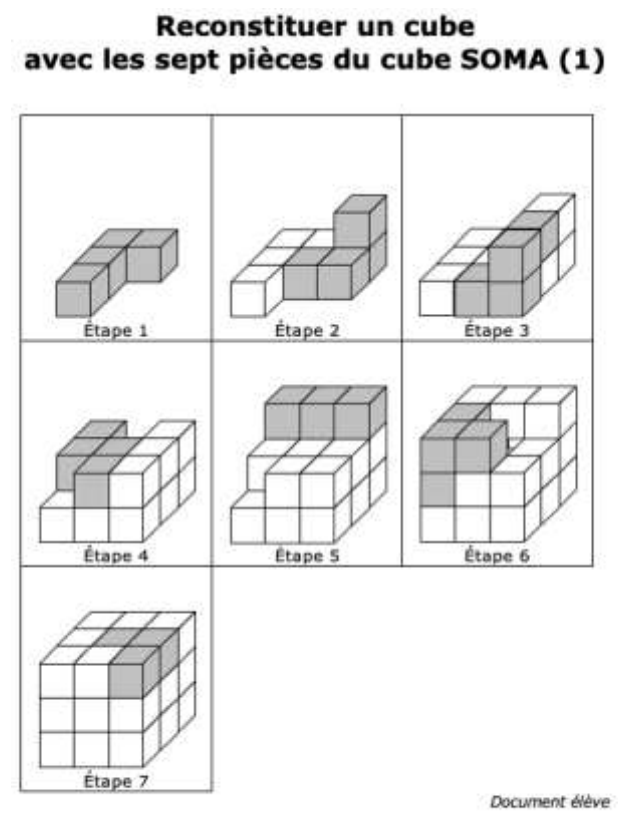
Pour un dessin dessiné sur une feuille posée sur la table ou visible sur une tablette, la zone rouge est parfois perçue comme le dessus du solide. L'œil domine le dessin…

En cycle 2, cette difficulté est fréquente. Elle pourra être amoindrie en demandant aux élèves de « toucher » ou de colorier ce qui pour eux est le dessus des cubes. En cas d'erreur, la feuille ou la tablette placée dans un plan vertical leur permettra de changer de point de vue.

Retour au sommaire

Troisième activité





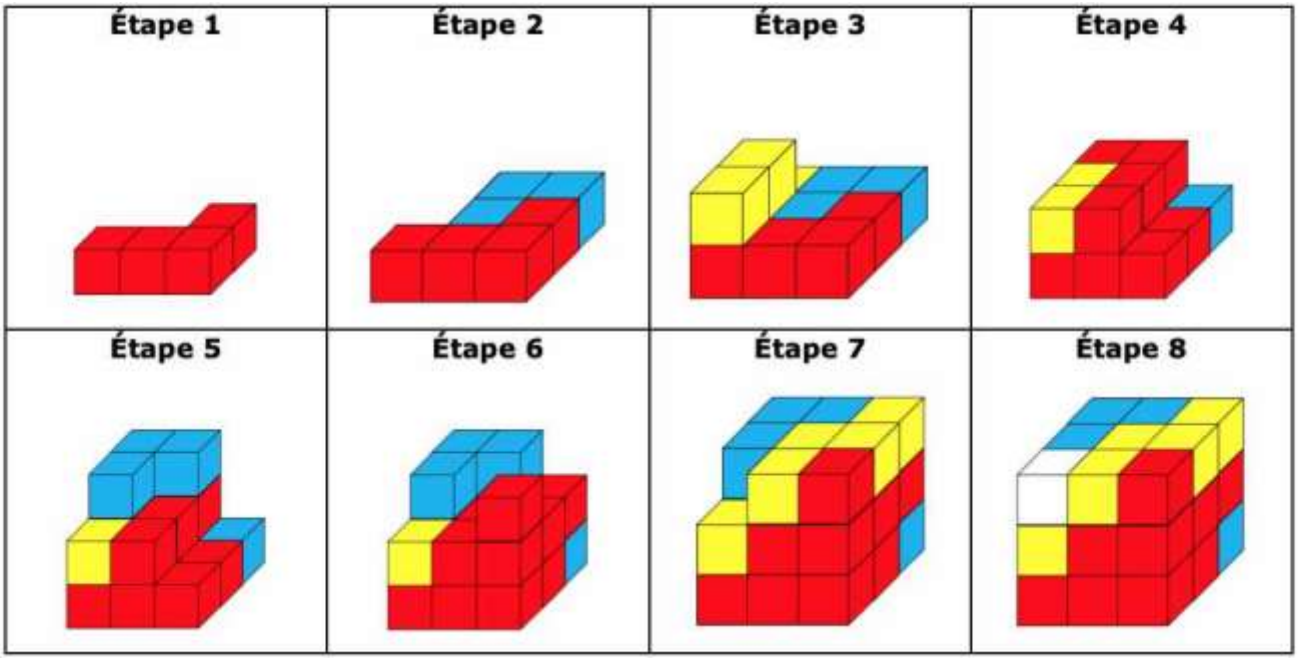
Les élèves de CE1 ont réussi cette activité et construit leur « cube Soma ». Le placement de la pièce placée à l'étape 2 a été réussi : si ce n'est pas la pièce orange, on essaie la pièce bleue.

Deux activités « étape par étape » leur ont permis de réaliser deux solutions différentes pour construire le cube Soma.

Pour les élèves de CP, la reconnaissance des pièces placées à chaque étape a été beaucoup plus difficile. Nous avons profité de la possibilité d'intervenir à deux : l'enseignante de la classe faisait préciser ou précisait la couleur de la pièce et je circulais pour vérifier les placements. La réalisation des cubes a été réussie. Il a été demandé aux élèves de les démonter puis de les reconstruire en utilisant sans aide les étapes indiquées. Les réussites ont été très nombreuses. Aux plus rapides a été proposée la construction du cube sans utiliser la feuille « étape par étape ». Les réussites étaient là aussi au rendez-vous. Il n'est pas impossible que ces élèves plus rapides aient déjà l'habitude à la maison d'utiliser des jeux de construction et les fiches de montage qui s'y trouvent.

L'école étant maintenant équipée d'une photocopieuse « couleurs », des documents déposés sur notre site dans le « coin du club aztèque » vont également pouvoir être utilisés.

Retour au sommaire



Cet exemple utilise les huit pièces formant le « cube aztèque », d'autres exemples utilisent les dix pièces de la « pyramide aztèque » pour former étape après étape un pavé 2 x 3 x 5.

Concernant l'utilisation des sept pièces du cube Soma, des réalisations en sept étapes dessinées aux couleurs des pièces possédées par l'école sont elles aussi accessibles sur notre site.

À la suite de ces expérimentations, l'enseignante de la classe va mettre en place des « ateliers de manipulations » utilisant les divers documents envoyés lors de nos échanges.

Complément

Les documents utilisés sont accessibles sur notre site.

Il est possible de se procurer les pièces de la « pyramide aztèque » en passant par la boutique de notre site. Les pièces sont formées d'assemblages de cubes en bois de 2 cm d'arête utilisables avec des élèves de cycle 2.

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

CROP CIRCLE

Stéphanie Waehren,
Collège Pierre Messmer, Sarrebourg

« Meuse : le crop circle dans un champ de blé attire les curieux. »

Quelle est l'origine de ce crop circle apparu fin juin dans le champ d'Emmanuel Claisse à Chauvency-le-Château ? Sur une vingtaine d'ares, des cercles impeccables ont été réalisés dans les blés un mois avant la moisson. »

« *Les crop circles dans le champ de blé à Chauvency-le-Château : leur origine ne s'expliquerait pas.* » Photo ER /DR

Pour savoir comment sont fabriqués les crop circles, voici ce qui a été écrit dans Sciences et avenir sur celui de Sarraltroff en 2018 :

« De joyeux youtubeurs […] armés de mètres rubans pour les mesures […] ont écrasé minutieusement les blés dans un champ d'agriculteur complice »

De nombreuses personnes pensent que le crop circle est incomplet, car l'auteur a été interrompu par un orage.

Nous souhaitons étudier cette figure, puis nous allons essayer de la compléter afin d'obtenir la figure initialement prévue.

Présentation

L'activité présentée ici a été réalisée par des élèves de début cinquième, qui ont été confrontés à des périodes de confinement. L'un des buts de l'activité était de proposer de nombreuses raisons de manipuler le matériel de géométrie, qui avait peut-être été insuffisamment utilisé l'année passée. Je cherchais également une manière sympathique d'introduire la médiatrice et d'illustrer la propriété d'équidistance.

Il leur est proposé, dans l'activité, de prendre sur une photo les mesures nécessaires à sa reproduction.

L'activité a été réalisée par les élèves en plusieurs étapes entrecoupées de temps de leçon et d'exercices.

Les notions travaillées dans l'activité sont :

- Le tracé de triangles dont on connaît les mesures
- La définition du cercle
- Les définition et propriétés de la médiatrice
- La symétrie axiale
- Les premières manipulations sur GeoGebra.

Retour au sommaire

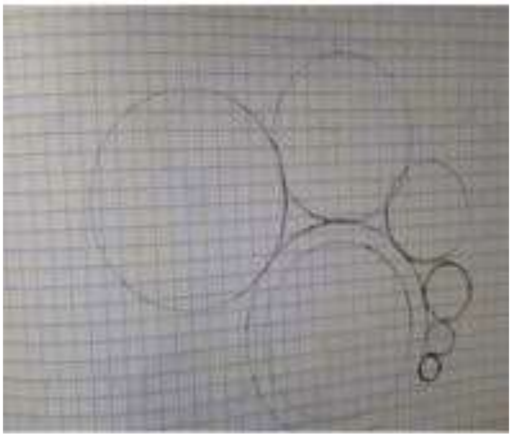
D'autres notions ont été travaillées dans le même chapitre, parfois en lien avec l'activité comme :

- l'inégalité triangulaire découverte avec des triangles réalisés avec des feutres ;
- l'aire du disque (le calcul de l'aire du crop circle, évoqué dans la vidéo, était prévu mais finalement n'a pas été réalisé, car la comparaison avec les vraies valeurs semble difficile d'accès à de jeunes cinquièmes).

La précision des mesures a souvent été évoquée dans les binômes travaillant sur GeoGebra et l'envie d'obtenir la bonne figure a souvent amené les élèves à les reprendre.

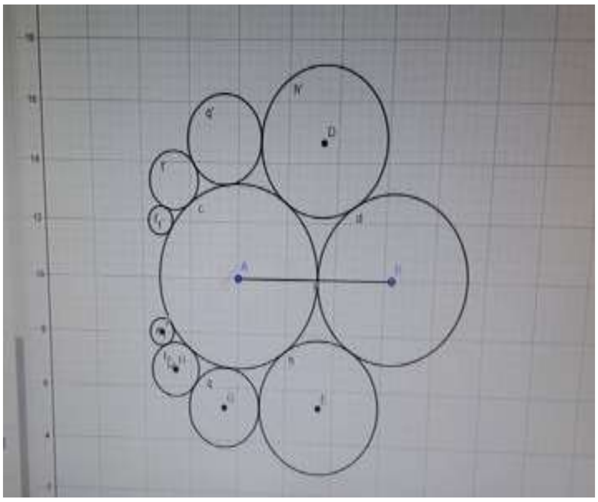
Les plus de l'activité

- Les élèves développent leur esprit critique en visionnant la vidéo dévoilant la vérité sur le crop circle meusien réalisé par les élèves d'Emmanuel Claisse.
- Ils étaient étonnés de découvrir le lien que certaines personnes font entre un dessin réalisé dans les champs et les extra-terrestres ou les soldats morts au combat.



- Le travail réalisé par les lycéens dans le champ les a beaucoup intéressés et la question est tombée : « Madame, est-ce qu'on fera aussi un crop circle ? ». Étant donné qu'il faudrait indemniser le propriétaire du champ, un petit exercice de calcul de coût est envisagé.

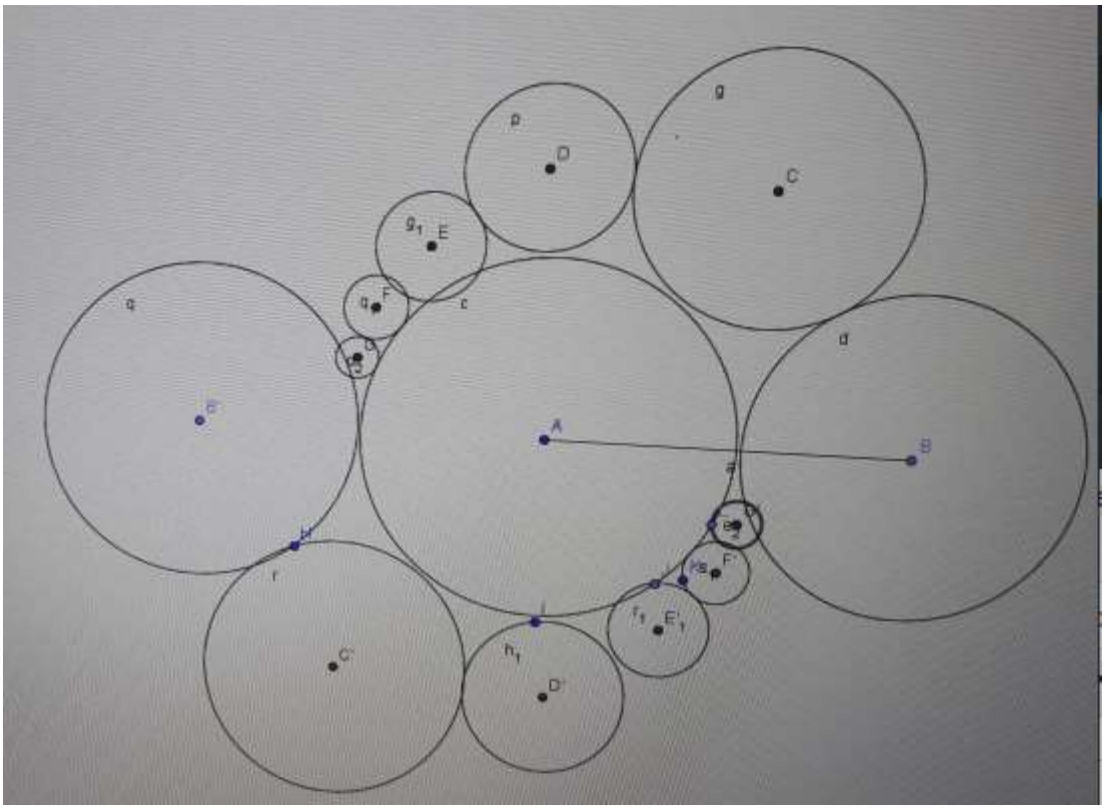
Le tracé est souvent imprécis : la photo du crop circle montre la difficulté de tracer des cercles parfaitement tangents. La figure « parfaite » est, au passage, désacralisée puisque les cercles de départ ne sont pas parfaitement tangents, il est normal de ne pas obtenir la figure idéale sur sa feuille ou sur GeoGebra.



Il est à noter que certains élèves arrivent à obtenir des figures sur papier ou GeoGebra avec un meilleur rendu que sur la photo en modifiant quelque peu les mesures. Ils ont souvent procédé par essais successifs dans le but d'améliorer le résultat.

Retour au sommaire

Ci-dessous une réalisation sur GeoGebra d'un crop circle complété par symétrie centrale :



Réutiliser le thème du crop circle dans une classe à profil assez faible pour travailler la symétrie centrale m'a permis de constater l'intérêt d'activités de ce type.

En effet, à chaque fois que je leur proposais de continuer le travail « crop circle », les élèves de cette classe semblaient ravis et réellement motivés. Ils ont manifesté beaucoup de curiosité pour ces thèmes moins classiques. Des images mentales des deux symétries auront probablement aidé ces élèves à mieux les différentier. Cet enthousiasme fait plaisir à voir quand on est face à des élèves en difficulté.

A contrario, mes deux autres classes ne manifestaient pas particulièrement d'intérêt pour ce thème, aussi je n'ai pas poursuivi l'activité crop circle avec la symétrie centrale pour toutes les classes.

Prolongement

Les élèves de quatrième auxquels j'ai également permis de visionner la vidéo pour introduire les deux symétries ont immédiatement réalisé que la symétrie utilisée dans les plans d'Emmanuel Claisse est en réalité une symétrie centrale. Les cinquièmes n'ont pas tiqué en visionnant cette vidéo qui sera donc réutilisée pour découvrir la symétrie centrale.

Retour au sommaire

Énoncé de l'activité

A) Le crop circle

« Meuse : le crop circle dans un champ de blé attire les curieux. »

Quelle est l'origine de ce crop circle apparu fin juin dans le champ d'Emmanuel Claisse à Chauvency-le-Château ? Sur une vingtaine d'ares, des cercles impeccables ont été réalisés dans les blés un mois avant la moisson. »

« Les crop circles dans le champ de blé à Chauvency-le-Château : leur origine ne s'expliquerait pas. Photo ER /DR »

Pour savoir comment sont fabriqués les crop circles, voici ce qui a été écrit dans Sciences et avenir sur celui de Sarraltroff en 2018:

« De joyeux youtubeurs [...] armés de mètres rubans pour les mesures [...] ont écrasé minutieusement les blés dans un champ d'agriculteur complice »

De nombreuses personnes pensent que le crop circle est incomplet, car l'auteur a été interrompu par un orage.

Nous souhaitons étudier cette figure, puis nous allons essayer de la compléter afin d'obtenir la figure initialement prévue. À la place du mètre ruban et des ficelles, nous utiliserons ……………

Tracer dans votre cahier un crop circle ressemblant à celui de la photo.

Est-ce si simple ? Que nous manque-t-il pour plus de précision ?

B) Trouver les mesures

Pour démarrer plus rapidement, les centres des cercles ont été placés et nommés sur la figure suivante ; les cercles ont été tracés avec GeoGebra.

1)On peut penser que l'auteur a commencé à tracer les cercles de centre A (le plus grand) et B.

Quels sont les rayons de ces cercles ? Comment l'auteur a-t-il déterminé la distance AB ?

R_A =……………… R_B = …………………… AB = …………………………………………………..

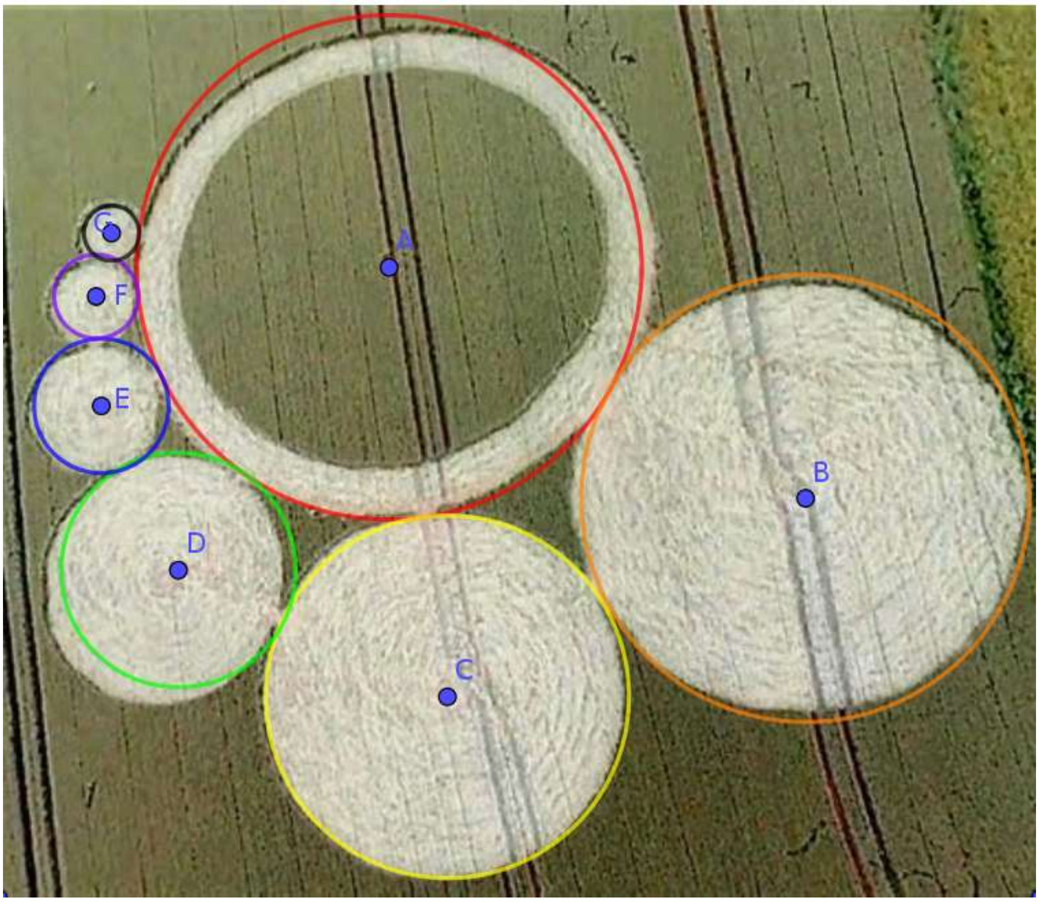
……….

2) Mesurer AC et BC. Comment l'auteur a-t-il selon vous placé le point C à l'aide de la corde ?

……….

Poursuivre les mesures qui vous semblent nécessaires et les noter sur la photo.

Retour au sommaire



C) Poursuivre le tracé

On pense que la figure complète admet la droite [AB] comme axe de symétrie.

Compléter la figure en n'utilisant que la règle et le compas. On appellera C', D', …, les centres des cercles images.

Expliquer ici votre démarche

……..

……..

D) Analyse de la figure

Repasser en rouge la droite (AB). Tracer le segment [CC'].

Que représente la droite (AB) pour le segment [CC'] ?

……

Rappeler la définition d'une telle droite : ……………………………………………………………...

Retour au sommaire

E) Utilisation de la médiatrice

Dans ce travail les centres vous ont été donnés. Mais si vous deviez les trouver par vous-même !

Étant donné un cercle dont on ne connaît pas le centre.

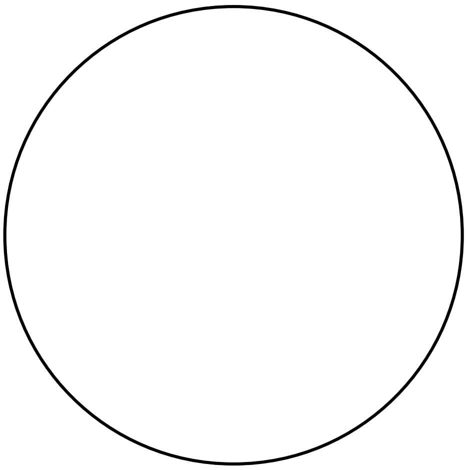
1) Si A et B sont sur le cercle, et O est le centre. Sans placer le point O, que peut-on dire de OA et OB ?

………………………………………………………………………………………..

2) Tracez la médiatrice de [AB]. Que peut-on dire de O ? Pourquoi ?

……………………………………………………………………………...

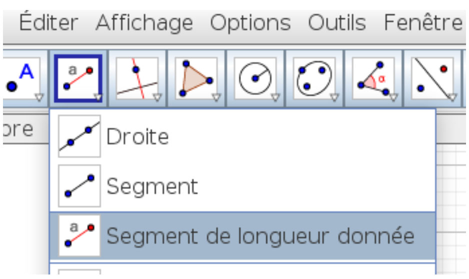
3) Que peut-on tracer alors pour trouver la position exacte de O ?



F) Sur GeoGebra

1) Tracer le point A sur le document GeoGebra

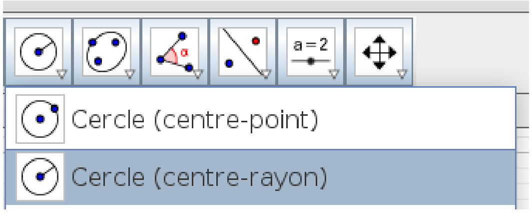
2) À l'aide de « segment de longueur donnée », tracer le segment [AB].



3) À l'aide de cercle (centre-rayon), tracer les cercles de centres A et B.

Retour au sommaire

4) Utiliser la même commande que dans le 3) pour placer le point C.

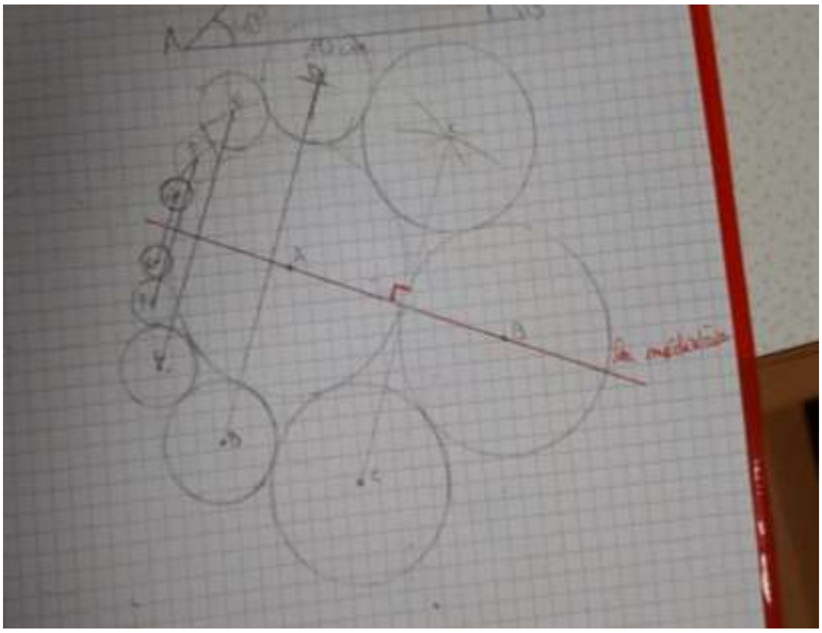


5) Tracer le cercle de centre C

6) Poursuivre la figure.

7) On utilisera l'outil « symétrie axiale » pour la terminer.

Le crop circle meusien a déjà été cité dans le PV147 et un très beau tracé utilisant une inversion a été proposé.

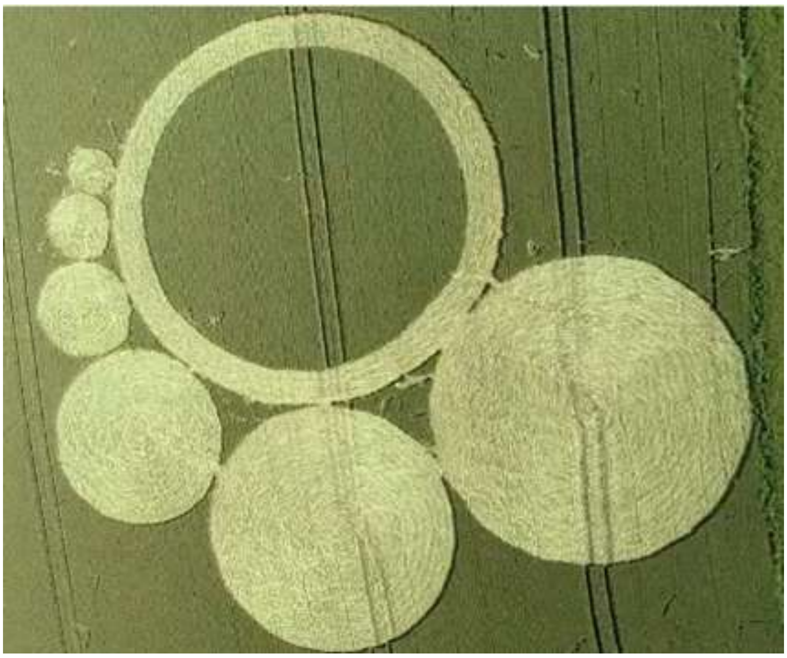


Retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

PROBLÈME D'APOLLONIUS, CROP CIRCLE ET FAKENEWS

Emmanuel Claisse
Lycée Margueritte, Verdun



Cet article fait suite à celui écrit par Fathi Drissi dans le Petit Vert n°127 intitulé « un crop circle en Meuse » et dans lequel il tente d'écrire l'histoire de ce crop avec beaucoup de brio.

Les faits

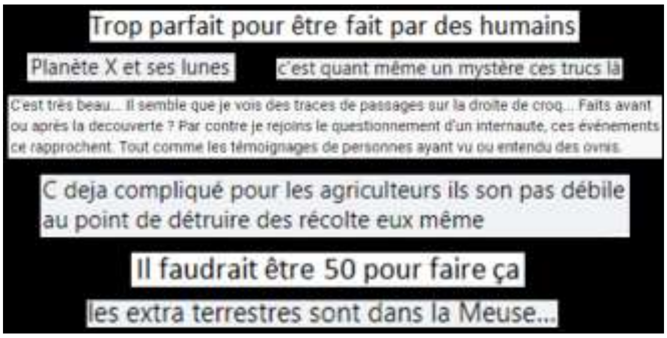
Dans la nuit du 28 au 29 juin 2021 apparaissent des cercles géants dans un champ de blé appartenant à Emmanuel Claisse sur la commune de Chauvency-le-Château dans la Meuse. Puis les 29 et 30 juin, deux drones filment la scène : drone 1, drone 2.

Umberto Molinaro, le « spécialiste » français des cercles de culture - appelés crop circle -, se déplace sur le terrain et poste une vidéo étonnante le 22 juillet[1] dans laquelle il certifie « vrai » le crop circle : celui-ci est bien d'origine extra-terrestre et réalisé par des Arcturiens[2].

Par la suite, d'innombrables personnes, parfois par dizaines, viennent de toute la région et des pays voisins (Belgique, Allemagne, Luxembourg et même Hollande) afin de contempler, de se « ressourcer » ou encore de mesurer les bovis[3] sur le lieu du crop circle. Les commentaires, des plus sensés aux plus loufoques, sont nombreux sur les réseaux sociaux dont voici quelques captures d'écrans.

[2] Les Arcturiens seraient les êtres de la Galaxie les plus évolués et voyageraient à travers l'univers en transcendant les 4ième et 5ième dimensions.
[3] À savoir : le bovis est une unité de mesure pseudo-scientifique qui permettrait de mesurer un supposé taux vibratoire ou la supposée énergie cosmo-tellurique d'un lieu ou d'un corps.

Retour au sommaire



Le directeur de l'agence locale de l'Est Républicain se déplace afin de faire son enquête et publie une double page. Comme le dit très bien Fathi Drissi, cet article soulève davantage de questions qu'il n'apporte de réponses mais c'était voulu puisque le but était de créer une fakenews.

