LE PETIT VERT

www.apmeplorraine.fr

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N°139	SEPTEMBRE 2019

Atelier cube SOMA en origami, CM1 et CM2 à l'école de Lorry.

Une autre utilisation en CM1-CM2

Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) a tous les adhérents. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).

SOMMAIRE

Retour au sommaire

Éditorial

UN MONDE SANS PROBAS

Gilles Waehren

Synopsis. Hector vit dans une « éponge » ; c'est un cube de béton percé d'alvéoles qui sont chacune un logement individuel ; tous ses concitoyens ont le même. Des robots et des ordinateurs se chargent des infrastructures. Hector travaille, lui, au tri des bulletins de Lotto ; ce jeu est une loterie à six numéros entre 1 et 100. Tout le monde est obligé d'y miser l'intégralité de son salaire net journalier. Les finances dédiées aux besoins humains sont prélevées à la source. Il n'est donc pas possible d'épargner, mais on peut toujours chercher à augmenter sa mise en la préservant plusieurs jours. Ceux qui ont tenté de la garder trop longtemps, ont été contraints de jouer tout leur capital dans un casino, où ils ont tout perdu : retour à la case départ. Celui qui parvient, tout de même, à mettre en douce suffisamment d'argent de côté peut s'échapper vers l'« Autremonde », mais la vie y sera à ses risques et périls. Par contre, celui qui gagne au Lotto, rejoint le « Rêvemonde », un univers dans lequel il n'est plus besoin de travailler et où la vie est douce... jusqu'à ce que tous les gains aient été dilapidés. Le monde d'Hector est gouverné par une oligarchie, dont le personnage central est Lotus, une machine à l'intelligence artificielle particulièrement développée. C'est elle qui donne les résultats quotidiens du tirage du Lotto. C'est elle qui vérifie que les dix milliards d'habitants suivent bien les règles édictées par le gouvernement. Les tâches secondaires de communication ou de gestion sont confiées à certains humains qualifiés, parmi lesquels « Numéro Deux », porte-parole de Lotus, et l'« Archiviste », seul détenteur de tous les documents constituant la mémoire de l'humanité.

Hector a réussi à soustraire aux archives une partie de l'héritage familial : les lettres échangées entre son ancêtre, Blaise Pascal, et Pierre de Fermat. Le soir, après le travail, il s'efforce de déchiffrer et de comprendre le contenu de cette correspondance ; alors que son apprentissage scolaire est réduit à la lecture de documents techniques et au rangement alphabétique ou numérique. Il finit par réaliser que ses chances d'entrer un jour dans le « Rêvemonde » sont infimes et se met alors à garder de l'argent. Il est rapidement arrêté et envoyé en camp de jeu forcé, dans les casinos. Il y met en application certaines des lois transmises par son ancêtre et déjoue, à force de martingales, la roulette, le baccarat, allongeant, certes, sa durée de détention, mais jetant le trouble chez les organes de contrôle du camp. On le renvoie alors dans son éponge, en gardant ses gains. À son retour, Hector s'empresse de raconter son expérience à ses collègues, à ses colocataires et beaucoup viennent le voir pour apprendre ses stratégies de réussite, espérant réussir là où lui a échoué. Il devient le chef d'une organisation qui devient de plus en plus visible et dont l'existence vient perturber les circuits de Lotus : les gens jouent de moins en moins au Lotto.

Alors qu'Hector commence à incarner un nouvel espoir pour tous ses concitoyens qui ont compris que le Lotto ne leur apportait rien, il est convoqué par « Numéro Deux ». Lors de cette rencontre, l'« Archiviste » lui révèle connaître les secrets de ses techniques de jeu, qu'il a retrouvés dans les ouvrages de « Probabilités » présents dans sa bibliothèque. Lotus décide que ces connaissances ne doivent pas circuler dans la population. Hector est alors banni, sans ressource, dans l'« Autremonde ». Dans un discours à la population, « Numéro Deux » raconte qu'il n'y a pas de hasard dans le Lotto, que Lotus choisit les citoyens qu'il veut voir dans « Rêvemonde » et qu'Hector Pascal n'est qu'un imposteur aux théories maléfiques. Les habitants, incapables de faire la part du vrai et du faux, avalent amèrement ces paroles et retournent à leur train-train, espérant un jour connaître un monde meilleur. **Fin.**

Retour au sommaire

Vie de la régionale

IL Y A 25 ANS DANS LE PETIT VERT N°39 : ÉDITORIAL ET APPEL DU COLLECTIF « DÉFENSE DES IREM »

ÉDITORIAL

été 94

Lu dans « Le Monde » à l'occasion des deux médailles Fields françaises, Pierre-Louis LIONS et Jean-Christophe YOCCOZ :

> *En un peu moins d'un demi-siècle, la France aura récolté sept médailles Fields sur les trente-huit qui ont été décernées. Un peu moins d'une sur cinq. C'est pour dire la place de tout premier ordre occupée par le pays de Pascal, de Fermat, de Galois, et autres Poincaré, dans le concert mathématique mondial. Et ce, depuis longtemps.*

été 94

Les crédits de fonctionnement des IREM risquent fort d'être réduits dramatiquement, pour raison de rigueur budgétaire. Combien de médailles Fields pour le pays de Pascal, Fermat, Lions et Yoccoz, dans vingt ans ?

Pol Le Gall

APPEL DU COLLECTIF « DÉFENSE DES IREM »

De récentes restrictions budgétaires ont réduit de moitié les crédits de fonctionnement des commissions inter-IREM mettant grave- ment en cause leur travail et leur existence même.

Les 26 IREM fonctionnent en réseau, favorisant les échanges, la diffusion de l'innovation, la promotion et la diversité des recherches dans les différents IREM. Les Commissions sont des éléments essentiels de ce réseau. Elles s'appuient sur les équipes locales, coordonnent et stimulent leurs travaux ; elles sont le moteur des recherches pédagogiques menées dans les IREM et des formations qui y sont données.

Cette diminution drastique du budget des commissions remet en question quelques aspects spécifiques de l'activité des IREM :

- la réflexion à long terme sur l'enseignement des mathématiques et les relations des mathématiques avec les autres disciplines,

- le travail en commun d'enseignants des différents ordres d'enseignement (élémentaire, secondaire, supérieur).

L'histoire de ces dernières années a montré que les retombées du travail accompli par les IREM profitent à un grand nombre d'enseignants et à l'école toute entière : en particulier, les IREM ont pu prendre en charge la réponse à certaines commandes du Ministère de l'Éducation Nationale.

De nombreux enseignants étrangers voudraient mettre en place des structures analogues dans leur pays ; certains pays sont en train de le faire, ainsi la Belgique.

Un Collectif "Défense des IREM" s'est mis en place lors du colloque inter-IREM de Géométrie (16-17-18 juin 1994} : il a alerté la communauté mathématique française et internationale et a déjà reçu de nombreuses lettres de soutien.

La Régionale Lorraine de l'APMEP s'associe à la demande du « Collectif de réexamen de cette décision budgétaire ».

Voté à l'unanimité lors du Comité du 21.09.94.

Retour au sommaire

EN 2019…

L'IREM de Lorraine est devenu une structure interne à l'ÉSPÉ (INSPE actuellement) de Lorraine depuis 2014 ; situation unique au sein du réseau des vingt-huit IREM de France. Il y intègre, avec la Maison Pour la Science, un de ses partenaires, le Pôle en charge du développement professionnel des personnels de l'Éducation Nationale (DPPEN).

Groupes de travail

Les activités de recherche de l'IREM de Lorraine sont menées au sein de groupes de travail rassemblant des enseignants qui interviennent à tout niveau scolaire (du primaire au supérieur).
Groupes principaux :
- « Accompagnement nouveaux enseignants » ; production de documents clés en main et stages pour enseignants contractuels
- « cycle 3 – premier degré » (Thème : Entrée dans les problèmes par l'image)
- « Apprentissage du code informatique au collège »
- « Jeux dans l'enseignement des maths »
- « Mathématiques et informatique »
- « Des outils pour gérer l'hétérogénéité en LP », etc.

Des groupes IREM accueillent des enseignants stagiaires dans le cadre des projets post MEEF.

Diffusion de la culture scientifique

L'Institut participe également à présent à la diffusion de la culture scientifique :
- participation à la semaine des Maths et à la Fête de la Science),
- soutien au congrès MATH en JEANS de Metz),
- collaboration au challenge « Graine de Sondeur »,
- organisation des Colloques Cathy Dufour, Math C2+, COPIRELEM Épinal 2017.

Notons que l'IREM intervient toujours dans la formation initiale et la formation continue des enseignants et ses nombreuses ressources sont toujours mises à disposition des enseignants de l'académie via sa bibliothèque.

Notons également que 4 nouvelles médailles Fields ont été attribuées à des Français après 1994, portant ainsi le quota de la France à 11 sur les 60 remises depuis la création de cette récompense. La France demeure un pays de haut niveau en recherche mathématique.

Espérons que le niveau de nos jeunes élèves de collège ou lycée soit aussi haut que nous pouvons le souhaiter dans 25 ans !

Retour au sommaire

Vie de la régionale

BROCHURES À TÉLÉCHARGER

AVEC NOTRE EXPOSITION « OBJETS MATHÉMATIQUES »

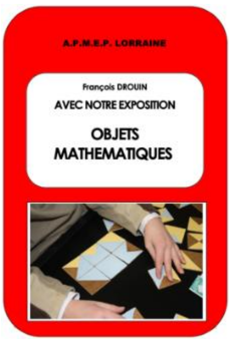
Les liens qui figurent dans cette brochure ne sont plus actifs, ceci est compensé par les ressources déposées sur notre site actuel. On y trouve des versions en couleur et en langues étrangères. Des pistes d'utilisation et d'autres compléments ont été présentés lors d'un atelier de la Journée Régionale 2019.

Cette brochure en noir et blanc contient des documents pouvant facilement être dupliqués par les photocopieuses présentes actuellement dans les établissements scolaires : les carrés de Mac Mahon deviennent plus faciles à fabriquer, les onze patrons de cube à colorier pourront être utilisés dès le cycle 3, les amateurs de puzzles quadrillés trouveront des utilisations du Tangram, le « puzzle de l'UNICEF » est utilisé pour des pavages, des utilisations des notions d'aire et de périmètre et des rencontres avec « fractions et pourcentages », les Pentaminos sont utilisés pour la réalisation de frises, le cube Soma est utilisé pour une rencontre en noir et blanc avec des pavés accolés, le « Jeu des gratte-ciel » propose des grilles imaginées par des élèves, le jeu de HIP, facile à mettre en œuvre dans sa version papier-crayon incite à demande de justification des rectangles obtenus, faire découvrir aux élèves que tout quadrilatère pave le plan reste utile.

LE CARRÉ DE METZ ET LE PAVÉ DE METZ

La brochure a servi de document d'accompagnement d'un puzzle géométrique imaginé pour les Journées Nationales APMEP 2012 de Metz. Le puzzle quadrillé est utilisé comme le Tangram pour retrouver des silhouettes d'animaux, de fleurs, etc. La recherche de divers polygones en utilisant 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 pièces est facilitée par le quadrillage visible sur une des faces des pièces (celles-ci sont symétriques, utiliser leur retournement n'est pas nécessaire). Le dessin sur papier quadrillé de ce qui a été trouvé s'en trouve facilité. Le quadrillage est également sollicité pour faire prendre conscience de sous figures et de sur figures. Le jeu de l'oie mettant en œuvre des contenus géométriques et numériques a été fait comme l'étaient faits ceux de la brochure « Jeu de l'oie » de l'IREM de Lorraine. Les pièces du Carré de Metz ont ensuite pris de l'épaisseur, devenant celles du Pavé de Metz.

La brochure est complétée par un autre document présentant des figures à recouvrir à l'échelle des pièces proposées. Cette partie est utilisable dès la fin du cycle 1.



Retour au sommaire

Vie de la régionale

AVEC LA CIRCONSCRIPTION DE COMMERCY

APMEP Lorraine – Groupe Jeux

Les échanges se sont poursuivis suite à la co-animation en 2018 à Bar-le-Duc et Verdun avec des enseignants et des conseillers pédagogiques pour l'animation d'un stand lors de forums départementaux. Le matériel présenté a été laissé à la disposition des enseignants qui ont eu envie de l'utiliser et de le compléter pour préparer des mallettes de jeux mathématiques pour les écoles du secteur.

Pièces de la pyramide aztèque et solides à construire réalisés à Commercy

Pièces du puzzle aztèque avant leur départ pour Commercy

Les ressources de notre régionale seront utilisées : les brochures téléchargeables, le contenu de la rubrique « les jeux du Petit Vert », les documents d'accompagnement de notre exposition régionale, etc. Les collègues étant preneurs d'autres activités utilisant les pièces du puzzle aztèque, l'idée est venue de fournir des documents supplémentaires : les pièces de la pyramide aztèque sont sollicitées pour travailler la vision dans l'espace et le dénombrement de cubes unitaires formant les solides, de nouvelles pistes d'utilisation des pièces du puzzle aztèque sont proposées pour être utilisées avec des élèves de cycle 2 et de cycle 3, les pièces « q » et « p » sont maintenant utilisables dès le cycle 1.

Retour au sommaire

Vie de la régionale

REMISE DES PRIX DU RALLYE

Pour le classement en collège et en lycée, les correcteurs ont dû tenir compte des réponses à la question subsidiaire pour départager les trois premiers, chaque classe ayant répondu correctement aux 10 exercices.

- **Collèges**

Le 1er prix a été remporté par la classe de 3èmeC du collège Jacques Prévert à Bar-le-Duc.

Chaque élève a reçu un diplôme nominatif, le puzzle « carré de Metz » et une calculatrice TI 83, voilà de quoi bien aborder la seconde.

Le 2nd prix a été attribué à la classe de 3ème5 du collège Jacques Callot à Neuves Maisons et le 3ème prix à la classe de 3èmeA du collège Val de Sarre à Grosbliederstroff.

GROSBLIEDERSTROFF Éducation

4 bonnes raisons d'avoir fait le rallye mathématique

Les élèves de deux classes de 3e ont prouvé qu'ils avaient l'esprit mathématique.
Photo RL/Cécile CHAMBRU

Les collégiens de 3e A et de 3e D du collège Val-de-Sarre ont brillamment participé à un rallye mathématique organisé sur toute la Lorraine. Ils se classent respectivement 3e et 4e dans une compétition qui réunissait 108 équipes.

1. Parce qu'ils ont travaillé en groupe

Le principe de ce rallye, concocté par l'Association des professeurs de mathématiques, est faire travailler toute une classe, le même jour, sur plusieurs énigmes. « Un élève tout seul ne peut pas tout faire. On encourage donc le travail collaboratif », explique Sandrine Motsch qui a inscrit ses deux classes. Cela a créé une vraie émulation. Et certains élèves qui n'avaient pas forcément de bonnes notes en classe se sont accrochés et ont résolu des énigmes. »

2. Parce que cela fait appel au jeu

« Depuis quelques années, les programmes scolaires de mathématiques font de plus en plus appel au jeu. Cela permet de sortir du cliché que les maths sont une matière abstraite et théorique », précise Pierre-Alain Muller, membre de l'association et professeur au lycée Henri-Nominé. On travaille de plus en plus avec des objets mathématiques, pour que les élèves aient quelque chose à manipuler. »

3. Parce que cela apprend à chercher

« Trouver la bonne réponse, c'est bien. Mais ce qui est encore plus important, c'est de chercher, estime Pierre-Alain Muller. À l'heure de la culture immédiate sur smartphone, les maths redonnent la patience de chercher. Cela demande de la persévérance, cela nécessite aussi de se tromper. Car l'échec fait partie de la découverte. »

4. Parce qu'ils se sont bien classés

108 classes de 3e participaient à cette 13e édition du rallye. Et le collège Val-de-Sarre fait très fort, décrochant deux belles places : la 3e pour les 3e A et la 4e pour les 3e D. Ils ont donc eu droit à leur diplôme. Et aussi à un puzzle sous forme de tangram, histoire de se retourner encore un peu les méninges…

C. C.

Les cyclistes et la mouche

Envie de vous frotter aux énigmes proposées aux collégiens ? Phosphorez donc sur cet énoncé… Deux cyclistes, distants de 42 km, s'élancent l'un vers l'autre. Au moment où ils démarrent leur course, une mouche - qui était posée sur le guidon d'un de nos athlètes - commence à voler tout droit vers le concurrent. Dès qu'elle arrive au niveau de l'autre guidon, elle fait demi-tour et poursuit son vol toujours en ligne droite. La mouche va et vient, de guidon à guidon, sans faire de pause jusqu'à ce que les deux cyclistes se croisent et là, épuisée, elle se pose enfin. Si chaque cycliste a une vitesse constante de 18 km/h et la mouche une vitesse constante de 21 km/h, quelle est la distance parcourue par la mouche ?

Quelle idée a eu cette mouche de faire la course entre deux cyclistes ?
Photo RL/Anthony PICORE

Article paru dans Le Républicain Lorrain, le mardi 2 juillet dans la rubrique « Sarreguemines et environs »

Retour au sommaire

- **Lycées**

1er prix à la 2nde7 du lycée Robert Schuman à Metz

2nd prix à la 2nde3 de l'ensemble scolaire Saint Joseph Notre Dame à Épinal

3ème prix : 2nde5 du lycée Jean de Pange à Sarreguemines (pas de photo).

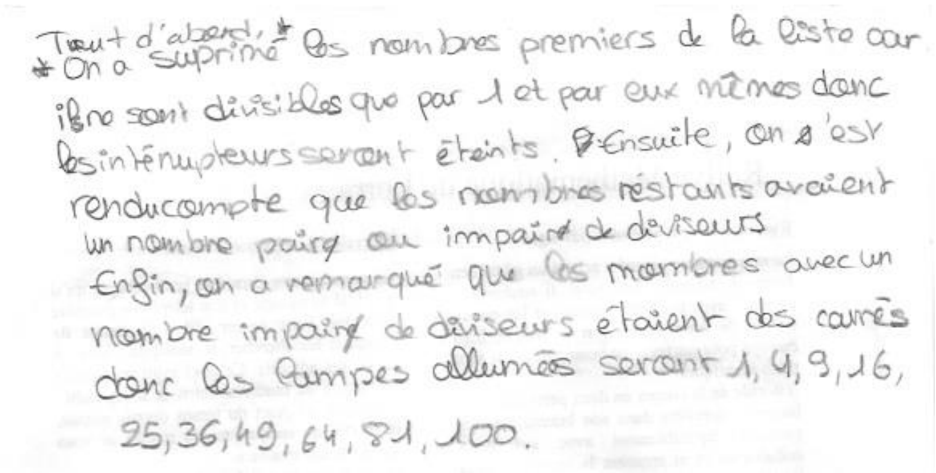
Ci-dessous, les raisonnements des premiers de chaque catégorie pour la question subsidiaire.

Classe de 3èmeC du collège Jacques Prévert à Bar-le-Duc

La plupart des nombres ont un nombre pair de diviseurs donc ces ampoules seront éteintes.
Les seules qui seront allumées seront celles qui ont un carré parfait : 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Retour au sommaire

Classe de 2nde 7 du lycée R. Schuman de Metz


Tout d'abord, on a supprimé les nombres premiers de la liste car ils ne sont divisibles que par 1 et par eux mêmes donc les interrupteurs seront éteints. Ensuite, on s'est rendu compte que les nombres réstants avaient un nombre pair ou impair de diviseurs. Enfin, on a remarqué que les nombres avec un nombre impair de diviseurs étaient des carrés donc les lampes allumées seront 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

À PROPOS DE L'EXERCICE 1 DU RALLYE

Concernant le premier exercice, les correcteurs du rallye ont apprécié la diversité des solutions proposées tant par les élèves de seconde que par ceux de troisième.

Rappel de l'énoncé de l'exercice 1 : **Un gâteau à partager**

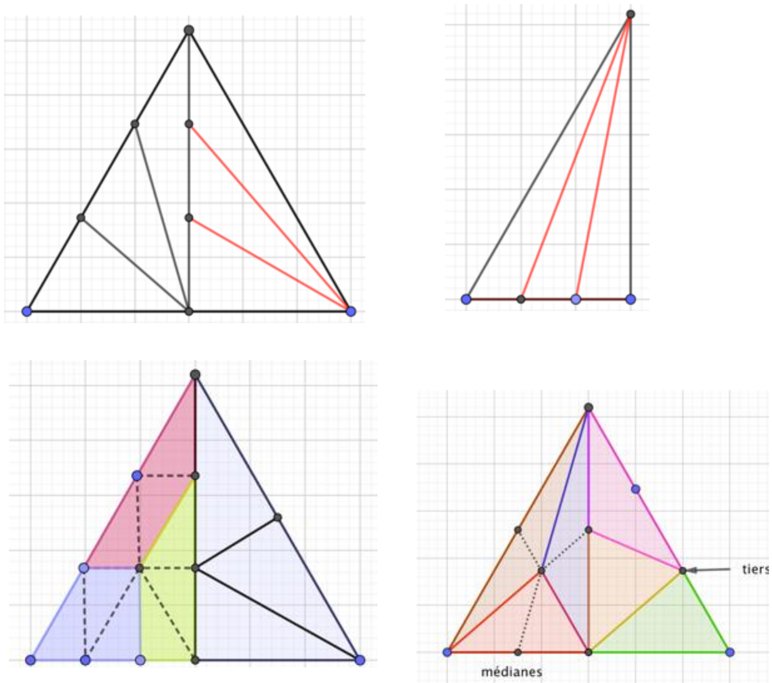
Le commissaire Girard a acheté un gâteau en forme de triangle équilatéral. Il souhaite le partager avec ses deux adjoints et les quatre agents de service. Mais il se trouve bien ennuyé pour partager ce beau gâteau en sept parts identiques.

Il décide de le couper en deux parts égales. Il laisse la première dans son bureau pour la partager équitablement avec ses deux collaborateurs et emmène la seconde, après l'avoir partagée en quatre parts égales, au bureau voisin où se trouvent les agents.

Dessiner avec précision le découpage du commissaire avec ses deux adjoints et celui de ses quatre agents.

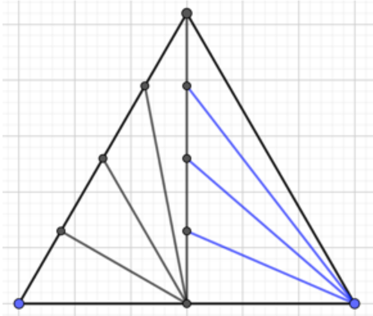
Voici les découpages relevés sur des fiches réponses des classes.
NB : Toutes les figures présentées ci-dessous ont été faites par un correcteur avec GeoGebra.

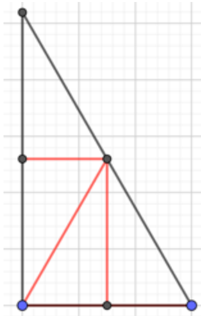
- **Partages en 3 parts égales**



Retour au sommaire

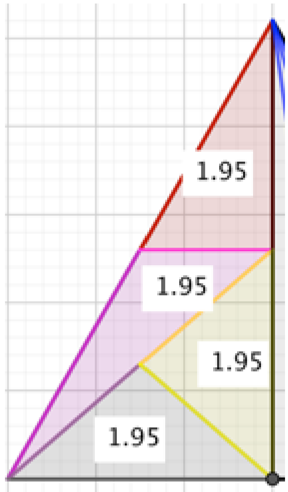
- **Partages en 4 parts égales**





Vous pouvez en proposer d'autres à redaction-petivert@apmeplorraine.fr

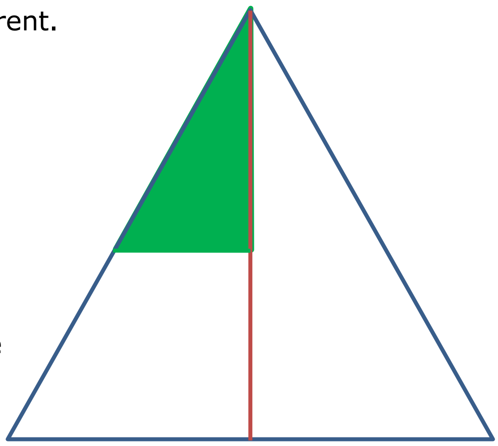
Quelques remarques suite à cette collecte.



