LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 124	DECEMBRE 2015

Noël origamique (Walter)

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : décembre 2015. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) a tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à jacverdier@orange.fr. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).
Ce numéro a été tiré à 30 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.

SOMMAIRE

retour au sommaire

édito

Ma première adhésion à l'A.P.M.E.P. et ma première participation aux journées nationales presqu'en fin de carrière, pourquoi ?

De la curiosité peut-être.

De l'intérêt surement.

Un juste retour évidemment.

Détachée à l'étranger, je suis restée éloignée des associations de mathématiques françaises. De longues années à l'association des professeurs de mathématiques luxembourgeois, de nombreuses visites sur le site de l'APMEP, le petit coup de pouce de ma collègue Denise et mon attachement au monde associatif ont déclenché mon adhésion.

J'ai passé un très bon moment à Laon. J'ai apprécié le format des journées entre ateliers, conférences et temps libre, l'engagement et la passion de la majorité des animateurs (exception faite d'une conférence sur les nouveaux blocages en mathématiques qui semblait soit n'avoir pas été préparée, soit de l'ordre de la provocation gratuite, dommage car le sujet aurait pu être intéressant et répondre à beaucoup de nos préoccupations).

Enseignant en collège, je cherche des solutions pour éviter de « perdre » les élèves au niveau de la cinquième et pour essayer de les remotiver à l'apprentissage des mathématiques et à l'effort que cela implique. Le jeu, et en particulier le bridge, exposé en atelier et en conférence, me semble une piste à explorer. Suite à un stage l'an passé à l'ÉSPÉ de Maxéville, j'ai commencé avec le jeu de Nim et d'autres activités ludiques en 6$^{\text{ème}}$. J'ai constaté dans cette classe, que je continue à suivre cette année en 5$^{\text{ème}}$, une motivation beaucoup plus grande que dans mon autre classe de 5$^{\text{ème}}$: ne pas tirer de conclusions hâtives sur un aussi petit nombre d'élèves mais des essais à prolonger… Il est enthousiasmant de voir que nos jeunes élèves sont capables de beaucoup d'efforts et de concentration si l'espoir de la réussite est au bout.

Je termine bientôt ma carrière et ne mettrai pas longtemps ces nouvelles méthodes en application. Il me semble qu'un des rôles de l'APMEP est de les transmettre aux jeunes collègues, de montrer que les mathématiques peuvent se concevoir comme un jeu, intellectuel certes, avec des règles rigoureuses dont l'apprentissage est d'autant plus facile qu'il se fait dans une atmosphère de détente et de plaisir : il nous faut absolument créer le goût de la recherche auprès des plus jeunes.

Je trouve que le métier d'enseignant est devenu beaucoup plus difficile, qu'il nécessite encore un plus grand investissement et que nos jeunes collègues doivent pouvoir compter sur nous et sur l'APMEP pour les aider si tel est leur souhait.

Viviane Hussong-Gantner

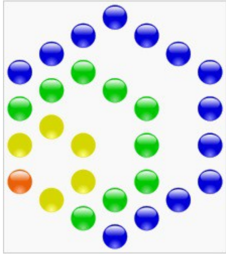
Collège Hélène Boucher, Thionville

retour au sommaire

2016

Traduction en romain : MMXVI ; en binaire : 11111100000 ; en hexadécimal : 7E0.
C'est un nombre qui a bon nombre de diviseurs, 36 en tout (y compris 1 et lui-même) : sa décomposition en facteurs premiers est $2^5 x 3^2 x 7$.

C'est un nombre triangulaire : 1+2+3+...+62+63 = 2016.
C'est aussi un nombre hexagonal (le précédent était 1891 et le suivant sera 2145 ; autant dire que c'est le seul millésime « hexagonal » que nous cotoierons). C'est le 32e nombre de ce type.
Voir : https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_hexagonal, https://oeis.org/A000384.


Les quatre premiers nombres hexagonaux sont 1, 1 + 5 = 6, 6 + 9 = 15 et 15 + 13 = 28.

Un petit problème : en utilisant les dix nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10 (chacun pris une seule fois), les opérations «+», «-» «x» et autant de parenthèses que vous voulez, essayez de trouver 2016. Envoyez-nous vos solutions, et en particulier les programmes informatiques que vous aurez conçus pour ce faire, à contact@apmeplorraine.fr.

Pour nos voisins de l'est qui sont désormais dans la même région que nous, nous leur souhaitons **güets nëies johr** !

Deux-mille-seize : zweï dowsich sèschzéh, zwe dausend siechzéng, dos mil seze, due middi sèdeci,
daou dekkant c'hwezek, bi milata hamasei, daou mil un ar byntheg, dui tausto dessh-u-panj,
dus-mila-setze, dui mille sedeci, zweitausendsechzehn, two thousand sixteen, dos mil deciséis,
duemilasedici, dois mil e dezasseis, tweeduizendzestein, to tusen og seksten, kaksituhatta kuusitoista,
tvåtusen sexton, to tusind og seksten, δυο χίλιάδες δεζ δεκαέξι, dwie tisiące szesnaście,
dvie tisuća šesnaest, două mii şasesprezece, dve tisic šestnasť, две илјада шеснаесет,
две тысячи шестнадцать, дві тисячі шістнадцать, duos milli saïdesh, du mil dekses …

Vous aurez remarqué que parmi les langues évoquées ci dessus, une se distingue (le breton) car elle n'utilise pas notre système décimal : mille s'y dit « dix-cent » et seize s'y dit « un-et-quinze ». Vous pouvez relire l'article « Les noms de nombres... » sur ce sujet, paru dans le Petit Vert n°101, à cette adresse : http://apmeplorraine.fr/old/index.php?module=etudes

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

La rédaction du Petit Vert et le Comité de la Régionale vous souhaitent à tous une excellente fin d'année, de joyeuses fêtes et une heureuse année 2016

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

VIE DE LA RÉGIONALE

ADHÉRER/RÉADHÉRER : UN GESTE TOUJOURS NÉCESSAIRE

Plus les adhérents seront nombreux, plus grandes seront l'audience et l'influence de l'A.P.M.E.P.

Vous avez reçu, avec le dernier BGV, votre bulletin de réadhésion à l'A.P.M.E.P. Si ce n'est déjà fait, n'attendez pas pour réadhérer ; le plus simple, c'est par voie électronique : http://www.apmep.fr/Adherer-S-abonner,5804#r. N'oubliez pas que si vous effectuez cette réadhésion avant le 31 décembre, 66 % du montant seront déduits de votre impôt de l'année prochaine. Une réadhésion à 50 € (indice inférieur ou égal à 445) ne vous coûtera en réalité que **23 €**, une réadhésion à 75 € (indice supérieur à 445) vous coûtera **31 €** ; sommes minimes eu égard aux services rendus. Mais vous pouvez même faire beaucoup mieux : opter pour une cotisation « de soutien » (un soutien au tarif de 120 €, par exemple, ne vous coutera que **46 €**, mais rapportera 120 € à l'association).

Attention : si vous n'avez pas renouvelé votre adhésion avant fin mars, vous ne recevrez plus les bulletins (Bulletin vert, PLOT, BGV).

Faites également adhérer vos collègues et amis : la première adhésion ne leur coutera que 35 € ou 45 €.

S'il y a dans votre établissement des professeurs stagiaires, rappelez-leur qu'ils peuvent adhérer au tarif de 25 €.

Et enfin, si des étudiants en master viennent en stage dans votre établissement, présentez-leur l'A.P.M.E.P., et sachez qu'il y a pour eux une adhésion « spéciale » à 25 €.

Des bulletins de première adhésion peuvent être téléchargés sur le site de l'A.P.M.E.P. : http://www.apmep.fr/Adherer-S-abonner,5804#pa (attention : à ne pas utiliser pour un renouvèlement).

LE RALLYE MATHÉMATIQUE DE LORRAINE

Le rallye organisé par la Régionale Lorraine est destiné aux classes de troisième et de seconde de notre académie (et il n'y a pas de frais d'inscription !). Le sujet de l'épreuve est unique et identique pour les deux niveaux. Il comporte 10 questions, plus une question subsidiaire pour départager les éventuels ex-æquo. Pendant l'heure et demie du concours, les élèves se répartissent les exercices, sans oublier de prévoir un temps de mise en commun pour remplir l'unique fiche-réponse de la classe.

Ces 10 questions, pour lesquelles seule la réponse est demandée, sans justification aucune, sont posées de façon aléatoire sans tenir compte de leur difficulté et valent chacune 4 points. La question subsidiaire, quant à elle, consiste en un problème dont la solution devra être rédigée.

Les objectifs de ce rallye sont, à l'image de bien d'autres :

- Permettre à tous les élèves d'une classe de participer à une activité mathématique,
- Motiver les élèves par des jeux et des énigmes à résoudre,
- Favoriser la communication et la coopération au sein de la classe.

L'an dernier, plus de 8000 élèves (soit 287 classes) ont participé à ce rallye. Sept classes ont été primées, dont la 3^{e} D du collège Le Tertre de Remiremont et la 2nde 3 du lycée Fabert de Metz classées premières.

Le rallye 2016 aura lieu le **jeudi 1er avril** (ce n'est pas un poisson)
N'oubliez pas d'y inscrire vos classes !
Les inscriptions devraient être ouvertes mi-janvier : www.apmeplorraine.fr
(la date limite d'inscription est fixée au 15 mars, dernier délai)

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

PETIT VERT : NOS LECTEURS ONT LA PAROLE

Nous vous avions demandé en juin dernier, fidèles lecteurs du Petit Vert, de répondre à une série de questions concernant votre périodique préféré. Il s'agissait d'avoir un retour clair sur votre appréciation du travail rédactionnel.

Sur les 200 et quelques lecteurs potentiels de la revue, 48 ont répondu au questionnaire ; remercions-les ici pour le temps qu'ils y ont consacré. Ces 48 personnes sont constituées de 35 actifs et 13 retraités ; 40 d'entre elles sont adhérentes depuis plus de cinq ans : les lecteurs du Petit Vert sont plutôt des habitués de l'APMEP. 36 le lisent à chaque parution et seuls 6 regrettent la version papier. Rappelons que ce choix s'était imposé pour limiter les frais d'envoi et d'impression. On peut comprendre la préférence pour le document physique, mais la version électronique n'en a rebuté que quelques uns.

Votre journal se déploie dans un grand nombre de rubriques. Il nous a semblé important de connaitre celles qui vous plaisent le plus. Notre intention n'est pas, pour le moment, de supprimer celles qui ont le moins de succès : elles ne vont pas infléchir les ventes ! Voici le “Top 3” des rubriques du Petit Vert :

- Dans nos classes
- Maths et Médias
- L'édito

L'éditorial est souvent lu en premier : il remplit donc bien son rôle. C'est aussi le signe que les positions de l'association, qui y sont souvent développées, intéressent les lecteurs-adhérents. La préférence pour les deux autres rubriques montre que vous utilisez le Petit Vert pour trouver des idées à exploiter en classes et c'est son objectif principal : 24 ont déjà utilisé une activité publiée, 15 ont soumis un document Maths et Médias à leurs élèves.

La nouvelle rubrique « Maths et Philo » a son petit cercle de fans et cela nous ravit ; si le nombre de suffrages concernant « Étude mathématique » est proche, ce ne sont pas nécessairement les mêmes personnes qui suivent assidûment les deux rubriques. Les lecteurs du Petit Vert aiment leur métier mais ils veulent aussi passer du temps à réfléchir aux questions mathématiques en général. Pour cela, ils exercent leur cerveau dans la rubrique « Problème » (31 réponses) et soumettent, ou ont eu l'intention de le faire, des solutions (10 réponses). Par contre, la rubrique « Défis », pour la classe, est délaissée : les profs de maths aiment bien les énigmes, mais osent-ils en proposer à leurs élèves ?

Parmi les rubriques que vous souhaiteriez voir s'ajouter à votre trimestriel, souvent bien épais, on trouve, pêle-mêle, de l'histoire des maths, des témoignages d'expériences personnelles, de l'informatique, des informations sur les positions de l'APMEP. Le comité de rédaction va s'efforcer de répondre à ces attentes. Toutefois, nous vous rappelons que ces rubriques, existantes ou à venir, ne peuvent que s'enrichir de votre participation. Vos activités en classe, vos recherches personnelles, méritent d'être partagées : le comité de rédaction est tout à fait disposé à vous aider pour les mettre en forme avant publication.

Nous tenons encore à exprimer notre gratitude aux sondés volontaires pour le temps consacré à ce questionnaire et les encouragements qu'ils nous ont transmis.

Le comité de rédaction

Message reçu de Dominique Cambrésy, fidèle lecteur lillois, à propos du Petit Vert :

« Je trouve que les bulletins sont meilleurs à chaque nouveau numéro, c'est vraiment impressionnant ... »

Ça nous fait chaud au cœur, mais on n'a pas pour autant les chevilles qui enflent !!!

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

« IMPRESSIONS » SUR LES JN DE LAON

Voici les « retours » de quelques participants lorrains aux Journées nationales de Laon, qui ont répondu à notre sollicitation pour nous faire part de leurs impressions sur ce temps fort annuel de notre association.

Chaque année on a l'impression de retrouver une grande famille. Les visages familiers des collègues des autres régions, leurs sourires, l'arrivée de jeunes collègues… tout cela donne des forces pour le reste de l'année. J'ai apprécié l'atelier sur les cartes mentales qui a éclairci mes méthodes là-dessus et je vais les utiliser, en particulier en AP, à tous les niveaux. Les mathématiques sont vivantes et se partagent à l'infini, j'en ai la preuve !

Denise

Comme chaque année, c'est un vrai plaisir de retrouver des amis de toute la France préoccupés par la didactique des mathématiques. J'ai expérimenté l'usage de cartes mentales pour la première fois et Michel Fayol m'a particulièrement éclairée sur les difficultés liées à l'apprentissage de la numération. Un grand bravo aux organisateurs, la ville de Laon est à découvrir !

Isabelle

J'ai bien aimé a conférence de Michel Gouy (bridge) et la conférence de clôture. Les autres, bof bof. […] Sinon, ville superbe, temps pourri (ah les couloirs glacés du lycée !!) mais pas grave, ambiance chaleureuse comme d'habitude...

Loïc

Michèle Artigue et son "lexicon" ont été très impressionnants, en particulier l'idée (pour les chinois) de ne pas séparer les couples +/- et */: dans l'apprentissage précoce des élèves. Cela a fait écho à nos problèmes de résolution d'équations du premier degré.
La conférence d'Anne Siety n'a pas répondu aux attentes des questions posées dans son préambule. Ce fut un "joli" dialogue de sourds avec en prime une mise en cause de nos compétences peu diplomatique.
Un atelier maths et histoire m'a permis de voir que je pouvais intégrer fortement dans ma classe de seconde l'aspect historique de notions que je "saupoudrais" auparavant.
La conférence de Michel Fayol fut un véritable plaisir pour l'intellect d'un prof de math comme moi. On a suivi un exposé scientifique d'une précision et d'une rigueur incontestable : faire attention à ne pas mélanger corrélation et causalité, bien considerer la taille des échantillons, croiser les résultats...
Et enfin la conférence de clôture avec une histoire, comme l'a dit un intervenant, qui ressemblait fortement à "Tintin et l'étoile mystérieuse".
Pour vraiment en finir mais cela fait déjà plusieurs phrases que j'ai dépassé mon quota, l'ambiance générale très agréable et conviviale et la rencontre de gens ouverts et remarquables ont rendu ces journées nationales très productives et chaleureuses malgré la grisaille extérieure.

Hervé

De ces Journées à Laon (la ville doit être bien plus belle sans brouillard), je retiens surtout la conférence sur les pavages et les quasi-cristaux donnée par un jeune enseignant-chercheur, et l'atelier sur trois grands problèmes historiques (la conjecture de Kepler, le paradoxe de Cramer et la conjecture de Goldbach). Et bien sûr les retrouvailles de collègues non-lorrains que l'on croise de Journée en Journée. J'attends Lyon avec impatience (y irons-nous tous nus?) ...

Jacques

Beaucoup de choses m'ont plu lors de ces journées. Mais, ce que je retiens en premier lieu, est une rencontre avec une collègue de l'académie de Créteil, qui se trouvait au stand de l'APMEP Lorraine en train d'essayer les défis proposés. Elle nous a expliqué comment elle et ses élèves ont créé, avec de simples tickets de métro, une pyramide de Sierpinski et une éponge de

retour au sommaire

Menger, ainsi que l'exploitation qu'elle a pu en tirer. Elle nous a fait partager son enthousiasme. C'est simplement magnifique.

Bernadette

Les musiciens sont-ils des mathématiciens ?
En sortant de la conférence-concert du samedi soir, la question pouvait être posée. Beethoven, graphe hamiltonien, géométrie projective : tout est lié ! Une conférence assez technique, de jolis morceaux de piano, un beau moment pour terminer la première journée de ce congrès.

Christine

Dans le programme, dense comme toujours, lors des journées nationales, je voudrais jeter un petit coup de projecteur sur la pièce de théâtre de la Comédie des ondes, "Les femmes de génie sont rares ?"
Dans un décor simple, deux tables, deux chaises et une penderie sur roulettes, la comédienne et le comédien nous font revivre quelques moments des vies de trois femmes de science que sont Marie Curie, Ada Lovelace, Emilie du Châtelet. On ressort bouleversé de ce spectacle, tant d'obstacles et d'injustices pour parvenir à vivre leur passion. La devise de la troupe est "mettre la science en scène….en restant au cœur de l'humain" ; le spectacle a tenu grandement cette promesse, il donne de surcroît l'envie d'en savoir plus. Assurément, on ne perd pas son temps à passer d'un point d'ignorance à un point de connaissance !!
Le texte de la pièce à l'adresse suivante:
http://www.comediedesondes.com/#/les-femmes-de-genie/3815500

Serge

J'ai beaucoup aimé l'atelier de Vincent Maille "S'initier à Python en revisitant l'histoire du jeu vidéo" : tout était parfait (présentation, document support, mise en activité, réutilisable en classe avec des élèves). La conférence de clôture était également très intéressante.

Hélène

J'apprécie toujours les journées car elles sont l'occasion de rencontrer des esprits brillants comme Michèle Artigue ou Michel Fayol qui nous contraignent à réfléchir, qui nous éclairent, même s'ils peuvent parfois nous irriter. Mais j'apprécie aussi ces journées qui sont un moment de partage, de dialogue, dans un climat chaleureux au sein de la régionale de Lorraine. Bref j'apprécie autant ce qui se passe dans les amphis que dans les couloirs !

Didier

Les journées nationales ponctuent ma vie de prof de maths. Dans les ateliers j'ai glané des pistes de travail sur l'usage des videos, des éclairages historiques sur la logique. De la redoutable application des mathématiques dans le domaine financier, à la construction du nombre en passant par une analyse de l'enseignement des mathématiques, tous les sujets abordés m'ont interrogée et enrichie. Échanger chaleureusement dans un cadre nouveau chaque année est une cure de jouvence non remboursée par la sécurité sociale mais efficace.

Geneviève

J'ai trouvé grâce aux ateliers de nouvelles idées à mettre en œuvre dans les EPI et les heures d'A.P. au collège. Les conférences ont été à la fois intéressantes et m'ont donné matière à réflexion sur mes pratiques.

Stéphanie

Laon : la porte d'Ardon

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

IL Y A 25 ANS, DANS LE PETIT VERT N°24 DE DÉCEMBRE 1990

Voici deux extraits de ce qu'écrivait le journaliste de l'Est Républicain dans l'édition du 10 juin 1990, article reproduit dans ce Petit Vert n° 24.

Thales et Pythagore : un jeu d'enfant au collège des Avrils

Ah, les mathématiques ! Que de mauvais souvenirs pour de nombreux «potaches» qui se rappellent avoir planché des heures durant sur des équations à plusieurs inconnues ou des problèmes de probabilités qui leur ont ôté d'ailleurs le goût pour les jeux de hasard. Si seulement les maths étaient un jeu logique, passionnant et amusant, comme voudraient le faire croire les enseignants !

(…)

En découvrant en avant-première l'exposition que viennent de réaliser les deux professeurs du collège, les enseignants du primaire se sont pris au jeu et la feront visiter aux élèves des classes de CM2. Les élèves du collège et les parents d'élèves seront également invités et chacun pourra constater que les théorèmes de Thales et de Pythagore sont un jeu d'enfant, à condition évidemment de faire preuve de logique. (...)

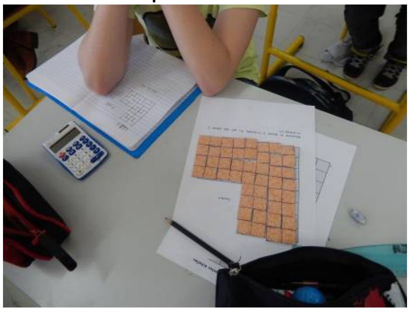
http://apmeplorraine.fr/old/index.php?module=petitvert&page=archive_pv permet d'accéder au téléchargement du Petit Vert n°24.

Quelques éléments de la suite de l'histoire

« OBJETS MATHÉMATIQUES : Faire des mathématiques, ce n'est pas que faire des calculs… Faire des mathématiques, c'est chercher et ne pas trouver tout de suite, se poser des questions, essayer de valider des résultats conjecturés, se convaincre et partager ses certitudes à propos des résultats obtenus ». Ces phrases font partie de la présentation de l'exposition composée de dix-sept stands circulant dans chacun des quatre départements lorrains.

http://apmeplorraine.fr/old/index.php?module=coinjeux&choix=5 : les panneaux, des compléments et les versions traduites en allemand, en anglais, en italien, en espagnol et en turc sont téléchargeables. Une version arabe a également vu le jour et à partir de 2015, une collaboration avec le **CASNAV** (**C**entre **A**cadémique pour la **S**colarisation des enfants **N**ouvellement **A**rrivés et des enfants issus de familles itinérantes et de **V**oyageurs) va permettre des versions roumaine, albanaise, russe, etc.

http://apmeplorraine.fr/pv/PV123.pdf : La page 12 de ce récent Petit Vert évoque des adhérents faisant des animations autour de jeux mathématiques avec des élèves de l'école élémentaire. D'autres vont tester en classe l'utilisation de nouveaux supports d'activité (les « Petits L » ont été pas mal sollicités ces temps-ci).



http://apmeplorraine.fr/old/modules/coinjeux/jeux5/Valises_2010.pdf : En 2010, Le Petit Vert n°104 nous a informé de notre collaboration avec le **C**rédit **M**utuel **E**nseignant et l'**I**nspection **A**cadémique de Moselle pour la création par des adhérents de la régionale de mallettes de jeux confiées à chaque circonscription du département.

retour au sommaire

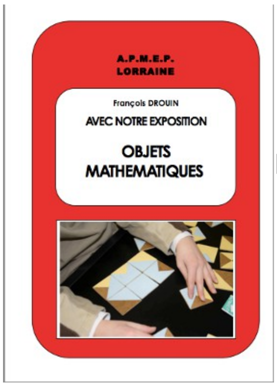
http://apmeplorraine.fr/old/index.php?module=coinjeux&choix=18 : En octobre 2012, les participants aux Journées nationales de Metz ont découvert les puzzles « croix de Lorraine » imaginés dans un lycée de Verdun. Ces puzzles ont ensuite servi à récompenser les élèves des classes lauréates de notre rallye.