Ensuite, le lycée Margueritte invite la presse locale le 14 septembre afin de révéler la vérité sur le crop circle et une vidéo est dévoilée : il s'agit d'une création de l'atelier MATh.en.JEANS du lycée. Puis le youtuber Astronogeek poste également une vidéo sur le crop de Chauvency le Château. Ces deux vidéos atteignent rapidement les 500 000 vues, dépassant toutes les espérances de l'atelier MATh.en.JEANS.

Le « spécialiste » des crop circle, visiblement très agacé d'être tombé dans le piège, publie une seconde vidéo expliquant que la vidéo du lycée est truquée et qu'elle met en scène un faux prof de maths accompagné par de faux élèves. Puis il retire cette seconde vidéo lorsque les preuves sont devenues accablantes. Il poste alors une troisième vidéo dans laquelle il décrit que les Acturiens se sont incarnés dans le corps d'élèves et de leur professeur, vidéo également retirée depuis.

Le thème de l'atelier MATh.en.JEANS

L'atelier MATh.en.JEANS du lycée Margueritte (Verdun) a débuté en septembre 2020 avec le thème suivant « cercles tangents et problème d'Apollonius ». D'une certaine façon, il est le complément d'un atelier du lycée Margueritte célébrant le centenaire de la Bataille de Verdun, atelier intitulé « *La construction d'Apollonius au service du repérage par le son pendant la Première Guerre Mondiale* » dont l'histoire a été racontée dans un article paru en 2021[3] et fut l'occasion d'un tournage vidéo sur le terrain des Champs de Bataille de Verdun [4].

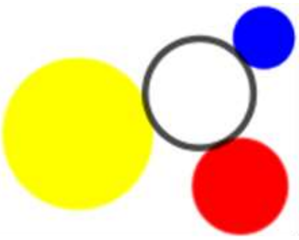


Figure 1

Le problème qui nous a intéressés dans cet atelier est énoncé par le mathématicien grec Apollonius de Perge (IIIième siècle av J.C) dans le livre perdu Traité des contacts (Tangences) : « étant donnés trois cercles quelconques, déterminer un cercle tangent à ces trois cercles ». [fig. 1]

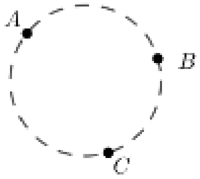
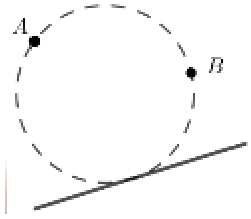
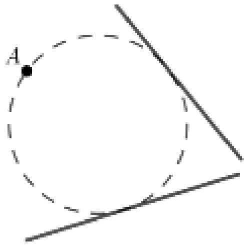
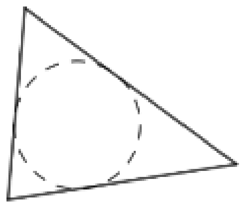
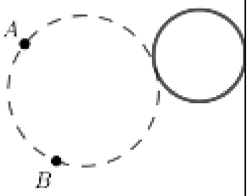
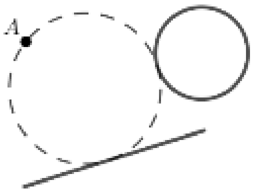
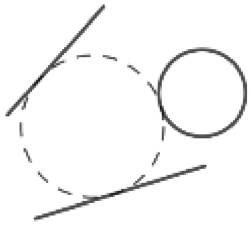
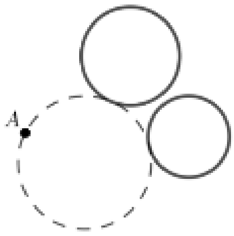
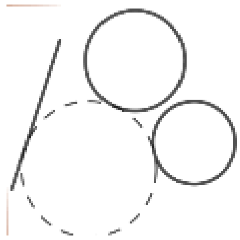
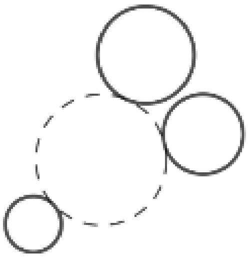
Par ailleurs, la Fédération des Communautés de Communes de Verdun désirait travailler sur les Fakenews avec des élèves du lycée Margueritte. Nous avons eu alors l'idée de travailler sur la figure d'un crop circle (cercles de culture) afin de générer un certain nombre de fausses informations. Le mot d'ordre était : « secret absolu » et le secret a été tenu tout l'été.

Un peu d'histoire

Pappus décrit dans le livre VII de sa *Collection* le problème des cercles tangents [9]. Il était le dixième du Traité des Contacts, ouvrage perdu d'Apollonius. Ce traité s'intéressait au problème suivant : si on se donne trois éléments quelconques parmi des points, des droites ou des cercles, construire un cercle passant par le ou les points donnés et tangent aux droites et aux

Retour au sommaire

cercles donnés. Nous obtenons alors dix problèmes répertoriés dans le tableau ci-dessous pour lequel sont croisés le nombre de points par lequel passe le cercle cherché avec le nombre de cercles auxquels il est tangent. Le symbolisme utilisé est le suivant : par exemple, le problème PDC (Point-Droite-Cercle) concerne la recherche d'un cercle passant par un point donné, tangent à la droite et au cercle donnés.

	3 points	2 points	1 point	0 point
0 cercle	 PPP 1 solution	 PPD 2 solutions	 PDD 2 solutions	 DDD 4 solutions
1 cercle		 PPC 2 solutions	 PDC 4 solutions	 DDC 4 solutions
2 cercles			 PCC 4 solutions	 DCC 4 solutions
3 cercles				 CCC 8 solutions

Remarquons que les solutions présentées dans le tableau ci-dessus ne sont pas uniques et varient selon la configuration des éléments de départ, le nombre indiqué dans le tableau étant le nombre maximal de solutions. En effet, lorsque les trois points sont alignés (problème PPP), il n'y a aucune solution alors que lorsqu'ils ne le sont pas, il existe au maximum une solution : le cercle circonscrit.

Retour au sommaire

Un autre exemple bien connu est lorsqu'on se donne trois droites (problème DDD) : si elles sont parallèles, il n'existe aucune solution et dans le cas où elles sont deux à deux sécantes, il s'agit du problème de la construction des cercles inscrits et exinscrits avec 4 solutions (fig. 2).

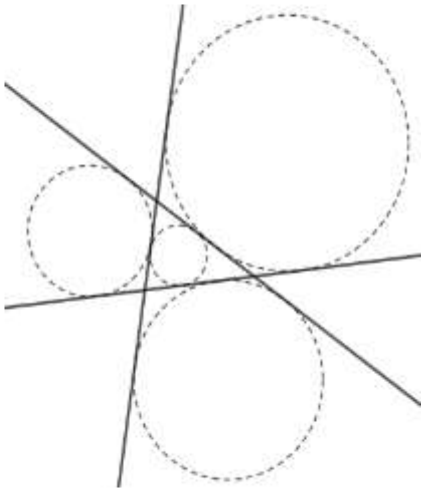


Figure 2

Le problème PCC (fig.3) est celui évoqué au début de cet article, il a contribué à sauver la Bataille de Verdun lors de la Grande Guerre et a fait l'objet d'un autre atelier MATh.en.JEANS.

Figure 3

L'ensemble des problèmes est étudié par le français François Viète qui lance un défi en 1595 au mathématicien belge Adrien Romain afin de résoudre le problème des contacts d'Apollonius. La même année, Adrien Romain y répond et détermine le centre du cercle tangent comme intersection de deux hyperboles. Cependant, Viète lui reproche que sa solution n'est pas conforme aux méthodes des Anciens car le recours aux coniques ne peut être accepté dans un problème plan. En 1597, Viète résout les dix problèmes par une construction à la règle et au compas et les publie dans l'Apollonius Gallus [10] en 1600. Toutefois, Viète ne discute pas de tous les cas particuliers et c'est Descartes en 1637 qui les traite à l'aide de l'algèbre. C'est alors que les mathématiciens vont s'affronter en opposant géométrie synthétique (appelée aussi géométrie pure) et géométrie analytique. En fait, par la suite, de nombreux mathématiciens vont tester leur nouvelle géométrie sur le dixième problème d'Apollonius, le problème CCC.

Retour au sommaire

Le problème CCC

Il est intéressant de savoir que l'étude du problème CCC s'effectue à l'aide d'autres problèmes selon l'organigramme suivant : PPP → PPC → PCC → CCC.

Le nombre et la richesse des problèmes soulevés par le Traité des Contacts étant considérables, nous avons travaillé en 2020-2021 sur le dixième problème, le problème des trois cercles CCC. Nous n'avons pas étudié toutes les conditions d'existence mais certaines furent rapidement écartées puisque lorsque les cercles sont dans l'une des configurations de la figure 4 ci-dessous, il n'y a aucune solution possible.

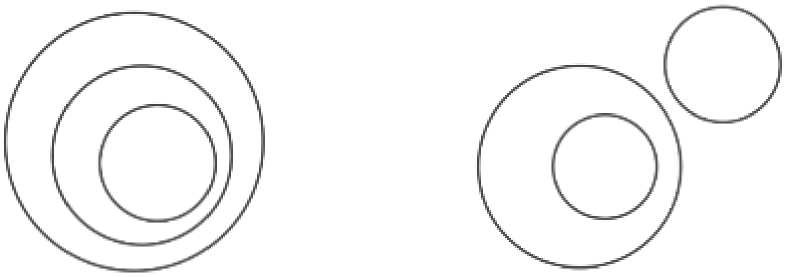


Figure 4

L'atelier a porté exclusivement sur l'étude de la configuration de la figure 5. Dans un premier temps, les élèves ont travaillé à main levée ou à l'aide du compas. Ils ont facilement découvert les huit cas de figures possibles.

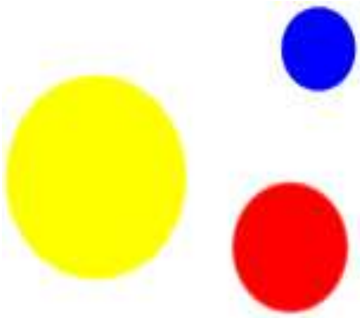
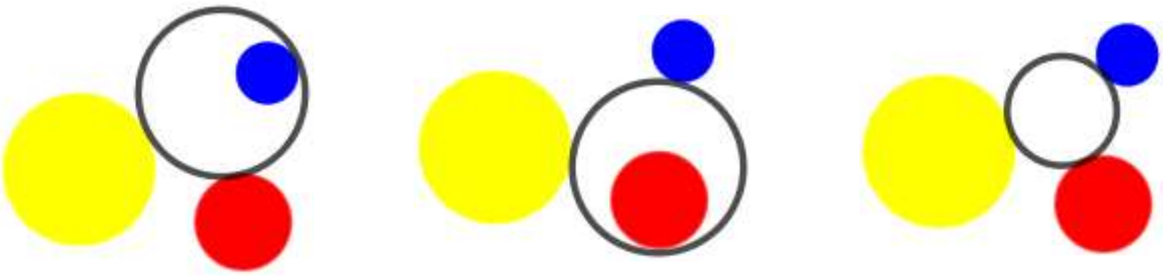
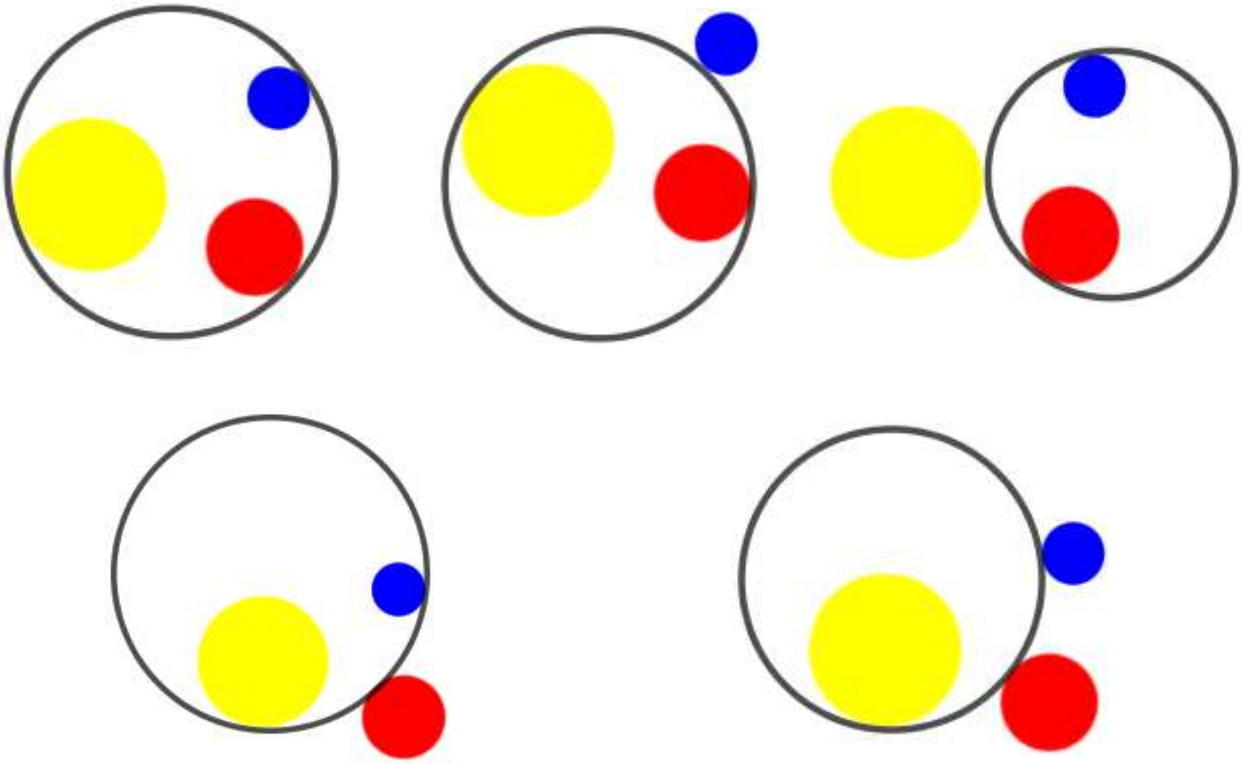


Figure 5



Retour au sommaire



Étude d'un cas particulier

Le cas où les trois cercles ont le même rayon (fig. 6) permet une construction simple et rapide du cercle tangent aux trois cercles. En effet, il suffit de construire le centre O du cercle circonscrit au triangle formé par les centres A, B, C des trois cercles puis de tracer les segments $[OA]$, $[OB]$ et $[OC]$. Le cercle tangent est alors le cercle de centre O et passant par I, J, K.

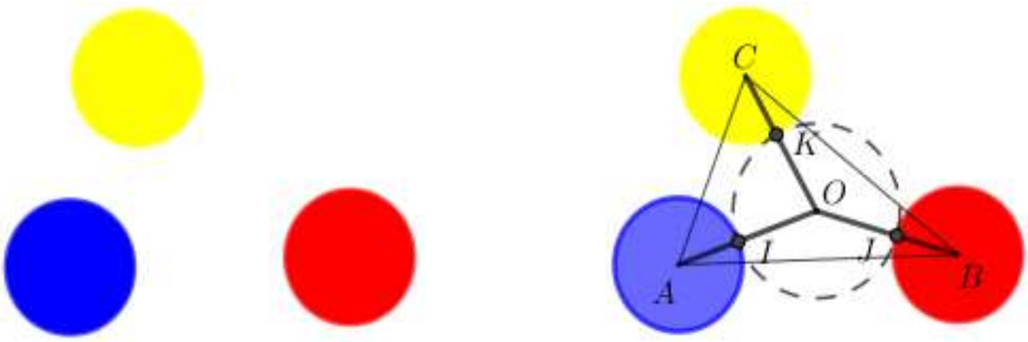


Figure 6

Étude du cas général

Le cas général des trois cercles tangents étant complexe, il nous fallait auparavant réaliser la construction d'un cercle tangent à un cercle donné, puis à deux cercles tangents et enfin trois.

Cercle tangent à un cercle

Une première propriété que nous avons étudiée et qui nous a servi par la suite est l'alignement entre les centres des cercles tangents et le point de tangence (fig. 7)

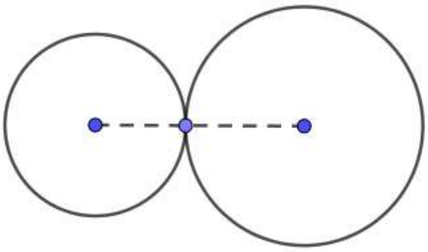


Figure 7

Cercle tangent à deux cercles

Dans cette partie, un certain nombre de constructions ont été réalisées à la règle et au compas.

Étant donnés deux cercles *C* et *C'*, nous avons construit approximativement un cercle *C*" tangent extérieurement à *C* et *C'* aux points T et T'. Cette construction nous a donné l'idée de la construction précise (méthode par Analyse-Synthèse). En observant le problème résolu, on voit aisément qu'une homothétie h de centre T transforme le cercle *C* en *C*" et qu'une autre homothétie h' de centre T' transforme *C*" en *C'*. Ainsi, on peut passer directement de *C* à *C*" par une homothétie $h"$ composée de h suivie de h'. Puisque $h"(O) = O'$ alors le centre I de l'homothétie $h"$ est aligné avec O et O'.

De plus, la composée de deux homothéties est une homothétie dont le centre est aligné avec les centres des homothéties. On en déduit que la droite (TT') passe par I (fig. 8)

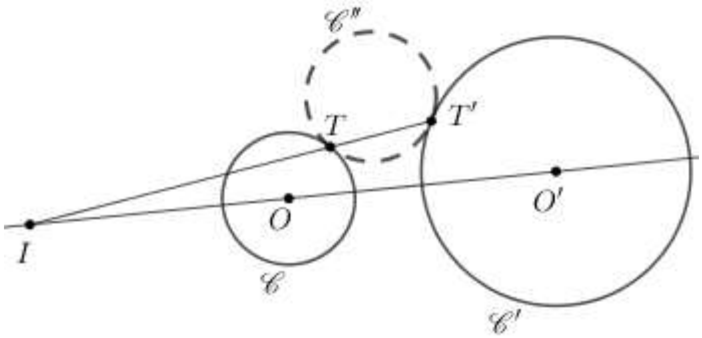
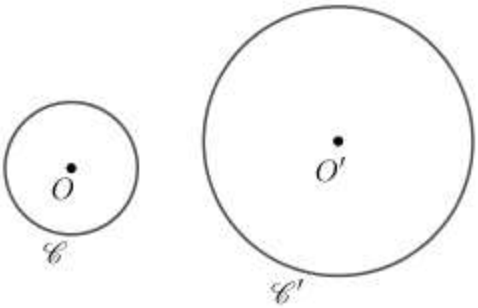
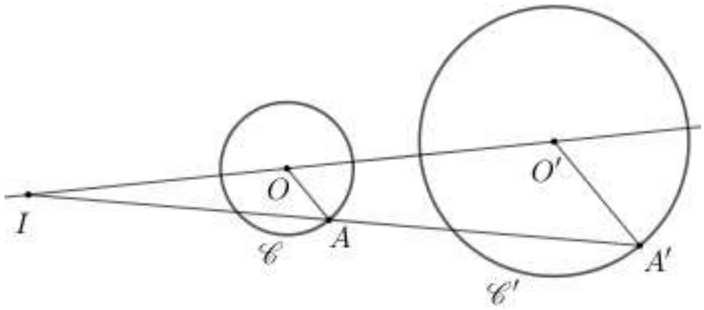


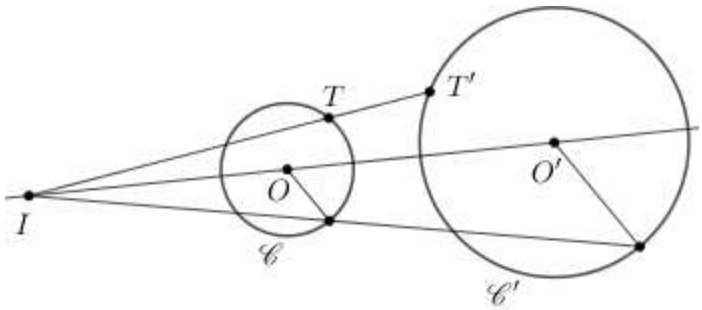
Figure 8

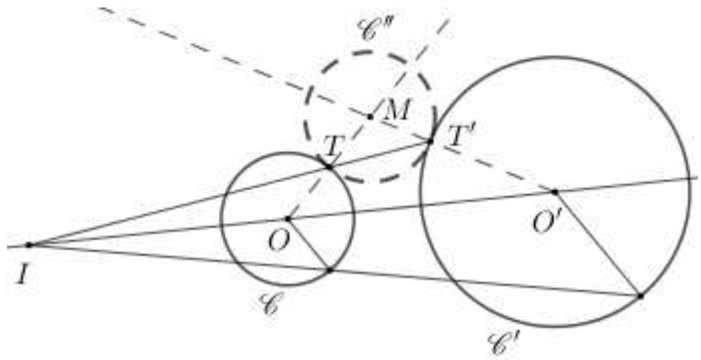
Et voici l'ordre de la construction (figures ci-dessous) : connaissant les deux cercles *C* et *C'*, on construit deux rayons parallèles $[OA]$ et $[O'A']$ parallèles, ce qui permet de construire le point I, intersection des droites (OO') et (AA'). Ensuite, il suffit de placer un point quelconque T sur le cercle *C* puis de tracer la droite (IT) qui coupe le cercle *C'* en T' puis construire le point M, intersection des droites (OT) et $(O'T')$. Le cercle *C*" de centre M passant par Tet T' est alors tangent aux cercles *C* et *C'*.

Retour au sommaire









Jusque-là, toutes les figures ont été construites à la règle et au compas. L'avantage d'utiliser ces instruments est certainement fondamental et fait partie de ce qu'on appelle la cognition incarnée dont on commence à mesurer l'importance par rapport à l'outil informatique, voir par exemple l'article d'E. Claisse sur une *Comparaison entre manipulation physique et virtuelle* [5]. Néanmoins, afin de gagner du temps, nous avons décidé de travailler par la suite sur le logiciel GeoGebra avec lequel les expériences géométriques sont aisées et rapides.

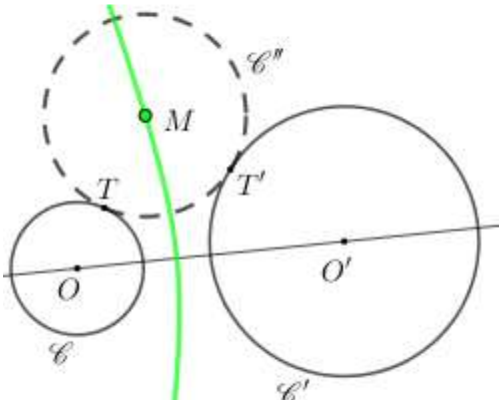


Figure 9

En construisant la figure à l'aide du logiciel, cela nous a permis de déplacer le point T et d'observer le lieu des points M qui ressemble à une courbe déjà rencontrée (fig. 9).

Retour au sommaire

En effet, le point M vérifie l'égalité $MO - MO' = MT + TO - MT' - T'O' = TO - T'O' = R - R'$ (où R et R' sont les rayons des cercles C et C'). On en déduit ainsi l'égalité $MO - MO' = R - R'$. On reconnaît ici une propriété caractéristique de l'hyperbole : étant donnés un nombre $k > 0$ et deux points F et F' appelés foyers, l'ensemble des points M vérifiant $|MF - MF'|$ = k est une hyperbole. Dans notre cas, l'ensemble des points M vérifiant l'égalité $MO - MO' = R - R'$ est une branche d'hyperbole de foyers O et O'. Nous avons dorénavant un moyen de construire l'ensemble des cercles tangents à deux cercles donnés : en notant O et O' leur centre, il suffit de construire les points J et J' intersections de $[OO']$ avec les deux cercles puis le milieu K de $[JJ']$ et en utilisant l'outil geogebra « hyperbole », on construit l'hyperbole de foyers O et O' passant par K (fig. 10).

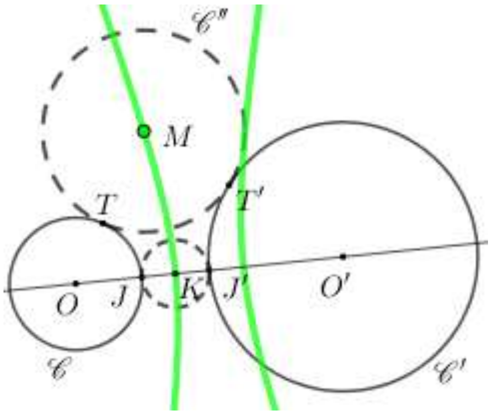


Figure 10

Remarque importante : la première branche d'hyperbole est le lieu des centres des cercles tangents extérieurement à C et C' alors que la seconde branche est le lieu des centres des cercles tangents intérieurement (fig. 11). En effet, si un cercle est tangent à C et C' alors, en notant T et T' les deux points de tangence, $MT = MT' \Leftrightarrow MO + OT = MO' + O'T' \Leftrightarrow MO - MO' = O'T' - OT = R - R'$. Ainsi, $MO - MO' = R - R'$ et le point M est sur la seconde branche d'hyperbole.

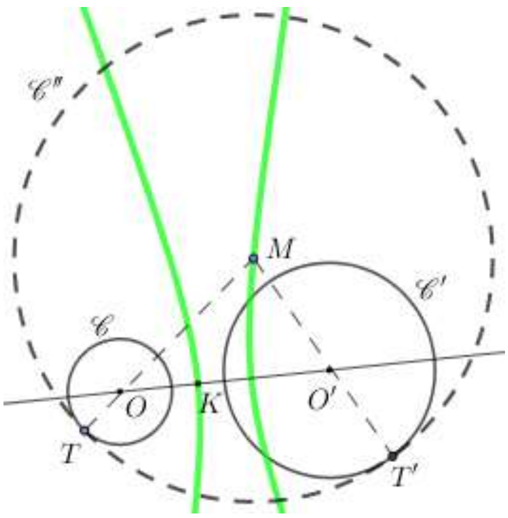


Figure 11

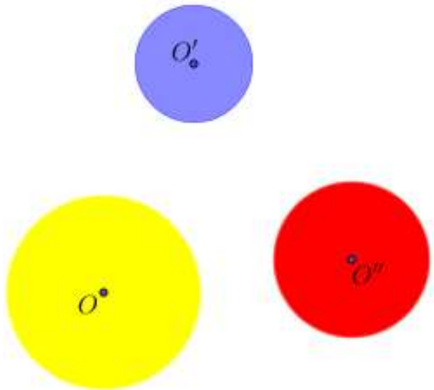
Retour au sommaire

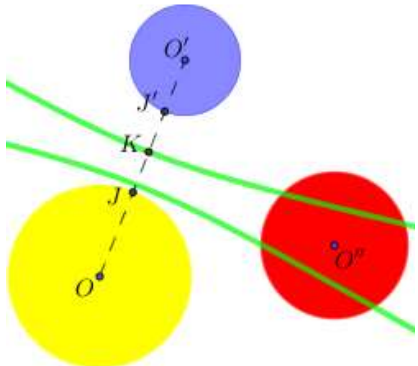
Cercle tangent à trois cercles

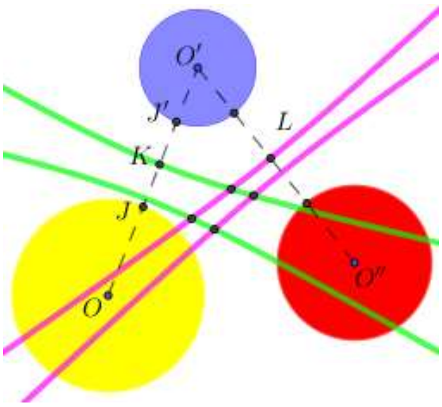
Nous voilà désormais outillés afin de donner une solution au problème CCC d'Apollonius : comment construire un cercle tangent extérieurement à trois cercles donnés ?

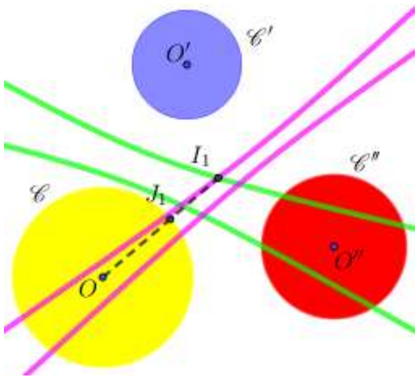
Nous avons à nouveau utilisé les hyperboles (figures ci-dessous) : on construit l'hyperbole (de couleur verte) de foyers O et O' passant par K comme dans le paragraphe précédent.

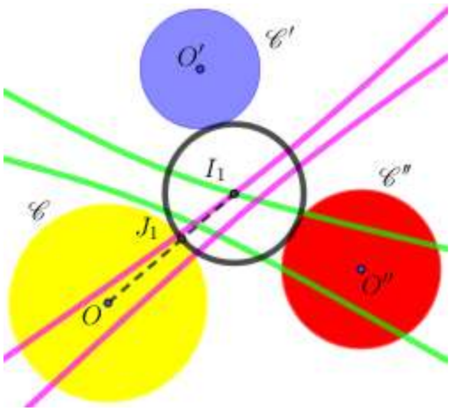
En utilisant le même procédé, on construit l'hyperbole (de couleur mauve) de foyers O' et O" passant par le point L (construit comme le point K) dont une des branches correspond à l'ensemble des centres des cercles tangents extérieurement aux cercles bleu et rouge. Nous obtenons alors quatre points d'intersection I_1, I_2 , I_3 et I_4 entre les deux hyperboles dont un seul correspond à l'intersection des deux branches adéquates - ici I_1 - permettant d'obtenir le centre du cercle recherché. Il suffit alors de tracer le segment OI_1 qui coupe le cercle jaune$C$ en J_1 et tracer le cercle C_1 de centre I_1 passant par J_1 : nous avons ainsi démontré l'unicité du cercle tangent extérieurement aux trois cercles donnés.











Retour au sommaire

Macro « cercle tangent à trois cercles »

La figure précédente nous a permis de construire un nouvel outil GeoGebra - une macro - qui, à partir de trois cercles permet d'obtenir un cercle qui leur est tangent extérieurement. Afin que celle-ci fonctionne dans tous les cas de figures, il nous a fallu au préalable construire (fig. 12) un second segment OI_2 reliant le centre O à la seconde intersection I_2 des hyperboles et qui coupe le cercle jaune en J_2 , ceci afin de construire le cercle C_2 de centre I_2 passant par J_2 : ce cercle est tangent au cercle jaune (mais pas aux autres cercles).