Les démarches mises en œuvre pourraient être présentées aux élèves en leur demandant de justifier pourquoi elles permettent un partage en 3 ou en 4 parts égales…

… particulièrement sur la proposition de découpage en 4 parts égales ci-contre.

Enfin, voici un questionnement émis par un adhérent.



Voici un triangle équilatéral et une de ses hauteurs.

Comment tracer le triangle vert pour que son aire soit la moitié de celle du demi triangle équilatéral ?
Mêmes questions pour le quart, les trois quarts, le tiers, les deux tiers.

Les questions faisant intervenir le tiers et les deux tiers feront intervenir le fait que si on multiplie les longueurs par 3, l'aire est multipliée par 3^2 et que si on divise l'aire par 3, les longueurs seront divisées par $\sqrt{3}$.

Retour au sommaire

Maths et jeux

LES TROIS BRIQUES

François DROUIN
Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

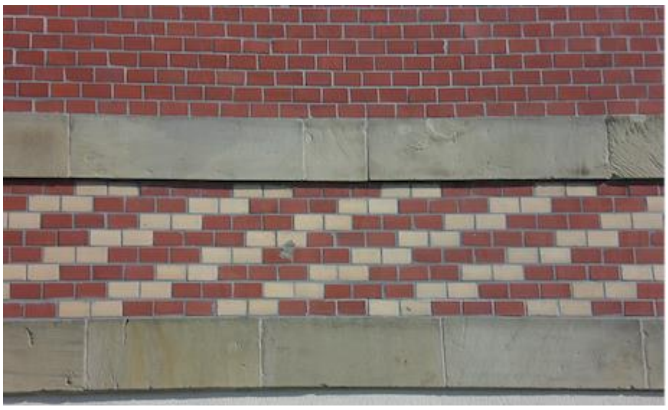
Les briques en terre ou en laitier de haut fourneau ont le plus souvent des dimensions proches d'un rapport 1x2x4, facilitant leur assemblage. Deux des appareillages couramment utilisés sont l'appareillage en panneresses et l'appareillage en boutisses.

Briques en panneresses au marché couvert de Saint-Mihiel

Briques en boutisses au château de Remelfing

Le jeu « Brick by Brick » édité en 1999 par « Thinkfun » utilise des assemblages de trois briques en paneresses. Il semble n'être en vente actuellement que d'occasion.

Soixante cartes défis présentent des assemblages à recontituer avec les cinq pièces. Des solutions sont dessinées au dos des cartes.

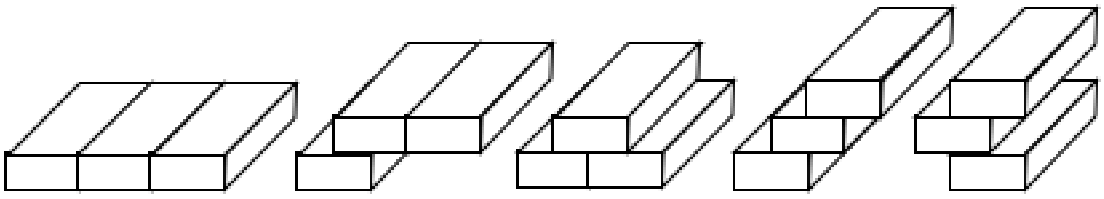


À Sarreguemines

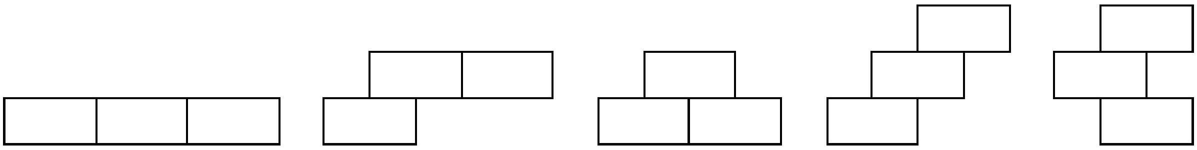
L'envie est venue d'utiliser les assemblages en boutisses fréquents en Moselle dans les constructions de l'époque impériale (entre 1871 et 1918) et d'explorer d'autres pistes d'utilisation.

Retour au sommaire

Voici ci-dessous les différents assemblages de trois briques respectant l'appareillage "en boutisses".

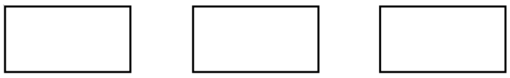


Voici des dessins des faces avant de ces cinq assemblages.

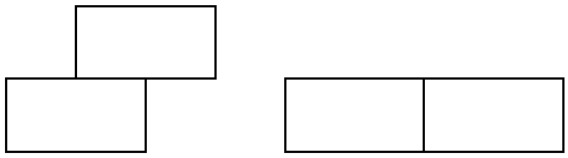


Sans les activités qui suivent, les pièces à manipuler sont ces cinq assemblages de trois rectangles.

Recherche des pièces avec des élèves

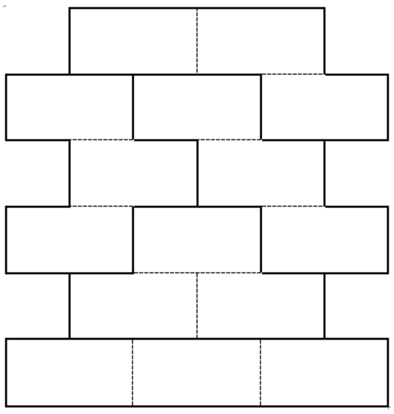


Les trois rectangles à utiliser (leur longueur est égale au double de leur largeur)



Les deux possibilités d'assemblage

En utilisant les deux possibilités d'assemblage, le placement du troisième rectangle permet de retrouver les cinq possibilités et de se convaincre qu'il n'en existe pas d'autres.



Le document déposé sur notre site fournit des pièces à dupliquer et découper (il reste à dessiner les limites des rectangles au verso des pièces. L'ensemble des pièces peut également être reproduit sur du carton épais (c'est ce qui a été fait pour les exemplaires actuellement utilisés par les joueurs de la régionale).

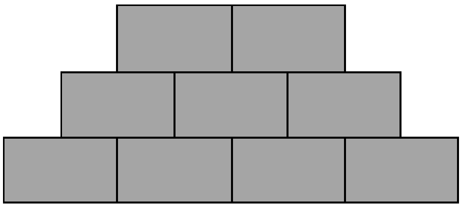
Avec les élèves

Un temps de jeu libre avec les pièces permet de faire vivre la manière dont 2, 3, 4 ou 5 pièces s'assemblent. Des pièces sont symétriques : il est tentant de proposer la recherche d'assemblages symétriques.

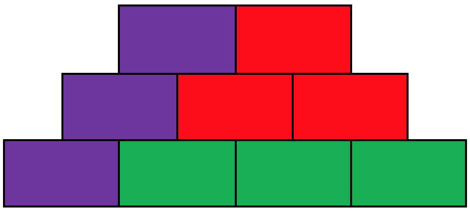
Le document déposé sur notre site présente des assemblages symétriques ou non symétriques, imaginés en Lorraine en utilisant 2, 3, 4 ou 5 pièces.

Retour au sommaire

Ceux-ci sont présentés sous trois formes.



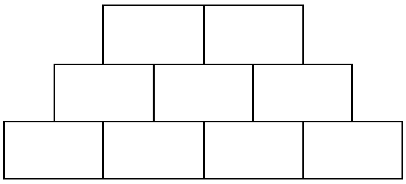
Série A, dessin n°4



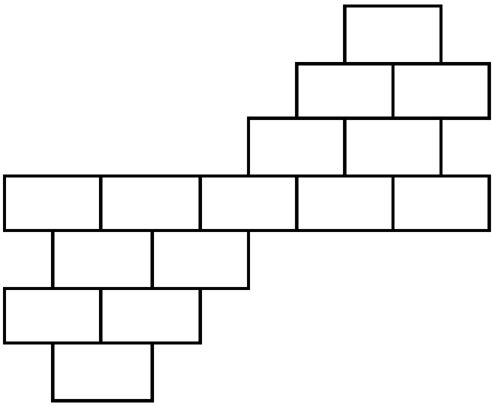
Série B, dessin n°4

Les dessins de la série A sont à découper sous forme de cartes défis.

Les dessins de la série B sont à découper sous forme de cartes solutions. Elles serviront de cartes défis pour de très jeunes élèves qui auront à reconnaitre les formes utilisées et leur placement.

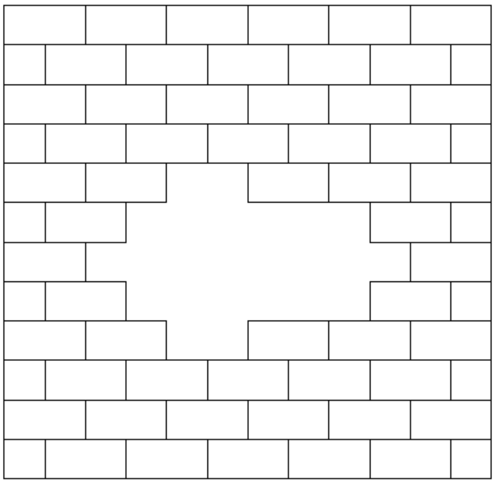


Série C, dessin n°4



Série C, dessin n°15

Les dessins de la série C sont sur deux feuilles de travail incitant à retrouver les assemblages sans manipuler les pièces mais en utilisant leurs images mentales. Anticiper le placement éventuel de la pièce formée de trois rectangles alignés facilite souvent la recherche.



Les dessins de la série D incitent à retrouver les assemblages comblant un trou fait dans un mur.

Dessiner les briques manquantes fait revenir à l'usage des images mentales des pièces, usage évoqué lors de l'utilisation des dessins de la série C.

Remarques

Les assemblages proposés par le jeu « Brick by Brick » pourront servir à compléter les séries A, B, C et D.

Pour changer un peu des assemblages en boutisses, le document complémentaire évoquant des assemblages de briques à Saint-Mihiel sera utilisé pour des dessins avec les instruments de géométrie traditionnels ou avec GeoGebra.

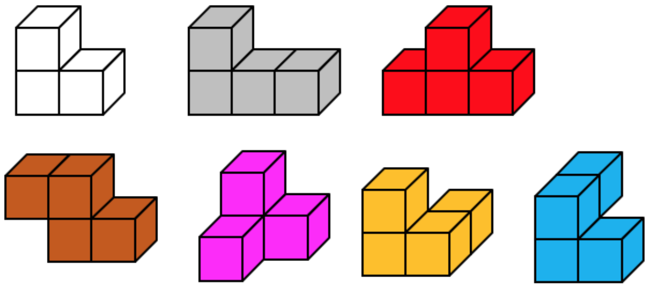
Retour au sommaire

Dans nos classes

AVEC LES PIÈCES DU CUBE SOMA : DES PAVÉS ACCOLÉS EN CLASSE DE CM1-CM2

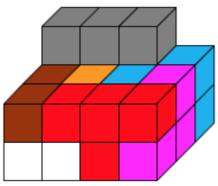
François DROUIN

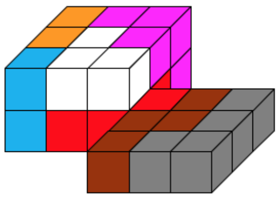
APMEP Lorraine - Groupe Jeux

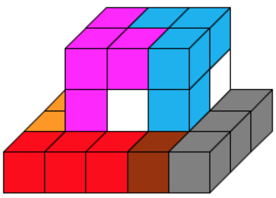


Les 7 pièces du cube SOMA .

Les pavés accolés ci-dessous, réalisés avec les sept pièces du jeu étaient présents dans la brochure épuisée « D'autres objets mathématiques », éditée en 2001 par notre régionale.







L'idée est venue d'inciter des élèves de CM1-CM2 à réaliser de tels solides en utilisant 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 pièces : une occasion de réactiver la notion de pavé, de retravailler à propos de la correspondance entre ce qui est construit et ce qui est dessiné puis de mettre en œuvre des stratégies de dénombrement des cubes unitaires formant les solides construits.

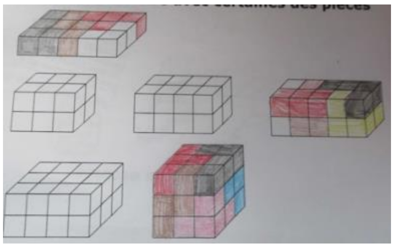
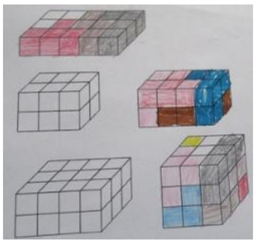
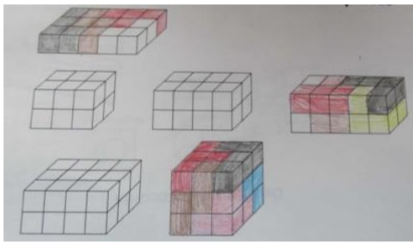
L'école de Sampigny (Meuse) possède des exemplaires du jeu utilisant les couleurs de ceux que j'avais utilisés il y a quelques temps avec mes élèves de collège : chaque élève a pu manipuler individuellement. Les documents utilisés sont accessibles sur notre site.

Premières manipulations

Les élèves ont observé les pièces du jeu et leur dessin projeté sur le TBI, ils ont constaté qu'une pièce était formée de trois cubes et que les autres étaient formées de quatre cubes.

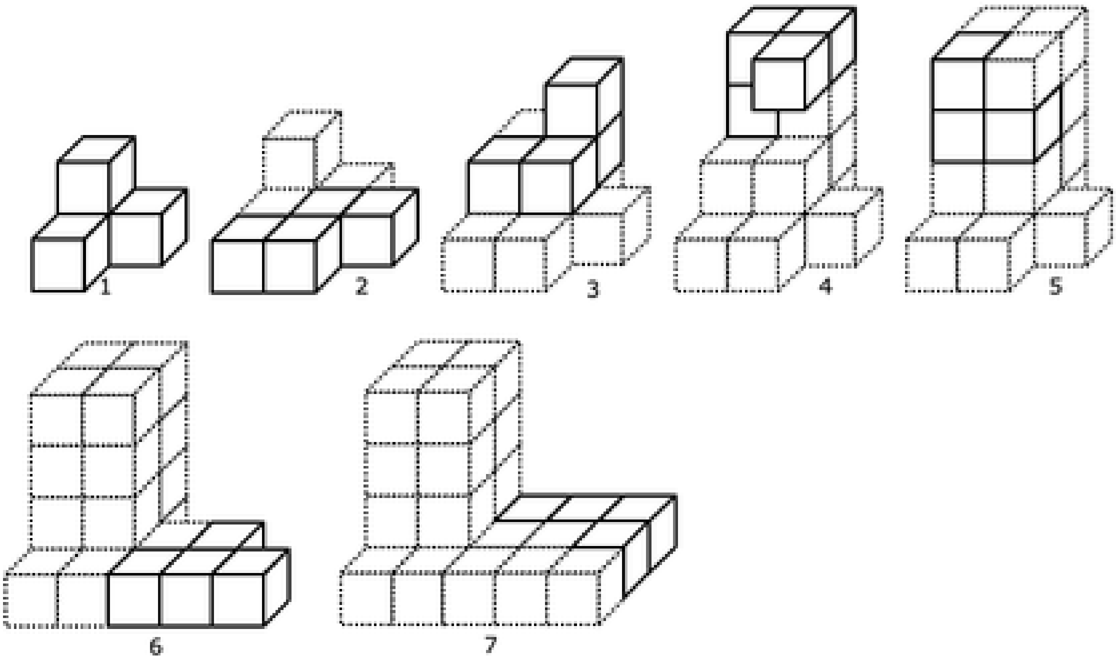
Ils ont eu à construire des pavés en utilisant certaines des pièces, puis colorier ce qu'ils avaient trouvé (aucune erreur n'a été constatée dans les coloriages faits). Les recherches se sont faites individuellement, mais les solides à réaliser ont été partagés dans les groupes de 2 ou 3 élèves.

Retour au sommaire

Le premier pavé a été trouvé par tous (toutes les pièces « plates » sont utilisées, beaucoup d'élèves ont réalisé le cube (toutes les pièces sont utilisées). Les autres pavés peinant à être trouvés, une aide a été fournie : la pièce blanche n'est pas utilisée. La justification de cette aide a été abordée en fin de séance à partir du dénombrement des cubes unitaires formant les solides à construire : 12, 16, 20, 24 : la pièce formée de trois cubes ne pouvait être utilisée.

Dénombrement de cubes, couche par couche



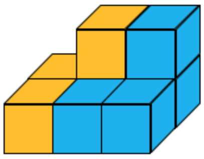
Pour chacune des sept étapes de la construction, complète le tableau ci-dessous puis réalise le solide.

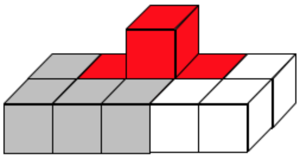
	Étape 1	**Étape 2**	**Étape 3**	**Étape 4**	**Étape 5**	**Étape 6**	**Étape 7**
Nombre de cubes de la couche inférieure							
Nombre de cubes de la deuxième couche							
Nombre de cubes de la troisième couche							
Nombre de cubes de la quatrième couche							
Nombre total de cubes disposés à cette étape							

Retour au sommaire

Il a fallu expliquer le mot « inférieur » ainsi que la notion de « couche de cubes : celle-ci a été associée à des étages. Le tableau a été correctement rempli par la plupart des élèves. Certains d'entre eux ont obtenu 28 comme nombre total de cubes à la septième étape : la dernière ligne n'a pas toujours été remplie en additionnant les nombres présents dans les colonnes mais en ajoutant « 4 » étape par étape et en oubliant qu'à l'étape 5, une pièce de 3 cubes était placée. La gestion de tels tableaux devrait être poursuivie au collège !

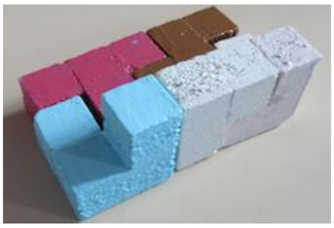
Deux pavés accolés ou un cube et un pavé accolé



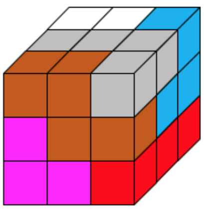


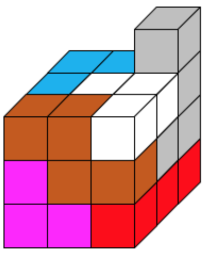
Ces deux exemples ont été présentés à l'aide du TBI. Les élèves ont repéré les solides accolés et les nombres de pièces utilisées.

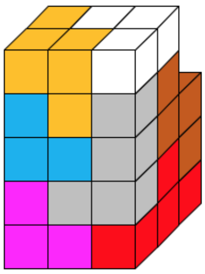
Le défi proposé aux élèves était de construire de tels solides en utilisant 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 pièces. Il leur a été annoncé que leurs réalisations seraient prises en photo : les exemples ci-dessous sont extraits du document accessible sur notre site.



Deux cubes accolés ? Deux pavés accolés ?



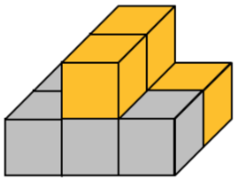
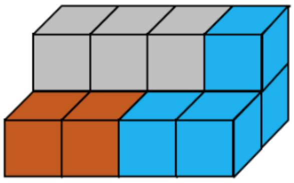
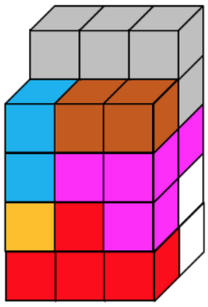




Les élèves ont eu à réagir face à ces trois dessins : 27 cubes unitaires ont été utilisés, pour le deuxième dessin, il doit y avoir un trou quelque part et pour le troisième, le trou doit être très important. Ils ont eu à cœur de construire les trois solides dessinés : ils ont constaté que le trou du deuxième dessin était caché à l'intérieur du solide et ont cherché où se placer pour que le troisième assemblage soit vu comme sur le dessin projeté sur le TBI. Ces dessins surprenants sont extraits des solutions du défi proposé dans le Petit Vert n°85 pour les 70 ans du cube SOMA. La conclusion faite en classe a été que des trous peuvent exister s'il n'est pas précisé que les solides dessinés sont des pavés ou des cubes.

Retour au sommaire

Prolongements

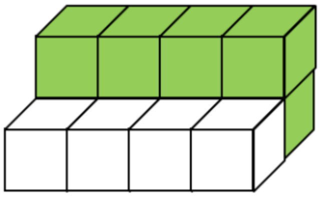
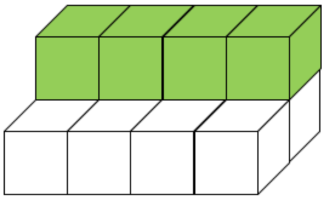
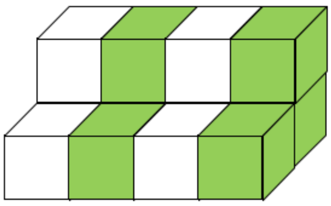




Les solides photographiés ont été dessinés sans chercher à respecter systématiquement leur orientation vue sur la photo. Dessins et photos pourront par la suite être collés sur des cartes en carton pour que des jeunes élèves retrouvent les représentations d'un même solide.

Pavés et cubes accolés

Combien de petits cubes forment ce solide obtenu avec certaines pièces du cube SOMA ?

La pièce blanche a-t-elle été utilisée ?

Pour ce solide, plusieurs stratégies peuvent être mises en œuvre. Les deux premières font appel à des pavés accolés, la troisième utilise le fait que le solide est un prisme droit et permet une approche de la formule permettant le calcul de son volume.

La deuxième question donne de l'intérêt au dénombrement des cubes unitaires utilisés.

L'ensemble des photos et dessins évoqués dans cet article est téléchargeable sur notre site, mais nul doute que l'enseignant utilisateur de cette piste de travail préférera les dessins correspondant aux créations de ses élèves.

Retour au sommaire

Dans nos classes

EN CINQUIÈME, C'EST LA RENTRÉE !

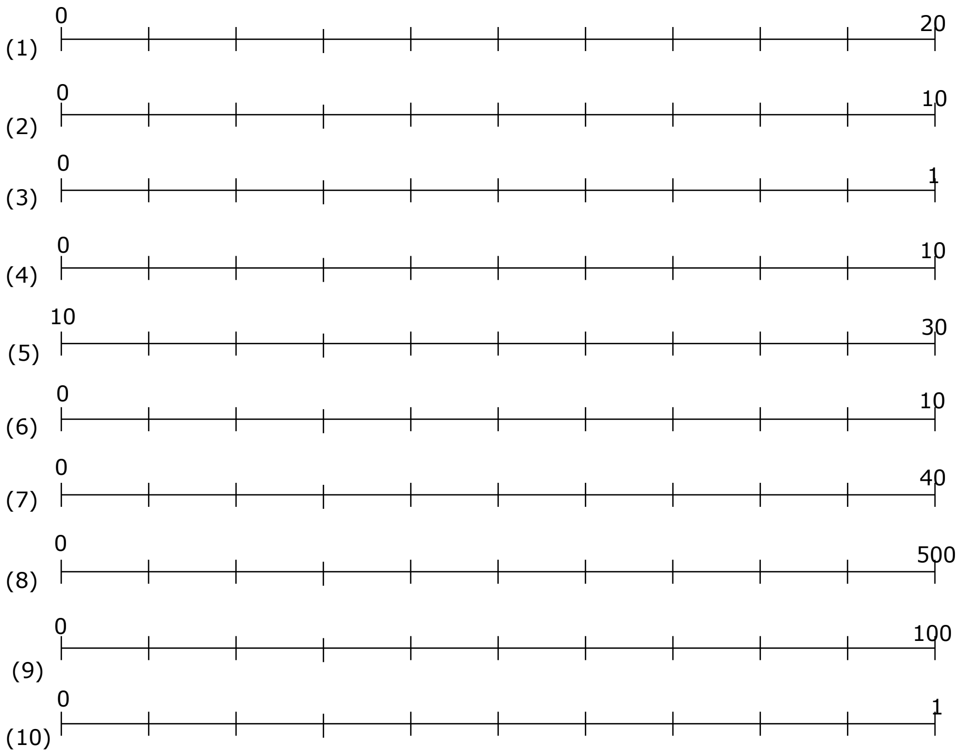
Groupe jeux

droite	point	abscisse
(1)	A	$10 - (6 + 2)$
(1)	B	$(7 - 5) \times 8$
(2)	C	$5{,}5 - 3 - 2$
(2)	D	$2 + 3 \times 2$
(4)	E	$12 : 3 + 4 \times 0{,}5$
(5)	F	$30 - 12 + 3$
(6)	G	$[10 - (5 + 3)] \times 2$
(6)	H	$5 \times (2 - 0{,}3 \times 3)$
(6)	I	$2 \times 5 - 6 : 2$
(6)	J	$(2 + 4 : 4) \times 3$
(7)	K	$(10 - 8) \times (2{,}5 + 1{,}5)$
(7)	L	$(8 + 6 \times 4) : 2$

droite	point	abscisse
(7)	M	$3 \times 8 - 2$
(7)	N	$58 - (8 + 4 \times 5)$
(8)	O	$4 \times 5 + 3 \times 10$
(8)	P	$5 \times (5 + 10 \times 2)$
(8)	Q	$[2 \times (10 + 15)] \times 7$
(8)	R	$(100 - 20 + 5) \times (2 + 3)$
(9)	S	$30 : (7 - 1)$
(9)	T	$160 : 4 : 2$
(9)	U	$9 \times 10 - 5 \times 3$
(9)	V	$60 : 2 \times 3$
(10)	W	$(0{,}03 + 0{,}06 \times 2) : 3$
(10)	X	$0{,}3 + 3 : 10 \times 2$

1/ Dans ton cahier d'exercices, calcule l'abscisse des points ci-dessus.