Depuis plusieurs années, des adhérents travaillent avec des étudiants scientifiques de Metz-Bridoux à l'animation d'un atelier au « Jardin des enfants de la Science » organisé en octobre pendant la Fête de la Science.

Les visiteurs peuvent accéder aux documents présentés à partir de l'adresse http://iecl.univ-lorraine.fr/~Isabelle.Dubois/fete_science/. http://apmeplorraine.fr/pv/PV121.pdf : le Petit Vert 121 de Mars 2014 contient une présentation de cette manifestation.

En 2015, avec une classe

En 2015, des échanges intergénérationnels



Des brochures complètent les activités proposées.

Présentation de la brochure d'accompagnement de notre exposition régionale :
http://apmeplorraine.fr/old/modules/regionale/brochures/13_descriptif.pdf

Les récentes journées nationales de Laon ont été l'occasion de présenter sur le stand de notre régionale de nouveaux puzzles et des découpages de tétraèdres.

Voir photo, prise sur le stand de la régionale lors d'une pause café →

Tous ces supports d'activités constituent des ressources pédagogiques qui restent tout à fait pertinentes et en phase avec les tous nouveaux programmes des cycles 3 et 4. En effet, ils nous demandent de travailler sur les grandeurs géométriques, les figures géométriques et les solides, leurs représentations dans le plan ou l'espace et même de pratiquer les langues étrangères à l'occasion de travaux scientifiques.

Travailler avec des puzzles géométriques, des « Petits L » des patrons à colorier, des polycubes, des tétraèdres, etc. aborde ces compétences.

Travailler avec les versions de notre exposition traduites en diverses langues permet d'utiliser les langues étrangères connues des élèves ou apprises en classe.

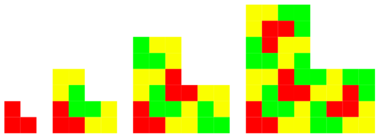
retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

DES « PETITS L » À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

N.D.L.R. Cet article fait suite à des expérimentations en CM1-CM2 menées en Moselle par Laurent Marx, à Lyon par François Soulard et en Meuse par François Drouin.

Faire recouvrir des « Petits L » dessinés aux échelles 1, 2, 3 et 4 par des « Petits L » échelle 1 est une activité d'un atelier au Jardin des Enfants de la Science, sur le Campus de Metz-Bridoux.
http://apmeplorraine.fr/pv/PV121.pdf : le Petit Vert 121 de Mars 2014 contient une présentation de cette manifestation.
http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Semblable.pdf : PLOT n°6 (2004) contient l'activité « Semblable à soi même » qui avait été mise en œuvre en collège.



L'envie est venue de profiter de la « Semaine des Mathématiques » de mars 2014 pour travailler avec des collègues de l'école élémentaire à la mise en œuvre des activités mises en annexe. Nous voulions en particulier étudier le comportement des élèves face à la question « Combien faudrait-il de pièces à l'« échelle 1 » pour recouvrir le dessin à l'« échelle 10 » ? », question à propos de laquelle nous n'avions pas le temps de faire travailler les élèves à Metz-Bridoux.

Quelques anticipations faites avant le déroulement en classe

Les élèves auront à recouvrir les dessins aux différentes échelles, faire dénombrer les pièces utilisées, se poser la question pour l'échelle 10 (l'enseignant devra éventuellement donner comme aide le nombre de pièces nécessaires pour l'échelle 5).

Il faudra sans doute donner du sens aux expressions « échelle 1 », « échelle 2 », « échelle 3 », « échelle 4 » : les dimensions sont inchangées (multipliées par 1) ou multipliées par 2, 3 ou 4.
Cette activité sera l'occasion de mesurer des aires avec d'autres unités que des aires de carrés.
Elle montrera sur des exemples que lorsque les longueurs sont multipliées par un nombre, il n'en est pas de même pour les aires.

La question à propos du nombre de pièces nécessaires pour recouvrir le dessin « échelle 10 » ne sera peut-être abordée qu'avec les élèves de CM2.

Première méthode envisagée

Échelle 1	Échelle 2	Échelle 3	Échelle 4	Échelle 5
1 = 1 × 1	4 = 2 × 2	9 = 3 × 3	16 = 4 × 4	25 = 5 × 5

La suite des nombres de couleur donne envie de poursuivre.

Échelle 6	Échelle 7	Échelle 8	Échelle 9	Échelle 10
36 = 6 × 6	49 = 7 × 7	64 = 8 × 8	81 = 9 × 9	100 = 10 × 10

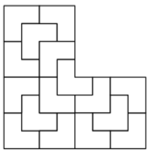
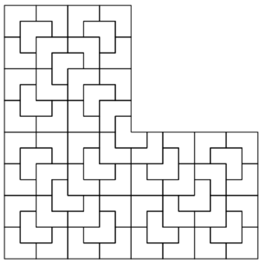
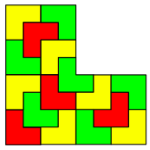
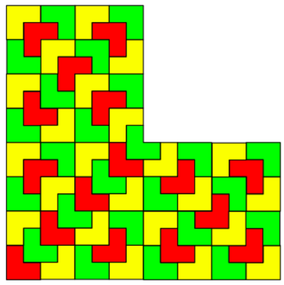
<u>Deuxième méthode envisagée</u>

Échelle 1	Échelle 2	Échelle 3	Échelle 4	Échelle 5
1	1 + 3 = 4	4 + 5 = 9	9 + 7 = 16	16 + 9 = 25

La suite des nombres de couleur rouge donne envie de poursuivre.

Échelle 6	Échelle 7	Échelle 8	Échelle 9	Échelle 10
25 + 11 = 36	36 + 13 = 49	49 + 15 = 64	64 + 17 = 81	81 + 19 = 100

Pour les élèves de CM1, l'activité de recouvrement sera prolongée par une activité de coloriage avec contrainte de recouvrements « échelle 4 » et « échelle 8 » (annexe 2). Le concept d'aire n'est pas alors utilisé, le travail pourra être amorcé à l'aide du TBI, permettant ainsi de s'assurer de la compréhension des contraintes de coloriage. Une question va peut-être apparaitre : les coloriages obtenus sont-ils toujours symétriques ?

Les élèves à l'aise avec la notion de symétrie orthogonale auront par la suite l'occasion de rencontrer à nouveau un recouvrement « échelle 4 » (annexe 3). L'activité aborde le placement symétrique de « Petits L ». L'axe de symétrie n'est ni horizontal ni vertical, ce qui perturbera sans doute quelques élèves. En aide, il sera possible de faire pivoter la feuille de travail des élèves pour rendre cet axe vertical ou horizontal. Ce pivotement sera sans doute moins aisé si la figure est présentée à l'aide du TBI. Une pièce pourra être dessinée sur la partie grisée de l'image projetée, il pourra être ensuite demandé de dessiner la pièce symétrique.

Comptes rendus d'expérimentations

<u>Mars 2015, en Meuse pendant la semaine des Mathématiques</u>

En CM1 (45 min)
Le mot « échelle » présent à côté des dessins à recouvrir n'était pas connu des élèves. Il leur a été expliqué que par exemple « échelle 3 » signifiait que les dimensions étaient multipliées par 3, que « échelle 1 » signifiait que le dessin avait les mêmes dimensions qu'une pièce (il faudrait aussi redire ou rappeler l'effet de la multiplication par 1).

Il manquait des pièces pour que chaque élève puisse effectuer le recouvrement échelle 4 : les plus rapides ont confié leurs pièces à ceux qui n'avaient pas encore fini le recouvrement à l'échelle 3. D'autres « Petits L » ont été par la suite donnés à l'école pour de futures utilisations en classe.

Le recouvrement à l'échelle 2 a été trouvé par tous, le recouvrement à l'échelle 3 a pris du temps chez certains élèves. Une aide leur a été apportée par le placement d'une pièce sur l'axe de symétrie (ces considérations de symétrie n'ont pas été évoquées, la pièce a été placée par l'enseignant). Deux élèves ont eu besoin du placement de plus d'une pièce.

Lors de la recherche du recouvrement « échelle 4 », un élève a compris l'impossibilité du recouvrement d'un carré 3×3. Il a pris conscience qu'il ne fallait pas qu'il reste un tel carré à recouvrir. Les élèves plus rapides ont réussi le recouvrement « échelle 4 », les autres pourront le tenter plus tard. La notion d'aire n'était pas encore abordée, nous nous sommes contentés de parler du nombre de pièces utilisées. Il a été fait constater que lorsque les dimensions sont multipliées par 2, 3 ou 4, le nombre de pièces n'était pas multiplié par 2, 3 ou 4. Il aurait peut-être pu être demandé de voir ce qui ce passe avec le périmètre.

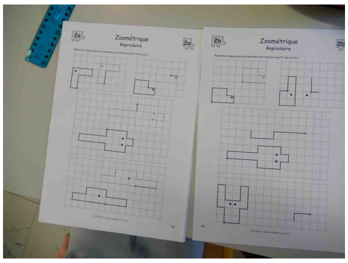
L'activité « coloriage » a ensuite été proposée aux « rapides » qui avaient terminé le recouvrement « échelle 4 » et aux « lents » lorsqu'ils avaient réussi le recouvrement « échelle 3 ». Des coloriages à 5 ou 6 couleurs ont été trouvés pour le dessin de la solution « échelle 4 », mais rapidement des solutions à 3 couleurs sont apparues, motivant les élèves dans leur recherche (un élève ayant utilisé 6 couleurs a demandé une seconde feuille pour reprendre sa recherche).

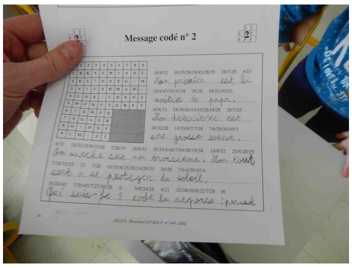
Un élève, fier d'avoir trouvé 3 couleurs pour le dessin « échelle 4 » a mis un point d'honneur à trouver une stratégie pour obtenir le même nombre de couleurs pour le dessin « échelle 8 » en travaillant sur des régularités de placement des pièces de même couleur. Plusieurs élèves se sont vite persuadés qu'il fallait plus de deux couleurs et ont tout fait pour n'en utiliser que 3. Leur réflexion a plusieurs fois abouti, dans d'autres cas, une quatrième couleur a dû être utilisée en fin de coloriage.

Les coloriages n'utilisant que trois couleurs étaient tous symétriques. Les propositions des élèves pourront donc être réutilisées lors de l'étude de la symétrie orthogonale : les élèves ont rencontré ce contenu sans s'en rendre compte.

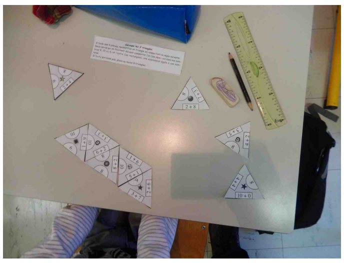
<u>Avril 2015, en Moselle, un peu après la Semaine des Mathématiques</u>

La classe unique était formée de six élèves de CM2, deux élèves de CM1, des élèves de CP, CE1 et CE2.
Les « Petits L » ont été utilisés par les CM2 et les CM1. Les élèves de CP, CE1, et CE2 ont eu à reproduire des dessins d'animaux extraits du dossier « Zoométrique » de « Jeux École 2 ». Leur ont également été confiés des « messages à décoder » (Jeux 6) et des triangles « Neuf pour un » (Jeux École).


Zoométrique



Messages codés


Neuf pour un

Bilan : La collègue titulaire de la classe a été une grande aide pour faciliter la gestion de ces groupes faisant des choses différentes.

retour au sommaire

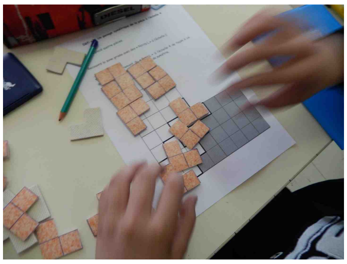
Les CM1-CM2 ont travaillé avec les « Petits L ». Ils ont été rapides dans leur recherche des recouvrements des dessins aux différentes échelles » Les plus en avance ont dessiné leurs solutions sur leur cahier d'essais.
Après avoir recouvert le « Petit L » dessiné à l'échelle 4, il leur a été demandé de deviner le nombre de pièces nécessaires pour recouvrir le dessin à l'échelle 10.

Échelle	1	2	3	4						
Nombre de pièces utilisées										

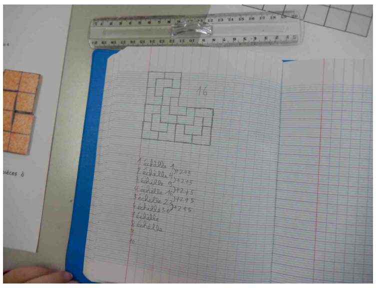
Les élèves n'ont guère été volontaires pour utiliser un tableau semblable à celui ci-dessus mais ont trouvé presque immédiatement les égalités « $4 = 2\times2$ », « $9 = 3\times3$ », « $16 = 4\times4$ » et en ont rapidement déduit qu'à l'échelle 10 il fallait 100 pièces ($100 = 10\times10$).

Les élèves, très demandeurs d'autres activités, ont fait l'activité de coloriage de solutions aux échelles 4 et 8 et la recherche d'un recouvrement symétrique du dessin à l'échelle 4.
Ayant remarqué les difficultés rencontrées pour le recouvrement du dessin à l'échelle 3, l'enseignant a testé la manipulation des « Petits L » avec ses propres enfants et n'a pas fourni la feuille présentant le dessin à recouvrir. Le plus jeune, élève de CE1 n'a pas réussi, le plus âgé, élève de CM1 a réussi. Une question se pose : ne vaudrait-il pas mieux les laisser chercher sans le « modèle » à recouvrir ?

En faisant le tri parmi les photos prises pendant les activités, l'enseignant à retrouvé la trace écrite d'un élève ayant commencé à rechercher un opérateur permettant de passer du nombre de pièces utilisées pour recouvrir le dessin échelle « n » au nombre de pièces utilisées pour recouvrir le dessin à l'échelle « n+1 ». Cette piste aurait pu aboutir.



Vers une solution symétrique



Une méthode à retravailler.

<u>Juin 2015, en Meuse, en CM2, suite à une première intervention pendant la Semaine des Mathématiques</u>

Le mot « échelle » présent à côté des dessins à recouvrir n'était pas familier aux élèves. Il leur a été redit que, par exemple, « échelle 3 » signifiait que les longueurs étaient multipliées par 3, que « échelle 1 » signifiait que le dessin avait les mêmes longueurs qu'une pièce : ont été revus à cette occasion les effets de la multiplication par 1.

Les recouvrements des dessins aux échelles 3 et 4 ont été trouvés plus rapidement que lors de la précédente intervention en CM1 en mars 2015.
En avril 2015, les élèves mosellans semblaient peu prêts à gérer un tableau semblable à celui ci-dessous.

Échelle	1	2	3	4						
Nombre de pièces utilisées										

retour au sommaire

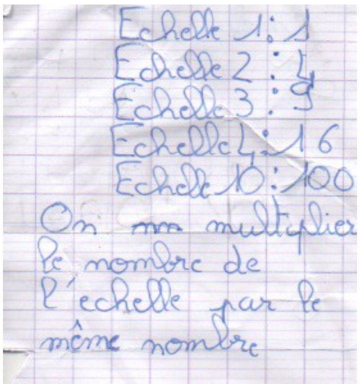
En juin 2015, pendant cette expérimentation en Meuse, ce tableau a été présenté prêt à remplir. Il est à noter que les élèves ont de nouveau privilégié des explications orales n'y faisant pas référence. Le rangement de données dans un tableau de valeurs ne faisait pas partie à ce moment des compétences des élèves.

Un temps a pu être pris pour remarquer que si les longueurs étaient multipliées par 2, 3, etc., les aires n'étaient pas multipliées par 2, 3, etc.
Les nombres de pièces utilisées pour les recouvrements aux échelles 1, 2, 3 et 4 ont été malgré tout indiqués dans le tableau proposé. La question du nombre de pièces nécessaires pour un recouvrement du dessin « échelle 10 » a ensuite été posée.

Échelle	1	2	3	4	5					
Nombre de pièces utilisées	1	4	9	16	25					

Comme lors de l'expérimentation précédente en Moselle, le tableau n'a pas été utilisé, mais diverses stratégies ont été mises en avant. Pour aider les élèves à valider leur recherche, il leur a été précisé qu'il fallait 25 pièces pour recouvrir le dessin à l'échelle 5. Cette information supplémentaire leur a permis de tester leurs hypothèses.

En utilisant le TBI de la classe, les élèves sont venus expliciter leurs démarches devant leurs camarades. Les traces écrites furent parfois peu faciles à obtenir. La proposition faite pour l'échelle 5 leur a permis de justifier ou de mettre en doute leur démarche.



En complément de ce qui a été écrit sur le TBI, voici une proposition d'élève écrite sur le cahier de recherche

La validation des recherches a été faite en reprenant la démarche repérée en avril 2015 sur une proposition d'un élève mosellan et présentée dans ce document comme « deuxième méthode envisagée ».
En fin d'activité a été repris le fait que les échelles n'intervenaient pas de la même manière sur les longueurs et sur les aires.

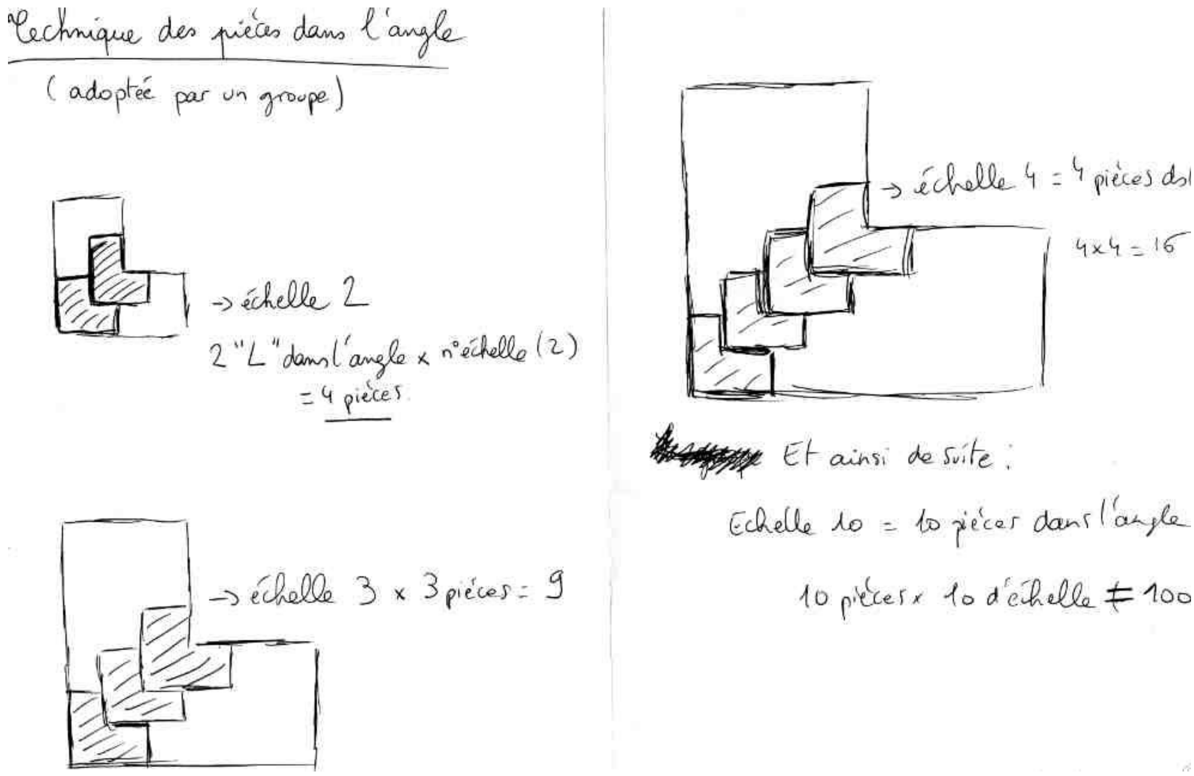
Juin 2015 à Lyon en CM2 lors d'une « matinée maths »

Les élèves de trois classes étaient répartis en 4 groupes et restaient 30 mn sur chaque stand : création géométrique avec GeoGebra, course à 20, pentaminos et cubes Soma, « Petits L ». Concernant l'atelier des « Petits L », les élèves étaient répartis sur deux ateliers : un en autonomie où ils devaient compléter le plus possible de pavages et un autre sous la direction de l'enseignant où ils devaient répondre à la question « Combien de pièces dois-je placer pour compléter un dessin échelle 10 ? ».

Pour ce défi, chaque groupe a trouvé la bonne réponse mais avec quatre méthodes différentes :

- différence croissante des écarts,
- multiplier l'échelle par elle-même,
- l'échelle correspond à la racine carrée du nombre de pièces,
- en comptant le nombre de pièces que l'on peut placer dans l'angle du « L ».

Des notes prises par l'enseignant illustrent cette quatrième méthode.



Dans les programmes pour le cycle 3

(Voir http://www.education.gouv.fr/cid93042/projet-de-programmes-pour-les-cycles-2-3-et-4.html
Les programmes officiels devraient être parus au moment où vous lirez ces lignes)

Voici quelques bonnes raisons pour continuer à faire vivre ces activités en cycle 3.

« Chercher » : prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc., s'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses.

« Communiquer » : expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

« Raisonner » : justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

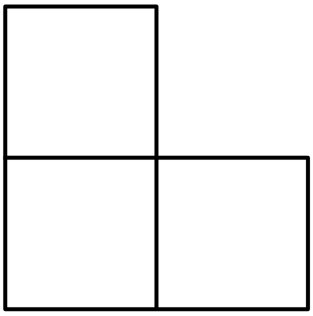
« Grandeurs et mesures » : différencier aire et périmètre d'une surface, calculer des périmètres, des aires ou des volumes, en mobilisant ou non, selon les cas, des formules, identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

« Espace et géométrie » : Compléter une figure par symétrie axiale.

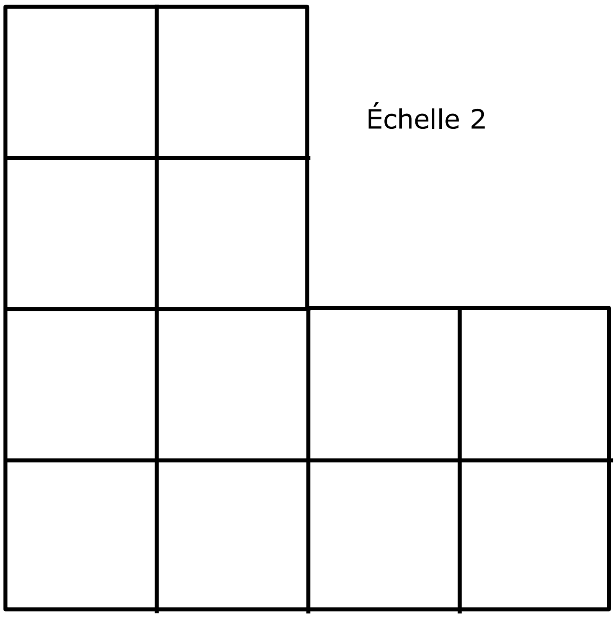
.../...