Enfin, nous avons construit (fig. 13) les deux autres cercles C_3 et C_4 de centre I_3 et I_4 tangents au cercle jaune.

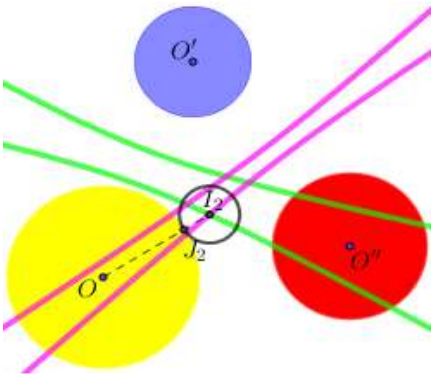


***Figure** 12*

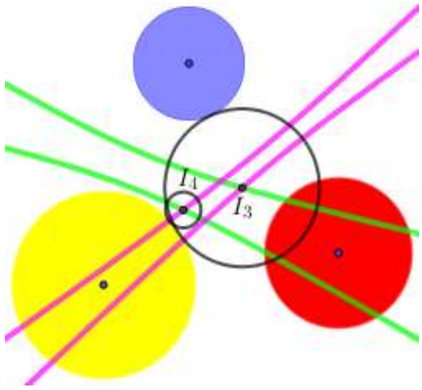
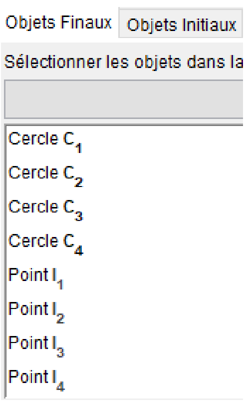
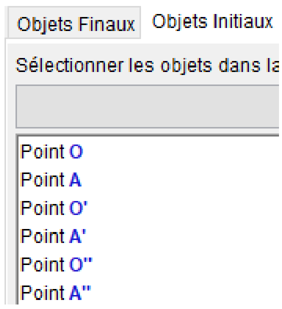


Figure 13

Ceci nous a permis de construire un nouvel outil (macro) « cercle tangent à trois cercles » pour lequel les points A, B, C sont les points qui ont permis de construire les cercles *C*, *C'* et *C*".





L'idéal aurait été d'afficher uniquement le cercle tangent aux trois autres en utilisant les conditions d'affichage mais nous n'y sommes pas parvenus.

Remarque : le point I_2 permet ici de construire le cercle tangent intérieurement aux trois cercles (fig. 14)

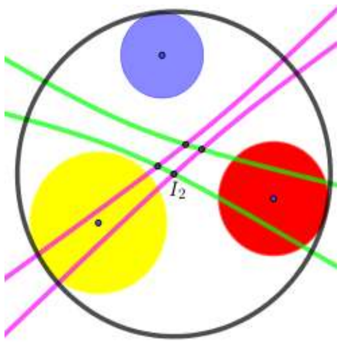
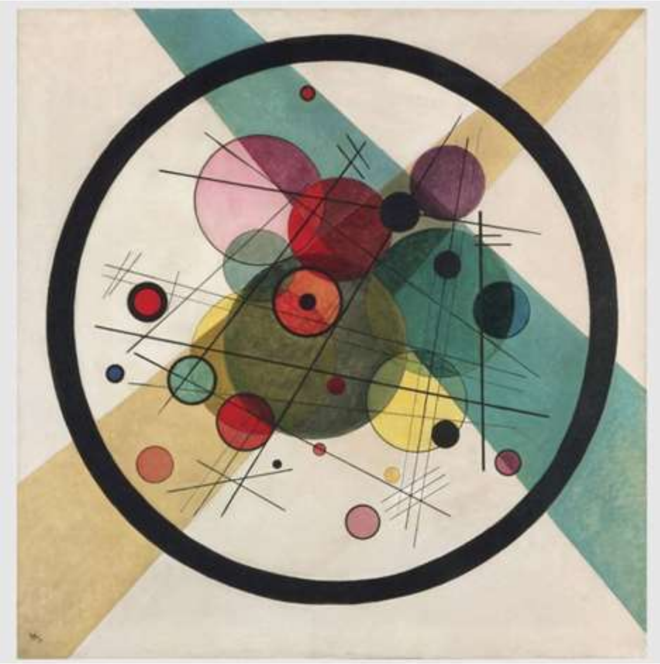


Figure 14

Retour au sommaire



Les dessins d'élèves ont été nombreux mais n'avaient finalement pas vraiment de finalité, certains se rapprochant du célèbre tableau de Vassily Kandinsky et nous avons décidé de nous concentrer sur la configuration de Descartes.

Configuration de Descartes, cercle de Soddy et baderne d'Apollonius

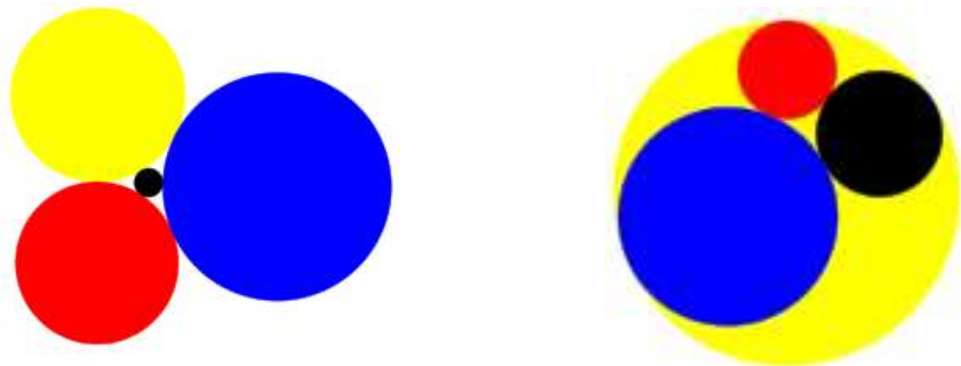


Figure 15

La configuration de Descartes (fig. 15) est un cas particulier du problème CCC d'Apollonius et consiste en une figure formée par quatre cercles tangents pour laquelle chacun des cercles est tangent aux trois autres intérieurement ou extérieurement.

Nous nous sommes intéressés alors au problème suivant : soit un triangle ABC, peut-on construire trois cercles tangents extérieurement centrés sur les sommets du triangle (fig. 16).

En construisant une figure approximative et en notant $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$ et r_A, r_B, r_C les·rayons des cercles tangents de centre respectif A, B, C, nous obtenons les égalités $\begin{cases} a = r_B + r_C \\ b = r_A + r_C \\ c = r_A + r_B \end{cases}$, ce qui permet de calculer $-a + b + c = 2r_A$, $a - b + c = 2r_B$ et $a + b - c = 2r_C$

soit $r_A = \frac{-a+b+c}{2}$, $r_B = \frac{a-b+c}{2}$ et $r_C = \frac{a+b-c}{2}$: ces relations prouvent que la solution est unique, elles permettent également la construction précise de ces cercles.

La construction des trois cercles réalisée, comment construire un cercle - appelé cercle de Soddy - tangent extérieurement à ceux-ci (fig. 17) ?

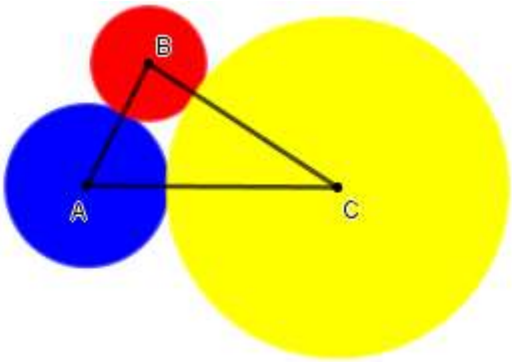


Figure 16

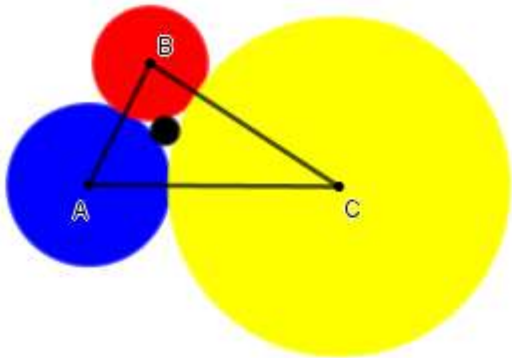


Figure 17

Notons S le centre de Soddy de ce cercle (fig. 18). Calculons $SA - SB = r_A + r - r_B - r = r_A - r_B$: ce nombre ne dépend pas de S donc le point S est sur une branche d'hyperbole (de couleur verte), de foyers A et B. De plus, l'intersection T_1 des cercles de centre A et B vérifie $T_1A - T_1B = r_A - r_B$ donc l'hyperbole passe par T_1.

De même, $SB - SC = r_B - r_C$: le point S est donc sur l'hyperbole (de couleur mauve) (fig. 19), de foyers B et C, passant par T_2, intersection des cercles de centre B et C.

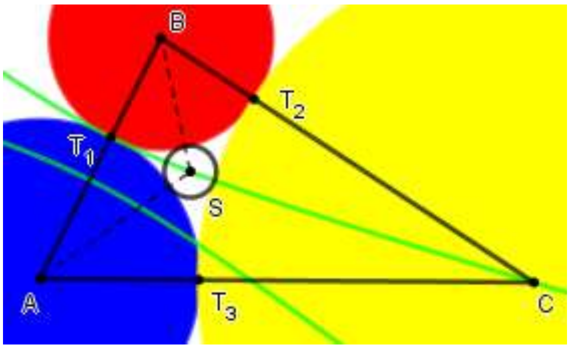


Figure 18

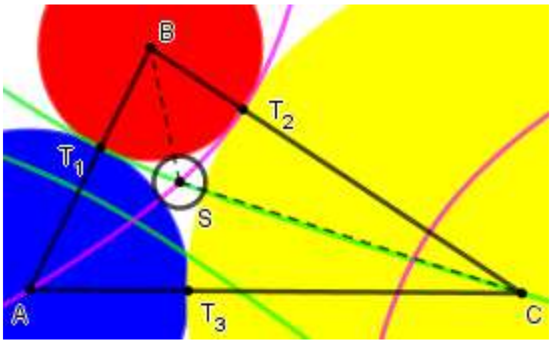


Figure 19

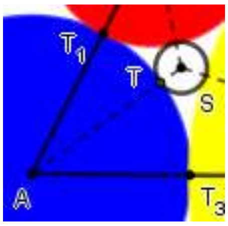


Figure 20

Le centre de Soddy S est situé à l'intersection des hyperboles. La construction du cercle de Soddy (fig. 20) s'effectue en traçant le segment $[AS]$ qui coupe le cercle de centre A en un point T. Il suffit alors de tracer le cercle de centre S et passant par T.

Cette construction nous a permis de fabriquer un outil GeoGebra (une macro) qui, connaissant trois points, permet de construire les hyperboles.

Le point S permet de définir trois nouveaux triangles SAB, SBC et SAC qui ont chacun un cercle de Soddy facilement constructible à l'aide de notre macro (fig. 21).

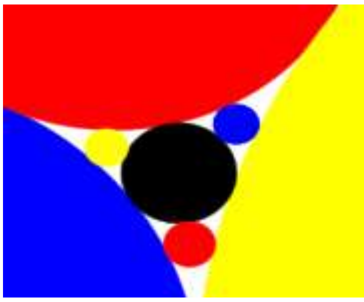
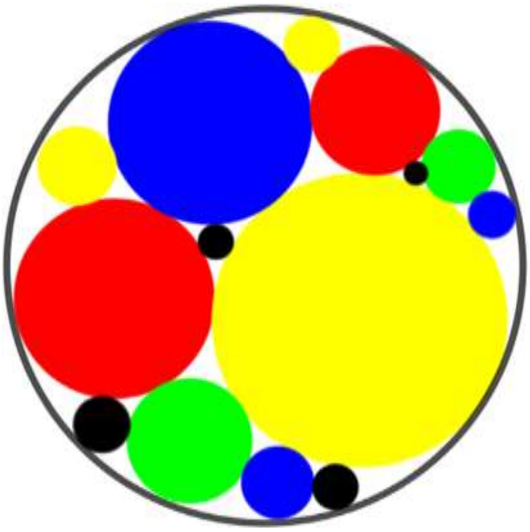
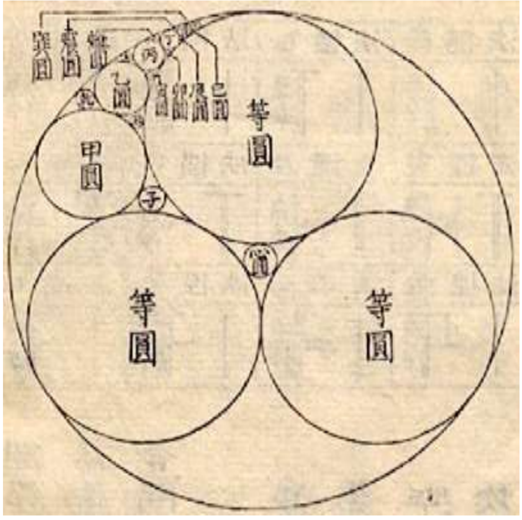


Figure 21

En réitérant ce procédé, nous avons obtenu quelques belles figures dont celle ci-dessous qui nous font penser à des sangakus japonais (Shinpeki Sanpo 1789).

Retour au sommaire





On peut réitérer ce procédé à l'infini et on obtient une figure fractale appelée baderne d'Apollonius.
Pour approfondir, on pourra lire l'article intitulé « baderne d'Apollonius ».

Voici quelques belles réalisations en architecture.

Abbaye de Vaux de Cernay

Central Green Park, Philadelphie

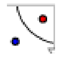
Vitrail du trésor par Jean-Michel Othoniel

Grille de la Samaritaine, rue de Rivoli, Paris

Retour au sommaire

Néanmoins, bien que notre macro permettait de construire rapidement de nombreuses figures, nous avons décidé d'utiliser un nouvel outil qui va se révéler remarquable à la fois par son côté novateur mais également par sa prodigieuse efficacité pour la construction de configurations de Descartes.

Découverte de l'inversion

La découverte de l'inversion s'est déroulée de manière assez libre. Dans le menu déroulant des transformations du plan du logiciel GeoGebra, on trouve l'outil suivant : . En passant le curseur dessus, cela permet de découvrir l'aide : « *point et cercle dont le centre est le pôle et le carré du rayon la puissance* ».

Ainsi, on peut placer un point O puis construire un curseur r qui permet de construire un cercle de centre O et de rayon r. Puis on place un point quelconque M et on construit l'image de M par l'inversion de pôle O et de puissance r^2 en cliquant sur le point M puis sur le cercle.

Les élèves ont beaucoup joué avec cet outil et testé différentes positions du point M, constatant en premier que les points O, M et M' étaient alignés. Puis, lorsque le point M s'éloigne, le point M' se rapproche du centre d'inversion O et, réciproquement, lorsque le point M vient à proximité de O, le point M' s'écarte semble-t-il infiniment du point O. Enfin, lorsque M appartient au cercle d'inversion, $M' = M$ (fig. 22)

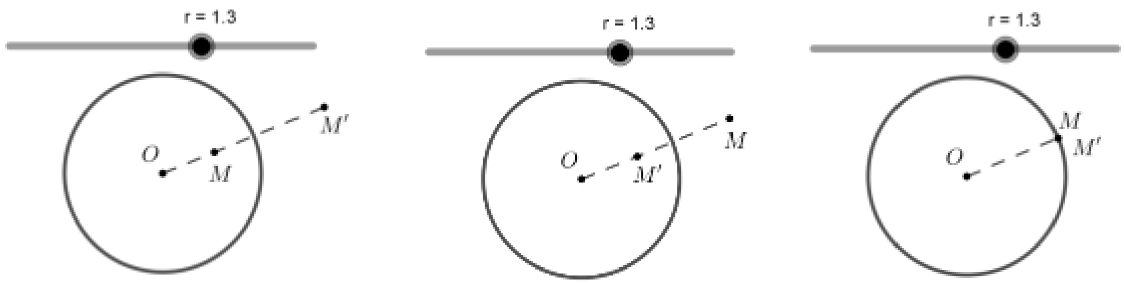


Figure 22

En faisant calculer au logiciel le produit $OM \times OM'$, quelque soit la position du point M, ils sont surpris d'obtenir une constante : r^2 (le carré du rayon).

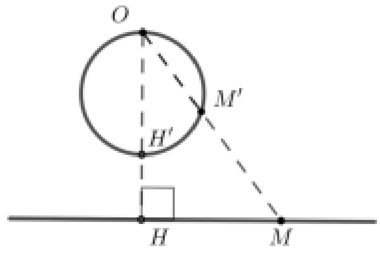
La définition de l'inversion est alors énoncée dans le cas où $k > 0$: *étant donné un point fixe O et un nombre positif k, on appelle inversion la transformation qui, à un point M du plan associe le point M' appartenant à la demi-droite $[OM)$ tel que $OM \cdot OM' = k$. On la notera (O,k).*

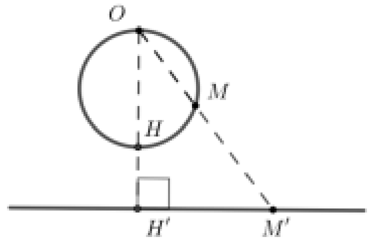
On peut tout de suite énumérer quelques propriétés évidentes :

- *les points O, M et M' sont alignés ;*
- *si M' est l'image de M par une inversion alors M est l'image de M' par cette même inversion (ceci est dû à la symétrie de l'égalité $OM \cdot OM' = k$). On en déduit que l'inversion est involutive : la composée des inversions (O,k)o(O,k) = Id ;*
- *le centre de l'inversion n'a pas d'image ;*
- *le cercle d'inversion de centre O et de rayon r = $\sqrt{k}$ est invariant point par point par l'inversion (O,k).*

Je laisse alors les élèves jouer avec quelques figures géométriques et découvrir quelques propriétés fondamentales de l'inversion (le cercle initial a été supprimé de l'affichage, le centre d'inversion étant O). Les démonstrations sont données en annexe.

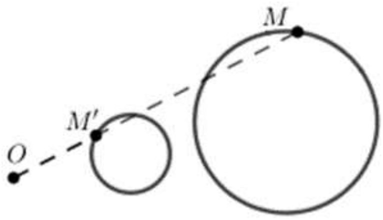
Retour au sommaire





Une droite ne passant pas par le centre d'inversion O a pour image un cercle passant par O et dont le diamètre [OH'] est perpendiculaire à la droite

Réciproquement, un cercle passant par O a pour image une droite perpendiculaire au diamètre issu de ce centre

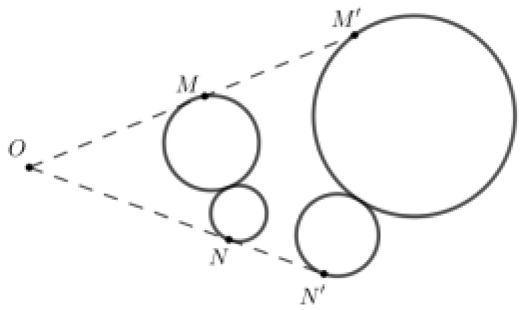


Une droite passant par O est globalement invariante

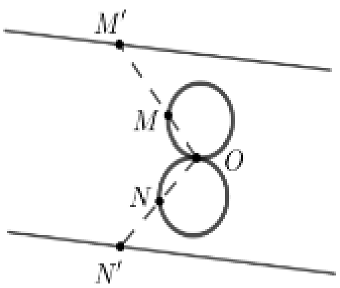
Un cercle ne passant pas par O a pour image un cercle, le point O étant un des centres d'homothétie des deux cercles

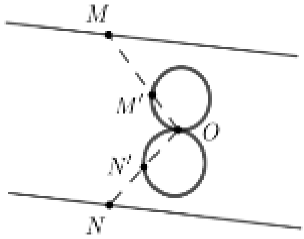
Inversion de deux cercles ou droites tangents ou parallèles

Ensuite, nous avons étudié les configurations de droites ou cercles tangents ou parallèles :



Deux cercles tangents ne passant pas par O ont pour image deux cercles tangents

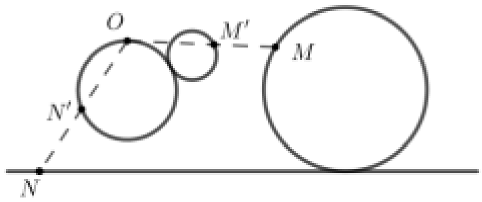




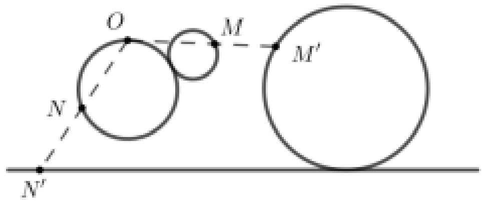
Deux cercles tangents en O ont pour image deux droites parallèles et réciproquement

Réciproque : deux droites parallèles ont pour image deux cercles tangents en O.

Retour au sommaire



Deux cercles tangents dont un passe par O ont pour image une droite et un cercle tangents



Réciproque : un cercle et une droite tangents ont pour image deux cercles tangents dont un passe par O

Inversion et trois cercles tangents

Pour construire trois cercles tangents, nous avons ici utilisé le résultat concernant la transformation de deux cercles tangents en O par l'inversion de centre O et pour lesquels nous obtenions deux droites parallèles.

Il suffit de construire deux droites parallèles et un cercle tangent à ces deux droites (fig. 23), puis en réalisant l'inversion par rapport à un point O n'appartenant pas aux droites, nous obtenons trois cercles tangents, trois cas de figure selon la position du cercle par rapport au centre O, la figure du milieu représentant le cas limite entre le cercle tangent intérieurement et extérieurement.

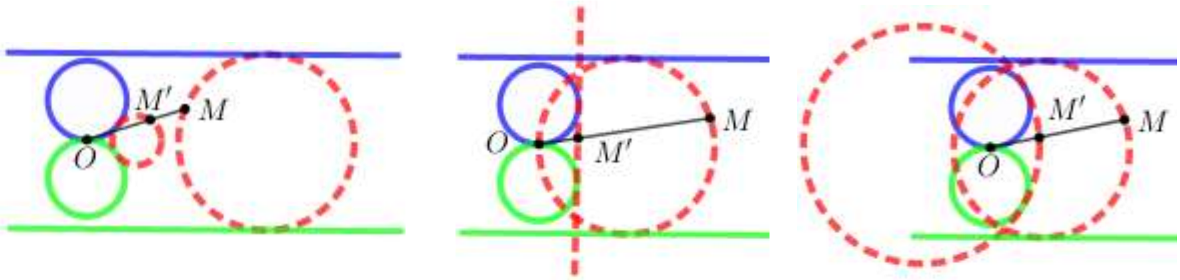


Figure 23

Inversion et quatre cercles tangents, configuration de Descartes

Nous voici à nouveau revenus à la configuration de Descartes vue précédemment. Nous allons pouvoir prouver que si trois cercles sont tangents deux à deux, il n'existe au plus que deux cercles tangents aux trois autres : l'un intérieurement et l'autre extérieurement.

En réalisant l'inversion des trois cercles tangents par rapport à un des points d'intersection O (fig. 24), nous obtenons la figure de droite : un cercle tangent à deux droites parallèles.

Retour au sommaire

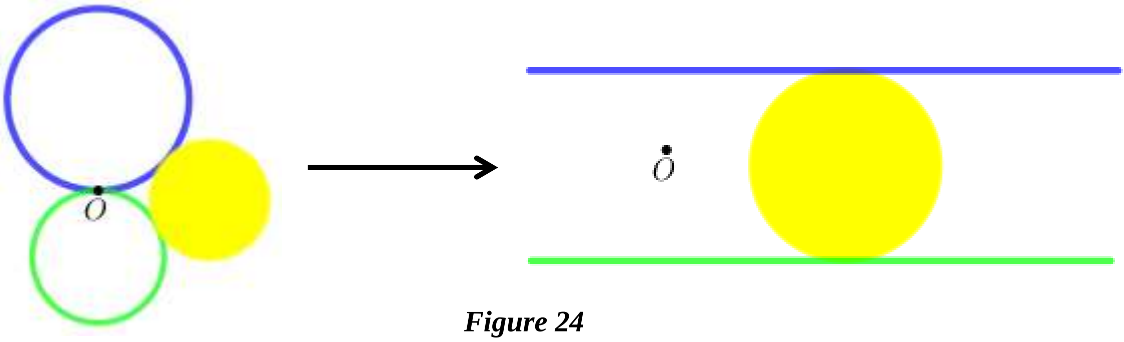


Figure 24

Cette figure inversée nous permet de prouver qu'il n'y a que deux cercles tangents aux trois puisque nous pouvons ajouter un cercle à droite (fig. 25) ou à gauche (fig. 26).

1er cas : un cercle rouge tangent à droite

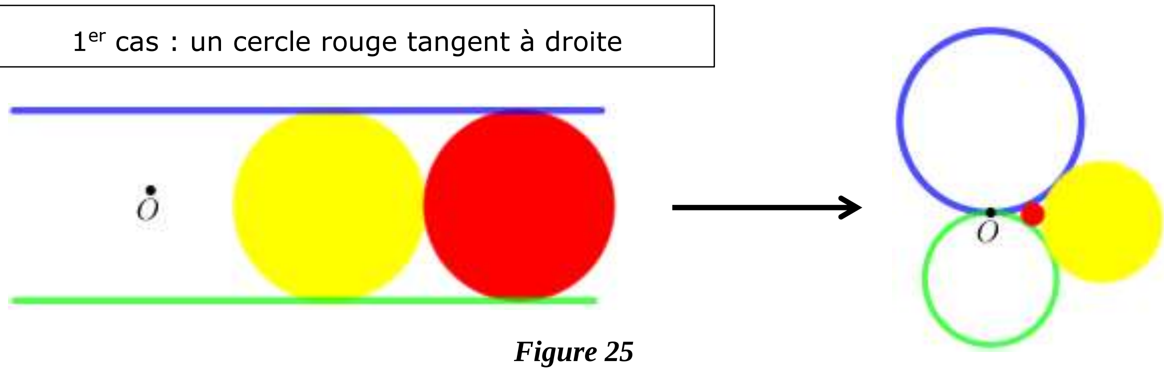


Figure 25

2ième cas : un cercle rouge tangent à gauche

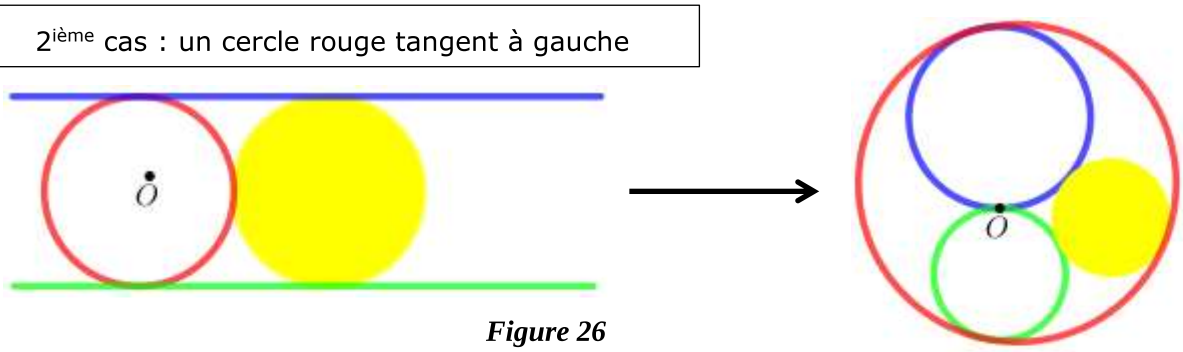


Figure 26

Nous obtenons ainsi une configuration de Descartes de quatre cercles tangents pour laquelle chacun des cercles est tangent aux trois autres.

La formule de Descartes

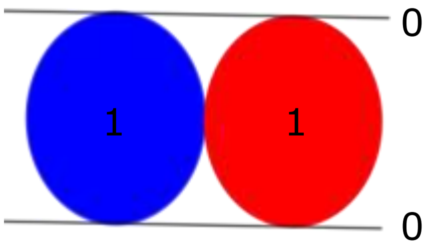
Une courte remarque concernant les courbures a, b, c, d des quatre cercles tangents de la configuration de Descartes. Elles vérifient la formule de Descartes :

$(a+b+c+d)^2 = 2(a^2+b^2+c^2+d^2)$ lorsque les cercles sont tangents extérieurement,

$(-a+b+c+d)^2 = 2(a^2+b^2+c^2+d^2)$ lorsque les cercles de courbures b, c et d sont tangents intérieurement au cercle de courbure a.

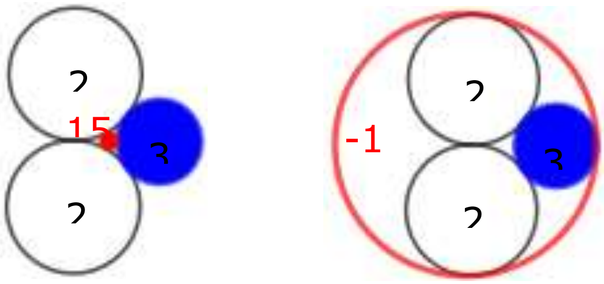
Retour au sommaire

Voici un premier exemple



$$(1+1+0+0)^2 = 2(1^2+1^2+0^2+0^2)$$

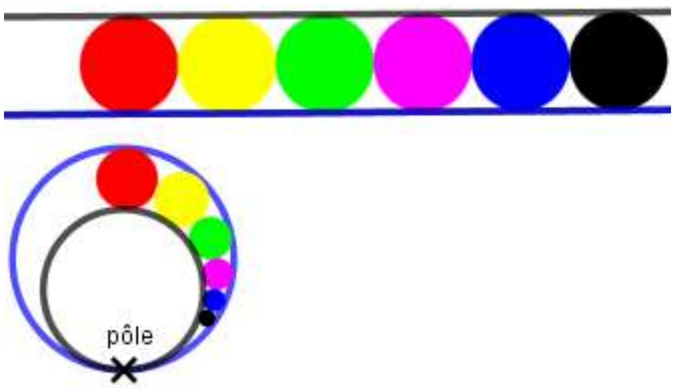
Un second exemple : connaissant les courbures 2, 2, et 3 de trois cercles tangents, déterminons la courbure des deux cercles qui leur sont tangents. La courbure x d'un cercle tangent aux trois cercles donnés vérifie l'équation $(2+2+3+x)^2 = 2(2^2+2^2+3^2+x^2)$ soit $(x+7)^2 = 2(17+x^2)$ qui a pour solutions 15 et -1.



