N° 141 Mars 2020

LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale APMEP Lorraine

Le joli mois de Maths

Kermesse mathématique

Défis pour 2020

Morale et mesure

APMEP

www.apmeplorraine.fr

Sommaire

ÉDITORIAL

Faut-il brûler la réforme ? *(Gilles WAEHREN)*

VIE DE LA RÉGIONALE

Le puzzle aux sept triangles (suite)
Il y a 25 ans « Quelle géométrie enseigner au collège et au lycée ?
Moselle Gaming Network
Un rallye mathématique…pour apprendre le français
Un goûter au laboratoire de mathématiques de Moulins-Lès-Metz
Le calendrier de l'Avent 2019
Journée régionale de l'APMEP Lorraine 2020

DANS NOS CLASSES

Mosacolla en classe de sixième *(Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine)*
Cycle sur exemples / contre-exemples / clichés *(Équipe mathématique du lycée de Fameck)*
Kermesse des Mathématiques *(Denis GARDES)*

ÉTUDE MATHÉMATIQUE Somme des carrés *(Walter NURDIN)*

VU SUR LA TOILE Blogs de profs *(Gilles WAEHREN)*

MATHS ET ...

ARTS Décors géométriques de l'église d'Éton (Meuse) *(François DROUIN)*
Et π c'est tout

DÉCOUPAGES Trisection de l'octogone étoilé *(Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine)*

JEUX Avec les pièces du jeu « RAIZO » *(Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine)*
Étape après étape avec les pièces du cube SOMA *(François DROUIN)*

MÉDIAS Guyane et Îles de France

PHILOSOPHIE Morale et mesure *(Didier LAMBOIS)*

PLIAGES Deux heptagones réguliers pour une star *(Walter NURDIN)*

DES DÉFIS POUR NOS ÉLÈVES

Défi N°141 -1- « Mathémagie »
Défi N°141 -2- « Année 2020 »
Défi algorithmique - N°141
Solutions du défi N°140 -1- « Pour 2020 »
Solution du défi N° 140 -2- « La tablette de chocolat »
Solution du défi N° 140 -3- « Le puzzle »
Solution du défi algorithmique N° 140

DES PROBLÈMES POUR LE PROFESSEUR

Le problème du trimestre N°141
Solution du problème précédent N°140

LA PHRASE DU TRIMESTRE

ANNONCES

Calendrier magique pour l'année 2020
« Récréations philosophiques - Maths et philo »
Rallye mathématique de Lorraine 2020
Nuit du jeu en mathématiques

Retour au sommaire

ÉDITORIAL

Gilles Waehren

FAUT-IL BRÛLER LA RÉFORME ?

Les évaluations E3C ont commencé ces jours-ci. Elles soulèvent beaucoup d'interrogations, mais surtout beaucoup d'angoisses. Bien sûr, chaque changement apporte son lot d'incertitudes et nous n'aimons guère ce genre de nouveautés. Mais, au-delà de la disparition d'un véritable examen national égalitaire que beaucoup regrettent, se pose à nouveau la question de l'évaluation en elle-même. Se pose aussi la question de la gestion du fonctionnement de cet examen d'un genre inédit. À côté de l'usine à gaz des spécialités de Première, s'installe une centrale « Seveso » du contrôle continu. À la première étincelle, c'est tout le quartier qui saute. Les informations de cette mi-janvier relatent déjà des points chauds dans certains lycées, bloqués par un ensemble professeurs-élèves-parents. Pour une fois, le triptyque fonctionne parfaitement pour une juste cause, commune.

Certes, la réforme du Lycée est engagée et, à ce stade, on peut se demander si son retrait n'aurait pas des conséquences pires que le mal lui-même. Par contre, le nouveau Bac, comme il a été conçu, peut très bien être remis sur la table. Tant qu'à faire une évaluation en contrôle continu, autant qu'elle s'appuie sur les résultats du bulletin de chaque élève. Ces épreuves à répétition qui vont émailler près de 18 mois de la vie d'un.e lycéen.ne ne sont qu'une source de stress pour les élèves et leurs professeurs. Le risque est de rencontrer un syndrome de l'évaluationnite ou, au contraire, de tellement banaliser les situations d'évaluation qu'elles seront vidées de leur sens.

À l'heure où beaucoup réfléchissent à produire des évaluations plus à même d'aider l'élève dans la construction de son savoir - loin du système de *scoring*, à la mode dans tous les systèmes à la recherche de performance - ces contrôles systématisés vont surtout renforcer cette idée de l'interrogation « loterie », dans laquelle une bonne note est surtout une affaire de chance. Il faut espérer que les résultats des E3C ne seront pas trop défavorables aux élèves ; quand bien même ces échecs pourraient aussi être attribués à des modalités désastreuses. Et on s'inquiète déjà des failles béantes que ce système ouvre à une tricherie organisée dans laquelle les établissements pourraient s'engouffrer pour « booster » les résultats de leurs élèves. Depuis les « Sous-doués passent le Bac », la fraude ressemble surtout à un spectacle de Grand-Guignol dans lequel certains élèves se font attraper (portable dans les sous-vêtements), des professeurs recommandent, en toute bonne foi, de copier des formules dans la calculatrice, tandis que le fameux « mode examen » fait son retour par une porte dérobée. Je ne reviendrai pas sur le marronnier journalistique de la fameuse fuite des sujets ; la circulation en fourgon blindé et la mise en coffre des précieux documents ne sont pas sans rappeler certaines séquences de films de George Lautner, certains scénarios de Michel Audiard.

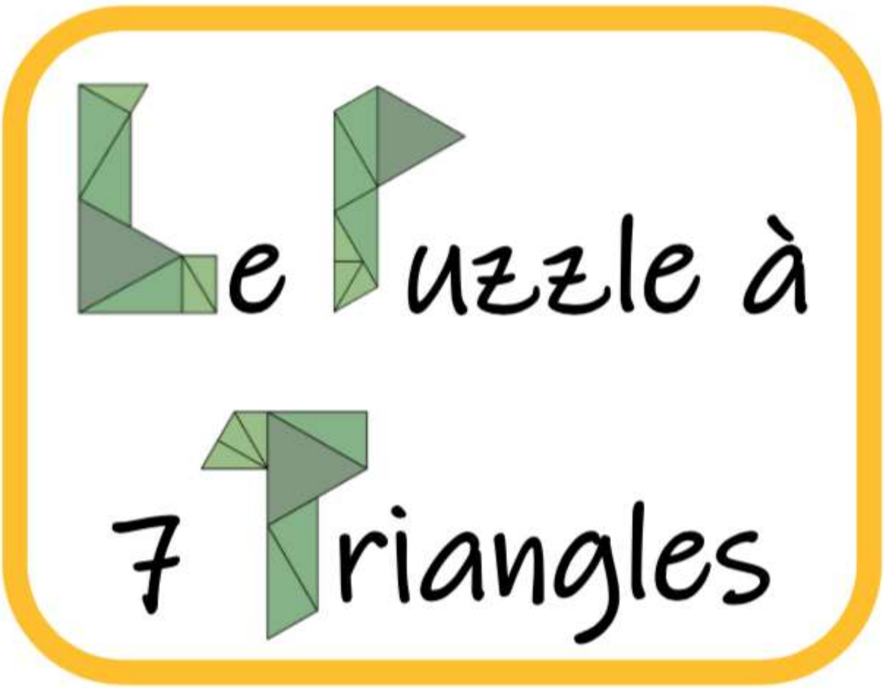
Nous avons tous envie que nos élèves réussissent ; mais cela doit-il se faire à n'importe quel prix ? Et, surtout, qu'appelle-t-on « réussir » ? La bonne note est-elle le seul indicateur de compétences solides ? On peut arguer qu'un système de notation donné s'applique à tous et implique donc une égalité de traitement. On peut répéter qu'on ne brise pas un thermomètre

Retour au sommaire

parce qu'il montre un excès de fièvre, qu'on ne remet donc pas en cause une méthode d'évaluation au motif qu'elle donne de mauvais résultats. Mais cette égalité est-elle vraiment équitable ? Si la barre de saut en hauteur est à 1,20 m pour avoir le bac, doit-on recaler les candidats de petite taille, alors même qu'ils connaissent cette technique athlétique ? Si la réussite à un examen ne garantit même pas les chances de succès dans les études auxquelles il permet d'accéder, cet examen est-il pertinent ? Le baccalauréat n'est pas le certificat d'études : il ne sanctionne pas la fin d'études, il permet d'en commencer d'autres. Nous préparons des jeunes à entrer dans la vie sociale, à donner du sens à leurs activités, professionnelles ou personnelles. Cherchons d'abord à évaluer leur progression en leur donnant des objectifs qui restent à leur portée. Observons ce qu'ils font pour les atteindre et là, on pourra établir des bilans pertinents.

VIE DE LA RÉGIONALE

LE PUZZLE AUX SEPT TRIANGLES (SUITE)



APMEP
RÉGIONALE LORRAINE

Le Petit Vert n°140 a annoncé la création de ce puzzle et sa mise en vente par notre régionale. En complément, des documents complémentaires ont été mis à disposition des acheteurs. Depuis les journées nationales de Dijon, le dossier a été complété :

- une joueuse lorraine présente à Dijon nous a confié ses créations utilisant les sept pièces du puzzle ;
- un défi nous propose la recherche de triangles rectangles en utilisant des pièces du puzzle ;
- deux activités de tracés n'utilisant que la règle graduée nécessitent la mise en œuvre de propriétés géométriques.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

IL Y A 25 ANS DANS LE PETIT VERT N°41

QUELLE GÉOMÉTRIE ENSEIGNER AU COLLÈGE ET AU LYCÉE ?

***Extrait de l'article du** Petit Vert n°41*

Depuis que l'on change les programmes de mathématiques (1970), c'est celui de géométrie qui a été le plus "ballotté". ….
Il faudrait absolument mettre de l'ordre et fixer les objectifs de cet enseignement de la géométrie, en fonction du public visé :
- pour les futurs scientifiques, qui auront encore besoin de mathématiques après le bac : ils auront besoin des structures vectorielles dès le début de l'enseignement supérieur (pour la dynamique, l'étude des champs de vecteurs, etc.), et de déboucher sur les structures linéaires.
- pour les lycéens du niveau bac, la géométrie apparaît essentiellement en analyse : les graphiques de fonctions (coordonnées, etc.) et la traduction géométrique _ numérique (exemple : interpolation linéaire), et dans l'étude du corps C des complexes (avec la trigonométrie).
- au niveau du L.P. ou de fin de troisième : on peut faire déjà énormément de choses rien qu'avec la "résolution" des triangles rectangles.

***LES DEUX PRINCIPAUX OBJECTIFS DE LA GEOMETRIE DANS L'AVENIR** :*

Une constatation tout d'abord : En 1960, la base de la culture scientifique était la physique et la mécanique (d'où, en mathématiques, les notions d'analyse et de géométrie correspondantes). En 1985, la base de la culture scientifique est probabilités/statistiques et informatique. Nulle trace de géométrie dans cela : elle jouera un rôle de moins en moins important. Le problème crucial : comment l'enseignement du collège va-t-il préparer à cette nouvelle culture ?

***OBJECTIF 1 : la géométrie comme science du raisonnement** (à condition de ne pas l'algorithmiser).*
Il faut développer la structuration logique de l'esprit et de la pensée. Il semble que la géométrie soit un terrain de prédilection pour développer ces capacités logiques et l'apprentissage du raisonnement.
Problème : cet apprentissage peut-il, et doit-il, s'adresser à tout public ? Malheureusement, la tendance actuelle de l'enseignement de la géométrie est contraire à ce premier objectif : on n'enseigne plus le raisonnement, mais l'algorithmisation ; c'est certainement dû au hiatus important entre la capacité de raisonnement des élèves et ce qui est demandé au programme : on juge les élèves sur leur capacité à "faire tourner" des algorithmes qu'ils apprennent par cœur et, par "glissement", ces algorithmes deviennent le programme.

***OBJECTIF 2 : apprendre à maîtriser l'espace** (et non pas à l'axiomatiser).*
- on peut apprendre d'une part à calculer l'espace, d'autre part à manipuler des structures qui pourront être réutilisées par la suite (ces deux aspects étant peut-être antinomiques). Songeons qu'en 1970 (il n'y a que 15 ans) tout était axiomatique ; on se demandait même s'il était licite de dessiner en géométrie ! Peut-on prévoir ce qu'il adviendra dans 15 ans ?

Claude MORLET, décembre 1985

Retour au sommaire

NDLR Dans le n°18 (janvier 1995) de la revue "REPERES-IREM" (pages 125 à 134), le Professeur Vinicio VILLANI de PISE nous invite à réfléchir à un certain nombre de questions relatives à l'enseignement de la géométrie dans les années qui viennent : - pourquoi est-il opportun et/ou nécessaire d'enseigner la géométrie ? - qu'est-ce qui doit être enseigné ? - comment doit-on l'enseigner ? les ordinateurs sont-ils plus adaptés à cet enseignement que les manuels ? - qu'est-ce qui doit être évalué chez les élèves ? –

Qu'en est-il aujourd'hui en 2020 ?

Dans les textes officiels on peut lire que « La formation au raisonnement et l'initiation à la démonstration sont des objectifs essentiels du cycle 4. Le raisonnement, au cœur de l'activité mathématique, doit prendre appui sur des situations variées (par exemple problèmes de nature arithmétique ou géométrique, mais également mise au point d'un programme qui doit tourner sur un ordinateur ou pratique de jeux pour lesquels il faut développer une stratégie gagnante, individuelle ou collective, ou maximiser ses chances). »
Si l'on analyse le sujet du brevet métropole de 2019, il apparait que les démonstrations géométriques sont très modestes. Elles se limitent à vérifier que des triangles sont semblables.

Dans le paragraphe « Géométrie du programme de mathématiques de seconde générale et technologique » les objectifs sont de consolider les notions sur les configurations géométriques abordées au collège et prolonger leur étude, introduire les vecteurs du plan comme outil permettant d'étudier des problèmes issus des mathématiques et des autres disciplines, en particulier de la physique, poursuivre l'étude de la géométrie repérée, qui relie nombres, calculs algébriques, fonctions et géométrie et constitue un outil utile à d'autres disciplines.
Dans l'enseignement de spécialité en première et terminale la géométrie occupe une place encore importante.

Les craintes de monsieur Morlet étaient-elles fondées ? Quelle est l'articulation aujourd'hui entre l'algorithmique et la géométrie ? Sont-ce les mêmes formes de raisonnement qui sont développées ?

Gilles, un de nos adhérents témoigne : « Concernant la géométrie dans le nouveau programme de Seconde, les savoir-faire requis se limitent, pour moi, à une bonne analyse des figures pour en extraire des informations (égalité de vecteurs par exemple) et à des calculs en géométrie analytique pour établir un alignement ou une égalité de longueur. Les raisonnements sont en une étape et on est loin de la démonstration vue comme un discours long et argumenté. Plus ou moins abandonnée lors de la précédente réforme, la "dissertation" de géométrie n'a de sens que pour des élèves relativement à l'aise avec l'expression écrite et désirant faire des études de mathématiques. Après avoir expérimenté cet aspect prosaïque de la géométrie pendant 10 ans, je pense que les raisonnements consistants que permettait la géométrie dite "classique" manquent parfois à nos élèves. Quand je vois la façon dont est enseigné l'exercice de dissertation à mon fils, je pense que l'on pourrait travailler avec les collègues de Français sur la rédaction d'un problème de géométrie. Ils élaborent un plan du devoir, parfois en classe avec l'aide du professeur, et s'efforcent de rédiger l'une ou l'autre partie en détail. Pour terminer, je ne sais pas comment je m'y suis pris cette année, mais je me demande déjà comment je vais pouvoir venir à bout de ce programme de Seconde avec mes élèves, alors la géométrie... ».

Retour au sommaire

VIE DE L'APMEP IL Y A 10 ANS

DE 2010 À 2020

C'est cette année que devrait se réaliser cette prédiction faite il y a 10 ans au cours du centenaire de notre association … l'objet en question est-il vraiment devenu désuet dans nos classes ? Si les compas ne sont plus sur les tables, ils demeurent gravés dans la pierre…

Lacroix sur Meuse

Lycée Loritz Nancy

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

MOSELLE GAMING NETWORK



Le samedi 14 décembre, la mallette jeux de l'A.P.M.E.P. était présente à la médiathèque de Phalsbourg au "Moselle Gaming Network" et a fait des heureux. Au programme de l'événement : un tournoi de League of legends (organisé par LANA France), des jeux de société animés par le foyer rural de Voyer (représenté par des professeurs du collège de Hartzviller), des jeux de société animés par Éloïse (représentant le conseil départemental junior), un atelier retrogaming (animé par Antoine et Ivan), un concours de rubik's cube, un atelier jonglage, et des jeux mathématiques de l'APMEP animés par notre adhérente.
L'événement n'a pas eu tout le succès escompté, car il a été annoncé assez tardivement, et les informations semblent avoir assez peu circulé. De plus, d'autres fêtes avaient lieu en même temps dans la ville. Les ateliers ont tout de même plutôt bien fonctionné et le stand occupé par nos jeux a accueilli des joueurs de tous âges.
Après une matinée consacrée au tournoi, les différents participants ont fait le tour des ateliers, plusieurs d'entre eux se sont montrés intéressés par la mallette : des professeurs de Voyer qui passeront l'information à leurs collègues de maths, un chef d'établissement, des animateurs de bibliothèques et une personne de l'équipe de prévention spécialisée de Sarrebourg. Beaucoup ont emporté des flyers.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

UN RALLYE MATHÉMATIQUE… POUR APPRENDRE LE FRANÇAIS

Une activité ludique a été proposée par l’une de nos adhérentes, le 29 novembre dernier, aux personnes étrangères qui apprennent le français à la MJC Beauregard de Nancy. Défis numériques, manipulations géométriques et énigmes à raisonnement logique ont enthousiasmé les participants. Occasion pour eux d’enrichir leur vocabulaire mathématique mais aussi de développer leurs compétences orales en français au cours d’échanges nourris dans les groupes et dans les moments de présentation des solutions pour validation. Des talents insoupçonnés se sont révélés au cours de cette activité… Une expérience riche, permise grâce aux nombreuses ressources de l’APMEP. Une expérience à renouveler absolument selon les participants !