Annexe 1 **Le « Petit L » à différentes échelles**

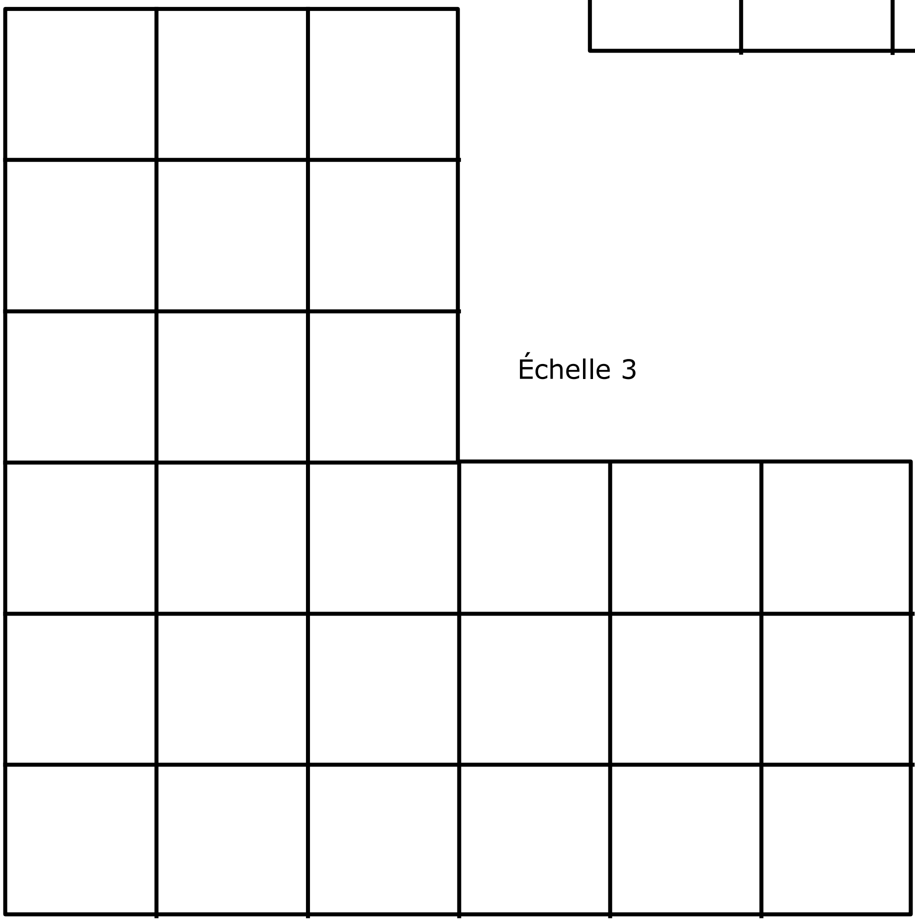
Recouvre les dessins à différentes échelles par des pièces « échelle 1 ».



Échelle 1

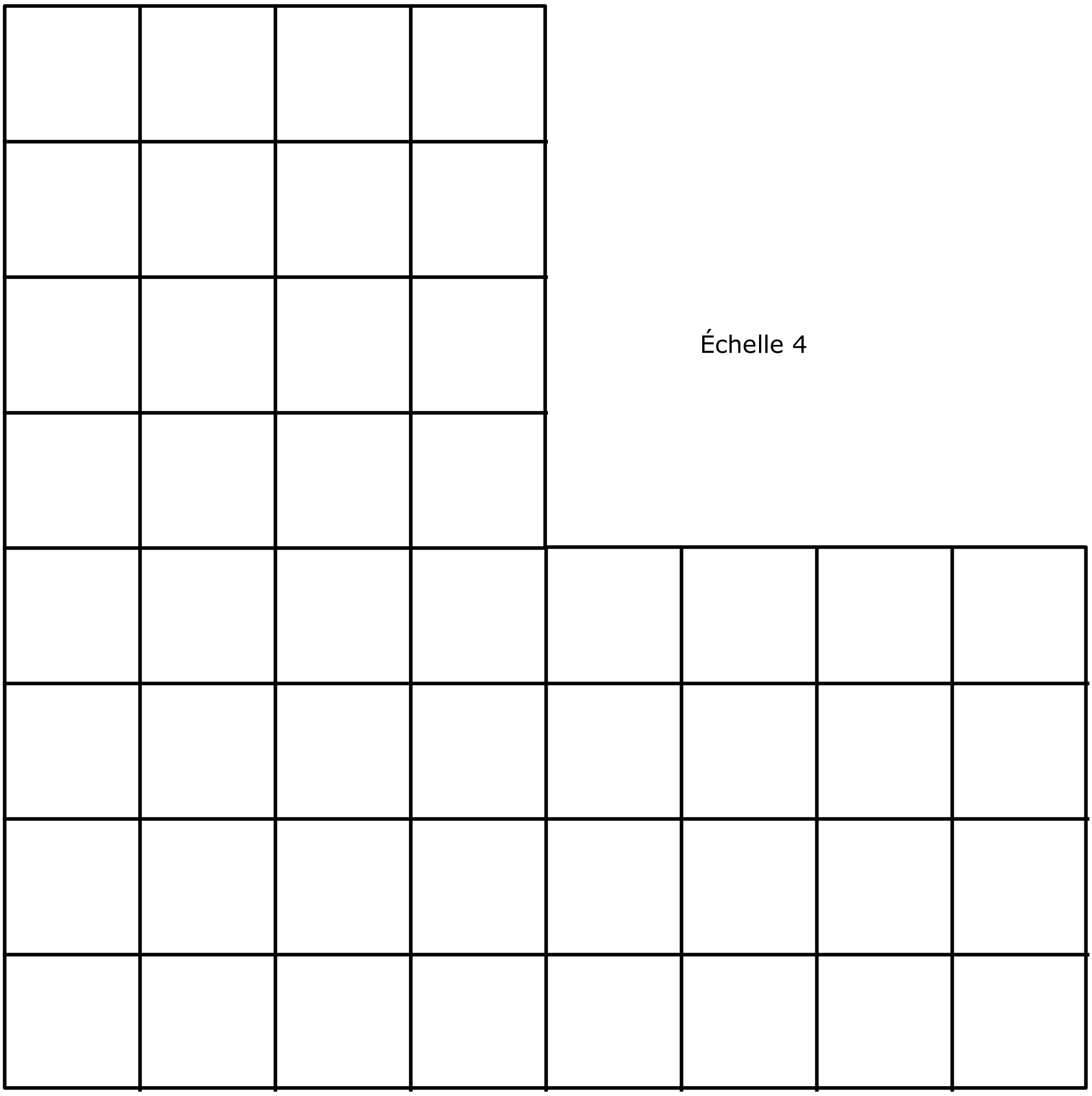


Échelle 2



Échelle 3

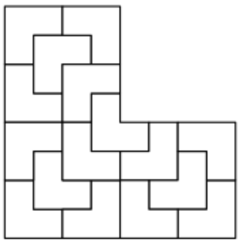
.../...



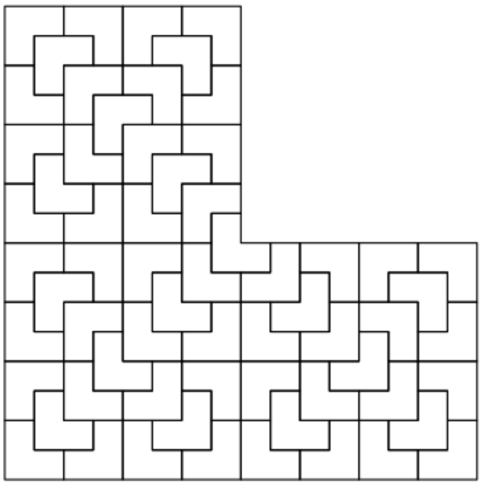
Échelle 4

…/…

Annexe 2 : Un peu de coloriage

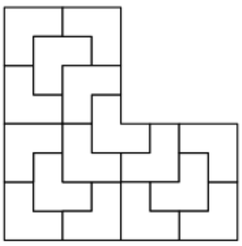


Avec le moins possible de couleurs, colorie le « Petit L » dessiné à l’échelle 4 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n’aient pas de frontières de la même couleur.

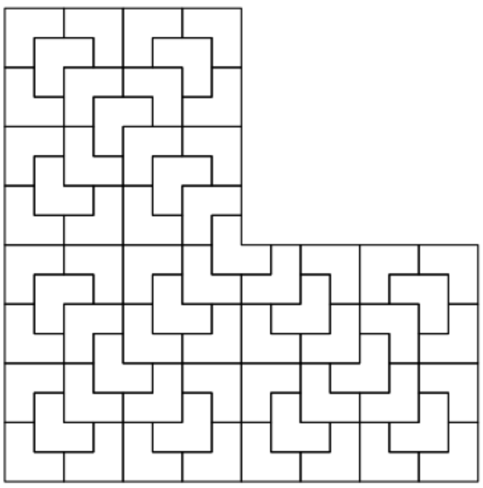


Avec le moins possible de couleurs, colorie le « Petit L » à l’échelle 8 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n’aient pas de frontières de la même couleur.

Annexe 2 : Un peu de coloriage



Avec le moins possible de couleurs, colorie le « Petit L » dessiné à l’échelle 4 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n’aient pas de frontières de la même couleur.



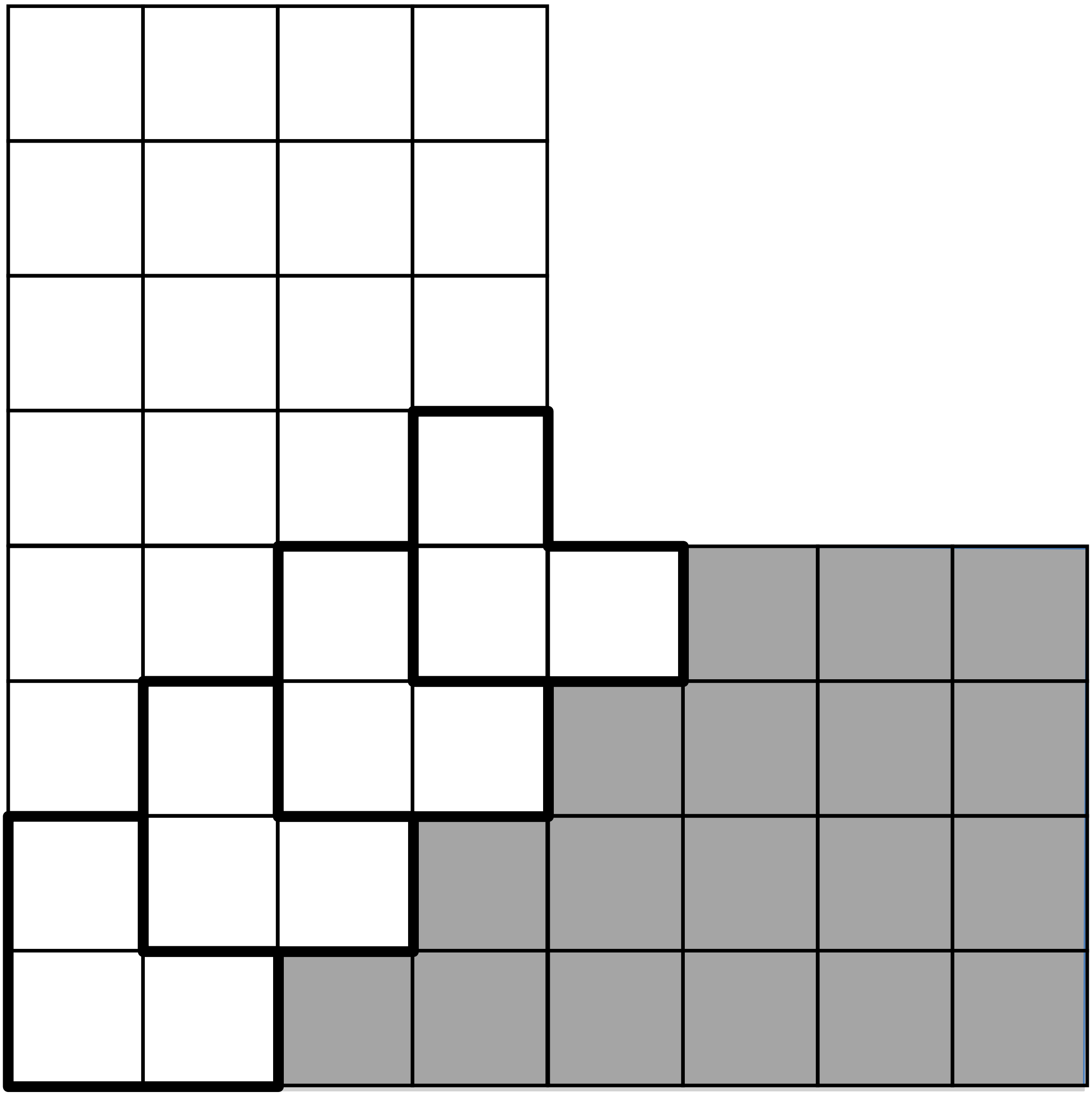
Avec le moins possible de couleurs, colorie le « Petit L » à l’échelle 8 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n’aient pas de frontières de la même couleur.

retour au sommaire

Annexe 3

Un pavage symétrique de la pièce à l'échelle 4

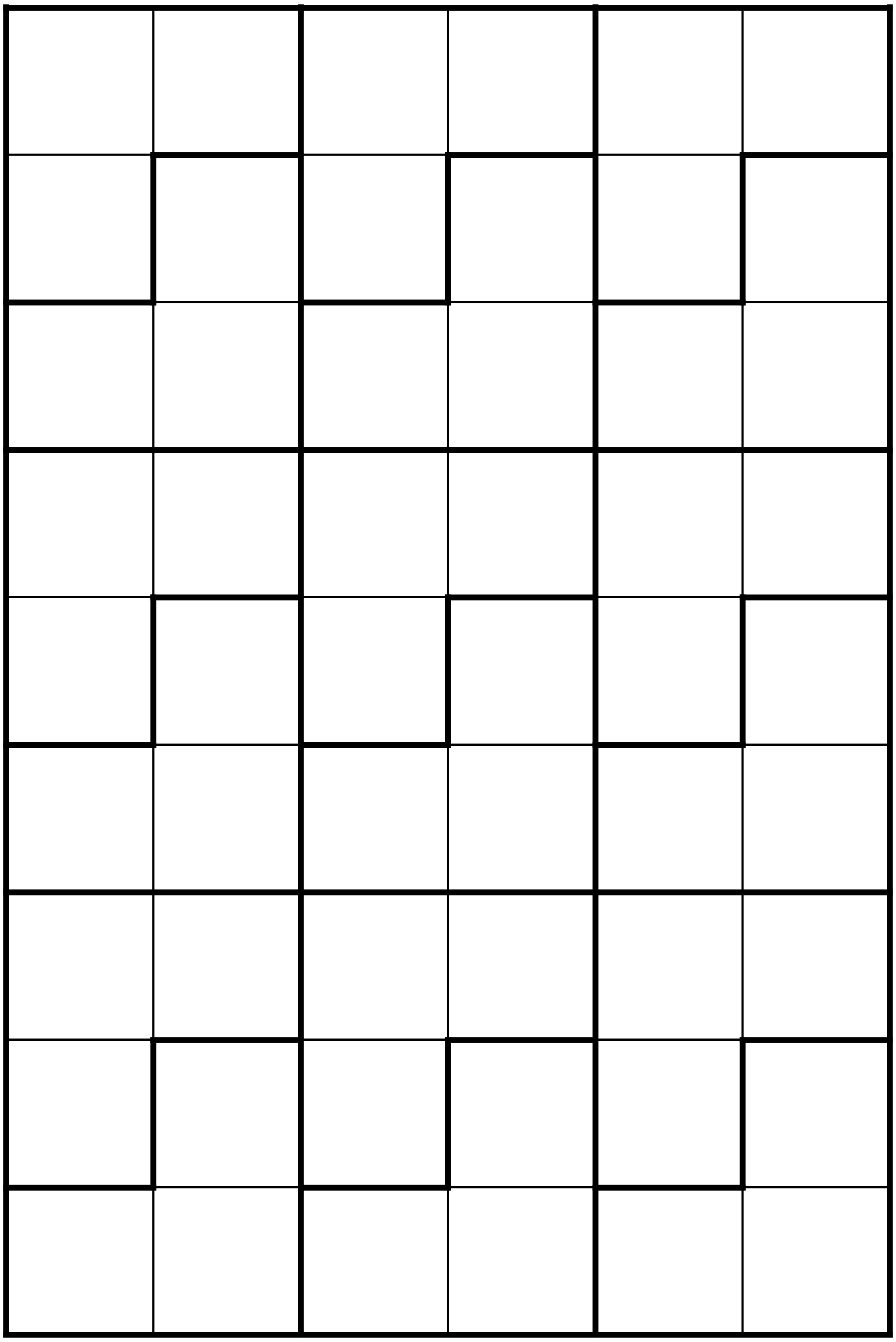
J'ai déjà placé quatre pièces.
Recouvre la zone grisée avec des « Petits L » à l'échelle 1.
Termine le recouvrement du « Petit L » dessiné à l'échelle 4 de façon à ce que l'assemblage final admette un axe de symétrie.



retour au sommaire

Annexe 4

Des petits « L » à photocopier sur du papier de couleur et découper



retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

LIRE UNE IMAGE

Par Claire STAUB, professeur de mathématiques
et Aude MAIREAU, professeur de français stagiaire
Collège Paul Éluard, Brétigny-sur-Orge

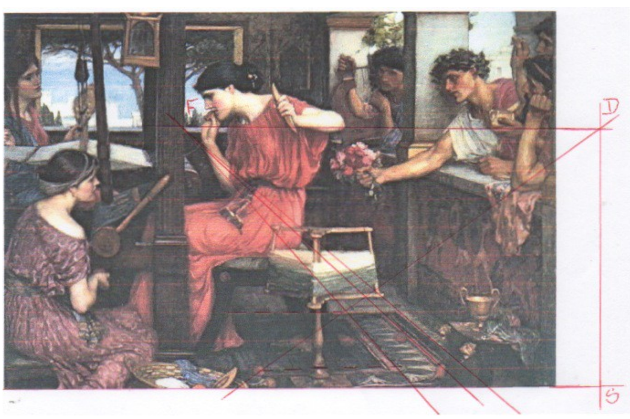
En 2014-2015, les deux heures d'**A**ccompagnement **P**ersonnalisé en classe de sixième étaient réparties en une heure pendant laquelle les mathématiques et le français étaient alignés et une heure de recherche documentaire avec le professeur documentaliste. À ceci s'ajoutait une heure par quinzaine de co-enseignement français - histoire/géographie. Nous avions commencé l'année en nous partageant la classe en deux arbitrairement pour réaliser, lors des deux premières séances, une évaluation diagnostique puis créer des groupes de besoins. Nous avons ensuite constitué nos groupes : groupe 1 (soutien maths), groupe 2 (approfondissement français) jusqu'au mois de février puis nous avons échangé. Nous devons regretter quelques limites à cette organisation : il n'y avait pas beaucoup d'élèves ayant des besoins dans nos deux matières et les élèves n'ont pas bénéficié du contenu de la partie « accompagnement personnalisé » lié au « vivre ensemble » et à l'organisation que nous devions leur fournir d'après les textes officiels.

En fin d'année, après les vacances d'avril, il nous restait peu de séances à cause de formations suivies par les professeurs stagiaires et de sorties pédagogiques, nous avons alors fait ce projet de séance commune où nous étions avec la classe complète et nous avons été rémunérées toutes les deux.

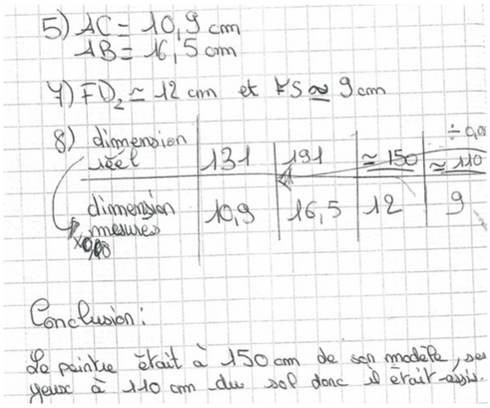
Pendant le cours de français, dans le cadre de l'étude des « textes fondateurs », les élèves avaient au préalable lu un extrait de l'Odyssée d'Homère évoquant Pénélope et ses prétendants, ce qui a justifié le choix de ce tableau pour l'activité. La seconde oeuvre qui n'a pu être étudiée par manque de temps avait été repérée dans un article du « Point ».

La fiche élève jointe en annexe comporte les questions en rapport avec nos deux disciplines. Son utilisation a été complétée par la présentation d'extraits d'un diaporama étudié l'année précédente pendant un stage de formation continue « Mathématiques et Histoire des Arts » animé par Marie-Christine Levi et Michèle Le Bras pour les enseignants de l'académie de Versailles. Différents types de perspective ont été montrés, puis quelques anamorphoses pour évoquer un second projet de travail prévu en fin d'année. Le **V**idéo **P**rojecteur **I**nteractif équipant la salle de classe a été utilisé. Le diaporama présentait deux méthodes utilisées par les peintres pour réaliser une œuvre avec la perspective centrale : la méthode d'Alberti (vision au travers d'une vitre) et la méthode du point de distance (utilisation d'un carrelage). Cette deuxième méthode a été le support du travail avec les élèves.

Les tracés et leurs justifications se retrouvent dans les éléments de sitographie mis en fin d'article par le comité de rédaction du Petit Vert.



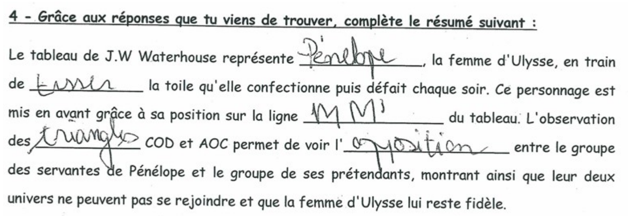
Pour trouver le point de distance D sur la reproduction de l'oeuvre proposée aux élèves, on trace une des diagonales du « quadrillage » des lignes de fuite. Le point D se trouve à l'intersection de cette droite et de la ligne d'horizon passant par le point de fuite F.
Les copies des travaux d'élèves conservés étaient en noir et blanc, voici cependant un exemple de ce qui était attendu.


5) AC = 10,9 cm
AB = 16,5 cm
4) $FD_2 \simeq$ 12 cm et KS ≈ 9 cm
8)

dimension réel	131	191	≃ 150	≃ 110
dimension mesurés	10,9	16,5	12	9

Conclusion :
Le peintre était à 150 cm de son modèle, ses yeux à 110 cm du sol donc il était assis.

Cet extrait d'une production d'élève montre comment un élève de sixième travaille avec une situation de proportionnalité.