2/ Place ces points sur les droites graduées indiquées.



3/ Trace la ligne brisée IDBDJ.

Trace les polygones suivants : le quadrilatère AEFC ; l'hexagone TPLMQU et le décagone WSOKGHNRVX.

Retour au sommaire

En septembre 2018, c'était comme partout la rentrée au collège de Montmédy.

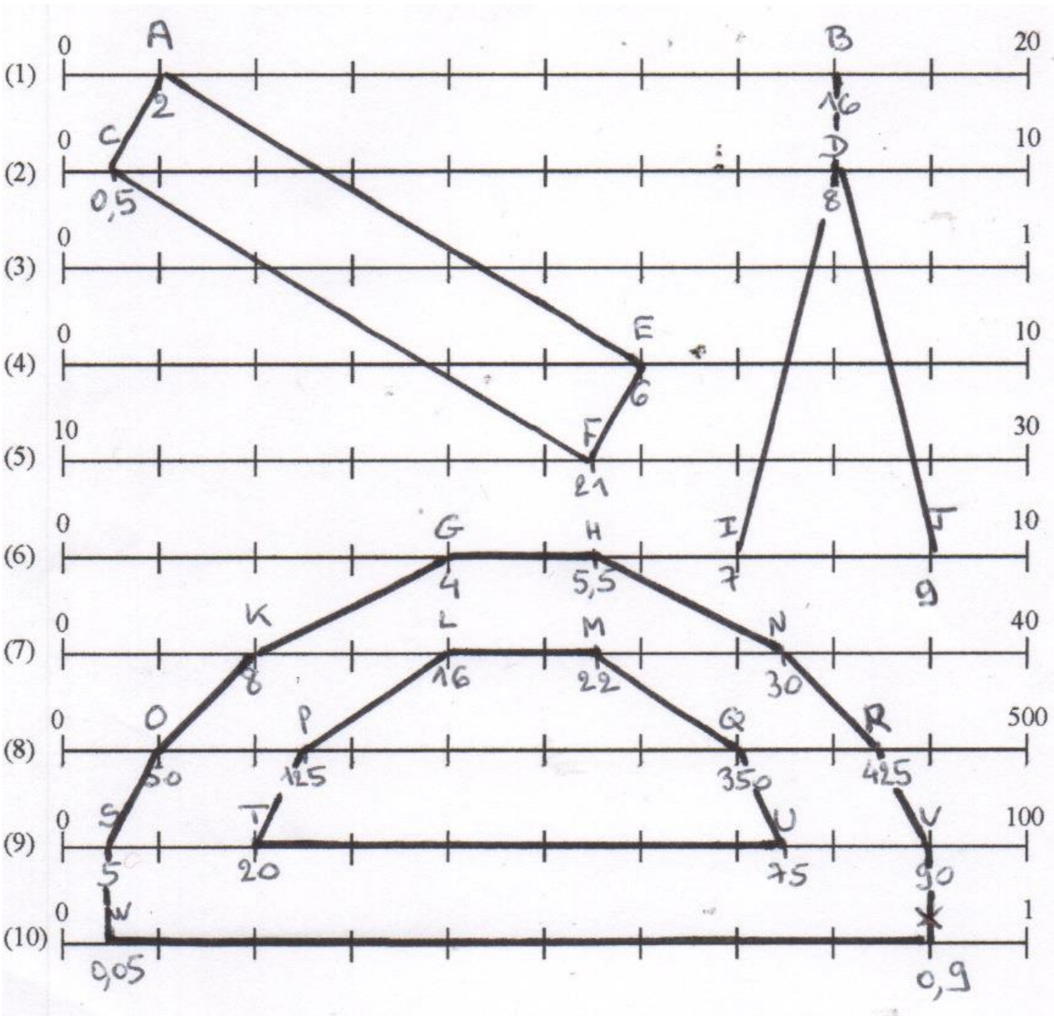
Des groupes de quinze élèves ont travaillé en Aide Personnalisée sur les priorités opératoires à respecter dans ce dessin gradué créé spécialement à leur attention.

Tous les élèves avaient déjà rencontré et apprécié ce type de jeu en classe de sixième, la mise en activité s'est trouvée facilitée.

Pour la plupart des calculs, il a été imaginé qu'un élève ne respectant pas les priorités puisse quand même placer son point sur la droite. Ceci fut loin d'être évident lors de la conception du dessin gradué. Par ailleurs, certains points ne sont pas sur la graduation, mais au milieu de deux traits, les graduations étant espacées d'un centimètre, ça ne paraissait pas insurmontable.

Après avoir rappelé qu'il faut regarder "l'écart" entre la première graduation et la dernière et diviser par 10 pour savoir si on compte de 1 en 1, de 2 en 2, de 10 en 10 ... il n'y a pas eu de réelles difficultés de placement (ils ont dû se souvenir de ce qui avait été fait en sixième), mais plutôt des étourderies comme des comptages du style 0-2-4-6-7-8-9...
L'erreur vue se répéter le plus souvent a été 5,5 - 3 = 5,2 (calcul C). Les élèves n'ont pas été surpris des instruments de dessins apparaissant à la fin des tracés, à Montmédy comme ailleurs sans doute, la géométrie reste bien vivante.

Voici ci-dessous de quoi vous donner envie d'utiliser ce dessin gradué dès cette rentrée 2019.



Retour au sommaire

Dans nos classes

LE JEU DES SANDWICHES

Sébastien Lozano et Marie Pacaud

Comment faire du calcul mental un jeu d'équipe ? Le jeu des sandwiches répond à la question ! Il a été inventé par Gérard MARTIN et Jean-Christophe DELEDICQ. Cet article rend compte des expérimentations du jeu, réalisées dans leurs classes en juin 2019, par Sébastien Lozano (Collège Jean Lurçat de FROUARD) et Marie Pacaud (Collège Grüber de Colombey-les-Belles).

Préparation du jeu

Chaque équipe est composée de 7 joueurs et possède sa couleur.

Chaque joueur porte une double chasuble, sur son ventre et sur son dos, comme un homme-sandwich. D'où le nom du jeu !

Ces chasubles sont des rectangles portant des symboles (chiffre ou signe opératoire). Nous avons plastifié des feuilles de couleur, que l'on a épinglées sur les chasubles empruntées aux collègues de sport. Il est aussi possible de passer une cordelette dans des perforations et nouer.

Sur le recto se trouve un symbole (1, 2, 3, 4, 5, 6, ou 0) et sur le verso se trouve un autre symbole, respectivement : 8, 9, +, -, /, x ou 7. Par exemple, si l'on voit le 8 devant alors, dans le dos, se cache le 1. Le joueur en se positionnant de face ou de dos matérialisera au choix un 8 ou un 1.

Déroulement du jeu

Les équipes se placent en arc de cercle, autour du ou des arbitres.

On peut jouer dans une cour, une esplanade, un hall...

L'espace entre les équipes et les arbitres doit être assez grand pour que les joueurs d'une équipe puissent s'aligner tous les sept pour présenter leur proposition de calcul devant les arbitres et les autres équipes.

Les arbitres proposent un nombre résultat écrit sur un tableau.

Il n'y a pas de temps limite ; on attend qu'une équipe trouve le résultat. Dès qu'une équipe a trouvé un calcul, faisable avec les signes dont elle dispose et donnant le résultat demandé, les joueurs nécessaires viennent se placer, dans le bon ordre, devant les arbitres.

Tous les joueurs de l'équipe ne participent pas nécessairement.

Les arbitres vérifient le calcul proposé et le valident ou non.

La première équipe à présenter un calcul juste marque 2 points. Si, dans les 10 à 20 secondes suivantes, une équipe présente un autre calcul, différent mais menant aussi au bon résultat, elle marque 1 point. La même équipe peut présenter 2 calculs différents et cumuler ainsi 3 points. S'il y a 5 équipes ou plus, on acceptera jusqu'à 3 réponses différentes et on accordera 3, 2 et 1 points aux trois premiers résultats justes.

Retour au sommaire

Expérimentation relatée par Sébastien Lozano

Protocole dans la classe

Lors des grosses chaleurs du mois de juin, la température de ma salle dépassait les 30°, je me suis mis en quête d'un endroit un peu plus frais, d'abord le préau, mais il manquait également d'air, puis j'ai trouvé un petit espace en descendant les escaliers vers les caves où il faisait bon. Nous avons joué dans ces deux lieux.

J'ai refait une séance de sandwiches avec les groupes suivants :

En AP 6ème, 2 équipes de 7.

En AP 4ème, 2 équipes de 5, il y avait beaucoup d'absents ce jour-là.

En 5ème classe entière, 4 équipes de 7.

En 6ème classe entière, 4 équipes de 7.

La dynamique est bonne, même si on peut noter que l'effectif réduit des 4èmes a semblé ôter un peu de dynamisme au jeu, les niveaux des deux équipes n'étaient pas équivalents.

J'ai fait un peu évoluer le protocole :

Chaque équipe désigne un chef d'équipe.

Chaque coéquipier se munit d'une feuille et d'un crayon.

Chaque coéquipier est responsable d'un seul carton chiffre/opération ou chiffre/chiffre.

C'est le chef d'équipe qui se présente pour annoncer que l'équipe a une proposition.

La première équipe qui propose un résultat juste gagne 5 points.

Une proposition erronée fait perdre 1 point.

Parfois, pour relancer le jeu, si les écarts sont trop grands, j'annonce un nombre de points plus important.

Intérêts pédagogiques

Après une remise en route pour rafraichir les idées, j'ai essentiellement travaillé sur les nombres cibles 1190, 1300, 1870 et 582.

L'objectif était de travailler sur les décompositions d'un entier en produits de facteurs, que ces facteurs soient premiers ou non. Je n'y avais pas prêté attention, mais 582 peut s'écrire directement !

Cela permet en 6ème, et après aussi, de réinvestir les critères de divisibilité, en 3ème de réinvestir la décomposition en facteurs premiers et donc la notion de nombre premier.

Je remarque tout de même que malgré l'indication « *il faut trouver une solution n'utilisant qu'une seule multiplication* », les plus jeunes cherchent sans garder la direction donnée. J'ai fait un point d'explication en montrant une méthode possible, en faisant référence à la commutativité du produit et certains s'en sont servis.

L'intention de refaire ou pas

Je pense refaire ce thème l'an prochain, notamment en 3ème, soit pour introduire la notion de décomposition en facteurs premiers, soit pour les nombres premiers eux-mêmes, soit en réinvestissement.

Prolongement en algorithmique

Il doit être possible de coder puis de faire coder, un algorithme de brute-force pour trouver des solutions si ce n'est toutes, pour un nombre cible donné. Je n'y ai pas encore réfléchi.

Retour au sommaire

Expérimentation relatée par Marie Pacaud

Public visé

Une classe de 29 élèves de CM2 de l'école primaire de Seichamps (M. BERGE), ma classe de 27 élèves de 6ème

Durée

Plusieurs échanges sous forme de défis.

Constitution des équipes

Chaque enseignant constitue des équipes de 7 à 9 élèves.

Préparation des défis

L'enseignant demande à ses élèves de trouver un calcul réalisable. Le résultat sera ensuite envoyé à l'autre classe qui devra relever le défi. On pourra demander aux élèves des contraintes supplémentaires (plusieurs calculs, utilisation de parenthèses) au fur et à mesure des défis.

Le dernier défi proposé était de trouver un maximum de propositions pour obtenir le nombre 1 en 5 minutes.

Intérêt pédagogique

L'activité ainsi proposée a permis un véritable échange entre élèves de Cycle 3 et de niveaux différents autour du calcul mental.

Freins

Aucun concernant l'activité en elle-même. Cependant, nous n'avons pas eu la possibilité de mettre en place une rencontre en fin d'année à cause de l'éloignement géographique et des contraintes d'emplois du temps.

Ressenti

Vraie émulation des élèves pour chercher les nombres proposés et pour valider les réponses des camarades.

L'expérience est à renouveler avec une (des) classe(s) du secteur de COLOMBEY avec, si possible, une rencontre en fin d'année pour un défi avec des équipes mélangées (primaire et collège) dans le cadre de la liaison CM2-6ème.

Un exemple de défi proposé à la classe

Trouver un maximum de réponses donnant le nombre 1 en 5 minutes.

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4
0 + 1	1	1	0 + 1
2 - 1	0 + 1	0 + 1	2 - 1
3 - 2	2 - 1	2 - 1	3 - 2
8 - 7	3 - 2	3 - 2	6 – 5
9 - 8	6 – 5	6 – 5	7 - 6
10 - 9	7 - 6	7 - 6	8 - 7
(4 : 8) x 2	8 - 7	8 - 7	10 - 9
	9 - 8	9 - 8	6 + 5 - 10
	10 - 9	10 - 9	60 - 59
		7 - (1 + 5)	7 + 9 - 15
		60 - 59	

Le groupe ayant trouvé le maximum de bonnes réponses est donc le groupe 3 avec 11 bonnes réponses en 5 minutes.

Retour au sommaire

Pour la classe, voici les réponses différentes trouvées :

1	0 + 1	2 – 1	3 – 2
6 – 5	7 – 6	8 – 7	9 – 8
10 – 9	7 – (1 + 5)	60 – 59	(4 : 8) x 2
6 + 5 – 10	7 + 9 – 15		

La classe a donc trouvé 14 réponses différentes en 5 minutes.

Marie Pacaud et Sébastien Lozano ont présenté cette activité lors de notre journée régionale de mars 2019. Les documents déposés sur notre site fournissent une description plus détaillée du jeu et permettent en particulier la réalisation du matériel utilisé. Les photos ci-dessous ont été prises pendant cet atelier.

Annonce

JOURNÉES DE L'APMEP

Vous pouvez vous inscrire au PAF pour les Journées de l'APMEP, avant le 23 septembre.

Après vous être connecté sur PARTAGE, il faut se rendre sur le Portail ARENA (colonne de gauche) puis sélectionner (toujours à gauche) Gestion des personnels et enfin GAIA Accès individuel (au centre). Vous êtes sur le PAF ! Dans Inscription individuelle, vous choisirez comme identifiant de module le numéro 18A0120416. Vous pourrez ainsi vous inscrire aux deux modules proposés par l'APMEP ou à un seul.

- Pour l'inscription pédagogique aux Journées Nationales de Dijon du 19 au 22 octobre, il faut se créer un compte sur le site des journées avant le 13 octobre. Le Comité vous recontactera alors pour le traditionnel repas de la Régionale de Lorraine aux Journées.
  (Si ce n'est pas le cas, c'est que vous n'êtes pas lorrain ou que l'on vous a oublié ; écrire alors à president@apmeplorraine.fr).

- Pour l'inscription à la Journée Régionale de la Lorraine à Nancy, le 18 mars 2020, l'inscription sera ouverte sur le site de la Régionale dans le courant du mois de février 2020.

Retour au sommaire

Dans nos classes

Parcours d'Étude et de Recherche : Racine de deux

Gilles Waehren

Le programme de Seconde de la rentrée 2019 a décontenancé plus d'un professeur de mathématiques. Après l'avoir relu plusieurs fois, il m'a semblé que certaines notions, certaines compétences, devaient être abordées de façon conjointe. J'ai eu le sentiment qu'une lecture linéaire de nombreuses parties de ce programme pouvait conduire à un contenu de cours très déconstruit, vide de sens. Puis est apparu « Démonstration de l'irrationalité de racine de deux » ! Nous avions travaillé, dans le groupe « Histoire des mathématiques » de l'APMEP de Lorraine, sur la construction des nombres (fractions, irrationnels) au travers de textes et documents historiques, notamment racine de deux. Le fruit de nos recherches avait pris forme dans un atelier lors de la Journée Régionale 2009 puis dans un article publié dans les Petit Vert 102 et 103.

Les nombreux travaux (voir bibliographie en annexe) autour de ce nombre montrent qu'il est possible de l'aborder par de multiples points de vue : géométrique, arithmétique, algébrique, algorithmique… Il s'agissait donc, pour moi, d'organiser cet ensemble de manière cohérente et pédagogique et de leur proposer à des élèves qui vivaient les dernières heures du programme 2009 en étant supposés maîtriser celui de 2019. Nous verrons que ce ne fut pas chose aisée et qu'il sera nécessaire d'améliorer les activités proposées aux élèves.

L'accroche de ce travail résidait dans la tablette YBC 7289 (Yale Babylonian Collection), surnommée la pierre de Rosette des mathématiques, qui donne une valeur approchée de $\sqrt{2}$ au millionième. Quel est le contenu de cette tablette ? Que signifie-t-il ? Quelle est la qualité de l'information ? Comment les Babyloniens (les Sumériens pour être précis) sont-ils parvenus à un tel résultat ? Ces questions pouvaient faire l'objet d'un Parcours d'Étude et de Recherche ; en deux mots, un travail sur un sujet donné qui permet d'aborder un grand nombre de notions du programme appartenant à des domaines variés.

Le découpage que je me donnai fut le suivant :

Étape 1 : Présentation de la tablette (histoire des mathématiques)

Étape 2 : Lecture des valeurs de la tablette et déchiffrage (codage de l'information)

Étape 3 : Méthode par les rectangles (géométrie et construction), dite de Héron

Étape 4 : Augmentation du nombre d'étapes (calcul automatisé)

Étape 5 : Valeurs successives de L et l (calcul et encadrements)

Étape 6 : Programmation Python (algorithmique)

Étape 7 : Irrationalité de $\sqrt{2}$ (démonstration)

Ces sept étapes furent regroupées sur quatre séquences de durée variable. Le travail fut proposé au troisième trimestre dans une classe de Seconde, la plus faible du lycée, mais avec des éléments moteurs et une certaine appétence pour les mathématiques. Toutefois, les capacités d'approfondissement de certains élèves freinèrent quelque peu mes ambitions. L'objectif était de travailler, avec un sujet commun, la plupart des compétences :

- Chercher : toutes les étapes
- Modéliser : étapes 4 et 6
- Représenter : étapes 2 à 6
- Raisonner : étapes 2, 3 et 7
- Calculer : toutes les étapes

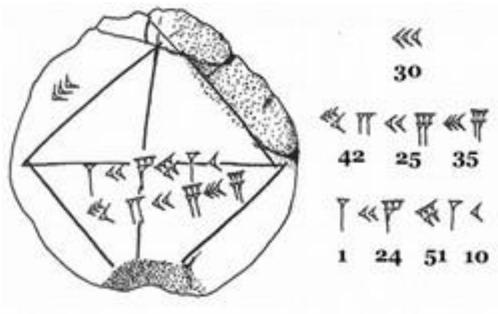
Retour au sommaire

- Communiquer (à l'oral ou à l'écrit) : toutes les étapes.

Bien sûr, j'espérais aussi augmenter la culture personnelle des élèves et leur faire comprendre que les mathématiques se sont construites dans la durée (plus de 4000 ans) sur des idées parfois élémentaires mais riches en développement.

Chaque séquence permettait de faire le bilan de la précédente, mais, pressé par le temps, nous n'eûmes guère le temps de faire une synthèse globale de tout le travail. Les difficultés rencontrées dans les étapes 3 et 7 me font penser qu'un travail préalable sur le raisonnement et le besoin de démonstration s'impose avant de les aborder. J'avais en partie anticipé ce genre de problème en supprimant l'étape 5 que je développerai en annexe. Les liens sur les séquences permettent d'accéder au document-élève.

Séquence 1 : Lecture et déchiffrage de la tablette.
Étapes 1 et 2. En classe.



La première partie du travail a consisté en la découverte de la tablette : son contexte, son contenu. Les tablettes babyloniennes ont permis d'identifier cette civilisation, dont les cités (Sumer, Uruk, Babylone…) étaient implantées dans l'actuel Irak, entre le Tigre et l'Euphrate, comme celle qui aurait inventé l'écriture. Beaucoup de recherches font penser que ce progrès humain prendrait ses racines dans les mathématiques. Un grand nombre des tablettes exhumées des champs de fouilles proviendraient du sous-sol des habitations, qui était souvent remblayé avec des gravats de moindre importance : les tablettes des élèves scribes (Christine Proust). Le fond documentaire est donc très disparate ; on y trouve beaucoup de tables de calculs, mais aussi la tablette Plimpton 322 qui contient des triplets pythagoriciens, plusieurs siècles avant Pythagore ou la corde à 13 nœuds, ou la tablette YBC 7289 ici étudiée. Les élèves avaient, comme travail personnel à la maison, à chercher quelques repères historiques de cette période.

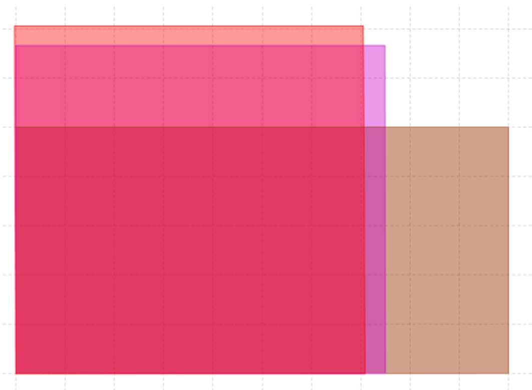
Cette séquence, ainsi que la plupart de celles de ce parcours, de découverte s'est faite un lundi après-midi en deuxième partie de séance. Le document élève expliquait comment lire les nombres en écriture cunéiforme, comment les écrire en base 10 puis comment les convertir de la base 60 à la base 10. Tout seuls, les élèves ont eu à convertir les deuxième et troisième nombres ; ce qui a nécessité quelques ajustements, étant donné la difficulté induite par la virgule. Puis, ensemble, nous nous sommes efforcés de prouver que la diagonale d'un carré de côté 30 avait bien pour valeur le deuxième nombre. Il est parfois difficile de s'impliquer dans un calcul dont on connaît le résultat : la vérification, tâche mathématique relativement aisée pour l'habitué, n'est pas forcément naturelle pour l'élève. Enfin, le rapport entre les deux longueurs a permis d'interpréter le troisième nombre et d'apprécier la qualité de la précision obtenue par les Babyloniens. Cette idée de former le rapport de deux longueur pour quantifier l'une relativement à l'autre ne va pas de soi. Là encore, les élèves se sont demandés pourquoi les mathématiciens babyloniens avaient ajouté cette indication.

Le temps que je me suis accordé pour ce travail ne laissait guère de place à l'autonomie de l'élève, sur une activité dans laquelle il peut, tout de même, répondre à plusieurs questions par lui-même. Pour la semaine suivante, les devoirs se limitaient à deux tâches simples : situer la période de Babylone et traduire un nombre en écriture cunéiforme. La correction de ces questions a permis de faire, le lundi suivant, un petit rappel sur ce qui avait été vu.

Retour au sommaire

Séquence 2 : Méthode par les rectangles. Étape 3. À la maison.