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

LE CALENDRIER DE L'AVENT 2019

L'APMEP Lorraine a proposé du 1 au 24 décembre 2019 un calendrier de l'Avent avec des énigmes mathématiques que vous pouvez encore lire sur notre site.
Le cadeau quotidien, outre l'énoncé de l'énigme, était un pliage. Vous pouvez encore avoir accès à leur diagramme.
Étant donné le succès obtenu, mesuré par la fréquentation du site, pour résoudre les problèmes quotidiens nous recommencerons l'opération en 2020.

VIE DE LA RÉGIONALE

JOURNÉE RÉGIONALE DE L'APMEP LORRAINE 2020

La journée régionale de l'APMEP Lorraine aura lieu **le mercredi 18 Mars 2020** au lycée Stanislas de Villers-lès-Nancy.

Cette année nous avons le plaisir d'accueillir pour la conférence du matin Marie Duflot-Kremer, maîtresse de conférences en informatique à l'Université de Lorraine : « Informatique en classe, des compétences à la pratique ».

Vous trouverez à cette adresse le document présentant le déroulement de cette journée :

- le planning ;
- le contenu de la conférence ;
- les contenus des commissions par niveau d'enseignement ;
- les contenus des ateliers ;
- les modalités proposées pour le repas au lycée ;
- des informations pratiques pour vous rendre sur place.

Pour accéder au formulaire d'inscription en ligne (conférence, commission, atelier et repas), cliquez sur FORMULAIRE.

Attention date limite d'inscription aux ateliers : le 11/03/2020

Retour au sommaire

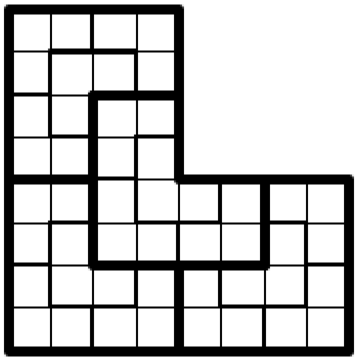
VIE DE LA RÉGIONALE

UN GOÛTER AU LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES DE MOULINS-LÈS-METZ

Depuis la rentrée de septembre, les enseignantes de Cours Moyen des écoles Cressot et Paul Verlaine retrouvent les enseignants de mathématiques du collège Louis Armand dans leur « labo de maths ». Actuellement, ils préparent des activités utilisant les instruments de géométrie comme aide à l'analyse d'une figure. L'APMEP Lorraine est partie prenante dans leur réflexion ; elle met à leur disposition ses ressources et ses envies d'échanges entre collègues.

Le 13 février, deux membres du comité de la régionale se sont joints à eux pour aborder l'intérêt de l'utilisation de puzzles quadrillés et de dessins géométriques réalisés eux aussi sur papier quadrillé.

La rencontre a aussi été l'occasion de donner aux deux écoles divers puzzles géométriques, des « Petits L », des pyramides aztèques, etc. L'après-midi s'est achevée par un goûter apporté par les participants. Rendez-vous a été pris pour d'autres temps d'échanges.



Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

MOSACOLLA EN CLASSE DE SIXIÈME

Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

Les MosaColla sont présentées dans la brochure « Jeux 10 ». À l'origine, l'activité se déroule en classe entière. Il s'agit de colorier un motif sur une grille. Chaque élève reçoit une fiche avec des égalités numériques correspondant aux cases de la partie de la grille qu'il a en charge. Il étudie alors chacune des égalités, indique si elle est vraie ou fausse, puis noircit la case correspondante dans le cas d'une égalité fausse. Les grilles des élèves sont ensuite découpées puis assemblées pour former une mosaïque collective.

L'envie est venue au collège de Montmédy d'adapter ce principe pour faire vivre dès la rentrée en classe de sixième un moment de travail en groupe à propos des priorités opératoires.

Création des grilles

Pour les huit dessins, il y avait quarante-huit fiches à préparer. Deux heures ont été nécessaires pour préparer un fichier Excel (il est accessible sur notre site), mais dix minutes vous suffiront pour l'utiliser et créer de nouvelles grilles.

Chaque fichier est constitué de deux feuilles.

Premièrement, une feuille GRILLE où :

* l'enseignant réalise son dessin : seuls les x dans les cases sont importants (en minuscule ou majuscule, il semble que les deux fonctionnent), mais avec de la couleur, on voit mieux la figure que l'on réalise,

* l'enseignant tape ses propositions ; attention à bien respecter l'ordre : les VRAI à gauche, les FAUX à droite, surtout pas l'inverse sinon on obtient le dessin en négatif par rapport à celui prévu.

Deuxièmement, une feuille FICHES où :

* il n'a rien à faire, c'est l'ordinateur qui fait tout, il n'y a qu'à imprimer. Les grilles prêtes à imprimer sont accessibles sur notre site.

Mais attention :

- ne surtout pas modifier les cellules de cette feuille !!!! Normalement, il a été fait pour qu'on ne puisse pas le faire…
- ne surtout pas séparer les deux feuilles ou supprimer la première feuille !

La brochure « Jeux 10 » a été utilisée : elle a fourni la méthode d'assemblage. Quant au plateau de jeu, il a dans un premier temps été réalisé avec du « copié-coupé-collé » non virtuel. Une des grilles a été photocopiée en l'agrandissant. Les carrés « intéressants » ont été découpés puis collés pour fabriquer la grille. Cela a ensuite été informatisé lorsque la première classe a dû recommencer son travail. Les annexes 2 et 3 de cet article présentent des documents utilisables en classe.

Remarques

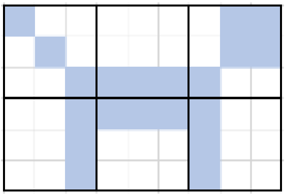
Il aurait fallu faire plus attention en préparant les dessins, certaines grilles sont identiques. Dans ces cas-là, la sixième a été gardée (une de celles en double) et n'a été donnée qu'à la fin.

Lors de la préparation des grilles, s'est fait sentir le besoin d'un complément à la brochure « Jeux 10 » comprenant des fichiers informatiques prêts à utiliser. Les fichiers Excel mis en téléchargement sur notre site pourront venir en compléments des fichiers .doc et .odt mis en téléchargement sur le site national.

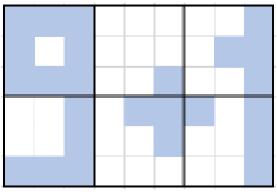
Retour au sommaire

Les motifs à obtenir

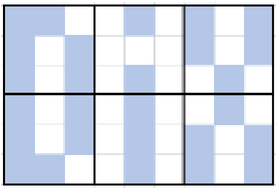
1 – Chat



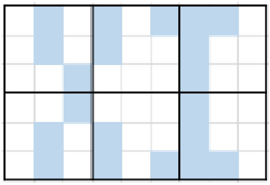
2 – Dix (1)



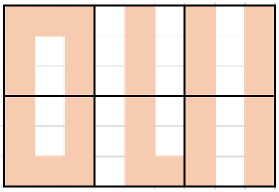
3 – Dix (2)



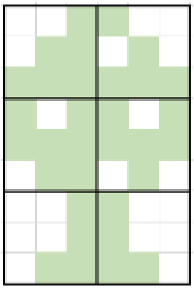
4 – Onze



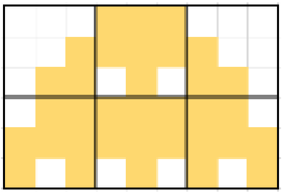
5 - Oui



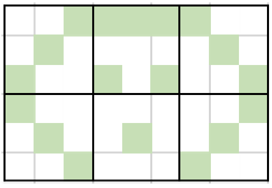
6 – Pommier



7 – Invader



8 – Tête à Toto



Mise en œuvre dans les deux classes de sixième du collège de Montmédy

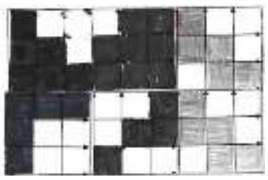
Les élèves ont travaillé en groupes constitués par affinité.
Bénéficiant cette année d'effectifs de vingt élèves, chaque groupe était composé de cinq élèves (sauf un groupe de quatre, un élève étant absent).
Chaque groupe avait dans une enveloppe les consignes, les six grilles de Vrai-Faux à se répartir, les grilles à colorier et le plan de montage.
Chaque élève devait réaliser une grille et la 6^{e} grille était réalisée par l'élève le plus rapide du groupe.
Le travail s'est fait sur deux séances (1h30 environ).

Voici ci-dessous le premier jet obtenu par quatre groupes de la première classe. Le dessin à obtenir est difficile à reconnaitre. L'activité a été recommencée en insistant sur la nécessité de vérifier les réponses de chacun. Cela fut sans grand effet dans certains groupes.

4

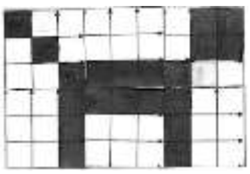
5

6

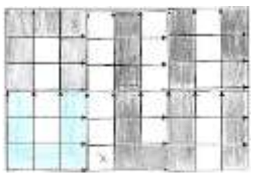


7

1



5



Dans la seconde classe, ce besoin de vérifications a été annoncé avec insistance dès le départ. La qualité des productions s'est trouvée améliorée.
Grâce aux trois annexes suivantes, les lecteurs pourront s'entrainer sur une des MosaColla proposées au collège de Montmédy.

Retour au sommaire

Annexe 1

Les grilles permettant d'obtenir le motif n°1. Ce document peut être obtenu à partir des fichiers Excel déposés sur notre site APMEP Lorraine.

Grille A

Indique si chaque égalité est vraie ou fausse en entourant V ou F.
Colorie alors en **noir** les cases de la grille pour lesquelles les égalités sont **fausses**.

A1	20 - (3 + 5) = 22	V	F
B1	8 + 2 x 5 = 18	V	F
C1	12 - 2 + 1 = 11	V	F
A2	12 + 6 : 3 = 14	V	F
B2	24 : 6 x 2 = 2	V	F
C2	17 - 7 x 2 = 3	V	F
A3	4 x 3 + 8 x 2 = 28	V	F
B3	3 + (4 + 1) x 2 =13	V	F
C3	100 - (9 + 3 x 7) = 16	V	F

Grille B

Indique si chaque égalité est vraie ou fausse en entourant V ou F.
Colorie alors en **noir** les cases de la grille pour lesquelles les égalités sont **fausses**.

A1	20 - (3 + 5) = 12	V	F
B1	8 + 2 x 5 = 18	V	F
C1	12 - 2 + 1 = 11	V	F
A2	12 + 6 : 3 = 14	V	F
B2	24 : 6 x 2 = 8	V	F
C2	17 - 7 x 2 = 3	V	F
A3	4 x 3 + 8 x 2 = 40	V	F
B3	3 + (4 + 1) x 2 =16	V	F
C3	100 - (9 + 3 x 7) = 16	V	F

Grille C

Indique si chaque égalité est vraie ou fausse en entourant V ou F.
Colorie alors en **noir** les cases de la grille pour lesquelles les égalités sont **fausses**.

A1	20 - (3 + 5) = 12	V	F
B1	8 + 2 x 5 = 50	V	F
C1	12 - 2 + 1 = 9	V	F
A2	12 + 6 : 3 = 14	V	F
B2	24 : 6 x 2 = 2	V	F
C2	17 - 7 x 2 = 20	V	F
A3	4 x 3 + 8 x 2 = 40	V	F
B3	3 + (4 + 1) x 2 =13	V	F
C3	100 - (9 + 3 x 7) = 70	V	F

Grille D

Indique si chaque égalité est vraie ou fausse en entourant V ou F.
Colorie alors en **noir** les cases de la grille pour lesquelles les égalités sont **fausses**.

A1	20 - (3 + 5) = 12	V	F
B1	8 + 2 x 5 = 18	V	F
C1	12 - 2 + 1 = 9	V	F
A2	12 + 6 : 3 = 14	V	F
B2	24 : 6 x 2 = 8	V	F
C2	17 - 7 x 2 = 20	V	F
A3	4 x 3 + 8 x 2 = 28	V	F
B3	3 + (4 + 1) x 2 =13	V	F
C3	100 - (9 + 3 x 7) = 16	V	F

Grille E

Indique si chaque égalité est vraie ou fausse en entourant V ou F.
Colorie alors en **noir** les cases de la grille pour lesquelles les égalités sont **fausses**.

A1	20 - (3 + 5) = 22	V	F
B1	8 + 2 x 5 = 50	V	F
C1	12 - 2 + 1 = 9	V	F
A2	12 + 6 : 3 = 14	V	F
B2	24 : 6 x 2 = 8	V	F
C2	17 - 7 x 2 = 3	V	F
A3	4 x 3 + 8 x 2 = 28	V	F
B3	3 + (4 + 1) x 2 =13	V	F
C3	100 - (9 + 3 x 7) = 70	V	F

Grille F

Indique si chaque égalité est vraie ou fausse en entourant V ou F.
Colorie alors en **noir** les cases de la grille pour lesquelles les égalités sont **fausses**.

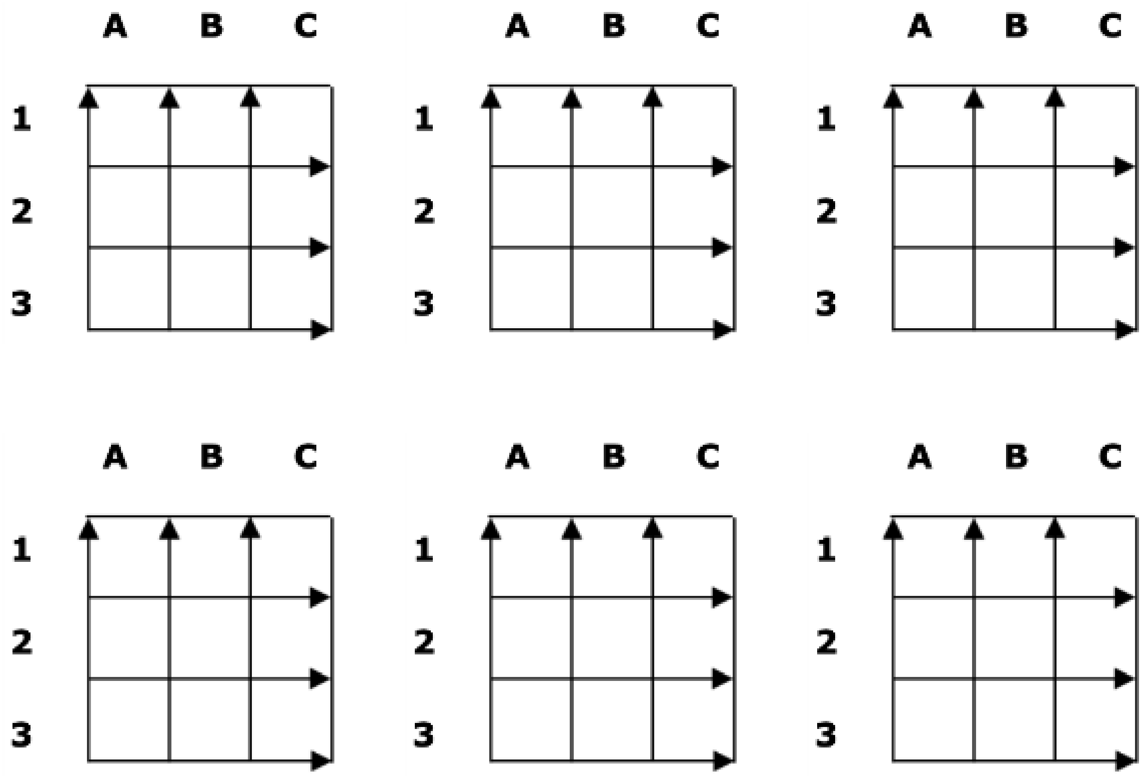
A1	20 - (3 + 5) = 22	V	F
B1	8 + 2 x 5 = 18	V	F
C1	12 - 2 + 1 = 11	V	F
A2	12 + 6 : 3 = 6	V	F
B2	24 : 6 x 2 = 8	V	F
C2	17 - 7 x 2 = 3	V	F
A3	4 x 3 + 8 x 2 = 40	V	F
B3	3 + (4 + 1) x 2 =13	V	F
C3	100 - (9 + 3 x 7) = 70	V	F

Retour au sommaire

Annexe 2

Les carrés à remplir

D'après Jeux10

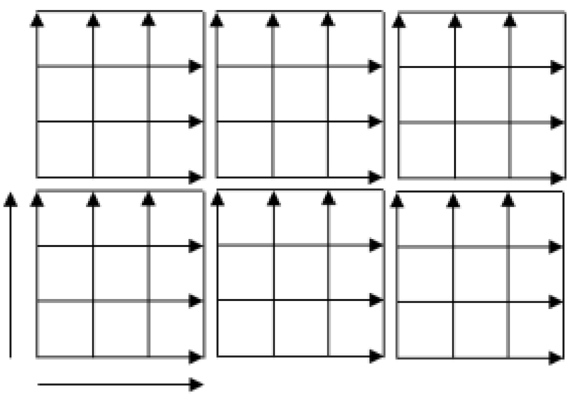


Annexe 3

Notice d'assemblage

(D'après Jeux 10)

Une fois la totalité des grilles remplies, vérifiées et découpées, et après avoir pris la précaution de reporter au dos de chaque grille sa référence (lettre majuscule), il reste à les assembler suivant le plan ci-dessous en respectant leur orientation à l'aide des flèches.



A	**B**	**C**
D	**E**	**F**

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

CYCLE SUR EXEMPLES / CONTRE-EXEMPLES / CLICHÉS

Équipe mathématique du lycée de Fameck

Le cycle a été réalisé avec des groupes de 24 élèves (issus de 3 ou 4 classes) sur 4 séances d'AP. Ils ont été choisis parmi les élèves souhaitant prendre la spécialité maths en 1ère, ou des élèves se destinant à une voie technologique (STMG dans notre établissement).
Trois collègues y ont travaillé, et les retours des élèves et enseignants ont été globalement positifs.

Sont nommés en *bleu* les différents documents utilisés et distribués aux élèves et disponibles en téléchargement le site de l'APMEP Lorraine.

Première phase : speed dating

Objectifs
Comprendre le statut d'un exemple, d'un contre-exemple.
Apprendre à examiner les conditions d'application des propositions.