4 - Grâce aux réponses que tu viens de trouver, complète le résumé suivant :

Le tableau de J.W Waterhouse représente Pénélope, la femme d'Ulysse, en train de tisser la toile qu'elle confectionne puis défait chaque soir. Ce personnage est mis en avant grâce à sa position sur la ligne MM' du tableau. L'observation des triangles COD et AOC permet de voir l'opposition entre le groupe des servantes de Pénélope et le groupe de ses prétendants, montrant ainsi que leur deux univers ne peuvent pas se rejoindre et que la femme d'Ulysse lui reste fidèle.

Cet autre extrait montre les conclusions attendues suite aux questions posées.

Lors de ce travail qui a plu aux élèves, nous avons constaté une confusion « médiane diagonale » : ce problème de vocabulaire devra être retravaillé.

Les productions des élèves révèlent que le tracé des lignes a permis de bien orienter leur regard et d'identifier les éléments essentiels du tableau. Cependant, l'interprétation des éléments repérés a nécessité un accompagnement.

La reproduction montrée aux élèves est inscrite dans un rectangle ABCD. S'inspirant de l'extrait du diaporama présenté, le point de distance est également nommé D. Pour une future utilisation, les noms des sommets du rectangle devront être modifiés.

https://en.wikipedia.org/wiki/Suitors_of_Penelope présente l'oeuvre et en fournit une image.

http://www.noelshack.com/2013-04-1359321126-john-william-waterhouse-the-favorites-of-the-emperor-honorius-1883.jpg montre une reproduction de la deuxième oeuvre de Waterhouse. Par manque de temps, nous elle n'a pu être étudiée.

https://fr.wikipedia.org/wiki/John_William_Waterhouse donne des indications à propos de l'artiste.

http://www.apmep.fr/Sommaire-de-PLOT-no38-2eme permet de retrouver l'article de Martine Bühler « Sciences et Arts en MPS » ainsi que les annexes jointes. La dernière page évoque la méthode de Pierro della Francesca.

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/MPS/22/7/LyceeGT_Ressources_2_Exploration_MPS_4-1_peintureXV_152227.pdf est une ressource sur le même thème, fournie par le ministère.

http://irem.tlse.math.info.free.fr/@stage/Brochure_3D.pdf : Dans ce document, le chapitre Perspective conique débute à la page 43.

retour au sommaire

Annexe 1: Document élève

LIRE UNE IMAGE

- **Apprendre des mots pour situer dans l'espace**

Relie les mots de la colonne de gauche à leur définition colonne de droite

. arrière-plan	.segment de droite qui joint 2 angles opposés
. premier plan	.représentation des objets en 3 dimensions
. diagonale	.plan le plus éloigné du spectateur
. médiane	.segment de droite qui joint les milieux de 2 côtés opposés
. perspective	.plan le plus proche du spectateur

- **Décrire et analyser un tableau à l'aide de ces mots**

Voici le tableau *Pénélope et les prétendants* du peintre anglais John William Waterhouse (1912) exposé en Ecosse.

A **B**

C **D**

Considérons que le tableau forme un rectangle ABCD. Soit M milieu de [AB] et M′ milieu de [CD]

1 - Trace la droite MM′.

2 - Trace les deux diagonales du rectangle. Inscris O comme le point d'intersection de ces diagonales.

3-Réponds aux questions suivantes par une phrase complète :

a – Quel personnage met en valeur la médiane MM' ? Que fait-il ?

____

b- À ton avis, qui est le personnage situé au premier plan ?

____

c- Qui sont les personnages situés dans le triangle BOD ? Qu'essaient-ils de faire ?

____

d- Que fait le personnage situé à l'arrière-plan du tableau ?

____

e- Quelle est la position des personnages situés dans le triangle BOD par rapport à ceux situés dans le triangle AOC ?

____

f – Que met en valeur cette position ?

____

4 - Grâce aux réponses que tu viens de trouver, complète le résumé suivant :

Le tableau de J.W. Waterhouse représente ______________, la femme d'Ulysse, en train de _____________ la toile qu'elle confectionne puis défait chaque soir. Ce personnage est mis en avant grâce à sa position sur la ligne ________________ du tableau. L'observation des ____________ BOD et AOC permet de voir l'___________________ entre le groupe des servantes de Pénélope et le groupe de ses prétendants, montrant ainsi que leur deux univers ne peuvent pas se rejoindre et que la femme d'Ulysse lui reste fidèle.

Les deux perspectives que vous étudierez sont :

- *la perspective cavalière utilisée pour représenter des solides en mathématiques.*
- *la perspective centrale ou perspective à point(s) de fuite(s) utilisée par les peintres et les photographes.*

5 - Mesurer la hauteur AC et la longueur AB du rectangle ABCD.

6 – Repasser sur les lignes de fuite de la représentation afin de retrouver le point de fuite F et le point de distance D.

7 – Mesurer FD.

8 – Sachant que les dimensions réelles du tableau sont (h x l) : 131 x 191 cm, en t'aidant de la proportionnalité, retrouve la position du peintre par rapport au tableau, pour réaliser son œuvre.

9 – Le peintre était-il assis ou debout pour peindre ?

N.d.l.r. On peut trouver des images plus « fines » (donc plus « lourdes ») sur la toile, par exemple sur http://arts.mythologica.fr/artist-wz/waterhouse.htm

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

DIFFÉRENCE ENTRE CARRÉS D'ENTIERS CONSÉCUTIFS

Par Valentin Buat-Ménard,
Collège de Douvaine (Haute-Savoie)

Note de la rédaction : Valentin était professeur-stagiaire à Metz en 2002

Un problème de démonstration avec du calcul littéral : où l'on voit que le formatage des questions et des approches de démonstrations nous ferment bien des portes.

Niveau : $3^{ème}$
Prérequis : factorisation

La question du manuel : Prouver que la différence entre le carré d'un nombre entier et le carré du nombre entier qui le précède est un nombre impair.

La question modifiée : Que peut-on dire de la différence entre le carré d'un nombre entier et le carré du nombre entier qui le précède ?

Modalités : Les élèves travaillent en ilots, les échanges sont autorisés, encouragés, mais la recherche peut-être personnelle.

- Temps de reformulation
- Recherche de conjectures
- Mise en commun des conjectures
- Temps de recherche des démonstrations

La classe : c'est une classe de troisième à faible effectif et d'un excellent niveau (et oui ça existe, c'est une aberration, mais pour les cours c'est top !)

Déroulement de la séquence

- La reformulation de la question ne pose pas trop de problème. Une élève est tout de même partie sur les racines au lieu des carrés et découvrira d'elle même la relation $\left(\sqrt{50}\right)^4 = 50^2$ ce qui paraitra complètement logique aux autres (nous n'avons pourtant pas étudié les racines carrées en détail).
- La recherche est dynamique car il est assez facile de faire les calculs (même sans calculatrice).

- Pour la mise en commun, presque chaque ilot a au moins une proposition. Il en émerge deux :
    * La différence augmente de 2 à chaque fois qu'on passe au couple d'entiers suivant.
    * La différence des carrés est égale à la somme des deux nombres.

A noter que la conjecture de la question initiale n'est pas proposée. Avec du recul, elle me semble moins riche, voire plus anodine que celles des élèves. Je ne m'attendais pas à leurs réponses (voir pourquoi plus loin).

retour au sommaire

Question
Que peut-on dire de la différence du carré d'un nombre entier et du carré du nombre entier qui le précède ?

2^2	3^2	4^2	5^2	6^2
4	9	16	25	36
+5	+7	+9	+11	
	+2	+2	+2	

Il faut multiplier le nombre de départ par 2, le soustraire à son carré, et ajouter 1 pour trouver le carré de l'entier précédent.

Prenons 2 inconnues entières x et y.
On appelle z la différence entre leurs carrés.
On a alors, quels que soient x et y : z = x + y, où y précède x.

(N.d.l.r. : les réponses des élèves ont été retranscrites)

- Pendant la phase de démonstration peu d'élèves arrivent à démarrer. A noter que j'ai imposé qu'on s'attaque à la démonstration de la deuxième proposition. Je vois une élève qui se lève pour regarder le cahier d'une autre, puis se rassoit en disant « ah oui ça marche ! » (voir ci-dessous). Une autre élève est partie sur même piste, sans lettre, mais la généralisation pourra paraître évidente vu la présentation de son calcul.

Voici les deux démonstrations :

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = 1 \times (x + y)$
↑ *puisqu'on enlève le chiffre précédent.*

$10^2 - 9^2 = 19$
$(10 + 9)(10 - 9) = 19 \times 1 = 19$
$(x + y)(x - y) = (x + y) \times 1 = (x + y)$ *donc* $x^2 - y^2 = x + y$

x et y sont les deux entiers qui se suivent : $x^2-y^2 = (x-y)(x+y)$ et $(x-y) = 1$ puisqu'ils se suivent, donc $x^2-y^2 = x+y$.

Ce qui est très intéressant, c'est qu'un prof de maths bien formaté, va se débarrasser de la deuxième variable, entamer sa démonstration par $(x+1)^2 - x^2 = 2x+1$ et ne verra pas apparaître la conjecture des élèves.

On peut ensuite aisément utiliser cette première propriété démontrée pour démontrer l'autre conjecture : soit x, y et z trois entiers consécutifs dans l'ordre décroissant :
$(x^2 - y^2) - (y^2 - z^2) = (x + y) - (y - z) = x - z = 2$ puisque x et z sont nécessairement séparés de deux unités.

retour au sommaire

VU SUR LA TOILE

INFORMATIQUE REBRANCHÉE

Au cœur de l'automne, c'est la période des marronniers, je vais donc me permettre de reprendre un sujet traité dans le numéro 122. La rubrique s'était terminée sur quelques exemples ludiques d'apprentissage de la programmation en ligne.

La découverte récente de « Code Studio », un article de LeMonde.fr (http://www.lemonde.fr/moocs-docs/article/2015/10/16/sept-sites-et-applications-pour-decouvrir-la-programmation-informatique_4791324_4468700.html) et l'angoisse grandissante de collègues devant l'arrivée de l'algorithmique à partir de la cinquième m'incitent à en remettre une couche. Peut-être certains de ces liens auront été présentés dans les formations dédiées à la réforme. On trouvera là des applications web à proposer aux élèves ou à utiliser pour son enrichissement personnel. Les développeurs qui les conçoivent ont cette particularité de maitriser et aimer la programmation, d'avoir envie que d'autres partagent leur passion. Beaucoup de sites sont francophones, mais il devient difficile de se passer de l'anglais quand on programme.

L'écriture des nouveaux programmes du collège a été orientée vers une utilisation de **Scratch** : https://scratch.mit.edu/. Ce système de programmation par blocs fonctionne beaucoup sur la gestion d'événements. Le MIT a conçu, sur le même principe, **AppInventor** pour créer des applications pour smartphones : http://appinventor.mit.edu/explore/. On peut avoir l'impression d'être en présence de boites noires qui cachent beaucoup de code, mais dans le cadre d'une initiation, cela peut être très motivant et ce genre d'environnement de développement tend à se généraliser. Enfin, Scratch ou AppInventor ne nécessitent pas l'installation de logiciel sur son PC (éventuellement une application sur le téléphone pour AppInventor). Scratch permet aussi d'adhérer à une communauté et de partager ses programmes. Cependant la découverte des projets des autres, si elle donne des idées, ne suffit pas toujours à explorer toutes les possibilités et à construire la pensée algorithmique. C'est là que **Code Studio** : https://code.org/ donne l'occasion d'apprendre les bases de la programmation sans voir le temps passer. Le codage se fait principalement en utilisant les blocs instructions de Scratch. Le site propose non seulement de réussir son heure de code à travers des missions où il faut accumuler des lignes de code, mais aussi de suivre un cours plus élaboré, partagé entre des activités manuelles et les épreuves de l'heure de code. L'élève peut fonctionner en autonomie, mais l'aide de l'enseignant sera souvent nécessaire pour résoudre certaines énigmes. Le bémol de Code Studio, en collège, se situe au niveau des thématiques visuelles, plus proches de l'école primaire. Un style et un principe que l'on retrouve dans **Campus Junior** (https://www.lecampusjunior.fr/#!/) qui utilise davantage des vidéos de cours pour apprendre à utiliser Scratch et créer son propre jeu vidéo. Remarque : le site est sponsorisé par Samsung, c'est annoncé dès le début, mais je ne suis pas allé consulter les soutiens des autres sites ; il réclame également une autorisation parentale pour commencer l'initiation.

Sous ses aspects très enfantins, Scratch offre des extensions variées et sophistiquées comme la connexion et la programmation des robots Lego de la gamme WeDo. Scratch intègre également des fonctionnalités de dessin que l'on connait depuis « Logo » et qui ont été réactualisées avec **GeoTortue**. Le logiciel, que l'on peut télécharger ici : http://geotortue.free.fr/, nous débarrasse des outils qui ne sont pas dédiés au dessin et constitue une introduction constructive à la programmation. Il y a des boutons qui permettent de tester les scripts au fur et à mesure. Il y a surtout les activités proposées par le site de l'IREM de Paris Nord et dont le nombre a considérablement augmenté depuis la dernière fois que j'en ai parlé dans cette rubrique. On trouvera notamment la reproduction d'œuvres d'art contemporain, qui reposent souvent sur la répétition de motifs : http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?article501. GeoTortue peut être un bon moyen d'aller vers une informatique avec du code écrit tout en investissant les notions de géométrie du collège ou même de l'élémentaire.

Pour toucher des collégiens plus aguerris ou plus motivés, tout en conservant l'esprit du jeu dans un univers « medieval fantasy », **Code Combat** (https://codecombat.com/) emmène le joueur à travers différents mondes, découpés en plusieurs niveaux, pour acquérir des connaissances de programmation assez solides. On commence par déplacer un personnage comme chez Code Studio, puis les notions de variables, boucles etc. arrivent progressivement. « Code Combat » suppose de choisir un langage de programmation dès le départ (toutefois sans prérequis de ce langage). Il faudra également s'en fixer un sur **Code Academy** : https://www.codecademy.com/fr/learn. Le site se veut cependant plus sérieux et plus didactique dans sa présentation. Plus de monstres rigolos, place à la sobriété pour un apprentissage pas à pas !

Beaucoup de ces sites nécessitent une inscription préalable qui n'est pas forcément aisée à valider en classe (il faut pouvoir accéder à sa boite mail pour confirmer). Les interfaces mises en avant ou la démarche ne conviendront pas à tous, mais je pense qu'il y a là matière à s'auto-former et à construire des activités efficaces, constructives et attractives. La grande variété de ce genre de sites démontre aussi le souci de certaines institutions d'attirer les plus jeunes vers le développement informatique. Vous pourrez terminer (ou commencer) votre parcours avec ce professeur silencieux sur **Silent Teacher** : http://silentteacher.toxicode.fr/.

gilles.waehren@wanadoo.fr

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale A.P.M.E.P. Lorraine.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges "mathématiques" entre les adhérents.
Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr .
Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Louisette Hiriart, Françoise Jean, Walter Nurdin, Jacques Verdier et Gilles Waehren.
La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe Walentin.

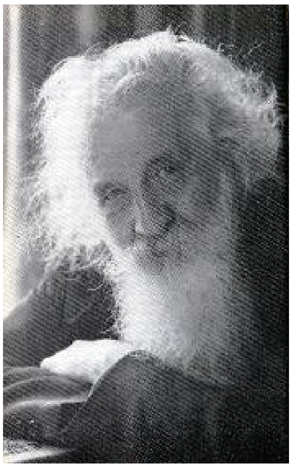
⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

MATHS ET PHILO

Par Didier Lambois,
Lycée Ernest Bichat, Lunéville

GASTON BACHELARD (1884-1962) ET LES OBSTACLES

Les obstacles de la vie



La biographie des philosophes présente souvent peu d'intérêt, mais de ce point de vue Gaston Bachelard est un philosophe hors norme, tant son parcours est peu commun. Né dans une famille très modeste de Bar-sur-Aube il est élève au collège de la ville mais n'a pas l'opportunité de pouvoir suivre des études supérieures. Il doit travailler, d'abord comme surnuméraire aux Postes, à Remiremont, puis comme commis des Postes à la gare de l'Est, à Paris. En 1912 il obtient une licence es-mathématiques et une mise en disponibilité pour préparer le concours d'élèves ingénieurs des Télégraphes. La guerre interrompt ce projet ; il s'est marié le 8 juillet 1914 mais est mobilisé le 2 août (jusqu'au 16 mars 1919) ; il passera 38 mois dans les tranchées du front. En 1919 il est nommé professeur de physique au collège de Bar-sur-Aube ; il passe une licence de philosophie en 1920, année du décès de son épouse qui était institutrice. Il est agrégé de philosophie en 1922 et jusqu'en 1930 il enseignera parallèlement les sciences expérimentales et la philosophie dans sa ville natale. En 1927 il est docteur es-lettres et de 1930 à 1940 il enseigne à la faculté de Dijon puis à la Sorbonne jusqu'en 1955. Le petit commis des postes baralbin est devenu un maître à penser incontournable…

Les obstacles épistémologiques

Bachelard a consacré de nombreux ouvrages à l'analyse de l'imaginaire poétique (L'*Eau et les Rêves*, 1942 ; *la Poétique de l'espace*, 1957). Mais ce féru de poésie est surtout connu comme l'auteur d'une épistémologie historique et d'une psychanalyse de la connaissance scientifique qui font autorité (L*a Formation de l'esprit scientifique*, 1938 ; *La philosophie du non*, 1940 ; etc.). Pour lui la science se construit non pas à partir de ce que nous savons mais contre ce que nous considérons comme des évidences, contre ce que nous pensons savoir : « *ce qu'on croit savoir clairement offusque ce qu'on devrait savoir* ». Bien souvent c'est ce que nous pensons savoir qui fait obstacle au progrès de la connaissance.

« Quand on cherche les conditions psychologiques des progrès de la science, on arrive bientôt à cette conviction que c'est en termes d'obstacles qu'il faut poser le problème de la connaissance scientifique. Et il ne s'agit pas de considérer des obstacles externes, comme la complexité et la fugacité des phénomènes, ni d'incriminer la faiblesse des sens et de l'esprit humain : c'est dans l'acte même de connaître, intimement, qu'apparaissent, par une sorte de nécessité fonctionnelle, des lenteurs et des troubles. C'est là que nous montrerons des causes de stagnation et même de régression, c'est là que nous décèlerons des causes d'inertie que nous appellerons des obstacles épistémologiques. (...) Le réel n'est jamais « ce qu'on pourrait croire » mais il est toujours ce qu'on aurait dû penser. La pensée empirique est claire après coup, quand l'appareil des raisons a été mis au point. En revenant sur un passé d'erreurs, on trouve la vérité en un véritable repentir intellectuel. En fait, on connaît contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites, en surmontant ce qui, dans l'esprit même, fait obstacle à la spiritualisation (...).

retour au sommaire

Face au réel, ce qu'on croit savoir clairement offusque ce qu'on devrait savoir. Quand il se présente à la culture scientifique, l'esprit n'est jamais jeune. Il est même très vieux, car il a l'âge de ses préjugés. Accéder à la science, c'est spirituellement rajeunir, c'est accepter une mutation brusque qui doit contredire un passé[1] *».*

Michèle Artigue, grande didacticienne des mathématiques, a toutefois raison de faire remarquer que Gaston Bachelard écarte explicitement les mathématiques de son propos, car elles échappent selon lui à ce mode de fonctionnement :
« En fait, l'histoire des mathématiques est une merveille de régularité. Elle connaît des périodes d'arrêt. Elle ne connaît pas des périodes d'erreurs. Aucune des thèses que nous soutenons dans ce livre ne vise donc la connaissance mathématique. Elles ne traitent que de la connaissance du monde objectif[2] *»*

Pourtant, aujourd'hui, aucun didacticien des mathématiques, y compris Michèle Artigue, aucun professeur de mathématiques sérieux (et ils le sont tous, bien sûr) ne peut nier que c'est ce que l'élève pense savoir, ou bien même le maître, qui fait obstacle à l'acquisition de nouvelles connaissances.
Guy Brousseau, autre grand didacticien, est le premier à l'expliquer lors d'une conférence à Louvain en 1976, et il donne de nombreux exemples pour l'illustrer[3]. Mais contentons nous, pour nous en convaincre, d'évoquer les difficultés rencontrées lors de l'apprentissage des règles de calcul avec les nombres négatifs. Comment ces règles pourraient-elles ne pas heurter notre « bon sens », nos convictions les plus profondes ?

Les plus grands savants ont eux-mêmes parfois du mal à surmonter ces obstacles. Carnot, par exemple, exprimait son incompréhension en disant qu'il n'est pas possible qu'un nombre (-1) divisé par un plus grand que lui (1) puisse donner le même quotient que le grand (1) divisé par le petit (-1) $\left(\frac{-1}{1}=\frac{1}{-1}\right)$, ou encore que le carré d'un nombre (-3) puisse être supérieur au carré d'un nombre plus grand (2) $((-3^2)>2^2)$.

Comment donc un élève de cinquième, convaincu par ses maîtres que le nombre sert à dénombrer, ou même à mesurer, comment un tel élève peut-il accepter maintenant que le moins puisse faire le plus ?

Nous devons nous en souvenir chaque fois que nous enseignons une notion nouvelle : les notions antérieures ne sont pas nos alliées, elles sont bien souvent, au contraire, des obstacles à surmonter.

[1] *La Formation de l'Esprit Scientifique*, 1938, Vrin p.13 et sv.

[2] *Ibid* p.22. Cité par Michèle Artigue, *Recherches en didactique des mathématiques*, p.249.

[3] Conférence de la CIEAEM, 1976, et https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00516569v2/document

retour au sommaire

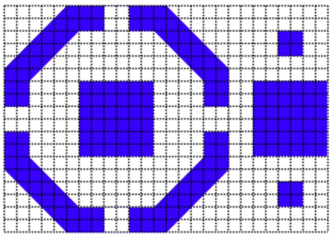
MATHS ET ARTS

DE RETOUR DU CAMP MARGUERRE

par François Drouin

Le Petit Vert 121 http://apmeplorraine.fr/pv/PV121.pdf a présenté l'analyse d'une photo prise en 2002 lors d'une première visite du site.

Voici un rappel des hypothèses faites alors à propos de la frise contenant des octogones.



Les motifs comportant les octogones ont peut-être été tracés à partir d'un quadrillage tracé au préalable sur les murs, en utilisant le modèle ci-contre. La possibilité de l'utilisation d'un pochoir n'avait pas été conservée, à cause d'irrégularités constatées dans des parties supérieures d'octogones (irrégularités analysées comme de possibles erreurs du soldat peintre décorateur).

En février, Bernard Parzysz, fidèle lecteur du Petit Vert et spécialiste des tracés utilisés par les mosaïstes gallo-romains a fait les remarques suivantes :

Comme je le fais pour les mosaïques, j'ai utilisé Cabri II + pour étudier la frise de Spincourt.