Il fallait maintenant comprendre comment les Babyloniens étaient parvenus à cette valeur. L'une des hypothèses formulées (Wikipédia) est la construction d'une suite de rectangles d'aire égale à 2, qui converge vers un carré de côté $\sqrt{2}$; ce que l'on appelle méthode de Héron.

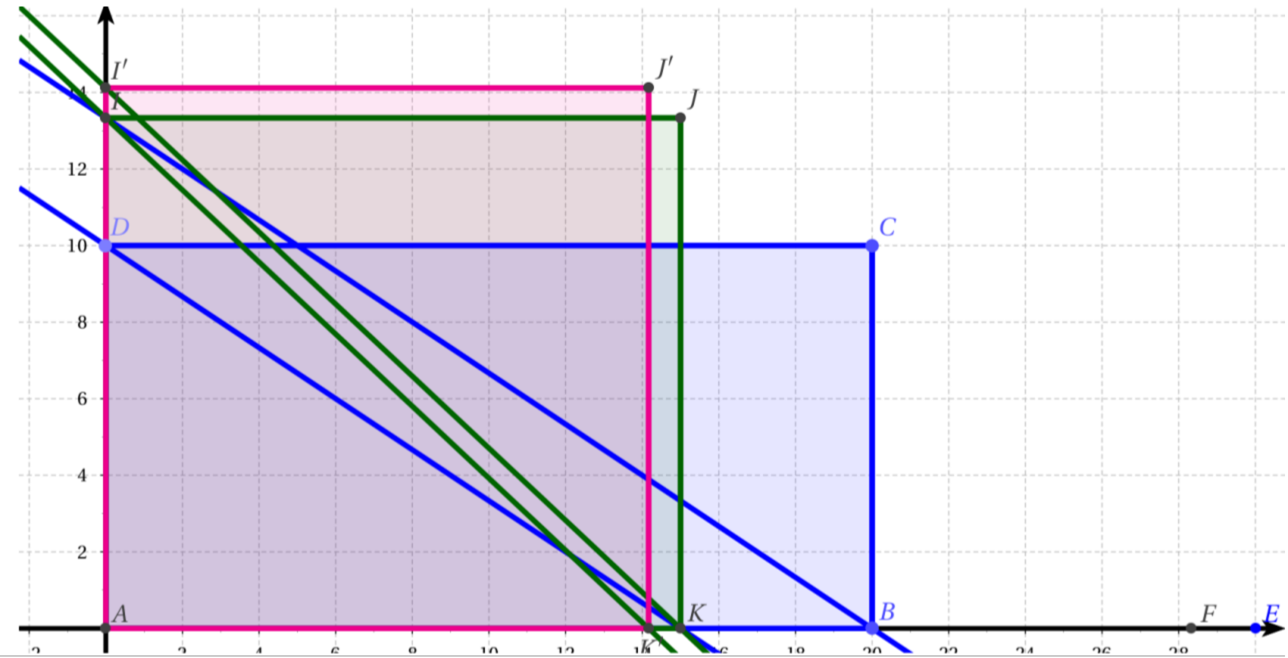


On approche le carré limite avec une grande précision en trois étapes. J'ai proposé ce travail en Devoir Maison. Cependant, un temps de découverte en classe aurait été nécessaire. Il a fallu procéder, la veille du rendu, à des explications, à l'aide de GeoGebra, pour comprendre l'algorithme de construction suivant :

On considère le programme de construction suivant

1. Construire un rectangle ABCD avec AB = 2 dm et CB = 1 dm.
2. Placer E sur la demi-droite [AB), hors du segment [AB], tel que : BE = CB.
3. Placer K, le milieu de [AE].
4. Construire I, l'intersection de la droite (AD) et de la parallèle à (KD) passant par B.
5. Construire le rectangle AIJK.
6. Répéter deux fois les étapes 2 à 5, en nommant progressivement les nouveaux points.

On obtient alors le résultat :



Retour au sommaire

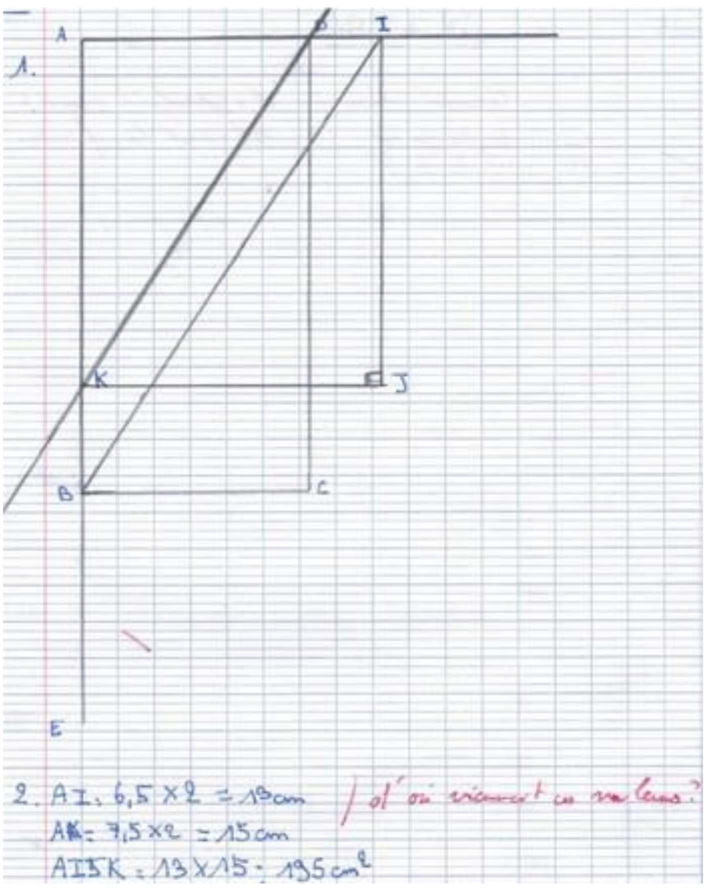
Dans l'instruction 6, la deuxième répétition est très délicate à réaliser, y compris en géométrie dynamique. Pourtant, il est nécessaire de prendre conscience de cette difficulté pour comprendre l'efficacité de la méthode.

Le travail ne se résumait pas à la construction. Il fallait aussi répondre aux questions :

Questions :

1. Effectuer le programme de construction jusqu'à l'étape 5 sur feuille, jusqu'à l'étape 6 sur GeoGebra.
2. Calculer les longueurs AI et AK. Quelle est l'aire du rectangle AIJK ?
3. Quelles sont les dimensions et les aires des deux autres rectangles construits ?
4. Comment obtenir la longueur AI par une autre méthode ?

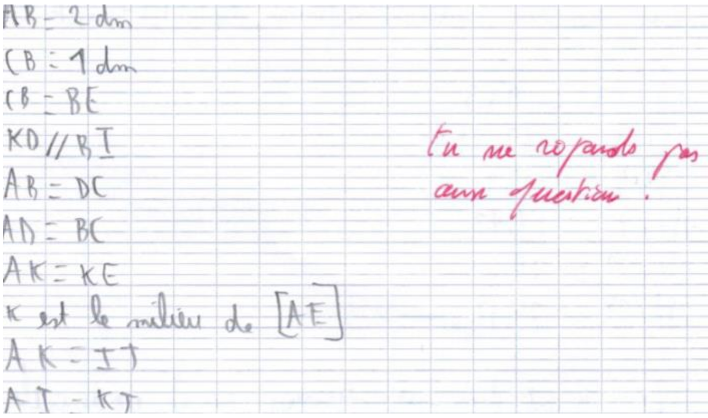
Hormis les répétitions inhérentes à ce genre d'exercice, les devoirs ont donné des productions assez variables. Dans plusieurs cas, la question 2 s'est limitée à la mesure à la règle des dimensions et à l'utilisation de la formule de l'aire du rectangle. Bien sûr, l'énoncé aurait pu les inciter davantage à expliquer leur démarche, mais on peut être en droit d'attendre d'un élève de Lycée, en fin de Seconde et en devoir maison, de prendre le temps de rédiger :



L'élève n'a ici même pas entamé de démarche de recherche. C'est décevant pour quelqu'un qui réussit d'habitude plutôt bien.

Retour au sommaire

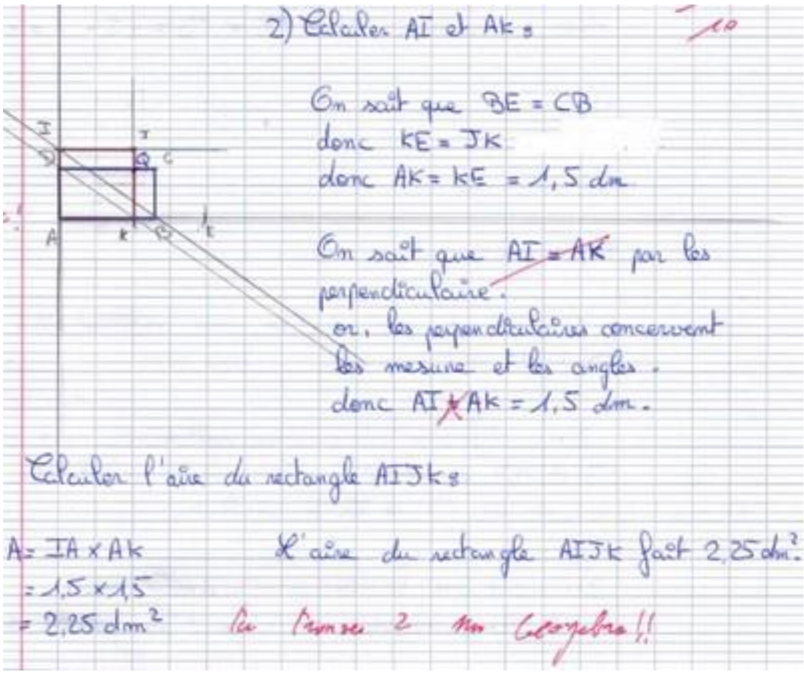
D'autres ont amorcé un début d'explication très décousu :


AB = 2 dm
CB = 1 dm
CB = BE
KD // BI
AB = DC
AD = BC
AK = KE
K est le milieu de [AE]
AK = IJ
AJ = KJ

Tu ne réponds pas aux question !

Il arrive régulièrement que nos élèves oublient la question posée et terminent leur travail sans y répondre. L'énoncé demandait des valeurs qui n'apparaissent nulle part : l'aspect communication fait défaut dans ce travail.

Chez d'autres, on trouve des problèmes de cohérence :


2) Calculer AI et AK :

On sait que BE = CB
donc KE = JK
donc AK = KE = 1,5 dm

On sait que AI = AK par les perpendiculaire.
or, les perpendiculaires conservent les mesures et les angles.
donc AI = AK = 1,5 dm.

Calculer l'aire du rectangle AIJK :

A = IA × AK
= 1,5 × 1,5
= 2,25 dm²

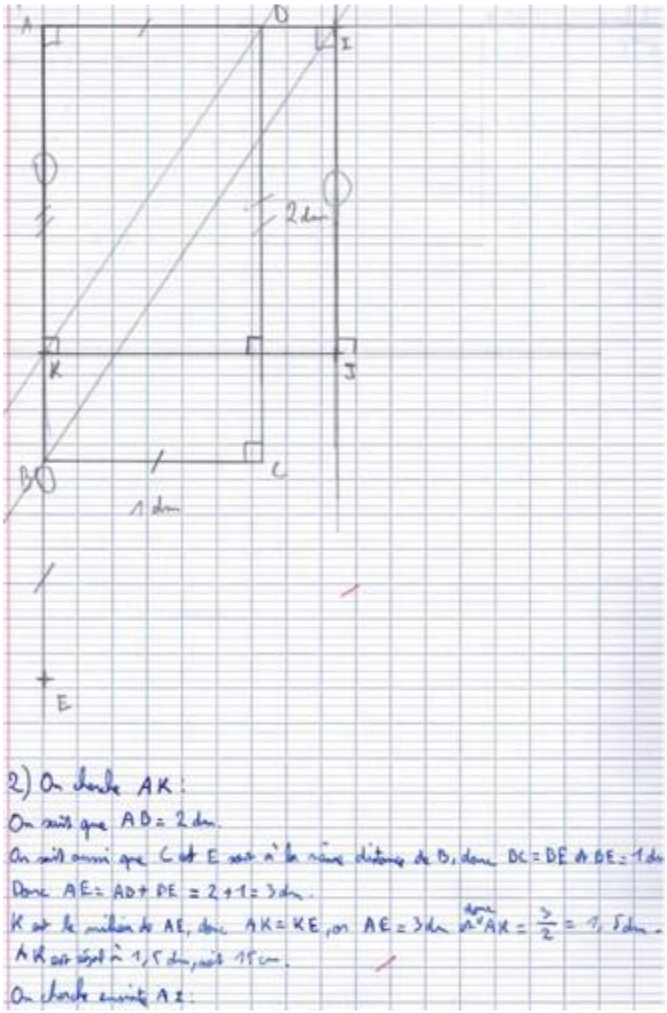
L'aire du rectangle AIJK fait 2,25 dm².

Tu trouves 2 sur Geogebra !!

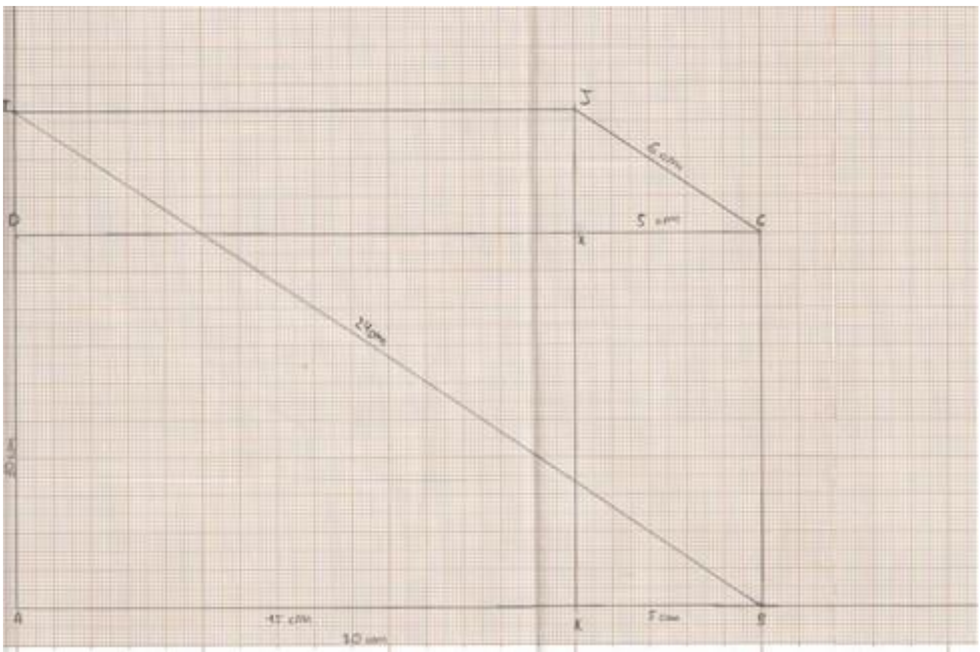
Comme, précisé en rouge, la figure GeoGebra de l'élève lui montrait que l'aire du rectangle devait être 2. Il s'est fié aux longueurs mesurées sur sa figure, trop petite (échelle 1:10 relativement à l'énoncé) et est passé à côté du résultat. La compétence Raisonner doit encore être travaillée.

Retour au sommaire

On en trouve aussi qui ont bien compris ce que le professeur attendait :



Enfin, cet élève a développé beaucoup de compétences mathématiques dans son travail, mais s'est complètement fourvoyé en misant tout sur le théorème de Pythagore, qui a une très forte cote chez nos élèves, alors que j'avais mis en évidence l'intérêt de travailler avec Thalès :



Retour au sommaire

②. La longueur de AK est de 15 cm. Car AB = 20,
BC = 10 et BC = BE donc le segment AE vaut 30 cm.
Comme le point K est le milieu de AE,
la longueur de AK est de 15 cm. 30 ÷ 2 = 15 cm.
Pour calculer la longueur de AI, il faut appliquer
le théorème de Pythagore :
AIB est un triangle rectangle en A, donc d'après le
théorème de Pythagore : $AI^2 = IB^2 - AB^2$.
On connaît la longueur de BI, après l'avoir mesurer, 24 cm.
Comment ?

$AI^2 = BI^2 - AB^2$
$AI^2 = 24^2 - 20^2$
$AI^2 = 176$
$AI^2 = \sqrt{176}$
$AI^2 \approx 13,3$ cm.

La longueur de AI est de 13,3 cm.

Il reste beaucoup de choses à dire sur le travail de ces élèves. Les professeurs de Lycée, dont moi, ont encore à l'idée que les collégiens arrivent en Seconde avec une certaine habitude de la démonstration au sens classique du terme. Si la compétence « raisonner » est bien dans les attendus de la fin du cycle 4, il faut continuer de la faire grandir par la suite. Elle est, avec la compétence « chercher », au cœur de l'activité mathématique, lui donnant sens et richesse. En tout cas, il était important de la réactiver pour passer à la démonstration de l'irrationalité. Mais avant cela, un petit intermède de calcul s'imposait pour replacer ce travail de géométrie dans son contexte.

<u>Séquence 3</u> : Calcul des valeurs successives des dimensions. Étapes 4 et 6. En salle info.

La méthode vue précédemment permet effectivement d'aboutir à la valeur de $\sqrt{2}$ indiquée sur la tablette.

Rectangle n°	Longueur	Largeur
1	2	1
2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$
3	$\frac{17}{12} \approx 1{,}417$	$\frac{24}{17} \approx 1{,}412$
4	$\frac{577}{408} \approx 1{,}414$	$\frac{816}{577} \approx 1{,}414$

Retour au sommaire

Et $\frac{577}{408} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} + \frac{35}{60^4}$ soit 1,24.51.10.35 en écriture pointée.

Après avoir rappelé ensemble le contexte de l'étude (le devoir maison avait été rendu et corrigé la semaine précédente), nous avons modélisé les opérations successives sur les dimensions du rectangle : à chaque étape, la longueur est la moyenne des dimensions du rectangle précédent et la largeur est telle que l'aire du nouveau rectangle vaut 2. Les dimensions du rectangle n°2 ont été calculées à la main. Pour les rectangles 3 et 4, l'usage de la calculatrice s'est rapidement imposé. L'objectif était alors de savoir si l'on pouvait obtenir une meilleure précision.

Dans un premier temps, les élèves devaient reconstituer, dans une feuille de calcul, le tableau générant les dimensions successives des rectangles sur 20 étapes. Les formules à saisir dans les cellules ont été assez rapidement trouvées et ils ont pu constater l'invariance du résultat en quelques étapes. Toutefois, nous nous sommes mis d'accord pour dire que l'écriture des nombres dans le tableur était assez limitée dans ses décimales et qu'il fallait changer d'outil pour gagner en précision. Je leur ai donc proposé l'algorithme suivant :

```
Fonction racine2(p:flottant;L :flottant)
    L←              ; (à compléter)
    l←              ; (à compléter)
    Tant que L − l > p , faire :
        L ←                  ;(à compléter)

        l ←                  ; (à compléter)
    finTantque
    Renvoyer ….  (à compléter)
```

Nous avons pris le temps d'expliquer le rôle de chaque variable et la condition de boucle. Ils devaient compléter les lignes et me montrer leur algorithme avant de le programmer en Python. Il n'était pas question de corriger la justesse de ce qu'ils avaient ajouté, l'exécution du programme permettrait de valider ou non leurs instructions ; je voulais qu'ils aient réfléchi avant de taper du code. Le travail sur tableur les a bien aidés à trouver les instructions de la boucle. Les conditions initiales n'ont pas présenté de difficultés particulières non plus. Les plus rapides ont obtenu les résultats attendus et on s'est aperçu qu'il fallait modifier l'algorithme pour qu'il renvoie les deux dimensions et non la longueur comme c'était suggéré. Le manque d'aisance des élèves avec la programmation en a gêné certains pour arriver au bout de cette activité dans le temps imparti.

Ce travail n'a pas fait l'objet d'une évaluation ou d'un rendu particulier.

<u>Séquence 4</u> : Démonstration de l'irrationalité. Etape 7. En classe.

La séance informatique a permis de mettre en évidence que $\sqrt{2}$ était un nombre pourvu de plusieurs décimales et qu'on pouvait en obtenir une valeur approchée de plus en plus précise à l'aide de fractions dont l'écriture comportait de plus en plus de chiffres. Cette dernière séquence avait donc pour but de prouver qu'on ne pouvait pas trouver de fraction égale à $\sqrt{2}$.

On est donc parti de l'idée de trouver une fraction irréductible $\frac{p}{q}$ égale à $\sqrt{2}$, point de départ commun à beaucoup de preuves par l'absurde de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Assez rapidement, on s'est

Retour au sommaire

mis d'accord pour dire que cela revenait à écrire : $p^2 = 2q^2$. J'avais traité, avant 2009, cette démonstration de deux manières, selon les années. Soit par la réflexion sur la parité de p et q, (a priori les nouveaux programmes de collège incitent à travailler ces notions) mais elle nécessite un certain niveau d'abstraction puisqu'on parle de nombres que l'on ne voit pas. Il y a 10 ans déjà, quelques rares élèves arrivaient à percevoir le fonctionnement de ce raisonnement ainsi que sa pertinence. Soit par une étude du chiffre des unités de p et q pour établir que l'égalité ci-avant impliquait que les deux entiers ne pouvaient pas être premiers entre eux.

C'est cette deuxième version que j'ai retenue, mais elle suscita encore de nombreuses interrogations. Je me demande si un mélange des deux approches n'aurait pas été plus fructueux : étudier les chiffres des unités pour montrer que p et q sont pairs tous les deux. On peut aussi entreprendre une méthode plus géométrique en cherchant le triangle rectangle isocèle à longueurs entières le plus petit (voir sur Wikipédia ou sur la page GeoGebra de Christian Mercat). En tout état de cause, il me semble encore difficile de faire naître chez les élèves le besoin de prouver ce résultat. Je ne sais pas s'il crée chez eux autant de problèmes existentiels qu'en a eu Pythagore.

Bilan

Il existe encore d'autres pistes d'exploitation de ce nombre riche en propriétés mathématiques. Ce parcours d'étude et de recherche m'a permis de montrer aux élèves ce que peut être une étude mathématique qui se fait dans la durée : celle du temps scolaire, celle de l'histoire des mathématiques. J'espère avoir enrichi leur culture historique et consolidé leur compétences de raisonnement et de calcul.

Annexes

Étape 5

Il manque, à mon sens, une preuve importante qui justifie le bien-fondé de la méthode babylonienne et que l'on peut traiter en classe de Seconde, c'est l'adjacence des suites de longueurs et de largeurs des rectangles successifs. Sans parler de suite, on peut établir que, si L et l sont les dimensions d'un rectangle donné et L' et l' celles du suivant, alors

$$l < l' < \sqrt{2} < L' < L.$$

En effet, comme $l < L$, $\frac{L+l}{2} < \frac{L+L}{2}$ donc $L' < L$. (relativement simple)

Par ailleurs, on a toujours : $L' \times l' = L \times l = 2$. Comme $L' < \mathrm{L}$, $L' \times l' < \mathrm{L} \times l'$ puisque $l' > 0$, donc $\mathrm{L} \times l < \mathrm{L} \times l'$ soit $l < l'$, puisque $\mathrm{L} > 0$. (un peu plus difficile)

Enfin, prouvons que $l' < \sqrt{2} < L'$.

On suppose que $L > \sqrt{2}$.