Durée 1h30 environ

Liste des propositions et exemples utilisés dans ce speed dating

	Propositions		**Exemples**
P1 :	Pour tout nombre réel x, $x^2 + 2x > 0$	E1 :	5
P2 :	Le produit d'un nombre différent de zéro par 5 est strictement plus grand que 5	E2 :	1
P3 :	Si $x < 3$, alors $x^2 < 9$	E3 :	0,1
P4 :	Si $x \geqslant 5$, alors $-3x + 15 > -11$	E4 :	0
P5 :	Si un entier naturel est pair, alors il est divisible par 6.	E5 :	-1
P6 :	Pour tout nombre réel x, $(x+3)^2 = x^2 + 9$	E6 :	-5
P7 :	Pour tout nombre réel x positif, $\sqrt{x} \leqslant x$	E7 :	$-3{,}1$
P8 :	Pour tout nombre réel $x \neq 0$, $x^2 \geqslant x$	E8 :	5,3
P9 :	Pour tout nombre réel $x \neq 0$, $x^3 > 0$	E9 :	10
P10 :	Si $x > 2$, alors $x^2 > 4$	E10 :	12
P11 :	Si $x \geqslant 1$, alors $\frac{1}{x} \geqslant 1$	E11 :	$\sqrt{2}$
P12 :	Pour tout nombre réel x, $x \leqslant -x$	E12 :	π

Installation et matériel

- Les tables sont disposées en ligne au centre de la salle ;
- affiches intro, fiches propositions, fiches exemples, post-it, feuilles de brouillon.

Principe
La moitié des participants est « proposition », l'autre moitié est « exemple ».

Retour au sommaire

Le but de chaque « proposition » est de rencontrer tous les « exemples » afin d'identifier ceux qui peuvent lui faire du bien, ceux qui lui veulent du mal et ceux avec lesquels toute relation est impossible.
Il faut donc identifier exemples, contre-exemples, et exemples qui n'ont rien à voir avec la proposition (problème d'ensemble de définition). Ceci n'est au préalable pas expliqué aux élèves, ils se rendent compte au fur et à mesure des échanges en quoi consiste le jeu.

Le but des « exemples » est de trouver toutes les propositions pour lesquelles ils peuvent se rendre utiles, pour les consolider ou les démonter.
Chaque participant complète sa fiche au fur et à mesure.
Vérification collective des fiches à la fin du dating.

Déroulement
Petites annonces affichées à l'entrée
Explication du jeu et des règles. Chaque élève se munit d'un stylo. Sacs au fond.
Présentation des fiches « proposition » et fiches « exemple »
Chaque élève pioche une fiche dans la pochette. Il est soit « proposition », soit « exemple ».
Il note son nom sur un post-it (P1, P2, E1, E2 etc. ...) qu'il portera sur son torse.
Les propositions s'installent toutes du même côté des tables, les exemples attendent.
Dans un ordre préétabli, le dating commence.
Les 2 personnages « face à face » se mettent d'accord pour compléter chacun leur fiche personnelle.
Une fois que tous les « couples » sont d'accords, on passe au suivant. Ainsi de suite.
Une fois le dating complet, chacun reste à la table où il est pour le débriefing.
On distribue la fiche débriefing élève vierge aux élèves. Ils la complètent au fur et à mesure, ainsi que leur fiche de départ.
En débat collectif, animé par le professeur, on prend proposition par proposition et on donne les exemples qui sont des exemples, des contre-exemples et ceux qui ne peuvent pas servir.
On peut éventuellement compter les points : 1 point par « exemple » ou « proposition bien placée »
On fait ressortir la véracité de chaque proposition. (Cas particulier de la proposition 10, qui semble vraie mais… son cas sera traité plus tard ; cas de la proposition 12 qui leur parait fausse « tout le temps » alors qu'elle est vraie pour certaines valeurs de *x).*
On fait le bilan sur le statut de l'exemple, du contre-exemple.
S'il n'y a pas 24 élèves, enlever proposition 11 puis proposition 4 et π puis $\sqrt{2}$.

Deuxième phase : travail sur une liste de propositions

Objectifs
Réinvestir ce qui a été vu dans l'activité précédente : un contre-exemple suffit à prouver qu'une proposition est fausse, tandis qu'un exemple ne suffit pas à justifier qu'elle est vraie.
Travail sur les représentations, sur les erreurs « habituelles ».

Durée 1h30

Retour au sommaire

Liste des propositions travaillées dans cette phase

P1 : Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$
P2 : Pour tout nombre réel *a*, $\sqrt{a^2}=a$
P3 : Pour tout nombre réel *x*, $-2x^2-100x+10000>0$
P4 : Pour tous nombres réels *a* et *b*, $(a+b)^2=a^2+b^2$
P5 : il existe des nombres réels *a* et *b* tels que $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$
P6 : Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$
P7 : Pour tous nombres réels *a* et *b* non nuls, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$
P8 : Pour tous nombres réels *a* et *b* tels que $a\neq 0$, $\frac{a+b}{a}=b$
P9 : Pour tous nombres réels *a* et *b* non nuls, si $a<b$, alors $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$
P10 : Pour tout nombre réel *x*, si $x>2$ alors $x^2>4$
P11 : Pour tous nombres réels *a* et *b*, si $a<b$, alors $a^2<b^2$
P12 : Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{a+b}\leqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$

Installation et matériel
- Une fiche Travail sur les propositions comportant une liste de 10 propositions (certaines vraies, d'autres fausses), ainsi que le lien vers le questionnaire en ligne à compléter.
- Groupes de 3/4 élèves, un ordinateur par groupe, questionnaire « Quizinière », une fiche de travail en groupe par groupe
- Ordinateur du professeur avec vidéoprojecteur.

Principe : en groupe, les élèves discutent pour tomber d'accord sur la véracité de chaque proposition. Ils essayent de trouver des arguments pour étayer leurs réponses.

Déroulement
Le lien du questionnaire est donné aux groupes.
Pour chaque proposition, les élèves discutent, cherchent, débattent pour se mettre d'accord, nomment un rapporteur. Ils utilisent la fiche de travail de groupe pour garder une trace afin de pouvoir présenter et argumenter avec les autres groupes dans la 2è partie.
Ils complètent un questionnaire en ligne par groupe.
Une fois les résultats envoyés, on les projette.
On discute proposition par proposition (peut être en commençant par celles pour lesquelles ils sont tous d'accord). Chaque rapporteur présente le travail de son groupe.
Normalement, les groupes devraient avoir réussi à démontrer que les propositions 1-4-7-8-9-11 sont fausses à l'aide de contre-exemples. Les propositions 2-3 sont fausses aussi mais ils auront peut-être plus de mal à le prouver.
Cela sera certainement plus compliqué pour les propositions 6-10-12, qui sont vraies. On arrivera certainement à des conclusions du genre « elles semblent vraies mais… ». Cela sera suffisant pour cette phase.

Troisième phase : travail sur une proposition particulière : proposition 3

Si jamais cela n'a pas été réglé avant avec un contre-exemple… Chacune de nous trois a eu un groupe au moins qui a trouvé un contre-exemple, nous n'avons donc pas expérimenté cette phase !

Objectifs : Comprendre que si on ne trouve pas de contre-exemple, cela ne signifie pas forcément que la proposition est fausse.
Durée : 30 minutes

Retour au sommaire

Matériel : ordinateur, logiciel de géométrie dynamique (GeoGebra), calculatrices

Principe : en classe entière, on essaye de régler le problème de cette proposition fausse-vraie.

Quatrième phase : démonstration des propositions « vraies »

P10 : Pour tout nombre réel $x > 2$, alors $x^2 > 4$
P6 : Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
P12 : Pour tous nombres réels *a* et *b* positifs, $\sqrt{a+b} \leqslant \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Objectifs : Comprendre l'intérêt de démontrer, se lancer dans une démonstration

Matériel
Groupes de 3/4 élèves, brouillon

Principe
Chaque groupe de 3 ou 4 élèves, prend en charge la démonstration d'une des propositions vraies

Déroulement
Les élèves cherchent en groupe, guidés par le professeur.

Annonce

CALENDRIER MAGIQUE POUR L'ANNÉE 2020

Pour vous souhaiter une bonne et heureuse année ludique, Arnaud Gazagnes vous offre le carré magique suivant, dont la somme magique vaut précisément 2020.

685	**373**	**349**	**613**
541	**493**	**565**	**421**
469	**517**	**445**	**589**
325	**637**	**661**	**397**

Vous trouverez d'autres figures magiques ou leurs constructions sur un article qu'il vient de commettre pour l'occasion.

Retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

KERMESSE DES MATHÉMATIQUES

Denis Gardes
Responsable du laboratoire de Mathématiques

Le laboratoire de Mathématiques du lycée Henri Parriat de Montceau-les-Mines (Saône et Loire) a organisé les 4 et 5 Avril 2019 une kermesse mathématique. Cette kermesse s'adressait aux écoliers depuis la petite section de l'école maternelle jusqu'aux collégiens de troisième.

L'objectif principal de cette manifestation est de proposer des activités mathématiques aux écoliers/collégiens leur permettant de développer la dimension expérimentale des mathématiques. En effet ces activités exigent de la part des élèves de manipuler (soit de manière réelle, soit de manière virtuelle), de formuler des conjectures de stratégie pour gagner, de re-manipuler pour conforter ces conjectures ou de les infirmer, puis de reformuler des conjectures et ainsi de suite.

Près de 650 écoliers/collégiens ont été accueillis au lycée sur les deux jours. Chaque classe disposait d'un créneau d'une heure trente et était partagée en groupes de deux élèves. Chaque groupe effectuait 4 ateliers d'une vingtaine de minutes chacun. Les ateliers étaient supervisés par des lycéens de seconde. Leur rôle était d'expliquer les règles du jeu de l'atelier, de vérifier que les élèves les avaient bien comprises, de les aider le cas échéant si ceux-ci étaient bloqués, de les aider à formuler une stratégie et éventuellement de leur proposer un prolongement de l'atelier. Les deux enseignants responsables du laboratoire, accompagnés des trois stagiaires polytechniciens, supervisaient cette manifestation. Ce sont eux qui rythmaient la séance, qui indiquaient les moments de rotation d'ateliers, qui essayaient de résoudre les petits problèmes d'intendance (remplacer une pièce manquante, affecter un élève non prévu à un atelier, …).

Nous avons proposé une trentaine d'ateliers pour satisfaire tous les niveaux d'élèves concernés. Beaucoup de ces ateliers ont été repris de l'APMEP Lorraine qui a eu la gentillesse de nous prêter le matériel d'une de leurs expositions. Deux de ces ateliers ont retenu toute notre attention quant à leur potentialité d'apprentissage : les gratte-ciel et les pavages de rectangles par des dominos.
Nous avons fabriqué les gratte-ciels à l'aide de découpes de manches à balais et avons peint d'une même couleur les gratte-ciels de même hauteur. Nous avons proposé différentes grilles, au début elles n'étaient pas complètes, on demandait seulement de remplir soit une colonne ou ligne, deux colonnes ou lignes, Ces premières fiches permettent de s'assurer que l'élève a bien compris la consigne. Ensuite nous leur avons proposé des grilles complètes et nous avons vu apparaître chez certains quelques règles : « si j'ai un 1 sur une vue de droite par exemple, c'est

que sur cette ligne le gratte-ciel le plus haut est sur la première case » ou « si j'ai un 4 sur une vue, c'est que les gratte-ciels sont rangés dans l'ordre croissant ». Cet atelier permet de dévoluer la notion d'implication en acte chez des enfants très jeunes. On se rend bien compte que le rôle de l'élève de Seconde est ici crucial, c'est lui qui peut demander à l'élève de formuler la règle qu'il met en œuvre en acte.

Le jeu intitulé « Rangements de dominos » a permis de travailler de la même manière sur le raisonnement. Pour les plus petits, nous avons remplacé les dominos par des dominos d'animaux. Deux situations différentes étaient proposées : les cartes étaient représentées dans la bonne orientation (figure 1) ou étaient toutes représentées horizontalement (figure 2).

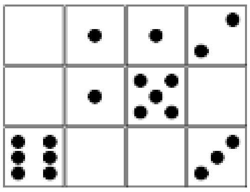
Figure 1

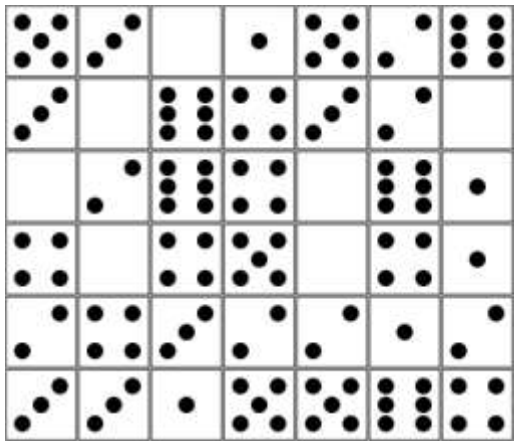
Figure 2

Pour chaque situation, nous pouvions donner exactement les dominos à placer ou au contraire en donner davantage, voire tous les dominos. Ceci permet d'adapter la tâche au niveau de l'élève. Ici encore le rôle du lycéen de seconde est essentiel, c'est lui qui va proposer à l'écolier ces différentes situations suivant son niveau, les formulations de raisonnement émises.

Pour les élèves plus âgés, nous avons repris l'atelier de l'APMEP Lorraine avec les deux variables de situation : tous les dominos ou seuls les dominos utiles. En revanche, au lieu d'inscrire les chiffres nous avons reproduit le domino mais sans tenir compte de son orientation.

Retour au sommaire





Nous avons vu apparaître des stratégies (examiner la position des doubles, examiner la position de dominos au coin de la grille, …) qui mettaient en œuvre des raisonnements par disjonction de cas, par condition nécessaire, … Tout ceci était mis en valeur chez les élèves par les lycéens de seconde.

Au niveau de l'organisation, nous disposions de six salles contigües dont deux équipées de trente ordinateurs chacune. Nous avions montré les différents ateliers aux lycéens de seconde quelques jours avant la kermesse (nous ne pouvions le faire plus en amont car les ateliers n'étaient pas prêts !). Les lycéens ont choisi l'atelier qu'ils voulaient encadrer et pendant une heure ont réfléchi à leur solution, aux prolongements possibles, aux différentes aides à apporter en cas de blocage, aux conjectures à faire émettre chez les élèves sous la direction d'un des deux enseignants responsables du labo ou d'un des trois stagiaires polytechniciens.

Après l'expérience de la première édition de la Kermesse des Mathématiques, nous allons procéder à quelques modifications dans l'organisation notamment dans l'encadrement des ateliers par les lycéens de Seconde. Pour ne pas trop perturber l'enseignement des classes de Seconde nous avions pris pour chaque journée tous les élèves de deux classes de Seconde. Cela évitait ainsi d'avoir des cours avec quelques élèves absents dans la journée. Cela n'a pas été

Retour au sommaire

satisfaisant dans la mesure où un certain nombre de lycéens n'ont pas joué le « jeu » soit par désintérêt, soit en raison de la difficulté de la tâche demandée. Nous nous sommes rendu compte que certains lycéens n'étaient pas capables de résoudre le problème, donc incapables d'aiguiller les élèves dans une bonne direction. Certains se limitaient à dire si la tâche était réussie ou non, ce qui pour beaucoup d'ateliers était évident pour l'élève. Certains élèves furent bloqués et c'est un des responsables, quand il s'en rendait compte et qu'il en avait le temps, qui les a débloqués. Pour éviter cette situation, nous avons décidé pour la prochaine édition de prendre des élèves de seconde ou de première volontaires et nous les formerons beaucoup plus en amont afin de s'assurer qu'ils puissent jouer complètement leur rôle. D'autre part, certains ateliers vont être revus pour qu'ils puissent vraiment remplir les objectifs visés cités au début de l'article.

De plus le laboratoire de maths du lycée va proposer à des classes d'école ou de collège de venir sur une durée de deux heures un jour de la semaine. Nous n'accueillerons alors qu'une seule classe et chaque classe sera partagée en trois ou quatre groupes. Chaque groupe travaillera sur un seul atelier (pour le cycle 3) ou sur deux ateliers (pour le cycle 4). Nous espérons que cette durée permettra aux élèves de dévoluer plus aisément la démarche expérimentale. Lors de la Kermesse des Mathématiques le temps imparti à chaque atelier ne permet pas à tous les élèves de mettre en œuvre cette démarche.

En conclusion, cette Kermesse a permis à beaucoup d'écoliers ou de collégiens de découvrir le lycée (« l'école des grands » comme disent les écoliers), de pratiquer des ateliers manipulatoires mathématiques et pour certains de faire vraiment des mathématiques en pratiquant une démarche expérimentale. Ce qui a été réussi pour tous, c'est la joie d'avoir participé à ces ateliers, ce qui n'est déjà pas si mal.
Une deuxième conclusion a été formative pour les enseignants du premier degré. Nombre d'entre eux ont découvert des ateliers riches au vu des mathématiques et réalisables avec peu de moyens et nous ont affirmé vouloir refaire certains ateliers dans leur classe.

Retour au sommaire

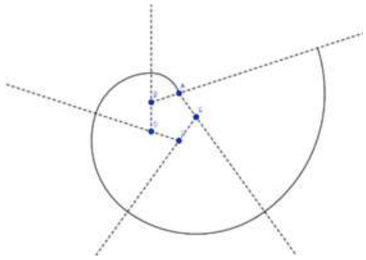
VU SUR LA TOILE

BLOGS DE PROFS

Gilles Waehren

Le format « blog », très à la mode il y a quelques années, commence à péricliter. Les professeurs ayant recours à ce mode de diffusion l'utilisent de nos jours principalement pour donner un accès à des documents pour leurs élèves (polycopiés, corrigés, …). Il est vrai qu'il est difficile de maintenir à jour ce genre de site Web quand on y travaille seul. Avant qu'ils ne disparaissent définitivement, je vous propose une sélection de certains d'entre eux, encore alimentés régulièrement.

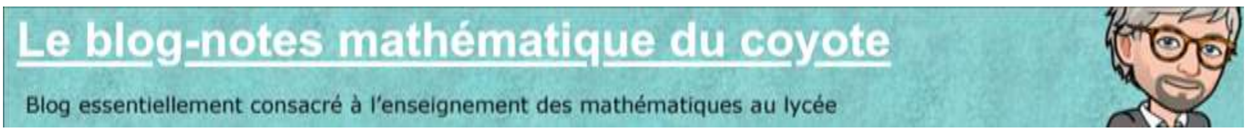
Déjà cité dans cette rubrique à l'une ou l'autre occasion, « Choux romanesco, vache qui rit et intégrales curvilignes » fourmille de curiosités mathématiques. Le dernier article en date présente différents intérêts du nombre 2020 et, notamment, cette particularité : « Un » spirale à 5 centres après 20 tours a une longueur de 2020π ».