Cette formule de Descartes permet ainsi de résoudre le problème CCC des trois cercles tangents sans utiliser l'hyperbole ou encore l'inversion comme nous l'avons fait.

La chaîne de Pappus

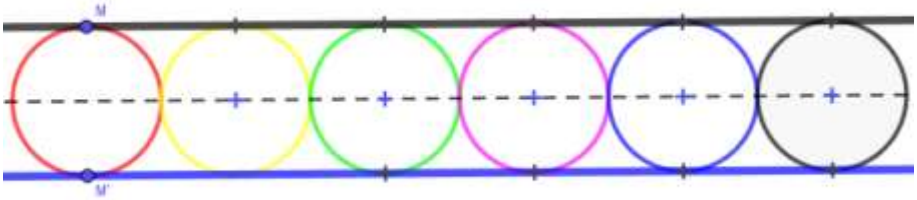
En jouant avec l'inversion, les élèves ont trouvé la figure ci-dessous intéressante pour un crop circle



La construction de la chaîne de Pappus à la règle et au compas

L'utilisation du logiciel est très intéressante mais la construction de la chaîne de Pappus à la règle et au compas a tout de même un côté très jubilatoire aussi par son côté « cognition incarnée ».

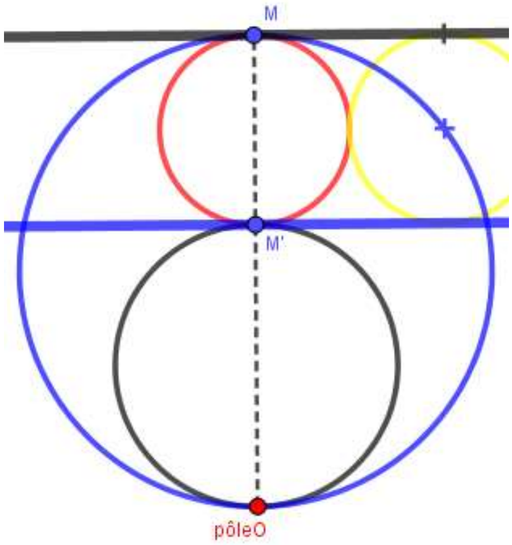
On commence par construire tous les cercles tangents entre eux et à deux droites parallèles.

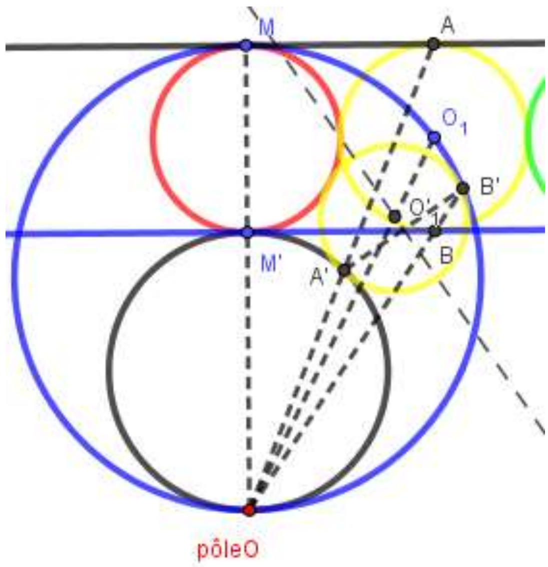


Puis on place le pôle O d'inversion sur la droite (MM'). Considérons l'inversion de pôle O laissant le cercle rouge globalement invariant qui transforme M en M'.

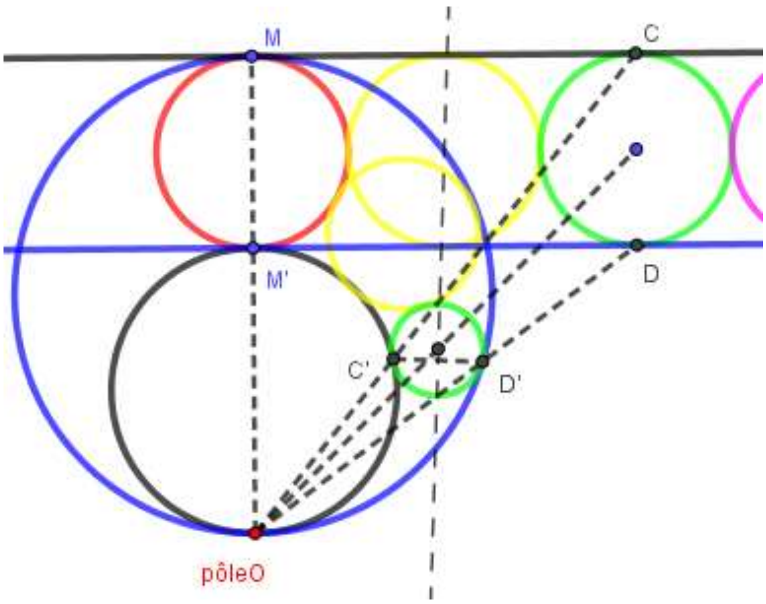
Elle transforme la droite noire en le cercle noir de diamètre $[OM']$ et la droite bleue en le cercle bleu de diamètre $[OM]$ tous les deux faciles à construire au compas.

Déterminons l'image du cercle jaune : on trace la droite (OA) qui coupe le cercle noir en A' l'image de A, on obtient de même l'image B' de B en prolongeant la droite (OB) qui coupe le cercle bleu. On sait que le centre du cercle image est situé sur la droite (OO'). Ce centre O'_1 est l'intersection de la médiatrice de $[A'B']$ avec cette droite (OO'). Mais attention, O'_1 n'est pas l'image de O_1 par l'inversion.



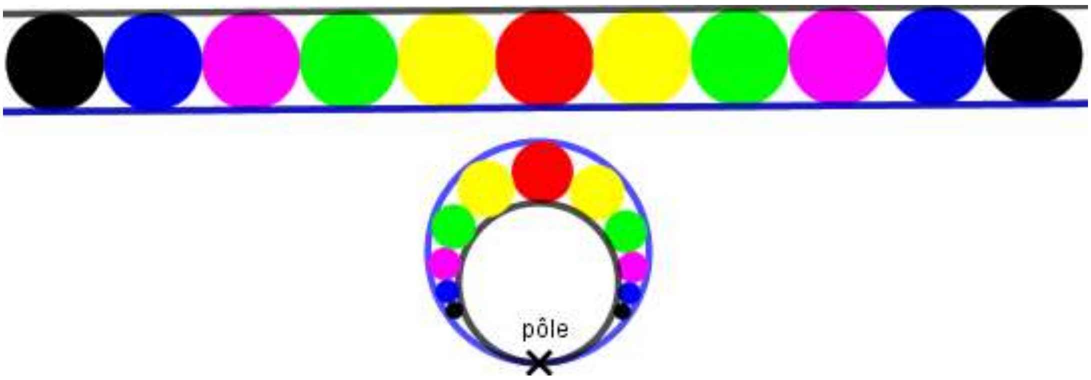


Il suffit alors de réaliser la même construction avec les autres cercles.



Une telle suite de cercles tangents est appelée chaîne de Pappus.

Retour au sommaire



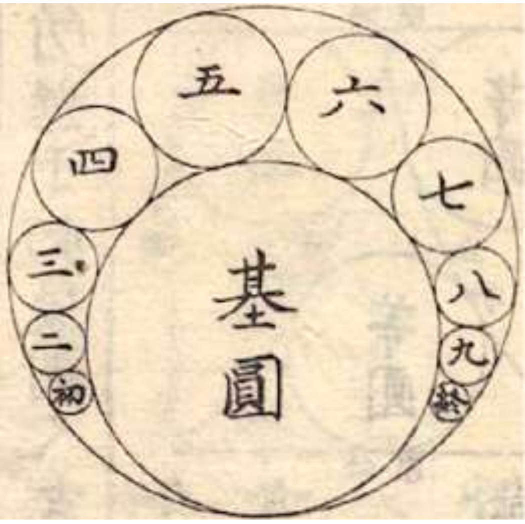
En regardant ces figures, on imagine le tableau de Robert Delaunay ci-dessous à gauche auquel on ferait subir une inversion afin d'obtenir les cercles de l'affiche d'Alphonse Mucha à droite.

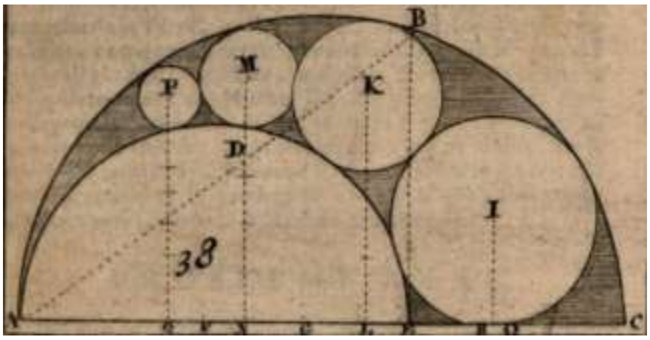
Robert Delaunay, Rythmes, 1934

Alphonse Mucha, La Danse 1898

Retour au sommaire

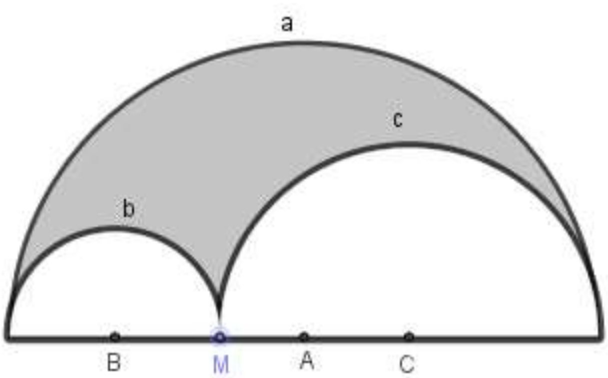
Par la suite, nous nous sommes rendu compte que nous avions finalement redécouvert des constructions connues dans l'histoire de la géométrie dont voici quelques extraits.





Ou encore plus ancien : concernant les cercles tangents, une étude importante est celle d'Achimède (287-212 av. J.C.) sur l'Arbelos, nom donné à une configuration géométrique modélisant un outil du même nom qui signifie couteau ou tranchet et utilisé par les cordonniers.

La modélisation d'Archimède est la suivante : soit un demi-cercle de centre A, un point M appartenant à son diamètre et deux cercles de centre B et C tangents l'un l'autre en M mais également tangents au grand demi-cercle de centre A.

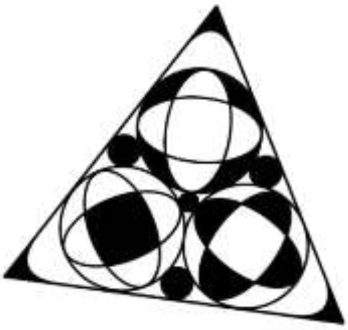
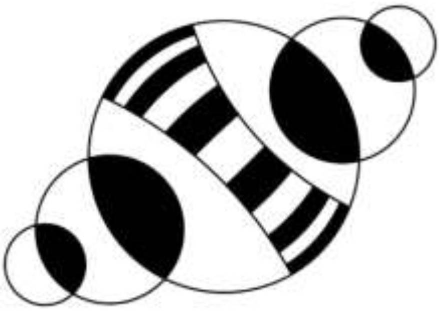


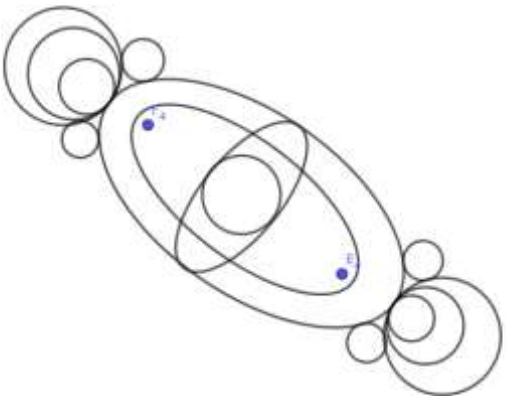
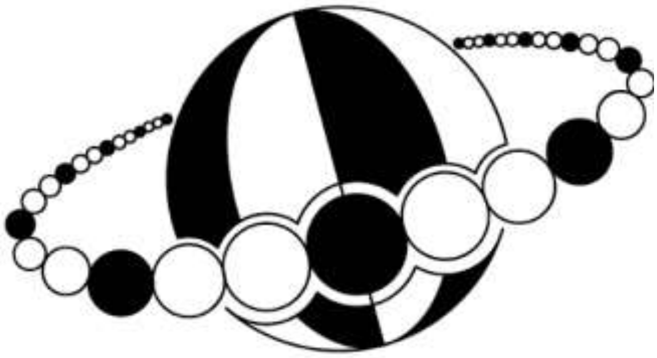
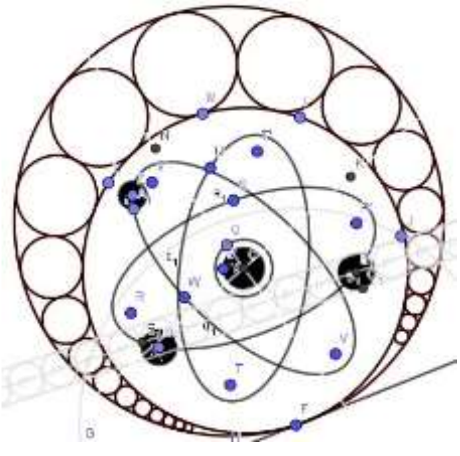
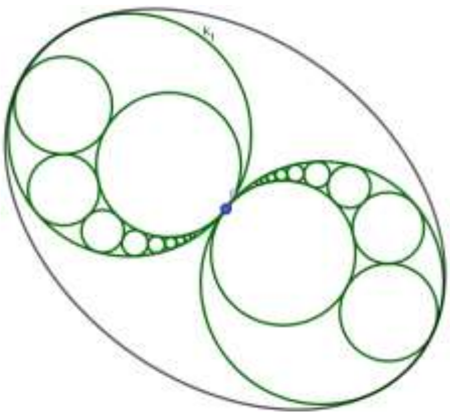
On pourra lire l'article « l'Arbelos » de Hamza Khelif [8] ou encore l'article très complet de Baptiste Gorin intitulé « Une étude de l'Arbelos » [7].

Retour au sommaire

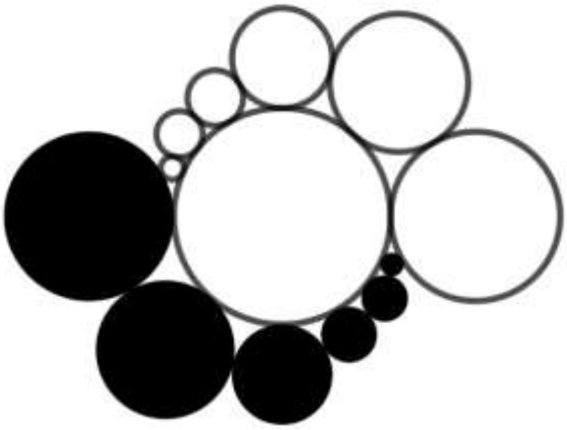
Quelques figures construites par les élèves

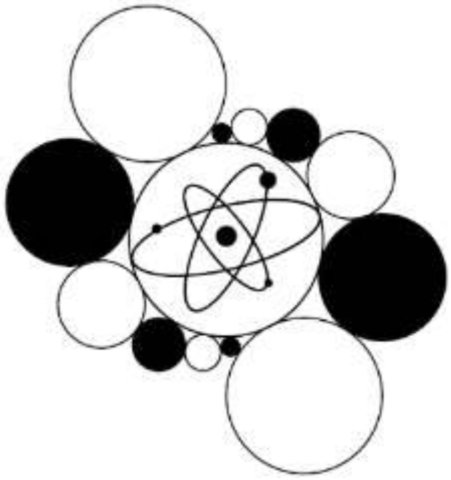


Retour au sommaire



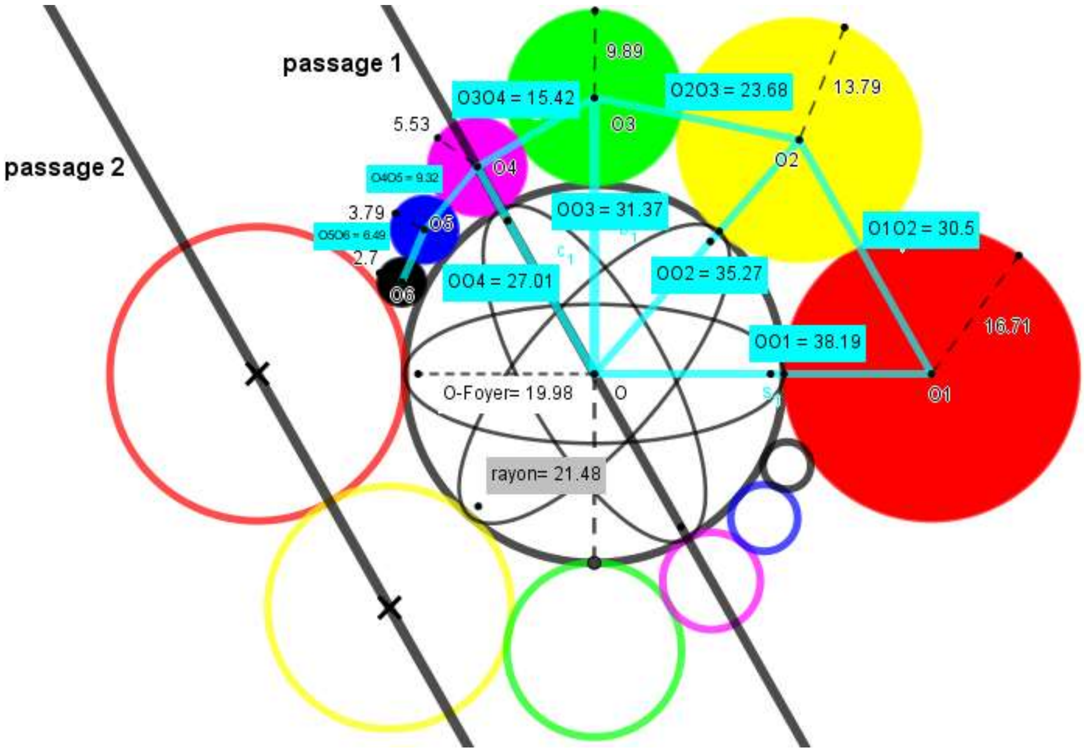


Le choix des élèves

Un mois avant le jour J, il nous a fallu faire un choix et il nous restait seulement trois séances. N'ayant jamais réalisé de crop circle, nous avons choisi la figure qui nous paraissait la plus simple à réaliser sur le terrain.

Voici ci-dessous le plan de la figure prévue : les cercles de même couleur sont symétriques par rapport au centre O du cercle central. L'un sera « plein » (c'est-à-dire toutes les tiges de blé situées à l'intérieur écrasées) et son symétrique sera « vide » (n'aura que sa périphérie aplatie).

Afin de ne pas laisser de traces de construction, le grand cercle placé au milieu de la figure devra avoir son centre situé sur la ligne droite - appelée passage 1 – qui représente un passage de traitement du tracteur dans le champ. De même, les centres des deux cercles « vides » rouges et jaunes seront placés sur le passage 2 de traitement. Cette contrainte a engendré une modification d'urgence de la figure qui ne sera pas tout à fait une chaîne de Pappus.



Les préparatifs

Sur les conseils du Youtuber Astronogeek, nous achetons onze frontales de couleur rouge et préparons quatre planches d'un mètre ainsi que des ficelles dont les longueurs sont égales aux rayons des cercles mais aussi égales aux distances entre centres des cercles afin de trianguler.

Nous décidons de faire un test grandeur nature dans un parc de la ville de Verdun à l'aide d'une tondeuse. Un premier cercle est créé puis un deuxième mais malheureusement, les ficelles n'étant pas suffisamment tendues, les erreurs sont flagrantes et décidons de terminer la matinée par un barbecue… Nous avons une pensée amusée pour le service de la mairie qui a certainement découvert des cercles tondus dans le parc qu'ils entretiennent régulièrement.

La nuit du 28 au 29 juin

Arrive enfin le soir du 28 juin, la météo est très orageuse et certains désirent renoncer tellement les éclairs tombent de toute part. Mais comment décaler ? L'équipe de tournage est sur place et certains élèves passent leur oral de français quelques jours plus tard. Je parviens à convaincre toute l'équipe de prendre le risque d'affronter les intempéries. Mais nous ne pouvons pas commencer à l'heure prévue et décidons de ne construire que les cercles « pleins » ainsi que les ellipses. Afin d'être le plus discret possible, j'achemine au champ les élèves assis dans une benne agricole.

Étape 1 : construction du cercle central de centre O : un élève se positionne sur le centre O et tient l'extrémité d'une ficelle de longueur 21,48 m. Un second élève se situe à l'autre extrémité et, muni d'une planche, il écrase la périphérie du grand cercle.

Étape 2 : construction du cercle rouge de centre O_1 : une ficelle de longueur OO_1 centrée en O permet de repérer le point O_1 , ce qui permet d'aplatir la périphérie du cercle rouge à l'aide d'une ficelle dont la longueur correspond à son rayon.

Étape 3 : construction du cercle jaune de centre O_2 : le repérage de O_2 s'effectue par triangulation à l'aide de deux ficelles de longueur OO_2 et O_1O_2 . Puis le cercle jaune est aplati.

Ainsi de suite jusqu'au cercle noir.

Malheureusement, le jour commence à se lever vers 5h00 ce 29 juin et nous ne pouvons créer les ellipses.

Conclusion

Le projet de cette année fut extrêmement riche.

Avant tout sur le plan mathématique puisque les élèves ont découvert la composée d'homothéties, la construction de l'hyperbole et de l'ellipse à l'aide des foyers ainsi que l'utilisation de l'inversion. Ils ont aussi appris à utiliser un logiciel de géométrie dynamique. Ce qu'ils ont également appris à travers ces activités c'est le côté jubilatoire de la géométrie ainsi que son intarissable variété de formes.

De plus, ce fut une expérience humaine faite de rencontres mémorables : celle d'un youtuber célèbre d'abord et celles de personnes extraordinairement crédules ensuite. Ce fut également pour les élèves une immense surprise de découvrir que leur prof de maths ne savait pas que

Retour au sommaire

tourner en rond dans sa classe ou réaliser des « ronds » au tableau mais qu'il pouvait aussi tourner en rond dans ses propres champs.

Enfin, le fait d'avoir réalisé de nuit cette fameuse chaîne de Pappus grandeur nature laissera un souvenir gravé à jamais dans l'esprit de tous les acteurs de cette fabuleuse expérience. En effet, tracer des cercles sur une feuille ou un ordinateur c'est bien mais dans un champ c'est mieux ! Tout comme la réalisation d'une incroyable fakenews pour laquelle les nombreux commentaires furent une expérience anthropologique très enrichissante. La cerise sur le gâteau : le demi-million de vues de notre vidéo.

Remerciements

Tous mes remerciements à Julien Didry et Lorraine Caillas du Pays de Verdun pour la coordination de toute l'équipe à l'origine de cette formidable aventure, à Lorraine Vidéos pour la réalisation de la vidéo « la vérité sur le crop circle de Meuse », à Skyviews pour les images réalisées à l'aide d'un drone, à Philippe Lombard le chercheur de l'atelier qui m'a fait pleinement confiance et m'a laissé libre à la fois pour le thème choisi et pour le déroulement de l'atelier, et surtout félicitations aux élèves pour leur travail ainsi que leur capacité à garder un secret toute une année !

BIBLIOGRAPHIE

[1] Audibert, Pierre, *cercles d'Apollonius et Descartes,* sur le site pierreaudibert.fr

[2] Anne Boyé, *L'Appolonius Gallus et le Problème des trois cercles, comme défense et illustration de la géométrie synthétique : Thèse de Doctorat*, Université de Nantes - Centre François Viete, 1998

[3] Claisse, Emmanuel, *La construction d'Apollonius au service du repérage par le son pendant la Première Guerre Mondiale, 2021*, repères-IREM n°124, Editions Topiques, Nancy, 2021.

[4] Claisse Emmanuel, *le repérage par le son (vidéo),*

[5] Claisse Emmanuel, *le mouvement au service de la perspective. Comparaison entre manipulation physique et virtuelle*, repères-IREM n°119, Editions Topiques, Nancy, 2020.

[6] Drissi, Fathi, *un crop circle en Meuse*, le Petit Vert n°127 sur le site de l'APMEP.

[7] Gorin, Baptiste, *une étude de l'arbelos,* site docplayer

[8] Khelif, Hamza, *l'arbelos, partie 1,* site images.cnrs.fr

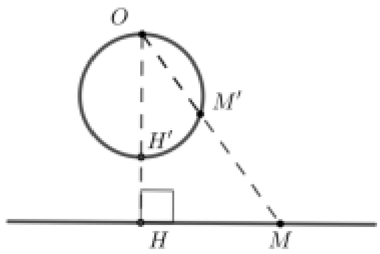
[9] Pappus et Paul Van-Eyke, *La Collection mathématique*, t. tome 1, 1932

[10] Viète François (1600), Apollonius Gallus

Retour au sommaire

ANNEXE : quelques démonstrations

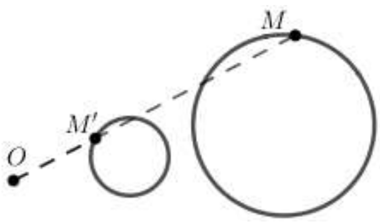
Une droite ne passant pas par le centre d'inversion O a pour image un cercle passant par O et dont le diamètre [OH'] est perpendiculaire à la droite



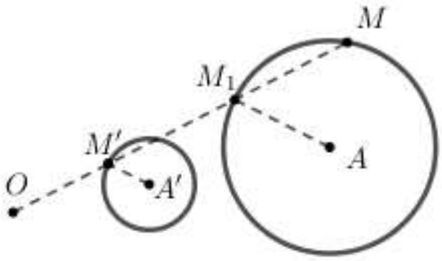
Démonstration : soit H le projeté orthogonal de O sur la droite donnée d et H' son image par l'inversion de centre O et de rapport k. Soit M un point variable de la droite d et M' son image. Alors $OM \times OM' = OH \times OH' = k$: cette relation prouve que les quatre points $M, M', H \text{ et } H'$ appartiennent à un même cercle donc les angles $(M'H', M'M) = (HH', HM)$ = 90° c'est-à-dire $(M'H', M'O)$ = 90°. Le lieu du point M' est donc le cercle de diamètre $[OH']$.

La transformation étant réciproque, l'inverse du cercle de diamètre $[OH]$ est la droite perpendiculaire à (OH) passant par H' l'image de H.

Un cercle ne passant pas par O a pour image un cercle, le point O étant un des centres d'homothétie des deux cercles



Démonstration



Soit un point O et M un point d'un cercle de centre A. Notons M' l'image de M par l'inversion de centre O et de rapport $k > 0$: $OM \times OM' = k$

Désignons par M_1 l'intersection de (OM) avec le cercle de centre A. Notons p la puissance du point O par rapport à ce cercle : $OM \times OM_1 = p$. On en déduit que $\frac{OM'}{OM_1} = \frac{OM \times OM'}{OM \times OM_1} = \frac{k}{p}$ c'est-à-dire que $OM' = \frac{k}{p} \times OM_1$ ce qui prouve que M' est l'image de M_1 par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{k}{p}$. Ainsi, l'image du cercle de centre A par l'inversion de centre O est un cercle dont le point O est un des centres d'homothétie.

Retour au sommaire

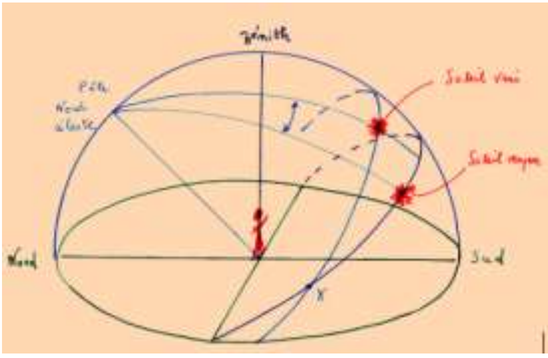
VU SUR LA TOILE

AZIMUTÉ

Gilles Waehren

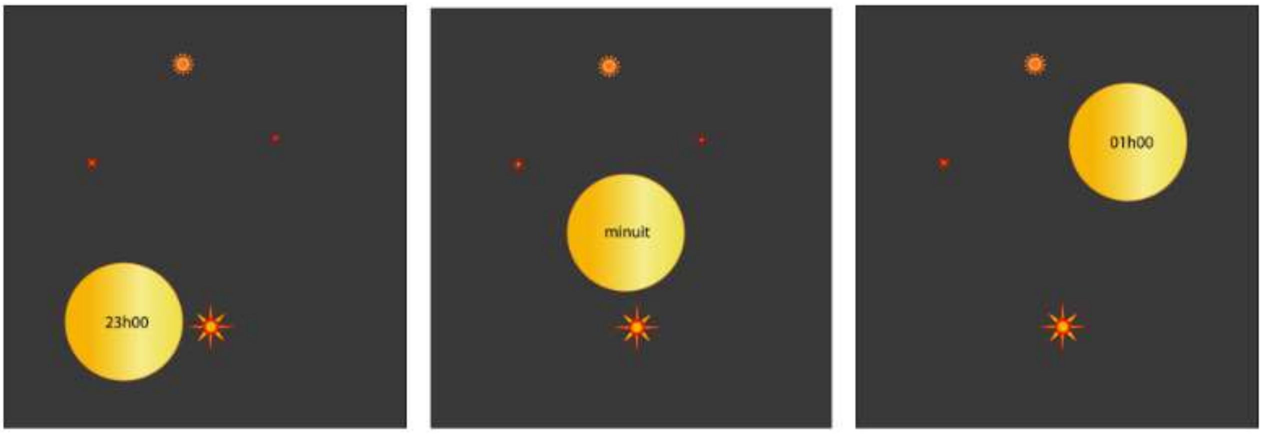
On ne peut certes pas donner, sur une frise chronologique, de date pour la naissance des mathématiques. Cela est, d'ailleurs, vrai pour la plupart des sciences (y compris humaines), même l'informatique, qui commence avec l'algorithmique. Par contre, l'observation des étoiles et des mouvements des astres a beaucoup contribué à poser de nombreuses bases des mathématiques.