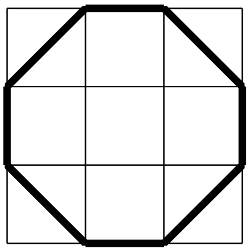
J'en suis alors arrivé à émettre les hypothèses suivantes :

> *(H1) La frise d'octogones noirs et la frise de carrés rouges ont été réalisées à l'aide d'un pochoir.*
>
> *(H2) Les deux frises ont été réalisées indépendamment, à l'aide de deux pochoirs différents.*
>
> *(H3) Les octogones sont irréguliers, d'un type particulièrement simple à construire.*

> *(H1) : les « petits carrés blancs » au milieu des côtés horizontaux et verticaux des octogones peuvent s'expliquer, on pas par le désir de « faire joli », mais par le fait qu'il est nécessaire de réserver des languettes dans le pochoir pour que le centre de l'octogone ne se détache pas dudit. Si certains « blancs » n'apparaissent pas sur la frise, c'est peut-être que l'opérateur a voulu les faire disparaître, ou bien que la peinture a débordé du cache. À mon avis, le pochoir correspond à l'ensemble octogone + carré central + carré isolé.*
>
> *(H2) J'ai compté 11 carrés rouges dans une longueur correspondant à 3 pochoirs d'octogone ; si l'on avait utilisé un pochoir unique, le nombre de carrés rouges aurait été multiple du nombre d'octogones. Je pense donc que les carrés rouges au dessous ont été réalisés avec un pochoir différent, correspondant à plusieurs carrés (combien ?)*
>
> *(H3) J'ai testé, sur le contour extérieur de l'octogone, l'hypothèse de la régularité de celui-ci, puis l'hypothèse d'un découpage régulier d'un carré en 3 × 3 (hypothèse*

retour au sommaire

suggérée par l'aspect des octogones, dont les côtés obliques paraissent plus longs que les autres, mais aussi par des réminiscences mosaïstiques) :



C'est la dernière hypothèse qui me paraît finalement la plus satisfaisante. Ce type d'octogone se rencontre d'ailleurs fréquemment dans les mosaïques de l'antiquité tardive :

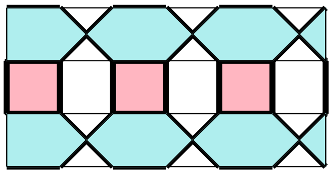
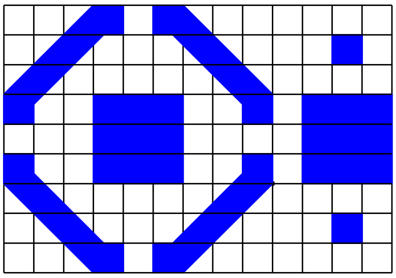


Schéma théorique

Frise de mosaïque de la villa gallo-romaine de Loupian (34), 5ème siècle

(N.B. Pour l'octogone régulier, le partage des côtés du carré se fait selon 1 / $\sqrt{2}$ / 1, pour le tien selon 5 / 8 / 5 et pour le mien selon 1 / 1 / 1).

Les mesures réalisées avec Cabri m'ont conduit à proposer le modèle de pochoir suivant, construit sur une grille à maille carrée de 9 × 13 (contre 18 × 26 pour ton modèle) :



(À ce sujet, il est dommage que tu n'aies pas pu réaliser de mesures sur place, car on aurait ainsi pu tester les modèles, et aussi tenter de déterminer le module-unité utilisé.)

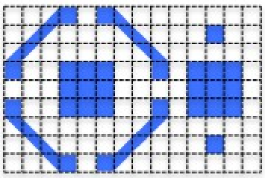
J'imagine enfin – mais cette fois sans aucun argument autre que le côté pratique de la chose – que le module qui a servi pour la réalisation du pochoir supposé a pu être la largeur d'une règle plate, ce qui aurait le double avantage de permettre le tracé facile d'un réseau régulier et d'assurer une « épaisseur » constante aux côtés de l'octogone, sans prise de tête.

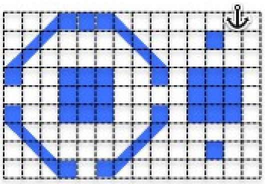
Ce modèle est très voisin du tien : seule la forme de l'octogone est différente.

.../...

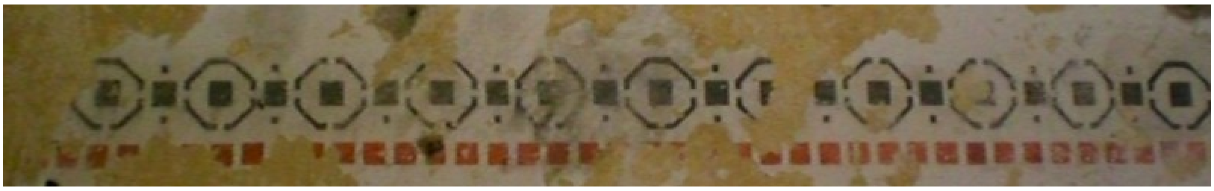
Retour sur la visite faite au camp Marguerre fin avril 2015

Le message de Bernard Parzysz ne pouvait qu'inciter à faire une nouvelle visite et y prendre des mesures. Une première surprise : la frise a une largeur beaucoup plus réduite que je me l'étais imaginé lors de l'étude de la photo conservée dans mes dossiers : la « hauteur » intérieure des octogones est environ 4 cm, ce fait de suite éliminer l'idée d'un tracé préalable d'un quadrillage sur le mur.
Un autre élément m'a fait abandonner cette hypothèse : La frise a été dessinée sur les quatre murs de la salle, rendant fastidieux le tracé de ce quadrillage préalable.

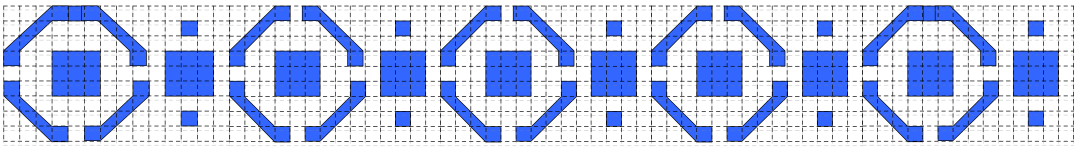




Deux motifs différents sont visibles sur les quatre murs de la salle : le motif de droite sera nommé « A », le motif de gauche sera nommé « B » : est reprise pour ces dessins la proposition faite par Bernard Parzysz dans son courrier.



Une observation attentive de cet important extrait de frise laisse apparaître ou deviner une alternance B, B, A, A, A, B, B, A, A, A, A, B, etc. Cette alternance n'est pas mise en défaut sur les extraits de frises visibles sur les trois autres murs, elle laisse présager l'usage d'un pochoir tel que B, A, A, A, B ou A, B, B, A, A. La recherche de l'ensemble des pochoirs possibles pourra être proposée à des élèves.



À propos du positionnement du pochoir

Un trait noir reliant les deux « bases » des octogones noirs semble être le reste d'une horizontale préalablement tracée avant le positionnement du pochoir.

Un élément de frise présent dans un coin de la salle laisse supposer que le pochoir a été soigneusement plié.

retour au sommaire

L'observation du mur ayant conservé la plus grande partie de frise montre que les carrés rouges sont des éléments d'une autre frise peinte sous celle comportant les octogones. Les mesures faites sur les murs semblent indiquer des carrés rouges légèrement plus grands que les carrés noirs, de plus, les carrés rouges ne se retrouvent pas dans l'alignement des éléments de la frise noire.

Quelques mesures prises sur la frise

Les mesures ont été faites à bout de bras, nous n'avions pas d'escabeau et la frise est environ à 2 m de hauteur… Il faudra confirmer ces mesures en pensant à apporter un tabouret…

Largeur intérieure de l'octogone : 4 cm
Cotés extérieurs de l'octogone 2 cm
Épaisseur des portions verticales du « trait » formant l'octogone : 0,5 cm
Longueur d'un côté des petits carrés noirs : 0,5 cm
Longueur d'un côté des grands carrés noirs : 1,5 cm
Longueur d'un côté des petits carrés rouges : 1,6 cm

Ces mesures ne rentrent pas en conflit avec le modèle proposé par Bernard Parzysz. Il resterait à savoir comment les motifs géométriques présents sur certains pochoirs étaient réalisés au début du XXème siècle. Une visite au musée du papier peint de Rixheim nous permettra peut-être d'en savoir plus : http://www.museepapierpeint.org/

D'autres frises dans la même salle

Une autre frise se devine environ 15 cm au dessus de la frise des octogones.

Très curieusement, une troisième frise orne le plafond de la salle.

Des pochoirs ont très certainement été utilisés pour la réalisation de ces deux autres frises. Il serait intéressant de savoir d'où venaient ces pochoirs (de l'atelier d'un décorateur d'un des bourgs voisins occupés ?), en quel matériau ils étaient réalisés et pourquoi le capitaine-ingénieur allemand Hans Marguerre a eu envie d'une telle profusion de décors dans son lieu de vie.

Des décors dans le bâtiment voisin

Les murs sont recouverts du dessin d'une vigne, donnant une idée de l'utilisation de la salle.
Sur un des murs, nous avons déchiffré l'expression « Gruß Gott » (un bonjour allemand utilisé souvent chez les protestants : le capitaine Marguerre était peut-être un descendant de Huguenots).

Sur le haut des murs, deux frises peut-être également peintes à l'aide de pochoirs.

Deux dernières photos pour compléter cette visite

Le bâtiment décoré d'une vigne

Des anses de panier et des spirales en décoration extérieure du logement du capitaine Marguerre

Une brochure régionale évoque le tracé d'anses de panier. Y aurait-il parmi nos lecteurs des collègues intéressés par les tracés de spirales ?

En conclusion

Travailler sur une photo archivée peut être la cause d'erreurs d'interprétations, surtout lorsqu'aucun élément ne permet de retrouver les dimensions de l'élément étudié. S'inspirer des méthodes des archéologues permet d'éviter de nouvelles visites sur le site : par chance, le camp Marguerre, bien que libre d'accès au milieu d'une forêt, ne subit pas d'autres dégradations que celles dues aux cent années de son existence.

retour au sommaire

MATHS ET ARTS

HARDY'S TAXI

par Walter Nurdin
ÉSPÉ de Lorraine, site de Nancy

En 2008, l'université de Bayreuth, située en Bavière, a proposé à Eugen JOST, artiste suisse dont le travail est fortement influencé par les mathématiques, de concevoir un calendrier.
Eugen JOST a donc composé 12 tableaux et les a réunis dans un calendrier dont le titre générique est « Alles ist zahl [1]» (Tout est nombre).
Au travers de ses œuvres Eugen JOST veut montrer que les mathématiques ont « *beaucoup à voir avec la créativité et sont belles* ».
À la rentrée, l'un de ses tableaux sera un fil rouge des enseignements que je peux dispenser.
Les éléments détaillés du tableau vont permettre de faire évoluer des représentations, d'introduire des notions et d'illustrer des problèmes.
Le plus exhaustif pour tenir ces différents rôles est celui du mois de mars.

Voici, ci-dessus, la première version de 2008.

En raison du succès du calendrier de 2008, une deuxième version est réalisée en 2010.

Les deux versions sont mathématiquement riches. On y retrouve des éléments en commun (diverses représentations des nombres, des nombres triangulaires, des carrés, …), des compléments (1089 détaillé...) et d'autres notions (carré magique …). La version 1 illustrant des problèmes qu'il m'arrive déjà de proposer est celle que je vais présenter.

Première utilisation : Les mathématiques développent l'imagination

La première phrase que l'on trouve dans le bandeau d'introduction des enseignements en mathématiques des programme de 2008 est :

« L'apprentissage des mathématiques développe l'imagination... »[2].

Les étudiants, par leur passé et leur ressenti des cours de mathématiques, sont généralement surpris que le premier terme proposé par l'institution pour caractériser les premiers apprentissages en mathématiques soit « l'imagination ». Pour eux, les mathématiques riment avec algorithmes, recettes disent-ils, souvent rigueur, mais singulièrement pas imagination.

[1] http://mathematik-kalender.uni-bayreuth.de/index.php?id=2784

[2] Page 18 BO n°3 du 19 juin 2008.

retour au sommaire

L'auteur, Eugen JOST, va apporter un éclairage complémentaire à cette phrase institutionnelle. Celui d'un artiste et non plus uniquement de fonctionnaires « à la solde » des mathématiques, fussent-ils rédacteurs de programmes !

Eugen JOST voit dans les mathématiques « *un champ infini dans lequel il peut jouer comme artiste* »[3]. Dans le même entretien il affirme qu'il voit partout où il regarde des mathématiques et de la *« belle géométrie »*. Comme observer c'est orienter un regard, suivant le public, on peut illustrer cette phrase en présentant pour la maternelle des albums (Alphabetville de Stephen T. Johnson édition circonflexe et son détournement d'objets de notre quotidien ; Au lit dans 10 minutes de Peggy Rathmann de « l'École des loisirs » et ses petits personnages à l'intérieur de la BD...), pour les primaires les Kolams du sud de l'Inde, les dessins d'ESCHER (« Je fais les maths autrement » page 114)[4] et même les fractales (« Euro math » CM2 page 126)[5] enfin pour le secondaire les innombrables activités que l'on trouve dans la rubrique « Activités en classe » du « Petit Vert ».

Deuxième utilisation : Des mathématiciens de chair et d'os

Le titre du tableau, « Hardy's taxi », va permettre de donner vie à deux mathématiciens de premier plan.
L'un est nommé dans le titre, c'est Hardy Godfrey Harold (1877-1947), le second est masqué dans « taxi ». Hardy, dans son livre sur Ramanujan, nous donne la clé. Il raconte[6] qu'en rendant visite à l'hôpital à un ami malade il avait pris un taxi dont le numéro était 1729. Ne trouvant aucune caractéristique particulière à ce nombre, il y voyait un mauvais présage. Cependant pour alimenter la conversation il le confia à son ami qui lui répondit que 1729 était tout de même le plus petit entier naturel qui pouvait s'exprimer comme la somme de 2 cubes positifs non nuls de deux façons différentes. L'ami alité était en fait Ramanujan Srinivasa (1887-1920) le génial mathématicien.
Le tableau peut ainsi nous permettre d'évoquer la vie de deux grands mathématiciens.
De surcroît, quasiment tout les oppose ; toutefois les mathématiques vont les réunir.

<u>La culture</u>

● Hardy est anglais, athée, né dans une famille aisée où le père est économe à « Cranleigh école » et la mère professeur au Collège de formation pour les enseignants « Lincoln ». L'athéisme de Hardy s'illustre dans cette anecdote à l'humour tout britannique. En revenant par bateau de Scandinavie, un jour de tempête, il écrit une lettre à un collègue affirmant qu'il venait de démontrer l'hypothèse de Riemann. En agissant ainsi, il avançait que Dieu, qu'il nommait « son pire ennemi », ne pouvait pas le faire mourir en laissant croire un tel mensonge. On n'est guère éloigné d'une démarche inverse du pari de Pascal.

● Ramanujan est indien, pratiquant, né dans une famille de brahmanes pauvre et orthodoxe. Il n'a pas toujours mangé à sa faim. La piété de Ramanujan est parfois discutée car elle l'autorise à dire que « toutes les religions lui semblent également vraies » mais pour Ramanujan « une équation n'a aucune signification, à moins qu'elle ne représente une pensée de Dieu. »

<u>La formation</u>

● Hardy suit une formation mathématique classique, tout d'abord dans l'école de son père, puis ensuite au Trinity Collège à Cambridge. Bien installé dans la communauté scientifique, il obtient deux grandes distinctions, la médaille Sylvester et Copley. Il rejoint ainsi Poincaré, Cantor pour la première et Einstein pour la seconde.

[3] http://press.princeton.edu/releases/m10065.html

[4] http://www.images.hachette-livre.fr/media/contenuNumerique/029/2570989278.pdf

[5] http://lewebpedagogique.com/cm1cm2sensive/files/2013/07/euromaths_cm2_ldp_2010-livre-du-professeur.pdf

[6] http://mathworld.wolfram.com/Hardy-RamanujanNumber.html

● Ramanujan est un autodidacte qui apprend les mathématiques à partir de deux livres. Un livre de trigonométrie et un livre contenant 6000 théorèmes sans démonstration[7]. Les récompenses viendront après sa mort.

Le caractère

● Hardy est certes timide mais collabore, entre autre avec Littlewood et Ramanujan. Il encadre des étudiants, Turing est son élève et pilote une réforme des mathématiques en les orientant vers plus de rigueur et surtout vers l'étude des mathématiques pures. En cela il se démarque de son illustre prédécesseur, Newton, qui avait entraîné les mathématiciens anglais vers les mathématiques appliquées.

● Ramanujan, en bon autodidacte, reste lui très autonome et d'après P.C.Mahalanobis[8] n'a pas d'idée réformiste.

La rencontre entre Hardy et Ramanujan est inhabituelle, voire unique. Pensant être incompris en Inde, Ramanujan envoya en 1913 une lettre[9] à Hardy où il lui présentait une liste de formules et de théorèmes sans démonstration[10], calquant en cela la présentation de son livre initiatique. Hardy crut tout d'abord à une supercherie, mais en discutant avec Littlewood, il comprit qu'il avait à faire à un mathématicien de premier plan. Il le fit venir en Angleterre en disant qu'il « avait autant de génie naturel que Gauss ou Euler ». Hardy qui s'amusait à noter les mathématiciens donnait la note de 85/100 à David Hilbert et 100/100 à Ramanujan.
Pour faire « people » on peut raconter qu'Hardy détestait se voir. Il enlevait donc tous les miroirs de ses différentes habitations. A l'hôtel, il demandait des torchons pour les couvrir.

Le voici :un petit air d'un célèbre « fab four »

Pour rester dans le même registre Ramanujan ne se savait peut-être pas végane, mais au moins végétarien comme sa communauté de pensée l'exigeait.

Vie familiale

● Hardy ne s'est pas marié. Selon son ami Littlewood, il est « un homosexuel non pratiquant ». Pour comprendre son « choix » on peut repenser à la vie de Turing, son élève, ayant tenté l'autre alternative. Cependant il ne restera par seul, sa sœur s'occupera de lui sur la fin de sa vie. Il meurt à 70 ans à Cambridge.

● Pour qu'il s'assume, la famille de Ramanujan le marie à 22 ans à Janaki Ammal, une jeune fille de 9 ans. Après le mariage elle restera avec ses parents et le rejoindra 3 ans plus tard, Ramanujan ayant obtenu un premier emploi[11]. En 1984, on retrouve Janaki Ammal qui remercie un mathématicien japonais vivant à Baltimore pour avoir contribué à l'édification d'une sculpture à l'hommage de son mari [12]. De santé fragile enfant, Ramanujan attrape la

7 http://heybryan.org/docs/A_Synopsis_of_Elementary_Results_in_Pure.pdf
8 http://www.imsc.res.in/~rao/ramanujan/newnow/pcm5.htm
9 http://laregionale.com/7-science_tech/2014/06/28/1239/c
10 https://vimeo.com/98435482
11 http://www.imsc.res.in/~rao/ramanujan/newnow/janaki.pdf
12 http://laregionale.com/7-science_tech/2014/06/28/1239/c

retour au sommaire

variole, plus tard une amibiase hépatique. Il enchaîne les séjours à l'hôpital et dans les sanatoriums. Dépressif, il fait même une tentative de suicide en Angleterre en se jetant devant un métro. Il meurt en Inde à l'âge de 32 ans.

Écrits scientifiques

Les mathématiques ont réuni les deux amis, plus particulièrement la théorie des nombres. Leurs collaborations sont innombrables et importantes.
Nombreux sont encore les mathématiciens qui travaillent sur les formules, données sans démonstration, tirées des carnets[13] de Ramanujan.
Ramanujan a, en autre, une constante qui porte son nom, un théorème, des fonctions, des nombres premiers et laisse plus de 6000 formules dont la fameuse liste exhaustive des 55 formes quadratiques universelles.[14]
Un travail en commun de Hardy et de Ramanujan a permis à Hardy et Littlewood d'obtenir une méthode pour compter exactement le nombre de « points entiers » à l'intérieur d'un cercle. Méthode qui sera reprise dans la démonstration par Wiles du théorème de Fermat.
Hardy a donc donné son nom à une méthode, à un théorème, à une loi mais également à un espace.
Hardy est également connu par les non-mathématiciens par un livre, considéré comme l'un des meilleurs essais sur la pensée d'un mathématicien au travail : « A mathematician's Apology »[15].
Dans cet écrit Hardy prône la recherche des mathématiques qui ne servent à rien sinon à la beauté. Pour lui un « mathématicien, comme un peintre ou un poète, est un créateur de motifs ».[16] Ironie du destin, Hardy a découvert, au début de sa carrière, en même temps que Weinberg, une loi qui porte leurs noms. Cette loi décrit l'équilibre génétique au sein d'une population et a été très importante pour l'étude des facteurs Rhésus des groupes sanguins.[17]
Hardy et Ramanujan se différenciaient également par leurs méthodes de recherches en mathématiques.
Hardy, aidé par sa formation, était rigoureux, méthodique, travaillait par déduction.
Ramanujan n'ayant pas cette culture procédait par induction. Littlewood écrivait :
« Il (Ramanujan) ne possédait peut-être pas du tout l'idée de ce qui est signifié par une démonstration, notion si familière aujourd'hui qu'elle est considérée comme acquise ; si un bout signifiant de raisonnement lui venait quelque part à l'esprit, et que, globalement, le mélange entre intuition et évidence lui donnait quelque certitude, il n'allait pas plus loin. »[18].

Les deux compères, Hardy et Littlewood ont bien tenté d'apprendre à Ramanujan à démontrer tout en craignant de perturber son intuition géniale, mais en vain. Le temps a peut être manqué et le fallait-il ?

Voyons maintenant le tableau.

Troisième utilisation : Les symboles

Le premier qui peut sembler incongru dans le tableau est : 
Peut être qu'Hardy était également brasseur ?

On peut actuellement encore voir cette représentation aux anciennes brasseries de Maxéville. L'air (l'un des sommets) et l'eau (un autre sommet) permettent la germination (3ème sommet). L'eau et la chaleur (4ème sommet)

[13] http://www.futura-sciences.com/magazines/mathematiques/infos/actu/d/mathematiques-mathematiques-mysterieuses-formules-dues-ramanujan-enfin-elucidees-10460/

[14] http://www.futura-sciences.com/magazines/mathematiques/infos/actu/d/mathematiques-mathematiques-mysterieuses-formules-dues-ramanujan-enfin-elucidees-10460/

[15] http://www.math.ualberta.ca/mss/misc/A%20Mathematician's%20Apology.pdf

[16] G. H. *Hardy, A Mathematician's Apology*, Cambridge University Press, New York, 1940, p. 13

[17] https://perso.univ-rennes1.fr/jean-christophe.breton/agreg/.../hardy.pdf

[18] http://pi.ac3j.fr/srinivasa-ramanujan/

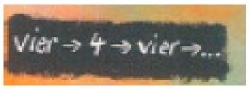
vont donner la saccharification (5ème sommet). Enfin, la chaleur et l'air autorisent la fermentation (6ème sommet).

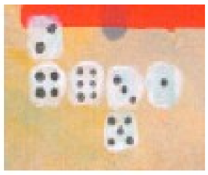
Il est plus probable que le symbole qui est sur une diagonale à l'opposé du fameux 1729 de Ramanujan soit un symbole Hindou pour rappeler sa piété.

Un hexagramme étoilé porté par Vishnu →

← Des points, des mains, des mots, un dix romain, la constellation du dé, des nombres triangulaires, des nombres écrits et même une flèche d'affectation que l'on utilise en algorithmique. Il restera à introduire Picbille[19] et la carte à points[20] et d'autres numérations pour les étudiants préparant le concours de professeur des écoles.