Plus dynamique, le Blog enseignant des maths contient de nombreuses vidéos : des contenus de cours, certes, mais aussi des séquences plus culturelles (comme « Les petits contes mathématiques »).

À la date du 22 février 2020, on pourra travailler les taux d'évolutions avec cet extrait du journal de France 2 qui nous explique que passer de 1 euro à 17 euros représente une augmentation de 170 %. On y trouve également l'intégrale des « problèmes DUDU » (d'après le nom des auteurs du blog, qui s'appellent tous les deux Durand), des jeux mathématiques en ligne comme Mathadorix ou des affiches amusantes.

Blogdemaths n'est plus alimenté depuis janvier 2019 mais comporte beaucoup de mathématiques étonnantes. Ainsi, on peut y trouver une modélisation de l'augmentation du nombre de vaches dans le jeu Minecraft ou le lien entre les échecs et le nombre de Catalan. Math O' Man est un blog assez hétéroclite sur lequel se côtoient notes d'humeur et notes d'humour, mais aussi des énigmes parfois destinées à des niveaux bac+. On pourra ainsi résoudre le problème de la roue crevée et du rattrapage de devoir ou consulter la rubrique Maths et Arts et son article sur danse et mathématiques.



Le blog-notes mathématique du coyote est le blog de Didier Müller, professeur de mathématiques suisse, également auteur du site nymphomaths. Ces pages s'intéressent à tout ce qui touche aux mathématiques sur la toile et fait office de portail pour des chaînes comme « Deux (deux?) minutes pour... ». Un grand nombre des publications sont du niveau Lycée, ainsi on peut consulter les posts relatifs à la cryptographie ou aux statistiques amusantes.

Retour au sommaire

Automaths est un blog riche en figures, avec ces surfaces et volumes trompeurs, ou en animations, comme ces spirales construites sur le nombre π. On pourra y télécharger un « Timeline » mathématique, un bon moyen de travailler l'histoire des mathématiques en classe.

Pour terminer, signalons un blog anglophone, M+A+T+H=love , qui regorge de réalisations pour tous les niveaux. Parmi les plus récentes, des bricolages et des énigmes sur le thème de Noël sont à garder pour décembre 2020. Un certain nombre de posts sont consacrés à des activités de puzzles pour les cycles 2 et 3, par exemple, les problèmes de dominos.

Comme c'est souvent le cas pour les liens proposés dans cette rubrique, certaines des pages ciblées sont amenées à disparaître. Toutefois, si, par hasard, votre blog n'avait pas été ici répertorié, n'hésitez pas à nous fournir son adresse.

OFFREZ UNE ADHÉSION À UN PROFESSEUR STAGIAIRE, C'EST GRATUIT !

Vous êtes adhérent à jour de sa cotisation ; parrainez un professeur stagiaire et faites-lui part des ressources que vous puisez à l'APMEP, des échanges que vous entretenez pendant les journées régionales ou nationales, des partages que vous réalisez dans un groupe de travail de l'APMEP...

PREMIÈRE ADHÉSION À L'APMEP
RENOUVELLEMENT D'ADHÉSION

Retour au sommaire

POURQUOI ADHÉRER À L'APMEP(*) ?

Adhérer à l'APMEP, c'est :

- **promouvoir et défendre collectivement une certaine conception de l'enseignement des mathématiques** : donner à tout élève, à tout étudiant, la formation mathématique la plus adaptée à ses capacités, ses intérêts, ses besoins et ceux de la société... avec les moyens que cela nécessite ;
- **pouvoir disposer au moindre coût de publications** (revues, bulletins, brochures...) en prise avec l'actualité de l'enseignement, le plus souvent directement utilisables en classe ;
- **contribuer à donner à l'Association les moyens de faire face à ses frais de fonctionnement et à ses prestations gratuites** (site, sujets du DNB, du BAC, Publimath...) ;
- **participer au travail coopératif qui se fait à l'APMEP :** s'enrichir de ses retombées, faire bénéficier les collègues de ses propres apports.

(*) Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public « de la maternelle à l'université ».

Dans la revue de l'APMEP, vous trouverez les rubriques suivantes :

Opinions

Avec les élèves

Ouvertures

Récréations

Au fil du temps

Courrier des lecteurs

L'APMEP est totalement indépendante ; **elle ne vit que des cotisations et des productions de ses adhérents**.

De par son organisation interne et sa position hors « institution », elle est aussi un lieu :

- de libre parole où chacun peut s'exprimer en dehors de toute hiérarchie et y enrichir sa réflexion,
- de décisions et de propositions démocratiquement arrêtées,
- d'actions conduites en toute liberté.

Un enseignant seul ne peut se faire entendre sur les problèmes généraux concernant l'enseignement, alors que sa participation à **l'APMEP** peut permettre de formuler des revendications clés, d'agir, de peser.

Il y a urgence à être plus nombreux pour être plus forts !

Retour au sommaire

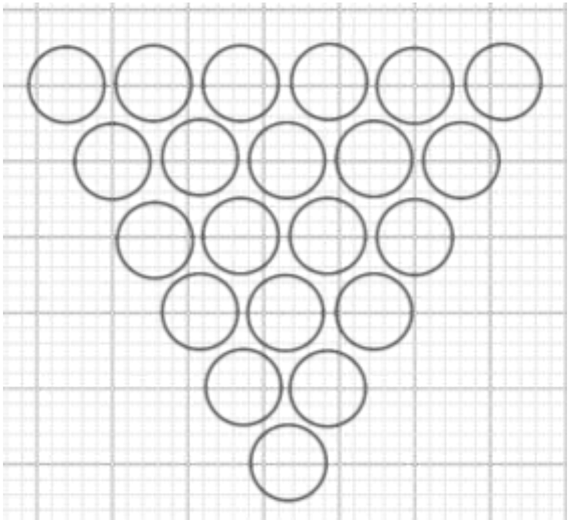
ÉTUDE MATHÉMATIQUE

SOMME DES CARRÉS[1]

Walter Nurdin

Il est habituel de démontrer la formule qui permet de calculer la somme des carrés des n premiers entiers par récurrence. On vous présente ici une méthode moins courante qui utilise le centre d'inertie d'un système.

Le triangle du système est équilatéral. Les boules ont la même masse unité. Pour des raisons de symétrie le centre de gravité du triangle est le même que le centre d'inertie du système formé par les boules.



Il y a une boule dont l'ordonnée est 1, deux boules dont l'ordonnée est 2, …, $\boldsymbol{n}$ boules dont l'ordonnée est $\boldsymbol{n}$.

Notons $\bar{y}$ l'ordonnée du centre d'inertie du système. Le centre de gravité est situé au $\frac{2}{3}$ des médianes auquel il faut ajouter 1 puisque le sommet du triangle a pour ordonnée 1 donc :

$$\bar{y} = \frac{2}{3}(n-1)+1$$

De plus toutes les forces sont en équilibre lorsqu'on concentre la masse sur le centre de gravité. Ainsi on a :

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i(y_i - \bar{y}) = 0$$

Les m_i étant les masses des boules concentrées au point d'ordonnée y_i ainsi $m_4 = 4$.
En développant cette somme on obtient :

$$1\times 1 + 2\times 2 + 3\times 3 + \cdots n \times n - \bar{y}\sum_{i=1}^{i=n} m_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} i^2 = \left(\frac{2}{3}(n-1)+1\right) n \frac{n+1}{2}$$

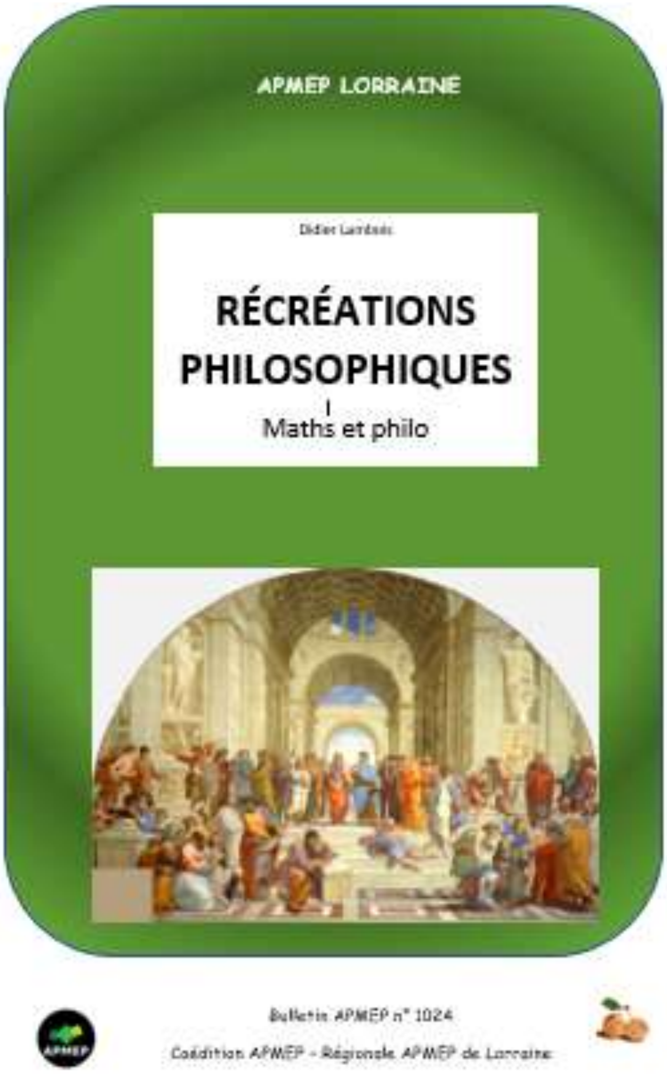
$$\boxed{\sum_{i=1}^{i=n} i^2 = n(n+1)\frac{2n+1}{6}}$$

[1] Inspiré du livre « Surprenantes images des mathématiques » de Georg Glaeser et Konrad Polthier. Belin:Pour la science.

Retour au sommaire

ANNONCE

« RÉCRÉATIONS PHILOSOPHIQUES MATHS ET PHILO »



Coéditée par l'APMEP et la Régionale de Lorraine, cette brochure rassemble les articles parus dans la rubrique « Maths et philo » du bulletin de notre Régionale, « Le Petit Vert ».

Brochure APMEP n° 1024 à paraître mi-mars 2020 Format A4, 80 pages quadrichromie

Prix public : 20 € Prix adhérent : 14 €

Si, pour nos élèves, les mathématiques et la philosophie semblent être deux planètes (même deux nébuleuses !) très éloignées l'une de l'autre, nous savons que mathématiciens et philosophes sont très proches, pour ne pas dire identiques : réflexion, rigueur, exigence de vérité… Nous nous battons tous « pour l'honneur de l'esprit humain », dit Jean Dieudonné.
Parce que nous enseignons les mathématiques, nous sommes tous amenés, un jour ou l'autre, à évoquer le nom des grands penseurs qui ont fait progresser notre science : Descartes, Leibniz, Aristote… Mais que savons-nous d'eux ?
Parce que nous sommes professeurs, nous nous interrogeons aussi sur le sens qu'il faut donner à notre enseignement, sur ce qui peut faire obstacle à la réussite de nos élèves. Mais comment y voir plus clair ? Nous aimons réfléchir, nous divertir aussi. Ces « récréations philosophiques » nous proposent quelques promenades aventureuses dans l'histoire de la pensée, quelques divertissements pour répondre à notre curiosité, ou peut-être pour l'aiguiser davantage encore.

Retour au sommaire

Maths et Arts

DÉCORS GÉOMÉTRIQUES DE L'ÉGLISE D'ÉTON (MEUSE)

François DROUIN

Le village d'Éton fut détruit par l'armée allemande le 24 août 1914. En 1919, le terrain a été déblayé et venu de Saint Étienne, l'architecte Paul Noulin-Lespès s'est occupé de la reconstruction du village.

L'église paroissiale présente sur le sol et sur les murs des décors qui attirent le regard du visiteur.

À l'entrée, un carrelage laisse voir de nombreux carrés. Sur cette partie photographiée, aucun carreau n'a été placé entier. Cela peut devenir un prétexte pour en dessiner un sur une feuille de papier ou sur l'écran d'un ordinateur.

Sur le seuil de la porte d'entrée, une frise accueille nos pas. Le carrelage montre un motif qui se répète, mais son étude donne envie de retrouver le dessin minimal permettant de retrouver le déroulement de la frise.

Dans l'église, une seconde frise entoure l'espace réservé aux bancs. Deux types de carreaux ont été utilisés, la jonction aux coins des motifs ne satisfait pas notre regard. Une version plus agréable à regarder peut être redessinée sur une feuille de papier ou sur un écran d'ordinateur.

Retour au sommaire

MATHS ET ARTS

… ET π C’EST TOUT

Christelle a reçu une invitation au vernissage de cette exposition. Le lieu était singulier (la permanence d’un député), le titre donnait envie d’en savoir plus sur Stan Géant et ses œuvres. L’historique de ses productions depuis 2003 montre comment cet artiste autodidacte mais de formation scientifique et informatique met actuellement en œuvre des algorithmes pour concevoir ses toiles.
Nous avions relayé l’info sur notre site, le contact a été facile avec l’artiste rencontré ce jour-là.

Il adore les maths et a envie d’en montrer leur beauté en cette époque où elles sont souvent mal appréciées. Dans son atelier, pas de petit bonhomme en bois, mais des compas, des règles et des instruments de mesure divers. Il ne cherche pas à faire du figuratif, il conçoit ses œuvres par ordinateur à partir d’algorithmes, puis il prend ses règle et compas et peint ensuite directement sur toile.

Il a expliqué la genèse de cette œuvre : des photos ont été prises au fur et à mesure, permettant de voir une sorte de film. La position des disques a été générée par ordinateur, ainsi que leur taille aléatoire et leur couleur (plus de vingt couleurs utilisées). Ce travail est très long…
À la fin, les cercles ont été peints ainsi que le fond noir pour avoir le maximum de contrastes.

Pour positionner les centres, des coordonnées polaires en « ρ, θ » sont utilisées car plus pratiques. Pour cela, une pointe est fixée au centre de la toile. Sur chaque côté, sont indiquées les mesures d'angle, au degré ou demi degré près (le tableau est grand, autorisant cette précision). Puis avec la longueur de la ficelle, chaque centre est positionné avec précision.

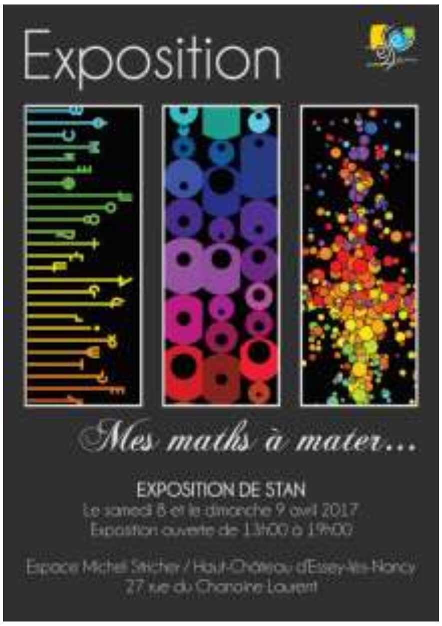
Pour les tableaux en forme d'engrenages, sept cercles concentriques sont construits, avec des décrochages aléatoires. Ainsi chaque tableau est unique. L’artiste "s'empare du hasard". Comment ce choix était fait n’a pas été précisé.
Christelle a pensé à la création d’un « QRtableau » l’artiste semblait plutôt d'accord.

Retour au sommaire

Parmi les œuvres exposées

Le travail fait avec des élèves CE1 CE2 a été évoqué : Des bandes ont été tracées à l'aide de droites parallèles, des cercles de rayon 1cm, 2cm, 3cm, 4cm ou 5cm ont été tracés dans les bandes. Pour choisir, les élèves devaient lancer un dé, d'où l'aspect aléatoire de l'œuvre. Les élèves ont de quoi être fiers de leurs œuvres !
L'artiste a l'autorisation de l'Éducation Nationale pour intervenir dans les écoles. Cette intervention lui a beaucoup plu et il est prêt à la refaire. Préférant intervenir près de Nancy, il se dit prêt à bouger un peu plus si le projet est intéressant.

En 2012



En 2017

Stan Géant expose régulièrement dans l'agglomération nancéienne. Le Petit Vert aura sans doute l'occasion d'en reparler.

Remarque
L'invitation reçue par Christelle faisait suite à une interpellation du député au sujet des « maths au lycée » avec la « réforme Blanquer ».