Pour rafraîchir ses connaissances historiques, on pourra consulter cet article de MathémaTICE. Le CLEA (Comité de Liaison Enseignants et Astronomes) propose depuis plusieurs années des documents et des ressources pour animer des séances en classe autour de l'astronomie, de l'école au lycée, notamment ce jeu des erreurs. Beaucoup des articles sont extraits des fameux Cahiers Clairaut.



On notera la collaboration entre le CLEA et l'APMEP pour l'un des Hors Séries de ces cahiers. Il faut toutefois signaler que de nombreux éléments présentés sur le site s'obtiennent par un achat en ligne.

Quelques collègues ont publié un blog relatant leurs travaux en classe sur le thème de l'astronomie, que ce soit au Collège Willy Ronis de Champigny sur Marne ou sur le Web Pédagogique où l'on donne des ordres de grandeur des planètes du système solaire. On pourra compléter ces supports par cette activité très complète conçue par l'IREM de La Réunion.

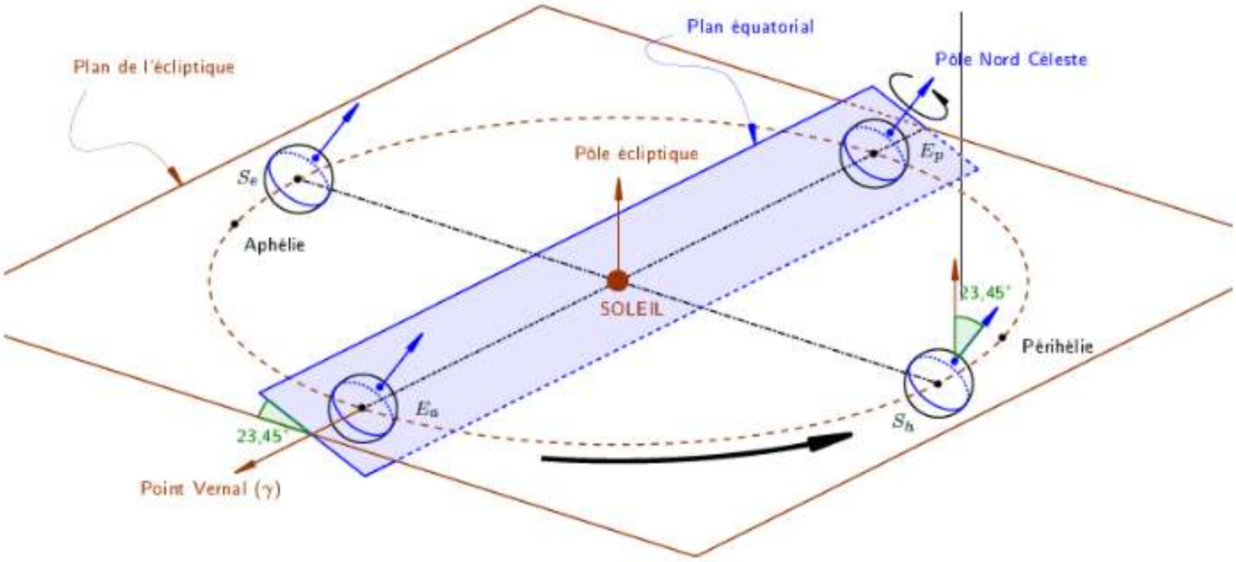


On trouve quelques activités similaires sur le site Maths Au Quotidien et, notamment, l'étude du patron d'un vaisseau spatial !

Retour au sommaire

Pour accéder à des contenus plus exhaustifs, on pourra se référer à ce cours d'astronomie relativement complet de l'Observatoire de Marseille. Le site québécois Accromaths contient de multiples accroches pour les mathématiques et, bien entendu, quelques articles consacrés à l'astronomie, dont celui-ci qui explique comment voyager aux confins de l'univers.

Pour terminer, citons ce « pearltree » dédié aux liens entre mathématiques et astronomie, où - quelle ne fut pas ma surprise ! - les « Études mathématiques » d'Alain Satabin, parues dans les derniers Petits Verts et relatives aux mouvements des astres, sont bien répertoriées !



MATHS ET ARTS

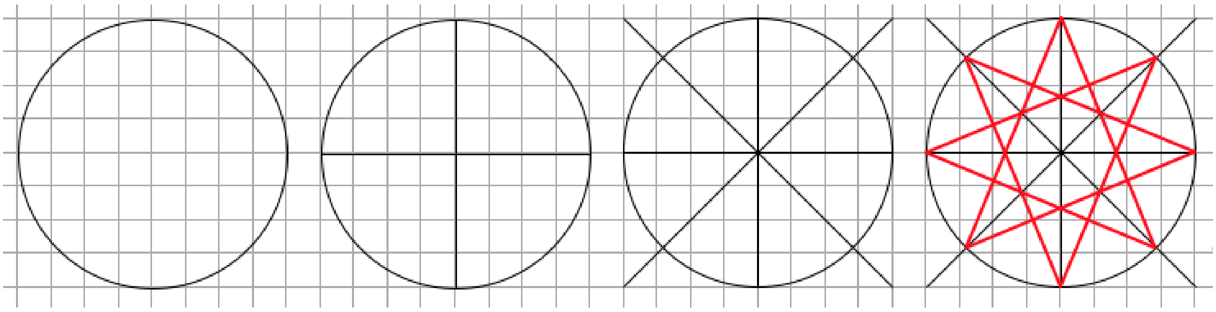
DES OCTOGONES RÉGULIERS ÉTOILÉS

APMEP Lorraine

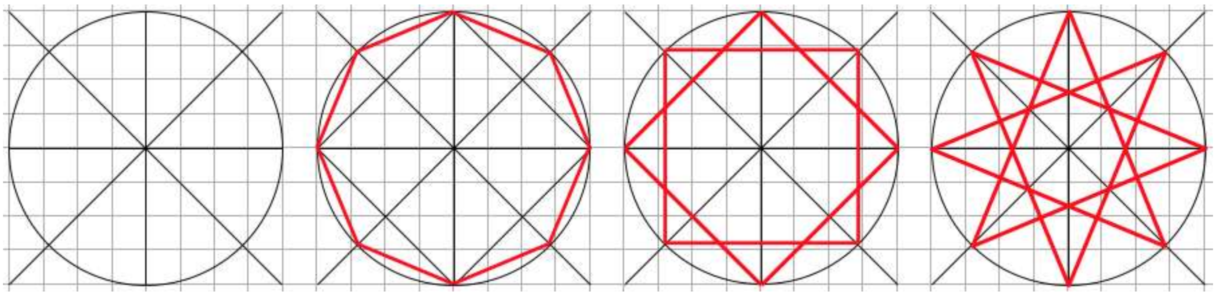
Groupe Maths et Arts

Pendant l'été 2021, un octogone étoilé a été utilisé pour former un ensemble floral devant le château Stanislas à Commercy.

Le tracé d'un tel polygone peut être fait par de jeunes élèves utilisant un compas, une règle non graduée et du papier quadrillé.



Les huit points sur le cercle peuvent être à l'origine de polygones différents. En les joignant de 1 en 1, nous obtenons l'octogone régulier. En les joignant de 2 en 2, nous obtenons deux carrés entrecroisés formant un motif bien connu des amateurs de motifs arabo-musulmans. En les joignant de 3 en 3, nous obtenons l'octogone régulier étoilé : le nombre de points utilisés sur le cercle est premier avec le nombre de points de nos sauts, nous revenons à notre point de départ.



Retour au sommaire

L’octogone régulier étoilé est observé comme décor en des endroits très variés.

Le parquet de la médiathèque de Bar-le-Duc.

Le carrelage de l’église de Roscoff.

Une capsule venue de Pologne.

Un décor du restaurant « Au banquier » à Paris.

Une porte à Grenoble.

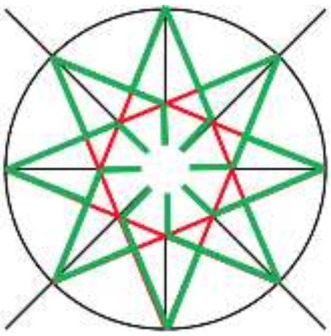
Une porte à Lyon.

Une bouche d’égout à Nivelles (Belgique).

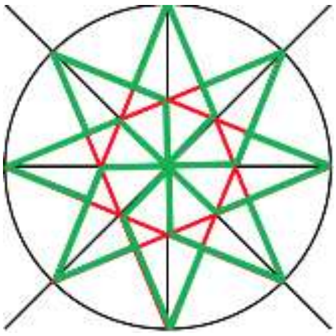
Un carreau de carrelage à Saint-Mihiel.

L’octogone étoilé vu à Commercy est un clin d’œil au logo des « [Plus beaux détours de France]», structure dont fait partie la ville depuis quelques années.

LES PLUS BEAUX DETOURS DE FRANCE



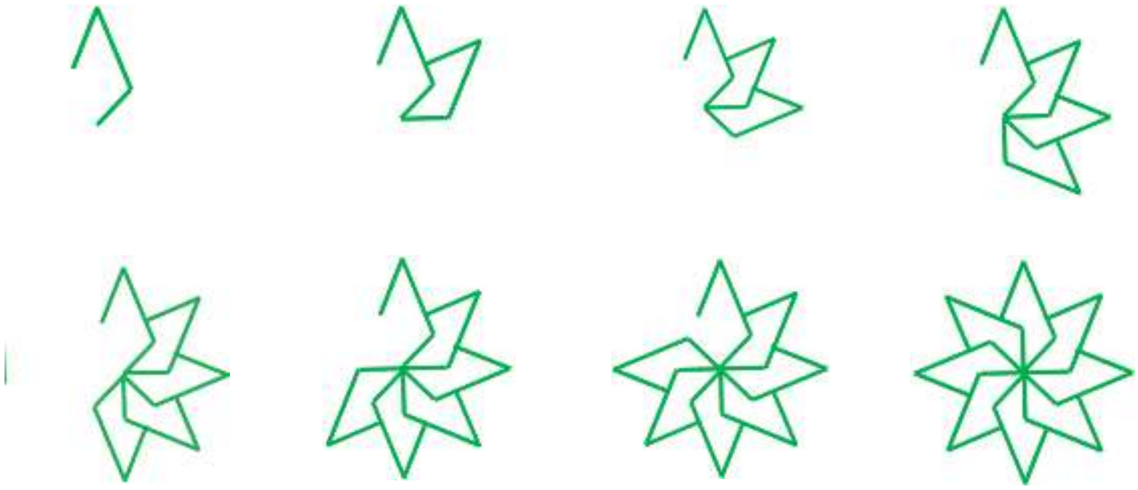
Enlevons le disque blanc central.



Le motif est issu de l’octogone étoilé.

Retour au sommaire

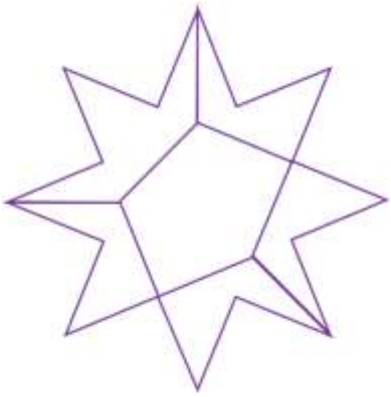
Faisons agir des rotations de 45° sur le motif de base.



Ces huit étapes pourront être mises en œuvre en utilisant GeoGebra.

Compléments

Un découpage de l'octogone régulier étoilé permet de reconstituer un octogone régulier. Imaginé par Harry Lindberg, il est référencé dans le site de Gavin Theobald (le même site présente une bissection de ce polygone étoilé proposée par le même créateur).



Les tracés dans l'octogone régulier étoilé ou dans l'octogone régulier peuvent se faire en utilisant la règle non graduée. Le Petit Vert n°136 relate leur réalisation par des élèves de Cours Moyen et de sixième.

Christine Oudin a utilisé les pièces pour des assemblages figuratifs. En voici trois exemples.

Un roi

Un lapin

Un crabe

Dans son numéro 69 (mars 2020), la revue MathémaTICE fournit des outils informatiques pour dessiner des polygones réguliers étoilés et bien d'autres belles choses.

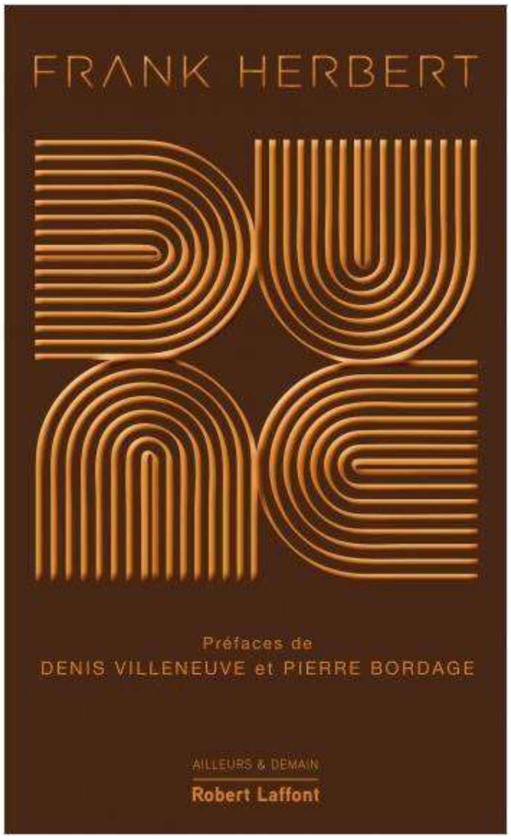
Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

UN PEU DE SCIENCE-FICTION

APMEP Lorraine
Groupe Maths et Arts

Une belle couverture

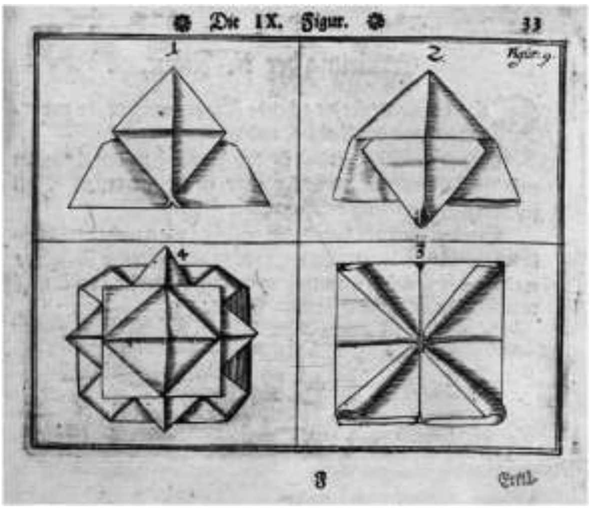


Quatre rotations d'un même symbole graphique nous font deviner le mot DUNE, titre de ce grand classique de la Science-Fiction.

Le graphisme utilisé fait penser à des feuilles de papier pliées. Il fut un temps où circulait l'affirmation que sept était le nombre maximum de pliages successifs d'une feuille de papier. Cette affirmation était fausse, dès 2002, ce maximum était dépassé.

Un site évoque même la possibilité d'obtenir la distance Terre-Lune en utilisant quarante-deux pliages. Ceux-ci sont théoriques et ne tiennent pas compte des demi-cercles autour du pli, tels ceux montrés sur la couverture du livre de Frank Herbert.

Nos lecteurs pourront se convaincre de la richesse des mathématiques rencontrées en pliant du papier en consultant le contenu d'une conférence faite le 7 novembre 2018 par Jean-Paul Delahaye à l'IREM de Strasbourg. Les pliages d'une feuille de papier sur elle-même y sont évoqués à partir de la page 73.



Une autre ressource nous est fournie par le site « images des mathématiques » du CNRS. Au 17ème siècle, le papier était moins répandu qu'en 2021, mais on s'intéressait déjà au pliage des serviettes.

Retour au sommaire

La bistromathique

La bistromathique n'est à proprement parler qu'une nouvelle manière révolutionnaire d'appréhender le comportement des nombres. De même qu'Einstein avait observé que le temps n'était pas un absolu mais dépendait du déplacement de l'observateur dans l'espace, et que l'espace n'était pas un absolu mais dépendait du déplacement de l'observateur dans le temps, de même on a compris que les nombres ne sont pas absolus mais qu'ils dépendent du déplacement de l'observateur dans les restaurants.

Le premier nombre non absolu est le nombre de gens pour lesquels la table a été réservée. Ce nombre va varier au cours des trois premiers appels téléphoniques au restaurant pour se révéler en fin de compte n'avoir aucune relation apparente avec le nombre de personnes à se présenter effectivement dans la salle, ni avec le nombre de personnes à se joindre à elles par la suite, après le match/spectacle/raout/concert ni avec le nombre de personnes à quitter la table quand elles découvrent qui vient d'arriver.

Les lignes qui précédent sont extraites du troisième tome de la série de cinq ouvrages écrits par Douglas Adams à propos du « Guide du voyageur galactique ».

Dans la suite du texte (page 70 de cette édition de poche), nous prenons connaissance de deux autres nombres non-absolus : l'heure indiquée pour l'arrivée des convives et « *la relation entre le nombre de plats portés sur l'addition, le prix de chacun de ces plats, le nombre de convives autour de la table, et ce que chacun d'eux s'attend à payer* ».

Bonne lecture.

Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

DE LA VALLÉE DE LA MEUSE VERS L'ARGONNE

À pied ou en voiture ?

Voici de quoi visualiser un partage du disque en 4x7 ou 2x7 secteurs circulaires… Nous nous souvenons que l'heptagone ne peut pas être tracé « à la règle et au compas ».

Où se cachent les mathématiques ? Cette question est posée sur l'affiche de présentation des Journées Nationales APMEP 2022 de Jonzac. Les deux photos ci-dessus apportent de possibles éléments de réponse, d'autres sont dans les lignes qui suivent.

À **Chauvoncourt**, une Stella Octangula orne depuis peu un des piliers de l'entrée du domicile d'un tailleur de pierre.

À **Rambercourt-aux-Pots**, de nombreux bâtiments ont dû être reconstruits après la première guerre mondiale.

Dans ce mur, les alignements verticaux des briques laissent un peu à désirer.

Les briques en terre cuite et en laitier de haut-fourneau forment des décors géométriques.

La mairie de **Lisle-en-Barrois** nous donne l'occasion d'utiliser nos connaissances à propos de l'utilisation des chiffres romains.

Comme sur bien d'autres cadrans, nous repérons IIII et non IV.

Retour au sommaire

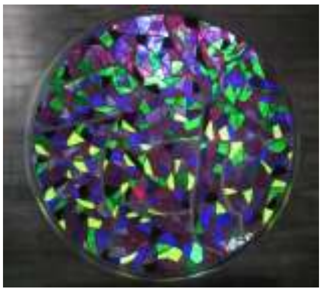
À **Villotte-devant-Louppy**, la vache de pierre domine une pompe à eau dont le bras est un levier de deuxième classe. La mécanique fait partie des mathématiques appliquées.

À **Thiaucourt-en Argonne**, l'église nous montre plusieurs rosaces. Les nombres 4, 8, 16 sont très présents. Sur le parvis, les dalles ne laissent voir aucune ligne de fracture dans la direction des côtés des pierres.



À **Beaulieu-en-Argonne**, la chapelle de Saint-Rouin est un prisme à base trapézoïdale percé de fenêtres très géométriques.





Les plans ont été tracés par L.B. Rayssiguier, un religieux disciple de Le Corbusier, les vitraux ont été dessinés par Kimié Bando, jeune artiste japonaise.

Le panneau à l'entrée du site nous indique « Bien que la géométrie sans concession de l'aspect extérieur puisse heurter certaines sensibilités… ». Soyez rassuré, l'amateur de belles choses géométriques ne se sentira pas mal à l'aise !

À **Futeau**, les alignements de briques sont plus réguliers que ceux repérés à **Rambercourt-aux-Pots**. Le mur n'a sans doute pas été construit dans l'urgence de la reconstruction d'après la première guerre mondiale.

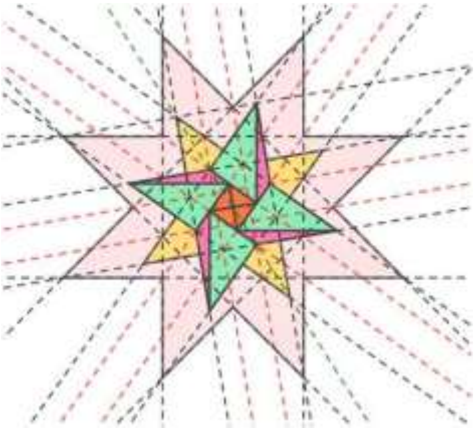
D'autres belles choses vous attendent en Argonne. Bonne balade.

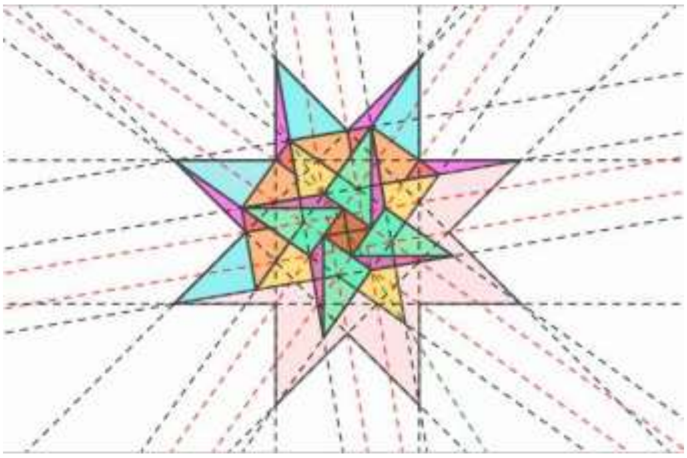
Retour au sommaire

MATHS ET DÉCOUPAGES

TRISECTION DE L'OCTOGONE RÉGULIER ÉTOILÉ

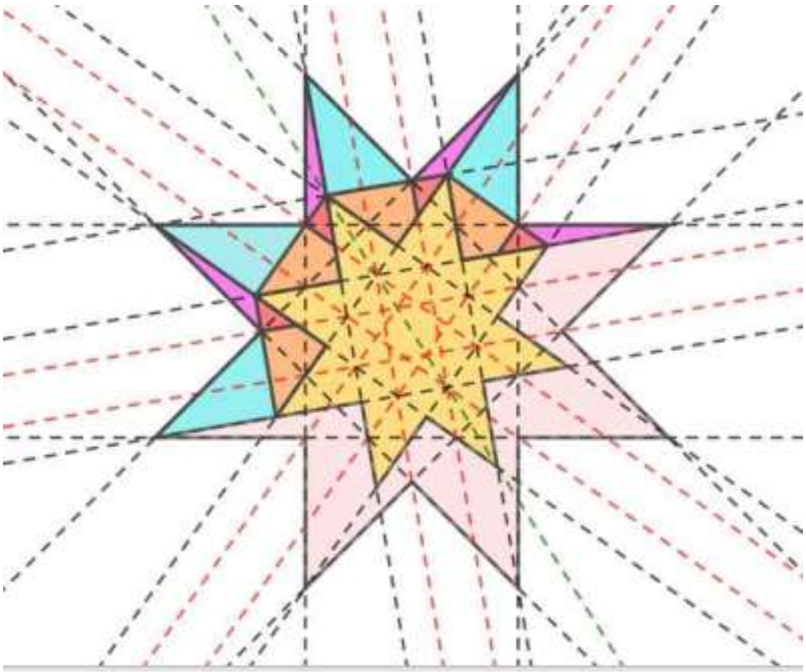
APMEP Lorraine – Groupe Jeux





L'octogone régulier central est découpé en seize pièces. Celles-ci permettent le recouvrement de la zone coloriée ici en rose clair.

La présence d'angles « trop aigus » dans certaines pièces ne nous a pas incité au bricolage en carton de cette trisection.



Comme pour d'autres trisections proposées dans le Petit Vert, celle-ci utilise un découpage de deux formes sur les trois.

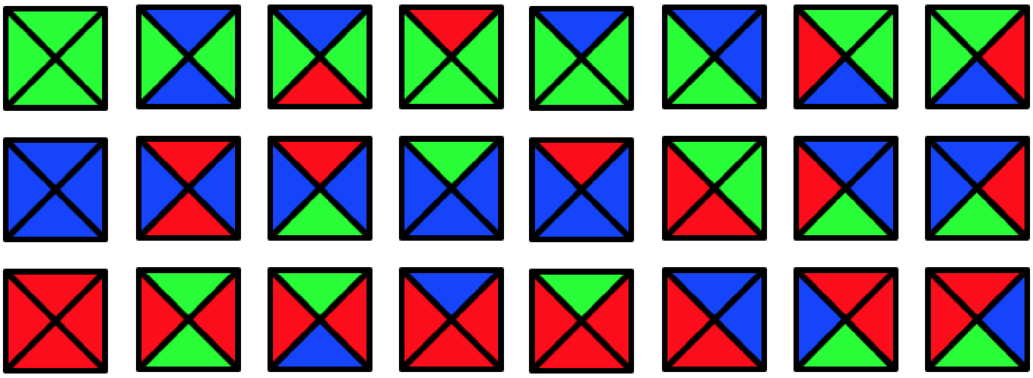
Retour au sommaire

MATHS ET JEUX

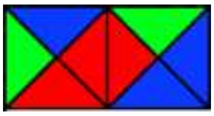
AVEC LES CARRÉS DE MACMAHON

Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

Depuis quelque temps, joueuses et joueurs de la régionale s'intéressent à l'utilisation en classe et hors la classe de ces vingt-quatre carrés. Ils étaient présents dans Jeux 1, ils sont le thème d'un des stands de notre exposition régionale. En octobre 2019, le diaporama fait par des élèves mosellans participant à un atelier MATh.en.JEANS a été utilisé en atelier lors d'une action de CANOPÉ à Moulins-les-Metz.
Ils ont été évoqués dans les Petits Verts n°50, n°140, n°146, n°147 et l'envie de continuer les recherches s'est poursuivie.
Depuis décembre 2021, des ensembles de ces vingt-quatre pièces peuvent être acquis en passant par la boutique de notre site. Ce qui suit est extrait des documents déposés sur notre site et maintenant accessibles.

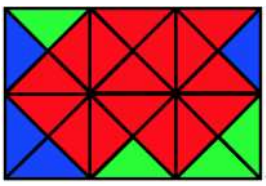


Deux carrés peuvent être placés l'un à côté de l'autre lorsque les côtés communs portent la même couleur.



Des rectangles

En utilisant de plus en plus de pièces, des rectangles de plus en plus vastes seront réalisés. Ce sera l'occasion de rencontrer les décompositions des entiers de 1 à 24 en produit de deux entiers.



Dans ce rectangle, seize petits triangles sont rouges, quatre petits triangles sont verts et quatre petits triangles sont bleus. Ces dénombrements sont accessibles à des élèves de cycle 2 (4=1+1+2 et 16=2+4+3+2+3+2). Un élève de cycle 3 dira que le rectangle est aux deux tiers rouge, le troisième tiers étant partagé en deux sixièmes : l'un est formé des deux triangles bleus, l'autre des deux triangles verts.

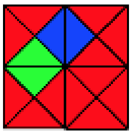
Autres pistes de recherches

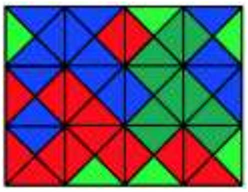
Construire un rectangle ou un carré de dimensions précisées dans lesquels les petits triangles forment une zone unicolore la plus vaste possible.
Construire un rectangle de dimensions précisées dans lesquels les petits triangles forment une zone unicolore rendant visible une forme précisée à l'avance (un pentamino, par exemple…).
Construire un rectangle ou un carré « troué ».

Retour au sommaire

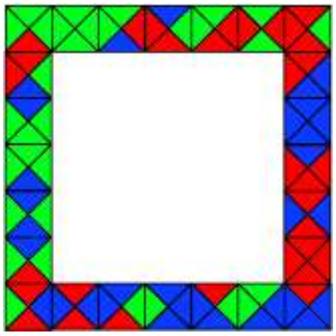
Des exemples

12 est le nombre maximum de triangles rouges dans un carré formé de quatre pièces.



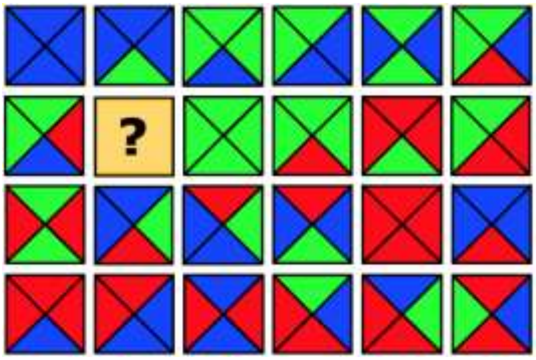


Les petits triangles verts rendent visible le pentamino « F ».
Un tétramino « L » bleu est également présent.

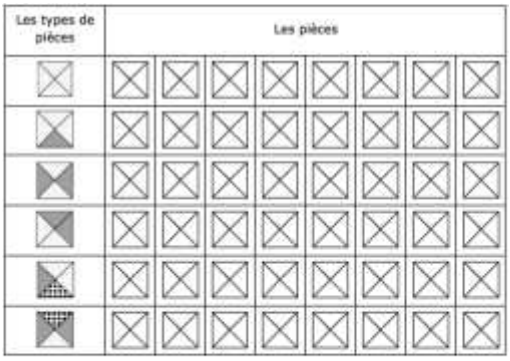


Un carré troué.

Recherche d’un algorithme de coloriage des pièces

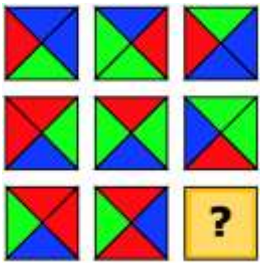


Quelle pièce a été retournée ?

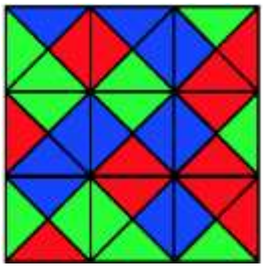


Une aide pour la recherche

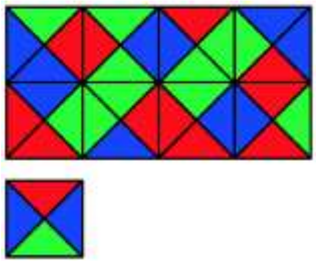
Avec les neuf pièces tricolores



Quelle pièce a été retournée ?