On trouve ainsi dans le tableau des nombres écrits en langue numérale (vier, forty) et dans des langues numériques différentes (4, X...). Notions que l'on enseigne à l'ÉSPÉ pour montrer les difficultés d'un apprentissage qui débute en maternelle. D'autant plus que les nouveaux programmes[21] proposent des démarches qui diffèrent des instructions officielles de 2008.





On trouve d'autres symboles : 

On peut envisager pour ces deux lettres reliées une interprétation littéraire. Allez de l'alpha (début), première lettre de l'alphabet grec classique, à l'oméga (fin), dernière lettre, de toute recherche est l'objectif ultime du chercheur mais également de tout apprenant.
Autre interprétation : les mathématiques et plus précisément la théorie des nombres, objet de recherche des deux inspirateurs de l'auteur, utilisent la lettre alpha dans le cadre des problèmes de diviseurs. L'oméga intervient pour noter en théorie des ensembles des nombres ordinaux infinis. Un indice est ajouté pour différencier les « infinis ». Il n'est pas inutile de l'évoquer car il m'est arrivé, en CM2, d'entendre un élève qui venait de comprendre qu'il y avait « tout plein » (une infinité précisa l'enseignant) de nombres décimaux entre 1 et 2 s'exclamer : « Alors entre 1 et 3 il y a deux fois plus d'infinis ! » (École d'application « Faubourg des trois maisons » à Nancy).

Le symbole « l'ouroboros », serpent ou dragon qui se mord la queue, peut lui aussi avoir plusieurs interprétations. Une première directement liée aux nombres qui lui sont

proches :
Nous avons ici une suite de Robinson[22] (en commençant par 0) qui se lit ainsi : Pour le premier nombre dans cette liste on a 1 chiffre 0 (10), puis 3 chiffres 1 (31), 2 chiffres 2 (22), 3 chiffres 3 (33) et enfin 1 chiffre 4 (14). En concaténant les chiffres on obtient bien : 1031223314.

19 http://educ1.free.fr/des_jeux_en_ligne.htm

20 http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page%208.htm#Représentation

21 http://www.education.gouv.fr/cid87300/rentree-2015-le-nouveau-programme-de-l-ecole-maternelle.html

22 lyceeplainedelain.fr/ISN2014/cours_python/listes/listes_exercices2.html

retour au sommaire

En reprenant le lien de la suite de Robinson il reste à déterminer le début qui permet d'obtenir le point fixe : 10 21 32 23

Pour enrichir les liens on peut rappeler la présence du même symbole dans la déclaration des droits de l'homme et du citoyen. Le sens inversé semble fortuit contrairement à la svastika, symbole que l'on retrouve historiquement sur tous les continents.

Si on reste sur le premier extrait on observe que 10 est privilégié : Les deux mains, le dix romain, les doubles 5 barrés. La somme des nombres verticaux 1+2+3+4+5 fait également 10. Cette universalité doit être précisée. Ainsi d'autres bases historiquement connues peuvent être évoquées. Mais en restant dans la sphère de connaissances des élèves on peut montrer que dans la désignation de nos nombres (Quatre-vingt-cinq), dans la vente de certains aliments (œufs, huitres...) et dans certaines institutions (l'hôpital des Quinze-Vingts, 300 lits dans le système vicésimal) d'autres bases interviennent. De nombreux problèmes de compréhension, de traduction de textes anciens peuvent être proposés.

En revenant sur l'égalité à 10 de 1+2+3+4+5 on peut l'étendre à la question de la somme des 100 premiers nombres et à la formule associée. Formule que l'on utilise parfois dans le concours CRPE.
On observe également que 10 est somme de trois nombres triangulaires. Peut-on le faire avec 11,12,13 … ? La recherche d'autres exemples peut se poursuivre en primaire.
La démonstration de la conjecture de Fermat qui affirmait que tout nombre peut s'écrire comme somme de trois nombres triangulaires sera proposée aux stagiaires de Master 1 parcours mathématiques.[23]

On retrouve ces nombres figuratifs triangulaires à d'autres endroits. A côté, l'écriture conventionnelle →

Ces nombres désignent des nombres parfaits →

On peut ainsi travailler sur la construction d'un arbre des diviseurs et obtenir la formule donnant le nombre de diviseurs d'un entier. On la vérifie dans →

Cette formule s'obtient en observant l'arbre des diviseurs et le nombre de diviseurs est : si $n=p^aq^br^c$ alors le nombre de diviseurs est $(a+1)(b+1)(c+1)$. Ici $8=2^3$ alors 8 possède (3+1) »4 diviseurs.

On peut observer comme Pythagore que les nombres parfaits écrits sont la somme d'une série arithmétique. Euclide démontra que $2^{p-1}(2^p - 1)$ est un nombre parfait si $2^p - 1$ est premier. Euler démontra que tout nombre parfait pair est de la forme proposée par Euclide. L'utilisation de l'ordinateur pour trouver des nombres parfaits[24] a permis d'en trouver, à ce jour, 48.

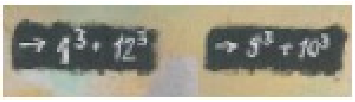
23 http://www.apmep.fr/IMG/pdf/S_e9rie_4-1_Calculus.pdf

24 capesinterne.free.fr/PLC1/fichiers/doc/arith-parfaits.doc

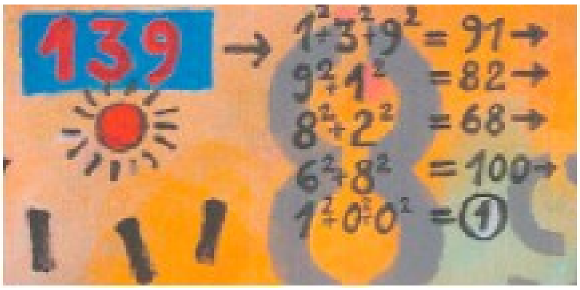
retour au sommaire

Ce nombre trouve son explication dans la version 2 du tableau.

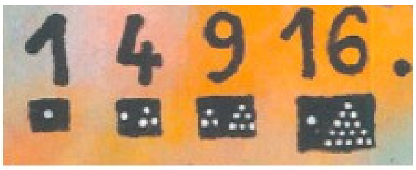
Cet exercice figure également dans un livre de l'école primaire. On prend un entier naturel à trois chiffres (541). On le retourne (145). On fait la différence entre le plus grand et le plus petit (541-145=396). Puis on ajoute ce nombre et son retourné (396+693). Vous avez compris, on obtient 1089. En primaire, des exemples et un travail sur les décompositions pour indiquer les compensations vont suffire.

est justifié par


C'est un nombre de Ramanujan . C'est le plus petit entier naturel qui peut s'exprimer comme la somme de deux cubes de deux façons différentes. Le suivant est 4104. Un programme aidera à les trouver. Les mathématiciens ont généralisé la recherche et en hommage à Ramanujan ont nommé Taxicab(n) le plus petit nombre entier naturel qui peut être exprimé comme somme de deux cubes positifs non nuls de n façons différentes à l'ordre près. Ainsi Taxicab(2)=1729.[25]



L'extrait ci-contre illustre un exemple d'une suite de Prabekhar. On se donne un nombre. On calcule la somme des carrés de ses chiffres et on itère la procédure. Il s'avère que tous les nombres vont aboutir soit à 1, soit entrer dans le cycle infini 4-16-37-58-89-145-42-20.[26]
La démonstration est riche puisqu'elle débute par des essais, des conjectures et suivant la démarche scientifique privilégiée un travail d'une recherche d'algorithme suivi/précédé d'une démonstration par récurrence.



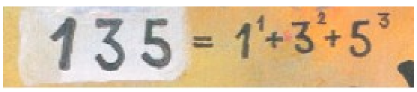
On peut voir sur cet exemple une illustration d'une propriété des nombres triangulaires. Tout carré est somme de deux nombres triangulaires. On peut même démontrer que tout carré est somme de deux nombres triangulaires consécutifs et réciproquement.

Un carré qui est somme de trois cubes :
on peut étendre la recherche aux carrés somme de quatre cubes.

123 a la particularité que la somme de ses chiffres est égale au produit de ses chiffres.

22, 123, 1124, 11125, 11133, 11222 et les nombres que l'on peut obtenir en permutant les chiffres sont les seuls inférieurs à 100 000 qui réalisent la condition.

On peut construire avec ces nombres des fractions amusantes : $\frac{2+2}{2\times 2}=\frac{1+2+3}{1\times 2\times 3}$



On peut montrer par disjonction des cas que les nombres à 3 chiffres qui possèdent cette propriété sont : 135, 175, 518 et 598.

25 http://www.christianboyer.com/taxicab/
26 www.faidherbe.org/~bkostrzewa/mej/contre-rendu-mej-1.pdf

Il existe 10 nombres supérieurs à 10 qui vérifient cette propriété. On démontre en premier lieu qu'ils sont inférieurs nécessairement à un nombre et un ordinateur permet de les trouver tous.

Les triplets pythagoriciens sont présents : Les cinq paquets de 5 sont visibles sur le côté en conservant la disposition de la constellation du dé. On travaille ainsi l'extraction d'une figure simple dans une figure complexe.

Pour finir, voici un symbole universel : 

On le retrouve inclus dans un carré magique dans la version 2 du tableau.
On sait, et on peut le faire retrouver, que la somme par ligne, par colonne et en diagonale vaut 15. La deuxième colonne permet de montrer que le « soleil » vaut 1. On a vérifié auparavant que les points de la première ligne valent bien 9.

Bien évidement un travail pluridisciplinaire peut apporter d'autres analyses. Le symbolisme, les choix artistiques peuvent être développés. Je me suis contenté, pour l'instant, de l'approche mathématique.

« Il n'y a pas de place durable dans le monde pour les mathématiques laides »
Godfrey Harold Hardy[27]

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

Réforme du collège

Le compte rendu de la commission collège de l'APMEP, qui s'est réunie le 26 septembre dernier, est en ligne sur http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Cpte_rendu_Cc_15_09_26-1.pdf.

Vous pourrez lire également la position du bureau national de l'APMEP sur cette réforme ici : http://www.apmep.fr/A-propos-de-la-reforme-du-college (en date du 27 mai 2015)

N.B. Les programmes "officiels" devraient être parus au B.O. avant la fin novembre.

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

27 G. H. *Hardy, A Mathematician's Apology*, Cambridge University Press, New York, 1940, p. 14

MATHS ET ARTS

ARTS ET INFORMATIQUE

Le programme de l'« enseignement d'informatique et création numérique en classe de seconde générale et technologique » est sorti au Journal Officiel du 4 août. Il sera publié au BO et entrera en vigueur à la rentrée 2015.

http://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000030964520&dateTexte=&categorieLien=id

Exemple 8. - Créer une œuvre cinétique et comprendre l'apport de l'informatique dans l'art contemporain
Il s'agit de créer une sculpture en mouvement. Une progression d'activités doit permettre d'aborder des notions comme architecture d'un système microprogrammé, algorithmique et programmation, capteurs, actionneurs. Les outils utilisés peuvent être une carte de développement à bas coût, un environnement de programmation spécifique au matériel utilisé. Questionnements possibles : - « L'aléatoire » en informatique peut-il être une source d'inspiration pour les artistes ? - en quoi le numérique offre-t-il un nouveau potentiel d'expression artistique ? - quels sont les apports de la culture scientifique, en physique, en géométrie, etc., dans les pratiques artistiques ? Nota. - Ce type de projet pourrait être développé dans un autre domaine, en physique par exemple, avec la réalisation d'un mobile reproduisant le mouvement des planètes.

Ce dernier exemple fourni dans le document intéressera nos lecteurs.
L'artiste François Morellet, évoqué dans le Petit Vert n°122 (page 34), est un utilisateur de « l'aléatoire » dans certaines de ses œuvres. Dans ce Petit Vert, vous trouverez des liens vers deux d'entre elles.

Le BGV 181 a fourni un lien vers un document d'accompagnement d'une exposition qui lui a été consacrée à Caen : http://mba.caen.fr/sites/default/files/morellet.pdf.

◎ ◎◎ ◎◎◎ ◎◎◎◎ ◎◎◎◎◎ ◎◎◎◎ ◎◎◎ ◎◎ ◎

MATHS ET JEUX

« SUDOKU MATHÉMATICIEN »

	T						D	G
	K		T					
L					G			O
					L			D
T	O			K			E	U
K			E					
E			R					K
					D		G	
O	R						U	

Pour agrémenter vos longues soirées d'hiver, nous vous proposons ce « sudoku ».

Le nom d'un célèbre mathématicien passionné des fantômes apparaitra dans une des lignes ou une des colonnes...

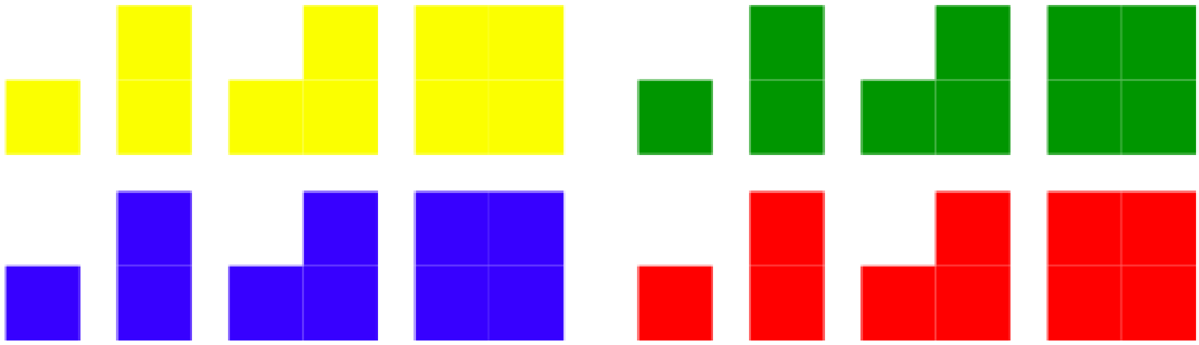
Bonne recherche !

MATHS ET JEUX

AVEC LES PIÈCES DU JEU « FOUR »

Au L.P. du bâtiment à Montigny-les-Metz, Alain Gloriod, Professeur Documentaliste et fidèle supporter du Club « LUDOMATHS » créé par deux adhérents A.P.M.E.P. de l'établissement, a tenu à présenter ce jeu à un des animateurs. Créé en 2012 par Stephen Taverner, il est encore commercialisé :
http://www.nestorgames.com/#four_detail.

Chacun des deux joueurs a à sa disposition, dans quatre couleurs différentes, les quatre polyminos pouvant être rangés dans un carré 2×2, d'où le nom de « FOUR ».



Voici un résumé des règles prévues pour ce jeu :

La longueur d'un côté de petit carré est l'unité de longueur.

Deux pièces placées côte à côte doivent avoir en commun au moins un segment de longueur 1.

En jouant à tour de rôle, les joueurs ne peuvent pas placer consécutivement deux pièces de même couleur ou deux pièces de même forme (un petit carré et un grand carré sont deux formes différentes).

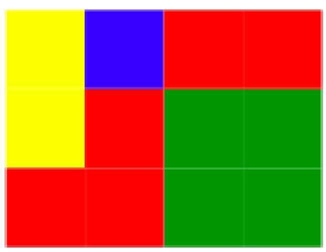
Deux pièces de même couleur ne peuvent pas se toucher, sauf éventuellement par un sommet.

L'ensemble des pièces posées ne doit pas dépasser un damier « virtuel » 9×9.

Le gagnant est celui qui place la dernière pièce possible sur ce damier « virtuel ». Il est possible qu'il reste des pièces à placer.

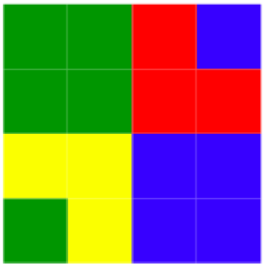
Les lecteurs du Petit Vert trouveront dans les pages suivantes quelques idées supplémentaires d'utilisation des pièces du jeu.

Pistes de recherche avec les seize pièces à disposition de chaque joueur



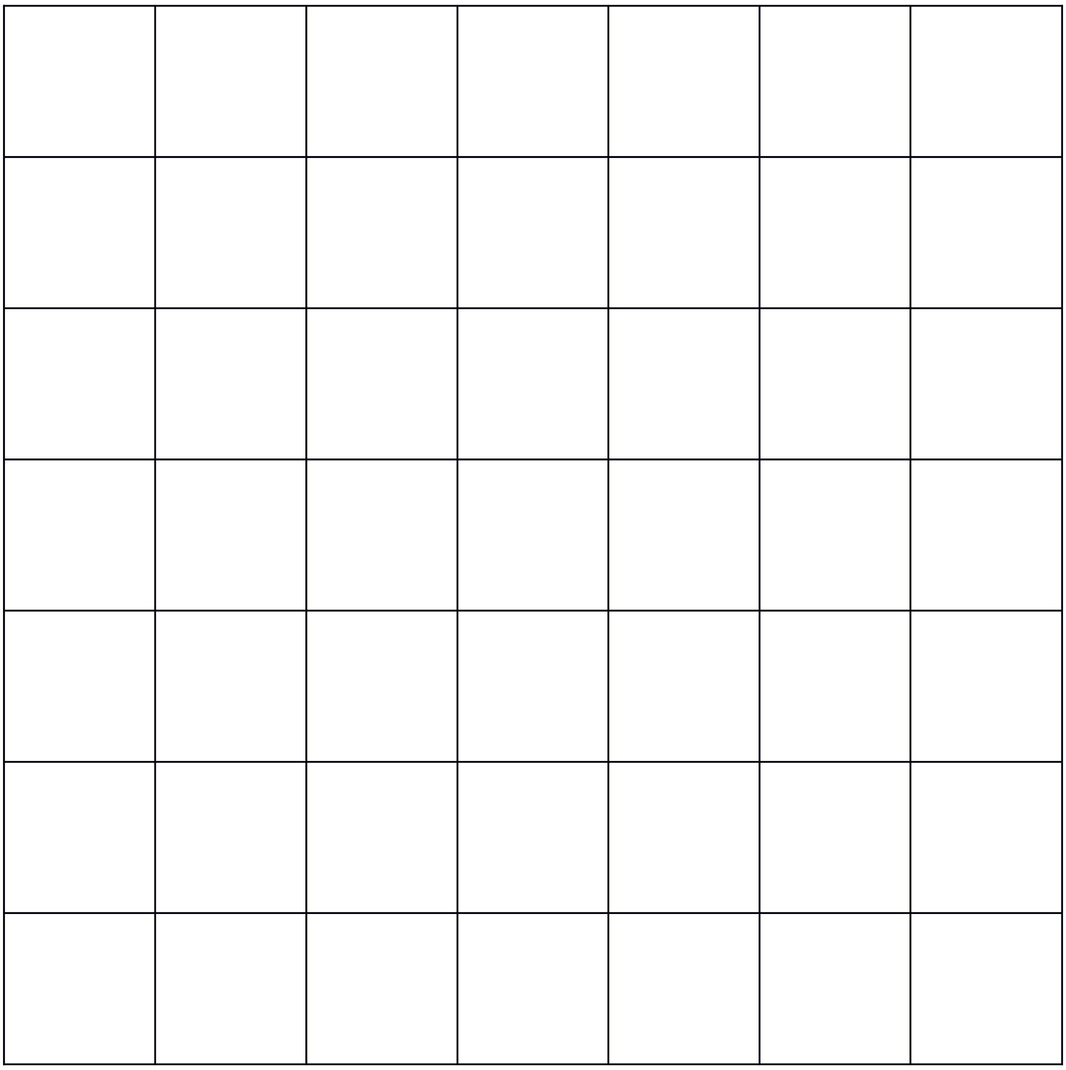
Deux pièces de même forme ou deux pièces de même couleur ne peuvent être adjacents que par un sommet au maximum.
Quel est le nombre maximal de pièces pouvant ainsi être utilisées pour former un rectangle respectant ces contraintes ?

retour au sommaire



Les règles de juxtaposition précédentes sont conservées. De plus chaque pièce est bleue a pour symétrique une pièce verte et chaque pièce rouge pour symétrique une pièce jaune.

Quel est le nombre maximal de pièces pouvant ainsi être utilisées pour former un rectangle respectant toutes ces contraintes ?



Les pièces à manipuler pourront être découpées dans un quadrillage semblable à celui ci-dessus imprimé sur des feuilles de papier de quatre couleurs différentes.

Avec les pièces du jeu « FOUR », pour trois ou quatre joueurs
Chaque joueur prend quatre exemplaires de chacun des quatre polyminos de même couleur.

Jeu n°1

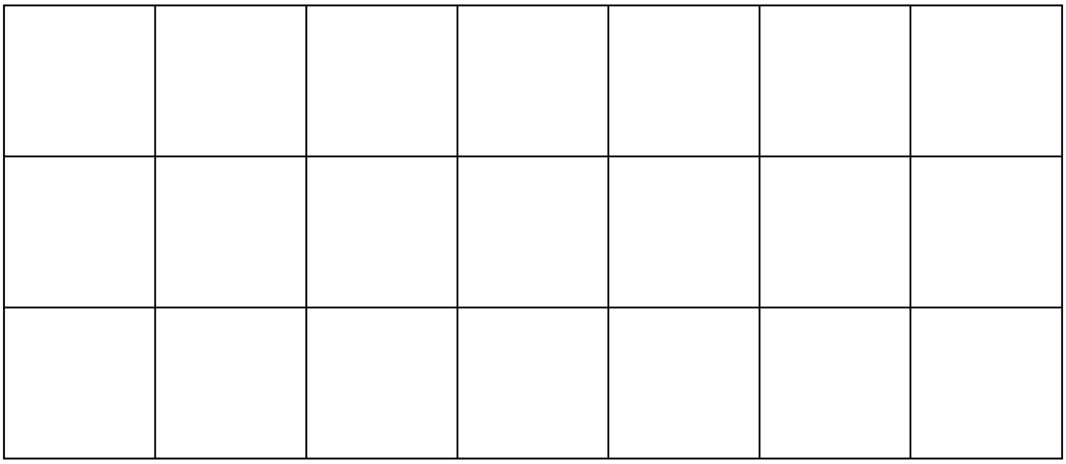
Deux pièces placées côte à côte doivent avoir en commun au moins un segment de longueur 1 (la longueur d'un côté de petit carré est l'unité de longueur).
A tour de rôle chaque joueur place une de ses pièces. Le gagnant est celui qui aura formé la zone de sa couleur la plus vaste.

Jeu n°1 variante

A tour de rôle chaque joueur place une de ses pièces. Le gagnant est celui qui aura formé le rectangle ou le carré le plus vaste (pour de très jeunes joueurs, un carré n'est pas un rectangle).

Jeu n°2

Chaque joueur prend deux exemplaires de chaque pièce de sa couleur



Les huit pièces ne recouvrent que vingt cases d'un tel rectangle. Chercher les recouvrements pour chaque position possible de la vingt-et-unième case. Huit cas sont à étudier.