Retour au sommaire

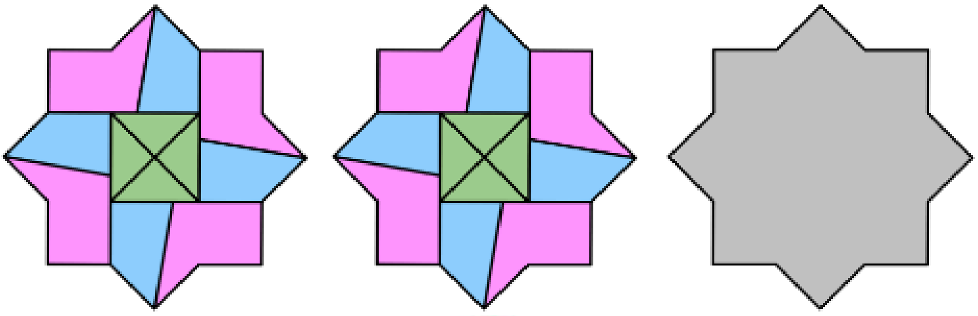
MATHS ET DÉCOUPAGES

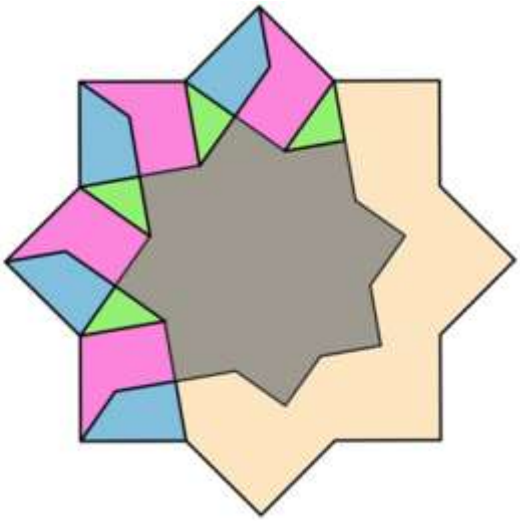
TRISECTION DE L'OCTOGONE ÉTOILÉ

Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

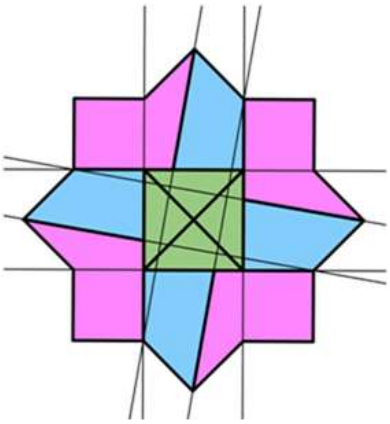
Le Petit Vert n°139 a présenté les trisections du carré imaginées par Christian Blanvillain et a donné des liens vers celles trouvées auparavant par Abù'l Wafà, Perigal, Frederikson, etc. Le Petit Vert n°140 a abordé des trisections du triangle équilatéral. D'autres polygones peuvent-ils faire l'objet de trisections ?

Fathi explore depuis un certain temps les possibilités de découpage du sceau de Salomon et en a trouvé une trisection présentée en octobre 2019 lors des Journées Nationales de Dijon.





La zone jaune sera recouverte par les pièces du deuxième petit octogone étoilé.



Le découpage des deux premiers polygones se fait en n'utilisant qu'une règle non graduée. Il peut faire l'objet d'une recherche en classe.

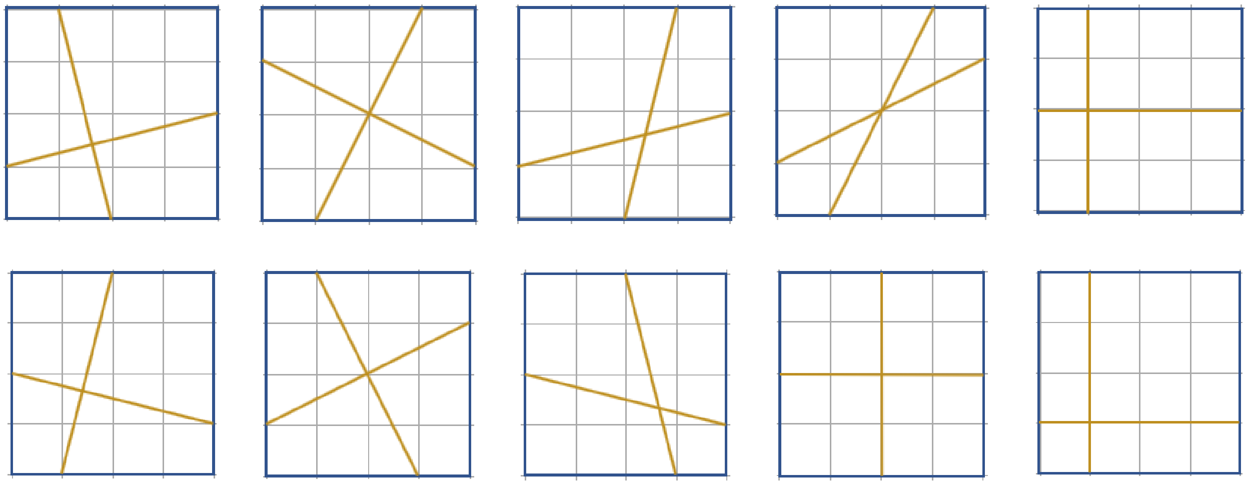
Retour au sommaire

MATHS ET JEUX

AVEC LES PIÈCES DU JEU « RAIZO » (PARTIE 1)

Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

Les pièces



Examen des pièces

Chaque pièce et traversée de haut en bas par un premier segment et de droite à gauche par un second segment. Pour chaque pièce, ces deux segments ont même longueur.
Dix pièces ont été trouvées. Sommes-nous certains de ne pas en avoir oubliées ?

La feuille de recherche mise en téléchargement sur le site vous aidera à répondre à cette question.

Voici l'argumentation de Sébastien.
J'ai essayé d'énumérer toutes les positions possibles des segments respectant la règle des deux segments égaux, et d'éliminer les versions obtenues par rotation :

- Cas des segments de quatre carreaux (donc verticaux et horizontaux) : trois positions horizontales et trois verticales donc neuf pièces possibles.
    - La pièce avec une verticale au premier carreau et une horizontale au premier carreau donne quatre pièces de la liste.
    - La pièce avec une verticale au premier carreau et une horizontale au deuxième carreau donne quatre pièces de la liste
    - La 9ème est celle avec une verticale et une horizontale au 2ème carreau.

      On obtient trois pièces différentes pour notre jeu.

- Cas des segments diagonales d'un rectangle d'un carreau par quatre : deux positions (penché à gauche ou à droite) dans le 2ème carreau et deux positions dans le 3ème carreau, donc quatre positions possibles en horizontal comme en vertical donc seize pièces possibles.
    - Sur mes documents, on voit que cela donne quatre ensembles de quatre pièces obtenues par quart de tour (le « 1 » pour une des pièces et les croix pour éliminer les autres versions).

      On obtient quatre pièces différentes pour notre jeu.

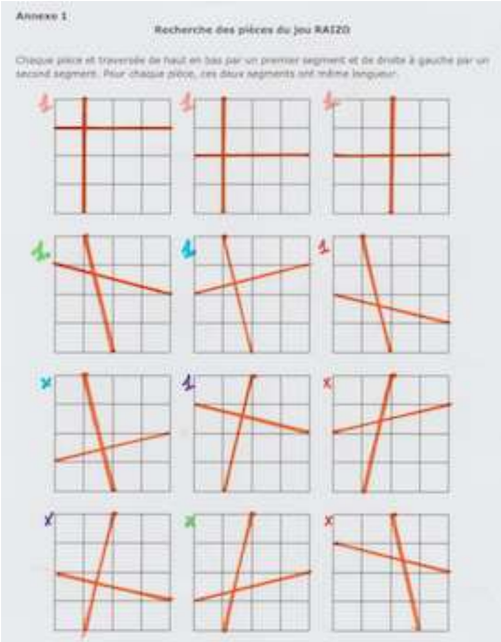
Retour au sommaire

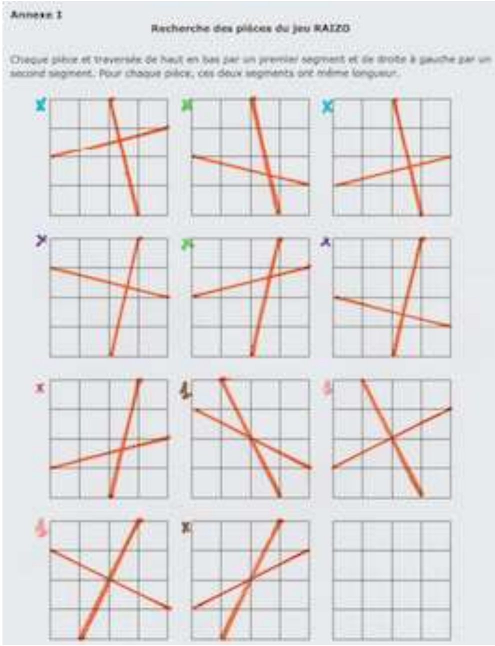
- Cas des segments diagonales d'un rectangle de deux carreaux par quatre : deux positions (penché à droite ou à gauche) dans les deux carreaux du milieu, en vertical comme en horizontal donc quatre pièces possibles.
    - Sur mes documents, on voit que ces pièces ont un centre de symétrie mais que seule la pièce où la croix est à angle droit n'a pas ses axes de symétrie sur les diagonales du carré, elles donnent deux pièces différentes par rotation d'un quart de tour. L'autre croix donne deux pièces identiques après rotations de quarts de tour.

      On obtient donc trois pièces différentes pour notre jeu.

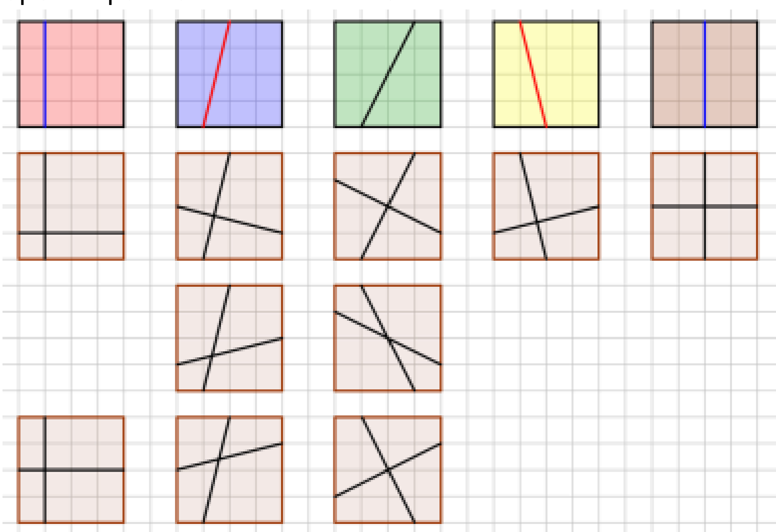
Je trouve donc un total de dix pièces.

<u>Documents fournis par Sébastien</u>





L'argumentation proposée par Fathi est très visuelle.



Selon l'âge et les connaissances de l'utilisateur des pièces, divers contenus mathématiques pourront être utilisés pour justifier la perpendicularité constatée visuellement pour sept des pièces : propriétés du quadrillage, théorème de Pythagore, triangles isométriques, triangles semblables, coefficients directeurs de droites, vecteurs orthogonaux, etc.

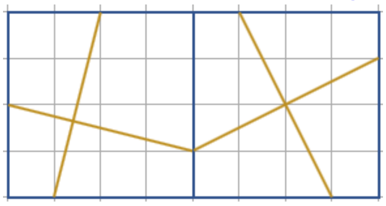
Huit pièces admettent au moins un élément de symétrie, mais actuellement les élèves n'ont guère l'habitude de justifier qu'une figure est symétrique.

Retour au sommaire

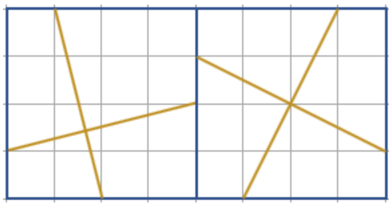
Règle de juxtaposition des pièces

Des pièces à dupliquer et découper sont mises en téléchargement sur notre site.

Deux pièces peuvent être accolées lorsque qu'il y a raccordement des lignes qui les traversent.



OUI



NON

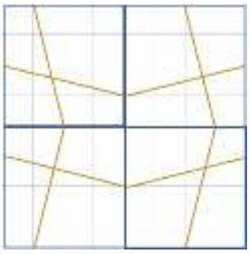
Premières manipulations

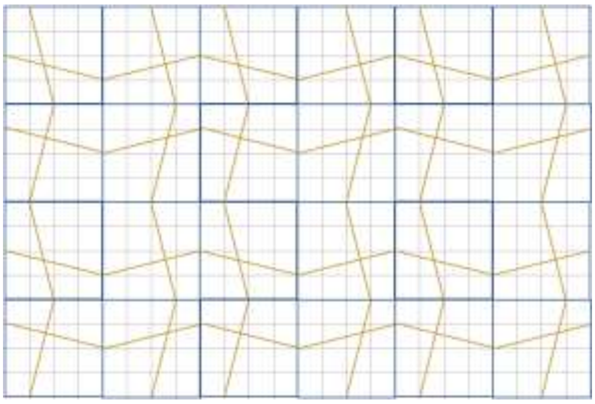
Assemblez le plus possible de pièces pour obtenir des rectangles et des carrés. Les pièces fournies prêtes à découper montrent un rectangle 5x2 réalisé avec les 10 pièces. Existe-il d'autres façons d'obtenir ce rectangle ?

Avec neuf des pièces, réalisez un carré 3x3 ». Une pièce a été mise à l'écart. Toute pièce peut-elle être mise à l'écart pour réaliser ce carré ?

Assemblages pour des motifs de pavages

Il y a correspondance pour les sorties des segments en haut et en bas ainsi que à droite et à gauche. Cet assemblage de quatre pièces devient un motif de pavage.





Quelles pièces peuvent servir de motifs de pavages ? Quels autres assemblages de pièces peuvent servir pour paver ? Réussirez - vous à construire un carré 3x3 motif de pavage ?

Des patrons de solides

Un patron de cube peut-il être réalisé en utilisant six des dix pièces du jeu ?

Un patron de pavé 1x1x2 peut-il être réalisé en utilisant les dix pièces du jeu ?

Affaire à suivre…

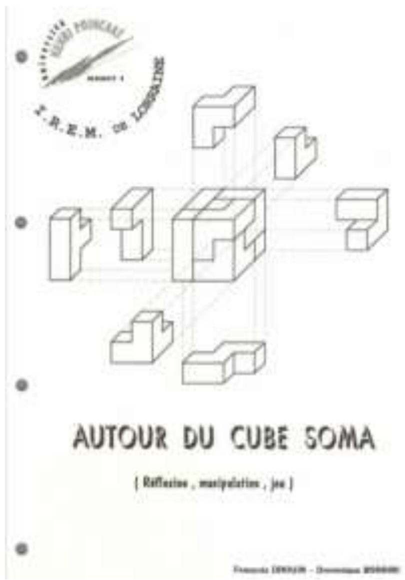
Le Petit vert n°142 apportera des réponses aux questions posées dans cet article, présentera le jeu qui a donné l'idée des pièces du jeu RAIZO (comme « réseau ») et quelques variantes imaginées par les membres du groupe.

Retour au sommaire

MATHS ET JEUX

ÉTAPE APRÈS ÉTAPE AVEC LES PIÈCES DU CUBE SOMA

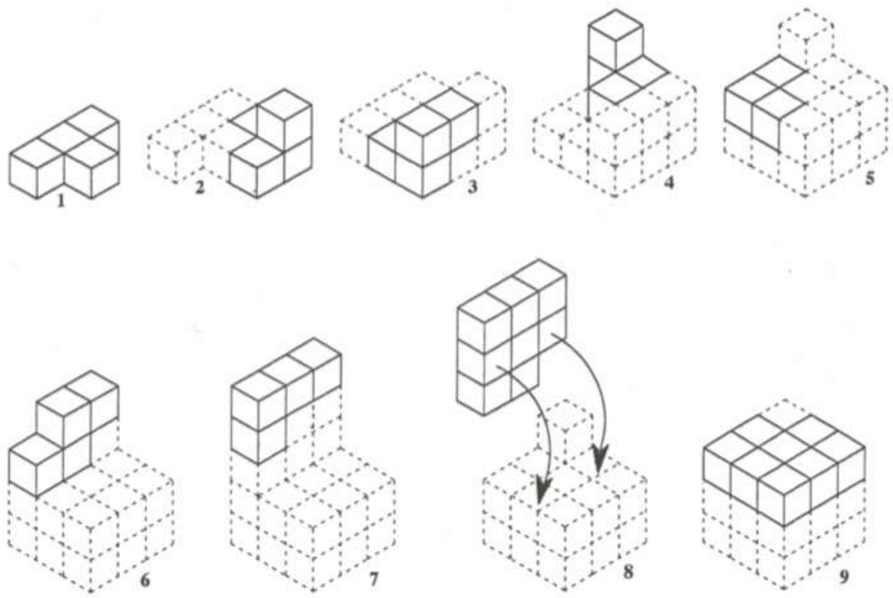
François DROUIN



http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/LO/ILO96036/ILO96036.pdf

La brochure « Autour du cube SOMA » éditée en 1995 par l'IREM de Lorraine contient un certain nombre de réalisations de solides à construire étape après étape ».
Les activités avaient été imaginées pour faire travailler la vision dans l'espace à des élèves de 6ème de collège et de 5ème SES (actuellement SEGPA).
La brochure est en noir et blanc, le coloriage des dessins avec les couleurs des pièces utilisées est suggéré : cela a permis l'exploitation des fiches avec diverses collections de pièces.
En 2020, l'envie est venue d'harmoniser les couleurs des pièces utilisées lors de nos expérimentations en Meuse et pour les documents déposés sur le site de la régionale APMEP Lorraine.
Les utilisateurs de notre exposition régionale retrouveront des pièces de mêmes couleurs parmi celles proposées dans le stand « 1 – Polycubes ».
En 2020, est également venue l'envie de reprendre ces étapes de construction pour les proposer à de jeunes enfants et les adultes de leur entourage.

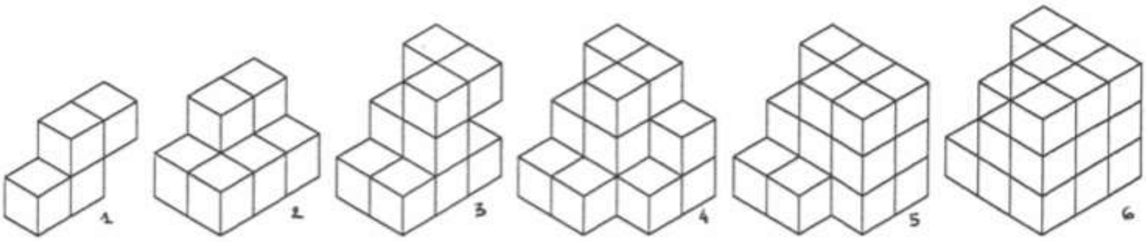
« Autour du cube SOMA » (1)



Pour ce premier type de visualisation, le joueur doit reconnaitre la pièce utilisée et son placement sur le solide construit. Ce type de construction est dans l'ensemble assez bien réussi.