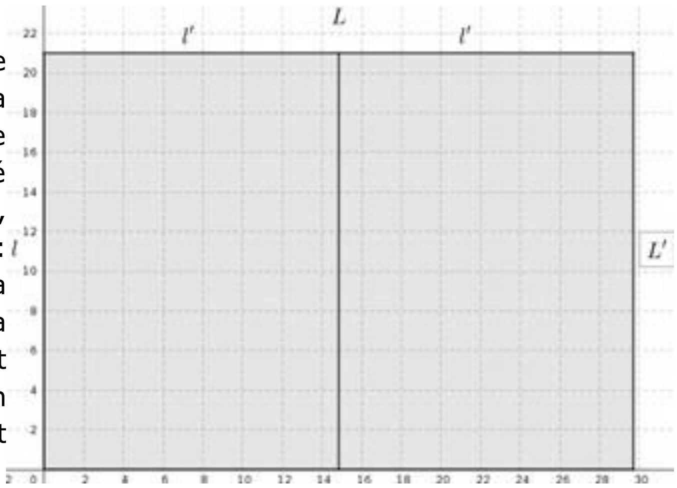
Si l'on avait $L' \leqslant \sqrt{2}$, alors on aurait $\frac{L+l}{2} \leqslant \sqrt{2}$ soit $\frac{1}{2}\left(L + \frac{2}{L}\right) \leqslant \sqrt{2}$ soit $L^2 + 2 \leqslant 2L\sqrt{2}$

donc $\left(L - \sqrt{2}\right)^2 \leqslant 0$ donc $\mathrm{L} = \sqrt{2}$ ce qui est en contradiction avec $L > \sqrt{2}$. On a donc : $L' > \sqrt{2}$ d'où $\frac{2}{L'} < \sqrt{2}$. On a ainsi prouvé que : $l' < \sqrt{2} < L'$. (à guider pour des élèves plus calés)

On ne pourra s'empêcher de déceler les récurrences implicites dans ce genre de raisonnement.

Retour au sommaire

Prolongement

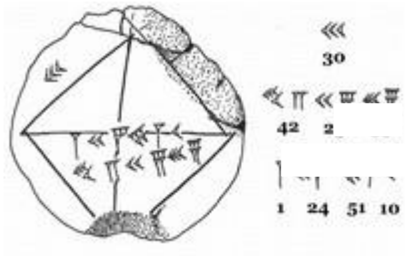


L’une des motivations pour continuer de s’intéresser à la racine carrée de 2 est sa présence dans les formats des feuilles en usage dans l’enseignement. Un standard a été donné pour le format A4 : « Les formats de papier A, B et C [...] ont été conçus pour vérifier [...] : une feuille coupée en deux parties égales par la largeur, produit deux feuilles semblables à l’original ; c’est-à-dire avec le même rapport longueur/largeur. L’aire étant diminuée d’un facteur 2, ceci n’est possible que si ce rapport vaut $\sqrt{2}$ »

On pourra prolonger le travail présenté ci-avant par l’excellente activité de François DROUIN intitulée « Une feuille A4 pleine de mathématiques », dont on peut lire le compte-rendu dans le Petit Vert 106.

Documents élève

Séquence 1



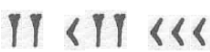
La tablette numérotée YBC 7289, dont le calque est reproduit ci-contre, est datée sur la période -1900 à -1600 avant notre ère. Elle a été surnommée « La Pierre de Rosette des mathématiques ».

Cette tablette d’argile a été retrouvée lors de fouilles en Mésopotamie.
Les hommes utilisaient alors un système de numération en base 60 (base sexagésimale), avec les deux seuls symboles : le clou  (qui vaut 1) et le chevron  (qui vaut 10).
Par exemple, le nombre qu'ils écrivaient  : se lit 15.2.34 et signifie :

$$15 \times 60^2 + 2 \times 60 + 34$$ soit 54 154,

de la même façon qu'avec notre système décimal en base 10, l'écriture 379 signifie

$$3 \times 10^2 + 7 \times 10 + 9 \; .$$

Pour les nombres décimaux, on écrivait, par exemple  pour 2,12.30 (au lecteur de savoir où placer la virgule !!) ; ce qui donne $2 + \frac{12}{60} + \frac{30}{3600}$ soit $2 + \frac{1}{5} + \frac{1}{120} = \frac{265}{120}$ soit environ 2,21.

Retour au sommaire

À la maison

Quelles sont les civilisations en Mésopotamie en 2000 avant notre ère ? Quelles sont les grandes villes ?

Qui étaient les Sumériens ?

Faire une recherche sur la tablette Plympton 322.

Que vaut le  nombre ?

En classe

Lecture des valeurs de la tablette YBC 7289 et déchiffrage.

Question

Qu'avaient découvert les Babyloniens ?

Pistes :

1. Décrire la figure représentée sur la tablette.
2. Convertir en base 10 les trois lignes de symboles :
    - sur la deuxième ligne, il y a trois nombres (chevrons – clous) et la virgule est placée après le premier ;
    - sur la troisième ligne, il y a quatre nombres, la virgule est située après le premier clou.
3. Que vaut la diagonale d'un carré de côté 30 ? Quel est la valeur du rapport de la diagonale par le côté ?

Séquence 2

Seconde 5
Devoir Maison n°8

La figure GeoGebra et le programme Python seront envoyés sur l'ENT.

Exercice 1 :

On considère le programme de construction suivant

1. Construire un rectangle ABCD avec AB = 2 dm et CB = 1 dm.
2. Placer E sur la demi-droite [AB), hors du segment [AB], tel que : BE = CB.
3. Placer K, le milieu de [AE].
4. Construire I, l'intersection de la droite (AD) et de la parallèle à (KD) passant par B.
5. Construire le rectangle AIJK.
6. Répéter deux fois les étapes 2 à 5, en nommant progressivement les nouveaux points.

Questions :

1. Effectuer le programme de construction jusqu'à l'étape 5 sur feuille, jusqu'à l'étape 6 sur GeoGebra.
2. Calculer les longueurs AI et AK. Quelle est l'aire du rectangle AIJK ?
3. Quelles sont les dimensions et les aires des deux autres rectangles construits ?
4. Comment obtenir la longueur AI par une autre méthode ?

Séquence 3

Pour obtenir la valeur de racine carrée de 2 inscrite sur la tablette, les chercheurs pensent que les Babyloniens ont construit des rectangles successifs, comme vu dans le Devoir Maison n°8 :

Retour au sommaire

A chaque étape,

la longueur du nouveau rectangle est la moyenne des dimensions du précédent ;

la largeur est telle que l'aire du nouveau rectangle est 2.

À la première étape, la longueur est 2 et la largeur est 1.

À la deuxième étape, la longueur est : et la largeur est :

À une étape quelconque, la longueur est L et la largeur est l.

À l'étape suivante, la longueur est donc : et la largeur est :

On admet que les longueurs diminuent et que les largeurs augmentent.

Sur tableur

On crée la feuille de calcul suivante :

	A	B	C
1	N° Etape	longueur L	largeur l
2	1	2	1
3	2	1,5	1,3333333333
4	3		
5			

Quelles sont les formules

en B3 ?

en C3 ?

Compléter la feuille sur 20 étapes.

Qu'observe-t-on ?

De quelle valeur se rapprochent la longueur et la largeur ?

Avec un programme

On veut maintenant choisir la précision p, de sorte que $\mathrm{L} - l < p$. Par exemple, pour $p = 10^{-5}$, si la différence $\mathrm{L} - l < 10^{-5}$, alors on peut avoir une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-5} près.

Pour cela, on utilise l'algorithme suivant :

Fonction racine2(p:flottant;L:flottant)

L← ; *(à compléter)*

l← ; *(à compléter)*

Tant que $\mathrm{L} - l > p$, **faire :**

L ← ;*(à compléter)*

l ← ; *(à compléter)*

finTantque

Renvoyer .... *(à compléter)*

Compléter les espaces vides de la fonction.

Implémenter la fonction en Python.

La tester avec différentes valeurs de p.

Retour au sommaire

Séquence 4 (non distribué)

Rappel : Pour obtenir la valeur de racine carrée de 2 inscrite sur la tablette, les chercheurs pensent que les Babyloniens ont construit des rectangles successifs :

A chaque étape, la longueur du nouveau rectangle est la moyenne des dimensions du précédent : $L' = \frac{L+l}{2}$; la largeur est telle que l'aire du nouveau rectangle est 2 : $l' = \frac{2}{L'}$.

Valeurs successives de L et l

Pour les deux premiers rectangles, on a : $L_1 = 2$ et $l_1 = 1$ et $L_2 = \frac{3}{2}$ et $l_2 = \frac{4}{3}$.

Calculer les dimensions du troisième et du quatrième rectangle.

Le troisième : à la main. $L_3 = \frac{\frac{3}{2}+\frac{4}{3}}{2} = \frac{\frac{17}{6}}{2} = \frac{17}{12}$ et $l_3 = \frac{2}{\frac{17}{12}} = 2 \times \frac{12}{17} = \frac{24}{17}$

Le quatrième : à la calculatrice. $\boldsymbol{L_4 = \frac{\frac{17}{12}+\frac{24}{17}}{2} = \frac{577}{204}}$ et $\boldsymbol{l_4 = \frac{2}{\frac{577}{204}} = \frac{408}{577}}$

Ces valeurs sont de plus en plus proches du côté d'un carré d'aire 2 soit :

Tous les nombres obtenus sont des fractions d'entiers : on dit que ce sont des rationnels.

$\sqrt{2}$ est-il aussi un rationnel ?

Hypothèse : on suppose que $\sqrt{2}$ est un rationnel.

On peut alors écrire la fraction irréductible $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ avec p et q entiers naturels, premiers entre eux.

En déduire la relation entre p^2 et q^2

On considère le chiffre des unités de q, on veut connaître celui de $2q^2$.

Compléter le tableau :

Unité de q ou de p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Unité de q^2 ou de p^2	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
Unité de $2q^2$	0	2	8	8	2	0	2	8	8	2

Quels sont les chiffres des unités possibles pour p^2 ? **Conclure**.

Pour avoir $p^2 = 2q^2$, le seul chiffre des unités possible de p^2 est 0 (le seul qui soit présent dans les deux dernières lignes). On en déduit que p multiple de 10 et que q multiple de 10 ou de 5. p et q ne peuvent donc pas être premiers entre eux !

Il y a contradiction avec l'hypothèse donc elle est incorrecte donc √2 ne peut pas s'écrire comme une fraction d'entiers : on dit qu'il est irrationnel.

Bibliographie

A. GAYDON - G. WAEHREN « Racine de 2 à travers les âges » Petit Vert 102 et Petit Vert103.

APMEP brochure n°21 : « Pour une mathématique vivante en seconde » 1984

B. RITTAUD, sur racine de 2 :• conférence Séminaire IREM de Paris 2006 • Gazette SMF 107 Janvier 2006

• « Le fabuleux destin de $\sqrt{2}$ » (Le Pommier)

R. CARATINI Les mathématiciens de Babylone (Presses de la Renaissance)

Retour au sommaire

Dans nos classes

UN CLUB POUR JOUER ET PROGRESSER

Stéphanie Waehren

Au collège Pierre Messmer de Sarrebourg, l'année scolaire 2018/2019 a été marquée par la mise en place de nombreux clubs et ateliers sur la plage de 13h à 14h. Ces projets ont été rendus possibles grâce à l'instauration d'une pause méridienne longue (2 heures) pour toutes les classes ; ils ont été fortement encouragés par l'équipe de direction.

L'équipe de mathématiques utilisait depuis de nombreuses années les jeux de société avec les élèves, mais de manière ponctuelle et avec un public restreint.

La nouvelle organisation horaire a donc permis de mettre en place un club « Jeux » ouvert à tous les élèves du collège une fois par semaine de 13h à 14h.

Comme nous pratiquons les jeux de société de manière personnelle, il ne nous a pas été difficile de choisir des jeux qui correspondent à nos attentes.

Trois enseignants de mathématiques étaient présents pour les premières heures du club, puisque les jeux et leurs règles n'étaient pas connues des élèves. Nous avons ensuite, lors des séances suivantes, laissé les élèves qui connaissent les jeux les expliquer aux nouveaux arrivants et nous n'étions alors souvent plus que deux (voire un seul) professeurs pour encadrer.

Les jeux

Nous avons sélectionné des jeux qui nous semblaient attractifs (beau visuel), simples à mettre en place (pas trop de matériel et des règles explicables rapidement), et surtout qui nécessitent d'élaborer une stratégie ou une démarche mathématique.

Voici la liste des jeux utilisés dans le cadre du club et achetés tantôt avec les crédits matière, tantôt avec l'aide du F.S.E du collège.

Nom du jeu	Descriptif	Objectifs mathématiques	Particularité
Pickomino (Heckmeck)	Attraper des dominos en faisant la bonne somme aux lancers de dés.	- introduction aux probabilités - améliorer les stratégies calculatoires	- interactivité forte - encourage les échanges pour trouver la meilleure stratégie
Qin	Jeu de conquête et de domination. Se débarrasser au plus vite de ses pagodes en plaçant des tuiles 2x1	- optimisation des placements de cartes	- manipulation agréable - addictif
Les aventuriers du rail (New-York)	Placer des voitures sur des chemins pour relier des quartiers de New-York en réalisant des objectifs.	- anticiper, élaborer une stratégie pour atteindre les objectifs - trouver le meilleur chemin - repérage sur une carte	- jeu de plateau
Carcassonne	Placement de tuiles et de pions sans support.	- respect des règles de placement des meeples et des tuiles	- jeu de plateau au beau visuel

Retour au sommaire

Nom du jeu	Descriptif	Objectifs mathématiques	Particularité
Croà	Jeu de suprématie. Découverte progressive de la zone de jeu par déplacement de pions.	- construire une stratégie sur deux ou trois étapes - anticipation des actions des autres joueurs	- très apprécié par les élèves de 6ème pour ses pions mignons en forme de grenouille - gestion du danger : éviter de se faire « manger »
Azul	Placement de carreaux de carrelage sur un motif imposé.	- optimiser le placement des carreaux - adapter sa stratégie en fonction de celle des autres joueurs - comptage des points élaboré : points négatifs	- très beau visuel (petits carreaux en verre colorés)
Quirkle	Placement de tuiles sur une ligne, soit toutes de même couleur, soit toutes de même forme.	- trouver le placement rapportant le plus de points - respecter le placement suivant les formes et les couleurs	- des stratégies proches de celles du scrabble
Kingdomino	Placement de dominos (forêt, prairie, désert, mer) autour d'un château. Les domaines les plus grands et les mieux dotés en couronnes gagnent.	- pavage d'un carré avec des dominos 2x1 - optimisation de placement - comptage des points par coefficient multiplicatif	- matériel agréable à manipuler - beau visuel
La saboteur	Création d'un labyrinthe de cartes. Deux équipes antagonistes.	- collaborer avec son équipe - adapter sa stratégie	- petit jeu de cartes
Set	Parmi 12 cartes, trouver celles qui constituent un « set ». Le plus rapide gagne.	- trouver trois cartes ayant, soit une caractéristique commune, soit aucune - travail d'analyse et d'essai/erreur	- facile à mettre en place (cartes) - les joueurs doivent vérifier les sets proposés

Tous ces jeux sont disponibles dans les magasins de jouets ou spécialisés, sauf Qin qui n'est plus fabriqué.

<u>Nos objectifs initiaux</u> étaient, entre autres :

- que les élèves se sentent davantage impliqués dans l'activité, stimulés par leur but de gagner

- que les élèves pour lesquels les exercices classiques sont rebutants retrouvent de la motivation pour l'activité mathématique, dans le cadre ludique et stimulant du jeu en société ;

- proposer des jeux permettant de travailler les compétences du socle :

Utiliser un raisonnement logique et des règles établies pour parvenir à une conclusion. Décomposer un problème en sous-problèmes.

Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, [..], émettre une conjecture.

Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée.

Retour au sommaire

Retour sur expérience

Nous considérons que ce projet a été un succès. En effet, il a réussi à toucher des élèves de tous âges (de la sixième à la troisième), et des élèves de tous niveaux mathématiques.

Le nombre d'élèves présents oscillait entre 8 et 16 (selon la météo).

Les élèves sont venus de manière totalement libre et exprimaient leur déception lorsqu'une séance était annulée.

Des progrès ont pu être observés chez des élèves fragiles en classe et qui ont du mal à se plier au règlement de l'établissement : ils ont appris à respecter les règles et leurs camarades. Quand ils découvraient une difficulté, ils ont cherché à la surmonter, notamment grâce à la présence stimulante de leurs amis. Ils apprennent aussi à s'adapter aux situations générées par le hasard et modifier leur stratégie de jeu en conséquence.

Des élèves timides se sont davantage ouverts au fil des heures : les élèves plus hardis n'hésitaient pas à les solliciter, et se sont montrés patients et même pédagogues.

Les stratégies se sont affinées au fil du temps.

Des élèves attachés à un seul jeu ont su renouveler le plaisir d'y jouer en décidant d'inventer de nouvelles règles.

Les élèves ont donc profité d'un temps de détente, tout en travaillant des compétences mathématiques.

Au premier plan : Azul

Le Jeu Qin

À gauche : Pickomino

À droite : Croà

Retour au sommaire

Vu sur la toile

EN AUTONOMIE

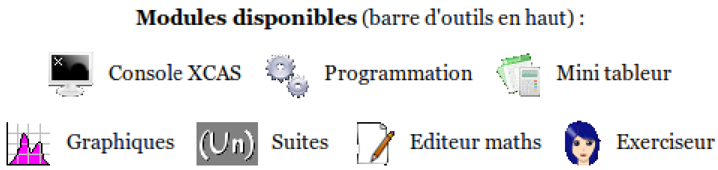
Gilles WAEHREN

Le déploiement du Lycée 4.0 dans le Grand Est a déjà suscité beaucoup de polémiques, pour des motifs souvent très fondés. Le professeur de mathématiques de Lycée pourra choisir d'utiliser le matériel informatique de l'élève ou pas. On imagine que certaines séances informatiques seront plus faciles à organiser, le problème de l'inadéquation entre l'utilisateur et l'ordinateur n'étant cependant pas entièrement résolu. La toile regorge d'applications à vocation éducative et cette rubrique s'efforce de les débusquer, mais la question de l'enseignant reste toujours la même : comment ne pas gaspiller son temps ? L'objectif de cet rubrique 139 est de proposer des sites qui permettront à l'élève de travailler en autonomie en classe, pour les collègues qui fonctionnent (ou souhaitent le faire) en différenciant davantage. On trouvera des liens vers des cours, des exercices en ligne, des ouvertures culturelles.

Le projet Mathscope de l'APMEP a démarré il y a plusieurs années, connu des changements de trajectoires, mais propose désormais un grand nombre de vidéos méthodologiques pour le programme de Seconde. Toujours avec des vidéos, le site « Maths et Tiques », déjà souvent référencé dans cette rubrique, propose des cours filmés pour tous les niveaux, incluant déjà le nouveau programme 2019 (!!!). Ceux qui sont pressés pourront se référer à des cours écrits (la qualité est très variable) sur Mathovore, Maths-Cours ou Mathématiques-Web (très moyen et au style visuel très proche de Mathovore). Je ne mentionne ici que des sites gratuits.

Les pages proposant des exercices en ligne méritent plus d'attention. On commencera par citer le bien connu LaboMep qui a le grand mérite de s'intégrer dans les Environnements Numériques de Travail et dont le contenu intègre le programme de Seconde. LaboMep permet également de faire un travail de consolidation assez complet sur le calcul numérique et littéral pour démarrer le Lycée. Pour les niveaux supérieurs, on pourra utiliser WIMS (Paris-Sud) qui plaît bien aux élèves. La prise en main de ces outils (surtout le dernier) nécessite un certain temps et, si la demande en est faite, cette rubrique pourra fournir des tutoriels. Mathématiques à Valin ne propose que des exercices en ligne basés sur GeoGebra, offrant de cette façon un bon moyen de se construire des images mentales. La section Géométrie dans l'espace reprend les problèmes du bien-aimé Interesp (hors programmes…). Toujours dans le thème des exercices auto-correctifs, Solumaths aborde beaucoup de niveaux et de notions.

Si vous souhaitez créer vos propres ressources, WIMS comporte un éditeur d'exercices assez complet. Mais on pourra aussi se tourner vers Maths O' Lycée ou Moodle (disponible dans l'ENT) avec le tutoriel. Ces solutions requièrent de consacrer du temps pour les mettre en œuvre.



Enfin, le Web permet d'accéder à la plupart des logiciels que l'on faisait autrefois installer aux élèves (à condition d'avoir une connexion robuste dans certains cas) comme Xcas ou GeoGebra, et avoir ainsi la version la plus récente. On trouve aussi des environnements Python comme Trinket ou repl.it (création de compte requise) et même un tableur parfaitement libre et digne de ce nom chez Framasoft.

gilles.waehren@wanadoo.fr

Retour au sommaire

Maths et jeux

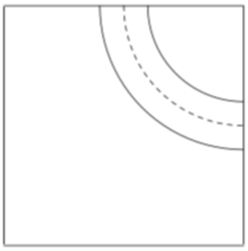
LE JEU DES TAPIS DE COURSE

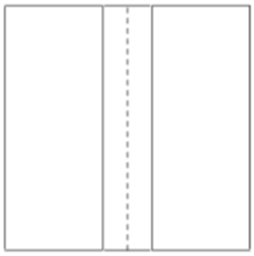
Julien Bernat

Université de Lorraine

Institut Elie Cartan de Lorraine, site de Nancy / ÉSPÉ de Lorraine

Cette activité utilise du matériel qu'il faut prévoir en assez grande quantité : deux types de pièces carrées de mêmes dimensions, qu'on appelle pièce V (pour Virage) et pièce D (pour ligne Droite). On pourra par exemple fabriquer le matériel de sorte que toutes les pièces aient pour longueur de côté 5 centimètres pour une manipulation sur une table, ou de plusieurs dizaines de centimètres pour une manipulation au sol.





Les éléments présentés ici ont déjà été employés par François Boule (voir par exemple l'article de François Drouin dans le « Petit Vert n°129, pages 52-59.

Début de l'activité : le professeur laisse un groupe d'élèves découvrir le matériel (par exemple un tas a été constitué avec 7 pièces D et 9 pièces V ; les valeurs ne sont pas importantes, il faut juste que le nombre de pièces de chaque type ne soit pas trop petit). On peut imaginer qu'il n'y a initialement aucune question, et qu'après quelques instants de première manipulation, le professeur amène les élèves à s'exprimer par un jeu de questionnements : « que voyez-vous, », comment décririez-vous ces pièces, », « à votre avis, que peut-on essayer de faire avec ? », etc.

Fabrication de circuits

Les élèves peuvent comprendre assez vite que l'on peut fabriquer des circuits (fermés) en disposant convenablement les tapis côte à côte. Le plus petit que l'on peut réaliser est constitué de 4 tapis V qui forment un cercle. En « coupant » ce circuit en deux moitiés, on pourrait ajouter 2 tapis D (puis en ajouter deux autres, puis encore deux autres, et on peut itérer autant de fois que l'on veut !).

Cela doit faire apparaitre naturellement les questions suivantes : pour quels nombres de tapis D et de tapis V est-il possible de réaliser un circuit ? Pour quels nombres de tapis D et de tapis V est-on certain que l'on ne peut pas réaliser un circuit ?

Au cours de la recherche, on va identifier des nombres de tapis D et de tapis V pour lesquels on n'est pas certain qu'il soit possible de réaliser un circuit, et vraisemblablement la question ne sera pas résolue en fin d'activité. L'activité doit permettre de dégager les idées de conjecture (« j'observe/il me semble que… », de condition nécessaire et suffisante (« si l'on dispose de [ce nombre de] pièces de tel type, alors je suis certaine que … »).

On peut remarquer qu'on est ici dans un cadre constructiviste, puisque l'existence d'un circuit s'obtient par la réalisation explicite de ce circuit.

Règles de construction

On peut poser sur cette situation une mise en contexte qui fait travailler différents aspects mathématiques de la façon suivante. Les élèves sont maintenant placés dans le rôle d'un ingénieur qui doit diriger la construction d'un circuit. Il dispose initialement d'un certain capital (par exemple 100). La construction d'un virage coûte un certain prix fixe (par exemple 11) et celle d'une ligne droite également un certain prix fixe qui peu être différent (par exemple 14).

Retour au sommaire

L'activité de recherche semble la plus intéressante lorsque les élèves peuvent acheter « environ » une dizaine de pièces et que l'on peut identifier 3 ou 4 choix différents, il faut alors décider comment établir le meilleur choix (par exemple en utilisant la plus grande somme possible).

Remarque : les valeurs 11 et 14 peuvent être changées, toutefois celles-ci n'ont pas été choisies au hasard. Le rapport exact entre la longueur du quart de tour passant par le milieu des côtés et celle de la ligne droite est $\frac{\pi}{4}$; en utilisant la valeur approchée bien connue de π qui est $\frac{22}{7}$, on obtient qu'on construise à peu près autant de route avec 14 tapis V que 11 tapis D.