Jeu n°3

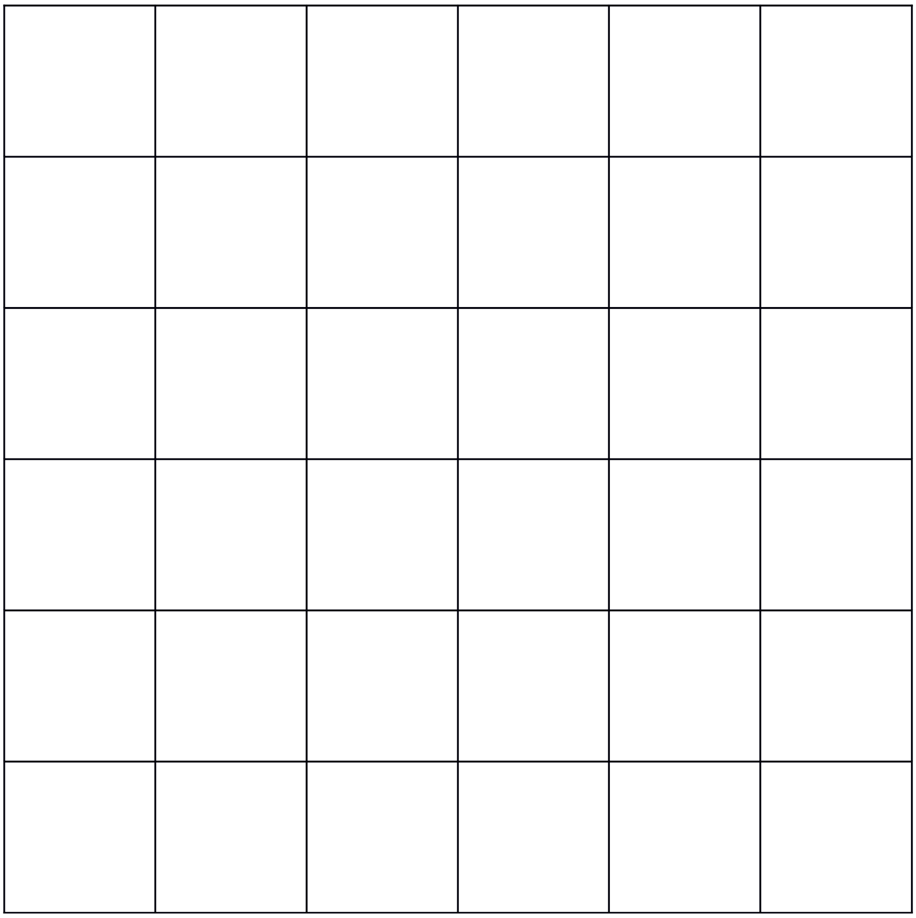
Chaque joueur prend l'ensemble des pièces de sa couleur et retire les quatre petits carrés. Les pièces de chaque joueur permettent d'envisager le recouvrement d'un carré 6×6, l'ensemble de toutes les pièces permet d'envisager le recouvrement d'un carré 12×12.

Jeu n°3 variantes

Voici une version collaborative pour le recouvrement du grand carré : chaque joueur à tour de rôle place une pièce de sa couleur. L'ensemble des quatre joueurs tente de recouvrir le plus possible de cases du grand carré.
Voici une version compétitive pour le recouvrement du grand carré : chaque joueur à tour de rôle place une pièce de sa couleur. Le perdant est celui qui ne peut plus placer de pièces.
Dans les deux cas, deux pièces doivent être placées côte à côte et avoir en commun au moins un segment de longueur 1.

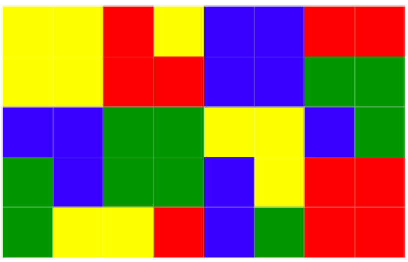
retour au sommaire

Un carré 6×6

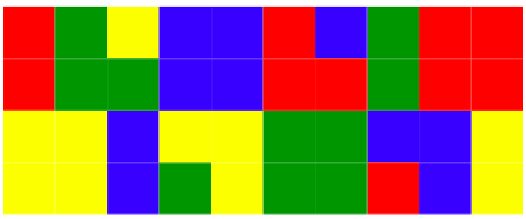


Assembler quatre de ces carrés pour obtenir le carré 12×12

Résultats obtenus avec les seize pièces à disposition de chaque joueur



Les seize pièces sont utilisées pour former un rectangle. Deux pièces de même forme ou deux pièces de même couleur ne sont adjacentes que par un sommet au maximum.



Les seize pièces sont utilisées pour former un rectangle. Deux pièces de même forme ou deux pièces de même couleur ne sont adjacentes que par un sommet au maximum. De plus chaque pièce bleue a pour symétrique une pièce verte et chaque pièce rouge pour symétrique une pièce jaune.

retour au sommaire

MATH & MEDIA

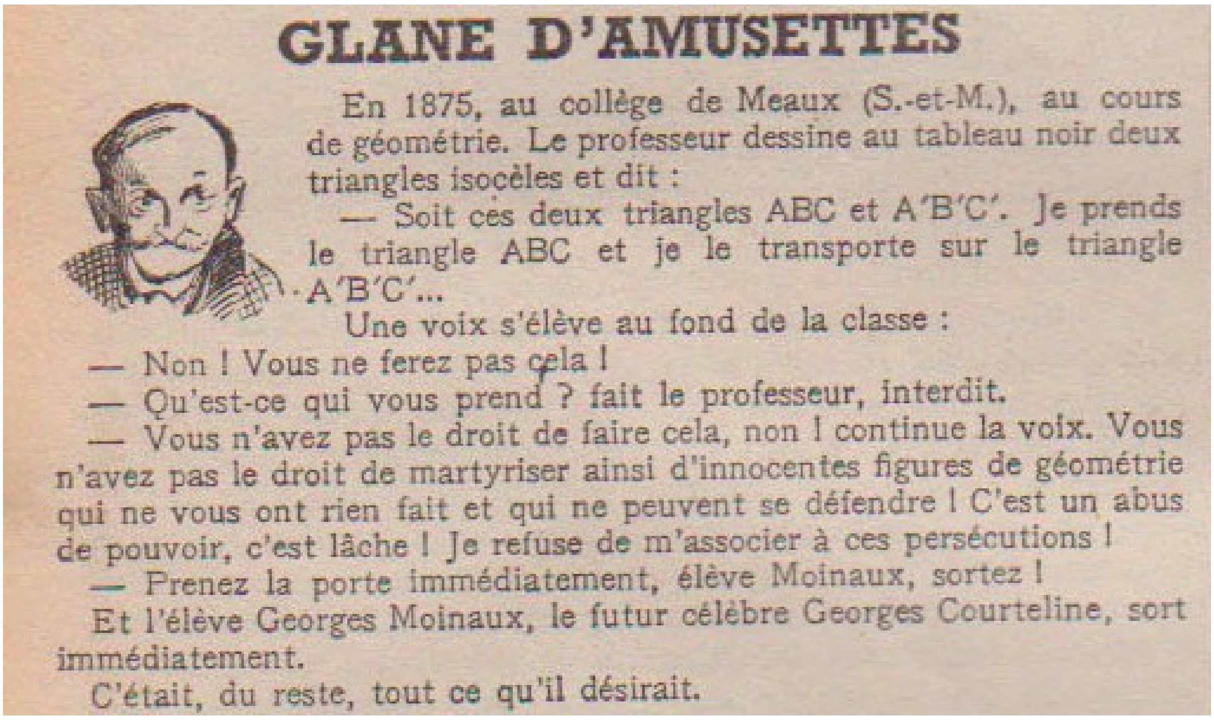
Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : www.apmeplorraine.fr

DU TRANSPORT DES TRIANGLES

Voici un extrait de la rubrique « Glane d'amusettes » du « Chasseur Français » de Janvier 1955.



GLANE D'AMUSETTES

En 1875, au collège de Meaux (S.-et-M.), au cours de géométrie. Le professeur dessine au tableau noir deux triangles isocèles et dit :

— Soit ces deux triangles ABC et A'B'C'. Je prends le triangle ABC et je le transporte sur le triangle A'B'C'...

Une voix s'élève au fond de la classe :

— Non ! Vous ne ferez pas cela !

— Qu'est-ce qui vous prend ? fait le professeur, interdit.

— Vous n'avez pas le droit de faire cela, non ! continue la voix. Vous n'avez pas le droit de martyriser ainsi d'innocentes figures de géométrie qui ne vous ont rien fait et qui ne peuvent se défendre ! C'est un abus de pouvoir, c'est lâche ! Je refuse de m'associer à ces persécutions !

— Prenez la porte immédiatement, élève Moinaux, sortez !

Et l'élève Georges Moinaux, le futur célèbre Georges Courteline, sort immédiatement.

C'était, du reste, tout ce qu'il désirait.

140 ans plus tard, le lecteur peinera sans doute à reconnaitre ce qui était dit jusqu'au milieu du 20ème siècle lors de la justification des « cas d'égalités de triangles ». Cependant les récentes propositions de programme pour les trois dernières années du collège (le cycle 4) évoquent les mots « symétrie », « rotation » et « translation », permettant de continuer à « transporter » ou « déplacer » des triangles. Les « cas d'égalité » des triangles sont encore au programme.
Contrairement aux programmes de 2008, ces nouveaux programmes remettent en avant le sens des notions abordées en classe et susciteront sans doute moins de sorties d'élèves…

Sitographie

http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?pid_bo=33400

Complément : cas d'égalité des triangles chez Euclide

Euclide s'interdisait les démonstrations avec « mouvements » (c'est-à-dire déplacements), préférant les raisonnements par l'absurde (*si telle proposition était fausse, il s'en suivrait une contradiction, donc elle est vraie*). Cependant, pour le troisième cas d'égalité des triangles, il s'autorise un déplacement : c'est, à notre connaissance, la seule proposition du premier livre d'Euclide qui utilise cette démarche. La proposition à démonter est la suivante : *deux triangles sont isométriques lorsqu'ils ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur.*

La proposition d'Euclide

Proposition IV (livre 1) : Si deux triangles ont deux côtés égaux à deux côtés, chacun à chacun, et si les angles compris par ces côtés sont égaux, ces triangles auront leurs bases égales, ils seront égaux, et les angles restant, sous-tendus par les côtés égaux, seront égaux.

Démonstration due à Euclide

Soient les deux triangles ABC, DEF ; que ces deux triangles aient les deux côtés AB, AC égaux aux deux côtés DE, DF, chacun à chacun (le côté AB égal au côté DE, et le côté AC au côté DF), et qu'ils aient aussi l'angle BAC égal à l'angle EDF ; je dis que la base BC est égale à la base EF, que le triangle ABC est égal au triangle DEF et que les angles restants, sous-tendus par les côtés égaux, seront égaux chacun à chacun : l'angle ABC égal à l'angle DEF, et l'angle ACB égal à l'angle DFE.

Car le triangle ABC étant appliqué sur le triangle DEF, le point A étant posé sur le point D, et la droite AB sur la droite DE, le point B s'appliquera sur le point E, parce que AB est égal à DE ; mais AB étant appliqué sur DE, 1a droite AC s'appliquera sur DF, parce que l'angle BAC est égal à l'angle EDF ; donc le point C s'appliquera sur le point F, parce que AC est égal à DF ; mais le point B s'applique sur le point E ; donc la base BC s'appliquera sur la base EF.
Car si le point B s'appliquant sur le point E, et le point C sur le point F, la base BC ne s'appliquait pas sur la base EF, deux droites comprendraient un espace, ce qui est impossible (demande 6*) ; donc la base BC s'appliquera sur la base EF, et lui sera égale ; donc le triangle entier ABC s'appliquera sur le triangle entier DEF, et lui sera égal ; et les angles restants s'appliqueront sur les angles restants, et leur seront égaux, l'angle ABC à l'angle DEF, et l'angle ACB à l'angle DFE.

Donc, si deux triangles ont deux côtés égaux à deux côtés, chacun à chacun, et si les angles compris par les côtés égaux sont égaux, ces triangles auront leurs bases égales, ils seront égaux, et les angles restants, sous-tendus par les côtés égaux, seront égaux chacun à chacun.
Ce qu'il fallait démontrer.

(*) La « demande », chez Euclide, est ce que nous appelons « axiome » ou « postulat » ; la sixième demande pourrait se traduire ainsi : « Deux droites ne renferment pas un espace ». Attention, ce qu'Euclide appelle « droite » correspond le plus souvent à ce qui est pour nous un segment ; par exemple son second postulat pourrait se traduire par « On peut prolonger indéfiniment une droite finie » (autrement dit un segment…).

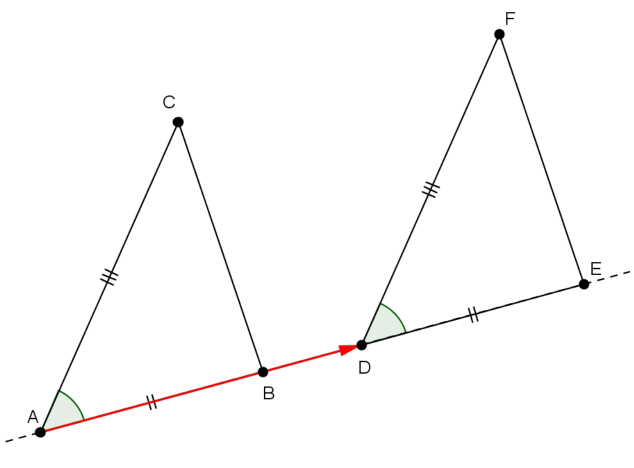


Figure correspondant à la démonstration d'Euclide

retour au sommaire

VALEURS MUTUALISTES : DÉS MGEN

Voici un extrait de la couverture de la revue MGEN n°296 (mai-juin 2015).

On peut s'amuser à chercher les erreurs.

On en trouve au minimum trois (ouvrez l'œil !) qui concernent les valeurs inscrites sur les dés : deux faces opposées doivent toujours donner la somme 7.

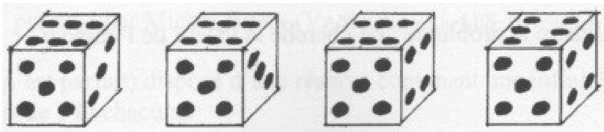
A ce sujet, vous pouvez consulter le problème proposé dans le Petit Vert n°35 de septembre 1993 (sa solution est dans le numéro suivant) ; problème repris dans notre brochure « Les problèmes d'Elton et autres distractions mathématiques », en vente à l'IREM pour la modique somme de 7 €. Voir ci-dessous.

Il y aurait aussi (source à vérifier) une orientation conventionnelle pour les dés de casino. Si c'est le cas, elle n'est pas respectée ici.

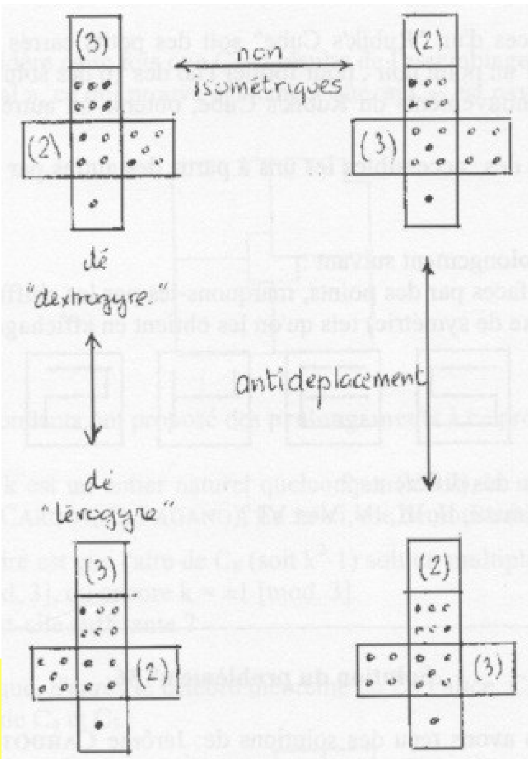
Moins flagrantes, les erreurs concernant les faces ombrées ou éclairées (à moins qu'il n'y ait plusieurs faisceaux de lumière)

Le problème n°35

Voici quatre dés « règlementaires » et pourtant tous différents (c'est à dire non isométriques quant à la disposition des poins sur les faces). COMBIEN de « dés réglementaires » existe-t-il ?



Eléments de solution



Il y a deux « familles » de dés, qui se correspondent par un antidéplacement (une symétrie dans un miroir) ; à l'instar des cristaux de chimie, nous les nommerons dextrogyres et lévogyres.

Sur le schéma ci-contre, les deux patrons supérieurs correspondent à des dés qui ne se correspondent pas par une isométrie (à cause de la face 6).

Si on observe les faces, certaines ont les symétries du carré : faces 1, 4 et 5. Chacune d'elle est opposée à une face n'ayant que deux axes de symétrie.

Il y a deux façons d'orienter le trièdre [1-4-5] (correspondant aux dés dextrogyres et lévogyres), et pour chacune des trois autres faces deux façons de l'orienter.

Soit en tout ***16 combinaisons différentes****.*

Complément : contrairement aux dés du commerce, les dés de casino sont à angles droits, et les « points » ne sont pas gravés en creux mais imprimés (pour que le centre de gravité soit bien le centre du cube).

La rédaction du Petit Vert est « preneuse » d'activités faites en primaire à propos des dés.

Par exemple : Faire une colonne de trois dés posés l'un sur l'autre et demander combien fait la somme des faces cachées.

retour au sommaire

A propos des nouveaux programmes

Voici un extrait d'une rubrique du Café Pédagogique du 2 octobre 2015 :

http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/02102015Article635793636953078097.aspx

Les Français favorables aux nouveaux programmes ?

Selon l'IFOP, plus de 90% des Français sont favorables aux nouveaux programmes présentés par le ministère. Ainsi 93% sont pour la dictée quotidienne, 98% pour le calcul mental quotidien, des points qui ne sont pas vraiment dans les nouveaux programmes mais qui renvoient à des pratiques anciennes des enseignants. 75% sont pour une évaluation des compétences avec 4 niveaux de validation.

Cette référence à 90% n'apparaît pas dans les résultats de l'étude évoquée. D'où vient-elle ?

http://www.ifop.com/media/poll/3146-1-study_file.pdf

1 - Des nouveaux programmes connus par une large majorité de la population

Interrogés près d'une semaine après les annonces du ministre et la remise du projet de nouveaux programmes par le président du Conseil supérieur des programmes, les Français semblent, dans leur grande majorité, avoir entendu parler des nouveaux projets concernant les cycles d'enseignement 2, 3 et 4. En effet, **plus de trois Français sur quatre (77%) déclarent avoir entendu parler des nouveaux projets de programmes scolaires**, cette proportion étant encore plus forte chez les plus concernés, à savoir les parents d'enfants scolarisés en école primaire (86%) ou au collège (85%).

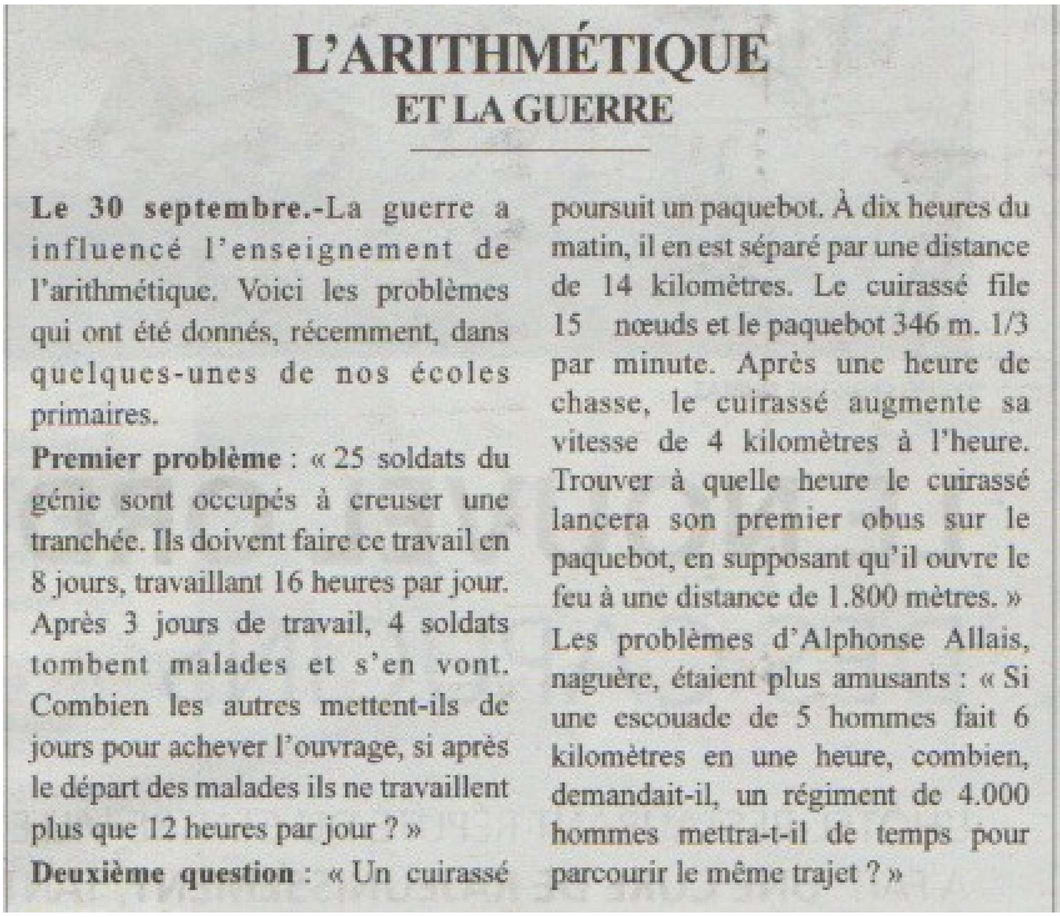
« Avoir entendu parler des nouveaux projets de programme » signifie-t-il qu'ils sont connus ?

Toutefois, ce niveau de notoriété élevé n'induit pas pour autant une connaissance précise des annonces faites sur le sujet le 18 septembre. Effectivement, **moins d'un Français sur quatre (23%) voit précisément ce dont il s'agit**, la moitié d'entre eux (54%) n'ayant qu'une vague idée du contenu de ces nouveaux projets.

Question : parmi les sondés, combien ont lu les projets de programmes à propos desquels leur avis est demandé ?

MATHS ET MÉDIAS

DES PROBLÈMES DE GUERRE



L'ARITHMÉTIQUE
ET LA GUERRE

Le 30 septembre.-La guerre a influencé l'enseignement de l'arithmétique. Voici les problèmes qui ont été donnés, récemment, dans quelques-unes de nos écoles primaires.