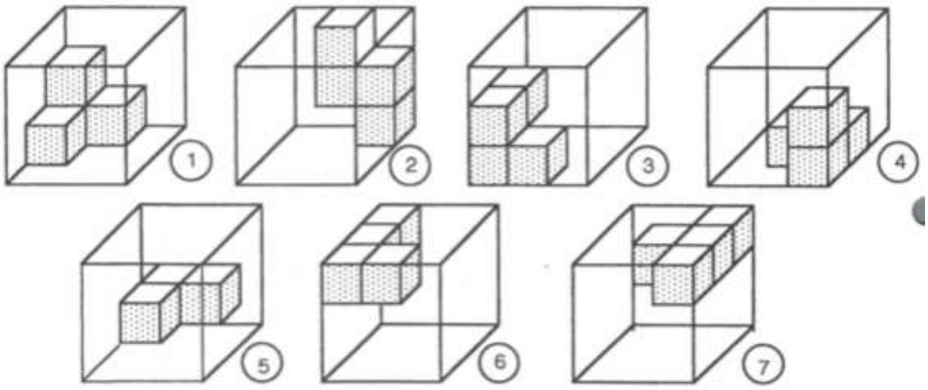
Retour au sommaire

« Autour du cube SOMA » (2)



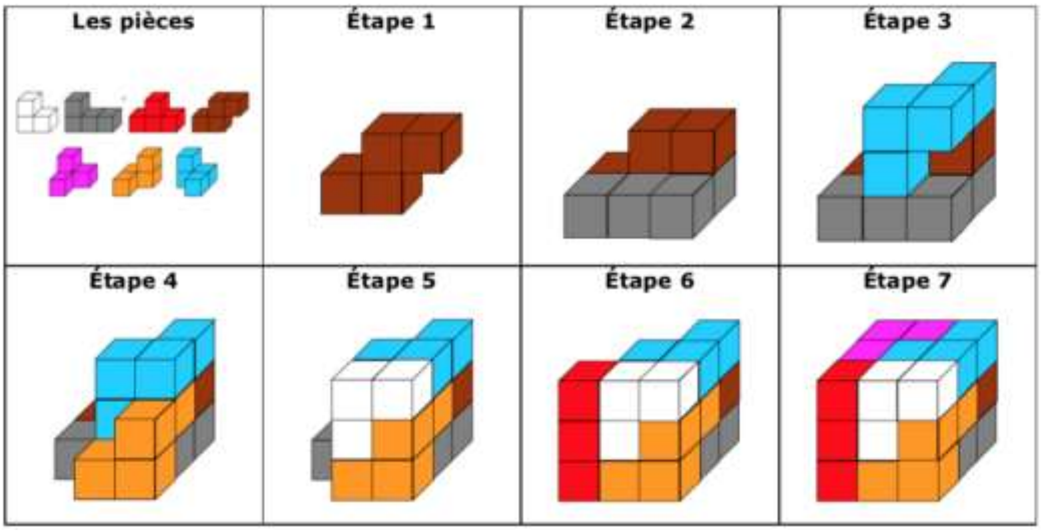
Ce type de représentation est plus difficile à analyser. Il était proposé de colorier en rouge la pièce placée à l'étape 1, de la colorier de même dans les cinq autres étapes (le placement de la septième pièce comblant l'espace non dessiné à l'étape 6). Cinq autres couleurs étaient utilisées pour le dessin des placements des autres pièces. Une réflexion et une manipulation de pièce sont nécessaires pour comprendre quelle pièce a été choisie à l'étape 2, puis à l'étape 3, etc. Des erreurs de coloriage ont perturbé des manipulations de pièces.

« Autour du cube SOMA » (3)



Ce type de représentation nécessite un va-et-vient entre l'objet à manipuler, sa représentation et son positionnement dans le cube à construire. Le placement des pièces se fait après réflexion, laissant peu de place à des stratégies d'essais-erreurs. La construction n'a pas toujours été réussie.

Étape après étape et en couleurs



Ce type de document a été imaginé en 2020 pour être utilisé en famille avec de jeunes enfants (ou en classe avec de très jeunes élèves).

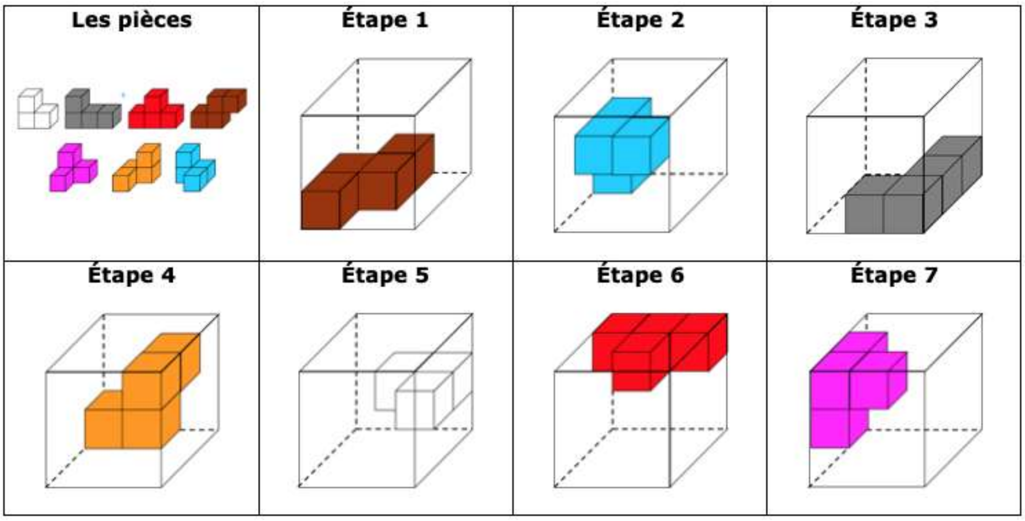
Retour au sommaire

Des documents sont téléchargeables sur notre site :

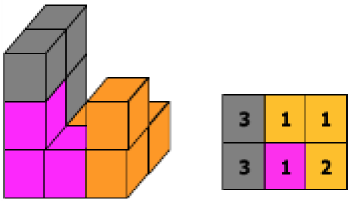
Les deux premiers reprennent des propositions de la brochure « Autour du cube SOMA », le troisième reprend des dessins de solides mis en compléments du stand 16 de notre exposition régionale, le quatrième utilise des dessins de solides d'une autre brochure de l'IREM de Lorraine.

Ces sept étapes peuvent être utilisées imprimées sur un seul document ou découpées comme les cartes d'un jeu afin de reconstituer petit à petit le solide dessiné. Une progressivité dans la recherche peut être envisagée : proposer un certain nombre d'étapes, cacher les suivantes et proposer le dessin de l'étape 7. Les adultes ou les enfants plus âgés pourront utiliser directement le dessin de cette dernière étape.

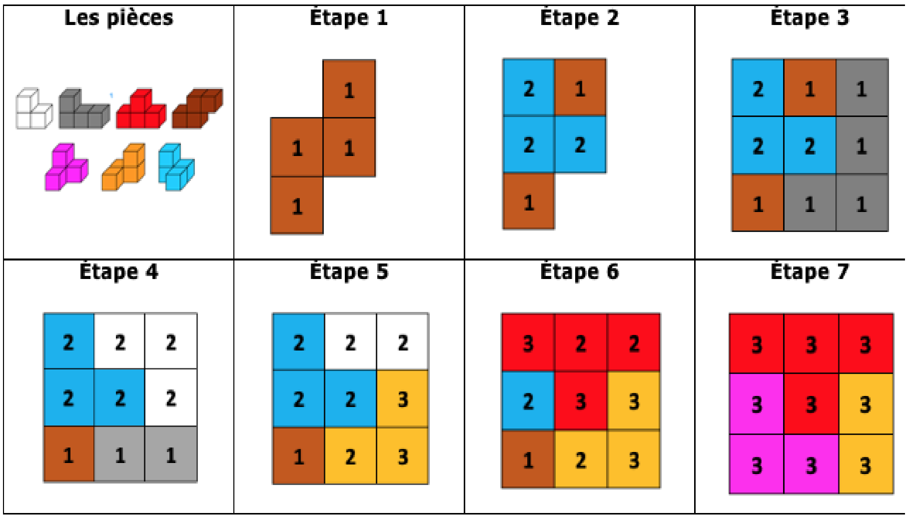
Dans le cinquième document, seule la pièce à placer est dessinée positionnée dans le cube. En 1995, des traits pleins indiquaient les arêtes du cube à construire, en 2019, l'utilisation de pointillés facilitera la tâche des élèves. Les propositions reprennent certaines des solutions présentes dans la brochure « Autour du cube SOMA ».



Le codage utilisé dans le sixième document



Voici le codage d'un assemblage de trois pièces du jeu : dans chaque case de la vue de dessus est indiqué le nombre de cubes de chaque colonne formant le solide.



En complément

Ce premier document présente étape après étape, neuf façons différentes de construire le cube avec les sept pièces.

Dans ce deuxième document, les neuf façons précédentes sont reprises et codées en utilisant les couleurs des pièces.

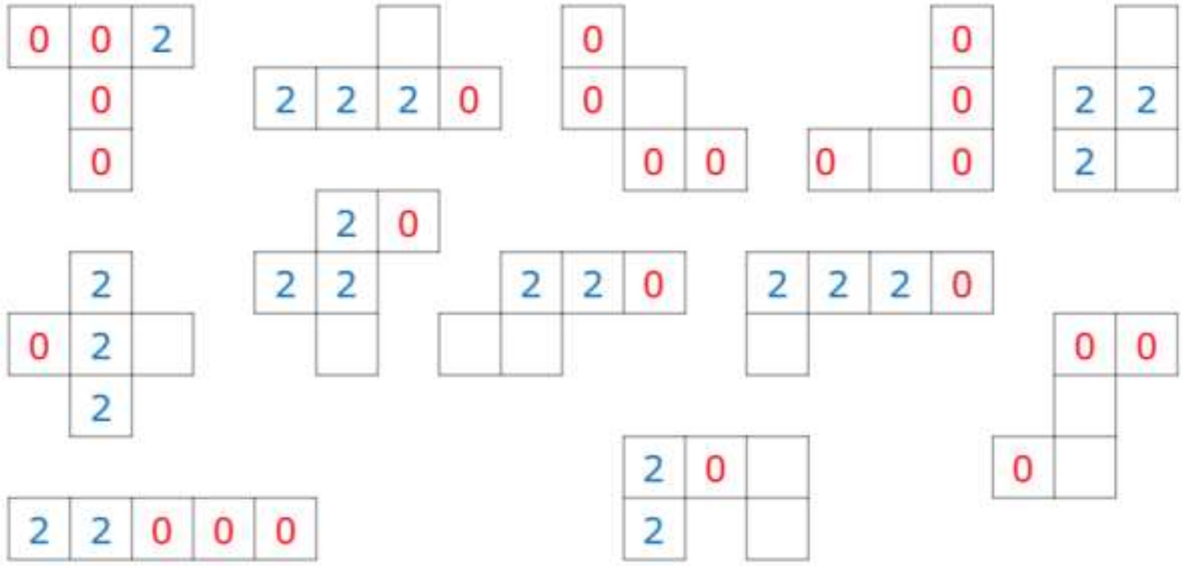
De la page 27 à la page 31 de ce troisième document, sont dessinées les constructions pièce par pièce d'un certain nombre de solides (certains d'entre eux sont bien connus des amateurs de cube Soma, d'autres le sont moins).

Retour au sommaire

MATHS ET JEUX

DES PENTAMINOS POUR 2020
(Année des mathématiques)

D'après une création pour l'an 2000 (année des mathématiques) d'un élève du club « Maths » du collège Les Avrils à Saint-Mihiel



Assemble les 12 pièces pour former un rectangle et découvrir ce qui se cache parmi tous ces chiffres colorés.

LA PHRASE DU TRIMESTRE

« Le but de l'instruction n'est pas de faire admirer aux hommes une législation toute faite, mais de les rendre capables de l'apprécier et de la corriger. Il ne s'agit pas de soumettre chaque génération aux opinions comme à la volonté de celle qui la précède, mais de les éclairer de plus en plus, afin que chacun devienne de plus en plus digne de se gouverner par sa propre raison. »

Nicolas de Condorcet

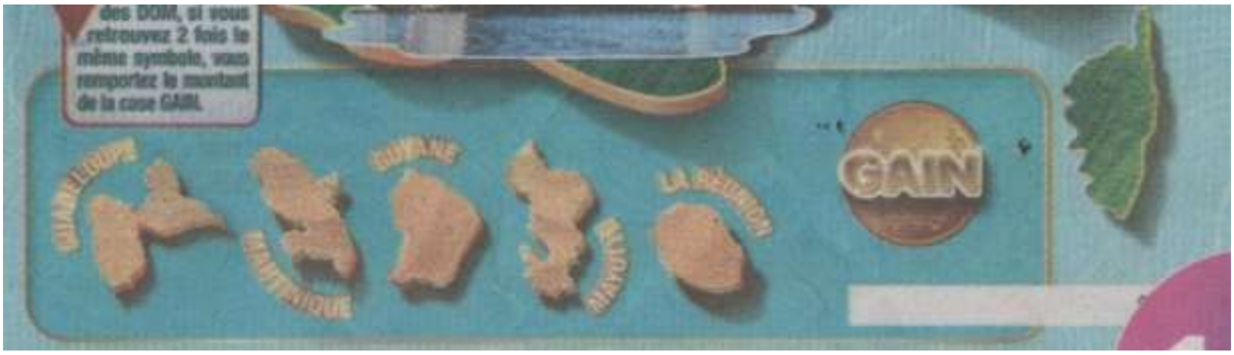
« Sur l'instruction publique » (1791-1792), dans *Œuvres*, Condorcet, éditions. Firmin-Didot, 1847, t. 7, second mémoire (« de l'instruction commune pour les enfants »), p. 212 - sur l'instruction publique.

Retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

GUYANE ET ÎLES DE FRANCE

Le 26 septembre 2019, la « Française des Jeux » et la « mission patrimoine » ont payé une page entière de l’Est Républicain pour faire la promotion d’un tirage de loto dont une partie des sommes récoltées a servi à la restauration de certains monuments.



Le bas de la reproduction du ticket de jeu montre la Corse et les Départements d’Outre-Mer représentés sans le souci d’une échelle commune : Mayotte semble presque aussi vaste que la Guyane, et que dire de la Corse !

Si la distance nord-sud de la Corse est prise comme unité, il est tentant de se poser la question des distances nord-sud à utiliser pour représenter à la même échelle les Départements d’Outre-Mer évoqués.

Pour nos lecteurs, voici quelques informations fournies par Wikipédia.

Guadeloupe	Martinique	Guyane	Mayotte	La Réunion	La Corse
1 080 km^2	1 128 km^2	83 534 km^2	374 km^2	2 512 km^2	8 680 km^2

ANNONCE

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LORRAINE 2020

Le **rallye mathématique de Lorraine**, en partenariat avec Texas Instruments, est proposé aux troisièmes de collège et de LP et aux secondes de LGT et de LP de notre académie. La participation au rallye mathématique de Lorraine est **gratuite**.

L'épreuve de cette année aura lieu **le 3 avril 2020 de 10h à 12h**.

Les inscriptions se font en ligne **avant le 1er avril 2020**.

Retour au sommaire

MATHS ET PHILOSOPHIE

MORALE ET MESURE

Didier Lambois

Tout comme la logique, la morale se définit comme étant une « science » normative. La logique nous donne les règles à suivre pour bien penser, la morale nous donne les règles à suivre pour bien agir. Ces deux disciplines ne cherchent pas à expliquer ce qui est, elles définissent ce qui doit être ; en ce sens ce sont deux disciplines normatives[1].

Mais nous savons qu'aujourd'hui il est difficile de parler de « la » logique, au singulier : qu'en est-il pour « la » morale ?

« Que dois-je faire ? »

Toute morale part d'une question qui peut paraître simple, mais qui s'avère en réalité très complexe : « que dois-je faire ? ». Cette question ne renvoie pas à ce que je dois faire pour être « heureux », c'est-à-dire pour satisfaire mes désirs ou mes intérêts, la question porte ici sur ce que je dois faire parce que c'est mon devoir d'homme. Autrement dit, la question s'adresse à un homme qui veut être homme, à un homme qui veut pouvoir se regarder en face, sans avoir honte de lui.

Le devoir moral n'est pas « relatif » à ma personne, à mon bien-être, il se présente à ma conscience comme un « absolu » auquel nul ne doit déroger sous peine de s'exclure de l'humanité et de retomber au rang de l'animal. Mais ce devoir est-il toujours bien défini ? C'est ce que s'efforce de faire cette discipline que nous appelons « la morale ».

En mettant l'accent sur la finalité sociale de la morale, autrement dit en admettant que le but de la morale est de rendre possible une vie en commun qui soit juste et harmonieuse, nous pourrions penser que nos devoirs sont assez clairs : nous ne devons pas tuer, nous ne devons pas voler, nous ne devons pas mentir… Mais en regardant chacune de ces assertions de plus près, nous voyons très vite que cela n'a rien d'évident. Si aucune autre solution n'est possible, ne serait-ce pas un devoir que de tuer celui qui s'apprête à commettre des crimes monstrueux ? Robin des Bois n'a-t-il pas raison de voler les plus riches pour donner aux pauvres ? Et pour le mensonge…

TEST Extrait du magazine *Philosophie,* n°2 (magazine disponible en kiosque)
Une femme âgée sait que son fils a émigré dans un pays lointain. Ce dernier ne lui donne pas de nouvelles mais elle se console à l'idée qu'il y vit heureux. Récemment, vous avez appris que son fils était décédé depuis plusieurs années. Vous savez qu'une telle nouvelle rendrait cette femme plus malheureuse qu'elle ne l'est déjà. Un jour vous la rencontrez et elle vous demande si vous avez des nouvelles de son fils. Quelle serait, selon vous, l'action moralement juste ?
A. Lui dire la vérité et lui annoncer la mort de son fils.
B. Lui mentir afin de ne pas la rendre trop malheureuse.

[1] Le mot latin *norma* (norme) désigne une équerre. Est normal ce qui est perpendiculaire ; par suite, ce qui ne penche ni à droite ni à gauche, ce qui se tient dans un juste milieu. C'est à partir de ce sens premier que le mot prend par la suite le sens de ce qui est conforme à ce qui doit être, ce qui est équitable, ce qui est juste, droit, ou encore le sens de la moyenne, de ce qui se rencontre le plus fréquemment (température normale).

Retour au sommaire

Faut-il penser que c'est la conformité aux principes moraux essentiels à toute vie en société qui fait la valeur morale d'un acte ? Faut-il penser au contraire que seules les conséquences d'un acte font sa valeur morale ?