Il s'agit de répondre à une double problématique :

- Avec une somme donnée, quelles pièces est-il possible de commander ?
- Avec ces pièces, est-il possible de fabriquer un circuit ?

En première approche, il faut fixer des petites valeurs pour une bonne approximation du problème. Puis on conserve les valeurs de coût pour les pièces et on augmente la somme donnée.

Étude du problème : on peut construire une représentation sous forme de tableau afin d'identifier les coûts en fonction du nombre de chaque type de pièce.

0	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110
14	25	36	47	58	69	80	91	102	113	124
28	39	50	61	72	83	94	105	116	127	138
42	53	64	75	86	97	108	119	130	141	152
56	67	78	89	100	111	122	133	144	155	166
70	81	92	103	114	125	136	147	158	169	180
84	95	106	117	128	139	150	161	172	183	194
98	109	120	131	142	153	164	175	186	197	208
112	123	134	145	156	167	178	189	200	211	222
126	137	148	159	170	181	192	203	214	225	236

Si par exemple la somme disponible est de 119, il faut chercher dans ce tableau si le 119 apparait. Si cette valeur n'apparait pas, il faut rechercher la plus grande valeur possible qui lui est inférieure. Et pour cette valeur, il faut ensuite déterminer si l'on peut fabriquer (au moins) un circuit avec les pièces commandées. Si on ne parvient pas à construire le circuit, on passe à une valeur encore plus petite, etc.

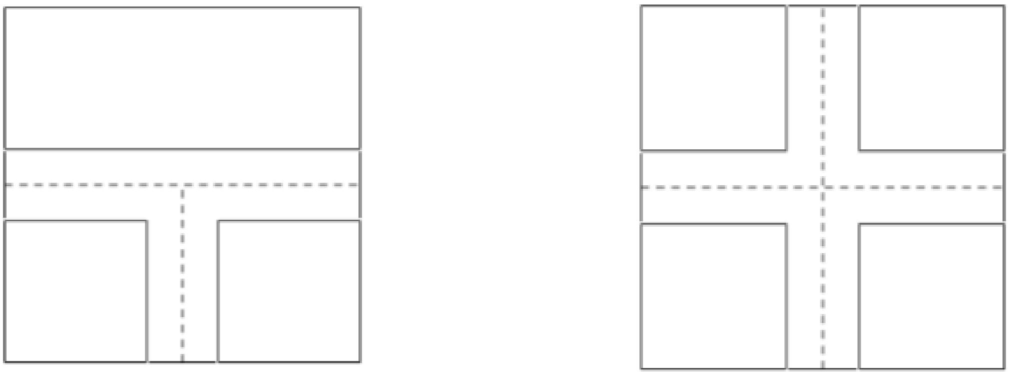
Pour de plus grands élèves (et les professeurs !), une généralisation du problème va nécessiter l'emploi du cadre algébrique, qui à lui seul ne suffira pas puisqu'il faut également prendre en compte des considérations géométriques.

Considération non purement mathématique : on peut aussi laisser libre court à l'imagination des élèves et admirer les productions car (pour les circuits pouvant être constitués avec un nombre de pièces de chaque type donné) le nombre de possibilités croit rapidement et on obtient une multitude de dessins bien différents !

Retour au sommaire

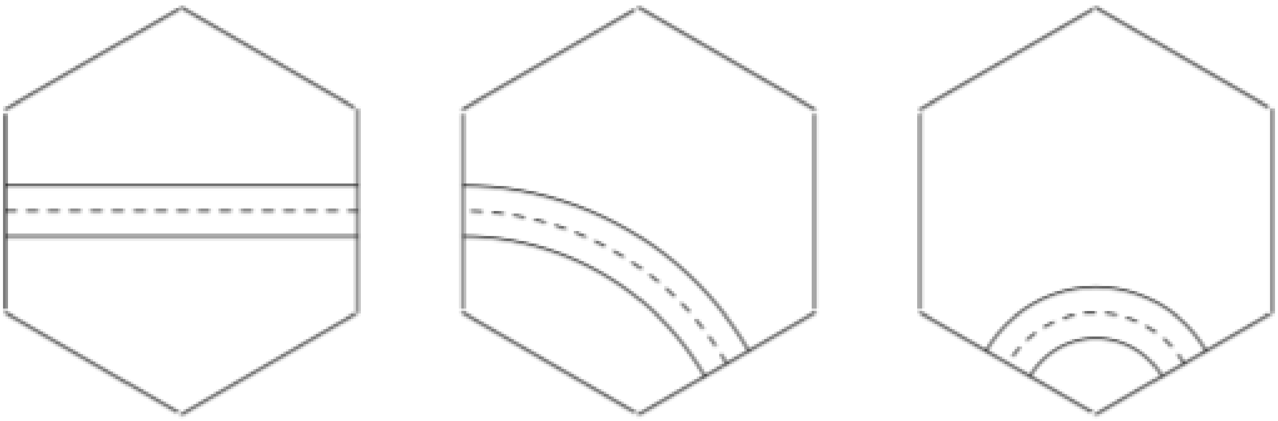
Prolongements

Un prolongement possible de cette activité consiste à utiliser les pièces de François Boule qui ont été jusqu'ici mises de côté : les tapis « T » (avec un embranchement au milieu d'un carré et trois côtés concernés par une sortie de route) et les tapis « X » (un carrefour et tous les côtés concernés par une sortie de route).



On peut alors reprendre les questions précédemment abordées dans un contexte plus large.

Une autre possibilité consiste à remplacer les carrés par des hexagones. Il y a des hexagones avec une ligne droite (d), les virages larges (L) et les virages serrés (S).



On pourra noter qu'il est possible de créer des pièces contenant plusieurs routes, par exemple une pièce que l'on appellerait LL, ou LS, ou encore SS (deux configurations distinctes possibles). On pourra par ailleurs créer des tunnels ou des ponts pour continuer à généraliser l'étude des circuits.

Le point 3 amènerait à considérer des circuits construits par exemple sur des cylindres ou des tores. On remarque alors que la propriété « a » n'est plus valide ; en particulier, on peut construire un circuit uniquement constitué de lignes droites sur un cylindre.

Enfin, si l'on remplace des pièces carrées par des pièces cubiques, avec des routes pouvant soit joindre deux faces opposées ou deux faces adjacentes, le lecteur pourra vérifier que les propriétés « b » et « c » ne sont plus satisfaites ; il existe un circuit fermé avec 1 « ligne droite de l'espace » et 7 « virages de l'espace ». C'est une conséquence du fait que, contrairement au plan, il n'y a plus nécessairement alternance entre deux directions possibles lorsqu'on utilise à la suite plusieurs virages.

Des [pièces prêtes à découper] sont téléchargeables.

Retour au sommaire

Maths et découpages

LES TRISECTIONS DU CARRÉ DE CHRISTIAN BLANVILLAIN

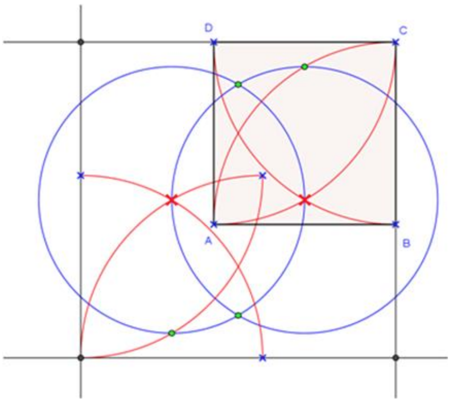
Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

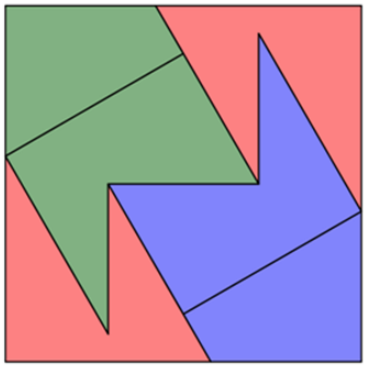
Première découverte

Ce jeu reprend la trisection du carré imaginée en 2010 par Christian Blanvillain et Janos Pach.

Les amateurs de tracés à la règle et au compas trouveront une construction dans un message déposé en 2012 sur un blog.

Voici une construction pour les lecteurs du Petit Vert.

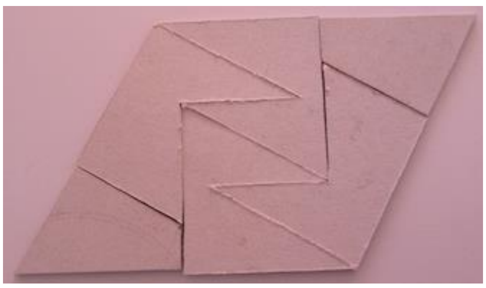


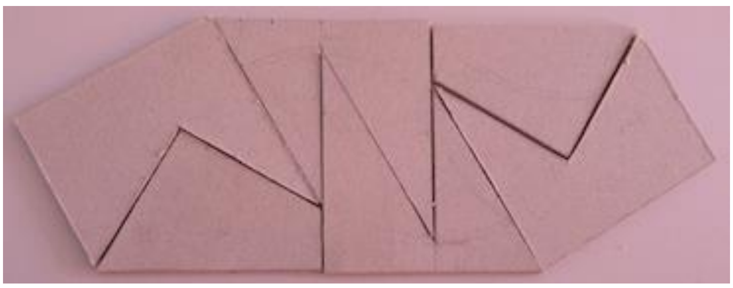


ABCD est un carré de côté 1. Tous les arcs de cercle rouges sont de rayon 1. Les arcs de cercle bleus sont de rayon $\sqrt{3} - 1$.

Des pièces prêtes à découper nous sont données par Christian Blanvillain dans Wikipédia.

Pendant un temps de pause de la journée régionale 2019, la manipulation des pièces a permis la réalisation d'un parallélogramme et d'un hexagone.



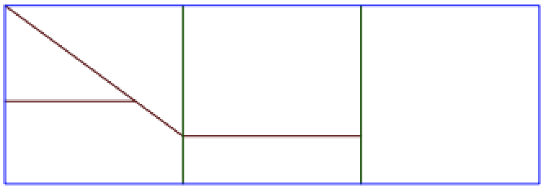


Retour au sommaire

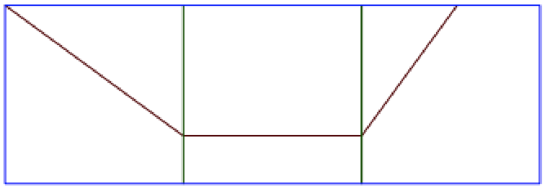
D’autres polygones sont sans doute envisageables.

Dans un document en anglais, Christian Blanvillain et Janos Pach nous fournissent un historique de ces trisections. Un second écrit en français et très coloré est également accessible.

Une recherche plus approfondie nous présente des découvertes plus récentes de Christian Blanvillain : d’autres trisections ont été découvertes en 2015 et 2018.

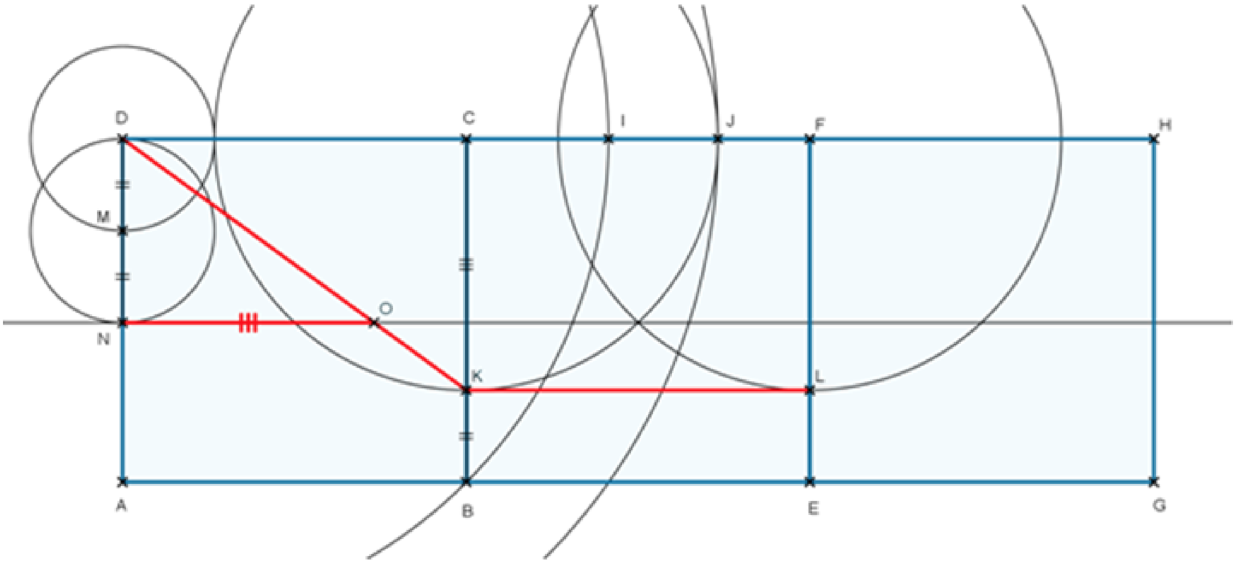


En 2015



En 2018

Voici comment construire les pièces de celle imaginée en 2015



Voici le début du programme de construction.

Tracer le cercle de centre D et de rayon BD. Il coupe [CF] en I.

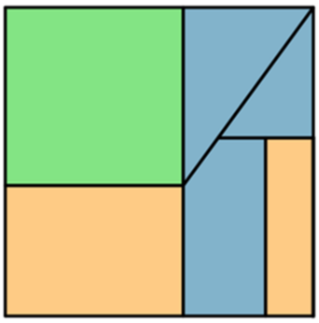
Tracer le cercle de centre D et de rayon AI. Il coupe [CF] en J : ainsi CJ=CD x ($\sqrt{3}-1$).

Tracer le cercle de centre C passant par J. Il coupe [BC] en K.

Tracer le cercle de centre F et de rayon CJ. Il coupe [EF] en L.

Tracer le cercle de centre D et de rayon 2BK. Il coupe [AD] en N.

Tracer le cercle de centre N et de rayon CK. Il coupe [DK] en O.



Voici ci-contre la trisection du carré découverte en 2015.

Le découpage des pièces de la trisection découverte en 2018 se fait en s’inspirant de celle trouvée en 2015 : les triangles utilisés dans les deux cas sont les mêmes.

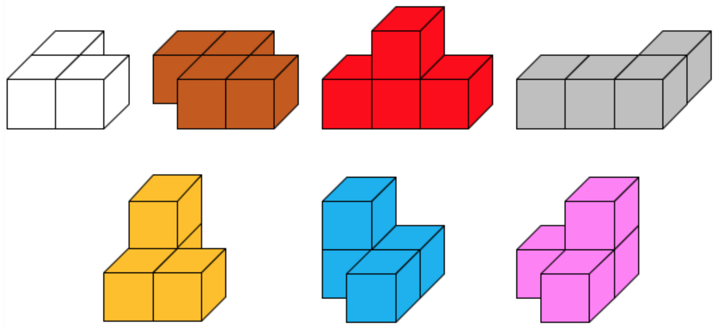
Les bricoleurs trouveront sur le site « images des mathématiques » du CNRS comment construire des trisections du carré ayant précédé celles de Blanvillain.

Retour au sommaire

Maths et jeux

COMPLÉMEMENTS À L'EXPO RÉGIONALE

16 - Le cube SOMA



Ces compléments rendent de nouveau accessibles des documents présents sur l'ancien site de la régionale. On y retrouve les solutions des défis proposés dans les Petits Verts n°46 et n°85. Aux pavés accolés proposés dans la brochure épuisée « D'autres objets mathématiques » a été ajouté le travail d'une adhérente à propos du placement d'un cube unitaire sur un solide formé de deux pavés accolés : les documents sont fournis coloriés et non coloriés). La recherche exhaustive des pavés pouvant être construits avec certaines pièces pourra être proposée à des élèves-chercheurs.

Des échanges avec une adhérente d'une régionale voisine ont permis d'aborder des coloriages par couches de cubes unitaires, des codages de solutions pour des pavés et des cubes en connaissant les hauteurs de colonnes de cubes, la construction d'un cube connaissant ses faces et la construction d'un pavé connaissant son patron.

La recherche d'assemblages symétriques a été commencée.

Les documents à propos d'une expérimentation faite en juin 2019 dans une classe de CM1 CM2 sont présentés dans la rubrique « Dans nos classes » de ce même Petit Vert. En préalable pourra être utilisé un document préparant à la notion de volume d'un pavé.

Les compléments déposés en 2018 restent consultables sur notre site actuel.

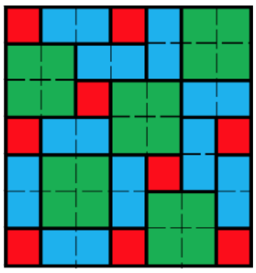
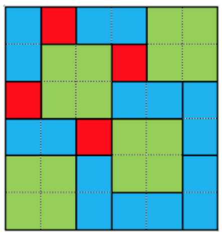
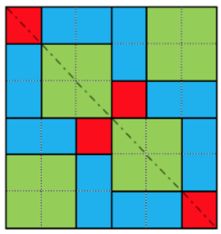
Le cube Soma est présent dans Jeux 5, il se retrouve dans les activités déposées dans la partie « Nos collègues et leurs élèves jouent » du site national (Maternelle, premier degré et collège), il a fait l'objet il y a quelque temps d'une brochure de l'IREM de Lorraine.

4 – Combis et Mini-Combis

Les Combis sont utilisés pour des mises en œuvre de symétries axiales.

Les Mini-Combis sont utilisés pour des mises en œuvre d'écritures fractionnaires et de symétries axiales avec des élèves de CM1 CM2. Ils pourront faire intervenir des symétries centrales pendant le cycle 4.

Un second type de placement des pièces est également proposé pour ces deux jeux, il est plus conforme à ce qui était imaginé par les créateurs du carrelage, il avait été présenté dans le Petit Vert n°134.

Retour au sommaire

Maths et arts

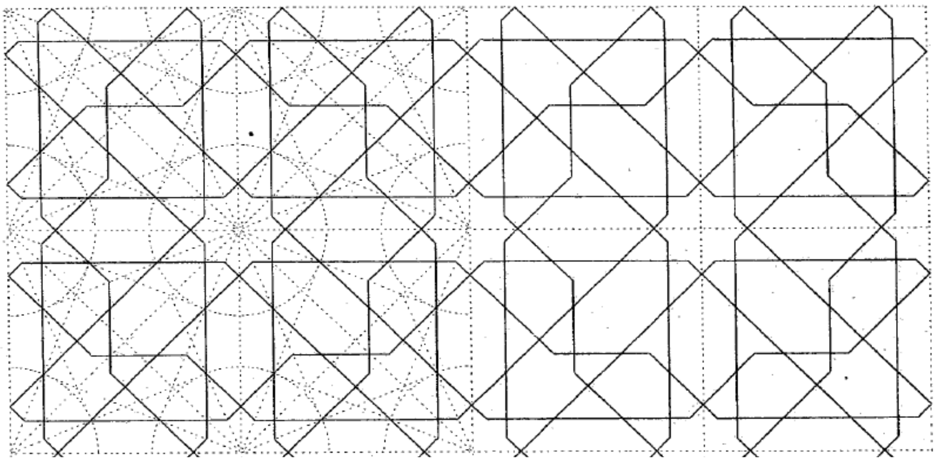
LES TUILES ZELLIGE

Fathi Drissi

Groupe Maths et Arts – APMEP Lorraine

Introduction

Les travaux d'une série d'auteurs dont Clévenot et Degorge, Castéra, Danby et Bourgoin donnent des méthodes effectives dont les œuvres d'art islamiques étaient techniquement entreprises et réalisées. Ces travaux mettent l'accent sur le fait que les tracés géométriques permettant de réaliser certains décors sont conçus en tant que réseaux de droites obtenus à partir d'un cercle initial partagé en général en un multiple de 4 ou 6 parties égales.



Les éléments de l'art arabe : les traits des entrelacs par J. Bourgoin

En 2007, Peter J. Lu a montré que les décors présents dans toute la sphère orientale, de l'Anatolie aux Indes, ne s'appuyaient en fait que sur la combinaison de cinq polygones de base décorés de quelques lignes, appelées aujourd'hui tuiles Girih et n'étaient en réalité que des pavages réalisés à l'aide de ces tuiles. Trois ans plus tard, Peter R. Cromwell publie dans *Journal of Mathematic and the Arts* un article montrant que ce système est composé de huit tuiles.

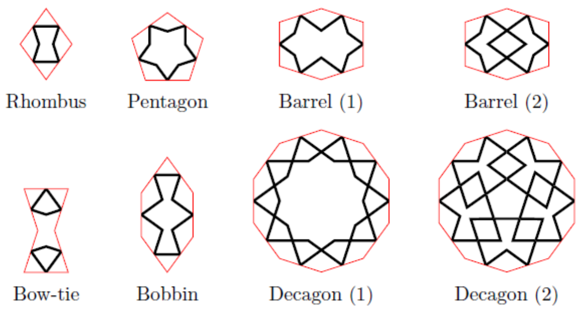
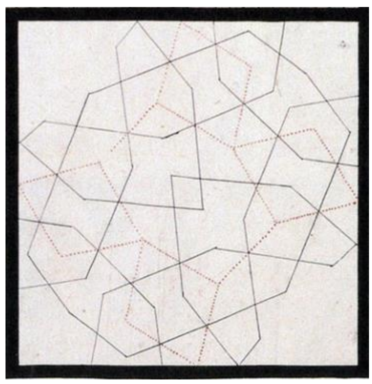


Figure extraite de l'article *Islamic Geometric Designs from the Topkapı Scroll* de Peter R. Cromwell



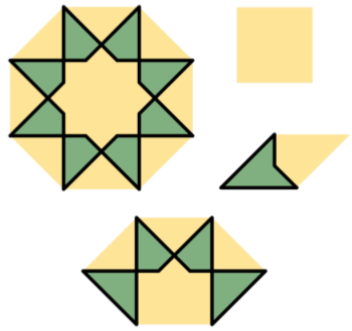
Extrait du rouleau de Topkapi

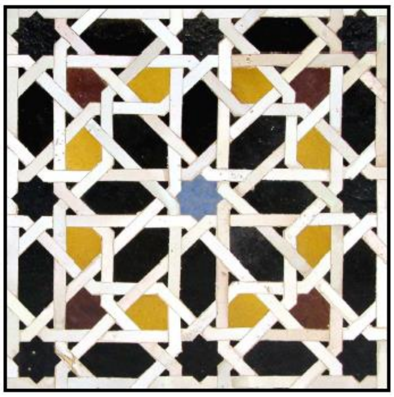
On peut alors se demander si les décors en zelliges rencontrés en Espagne et au Maghreb n'étaient pas conçus eux aussi comme des pavages réalisés à l'aide d'un ensemble de polygones décorés de quelques lignes.

Retour au sommaire

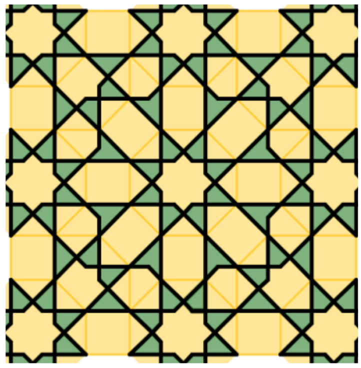
En effet, nous avons découvert que pour les décors formés par les deux pièces fondamentales du zellige que sont le *sceau* et le *saft*, il existe un ensemble de quatre polygones permettant d'assurer aux lignes qui les décorent de se prolonger en créant les motifs de ces décors.

Voici ci-contre les quatre polygones que nous appellerons tuiles zellige. Tous leurs côtés sont de même longueur, ils possèdent au moins un axe de symétrie et tous leurs angles sont des multiples de 45°.