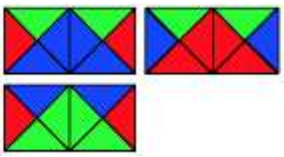
Toute pièce peut-elle être placée en position centrale ?

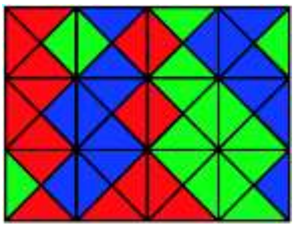


Huit pièces parmi les neuf peuvent-elles toujours former un rectangle 2x4 ?

Symétries et carrés de MacMahon

Douze pièces admettent un seul axe de symétrie, trois pièces admettent deux axes de symétrie, trois pièces admettent quatre axes de symétrie, six pièces admettent un centre de symétrie. Regroupées deux par deux, les six pièces n’admettant aucun élément de symétrie peuvent former trois rectangles admettant un axe de symétrie. Les douze pièces n’admettant qu’un seul axe de symétrie peuvent former un rectangle, les douze autres pièces également.



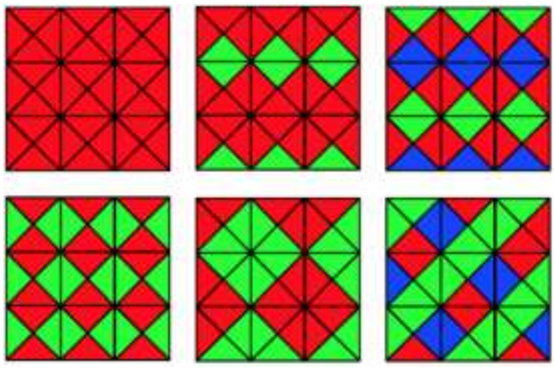


Retour au sommaire

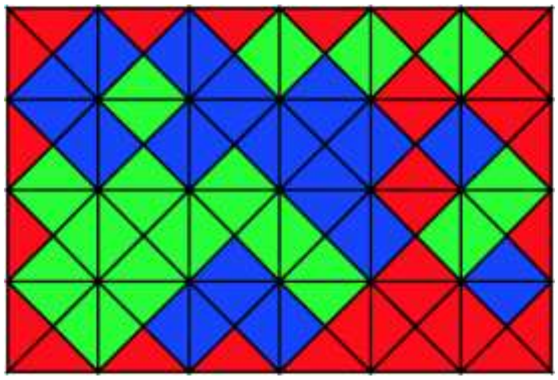
Sur la route des pavages

Nous considérons qu'une pièce ou qu'un ensemble de pièces pave le plan lorsque qu'un certain nombre d'entre elles forment un rectangle dont les bords opposés sont de même couleur. Des translations de ces ensembles de pièces permettent de paver le plan. En utilisant des retournements, il ne sera pas nécessaire d'avoir les bords opposés de même couleur.

La recherche de rectangles à bordure unicolore fournit une première famille de tuiles de pavage. D'autres ont été trouvés.

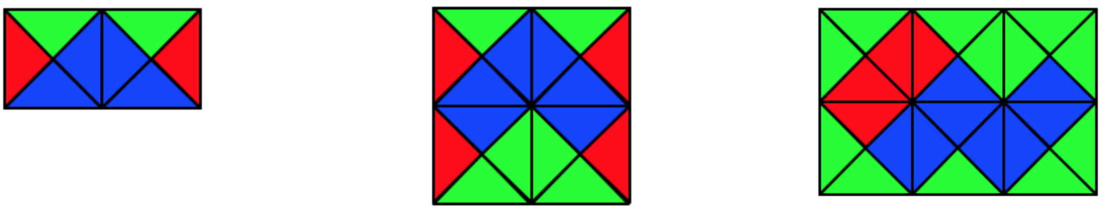


Tout type de pièce pave le plan.

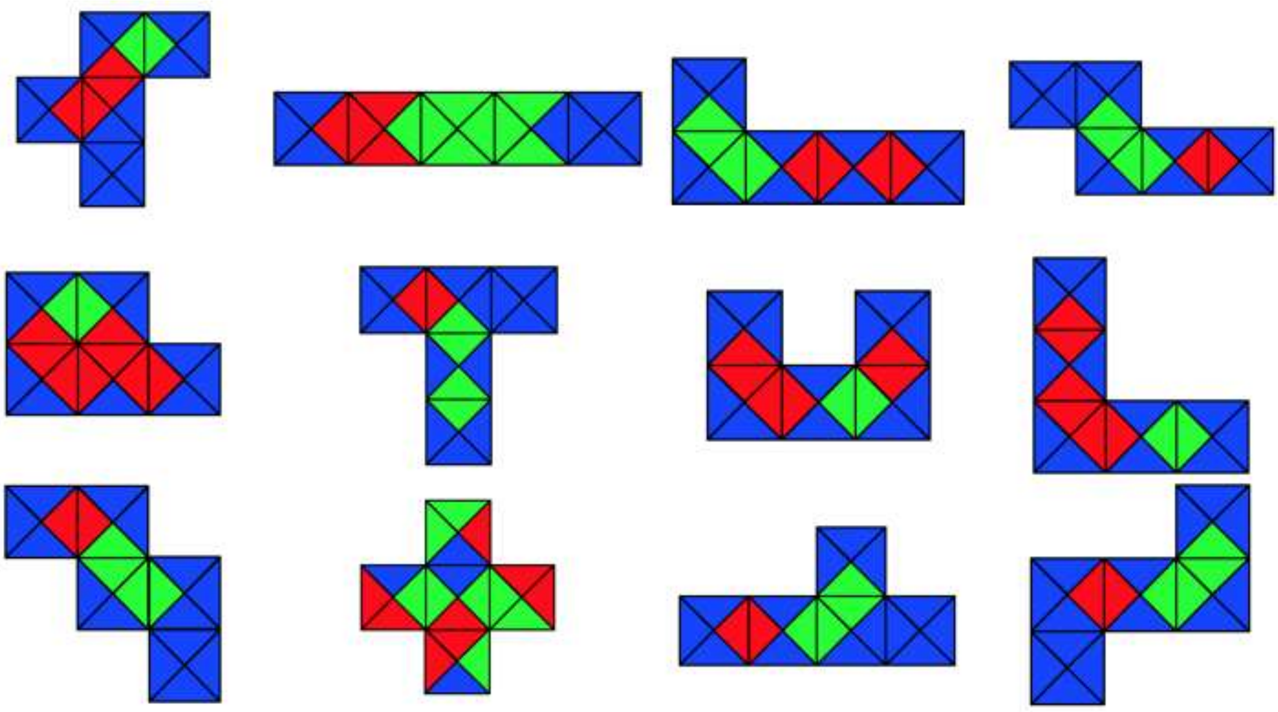


Ce rectangle à bordure unicolore pave le plan.

Voici d'autres tuiles de pavage.

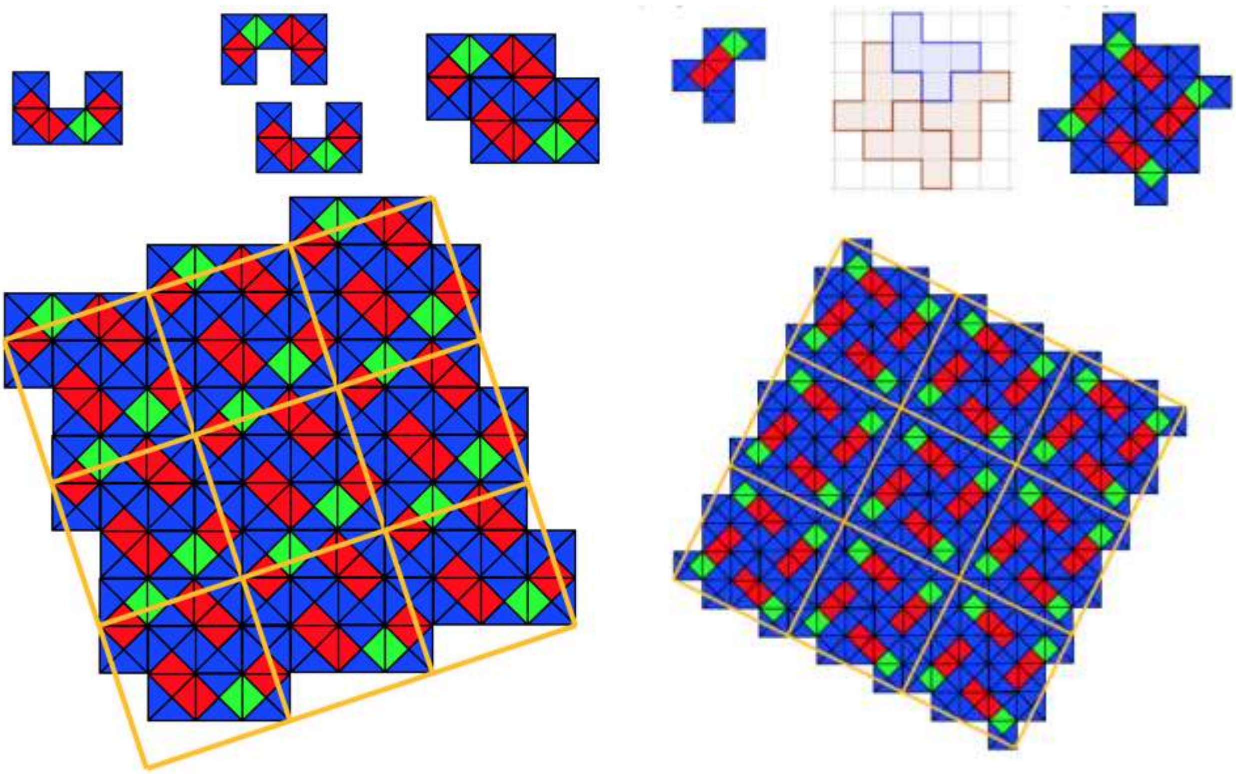


Tout pentamino pave le plan. Ces assemblages de cinq carrés de MacMahon sont donc des tuiles de pavage.

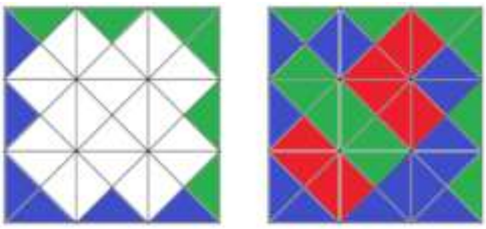


Retour au sommaire

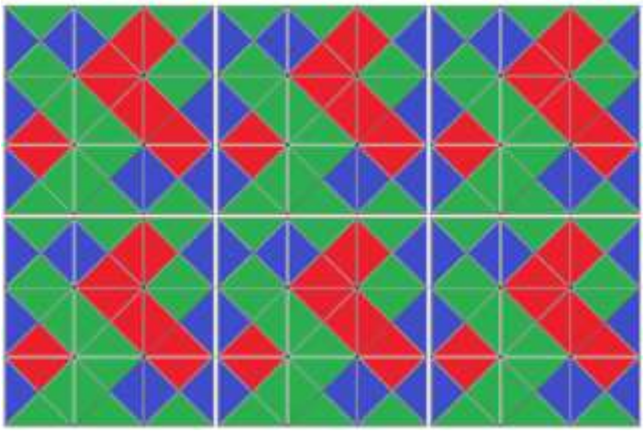
Le pavage obtenu contient lui-même un motif carré lui-même tuile de pavage.

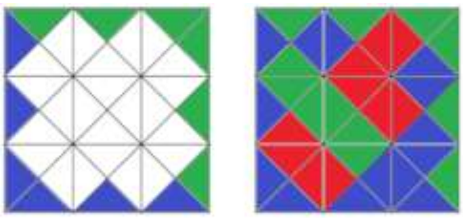


Des carrés formés de neuf pièces sont des générateurs de pavage.

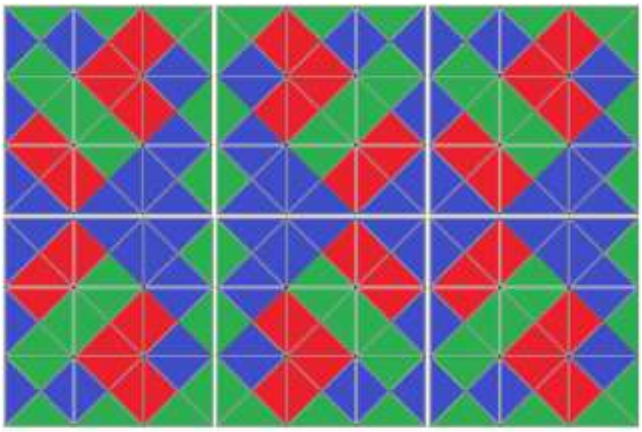


Pour un pavage utilisant des translations.



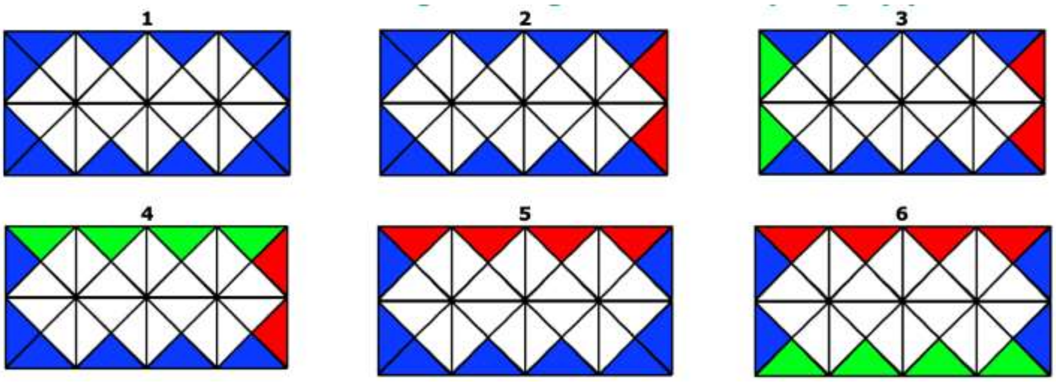


Pour un pavage utilisant symétries orthogonales.

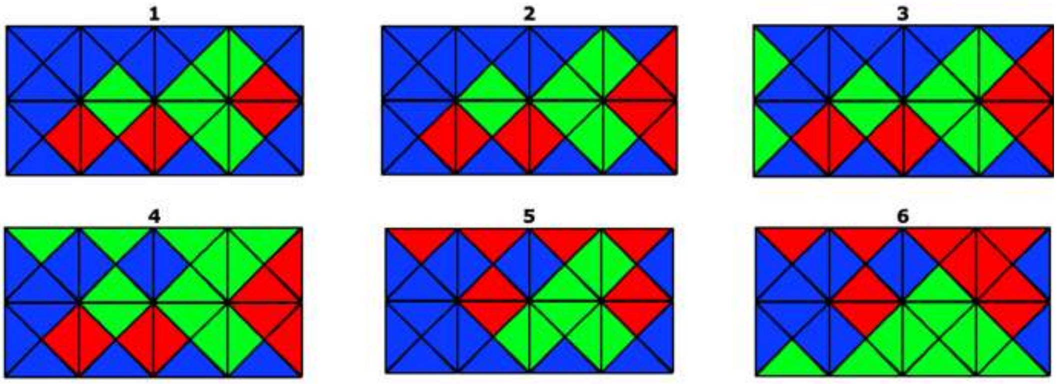


Retour au sommaire

Des rectangles formés de huit pièces sont des générateurs de pavage.



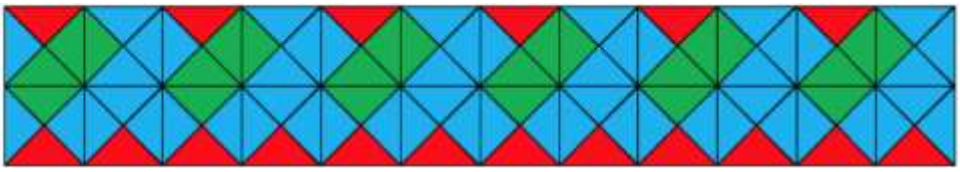
À L’aide de quelles transformations (translations, symétries axiales et centrales, rotations) ces tuiles peuvent-elles paver le plan ?



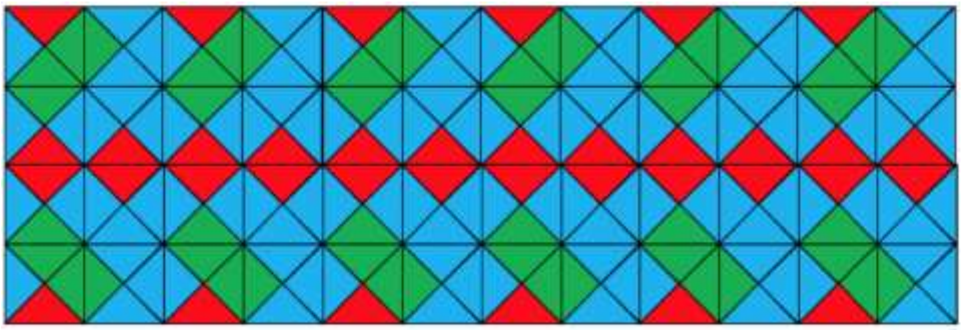
Des frises

Des carrés formés de quatre pièces permettent la réalisation de [frises](#).

Cette frise est engendrée par une translation du motif.

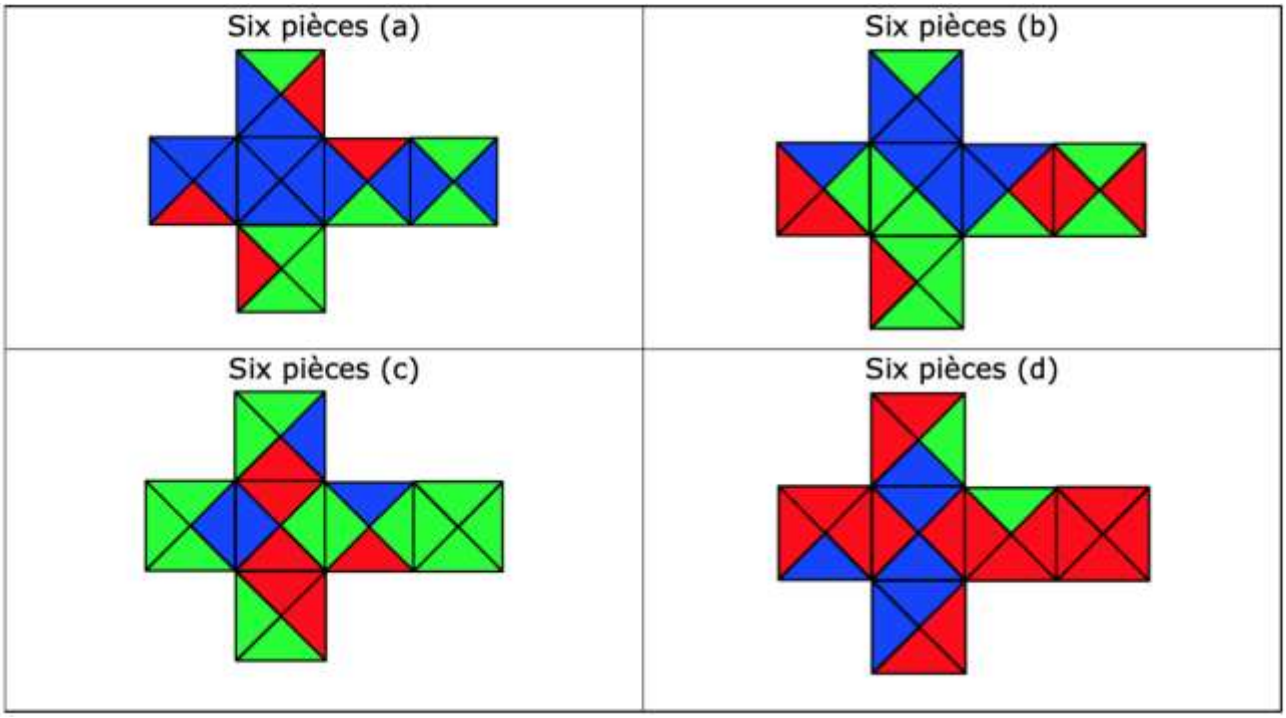


Cette frise est engendrée par une translation et une réflexion d’axe de même direction de la frise.

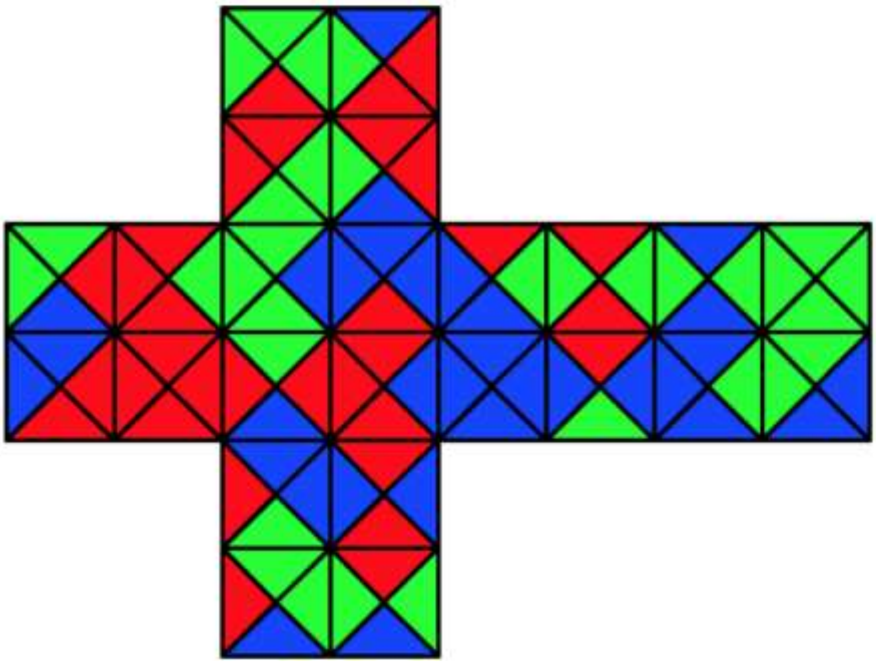


[Retour au sommaire](#)

Des patrons de cube



Les vingt-quatre pièces recouvrent six cubes.



Les vingt-quatre pièces recouvrent un cube.

Existe-il d'autres pavés recouverts par des carrés de MacMahon ?

La recherche continue, [l'espace de dépôt du site de la régionale] continuera à accueillir les futures découvertes.

[Retour au sommaire]

MATHS ET MÉDIAS

MESURER L'INFINI ?

Le 29 décembre 2021, dans une page reprise du « journal des enfants », l'Est Républicain posait une bien intéressante question. D'autres viennent à l'esprit.

Dans l'article sont évoqués les kilomètres (km), les Unités Astronomiques (UA), les années-lumières (AL) et les parsec (pc). Permettent-ils la mesure de l'infini ?

Un encadré pose la question de la taille de l'Univers, est-il infini ?

C'EST GRAND COMMENT ?

Le Big Bang désigne le moment où l'Univers s'est créé. On estime qu'il a eu lieu il y a 13,8 milliards d'années. L'Univers, vu de la Terre, ressemble à une boule. Sa taille est établie à 92 milliards d'années-lumière. Mais personne ne sait s'il a fini de grandir ou s'il est infini. On ignore aussi s'il existe d'autres univers…

Pour des enfants de 8 à 12 ans, que signifie le mot « infini » ?

Retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

L'HOMME MOYEN

Le site de l'INSEE fournit des données démographiques détaillées chaque année. C'est l'occasion pour les journalistes de s'interroger sur la composition de la population Lunévilloise et de partager leur réflexion.

Le « Lunévillois type » existe-t-il ? Est-ce raisonnable de vouloir construire un type d'homme par une approche quantitative, vouloir objectiver la norme en moyenne statistique ?

Les statistiques de l'INSEE offrent de nombreuses indications sur la vie des habitants de la régio de Lunéville. Emploi, nombre d'enfants, âge, sexe, formation... assez pour dresser le portrait type d'un habitant du Lunévillois. Le voilà !

L'article de l'Est Républicain (édition de Lunéville du 15 janvier 2022)

Samedi 15 janvier 2022

DÉMOGRAPHIE

À quoi ressemble un Lunévillois-type ?

Les statistiques de l'INSEE offrent de nombreuses indications sur la vie des habitants de la région de Lunéville. Emploi, nombre d'enfants, âge, sexe, formation... assez pour dresser le portrait type d'un habitant du Lunévillois. Le voilà !

Marié, célibataire, retraité, employé... À quoi ressemble le Lunévillois ? Photo ER/Simon VERMOT DESROCHES

Les chiffres du recensement de l'INSEE, publiés en fin d'année 2021 sont riches d'enseignements, d'abord pour savoir si la population augmente ou diminue, mais aussi à quoi ressemble la population du territoire. Et il est donc possible de dresser le portrait de l'habitant type de la région de Lunéville.

Le Lunévillois moyen est une femme. Elle a entre 45 et 65 ans, et est salariée dans une entreprise de moins de neuf employés dans le secteur du commerce, des transports ou des services en général. Ou peut-être travaille-t-elle dans l'administration publique, l'enseignement, la santé humaine ou l'action sociale, les données chiffrées de ces deux regroupements d'emplois étant très proches.

Une famille, un CDI et une maison

Cet emploi, elle l'occupe en CDI et avec des qualifications peu poussées, n'allant généralement pas au-delà du CAP ou d'un BEP. Pour en finir avec son emploi, il se trouve dans une autre commune que celle où elle habite et elle fait donc la navette tous les jours en voiture !

Comme il n'y a pas que le boulot dans la vie, cette Lunévilloise type vit en couple et est mariée. Elle a un ou deux enfants, au moins un ado et tout ce petit monde vit dans un logement dont elle est propriétaire.

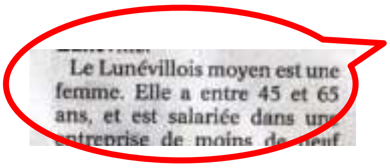
Statistiquement parlant, chaque habitant du Lunévillois devrait connaître au moins une personne répondant à ces critères ! Et cette flopée de chiffres nous apprend également d'autres choses. Parfois un peu insolite. Comme cette statistique qui montre qu'il est plus dur pour les hommes que les femmes de trouver l'amour…

Les chiffres insolites : dur-dur d'être un homme célibataire

Ainsi dans la tranche d'âge 20-40 ans, il y a 3 500 hommes et 2 300 femmes célibataires. Une différence qui s'explique par une présence moins nombreuse des femmes dans ces tranches d'âge, bien qu'elles soient majoritaires dans la population. Car une grande majorité des personnes âgées de plus de 80 ans sur le territoire sont des femmes. Au point que plus de 80 % des personnes âgées de plus de 90 ans sont de sexe féminin.

À noter, enfin, que le vieillissement de la population est particulièrement visible dans ces chiffres, puisque près d'un tiers de la population de plus de 15 ans habitant Lunéville et alentour, est en retraite ou pré-retraite.

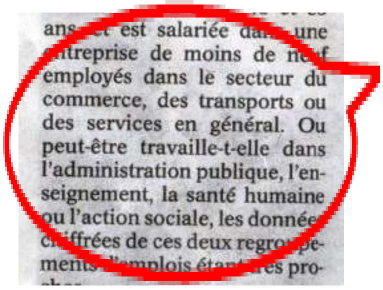
Retour au sommaire



Le Lunévillois moyen est une femme. Elle a entre 45 et 65 ans, et est salariée dans une entreprise de moins de neuf

« **Le Lunévillois moyen est une femme.** » Quelle chance que le pourcentage de femmes dans la population de Lunéville ne soit pas égal celui des hommes !

« **Elle a entre 45 et 65 ans** ». Cette information prend-elle en compte juste la population féminine ? Est-ce que cette moyenne est un bon critère pour décrire l'âge de la population ?



ans, et est salariée dans une entreprise de moins de neuf employés dans le secteur du commerce, des transports ou des services en général. Ou peut-être travaille-t-elle dans l'administration publique, l'enseignement, la santé humaine ou l'action sociale, les données chiffrées de ces deux regroupements d'emplois étant très pro-

« **Elle est salariée dans une entreprise de moins de neuf employés dans le secteur du commerce, des transports ou du service en général. Ou peut-être**…» Comment sait-on que cette femme moyenne appartient à ces catégories ? N'y a-t-il pas une confusion entre la notion de moyenne qui est un critère de position avec le mode qui correspond à la réalisation la plus fréquente ?

Imaginons une population de 100 personnes réparties comme suit : 48 personnes ont 20 ans, 48 personnes ont 60 ans et quatre personnes ont 40 ans. L'âge moyen de cette population est de 40 ans.

Les 48 personnes de 20 ans sont agricultrices. Les 48 personnes de 60 ans sont professeurs de mathématiques et les quatre personnes de 40 ans sont journalistes. Que fait la « personne moyenne de 40 ans » ?

À noter, enfin, que le vieillissement de la population est particulièrement visible dans ces chiffres, puisque près d'un tiers de la population de plus de 15 ans habitant Lunéville et alentour, est en retraite ou préretraite.

Pour affirmer que le vieillissement de la population est « visible dans ces chiffres » il ne suffit pas de connaître la proportion de personnes en retraite par rapport à celle de plus de 15 ans. L'idée de vieillissement traduit une évolution. Il est donc nécessaire de connaître cette proportion précédemment pour établir une comparaison.

Les données de l'INSEE sont très intéressantes pour étudier, par exemple, des évolutions dans la population. Des questions telles que, « La population a-t-elle vieilli ? », « A – t-elle augmenté ? », « Y a-t-il plus de naissances en 2021 que les années précédentes ? », « Les emplois ont-ils changé ? » peuvent éclairer et orienter une politique communale.

Les données de l'INSEE permettent aussi des comparaisons entre communes de taille similaire, par exemple, pour analyser l'impact des choix stratégiques de chacune.

La notion de moyenne utilisée dans cet article n'est pas un critère pertinent et suffisant pour la plupart des caractères étudiés. Un critère de dispersion comme l'écart-type pourrait éclairer davantage la lecture des données. Il y a une confusion entre « l'homme moyen » et « l'homme normal ». De plus, il n'est pas possible d'exploiter ainsi ces données sans des références à des années antérieures. La lecture de ces données nécessite des connaissances statistiques de base dont l'enseignement n'est pas à négliger !