Nous voyons ici que deux morales s'opposent. Si nous pensons que, quelles que soient les circonstances et quelles que soient les conséquences, nous ne devons jamais déroger aux règles essentielles de la morale, nous avons une conception que nous qualifierons de « déontologique ». Si nous pensons que ces règles ne sont jamais des absolus et qu'il faut parfois savoir s'y soustraire lorsqu'elles peuvent engendrer des conséquences négatives nous avons une attitude « conséquentialiste »[2].

Pour le « déontologiste » il ne peut y avoir deux poids deux mesures : les principes sont ce qu'ils sont et nous devons les respecter. Kant (1724-1804) peut être considéré comme déontologiste lorsqu'il affirme que nous n'avons pas le droit de mentir, même à des assassins qui nous demanderaient où se cache notre ami innocent[3].

Implicitement, les « conséquentialistes » introduisent en morale une idée de « mesure ». Ce qui compte, en morale, ce n'est pas de respecter certaines règles mais c'est de faire en sorte qu'il y ait dans le monde le moins de mal possible. C'est par exemple ce qu'affirment les utilitaristes[4] comme Bentham (1748-1832) ou Stuart Mill (1806-1873).

Mais la formule qui fera la célébrité des utilitaristes se trouve déjà chez Hutcheson[5] : *« l'action la meilleure est celle qui produit le plus grand bonheur pour le plus grand nombre »*, et c'est à partir de ce moment que la morale peut devenir un savant calcul.

Hutcheson et le calcul moral

Nous ne chercherons pas ici à discuter la valeur des théories conséquentialistes mais nous nous contenterons de mettre l'accent sur la forme particulière que cette morale prend chez Hutcheson, car en voulant systématiser le travail déjà commencé par Shaftesbury (1671-1713), Hutcheson va lui donner une forme mathématique qui peut surprendre à cette époque.
Dans ses *Recherches sur l'origine de nos idées de beauté et de vertu* (*Inquiry into the origin of our ideas of beauty and virtue,* 1725), on peut dire que Hutcheson va « mathématiser » la morale. Laurent Jaffro[6] précise que : « *Jusqu'à la 3e édition incluse (1729), des formules mathématiques sont proposées sous la forme d'égalités entre des sortes de grandeurs qui sont symbolisées par des lettres. (…) La 4e édition paraphrase les formules sans les reproduire* ».

---

[2] Si vous avez répondu A au test, vous avez une approche déontologique. Si vous avez répondu B vous êtes plutôt conséquentialiste.
[3] *Sur un prétendu droit de mentir par humanité*, 1797.
[4] L'utilitarisme est une doctrine morale développée par Bentham et Stuart Mill qui, partant de l'idée que l'homme n'agit que pour ce qui lui est profitable, affirment que le but de la société doit être *« le plus grand bonheur du plus grand nombre* ». Cette doctrine fait de l'utilité le seul critère de la moralité.
[5] Francis Hutcheson (1694-1747), philosophe d'origine irlandaise, professeur à Glasgow, il est à l'un des fondateurs de l'école philosophique « écossaise ». Auteur de nombreux ouvrages de morale, il fait consister la vertu dans la bienveillance et le désintéressement. Dans *Recherches sur l'origine de nos idées de beauté et de vertu* (1725) il établit l'existence d'un « sens moral » et d'un sens du beau qui jugent de la bonté et de la beauté comme notre goût peut juger des saveurs.
[6] Professeur de philosophie morale à l'université Panthéon-Sorbonne, spécialiste de la philosophie morale britannique du XVIIIe siècle. Il est, entre autres, l'auteur d'un article paru dans la revue « Philosophiques » intitulé : « La mesure du bien. Que calcule le calcul moral de Hutcheson ? » Nous reprenons ici l'analyse précise qui y est faite ; l'article est consultable.

Retour au sommaire

Portrait de Francis Hutcheson par Allan Ramsay, 1745

Hutcheson est bien conscient que cette mathématisation peut surprendre : « L'application d'un calcul mathématique à des sujets moraux, apparaîtra peut-être d'abord extravagante[7] », mais il est persuadé qu'elle peut nous éclairer.

Hutcheson formalise, par exemple, la phrase déjà citée : *« l'action la meilleure est celle qui produit le plus grand bonheur pour le plus grand nombre* ». En notant H le bonheur, N le nombre de personnes heureuses, et V la vertu, il obtient la formule V = HN ; l'action la plus vertueuse dépend du nombre de personnes qu'elle rend heureuses. Lorsque N = 1, V = H.
Laurent Jaffro fait bien remarquer qu'il ne s'agit pas, pour Hutcheson, de définir une quantité par une autre quantité car nous avons affaire à des quantités hétérogènes. V est un bien moral, H un bien naturel[8], et N un simple nombre. Leur mise en relation permet simplement d'apprécier la moralité d'une action x et d'une action y.

Mais Hutcheson ne se contente pas de ce conséquentialisme qui sera repris par les utilitaristes. La moralité d'une action varie aussi, selon lui, en fonction des dispositions dont elle émane. Hutcheson explique que l'importance morale d'une action, c'est-à-dire la quantité de bien public qu'elle produit (qu'il note M), est en « raison composée » de sa bienveillance (notée B, comme *benevolence*) et de ses capacités (notées A, comme *ability*). La bienveillance est la disposition *morale* qui consiste à vouloir du bien aux autres, et les capacités sont les moyens *naturels* dont nous disposons pour agir, par exemple nos facultés intellectuelles. M = BA.

« *Les raisons composées sont celles qui sont faites par la multiplication de deux ou plusieurs raisons multipliées les unes par les autres, c'est-à-dire par le produit des antécédents et des conséquents. Par exemple, la raison de 6 à 72 est une raison composée de 2 à 6, et de 3 à 12, c'est-à-dire formée du produit des antécédents 2 et 3, et des conséquents 6 et 12.* » Louis de Jaucourt[9], *Encyclopédie.*

[7] *Recherches sur l'origine de nos idées de beauté et de vertu*, section III., 2ème partie, édition 1726.
[8] Pour Hutcheson le bien naturel n'est qu'une forme d'avantage qui procure le bien-être et qui peut susciter l'envie. Le bien moral se confond, lui, avec la vertu ; il est intentionnel et suscite non pas l'envie mais l'estime. Mais affirmer que la vertu (V) consiste à produire du bonheur (H) ne contredit en rien l'idée que le bonheur puisse être dans la vertu elle-même (voir Petit Vert n° =.
[9] Médecin et savant aujourd'hui oublié, Louis de Jaucourt (1704-1780) a été le collaborateur le plus prolifique de *l'Encyclopédie*. Surnommé « *l'esclave de l'Encyclopédie* » il a écrit 17 395 articles, soit 28 % du volume de texte.

Retour au sommaire

M est un « *compound ratio* » de B et de A dit Hutcheson, et si l'on compare deux actions, M est un ratio, c'est-à-dire un rapport qui peut s'écrire $\frac{M_1}{M_2}$. M est un ratio composé qui peut s'écrire comme le produit de deux ratios simples : $\frac{M_1}{M_2} = \frac{B_1}{B_2} \times \frac{A_1}{A_2}$. À partir de ces formules nous pouvons tirer divers enseignements. Par exemple $B = \frac{M}{A}$ ou encore conclure que lorsque $A_1 = A_2$ nous avons $M = B$, etc. En ajoutant qu'il faut faire intervenir dans tous ces calculs, comme motif de nos actions, l'amour de soi (noté S, comme *self-love*), et que cet amour de soi peut ou non contrarier notre bienveillance, nous pouvons avoir

« *In the former case,*

$$M = (B + S) \times A = BA + SA;$$

and therefore

$$BA = M - SA = M - I,$$

and

$$B = \frac{M-I}{A}.$$

In the latter case,

$$M = (B - S) \times A = BA - SA\ ;$$

therefore

$$BA = M + SA = M + I,$$

and

$$B = \frac{M+I}{A}$$ ».

Notre prétention n'est pas ici d'écrire un traité mathématique, ni même d'analyser ou d'apprécier les procédés de Hutchinson, nous n'en avons ni le temps ni les compétences, et ce travail est déjà fait brillamment dans l'article de Laurent Jaffro cité précédemment. Mais il peut être encourageant de savoir que la formalisation mathématique peut intervenir dans les domaines qui semblent les plus éloignés de la rigueur scientifique. N'abandonnons pas les mathématiques : elles organisent notre pensée partout où nous avons à réfléchir.

Retour au sommaire

ANNONCE

NUIT DU JEU EN MATHÉMATIQUES

« La nuit du jeu en mathématiques de **Lorraine** » aura lieu au

collège Louis Armand de Moulins-Lès-Metz

le 5 juin 2020 de 17h15 à 22h.

Seront invités les professeurs de l'enseignement primaire et secondaire, les professeurs stagiaires M2-MEEF, les élèves et parents du collège et des écoles du secteur.

Le **public** pourra participer à des **ateliers** et **jouer** sur des stands animés par des collègues du groupe « Jeux » de l'IREM de Lorraine, du groupe « JEUX » de notre régionale, etc.
Le « **labo de Maths** » du collège présentera ses pistes de recherche.
Les **collègues** qui le souhaitent pourront présenter une ou des productions testées en classe en s'inscrivant au préalable sur notre site.

Retour au sommaire

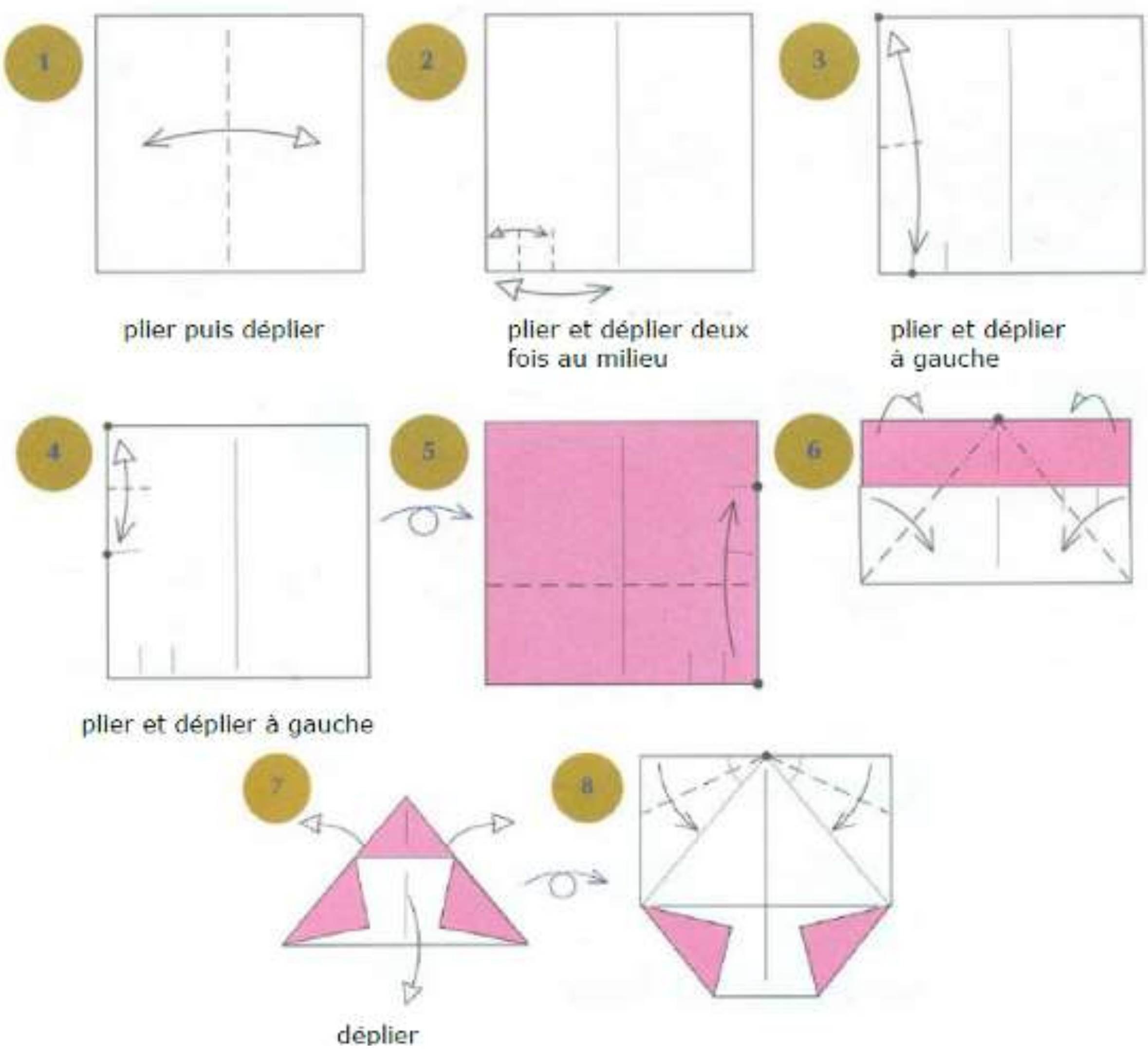
MATHS ET PLIAGES

DEUX HEPTAGONES RÉGULIERS POUR UNE STAR

Walter Nurdin

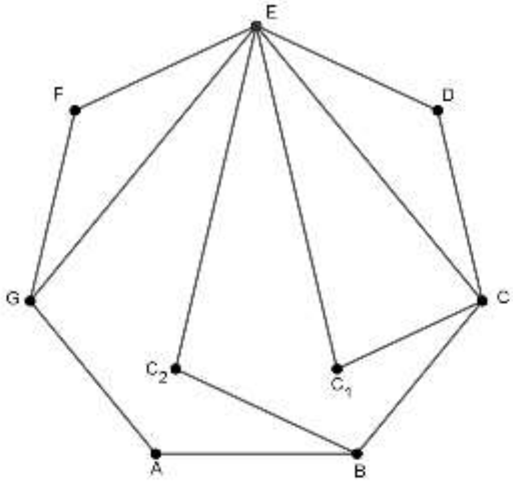
Nous allons construire deux heptagones réguliers qu'il faudra découper. Les pièces obtenues permettront la construction d'un heptagone régulier étoilé.

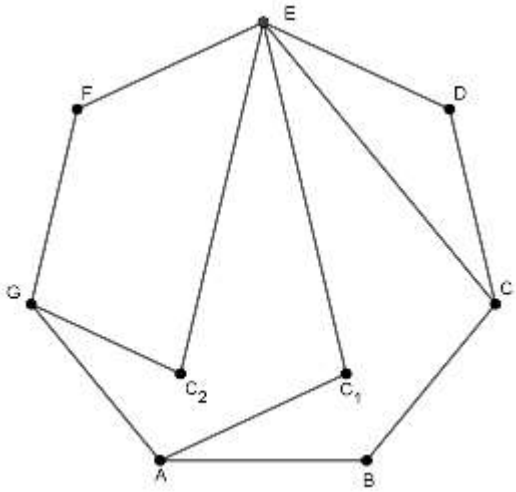
On retrouve la construction de l'heptagone régulier par pliage dans le Petit Vert 127 . Voici la construction proposée par Jacques Justin et expliquée à la page 63 du même Petit Vert 127.



Retour au sommaire

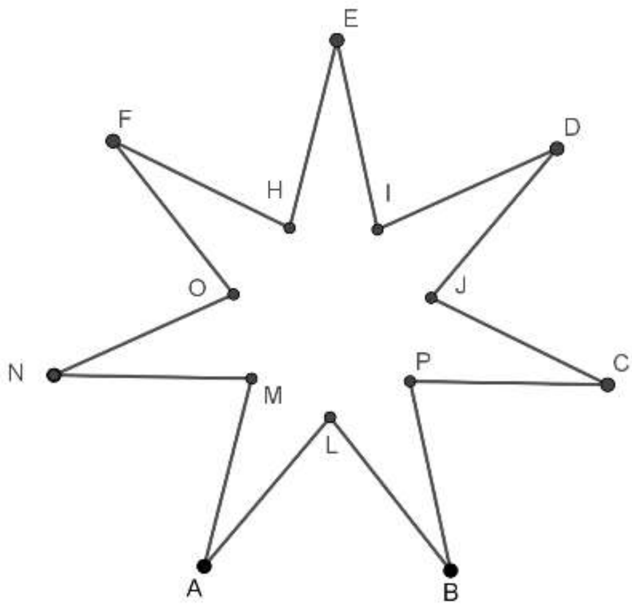
Il faut construire deux heptagones. Puis découper le premier suivant les traits indiqués ci-contre.





$\boldsymbol{C_1}$ est à l'intersection de (EB) et de (CA). $\boldsymbol{C_2}$ est à l'intersection de (EA) et de (GB). Une fois les pièces découpées on peut demander aux élèves de recomposer l'heptagone. La découpe du second heptagone est différente. Cependant on retrouve les deux conditions précédentes.

On peut donner aux élèves la totalité des pièces des deux heptagones et demander de les reconstruire[10].
Toutefois le but est d'obtenir, en utilisant toutes les pièces, un heptagone régulier étoilé.
Une variable didactique, facilitant ici la reproduction, est de donner la figure.



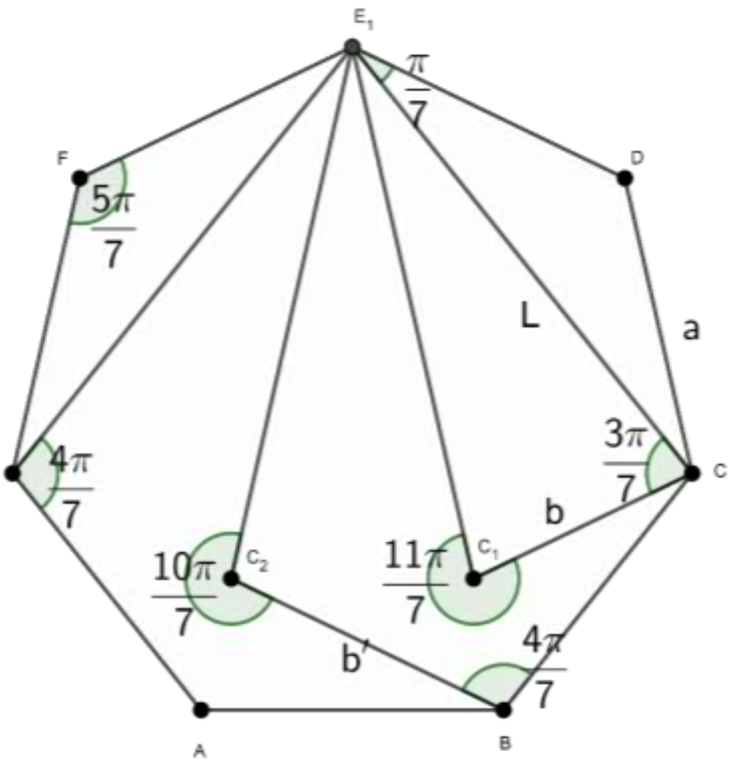
[10] En didactique on distingue la reproduction qui exige d'avoir sous les yeux l'objet de la (re)construction où l'on ne dispose pas de l'objet mais de sa dénomination voire d'une description. Comme la tâche n'est pas la même et que l'on retrouve dans les IO les deux termes on se doit de les distinguer.