Extrait d'une mosaïque de la médersa El Sahrij à Fès

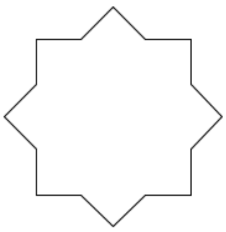


Reproduction de la mosaïque de la médersa El Sahrij à l'aide des quatre tuiles zellige

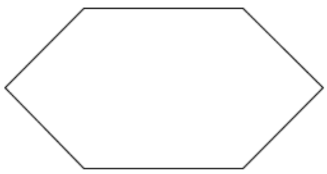
Origine des tuiles zellige

a) Etude des pièces fondamentales des décors en zellige

Le *Sceau* et le *Saft* sont deux pièces fondamentales des décors zellige. L'alternance de ces deux pièces permet souvent de réaliser les squelettes des décors.



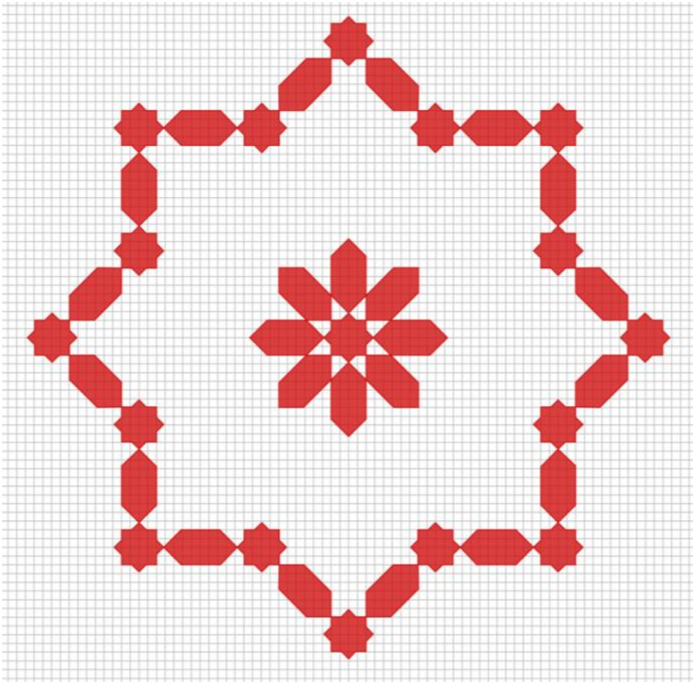
Le *Sceau* ou l'étoile à huit branches



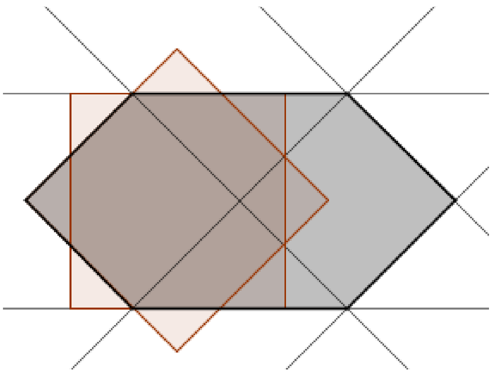
Le *Saft*

Retour au sommaire

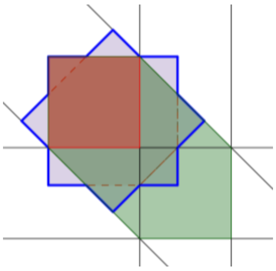
Exemple de squelette en octogone étoilé



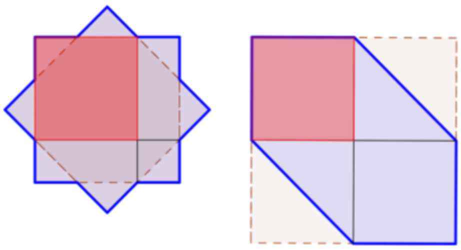
Le *Saft* peut être construit à partir de l'étoile à huit branches comme le montre la figure ci-contre.



Si l'on choisit l'aire du carré rouge comme unité d'aire, on constate que l'aire du *Saft* est égale à une fois et demi l'aire d'un des deux carrés formant l'étoile à huit branches.

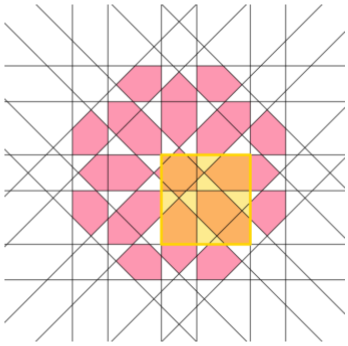


Ainsi, le carré dans lequel est inscrit le *Saft* est une duplication d'un des deux carrés formant le *Sceau*.



Retour au sommaire

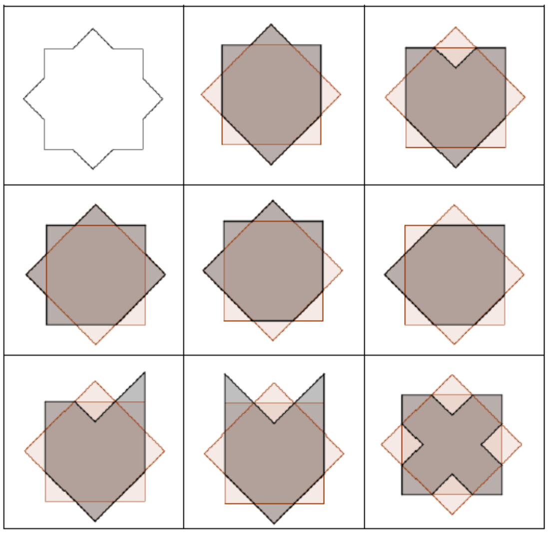
Le décor ci-contre est donc conçu en tant que réseau de droites dont la maille est le carré orange illustré ci-contre. Ce carré est construit à partir d'un des deux carrés formant le sceau et sa duplication.

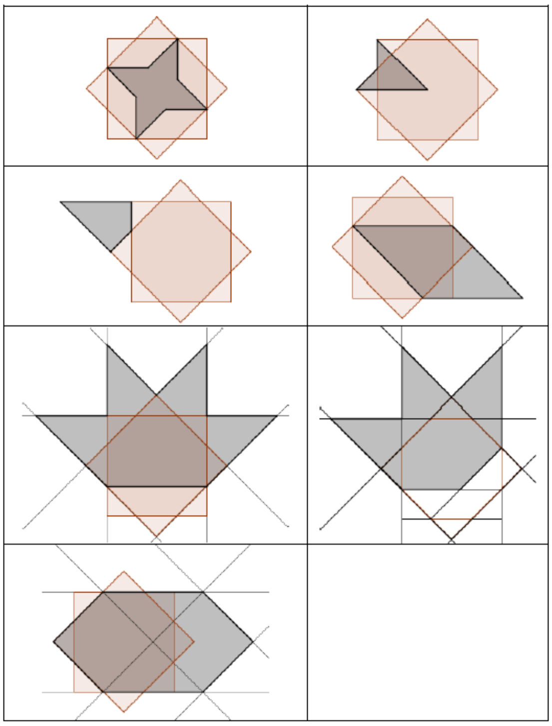


Extrait du décor de la médersa El Sahrij à Fès

b) <u>Les autres pièces du zellige</u>

Les autres pièces du zellige se construisent à partir de l'étoile à huit branches.

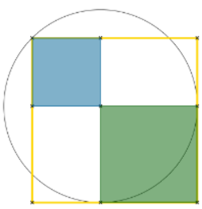




Certaines pièces du zellige sont issues d'un réseau entrelacé obtenu en superposant deux pavages réalisés à l'aide d'une même cellule génératrice.

Cette cellule est composée de trois carrés ;

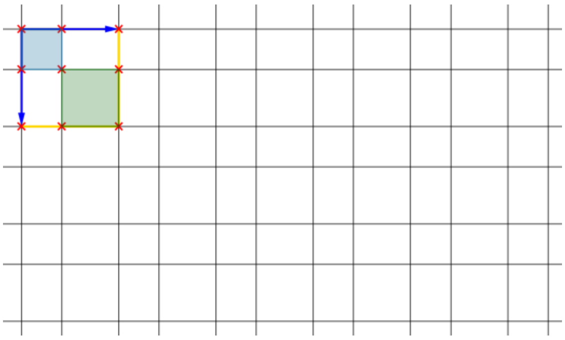
le carré vert est une duplication du carré bleu.



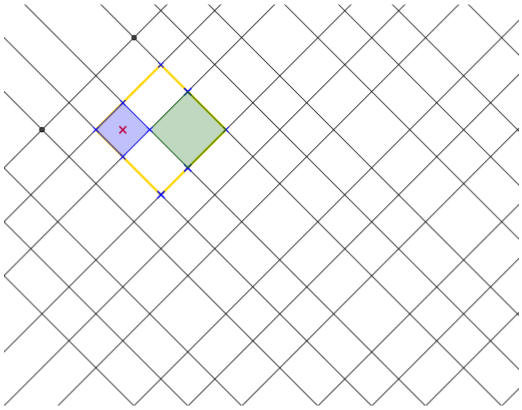
Construction de la cellule à partir du carré bleu

Retour au sommaire

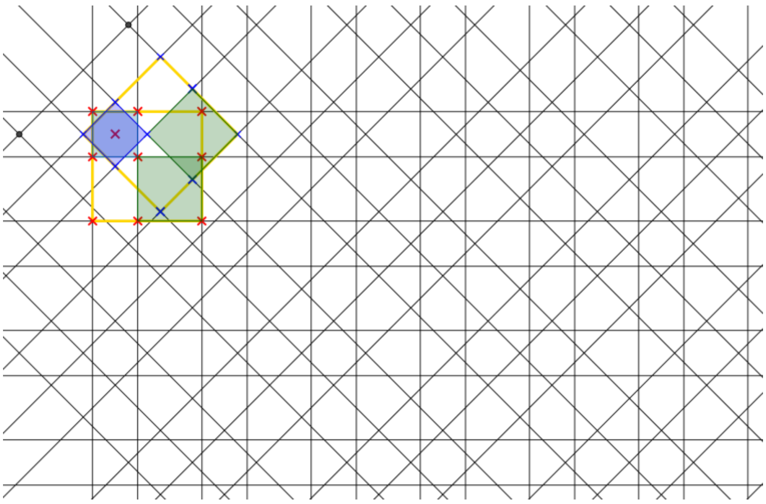
Un des deux pavages est réalisé en reproduisant la cellule par deux translations.



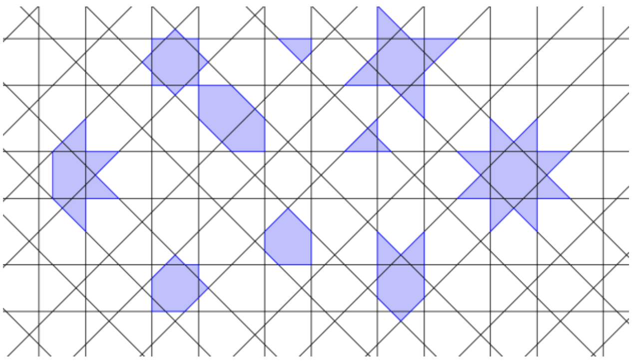
On fait tourner la cellule d'un quart de tour autour du centre du carré bleu puis on la reproduit à l'aide deux symétries glissées pour obtenir un deuxième pavage :



On superpose ensuite ces deux pavages en faisant coïncider les centres des deux carrés bleus.



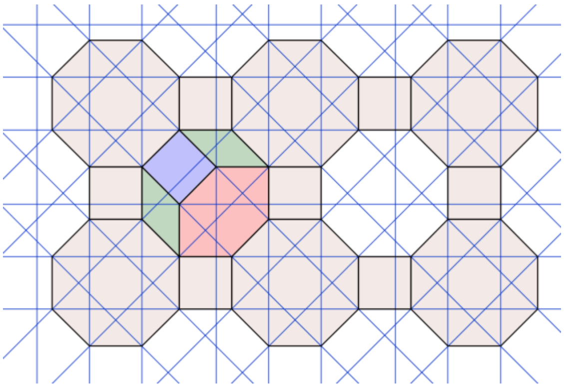
Formation de certaines pièces du zellige à partir du réseau construit précédemment :



Retour au sommaire

c) Les tuiles zellige

Ce réseau entrelacé possède un pavage sous-jacent constitué d'octogones réguliers et de carrés.



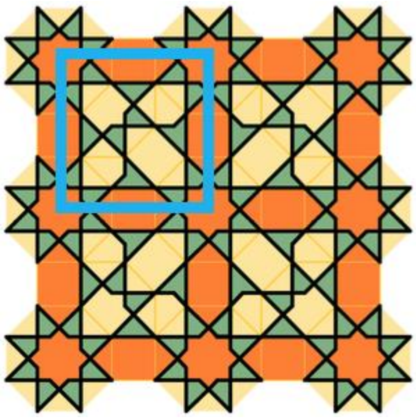
Ce pavage superposé au réseau entrelacé révèle quatre tuiles décorées de quelques lignes et montre que leurs assemblages permettent à leurs lignes décoratives de se prolonger en créant des motifs du zellige.

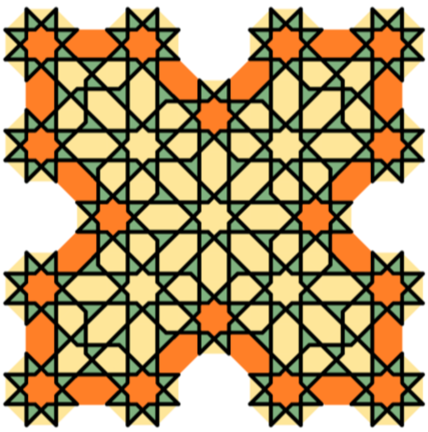
Réalisation de quelques décors

Certains décors en zellige sont réalisés à l'aide de squelettes obtenus en alternant le *Sceau* et le *Saft*.

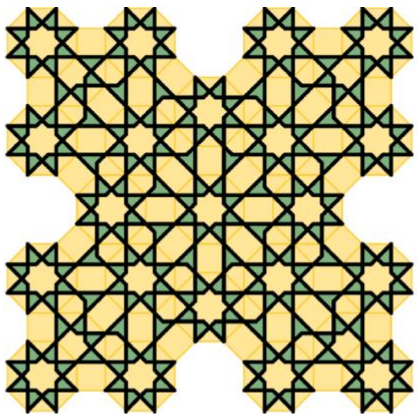
Les quatre tuiles zellige permettent de réaliser le décor de la medersa El Sahrij à Fès : son squelette est un carré (repéré en bleu sur la figure ci-contre).

Ces tuiles permettent aussi de réaliser des décors en croix et en étoile.



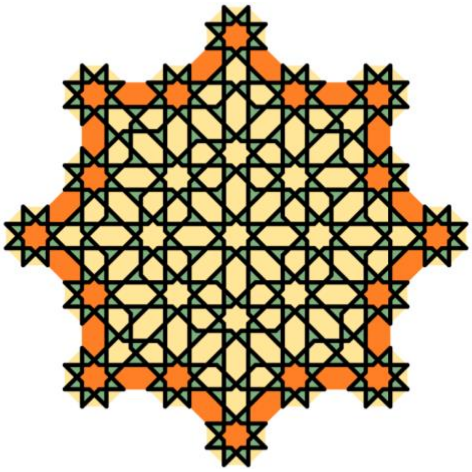


Un décor en croix avec mise en evidence de son squelette.

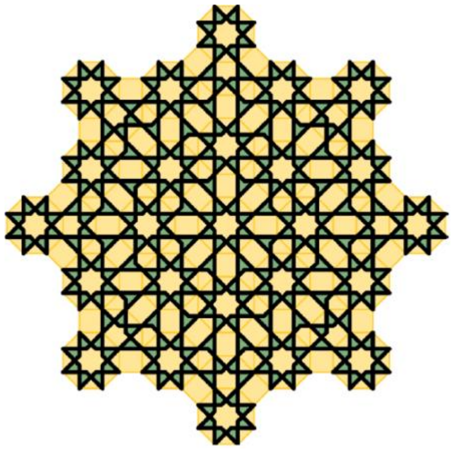


Reproduction du décor en croix à l'aide des tuiles zellige.

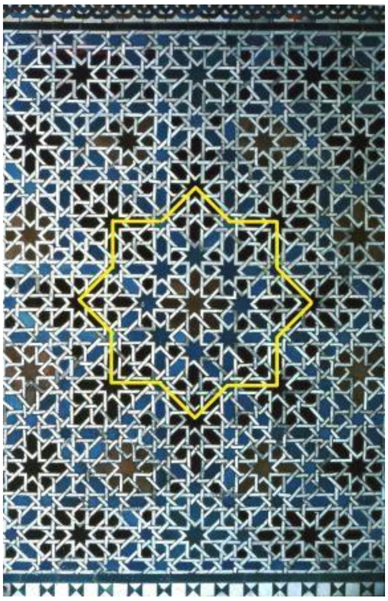
Retour au sommaire



Un décor en étoile avec mise en evidence de son squelette.



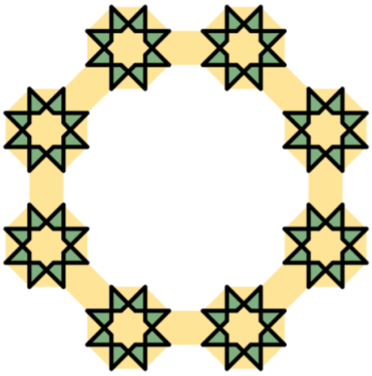
Reproduction du décor en étoile à l'aide des tuiles zellige.



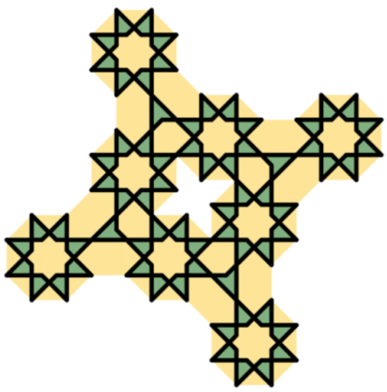
Décor avec mise en évidence du squelette en étoile provenant de l'Alcazar, palais fortifié édifié par les Omeyyades à Séville, Espagne.

Pour les décors en zellige à base octogonale, il existe d'autres squelettes.

Squelette en octogone

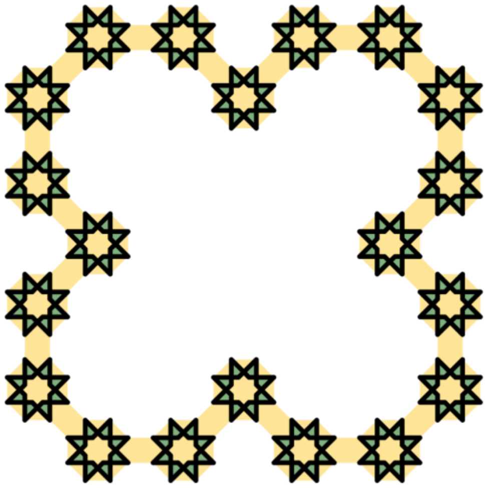


Squelette en feuille de nacre (du nom d'une pièce zellige)



Retour au sommaire

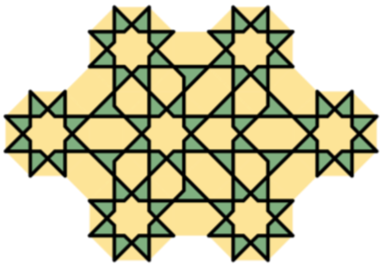
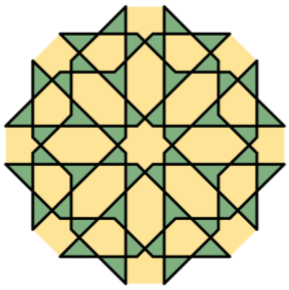
Un squelette en trèfle à 4 feuilles

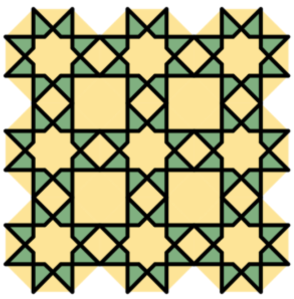
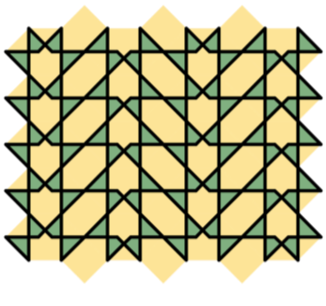


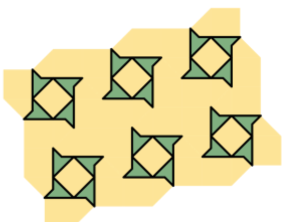
Conclusion

Pour le squelette en feuille de nacre, on voit apparaitre en son centre un "trou" qu'on ne peut pas couvrir à l'aide des tuiles zellige, ce qui montre que l'ensemble des tuiles zellige n'est pas complet. De plus, il ne permet pas d'obtenir toutes les pièces du zellige à base octogonale.

Mais il permet de reproduire certains décors qu'on peut trouver en Espagne ou au Maroc et surtout de créer à son tour de jolies mosaïques.



Un motif de base permettant de réaliser le pavage ci-contre par translation.

Retour au sommaire

« Ceux d'entre nous qui ont essayé de dessiner quelques-uns de ces ornements arabes que l'on qualifie d'entrelacs savent qu'au premier abord, on est saisi de vertige par ces enchevêtrements de lignes droites et courbes qui forment un ensemble concret, et harmonieux, mais dont les combinaisons semblent se déborder à l'examen. Ces dessins rappellent certains réseaux que présente, sous les verres du microscope, la section de quelques organes des végétaux ou des animaux. Mais si l'on procède par la méthode analytique, si on trace d'abord quelques lignes qui paraissent gouverner le système, on reconnaît que le principe de ces compositions compliquées est d'une parfaite simplicité. Les arts du dessin ont leur philosophie ; Il faut savoir y trouver autre chose que la forme apparente, il faut en analyser les principes créateurs : c'est le seul moyen de créer à son tour. » Eugène Viollet-Le-Duc, architecte français

Quelques compléments

Céline Coursimault a écrit deux articles à propos des mosaïques marocaines : un dans la revue PLOT et un autre dans la brochure « maths et arts » de notre régionale.

Deux autres liens : le premier est une mine de ressources sur l'art arabo musulman, le second met en parallèle photos et dessins de tuiles Girih et évoque une rencontre avec les quasi cristaux.

Le Petit Vert n° 126 : **L'art des motifs islamiques. Création géométrique à travers les siècles.** Note de lecture d'un ouvrage paru en 2013. Une sitographie complète l'article.

Pages 87 à 104 : « 8 – Sceau de Salomon ou de Sulaymān ? » (François Drouin)

Pages 105 à 110 : 10 – Un puzzle pour recouvrir des pièces de zellige (Fathi Drissi)

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale APMEP Lorraine. Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges "mathématiques" entre les adhérents. Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à redaction-petivert@apmeplorraine.fr. Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Rachel François, Françoise Jean, Walter Nurdin, Aude Picaut, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.

Retour au sommaire

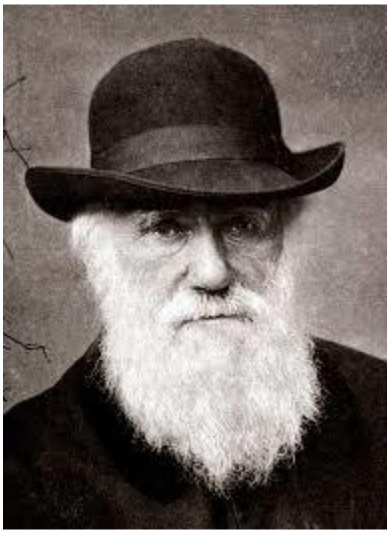
Maths et philo

SCIENCE ET RELIGION

Didier Lambois

COPERNIC, KEPLER, GALILEE, PASCAL, BOYLE, NEWTON, LINNE, AMPERE, CAUCHY, GAUSS, DARWIN, KELVIN, PASTEUR, EDISON, MARCONI, EINSTEIN, LEMAITRE, PLANK, SHRODINGER, TRINH XUAN THUAN…

Voici quelques-uns des grands scientifiques qui affirment croire en Dieu, et cette liste n'est pas exhaustive. Certes nous pourrions également faire une liste des scientifiques athées, et elle serait tout aussi impressionnante. Mais le problème n'est pas de savoir qui sont les plus nombreux, et d'ailleurs cela ne nous apprendrait rien. Par contre il est intéressant de se demander pourquoi et comment la science et la religion peuvent cohabiter.