Retour au sommaire

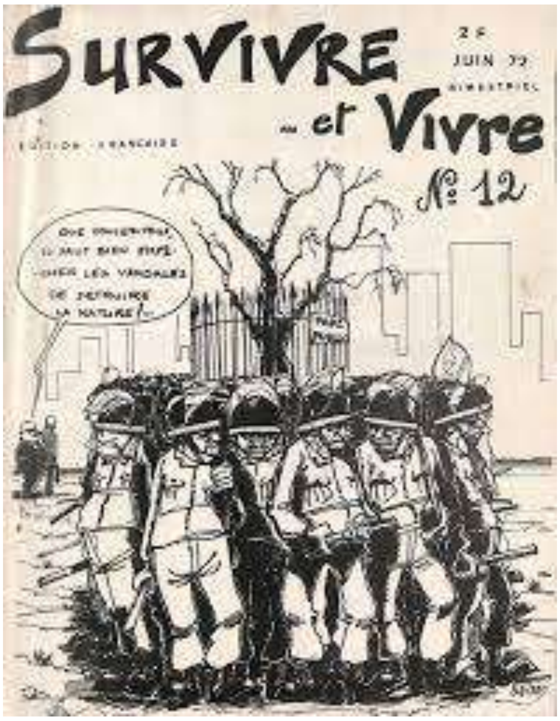
MATHS ET PHILO

SURVIVRE ET VIVRE

OU DU DEVOIR DE S'INDIGNER

Didier Lambois

« Que voulez-vous ! il faut bien empêcher les vandales de détruire les maths ! »
Revue Survivre et vivre, illustrée par Didier Savard.



« *Le monde change, comme c'est étrange…* » C'est la formule de Pierre Perret[1] qui m'est venue à l'esprit lorsque je cherchais des informations sur la revue « *Survivre* », revue qui avait été publiée par des scientifiques au début des années 1970. Aujourd'hui, si vous tapez « survivre » sur votre ordinateur, vous allez effectivement trouver un magazine de ce nom, mais c'est un magazine « survivaliste » où vous apprendrez comment aller à la pêche avec un arc, comment choisir et affuter votre poignard avant d'aller vivre en forêt, comment jardiner en permaculture etc. C'est passionnant, mais la revue que je cherchais n'était pas celle-là, et même si elle avait aussi une sensibilité écologique (« *il faut bien empêcher les vandales de détruire la nature* ») elle est d'une autre nature et mérite d'être connue.

Au début des années 1970, des scientifiques canadiens s'étaient insurgés contre « la militarisation de la recherche », et ils sont à l'origine d'un groupe politique, « *Survivre* », et d'une revue du même nom dont le but était *« la lutte pour la survie de l'espèce humaine, et même de la vie tout court, menacée par le déséquilibre écologique croissant causé par une utilisation indiscriminée de la science et de la technologie et par des mécanismes sociaux suicidaires, et menacée également par des conflits militaires liés à la prolifération des appareils militaires et des industries d'armement ».*

[1] Il serait dommage de penser que Pierre Perret n'est qu'un chanteur « léger », certains de ses textes méritent d'être réécoutés et relus, ils restent d'une actualité « grave ».

Retour au sommaire

Les prémisses de ce mouvement se trouvent dans une conférence d'Alexandre Grothendieck, en Juin 1970, où il déclare : « Le savant, principal artisan des progrès technologiques, est de ce même fait le principal responsable des abus souvent révoltants qui sont faits de ces progrès, et des périls sans précédent que ces progrès font courir à l'espèce humaine ; mieux informé et plus ouvert sur le monde que la grande majorité de la population humaine, le savant a moins que quiconque d'excuse à fermer les yeux sur l'imminence et les dimensions de ces périls qu'il a créés » (Grothendieck. Conférence de 1970 intitulée : Responsabilité du savant dans le monde d'aujourd'hui.)

Le 27 juillet de la même année, à Montréal, Alexandre Grothendieck fonde, avec une poignée de mathématiciens américains et canadiens, « Survivre : Mouvement international pour la survie de l'espèce humaine ».

La première revue parait en août, dirigée par Gordon Edwards[1] et Alexandre Grothendieck. Le directeur de publication du numéro 2 sera Claude Chevalley.

La notoriété d'Alexandre Grothendieck et celle de Claude Chevalley (1909-1984), prix Francoeur (1936), prix Cole en théorie des nombres (1941), cofondateur du groupe Bourbaki, vont contribuer au succès du groupe, qui sera rejoint très vite par Michel Mendès France, Pierre Samuel, Denis Guedj etc.

Michel Mendès France (1936-2018), fils d'un homme politique bien connu, a beaucoup travaillé sur la théorie analytique des nombres, et il a été plusieurs années président de l'Institut Pierre Mendès France. Pierre Samuel (1921-2009), chercheur en algèbre, membre du groupe Bourbaki, a publié d'importants ouvrages avec Zariski (1899-1986), mais il a toujours été très engagé politiquement. Résistant lors de la deuxième guerre mondiale, alors qu'il venait d'être admis à l'ENS (1940), militant très actif en mai 68, il est devenu après 1973, une des chevilles ouvrières du mouvement des *Amis de la Terre* dont il a été président d'honneur. En 1969, Denis Guedj (1940-2010) avait fondé, avec Claude Chevalley, le département de mathématiques du centre universitaire expérimental de Vincennes, et il y enseignait l'histoire des sciences et l'épistémologie, mais s'il est connu du grand public c'est surtout par ses travaux de vulgarisation et ses talents d'écrivain ; chacun connaît le *Théorème du Perroquet* (1998) mais il a écrit de nombreux autres romans tout aussi « grand public » et formateurs.

Si nous prenons le temps d'évoquer ce groupe de penseurs c'est parce que nous pensons qu'ils peuvent nous éclairer sur différents aspects de notre vie d'enseignants, sur notre vie d'humains, car il faut d'abord remarquer que tous ces mathématiciens sont des humains, des humains qui s'indignent. Et il peut être parfois utile de rappeler que les mathématiciens ne vivent pas hors du monde, ils y sont eux aussi partie prenante. S'ils cherchent à dénoncer, dans leur revue, une certaine idéologie du progrès, s'ils veulent nous mettre en garde contre

[1] Né en 1940, Gordon Edwards est un mathématicien et physicien canadien, expert des questions nucléaires.

Retour au sommaire

un mauvais usage de la science, c'est parce qu'ils y voient un danger pour l'homme et ils s'en indignent. L'indignation ne peut naître, en effet, que de la prise de conscience des torts et des souffrances que subit l'homme (ou même l'animal, ou même la plante…).

Nous ne pouvons, ici, faire autrement que penser à l'injonction de Stéphane Hessel[1] qui eut un grand retentissement médiatique en 2010 : *indignez-vous !* Mais faut-il penser pour autant que l'indignation est un devoir ? Ce n'est pas si simple.

S'adresser à quelqu'un en lui disant : indignez-vous ! cela n'a guère de sens. L'indignation ne se commande pas, et en ce sens elle n'est pas un devoir. L'indignation est un sentiment qui s'impose à nous et qui, comme tout sentiment, ne peut nous être imposé par la force. Ce sentiment ne peut s'imposer à nous que si nous avons une conscience claire de ce qui nous entoure et des préjudices qui peuvent être causés à l'homme. Le devoir est donc, avant tout, de s'informer pour prendre conscience.

Informez-vous ! Ouvrez les yeux ! *Voyez !* Vous serez indignés ensuite. Car celui qui ne voit pas, celui qui ne comprend pas ne peut s'indigner, même si on le lui demande.

« Ne rien voir, ne rien entendre, ne rien dire », il n'est rien qui soit plus coupable que cette prétendue recette du bonheur. Comment être heureux si nous savons que nous n'avons pas fait notre devoir d'homme ? Or notre devoir est de regarder, de comprendre, de dénoncer ce qui est injuste. Sans cela, sans cette conscience et cette résistance nous ne sommes rien, rien d'autre que des pantins. C'est dans la résistance que nous affirmons notre humanité.

Informez-vous ! Ouvrez les yeux et les oreilles, et *criez !* Celui qui sait n'a plus le droit de se taire ; pour lui, l'indignation devient un devoir. Le silence et l'indifférence seraient coupables ; plus que coupables, le silence et l'indifférence seraient indignes de l'homme qui se veut homme. Les hommes dignes de ce nom doivent prendre la responsabilité de ce dont ils ne sont pas responsables disait Sartre (1905-1980), autrement ce sont des « *salauds* » disait-il encore. Les mathématiciens du groupe *Survivre et Vivre* avaient compris que la science peut se dévoyer et conduire aux pires cataclysmes. Ne penser le progrès qu'en termes de puissance est inhumain et suicidaire, il fallait que cela soit dit et c'est ce qu'ont fait Grothendieck et ses amis. Il est fort à parier que ces mêmes mathématiciens s'indigneraient de ce qu'un Prince puisse vouloir, par exemple, que la moitié de la population soit privée d'éducation scientifique. Ou, pour être plus clair, et pour reprendre les termes de la conférence citée ci-dessus, Grothendieck dirait : *« mieux informé et plus ouvert sur le monde que la grande majorité de la population humaine, le mathématicien a moins que quiconque d'excuse à fermer les yeux sur l'imminence et les dimensions de ce péril que serait la disparition des mathématiques ».*

[1] Résistant, militant politique, diplomate, défenseur acharné des Droits de l'Homme, Stéphane Hessel (1917-2013) est aussi un écrivain qui ne s'est pas contenté d'écrire les vingt pages du pamphlet *Indignez-vous !*

Retour au sommaire

Alexandre Grothendieck (1928-2014), fils de la révolution, qui révolutionne les mathématiques avant de se révolter contre un monde trop inhumain. Fils de la révolution parce que ses parents étaient des révolutionnaires anarchistes, Alexandre enfant a été condamné à vivre souvent séparé de ses parents, condamné à vivre caché et à connaître la misère. Grâce à l'admirable travail du collège cévenol de Chambon-sur-Lignon, qui accueillit de nombreux réfugiés espagnols et juifs, Alexandre put passer son bac et entamer des études mathématiques. Très vite remarqué pour ses capacités hors normes, il est invité à travailler avec Jean Dieudonné et Laurent Schwartz, à Nancy.

Sans pouvoir exercer de fonctions officielles (car il reste apatride jusqu'en 1971) il mène des recherches qui feront de lui l'un des plus grands mathématiciens du XXème siècle. Il est lauréat de la médaille Fields en 1966 (qu'il n'ira pas recevoir). Séduit par la pensée pacifiste et non-violente du mouvement hippie, il s'engage ensuite dans une démarche écologique et contestataire avant de se retirer de la société pour privilégier le recueillement et la méditation. Il laisse des dizaines de milliers de pages de travaux mathématiques et de réflexions philosophiques qui ne sont pas encore toutes exploitées[1].

Il arrive qu'il y ait un devoir d'indignation, même quand cela ne sert à rien.

Amélie Nothomb

Quand je cesserai de m'indigner, j'aurai commencé ma vieillesse.

André Gide

[1] De très nombreux textes, mathématiques et non mathématiques, sont en ligne .

Retour au sommaire

MATHS ET VIE COURANTE

À PROPOS DE L'AIRE D'UN DISQUE

François DROUIN

Dans le Petit Vert n°148 est relaté ce qu'avait mis en œuvre il y a 25 ans Christian Chaduteau pour que ses élèves donnent du sens à la formule permettant le calcul de l'aire du disque. Ce récent Petit Vert demandait aux « collègues du XXIème siècle » de raconter ce qu'ils mettaient en place : papier et crayon, logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ou logiciels de visualisation.

Je n'oublie jamais mon appareil photo lors de mes promenades.

Voici une plaque d'égout quadrillée remarquée à Chauvoncourt.

J'observe la photo, j'évalue mentalement le nombre de carreaux dessinés sur la plaque. J'imagine les assemblages de morceaux de carreau pour former des carreaux entiers.

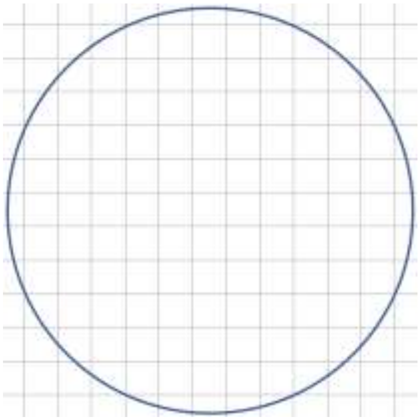
Les mots HUOT et EAU prennent chacun la place de 3 carreaux.

Évaluation du nombre de carreaux :

2+7+9+11+11+12+12+12+11+11+9+7+2=116

J'estime le diamètre de la plaque à 12 côtés de carreaux et donc le rayon à 6 côtés de carreau.

Comme l'avait proposé Christian Chaduteau, je cherche combien de carrés de 6x6 carreaux pourraient être découpés pour remplir ce disque de fonte. $116 : 36 \approx 3{,}22$. Je ne suis pas mécontent de la valeur approchée de Pi ainsi obtenue : cela sera un petit clin d'œil au Pi-Day commémoré pendant la Semaine des Mathématiques.



Le dessin ci-contre correspond à la photo précédente et pourrait être utilisé pour un dénombrement des carreaux entiers et découpage et assemblage des carreaux non entiers, mais en 2021, j'avoue apprécier de pouvoir travailler à partir de photos d'objets réels.

Une meilleure valeur approchée pourrait sans doute être obtenue à l'aide de cette bouche d'égout photographiée à Saint-Mihiel.

Nos lecteurs repéreront sans doute d'autres disques quadrillés pouvant être supports d'une approximation semblable.

En complément

Retour au sommaire

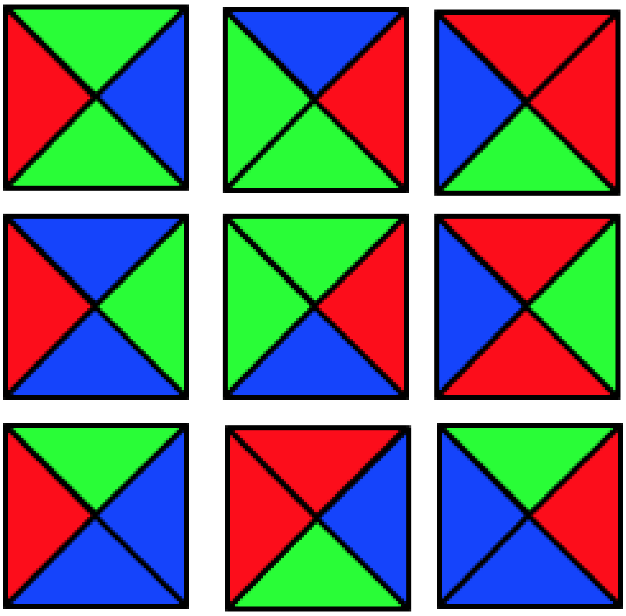
Le Petit Vert n°137 avait évoqué comment François Morellet avait utilisé les décimales de Pi pour créer une œuvre que nous avons eu le bonheur d'admirer au centre Pompidou de Metz.

Non, ce n'est pas de la magie : nous pouvons trouver notre date de naissance (ou n'importe quelle autre date ou suite de nombres !) dans la suite des décimales de Pi.

Lors de sa conférence pendant notre journée régionale en mars 2005, Frédéric Métin avait présenté comment Jean Errard avait utilisé la méthode d'Archimède pour calculer la circonférence d'un cercle.

Retour au sommaire

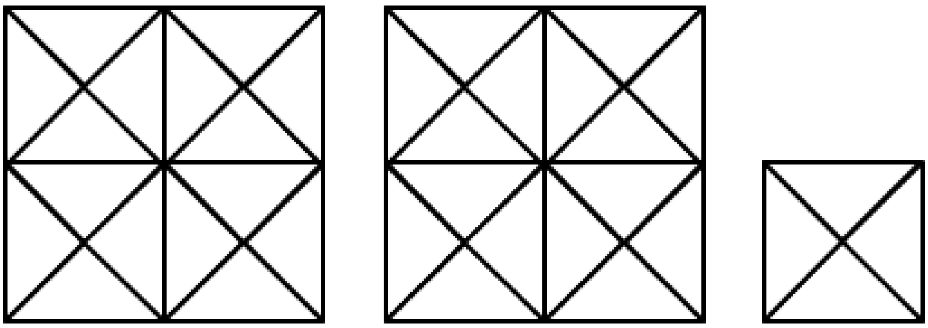
DÉFI N°149 – 1 « AVEC LES NEUF CARRÉS DE MACMAHON TRICOLORES »



Voici les neuf carrés de MacMahon tricolores.

Rappel : deux pièces peuvent être accolées par un côté de même couleur.

Les neuf pièces permettent la réalisation de deux carrés formés avec quatre pièces, une pièce restera isolée.



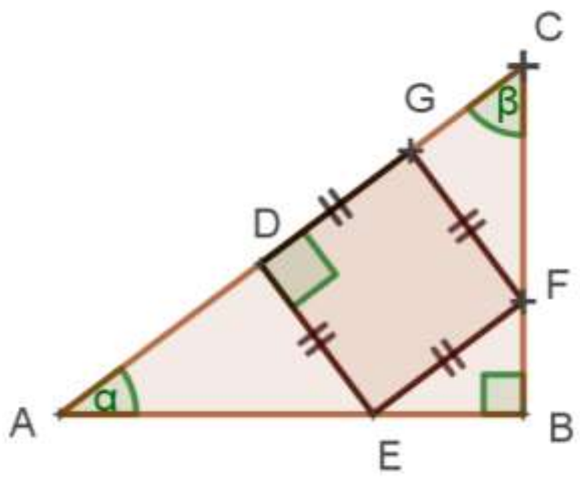
Toute pièce peut-elle être mise de côté avant de former deux carrés de quatre pièces ?

Retour au sommaire

DÉFI N°149 – 2

Les sommets E et F du carré DEFG sont respectivement sur les côtés [AB] et [BC] du triangle rectangle ABC. AB=4 et BC=3.

Quelle est l'aire du carré DEFG ?



DÉFI ALGORITHMIQUE N° 149

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.

Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme.

L'exercice suivant avait été proposé en 2015.

Un mystérieux informateur échange des messages codés avec le commissaire Girard. Le dernier en date donne l'adresse de la planque des braqueurs de banque : « MNGZIG QTEDVGZBAGWK·»

Pour crypter leurs messages, les deux correspondants procèdent de la manière suivante :

- la clé de chiffrage est : a=5 et b=12
- chaque lettre est associée à un nombre :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

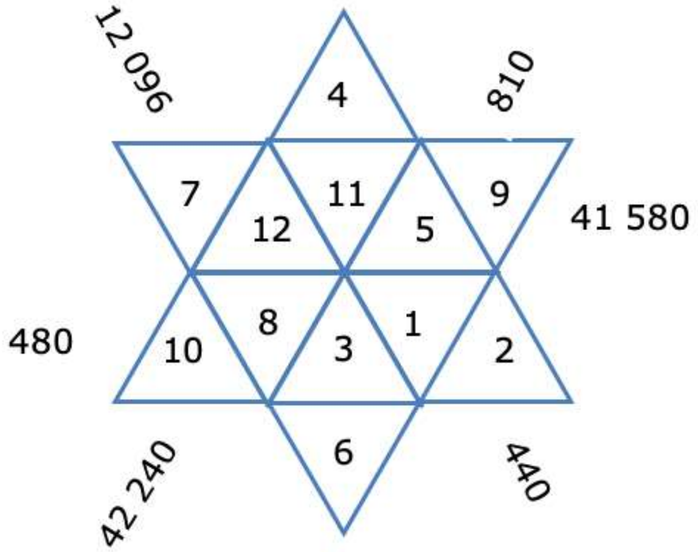
La lettre D, par exemple, est codée ainsi :

- Sa valeur est 3 donc on calcule : $a\times3+b=5\times3+12=27$;
- puis on cherche le reste de la division de 27 par 26 ($27=26\times1+1$) ;
- c'est 1, la valeur de B, donc D est codée par B.

On demande d'écrire une fonction decodage(crypte,a,b) qui, pour une chaîne de caractères crypte donnée et deux entiers a et b, renvoie la chaîne qui correspond au message crypte décodé.

Retour au sommaire

SOLUTION DÉFI N°148 – 1
« UN HEXAGRAMME ET DES PRODUITS »



Remarque

Les nombres premiers 7 et 11 se placent aisément.

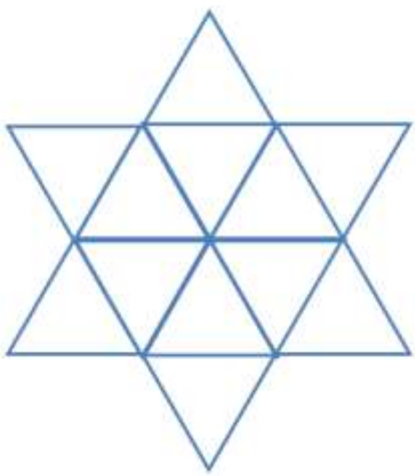
Un défi complémentaire

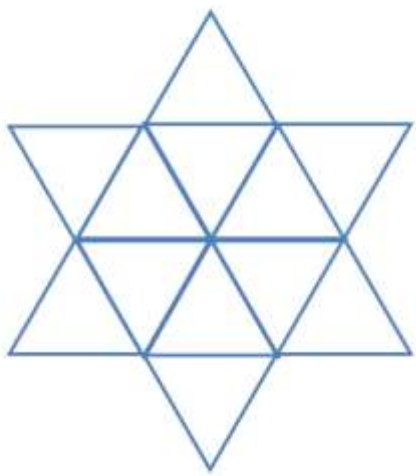
Parmi les six produits obtenus pour cet hexagramme, 440 est le plus petit d'entre eux, 42 240 est le plus grand d'entre eux. Réussirez-vous à créer un nouvel hexagramme pour lequel le produit minimum sera le plus grand possible et le produit maximum le plus petit possible ?

Ce défi supplémentaire reprend l'idée d'un défi proposé dans le Petit Vert n°75 (une solution est précisée dans le Petit Vert n°76, il a été repris dans le Bulletin Vert national n°452 (pages 314 à 319).

Une solution proposée dans le Petit Vert n°76 avait été fournie en utilisant le logiciel *Maple*, ce défi complémentaire utilisant un hexagramme intéressera peut-être les amateurs de programmation.

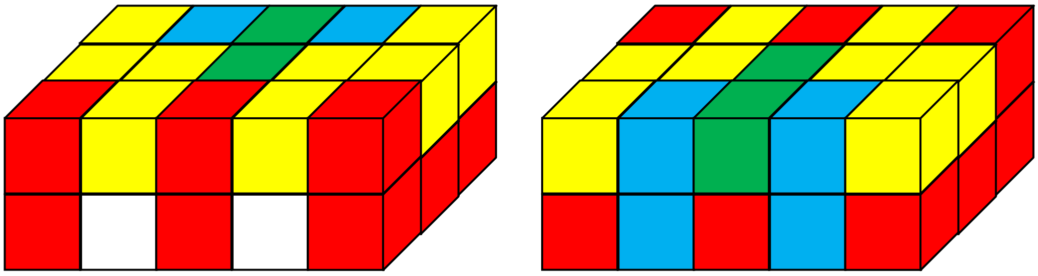
Pour imaginer de nouveaux défis





Retour au sommaire

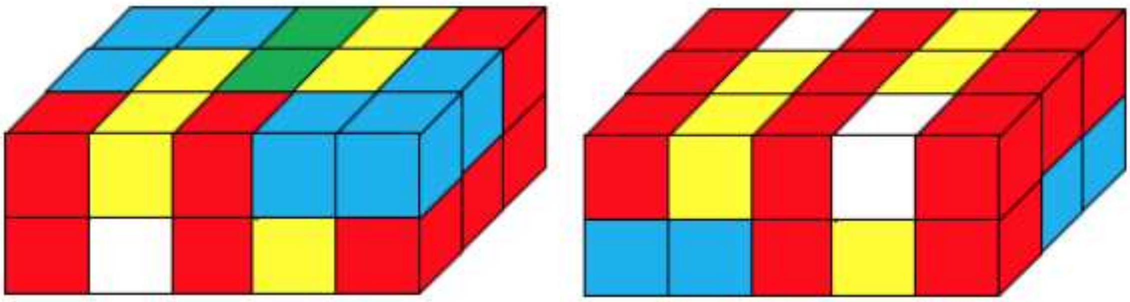
SOLUTION DÉFI N°148 – 2



Vu par devant et vu par derrière.

Deux pièces de même couleur ne se touchent jamais. Le pavé admet un plan de symétrie.

Coloriez la vue du dessous non visible sur les dessins ci-dessus.



La solution indiquée dans ce document n'est donc pas unique !

SOLUTION DÉFI ALGORITHMIQUE- RALLYE N° 148

Le défi algorithmique du PV 148 reprenait l'exercice 4 du Rallye 2014 et demandait de déterminer la décomposition d'un entier N dans une base b.

L'algorithme est un classique puisqu'il s'agit de faire la division euclidienne de N par b jusqu'à ce que le quotient soit nul. On relève les restes au fur et à mesure et on associe à cette liste, celle des exposants, comme demandé dans le défi.

Pseudo-code

Fonction décomposition(N, b : entiers ; listes d'entiers)
    restes ← liste vide ;   *(restes est la liste des restes)*
    exposants ← liste vide ;   *(exposants est la liste des exposants)*
    e ← 0 ;   *(e est l'exposant courant)*
    tant que N est non nul, faire :

Retour au sommaire

ajouter l'élément e à la liste exposants ;
ajouter le reste de la division euclidienne de N par b à la liste restes ;
e ← e + 1 ;
N ← quotient de la division euclidienne de N par b ;

finTantque ;
renvoyer restes et exposants

Python

```
import math


def decomposition(N,b):
        """
        Fonction decomposition(N, b : entiers ; listes d'entiers)
        renvoie les listes des coefficients et des exposants de la décomposition de N dans la base b
        """
        restes=[]
    exposants=[]
    e=0
    while N!=0:
      exposants.append(e)
      restes.append(N%b)
      e=e+1
      N=N//b
    return restes,exposants
```

PROBLÈME DU TRIMESTRE N°149
POUR COMMENCER 2022

Proposé par Fabien Lombard

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 1\ ,\ u_1 = 2 \text{ et pour } n \geq 0,\ \frac{u_{n+2}}{u_n} = \frac{{u_{n+1}}^2+1}{{u_n}^2+1}$$

1) Déterminer u_2, u_3 et u_4 puis conjecturer et démontrer une relation de récurrence de premier ordre définissant la suite (u_n).
2) Sans calculer d'autres termes de la suite (u_n), donner un encadrement d'amplitude 1 de u_{2022}
3) Montrer que $u_n \sim \sqrt{2n}$

Retour au sommaire

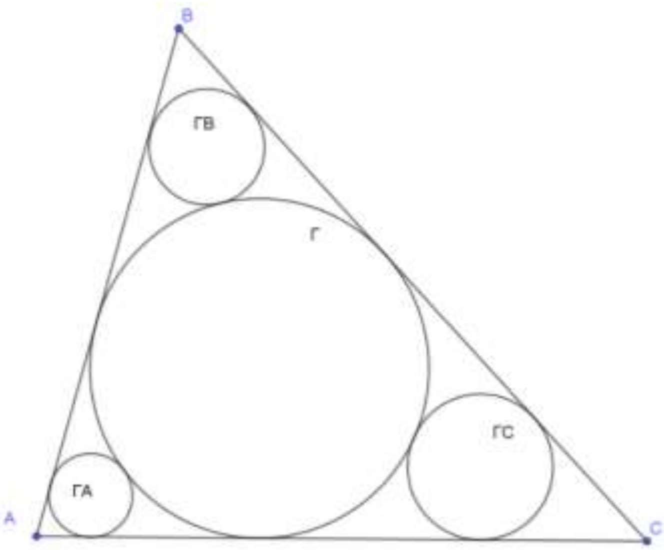
SOLUTION DU PROBLÈME N° 148

Proposée par Fabien Lombard

Énoncé

On considère un triangle ABC et son cercle inscrit Γ de rayon r. Les cercles Γ_A, Γ_B et Γ_C, de rayons respectifs r_A, r_B et r_C sont tangents à Γ et à des côtés du triangle ABC.

Justifiez que la construction ci-contre est possible et exprimer r en fonction de r_A, r_B et r_C.



Solution

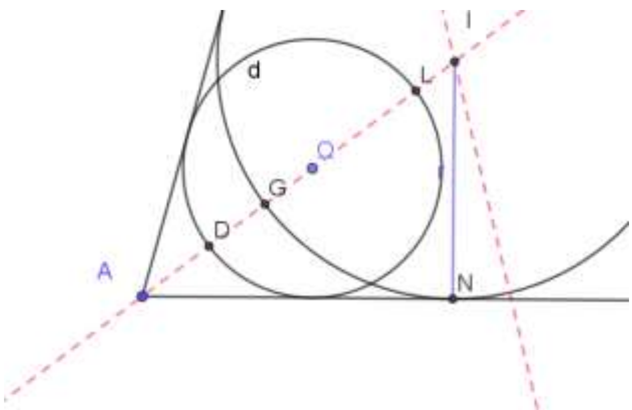
Une réponse a été proposée par Jacques Choné.

Validité de la construction

Soit Ω, un point de (AI), la bissectrice intérieure issue de A et $\Gamma 1$ le cercle de centre Ω, tangent aux deux côtés (AB) et (AC) du triangle. Si on note L et D les deux points d'intersection du cercle $\Gamma 1$ avec la bissectrice (AI) et G un point d'intersection de Γ avec la bissectrice (AI) , alors l'homothétie de centre Ω qui transforme D (respectivement L) en G transforme Γ en Γ_A (respectivement $\Gamma 1$).