Retour au sommaire

Nous allons étudier les pièces obtenues des deux heptagones réguliers. Cette étude va permettre en premier lieu de justifier que le puzzle demandé est un « véritable » puzzle sans trou ni chevauchement mais va également faciliter la tâche de reproduction si on fournit l'étoile ou de construction si l'on n'en fait que la demande orale.
Voici le premier heptagone et les découpes.

$$DC = a,\ EC = L,\ CC_1 = b,\ BC_2 = b'.$$

Tous les côtés de l'heptagone sont égaux à $DC = a$ et tous les angles valent $\frac{5\pi}{7}$.
Par construction C_1 est à l'intersection de (EB) et (CA) et C_2 à l'intersection de (EA) et de (BG).
L'heptagone étant inscrit dans un cercle les angles inscrits $\widehat{DEC}, \widehat{CEC_1}, \widehat{C_1EC_2}, \widehat{C_2EG}, \widehat{GEF}$ sont égaux puisqu'ils interceptent des arcs égaux (les angles au centre ayant la même valeur).



a=b'

b+a=L

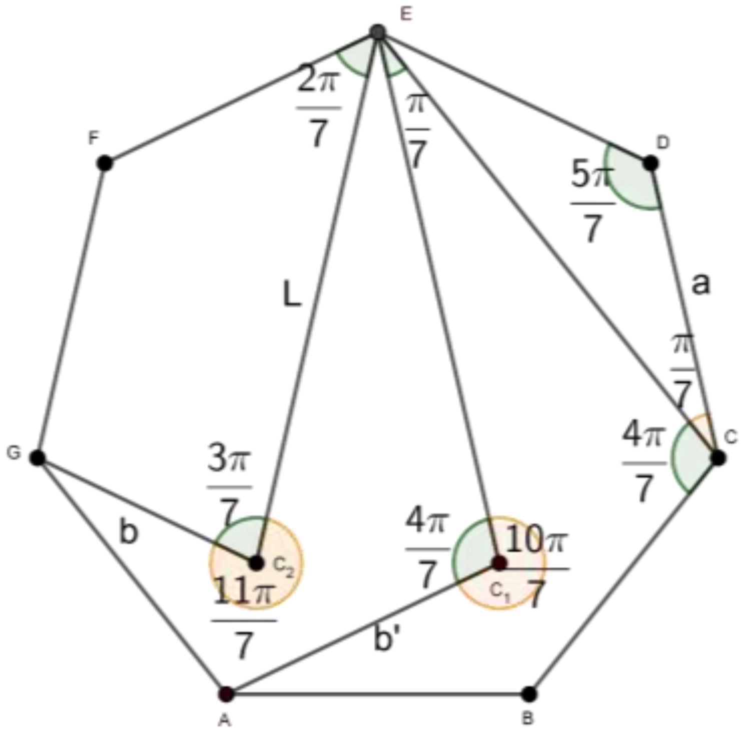
On partage $\frac{5\pi}{7}$ en 5 parties égales. Voilà pourquoi on trouve $\frac{\pi}{7}$ pour chaque valeur des angles cités. La valeur des autres angles s'obtient, soit en utilisant les angles au centre ou par la somme des angles d'un triangle ou encore par les angles supplémentaires.
On exhibe ainsi des triangles isocèles et par la même occasion des égalités de côtés. Ainsi :

$$EC = EC_1 = EC_2 = CG = L$$

En portant l'attention sur le triangle ABC_2 et en trouvant les angles de ce triangle on en déduit qu'il est isocèle de sommet principal B. Ainsi $b' = a$.
La construction symétrique fait que $AC_1 = BC_2$.
En conséquence on peut affirmer que : $b + a = L$. Cette égalité sert pour compléter le puzzle.

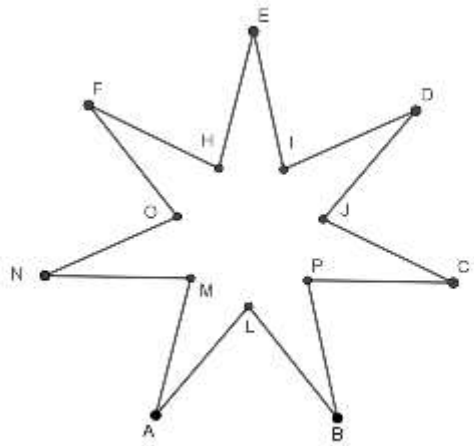
Retour au sommaire

On retrouve dans la découpe du second heptagone les angles et les égalités des longueurs



Si maintenant on étudie l'heptagone étoilé que l'on doit obtenir on remarque que HIJPLMO est lui aussi un heptagone, simplement régulier. Cela permet de trouver la valeur de l'angle de l'heptagone étoilé et de découvrir, avec cette remarque, plus facilement les pièces qui vont permettre de construire ou de reproduire l'heptagone étoilé.

La solution est visible en cliquant sur la figure ci-dessous. Cette solution servira à justifier que le puzzle mérite son nom.



Retour au sommaire

LES DÉFIS

DÉFI N°141 – 1 « MATHÉMAGIE »

Fathi nous a proposé un tour de magie.

260	265	350	555
360	365	450	655
455	460	545	750
555	560	645	850

À l'aide de la grille ci-contre, choisis quatre nombres en respectant la règle suivante : un seul nombre par ligne et un seul nombre par colonne.

Sans voir tes nombres, je suis capable de prédire leur somme !

Comment la grille a-t-elle été construite ?

DÉFI N°141 – 2 « ANNÉE 2020 »

Quel est le plus petit nombre entier composé de 2020 chiffres dont la somme des 2020 chiffres est égale à 2020 ?

DÉFI ALGORITHMIQUE N°141

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.
Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme.
L'énoncé avait été donné en 2014.

> On dispose de billets de 100€, 50€, 20€, 10€ et 5€ ainsi que de pièces de 2€ et 1€.
> Comment obtenir une somme de 2014 € en utilisant le moins possible de billets et de pièces mais en utilisant au moins un billet et une pièce de chaque sorte ?

Proposez une fonction qui, à partir d'une somme quelconque, supérieure à 188 €, renvoie la liste des quantités de billets ou de pièces de chaque sorte.

Retour au sommaire

LES SOLUTIONS DES DÉFIS DU NUMÉRO PRÉCÉDENT

SOLUTIONS DU DÉFI N°140 – 1 « POUR 2020 »

Pour chacun des jeux ci-dessous

Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ont été placés dans les 9 cases du carré.
En suivant les directions des côtés du carré, sont indiquées les sommes de la ligne ou de la colonne. Les nombres de départ ont été retirés, nous laissant retrouver leur place.

Des solutions

17	8	**20**	
6	5	9	**20**
7	1	8	16
4	2	3	9

14	**11**	**20**	
5	8	7	**20**
6	1	4	11
3	2	9	**14**

Pour la deuxième grille, les sommes de la deuxième colonne et de la dernière ligne peuvent se retrouver.
1+2+3+4+5+6+7+8+9 =45
45 – **20** – 14 = **11**
45 – **20** – 11 = **14**

Une première grille à créer

20			
			20

Les sommes dans la ligne du 20 et la colonne du 20 ont un nombre en commun.
20 = **9**+8+3 ou **20** = **9**+7+4 ou **20** = **9**+6+5
20 = **8**+9+3 ou **20** = **8**+7+5
20 = **7**+9+4 ou **20** = **7**+8+5

L'utilisation de ces décompositions facilite la création de telles grilles.

Combien existe-il de grilles différentes ?

20			
			20

Retour au sommaire

Les décompositions de 20 étant choisies, 4 nombres restent à placer pour lesquels 4x3x2 placements différents sont possibles. Chaque disposition des sommes de 20 est à l'origine de 24 grilles solution.

« **20** = **7**+9+4 ou **20** = **7**+8+5 » sont à l'origine de 2 grilles différentes.
« **20** = **8**+9+3 ou **20** = **8**+7+5 » sont à l'origine de 2 grilles différentes.
« **20** = **9**+8+3 ou **20** = **9**+7+4 ou **20** = **9**+6+5 » sont à l'origine de 3x2 grilles différentes.
L'ensemble des décompositions est donc à l'origine de 2+2+3 grilles différentes, chacune d'entre elle générant 24 grilles solutions. Il y a donc 7x24 solutions différentes.

Et pour cette grille ?

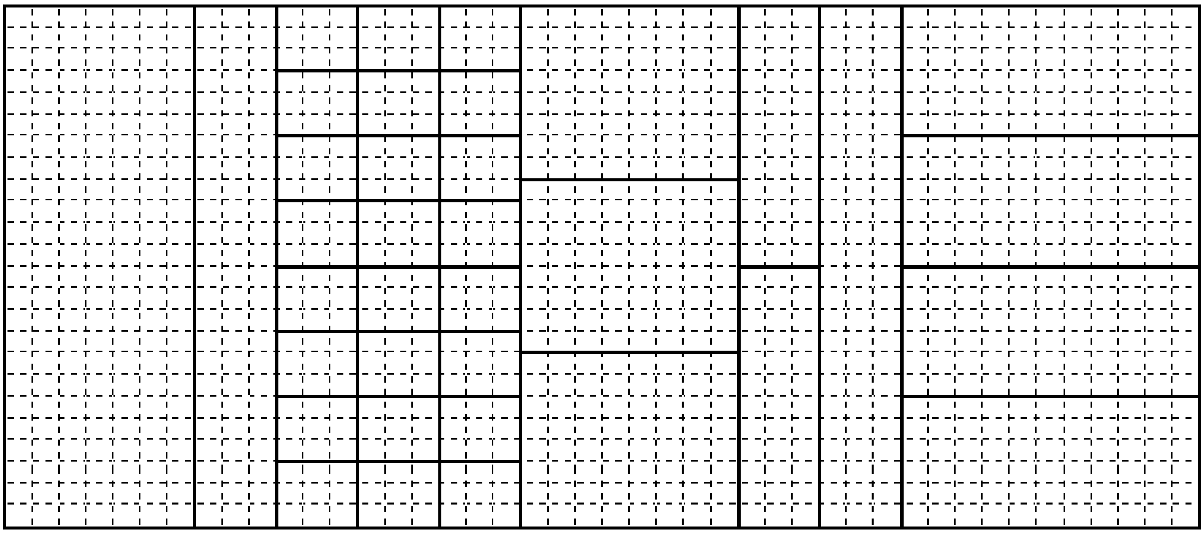
20	20	

Il faut trouver deux sommes égales à 20 formées de nombres différents.

20	3+8+9	4+7+9	5+6+9	5+7+8

Il n'existe que 4 décompositions de 20, deux d'entre elles ont toujours un nombre en commun. Il n'est donc pas possible de construire une telle grille.

SOLUTION DU DÉFI N° 140 - 2
« LA TABLETTE DE CHOCOLAT »



Ce dessin a été fait dans un tableau dont les cellules sont des rectangles de 5mm de long et 4mm de large. L'utilisation de cellules carrées est mise en défaut par le fait que sur la photo, la tablette a une longueur un peu plus que deux fois plus grande que sa largeur.

Retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI N° 140 - 3 « LE PUZZLE »

1008 =2x504 = 2x2x252 = 2x2x2x126 = 2x2x2x2x63 = 2x2x2x2x3x3x7 : voici une belle occasion de réinvestir la décomposition en nombres premiers en classe de troisième.
Parmi tous les rectangles pouvant être obtenus à partir de cette décomposition, nous allons mettre en avant celui ayant 36 pièces dans sa longueur et 28 dans sa largeur (28x36 = 1008) car le rapport « longueur /largeur » est dans ce cas voisin du rapport « 50cm/70cm » du puzzle terminé.

Les pièces du bord ont entretemps été sorties du sachet et cela correspondait aux dimensions proposées dans cette solution.

SOLUTION DU DÉFI ALGORITHMIQUE N°140 – « 2015 »

Le défi algorithmique du PV 140 demandait de trouver le deux-mille-quinzième chiffre de la liste 1234567891011121314151617... et le nombre auquel il appartient.

La fonction repetitif permet de savoir si l'entier est répétitif.
La fonction entiersRepetitif compte le nombre d'entiers répétitifs entre 1 et n et renvoie le complément à n de ce nombre.

Effectuer entierRepetitif(2015) permet d'obtenir la réponse cherchée.

Pseudo-code :

Fonction **niemeChiffre**(n : entier ; ch[n-1],i : entiers)
ch ← ""; *("" est la chaîne vide)*
i ← 0 ;
tant que taille(ch)<n, **faire :** *(la fonction taille renvoie la longueur d'une chaîne)*
i ← i+1 ;
ch ← ch + chaine(i) ; *(la fonction chaine convertit un entier en une chaîne)*
finTantque ;
renvoyer ch[n],i.

Retour au sommaire

Python

```
def niemeChiffre(n):
""" Fonction niemeChiffre(n : entier ; ch[n-1],i : entiers)
n : emplacement du chiffre cherché dans la liste 123456789…
ch : chaîne de caractères, formée de la liste 123456789…
renvoie ch[n-1] et i, le n-ième chiffre de la liste et le nombre auquel il appartient
"""
ch=""
i=0
while len(ch)<n:
i=i+1
ch=ch+str(i)
return ch[n-1],i
```

PROBLÈME

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE - N°141

proposé par Philippe Févotte

1- Déterminer les valeurs du paramètre réel positif a telles que l'équation

   (E_1): $x^3 + \frac{1}{x^3} = a$ ait des racines réelles.

2- Montrer alors que l'équation (E_2): $x^3 - 3x - a = 0$ a une unique solution notée γ et que $\gamma \geq 2$.

3- x étant solution de (E_1) calculer $x^4 + \frac{1}{x^4}$ en fonction de γ.

Le responsable de cette rubrique est Philippe Févotte. Vous pouvez lui envoyer vos solutions à ce problème. **Des réponses, même partielles, seraient les bienvenues**, ainsi que toute proposition de nouveau problème.

SOLUTION DU PROBLÈME PRÉCÉDENT - N°140

N'ayant pas eu de réponse au problème posé je vous propose deux solutions, celle de l'auteur et la mienne.

En notant $u_{n,k}$ le nombre de ces suites de n chiffres commençant par k avec k prenant pour valeurs 1, 2, 3 ou 4, on a $u_n = u_{n,1} + u_{n,2} + u_{n,3} + u_{n,4}$.

On a naturellement

$u_1 = 4$, les suites étant 1, 2, 3, 4.

$u_2 = 6$, les suites étant 12, 21, 23, 32, 34, 43

Retour au sommaire

En poursuivant, on obtient $u_3 = 10$, $u_4 = 16$, $u_5 = 26$, … ce qui à un coefficient 2 près, rappelle les termes 2, 3, 5, 8, 13 de la suite de Fibonacci. Si on note f_n la suite de Fibonacci ayant pour premiers termes $f_1 = 1$ et $f_2 = 1$, on va montrer que pour tout entier naturel n on a $u_n = 2f_{n+2}$; il suffit pour cela de montrer que pour tout entier n , $U_n + U_{n+1} = U_{n+2}$

La solution matricielle proposée par Jacques Choné

La construction des suites permet d'écrire

$u_{n+1,1} = u_{n,2}$

$u_{n+1,2} = u_{n,1} + u_{n,3}$

$u_{n+1,3} = u_{n,2} + u_{n,4}$

$u_{n+1,4} = u_{n,3}$

En notant $U_n = \begin{pmatrix} u_{n,1} \\ u_{n,2} \\ u_{n,3} \\ u_{n,4} \end{pmatrix}$ et $M = \begin{pmatrix} 0&1&0&0 \\ 1&0&1&0 \\ 0&1&0&1 \\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$, on a $U_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et pour $n \geq 2$, $U_n = MU_{n-1}$

On en déduit que $U_n = M^{n-1}U_1$ et par conséquent $u_n = {}^tU_1U_n = {}^tU_1M^{n-1}U_1$

On vérifie facilement que $(I_4 + M - M^2)U_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et on en déduit que

$U_n + U_{n+1} - U_{n+2} = {}^tU_1M^{n-1}(I_4 + M - M^2)U_1 = 0$, ce qu'il fallait montrer.

Une remarque pour conclure cette première proposition. À partir de $U_n = M^{n-1}U_1$, la diagonalisation de la matrice symétrique M permet de déterminer l'expression explicite de la suite u_n et de reconnaitre au facteur 2 près les termes de la suite de Fibonacci.

La solution directe que je propose

Par construction des suites, on a :

$u_{n+2,1} = u_{n+1,2} = u_{n,1} + u_{n,3}$

$u_{n+2,2} = u_{n+1,1} + u_{n+1,3} = u_{n,2} + u_{n,2} + u_{n,4}$

$u_{n+2,3} = u_{n+1,2} + u_{n+1,4} = u_{n,1} + u_{n,3} + u_{n,3}$

$u_{n+2,4} = u_{n+1,3} = u_{n,2} + u_{n,4}$

Par sommation et en organisant les termes :

$u_{n+2} = u_{n,1} + u_{n,2} + u_{n,3} + u_{n,4} + \quad u_{n,3} + \quad (u_{n,2} + u_{n,4}) + \quad (u_{n,1} + u_{n,3}) + \quad u_{n,2}$

$u_{n+2} = \quad u_n \quad + u_{n+1,4} \quad + \quad u_{n+1,3} \quad + u_{n+1,2} \quad + u_{n+1,1}$

$u_{n+2} = \quad u_n \quad + u_{n+1}$

Ce qu'il fallait démontrer.

Retour au sommaire