Charles Darwin (1809-1882)

La plupart des savants qui se disent croyants affirment être confortés dans leur foi par le spectacle de l'univers. *« Il est impossible de concevoir et de prouver que le splendide et infiniment merveilleux univers, de même que l'homme, soit le résultat du hasard ; et cette impossibilité me semble la meilleure preuve de l'existence de Dieu »* dit Darwin. Cette formule résume assez bien ce que pensent beaucoup. L'ordre des astres, la beauté d'une fleur, la complexité des êtres vivants, l'intelligence de l'être humain… comment tout cela pourrait-il être le fruit d'un assemblage fortuit, le fruit du hasard ? Même si la probabilité existe, il faut reconnaître qu'elle est infime. La grande horloge qu'est l'univers exige un horloger disait Voltaire ; il faut un grand architecte pour concevoir une telle organisation[1].

« Dieu vit toutes les choses qu'il avait faites, et elles étaient très bonnes » (Genèse)

Mais s'il est légitime, et même nécessaire pour un scientifique de s'étonner face au monde, est-ce là une raison suffisante pour croire en Dieu, et que serait ce Dieu dans ce cas ? Si l'univers est « splendide et infiniment merveilleux » comme le dit Darwin, il faut aussi reconnaître qu'il est infiniment cruel et injuste. Les cataclysmes et les cancers frappent aussi bien les coupables que les enfants innocents, et les fleurs poussent souvent sur des charniers… Cette présence du mal ne peut être niée et elle pose problème. Les efforts qui ont été faits par certains savants pour justifier l'existence de Dieu malgré la présence du mal ont conduits à des arguments qui restent très fragiles[2]. Le philosophe Brunschvicg (1869-1944) qualifiera même Dieu d'artiste au sens néronien du terme[3].

Mais si la présence du mal reste un mystère et une épreuve pour le croyant, d'autres savants vont appuyer leur croyance sur la nécessité d'admettre une cause première et un commencement dans le temps. Tout phénomène a une cause et le monde lui-même, puisqu'il

---

[1] Kant qualifie ce type d'argument de « téléologique » (du grec *teleos* : but, finalité) car tout semble organisé en vue d'une fin.

[2] La plus célèbre des *Théodicées* est celle de Leibniz. Selon lui Dieu a conçu le meilleur des mondes possibles et le mal physique (la maladie par exemple) était nécessaire pour pouvoir apprécier le bien. Le mal moral (la méchanceté des hommes) était la condition nécessaire à la liberté humaine. Et si le monde et les hommes sont imparfaits c'est parce que la créature ne se confond pas avec le créateur mais nous sommes dans le plus parfait des mondes imparfaits… Voltaire et d'autres, comme Kierkegaard, se moqueront bien de tels arguments.

[3] Par référence à Néron qui se disait artiste en contemplant le spectacle de l'incendie de Rome.

Retour au sommaire

est contingent, doit nécessairement avoir une cause. Ne pouvant remonter indéfiniment la série des causes[4], il faut une cause première qui soit cause d'elle-même (causa sui) et qui ne peut être que Dieu.

Ce type d'argument, que Kant (1724-1804) qualifie d'argument cosmologique, n'est pas sans faille non plus, et les scientifiques sont bien placés pour le savoir. En raisonnant de la sorte nous utilisons le principe de causalité mais nous y renonçons ensuite pour poser une cause qui, elle, ne serait causée par rien… Qui plus est, une cause dont nous ne faisons pas l'expérience et que nous imaginons. Et suffit-il que nous ne puissions concevoir l'infini pour que nous soyons assurés qu'il y a un commencement ? La faiblesse de notre esprit suffit-elle à prouver l'existence de Dieu ?

Il est inutile d'épiloguer plus longuement sur l'impossibilité de démontrer l'existence de Dieu (il en va de même pour son inexistence). Que nous soyons scientifiques ou non nous savons que notre raison est impuissante face à ce problème qu'est Dieu. *« C'est le cœur qui sent Dieu »* disait Pascal, *« Dieu sensible au cœur et non à la raison : voilà ce qu'est la foi »* ajoutait-il.

Faut-il alors essayer de concilier le savoir qui vient de notre raison, la science, avec ce que dit la religion (ou du moins ce que disent les trois grands monothéismes) ?

Cet effort de conciliation, qui est nommé « concordisme », vient surtout de la religion qui cherche à s'affirmer comme « savoir » et à s'imposer comme seule « vérité ». Les scientifiques ont quant à eux très vite renoncé à chercher cet accord. Ils sont bien conscients que la nature et la finalité de leur travail n'ont rien de commun avec les ambitions de la religion. Religion et science sont différentes par leur questionnement et par leurs méthodes. L'une s'interroge sur le « pourquoi » de l'univers ; l'autre cherche plus modestement « comment » les phénomènes se produisent. L'une affirme et refuse toute remise en cause ; l'autre suscite au contraire la remise en cause, exige la démonstration, et construit patiemment un système explicatif cohérent. Nous voyons bien, par exemple, que la théorie du « big-bang » ne cherche pas à répondre à la question du pourquoi (cause première et cause finale) mais qu'elle cherche simplement à construire un modèle cohérent qui permet d'expliquer bon nombre d'observations astronomiques.

Si nous prenons cet exemple de la théorie du « big-bang » c'est bien sûr parce qu'elle a été élaborée par un physicien qui était aussi un religieux : Georges Lemaître (1894-1966).

« Quand je rentre au Laboratoire je laisse ma soutane au vestiaire » dit Lemaître.

Alors qu'il était encore séminariste, Georges Lemaître a été tenté par l'effort de conciliation que nous évoquions. Il a même rédigé une étude intitulée *Essai d'interprétation scientifique des premiers versets de l'Hexameron* (1921) mais par la suite il s'est efforcé de toujours dissocier la foi et la science. À aucun moment Lemaître ne considérera « *l'atome primitif* » comme l'œuvre d'un créateur tout puissant, *ex-nihilo*. Pour lui, la vérité scientifique qui nous éclaire sur le fonctionnement de l'univers, n'a rien à voir avec la vérité religieuse qui doit nous éclairer sur la manière de conduire notre vie pour parvenir au salut. Science et religion sont à ses yeux « deux chemins » strictement étrangers l'un à l'autre. Il n'y a de conflit entre science et religion que lorsque l'un ou l'autre sort de ses compétences.

Comme nous le voyons c'est donc le « *discordisme* » et le « *non empiètement des magistères*[5] » qui peuvent permettre une cohabitation harmonieuse de la science et de la religion.

---

[4] Le philosophe Charles Renouvier (1815-1903) affirme qu'il ne peut y avoir une infinité de causes et qu'il faut admettre un point de départ, une création. Selon lui, un projectile qui viendrait de l'infini n'arriverait jamais à nous car il lui faudrait, pour arriver, un temps infini. S'il arrive, c'est qu'il ne vient pas de l'infini ; le point de départ est peut-être indéfiniment loin mais il y a un point de départ.

[5] Cette formule, *Non-overlapping magisteria*, est du paléontologue et épistémologue Stephen Jay-Gould. Le terme de discordisme a été créé pour désigner toute attitude qui s'oppose au concordisme.

Retour au sommaire

Je suis allé plusieurs fois dans l'espace, se vanta un astronaute, mais je n'ai jamais rencontré ni Dieu ni les anges. J'ai souvent opéré des cerveaux intelligents, répond le chirurgien, mais je n'ai jamais vu une seule pensée.

La réalité se limite-t-elle au monde sensible ?

Pour marquer plus encore cette distance nécessaire entre science et religion nous pouvons aussi revenir à la séparation radicale que les scientifiques-croyants font entre matière et spiritualité. La matière (du latin *materia*, formé sur le mot *mater* : la mère) est la matrice commune a toute chose, la substance de tous les corps. L'esprit (du latin *spiritus*, le souffle, d'où respiration etc.) est le principe immatériel qui anime[6] toute chose, c'est ce qui donne vie et conscience. Mais ces deux réalités sont-elles strictement hétérogènes ? C'est cette question qui marque la frontière entre religiosité et science.

Les esprits religieux seront nécessairement dualistes. À l'instar de Platon, de Descartes, voire même de Spinoza, ils affirmeront que par l'esprit et la matière nous participons à deux univers totalement distincts, même si ces deux univers peuvent parfois interagir. Les scientifiques athées seront au contraire résolument matérialistes. André Comte-Sponville définit ainsi le matérialisme : *« Le matérialisme est ce courant philosophique qui, contre l'idéalisme et la religion, affirme que tout est matière ou produit de la matière (au vide près), et qu'en conséquence les phénomènes intellectuels, moraux ou spirituels (ou supposés tels) n'ont de réalité que seconde et déterminée. »* Pour un athée il n'y a rien qui soit étranger à la matière, rien qui soit au-delà de la matière, rien donc qui ne puisse s'expliquer par la science, ou pour faire court : rien de surnaturel.

Ainsi les neurosciences nous conduisent aujourd'hui à admettre que notre pensée n'est que le résultat déterminé d'interactions neuronales indépendantes de notre volonté. Il n'y aurait aucune transcendance de l'esprit[7] sur la matière, aucun libre-arbitre. Ce que j'écris en ce moment ne serait que le résultat nécessaire d'une certaine organisation de la matière, de même pour ce qu'a écrit Einstein qui n'a donc aucun mérite. Admettre qu'il n'y a pas de transcendance de l'esprit et que tout est déterminé physiquement ce serait renoncer à toute idée de mérite, de responsabilité et donc de morale. Y sommes-nous prêts ?

Mais faire un tel procès au déterminisme relève peut-être de la mauvaise foi. Nous pourrions en effet affirmer que c'est la compréhension du déterminisme qui apporte la liberté. « *Tant que l'on a ignoré les lois de la gravitation, l'Homme a cru qu'il pouvait être libre de voler. Mais comme Icare il s'est écrasé au sol. Lorsque les lois de la gravitation ont été connues, l'homme a pu aller sur la lune. Ce faisant, il ne s'est pas libéré des lois de la gravitation mais il a pu les utiliser à son avantage*[8] » écrit Henri Laborit. De même la compréhension des mécanismes cérébraux nous permettra peut-être de gagner en liberté.

---

[6] Le mot « âme », *anima* en latin, vient du grec *anemos*, l'air.

[7] Mise en garde : nous ne devrions pas réduire l'esprit à la pensée.

[8] Laborit, *Éloge de la fuite*, Gallimard, 1985.

Retour au sommaire

Pour Einstein, qui ne cesse de parler de Dieu, la science est ce qui permet aux hommes de comprendre les lois naturelles et de les utiliser pour atteindre leurs buts, mais elle ne nous éclaire en rien sur le sens que nous devons donner à notre existence et sur les buts que nous devons chercher à réaliser. La science ne nous dit pas tout, mais il serait tout aussi ridicule et tout aussi dangereux de penser que la religion puisse le faire. « *La science sans la religion est boiteuse, la religion sans la science est aveugle* » disait Einstein. Croire en la toute-puissance de la science n'est pas moins naïf que de croire en la toute-puissance de Dieu. Mais les malentendus viennent souvent de ce que nous ne savons pas de quoi nous parlons lorsque nous parlons de Dieu. Beaucoup de scientifiques croyants refusent, comme Einstein, l'idée d'un Dieu personnel qui se préoccuperait « *du sort et des actions des êtres humains* »[9]. Pour y voir clair et mettre tout le monde d'accord il faudrait définir Dieu, sans quoi Dieu n'a ni queue ni tête : mais mon dieu que c'est difficile !

« *Définissez-moi d'abord ce que vous entendez par Dieu et je vous dirai si j'y crois* » disait Einstein.

« Un peu de science éloigne de Dieu, mais beaucoup y ramène. »

Louis Pasteur

« Un peu de foi éloigne de Dieu, beaucoup de science y ramène. »

Francis Bacon

[9] De fait ceux qui se disent athées sont aussi ceux qui refusent de croire en ce Dieu personnel et tout puissant.

Retour au sommaire

Maths et medias

ALGORITHMES…

Cette librairie en ligne travaille avec des librairies indépendantes.

Dans nos classes, les algorithmes sont les bienvenus, surtout ceux élaborés puis en œuvre en classe. N’auriez-vous pas envie d’en présenter quelques-uns imaginés par les élèves avec Scratch, Python, etc. Ils alimenteraient la rubrique « dans nos classes ». Après avoir maintes fois présenté des scripts en complément d’articles, le Petit Vert est également preneur d’échos de ce que les élèves ont réussi à faire lors de l’utilisation des logiciels mis à leur disposition.

ARGUMENTATION…

Danser fait maigrir, l’apéro fait danser, donc l’apéro fait maigrir.

Que pensez-vous de cet enchainement déductif ?

Utilisez-vous des exemples non mathématiques lors de l’apprentissage de la démonstration ?

Celle-ci est remise à l’honneur dans les nouveaux programmes de seconde.

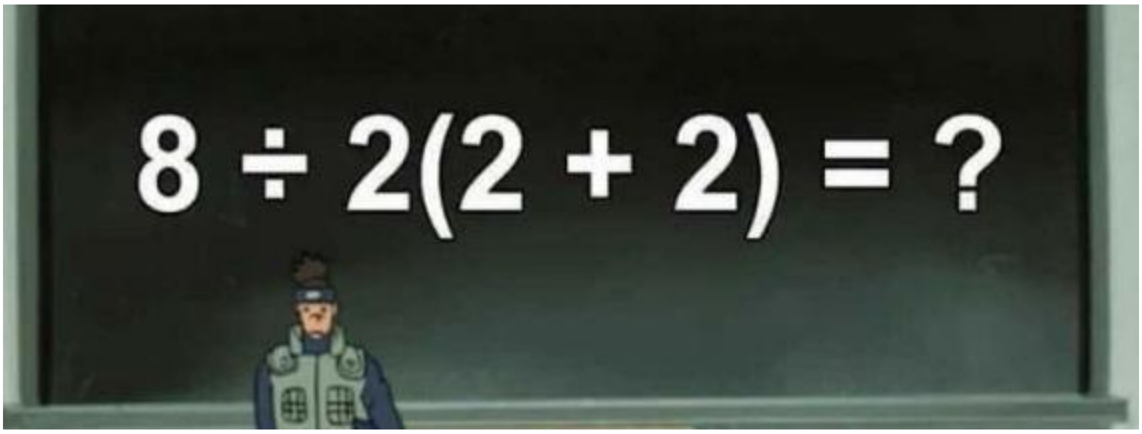
N’auriez-vous pas envie d’évoquer pour la rubrique « dans nos classes » du Petit Vert ce que vous mettez en œuvre pour que vos élèves abordent les spécificités du raisonnement mathématique ?

Retour au sommaire

Maths et medias

UN CALCUL QUI FAIT DÉBAT

France Info a relayé un petit exercice de mathématiques qui a laissé dubitatif les abonnés à Twitter : même les calculatrices ne réussissent pas à se mettre d'accord.



France Info a soumis le problème à Cédric Villani, voici des extraits de sa réponse : *Une expression mathématique n'est bien écrite que s'il n'y a pas d'ambiguïté. La bonne réaction n'est pas de donner le résultat, mais dire que l'expression est mal écrite et qu'il faut lever l'ambiguïté en ajoutant des parenthèses par exemple. Bref, mieux vaut partir en vacances sans se casser la tête sur ce problème qui n'en est pas un…*

Sur Twitter, des calculatrices donnent comme résultait 1 ou 16. Quels résultats donnent les vôtres ? Existe-t-il une convention qui dise qu'entre multiplication et division, on effectue dans l'ordre d'écriture ? L'ambiguïté évoquée par Cédric Villani vient-elle de l'absence de signe « x » entre « 2 » et « (» ? Le comité de rédaction est preneur de vos réponses.

DÉFI N°139 : LA CARTE CADEAU

Pour les soldes, Juliette décide d'offrir à Roméo un montant d'achat lié à un lancer de dés. Son cher et tendre pourra ainsi dépenser autant que le nombre dont les chiffres sont les faces de trois dés, prises dans l'ordre. Ainsi, si le lancer produit les faces 2, 2 et 1, dans cet ordre, il pourra dépenser 221 euros.

Quel est le montant moyen de cette "carte-cadeau" que Juliette s'apprête à offrir à son fiancé ?

SOLUTION DU DÉFI N°138

Rappel de l'énoncé : En utilisant tous les **nombres** 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6 au moins une fois, écrire une somme comportant le moins de termes possible et valant 2019.

Une solution : $1^4+ 2^4+ 3^4+ 5^4+ 6^4 = 2019$.

Retour au sommaire

PROBLÈME N° 139 - RECORD !

Proposé par Philippe Févotte

Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On considère une urne contenant n jetons numérotés de 1 à n. On tire ces jetons au hasard, un par un et sans remise, et on note $(u_1, u_2, \ldots., u_n)$ la liste des numéros tirés.

Pour tout entier i compris entre 2 et n, on dit qu'il y a record à l'instant i si le jeton u_i est plus grand que tous les numéros précédemment tirés ; on convient qu'il y a toujours un record à l'instant 1.

On note X_n la variable aléatoire égale au nombre de records obtenus au cours des n tirages.

1- Déterminer, pour tout entier i compris entre 2 et n, la probabilité d'obtenir un record à l'instant i.
2- Déterminer l'espérance de X_n.

SOLUTION DU PROBLEME N°138

Une solution est proposée par Jacques Choné.

La suite est déterminée par $u_1 = 1$, $u_2 = 1$, $u_3 = 1$, $u_4 = 2$ et $u_n = u_{n-1} + u_{n-2} - u_{n-4}$ pour $n \geq 5$.

Une suite géométrique de raison x complexe vérifie la relation précédente si et seulement si cette raison vérifie $x^4 = x^3 + x^2 - 1$ soit $(x-1)(x^3 - x - 1) = 0$

En résolvant l'équation $x^3 - x - 1 = 0$ par la méthode de Cardan, on trouve les trois solutions définies par :

$$a = u + v, b = ju + j^2\, v\ et\ c = j^2 u + jv\ avec\ j = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

Les calculs donnent $u = (\frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{23}{27}}\right))^{\frac{1}{3}}$ et $v = (\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{23}{27}}\right))^{\frac{1}{3}}$.

On obtient alors $u_n = \alpha + \beta a^n + \gamma b^n + \delta c^n$, $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ étant déterminé à partir des valeurs initiales de la suite (u_n). Notons pour conclure qu'on n'a pas besoin de la valeur de $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, son existence étant assurée car c'est la solution d'un système de Van Der Monde.

On a donc $u_n = a^n \left(\frac{\alpha}{a^n} + \beta + \gamma(\frac{b}{a})^n + \delta(\frac{c}{a})^n\right)$ avec $a = 1{,}324 \ldots > 1$ et $|b| = |c| < 1$

On en déduit que $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = a$

J'ajouterai quelques remarques :

La résolution de l'équation $x^3 - x - 1 = 0$ est associée aux suites (v_n) définies par leurs premiers termes et la relation de récurrence $v_n = v_{n-2} + v_{n-3}$ (*)

On montre aisément par récurrence que la suite (u_n) vérifie cette relation (*). Cette suite est connue sous le nom de suite de Padovan, du nom de l'architecte Richard Padovan qui l'introduisit sous forme géométrique (voir par exemple https://fr.wikipedia.org/wiki/Suite_de_Padovan ou pour en savoir davantage http://serge.mehl.free.fr/anx/suite_padovan.html) et le nombre a est appelé nombre plastique.

DÉFI ALGORITHMIQUE N° 139

L'énoncé avait été donné en 2016.

Un entier est « non-répétitif » si aucun de ses chiffres n'apparait plusieurs fois dans son écriture.
Par exemple, 487 est non-répétitif, alors que 484 ne l'est pas.

Combien y-a-t-il d'entiers non-répétitifs entre 1 et 2016 (inclus) ?

Proposez une fonction qui, à partir d'un numéro d'année n quelconque renvoie le nombre d'entiers non répétitifs entre 1 et n.

Retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI ALGORITHMIQUE N° 138

Le défi algorithmique du PV 138 demandait de trouver la prochaine année 24-gonale. La fonction v24gonal(n : entier;nb : entier) renvoie le n-ième nombre 24-gonal. La fonction nb24gonal(n : entier ; rep : booléen) renvoie un bolléen indiquant si l'entier n est 24-gonal ou non.

Effectuer année24gonale(2016) permet d'obtenir la réponse cherchée.

<u>Pseudo-code</u>

Fonction v24gonal(n : entier;nb : entier)
 nb ← 0 ;
 pour i allant de 0 à $n-1$, faire :
  nb ← nb+22i+1 ;
 finPour ;
 renvoyer nb.

Fonction nb24gonal(n : entier ; rep : booléen)
 rep ← Faux ;
 i ← 0 ;
 tant que v24gonal(i) ≠ n et i ≤ n faire :
  i ← i+1 ;
 finTantque ;
 si v24gonal(i)=n, alors :
  rep ← Vrai ;
 finSi ;
 renvoyer rep.

Fonction annee24gonale(n : entier ; an : entier)
 an ← n+1 ;
 tant que non(nb24gonale(an)) faire :
  an ← an+1 ;
 finTantque
 renvoyer an.

<u>Code Python</u>

```
def v24gonal(n):
   """ Fonction v24gonal(n : entier;nb : entier)
   n : rang de l'entier 24-gonal
   i : entier, nombre courant dans la boucle
   renvoie nb, le n-ième nombre 24-gonal
   """
   nb=0
   for i in range(n):
      nb=nb+(22*i+1)
   return nb
def nb24gonal(n):
   """ Fonction nb24gonal(n : entier ; rep : booléen)
   n : nombre dont on veut savoir s'il est 24-gonal
        i : entier, compteur de boucle
   renvoie rep, Vrai si n est 24-gonal, Faux sinon
   """
   rep=False
   i=0
   while v24gonal(i)!=n and (i<=n):
      i=i+1
   if v24gonal(i)==n:
      rep=True
   return rep
def annee24gonale(n):

   """ Fonction annee24gonale(n : entier ; an : entier)
   n : année en cours
   renvoie an, la prochaine année 24-gonale
   """
   an=n+1
   while not(nb24gonal(an)):
      an=an+1
   return an
```

Retour au sommaire

Annonces

MATCH POINT : UNE BROCHURE APMEP PAS COMME LES AUTRES

Le BGV 207 en avait annoncé la sortie imminente, elle sera disponible dès la fin septembre.

Les acheteurs bénéficient de prix de lancement très intéressants jusqu'aux journées de Dijon.

Elle diffère des autres brochures Jeux car elle a pour support les pièces du seul jeu Match Point, elle sera accompagnée d'un « site compagnon » pour des conseils à la prise en main et l'utilisation en classe, les solutions des différents défis ainsi que des activités complémentaires et supplémentaires. L'enseignant pourra compléter cette brochure par l'achat d'autres planches de pièces prêtes à découper.

Certaines activités sont accessibles dès le cycle 2, d'autres seront utilisées à partir du cycle 3, voire du cycle 4.

Nos lecteurs retrouveront également cette brochure en vente lors de notre Journée Régionale du 18 mars 2020 au lycée Stanislas à Villers-lès-Nancy.

DES POSTERS MATHEMATIQUES

Le laboratoire Raphaël Salem (CNRS – Université de Rouen Normandie) a eu la bonne idée de créer et diffuser une série de posters mathématiques, repérés en avril 2019 par le Café Pédagogique et retrouvés récemment par un de nos adhérents.

Voici de quoi décorer les murs des salles de classes parfois partagées avec des collègues d'autres disciplines. Parmi les pépites proposées, les plieurs de papier apprécieront le « théorème de la grenouille bicolore », les amateurs de dominos vont chercher des recouvrements du « diamant aztèque », les enseignants de lycée ou de collège vont avoir envie de se construire des « planches de Galton », nous découvrons un banquier devenu mathématicien (et non un mathématicien devenu banquier…) !

La récente semaine des mathématiques a vu l'organisation de concours d'affiches dans plusieurs académies. Sont en particulier accessibles les affiches primées en 2016, 2017, 2018 et 2019 dans l'académie de Bordeaux.

En 2016, un concours de posters avait été organisé dans le cadre du colloque « Mathématiques, oxygène du numérique » à l'Université Pierre et Marie Curie de Paris. Les posters lauréats sont téléchargeables.

Le laboratoire Blaise Pascal de l'université de Clermont Auvergne a lui aussi créé quelques posters.

Retour au sommaire