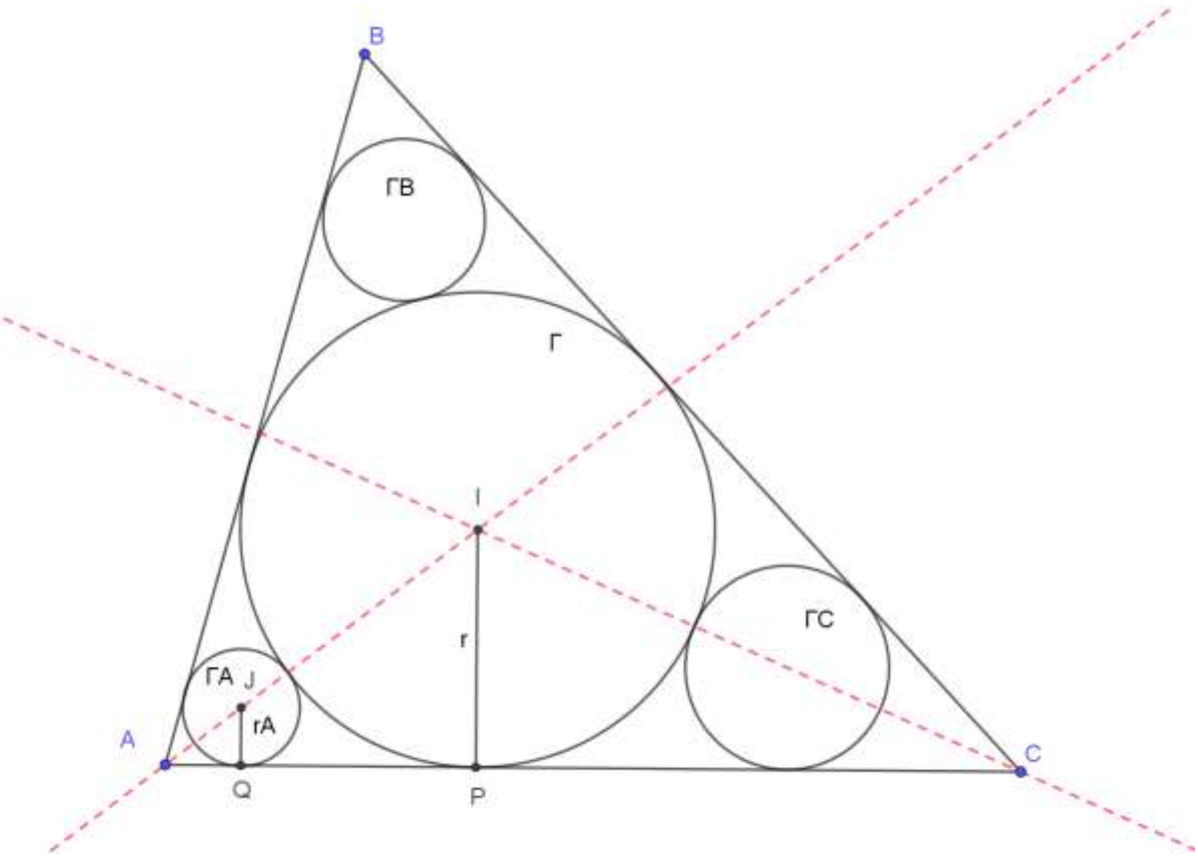
On obtient ainsi une construction de Γ_A ; il s'agit de la construction dite DDC d'Apollonius, rencontrée dans un problème précédent.

On agit de même pour la construction des cercles Γ_B et Γ_C.



Retour au sommaire

Calcul de r



Méthode 1

En exprimant les lignes trigonométriques dans les triangles AJQ et AIP, on obtient :

$$\sin\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) = \frac{r_A}{AJ} = \frac{r}{r + r_A + AJ}$$

On en déduit que $AJ = r_A \frac{r+r_A}{r-r_A}$ et par conséquent : $\sin\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) = \frac{r-r_A}{r+r_A}$

On a donc $\cos^2\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) = 1 - \left(\frac{r-r_A}{r+r_A}\right)^2 = \frac{4rr_A}{(r+r_A)^2}$ et par conséquent : $\cos\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{rr_A}}{r+r_A}$

En utilisant : $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\hat{A}}{4}\right) = \frac{1-\tan\frac{\hat{A}}{4}}{1+\tan\frac{\hat{A}}{4}}$

et $\tan\frac{\hat{A}}{4} = \frac{\sin\frac{\hat{A}}{4}}{\cos\frac{\hat{A}}{4}} = \frac{2\sin\frac{\hat{A}}{4}\sin\frac{\hat{A}}{4}}{2\sin\frac{\hat{A}}{4}\cos\frac{\hat{A}}{4}} = \frac{1-\cos\frac{\hat{A}}{2}}{\sin\frac{\hat{A}}{2}} = \frac{1-\frac{2\sqrt{rr_A}}{r+r_A}}{\frac{r-r_A}{r+r_A}} = \frac{\left(\sqrt{r}-\sqrt{r_A}\right)^2}{r-r_A} = \frac{\sqrt{r}-\sqrt{r_A}}{\sqrt{r}+\sqrt{r_A}} = \frac{1-\sqrt{\frac{r}{r_A}}}{1+\sqrt{\frac{r}{r_A}}}$,

on déduit que $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\hat{A}}{4}\right) = \sqrt{\frac{r}{r_A}}$ et de même $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\hat{B}}{4}\right) = \sqrt{\frac{r}{r_B}}$ et $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\hat{C}}{4}\right) = \sqrt{\frac{r}{r_C}}$

On peut remarquer que $\frac{\pi}{4} - \frac{\hat{A}}{4} + \frac{\pi}{4} - \frac{\hat{A}}{4} + \frac{\pi}{4} - \frac{\hat{A}}{4} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\hat{A}+B+\hat{C}}{4} = \frac{\pi}{2}$

De plus

$$\tan(x+y+z)=\frac{\tan(x+y)+\tan(z)}{1-\tan(x+y)\tan(z)}=\frac{\dfrac{\tan(x)+\tan(y)}{1-\tan(x)\tan(y}+\tan(z)}{1-\dfrac{\tan(x)+\tan(y)}{1-\tan(x)\tan(y)}\tan(z)}$$
$$=\frac{\tan(x)+\tan(y)+\tan(z)}{1-(\tan(x)\tan(y)+\tan(x)\tan(z)+\tan(y)\tan(z))}$$

Et donc par passage à la limite, on en déduit que :

si $x+y+z=\frac{\pi}{2}$, alors $1-(\tan(x)\tan(y)+\tan(x)\tan(z)+\tan(y)\tan(z))=0$

et donc dans le cas présent :

$$1-\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{B}{4}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)\right)=0$$

Soit $\sqrt{\frac{r}{r_A}}\sqrt{\frac{r}{r_B}}+\sqrt{\frac{r}{r_A}}\sqrt{\frac{r}{r_C}}+\sqrt{\frac{r}{r_B}}\sqrt{\frac{r}{r_C}}=1$ et par conséquent $r=\sqrt{r_Ar_B}+\sqrt{r_Ar_C}+\sqrt{r_Br_C}$.

Jacques Choné vérifie la même relation sans passage à la limite ; il développe $\sqrt{r_Ar_B}+\sqrt{r_Ar_C}+\sqrt{r_Br_C}$.

En posant $\alpha=\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)$, on obtient $\sqrt{r_Ar_B}+\sqrt{r_Ar_C}+\sqrt{r_Br_C}=$

$$r\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{B}{4}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)\right)$$
$$=\frac{r}{\alpha}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)+\cdots\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{B}{4}\right)\right)$$
$$=\frac{r}{\alpha}\left[\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}\right)\ldots\right)\right]$$
$$=\frac{r}{\alpha}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\hat{A}}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\right]$$
$$=\frac{r}{\alpha}\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{A}}{4}\right)\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}+\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{C}}{4}\right)\right]=\frac{r}{\alpha}\alpha=r$$

Méthode 2

Fabien Lombard propose également une seconde résolution.

On a établi que $\sin\left(\frac{\hat{A}}{2}\right)=\frac{r-r_A}{r+r_A}$ et $\cos\left(\frac{\hat{A}}{2}\right)=\frac{2\sqrt{rr_A}}{r+r_A}$

On peut exprimer de même $\cos\left(\frac{\hat{B}}{2}\right)=\frac{2\sqrt{rr_B}}{r+r_B}$ et $\cos\left(\frac{\hat{C}}{2}\right)=\frac{2\sqrt{rr_C}}{r+r_C}$.

Or $\frac{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}}{2}=\frac{\pi}{2}$, donc $\cos\left(\frac{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}}{2}\right)=0$. Il reste à exprimer $\cos\left(\frac{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}}{2}\right)$ en fonction des données.

$$\cos\left(\frac{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}}{2}\right)=\cos\left(\left(\frac{\hat{A}}{2}+\frac{\hat{B}}{2}\right)+\frac{\hat{C}}{2}\right)=\cos\left(\left(\frac{\hat{A}}{2}+\frac{\hat{B}}{2}\right)\right)\cos\left(\frac{\hat{C}}{2}\right)-\sin\left(\left(\frac{\hat{A}}{2}+\frac{\hat{B}}{2}\right)\right)\sin\left(\frac{\hat{C}}{2}\right)$$

$= \cos\frac{\hat{A}}{2}\cos\frac{\hat{B}}{2}\cos\frac{\hat{C}}{2} - \sin\frac{\hat{A}}{2}\sin\frac{\hat{B}}{2}\cos\frac{\hat{C}}{2} - \sin\frac{\hat{A}}{2}\cos\frac{\hat{B}}{2}\sin\frac{\hat{C}}{2} - \cos\frac{\hat{A}}{2}\sin\frac{\hat{B}}{2}\sin\frac{\hat{C}}{2}.$

On obtient la relation suivante :

$$\frac{2\sqrt{r}}{(r+r_A)(r+r_B)(r+r_C)}\Big(4r\sqrt{r_A r_B r_C} - \sqrt{r_C}(r-r_A)(r-r_B) - \sqrt{r_B}(r-r_A)(r-r_C) - \sqrt{r_A}(r-r_B)(r-r_C)\Big) = 0$$

Il « suffit » de résoudre l'équation (E) :

$$4r\sqrt{r_A r_B r_C} - \sqrt{r_C}(r-r_A)(r-r_B) - \sqrt{r_B}(r-r_A)(r-r_C) - \sqrt{r_A}(r-r_B)(r-r_C) = 0$$

Soit

$$-\left(\sqrt{r_A}+\sqrt{r_B}+\sqrt{r_C}\right)r^2 + r\left(4\sqrt{r_A r_B r_C} + \sqrt{r_C}(r_A+r_B) + \sqrt{r_B}(r_A+r_C) + \sqrt{r_A}(r_B+r_C)\right) - \left(\sqrt{r_C}r_A r_B + \sqrt{r_B}r_A r_C + \sqrt{r_A}r_B r_C +\right) = 0$$

Pour résoudre cette équation « peu sympathique », on peut utiliser un logiciel de calcul formel ; on obtient les deux racines de l'équation (E).

On peut également être un peu astucieux et faire appel aux fonctions symétriques :

$\sigma_1 = \sqrt{r_A}+\sqrt{r_B}+\sqrt{r_C}$, $\sigma_2 = \sqrt{r_A r_B}+\sqrt{r_A r_C}+\sqrt{r_B r_C}$ et $\sigma_3 = \sqrt{r_A r_B r_C}$.

L'équation (E) devient $\sigma_1 r^2 - (\sigma_1\sigma_2+\sigma_3)r + \sigma_2\sigma_3 = 0$ qui a deux solutions

$$r = \sigma_2 \text{ et } r = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}.$$

Si on retrouve bien la solution $r = \sigma_2 = \sqrt{r_A r_B}+\sqrt{r_A r_C}+\sqrt{r_B r_C}$, il resterait alors à prouver que la deuxième racine est à exclure, ce qui est loin d'être évident, sauf dans des cas particuliers !

Retour au sommaire

ANNONCE

JOURNÉE RÉGIONALE DES MATHÉMATIQUES DE L'APMEP‑‑‑LORRAINE

Au LYCÉE STANISLAS
468 rue de Vandoeuvre, Villers-lès-Nancy

PLANNING DE LA JOURNEE

Inscriptions à faire en ligne sur le site de L'APMEP-LORRAINE

Pour accéder directement au formulaire d'inscription, cliquer ici.

Conférence de Marie Line Gardes : 9h15 – 10h35

Retour au sommaire

Fonder son enseignement sur la résolution de problème… mythe ou réalité ?

Faire des mathématiques, c'est poser et résoudre des problèmes (Perrin, 2007). Tout mathématicien serait d'accord avec cette maxime. Mais qu'en est-il dans nos classes ? La mise en œuvre dans les classes (du primaire au supérieur) de problèmes de mathématiques non guidés, appelés souvent « problèmes ouverts », reste majoritairement occasionnelle. Même si les programmes institutionnels le rappellent souvent en introduction, cette activité mathématique peut vite être reléguée au second plan pour laisser place à d'autres types d'activités (nécessaires !) tournées davantage vers la technique et l'application plus ou moins immédiate de savoir-faire. Les six compétences nécessaires à l'activité mathématique (Chercher, Modéliser, Représenter, Raisonner, Calculer et Communiquer) montrent qu'un cours de mathématiques doit varier au maximum les activités sans négliger la part laissée à la recherche, à la prise d'initiative, à la démarche d'investigation et au débat. La mise en œuvre de situations didactiques de recherche de problèmes est une façon différente d'envisager l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques dans le cours ordinaire de la classe (Gardes, 2018). Ces situations permettent de mettre en évidence et en pratique les ressorts fournis par la dimension expérimentale de l'activité mathématique (Bkouche, 2008) sur des connaissances et compétences mathématiques en lien avec les programmes à différents niveaux d'enseignement (cycle 3, collège, lycée, université).

Dans cette conférence, je propose de présenter quelques situations didactiques de recherche de problèmes et de montrer en quoi elles permettent de développer, chez les élèves, à la fois des connaissances mathématiques et des compétences en résolution de problèmes. Je m'attacherai également à montrer les ressorts de la dimension expérimentale des mathématiques pour les apprentissages. Pour cela, je m'appuierai notamment sur les travaux du groupe DREAM de l'IREM de Lyon qui réfléchit depuis quelques années à la mise en œuvre d'un enseignement fondé en partie sur la recherche de problèmes et son intégration dans la classe ordinaire et dans une progression annuelle.

Quelques références

Bkouche, R. (2008). Du caractère expérimental des mathématiques. *Repères IREM, 70*, 33-76.

Gardes, M.-L. (2018). Démarches d'investigation et recherche de problèmes. In G. Aldon, *Le Rallye mathématique, un jeu très sérieux !* (pp. 73-96). Canopé Editions.

Perrin, D. (2007). L'expérimentation en mathématiques. *Petit x, 7*, 6-34.

Site du groupe DREAM

Marie-Line Gardes, enseignante-chercheure en didactique des mathématiques, Haute École Pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne, Suisse

Retour au sommaire

Commissions par niveaux d'enseignement : 13h30 – 14h15

Commission 1er degré et collège (animée par Stéphanie Waehren et Michel Ruiba)

Les points suivants seront abordés :

- Quelles pratiques sont mises en place avec les collègues des écoles pour l'enseignement des mathématiques ?
- Quelle influence les 2 ans de crise sanitaire et les divers protocoles ont-ils eu sur les acquis des élèves ?
- Que mettre en place pour développer collectivement cette commission collège au-delà de notre rencontre annuelle ?

Commission lycée (animée par Gilles Waehren)

Le ministre a récemment dû faire le constat d'une insuffisance concernant l'enseignement des mathématiques dans les programmes du lycée. Renforcer leur place dans l'enseignement scientifique permettra-t-il de pallier ces manques ? Le report des épreuves de spécialité ont mis en évidence les failles du calendrier du nouveau baccalauréat. Comment organiser des épreuves qui tiennent compte du rythme des élèves ? Devant la complexité de l'organisation des E3C, l'ensemble des matières est évalué en contrôle continu. Ne pouvait-on trouver une demi-mesure ? Voilà quelques questions (et d'autres encore) dont nous pourrons discuter lors de cette commission lycée.

Commission lycée professionnel (animée par Jean-Michel Bertolaso)

Il sera intéressant d'échanger autour de notre vécu concernant la co-intervention : sa mise en place et la façon de l'utiliser pour passer des notions du programme. Certains sont peut-être également chargés de la préparation du Chef d'œuvre. Ainsi, nous ne pourrons pas ne pas évoquer les nouveautés du programme de bac pro et de CAP ainsi que les recommandations concernant la certification. Nous pourrons également réfléchir sur l'accueil dans nos classes d'apprenants de toutes origines : apprentissage, formation continue en sus de nos élèves.

Nous devons aider notre Association : l'APMEP, pour l'appuyer dans ses revendications au niveau des décideurs.

Commission formation des maitres et enseignement supérieur (animée par André Stef)

Les points suivants seront abordés ;

- Réforme des concours de recrutement (à partir de la session 2022)
- Modification des maquettes de formation des enseignants (à partir/depuis 2021)
- Liaison lycée-licence après la réforme du lycée

D'autres points pourront être abordés selon la demande des participants à la commission.

Retour au sommaire

Première plage d'ateliers de A1 à A8 : 14h30 – 15h50

A1 : Match Point

Françoise Bertrand, retraitée,

Match Point, brochure du « groupe jeux » sortie en 2019, est consacrée à un seul jeu avec son matériel. Ses trente-cinq pièces colorées présentant chacune quatre nombres choisis parmi un, deux, trois, quatre ou cinq offrent une grande variété d'activités, de calcul mental et de raisonnement. Venez découvrir ses multiples possibilités d'emploi, en classe ou en dehors, de l'école au lycée.

Public : école, collège, lycée

A2 : Atelier autour du raisonnement en classe de seconde

Hélène Marx, lycée Saint-Exupéry de Fameck,

Présentation d'un atelier autour du raisonnement mené en classe de seconde. Sur 3 ou 4 séances, description de la mise en place d'un atelier interactif pour travailler sur les bases d'un raisonnement, sans faire de mathématiques au départ, puis en faisant le lien avec les maths.
Public : professeurs de lycée

A3 : Le jeu des Sandwiches

Marie Pacaud, collège Gruber, Colombey-les-belles,

Delphine Wolfer, collège Pilâtre de Rozier, Ars-sur-Moselle,

Venez avec nous jouer au jeu des Sandwiches : son but est de faire du calcul mental un jeu d'équipe ! Les calculatrices y sont interdites, car l'un des buts recherchés est de comprendre quelle opération, quel calcul peut mener à quel type de résultat. Bien sûr, les participants forts en calcul mental seront un avantage pour leur équipe, mais chacun peut aussi se munir d'un papier et d'un crayon. Dans les diverses expérimentations, ce jeu permet notamment de revenir sur les règles de priorité en 5^{e}, d'introduire le calcul sur les relatifs dès la 6^{e}... Nous réfléchirons ensemble à d'autres applications possibles. Chacun pourra alors constater (professeur comme élèves) que finalement on peut faire beaucoup de calculs sans utiliser sa calculatrice et qu'en plus, c'est sympa !

Public : cycle 3 et 4

A4 : Le labo de maths et la CARDIE

Nathalie Braun, lycée Rosa Parks de Thionville,

Vous voulez découvrir ce qu'est un labo de maths. Vous avez envie de mettre en place un labo de maths dans votre établissement, la CARDIE, la Cellule Académique de Recherche, Développement, Innovation et Expérimentation peut vous accompagner. Présentations d'un labo de maths, de sa mise en place ainsi que de diverses actions au sein de ses labos. Vous pourrez également percevoir le rôle de la CARDIE pour valoriser ces actions. Présentation de la CARDIE et de divers projets ainsi que des échanges autours de vos idées et de vos réflexions.

Tout public

Retour au sommaire

A5 : Échiquiers et pavages dominos/triominos

Thierry Meyrath, université du Luxembourg,

Nous considérons des questions de pavages d'échiquiers de tailles différentes par des dominos et triominos, c-à-d des polygones constitués de deux (resp. trois) carrés unitaires reliés bord à bord. Est-ce qu'un tel pavage est possible ? Est-ce que la situation change, si on enlève une ou plusieurs cases de l'échiquier et si oui, est-ce que la position des cases enlevées joue un rôle ? Dans certains cas, nous allons également aborder la question du nombre de pavages différents qui existent.

Tout public

A 6 : Des nombres très, très, TRÈS grands, mais finis : introduction à la googologie

Rémi Peyre, maitre de conférences ès mathématiques appliquées à l'Université de Lorraine,

“Quel est le plus grand de tous les nombres (entiers) ?” : Voilà une question que presque tous les enfants ont posé un jour à leurs parents... ! Si on leur apprend, par la suite, que l'ensemble des entiers est non borné, leur question était pourtant plus subtile qu'il n'y parait : en effet, à la question pourtant très proche « Quel est le plus grand nombre fini /qu'on sache caractériser par une définition de taille raisonnable/ ? », la réponse est un champ de recherche dans lequel les mathématiciens n'ont aujourd'hui aucune réponse définitive, et n'en auront vraisemblablement jamais... ! Je vous propose donc une introduction à ce champ de l'étude des très très (très !) grands nombres, également appelée “googologie”. Il me semble en effet que ce thème pourra ensuite, pour vous-mêmes, constituer une activité pédagogique intéressante auprès d'élèves de tous âges : un des atouts du thème étant qu'il demande peu de connaissances spécifiques en mathématiques mais surtout beaucoup d'imagination, tout en restant ouvert à de vraies questions de mathématiques de tous niveaux... !

Tout public

A7 : Clubs de maths au collège

Daniel Mégy, université de Lorraine,

Cet atelier est un retour d'expérience sur la création en 2020 d'un club de maths niveau (début de) collège. Les thèmes abordés seront l'organisation générale et le calendrier, les différentes façons de « recruter », le déroulement des séances, les documents pédagogiques utilisés, la question des concours, la transition vers les clubs de maths au lycée et… le financement.

Public : enseignants au collège, en priorité niveaux 6ème et 5ème

A8 : En quoi le travail associatif peut-il apporter des aides et des ressources à un enseignant de mathématiques ?

Membres du comité de l'APMEP Lorraine

Présentation des produits de la régionale Lorraine de l'APMEP : jeux et défis, objets à manipuler, brochures en ligne, brochures papier, rallye, animations pédagogiques, activités pour la classe, maths pour le prof, etc.

Public réservé : M1 MEEF mathématiques

Retour au sommaire

Deuxième plage d'ateliers de B1 à B8 : 16h00 – 17h20

B1 : Toises binaires

Erwan Kerrien, INRIA Nancy-Grand-Est & Loria,

Cette activité propose de se mesurer les uns les autres, en utilisant un ensemble prédéfini de toises en bois : une de 1cm, une autre de 2 cm, une de 4 cm, etc.… jusque 128 cm.

Après en avoir discuté ensemble, une démarche expérimentale sera mise en œuvre pour que chaque participant soit mesuré. On ne notera pas le résultat en cm mais simplement pour chaque toise si elle a été utilisée ou pas. Nous discuterons alors de cette manière de représenter les nombres. Tout le monde pourra-t-il être mesuré ? A-t-on besoin de toutes les toises ? Peut-on manipuler les nombres ainsi représentés ?

Cette activité a été testée avec des classes d'élèves de CM2, 6e et 3e. Mise en activité par groupes de 4 ou 5.

Public : cycles 3 et 4

B2 : Simplement complexe

Bruno Téheux, université du Luxembourg,

À partir d'outils très simples, les mathématiques permettent de construire des structures d'une variété infinie. Dans cet atelier, vous aurez l'occasion de jouer à des jeux innovants, aux règles élémentaires et qui sont une porte d'accès à un univers mathématique contemporain qui peut être exploré à de nombreux niveaux d'abstraction. Nous expliquerons certaines mathématiques sous-jacentes et la manière de les aborder au niveau du collège et du lycée. L'atelier se base sur 'The Simplicity of Complexity" qui fut animé à l'exposition universelle de Dubaï en décembre 2021 pour un public de 5 à 105 ans. (Voir http://math.uni.lu/outreach/dubai)

Public : enseignants et enseignantes du collège et du lycée

B3 : Comment la transformation de la voie professionnelle a modifié nos pratiques en LP

Jean-Michel Bertolaso, LP BTP Montigny-les-Metz,

L'avènement du bac pro en 3 ans avait déjà changé les programmes en 2010. Moins de dix ans plus tard, la transformation de la voie professionnelle s'est accompagnée de nouvelles directives, de nouveaux textes. Cet atelier a pour but de faire connaître à toute personne intéressée, la pratique de notre métier de professeur de mathématiques en lycée professionnel avec les contraintes horaires, les nouveaux programmes, la co-intervention, le chef d'œuvre et les nouvelles recommandations pédagogiques.

Atelier débat

B4 : L'implication : pierre angulaire du raisonnement mathématique

Denis Gardes, retraité,

Après avoir fait réfléchir les participants à quelques petits problèmes, nous définirons avec soin la notion d'implication logique entre deux propositions. Nous étudierons les difficultés de cette notion : valeur de vérité, négation, quantification, contraposée et réciproque. Nous terminerons par l'utilisation de l'implication dans différents types de raisonnements rencontrés au collège et au lycée.

Tout public

Retour au sommaire

B5 : Note la couleur

Sébastien Lozano, collège Jean Lurcat, Frouard,

Venez tester le jeu d'algorithmique débranchée **Note la couleur** du classeur numérique de Jean-Yves Labouche. Un ensemble de flashcards permettant de travailler la programmation sur Scratch en mode débranché et en autonomie. Nous balayerons les déplacements bien sûr, mais aussi les différentes structures algorithmiques abordées dans ces cartes, boucle "répéter", instructions conditionnelles, boucle "répéter jusqu'à", les variables, les fonctions. Prenez votre portable, nous verrons également une version web du jeu permettant de travailler sur les déplacements et les boucles mais pas que ...

Public : cycles 3 et 4

Matériel à apporter : un portable pour la seconde partie

B6 : Ces diverses petites questions sur Python que je n'ose pas poser à mes collègues

Anne Catherine Sarbiewski, lycée Saint-Exupéry de Fameck,

Vincent Cantus, lycée Saint-Exupéry de Fameck,

D'un site à l'autre, en fonction des manuels, certaines pratiques semblent différentes sans qu'on ne comprenne très bien si elles le sont et en quoi elles le sont le cas échéant. Quelques exemples.

- Au fond, quelle différence entre from math import * et from math import sqrt ?
- Et entre return x et return(x) ?
- Quels sont les problèmes qu'on risque d'avoir avec la copie de liste ?
- Pourquoi utiliser return plutôt que print ?

Nous pourrons aussi aborder le problème du codage des flottants et leurs conséquences très pratiques, montrer comment on peut tester facilement les codes des élèves, etc…

N'hésitez pas à nous faire parvenir vos questions !

B7 : « Ma prof est sur TikTok ! ».

Estelle Kollar, collège Louis Armand de Nancy,

Attirée sur TikTok pour mon usage personnel, j'ai découvert qu'on y trouvait des vidéos d'enseignants à usage pédagogique, et cela m'a donné envie de me lancer moi aussi. Ma principale source d'inspiration, ce sont mes élèves et c'est en premier à eux que je m'adresse. Mes messages leur sont souvent adressés sur un ton humoristique, mais je m'efforce d'apporter des contenus mathématiques utiles. Une vidéo ne remplacera jamais un cours en classe, mais bien accompagnée par un enseignant, elle peut aider à personnaliser les apprentissages. TikTok, c'est aussi un réseau d'échanges entre enseignants. À l'occasion de cet atelier, nous pourrons nous aussi échanger ensemble sur les retours de cette expérience.

Tout public

B8 : De l'usage des puzzles de la Régionale de Lorraine au cœur de l'enseignement

Membres du comité de l'APMEP Lorraine

Après manipulation de puzzles proposés par notre régionale, nous verrons en quoi leur utilisation facilite l'appropriation des notions d'aire et d'angle, ainsi que le passage progressif de la reconnaissance perceptive d'une figure à une analyse de cette même figure, support de propriétés géométriques.

Tout public

Retour au sommaire

Repas à la cantine : 12h30

Il ne sera malheureusement pas possible de prendre son repas dans les restaurants d'initiation du lycée car les élèves du secteur hôtellerie seront en stage durant cette période.
Cependant, il sera possible de prendre son repas à la cantine du lycée pour 8 €.

Réservation d'un repas à la cantine avec paiement par CB
À faire obligatoirement avant le 15/03/2022

À partir du formulaire d'inscription à la journée régionale : http://apmeplorraine.fr

En cas de problème pour le paiement par CB, vous pouvez contacter Anas Mtalaa.

Informations pratiques : accès et parking

Le lycée Stanislas se situe à 3 min de la Faculté des Sciences et de l'Irem
En tram depuis la gare de Nancy : ligne 1, Vandoeuvre CHU Brabois, arrêt le Reclus puis 800 m à pied jusqu'au lycée Stanislas.

En bus depuis la gare Thiers de Nancy : ligne 8 ou 16, arrêt Saint Fiacre puis 900 m à pied jusqu'au lycée Stanislas.

En voiture par le boulevard des Aiguillettes : prendre la rue du Jardin Botanique puis à droite la rue de Vandœuvre.

En voiture par l'autoroute A33, sortie 2b Nancy-Brabois/Vandœuvre : prendre l'avenue de Bourgogne puis à gauche la rue Victor Basch, continuer sur la rue de Vandœuvre.

Pour se garer à proximité du lycée : parking de l'Université de Lorraine, parking du jardin botanique Jean-Marie Pelt, parking du lycée.

Fin de la journée à 17h20

Pour les membres du Comité, à 17 h 30 : réunion de travail, suivie d'un repas.

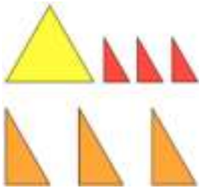
Retour au sommaire

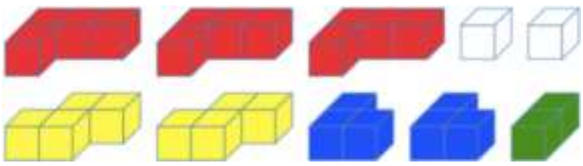
À découvrir sur le site de l'APMEP Lorraine

La boutique en ligne avec le paiement par CB

- Le calendrier pentaminos
- Le puzzle à 7 triangles
- La pyramide aztèque
- Récréations philosophiques
- Et si on prenait la tangente ?
- Des mathématiques dans de bien belles choses

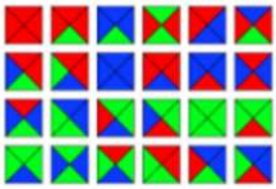
En vente le matin sur le stand mais aussi l'après-midi dans les ateliers présentés par les membres du comité de l'APMEP Lorraine





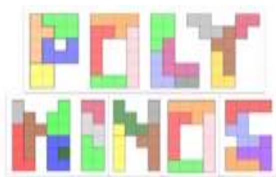
Le coin jeux

Un jeu d'aventures pour la semaine des maths 2021 et 2022 !



Les carrés de MacMahon

Les carrés de MacMahon du Caire



Avec les polyminos

Les actions de la régionale

Vous retrouverez notamment dans cet espace les documents que les animateurs d'ateliers de la journée régionale nous auront confiés.

À noter : l'édition du Rallye Mathématique de Lorraine aura lieu le 8 avril 2022

Retour au sommaire