Premier problème : « 25 soldats du génie sont occupés à creuser une tranchée. Ils doivent faire ce travail en 8 jours, travaillant 16 heures par jour. Après 3 jours de travail, 4 soldats tombent malades et s'en vont. Combien les autres mettent-ils de jours pour achever l'ouvrage, si après le départ des malades ils ne travaillent plus que 12 heures par jour ? »

Deuxième question : « Un cuirassé poursuit un paquebot. À dix heures du matin, il en est séparé par une distance de 14 kilomètres. Le cuirassé file 15 nœuds et le paquebot 346 m. 1/3 par minute. Après une heure de chasse, le cuirassé augmente sa vitesse de 4 kilomètres à l'heure. Trouver à quelle heure le cuirassé lancera son premier obus sur le paquebot, en supposant qu'il ouvre le feu à une distance de 1.800 mètres. »

Les problèmes d'Alphonse Allais, naguère, étaient plus amusants : « Si une escouade de 5 hommes fait 6 kilomètres en une heure, combien, demandait-il, un régiment de 4.000 hommes mettra-t-il de temps pour parcourir le même trajet ? »

Le 4 octobre 2015, dans sa rubrique « IL Y A 100 DANS l'EST », le supplément « Le MAG » commun à l'Est Républicain, Vosges Matin et le Républicain Lorrain présentait un extrait de journal daté du 30 septembre 2015.

La résolution de tels problèmes était considérée il y a 100 ans comme relevant de l'arithmétique. Nous y repérons les écritures « 346m. 1/3 », « 1.800 » et « 4.000 » qui ne sont plus guère utilisées actuellement en France.

Quelques remarques à propos de ces énoncés

Premier problème : les soldats du génie sont sensés travailler 16 heures par jour, ce qui laisserait supposer qu'une partie du travail devra se faire la nuit et que les temps de repas ou de pause seront réduits. Il n'est guère étonnant de constater que quatre soldats tombent malades au bout de trois jours et que les autres ne travailleront plus que 12 heures par jour.

Deuxième problème : le fait qu'un cuirassé poursuive un paquebot et lui envoie un obus semble une chose naturelle en 1915. Doit-on y voir une allusion au naufrage du paquebot britannique « Lusitania » torpillé par un sous-marin allemand le 7 mai 1915 ?

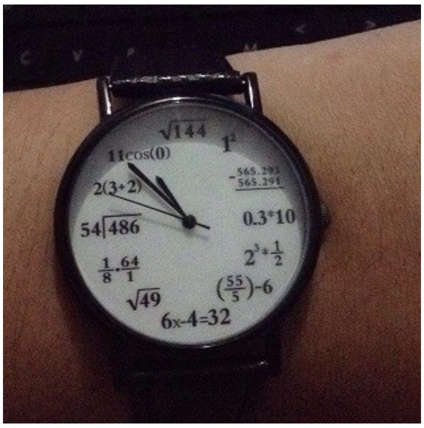
En 2015, le troisième problème attribué à Alphonse Allais tentera peut-être nos lecteurs.

Il serait intéressant de savoir quels élèves actuels réussiraient à les résoudre et quelles méthodes seraient mises en œuvre.

retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

UNE MONTRE MYSTÉRIEUSE



Un des étudiants d'Isabelle a été interpellé par cette photo de montre. Ce qui était mystérieux à ses yeux était le calcul utilisé pour trouver le 9 ; c'est le quotient de 486 par 54, noté ici $54\lvert\overline{486}$

Sauriez-vous dans quel coin du monde on utilise encore cette notation pour la division ? Merci de nous envoyer toute information à ce sujet.

D'après http://jeff560.tripod.com/operation.html
« *The arrangement 8)24 was used by Michael Stifel (1487-1567 or 1486-1567) in Arithmetica integra* ». Le diviseur était alors placé en premier, suivi d'une parenthèse fermante puis du dividende surligné.

Compléments : Au XIXe siècle, aux Etats-Unis, la division s'écrivait en ligne comme ceci : 54)486(9. D'abord le diviseur, puis le dividende, puis le quotient.
Le symbole ÷ (obélus) que l'on trouve sur le clavier des calculatrices a été introduit en 1659 par le mathématicien suisse J. H. Rahn. Sur le clavier de l'ordinateur, on l'obtient avec Alt+246.

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

Selon que notre idée est plus ou moins obscure
L'expression la suit, ou moins nette ou plus pure.
Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement
Et les mots pour le dire arrivent aisément.

Boileau

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

retour au sommaire

MATHS ET T.U.I.C.

(Techniques usuelles de l'information et de la communication)

GEOGEBRA ET LE CERCLE DE VAN LAMOEN

Par Noël LAMBERT

Article déjà publié dans Mathematice

Il n'est pas question pour moi de présenter une activité élève toute faite, surtout qu'elle ne pourra se conclure par une démonstration. Disons que cet article n'est qu'un prétexte pour faire une courte promenade dans GeoGebra et vous présenter quelques unes de ses fonctionnalités. Le fichier que vous pourrez télécharger en suivant le lien indiqué en fin d'article est donc construit « côté prof ».
(Note de lecture du document original, chaque outil, chaque commande est associé, au moment de sa première citation, à un hyperlien vous permettant d'ouvrir, dans votre navigateur, sa page de référence dans le manuel officiel GeoGebra, l' icône est encadré en bleu, la commande soulignée en bleu. Les saisies surlignées peuvent être copiées et collées dans le champ Saisie, et seront exécutées, tout du moins si leurs arguments ont bien été créés auparavant).

Les programmes de mathématiques font appel à la notion de **cercle circonscrit à un triangle** dès la classe de 5ème.

Des manipulations de départ amènent à visualiser ce qu'il en est dans des cas particuliers : triangle rectangle, triangle équilatéral, et pourquoi ne pas combiner les 2 ? Lorsque je réalise la construction dans un triangle équilatéral, je fais apparaître son découpage en 6 triangles rectangles ayant 2 par 2 leur hypoténuse en commun ; si je construis maintenant les centres des cercles circonscrits à ces petits triangles, je ne vais donc n'obtenir que 3 points, évidemment non alignés, donc cocycliques !

Si je considère maintenant un triangle quelconque, et que j'en construise les médianes (là j'ai un peu peur que chez certains élèves, se crée une confusion médiane/médiatrice dans la construction du cercle circonscrit) pour le partager en 6 petits triangles, que va t-il se passer pour leurs centres de cercle circonscrit ?

La réponse a été donnée « récemment » par le mathématicien néerlandais Floor van Lamoen : ces 6 points sont cocycliques !

Rappel : Dans toute construction, afin de ne pas surcharger la figure, fermer la fenêtre Algèbre ou
Menu > Options > Étiquetage > Seulement les nouveaux points

Outils et commandes

Construction du cercle circonscrit à un triangle et de son centre :

		Rmq1				Rmq1			
Rmq2		Rmq2							

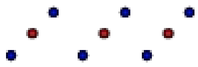
retour au sommaire

Remarque 1 : Après sélection de l'outil Intersection, cliquer successivement sur les 2 cercles pour obtenir d'un coup les 2 points d'intersection.
Rappel ? Ces 2 points étant sélectionnés, vous pouvez, dans leurs propriétés (clic-droit) Onglet « Basique », cocher « Afficher tracés d'intersections » pour ne conserver des cercles, en affichage, que des arcs.
Remarque 2 : L'outil MilieuCentre permet de sélectionner aussi bien un segment que ses 2 extrémités.

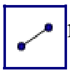
Cette dernière variante correspond en saisie à:
cercle=Cercle[A, B, C] suivie de O=Centre[*cercle*]
Mais je veux aussi parler d'une commande TriangleCentre[<Point>, <Point>, <Point>, <Nombre>]
pour *Nombre= 3,* vous créez le centre du cercle circonscrit au triangle construit sur les 3 points cités, (et pour *Nombre= 1153,* vous créez le centre du cercle de van Lamoen de ce triangle).
Donc pour reprendre dans l'historique Point > Cercle la dernière variante :
O=TriangleCentre[A,B,C,3] suivie de cercle=Cercle[O, A].

« Mon » protocole de construction

Créer un triangle, ses médianes, les centres des cercles circonscrits aux 6 « petits » triangles, chacun ses outils ou ses commandes.

Je crée à la volée un triangle  et les milieux de ses côtés 

Je mets la charrue avant les bœufs, pour reparler de la commande TriangleCentre, je crée d'abord le centre de gravité G en validant TriangleCentre[A,B,C,2]

et ensuite les côtés des « petits » triangles, sans utiliser 3 ou 6 fois  mais en évoquant la commande

Compactée[<Expression>, <Var1>, <Liste1>, <Var2>, <Liste2>, ...]

Segments=Compactée[Segment[G, M], M, {A, D, B, E, C, F}]

Rappel : Il est facile de se créer une liste d'objets affichés, maintenir la touche « Alt » enfoncée, et décrire un rectangle de sélection, bouton gauche enfoncé, sur la partie de la fenêtre Graphique contenant vos objets, lorsque vous relâchez le bouton, la liste apparaît dans le champ de saisie, reste à la corriger éventuellement, et à la valider.

Création des centres des cercles circonscrits aux 6 « petits » triangles :

Centres=Compactée[TriangleCentre[G, M, N, 3], M, {A, D, B, E, C, F}, N, {D, B, E, C, F, A}]

et pour créer les cercles circonscrits aux 6 « petits » triangles :

Cercles=Compactée[Cercle[M, N], M, Centres, N, {A, B, B, C, C, A}]

J'ai délibérément utilisé la commande Compactée, pour réaliser des actions répétitives, j'aurais aussi pu utiliser les commandes Séquence ou Exécute (je suis de plus en plus réticent pour utiliser cette dernière, il y a eu rétropédalage, maintenant elle ne fonctionne plus qu'avec les commandes écrites en anglais!) et aussi le tableur !

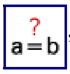
Ah zut, les centres n'ont pas été nommés, ils ne peuvent donc être sélectionnés directement par leur nom, mais par l'intermédiaire de la commande Elément[<Liste>, <Position n>], c'est l'occasion justement de vous indiquer une petite manipulation. Ouvrez le tableur et la fenêtre Algèbre, sélectionnez la liste *Centres* et faites un glisser/déposer dans la cellule C1 (ici, en maintenant la touche Maj enfoncée – sinon la liste va être copiée en ligne), GeoGebra (qui n'est pas avare en constructions, c'est un reproche que d'aucuns lui font) va créer 6 points C1 … C6.

Vos 6 centres ont maintenant un nom, reste à savoir s'ils sont cocycliques.

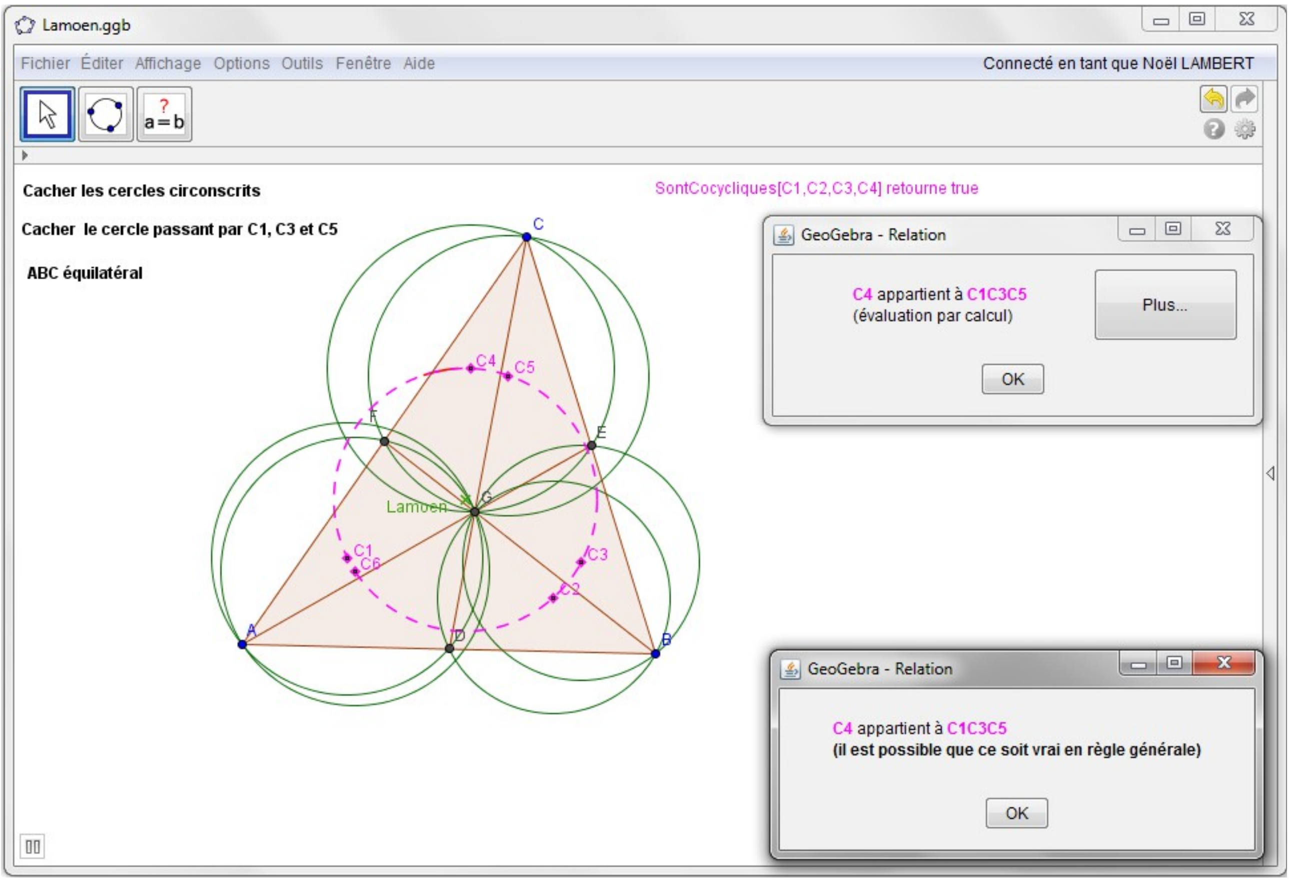
retour au sommaire

Autour des relations

GeoGebra possède un certain nombre de commandes **Sont**..., en ce qui nous concerne : SontCocycliques[<Point>, <Point>, <Point>, <Point>], si vous validez Cocy=SontCocycliques[C1, C2, C3, C4] vous allez voir apparaître dans la fenêtre Algèbre, dans le paragraphe « Booléen » Cocy=true, eh oui, même en voulant avoir toubon :-) les valeurs *true*(vrai) et *false*(faux) pour un booléen resteront en anglais. Vous pouvez réitérer pour C5 et C6 à la place de C4 et conclure sous la foi de GeoGebra que les points C4, C5 et C6 appartenant tous au cercle passant par C1, C2 et C3, ces 6 points sont cocycliques.

Il vous possible aussi d'utiliser , créons d'abord un cercle C1C3C5=Cercle[C1, C3, C5] passant par 3 des centres, sélectionnons l'outil et cliquons sur ce cercle et par exemple C4, une fenêtre s'ouvre, nous précisant que « C4 appartient à C1C3C5 (évaluation par calcul) », GeoGebra a calculé que les coordonnées de C4 vérifient l'équation du cercle C1C3C5. Il est un bouton « Plus ... », en le sollicitant, GeoGebra nous précise, « humblement » qu'**il est possible que ce soit vrai en règle générale**. C'est à dire que dans l'état actuel de ses connaissances, la cocyclicité (ce n'est pas dans le dictionnaire ?) des 4, donc des 6 points ne ferait aucun doute, mais bien sûr, il ne nous en fait pas la démonstration.

L'équivalent en saisie est Relation[C4,C1C3C5]



Pour en finir avec ce cercle de van Lamoen, on peut construire ou demander le centre du cercle C1C3C5, ou comme je l'ai déjà signalé, mais mieux vaut parfois répéter, en validant Lamoen=TriangleCentre[A,B,C,1153]

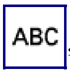
retour au sommaire

Les enluminures

Affichage dynamique et script

Je crée d'abord un booléen, un « drapeau » et comme il ne va prendre que les valeurs anglaises *true* ou *false* pourquoi ne pas continuer à le nommer « flag », (pas toubon), comme je le fais depuis une trentaine d'années : flag=true.

(mes cercles circonscrits sont affichés)

J'insère un texte 

, dans l'éditeur, je sélectionne dans les « Objets », le booléen *flag* et dans sa boîte, je travaille avec la commande Si.

Les cercles étant affichés et flag à *true*, je dois proposer de cacher les cercles :

Si[flag, "Cacher les cercles circonscrits", "Afficher les cercles circonscrits"]

Les objets GeoGebra peuvent se voir associer des scripts, mon texte étant créé, je vais, par clic droit, propriétés, lui affecter cette liste d'actions :

SoitVisibleDansVue[Cercles,1,!flag]

flag=!flag

La commande SoitVisibleDansVue[<Objet>, <Numéro 1|2>, <Booléen>] gère l'affichage de l'objet cité, pour moi, flag à *true*, les cercles définis dans la liste *Cercles* sont affichés, si je veux les cacher, il faut que le booléen soit à *false* d'où le « !flag », le « ! » étant utilisé comme l'opérateur logique « non ». La ligne suivante est un « raccourci » pour basculer l'état du drapeau, ce qui va provoquer le changement du texte affiché.

Même manipulation (avec flag2) pour Afficher/Cacher le cercle passant par C1, C3 et C5.

Et j'avais envie aussi de maintenir ce lien, peut-être un peu artificiel, je le concède, avec le triangle équilatéral, je fais donc une même manipulation pour le texte (avec flag3), mais dans le script, j'utilise la commande SoitValeur qui permet d'affecter une valeur à un objet.

SoitValeur[C,Si[flag3,Rotation[B,60°,A],A/3+2*B/3+VecteurOrthogonal[Vecteur[A,B]]]]

Rotation[B,60°,A] pas de problème, C devient, si flag3 est à *true* l'image de B dans la rotation d'angle 60° autour de A ;

A/3+2*B/3+VecteurOrthogonal[Vecteur[A,B]], ça c'est mon délire, si, si, le triangle quelconque existe, je l'ai rencontré :-)

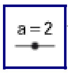
(Le point C reste un point libre, si le triangle est « quelconque », rien ne nous empêche, avec un peu de doigté, de déplacer le point C pour que le triangle devienne équilatéral, mais le texte va rester « ABC équilatéral », et c'est aussi le cas pour la situation opposée, si le triangle est équilatéral et que l'on déplace C, le texte va rester à « ABC quelconque ». Pour que ce fichier soit « parfait » pour un puriste, il conviendrait de rajouter un test sur la position de C afin de basculer dans ce cas flag3.).

Faut que ça bouge !

Comme beaucoup ne conçoivent pas un fichier sans « animation », un petit balayage du cercle de van Lamoen :

Chaque objet appartenant à un autre objet qualifié de « chemin » par GeoGebra y possède un « paramètre » compris entre 0 et 1.

retour au sommaire

Je définis donc 

un curseur *para* variant de 0 à 0.96 avec un incrément de 0.01, une vitesse de 5 et un mode de répétition « Croissant ».

Puis je valide cette petite commande :

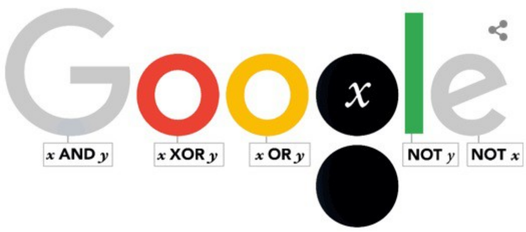
ArcCercle[Lamoen, Point[Cercle[Lamoen, C1], para], Point[Cercle[Lamoen, C1], para + 0.04]]

qui me crée un arc de cercle de centre le point Lamoen créé précédemment, d'origine le point de paramètre *para* du cercle de centre, le point Lamoen, et passant par le point C1, et d'extrémité le point, de ce même cercle, de paramètre *para+0.04* (ce qui justifie le 0.96 afin que le paramètre ne dépasse pas la valeur 1) et bien sûr, j'anime le curseur para.

Ce fichier que vous pouvez tester en ligne sur GeoGebratube tient en 29 « lignes » dans le protocole de construction, il ne fait appel qu'à 17/18 commandes et au plus à 12 outils, et bien sûr, il n'évitera pas la remarque qui tue :« à quoi ça sert ? ».

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

Le 2 novembre dernier, un des moteurs de recherche que nous utilisons nous affichait cette image (interactive) :



Cliquer sur cette image nous renvoyait à l'article George Boole de Wikipedia, dont c'était le 200e anniversaire de la naissance.

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

DES DÉFIS POUR NOS ÉLÈVES

DÉFI POUR VOS ÉLÈVES n°124a

Les bruits qui courent

On dit que... les Glaner gagnent 525 € de plus que les Ferren.
On dit que... M. Glaner gagne 20 % de plus que M. Ferren.
On dit que... Mme. Glaner gagne 30 % de plus que Mme. Ferren.
On dit que... les Ferren gagnent 2250 €.
On dit que... M. Ferren gagne 25 % de plus que son épouse.

Qu'en pensez-vous ? Peut on déterminer le salaire de chacun ?

Il s'avère que l'un de ces cinq « bruits qui courent » est faux. Peut-on alors déterminer le salaire de chacun ?

Envoyez vos solutions à Michel Ruiba.

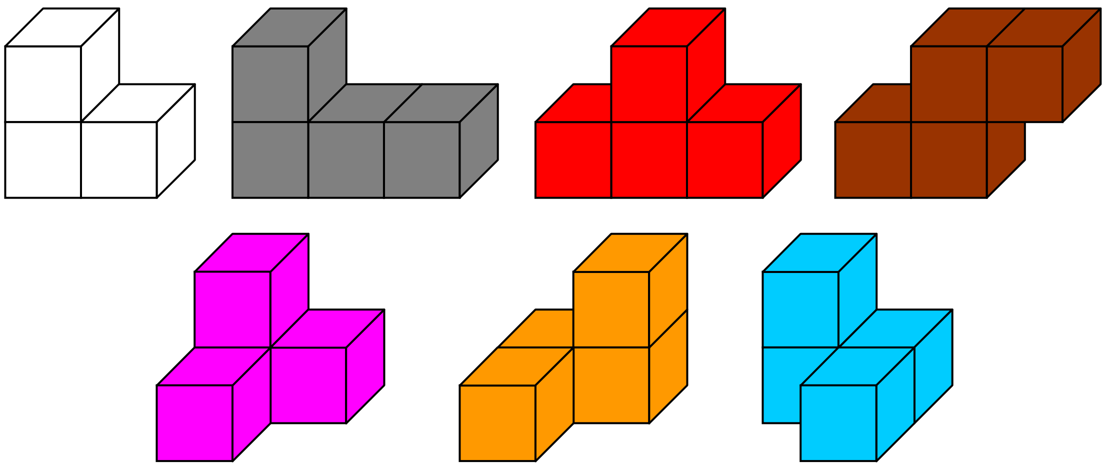
Ce défi est extrait de la brochure « Démarche de recherche... ». Les données ont été actualisées.
http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/ALO/ALO86001/ALO86001.pdf

DÉFI POUR VOS ÉLÈVES n°124b

Des prismes avec les sept pièces du cube Soma

Selon Martin Gardner, le danois Piet Hein aurait inventé ce casse tête en 1936 pendant un cours de mécanique quantique, ne gardant parmi les assemblages de trois ou quatre cubes identiques que ceux qui ne sont pas des pavés droits. Il semblerait que Piet Hein ait déjà déposé un brevet en 1933 : la « légende » racontée par Gardner reste sympathique, le cube Soma a donc au moins 80 ans. http://fr.wikipedia.org/wiki/Cube_Soma

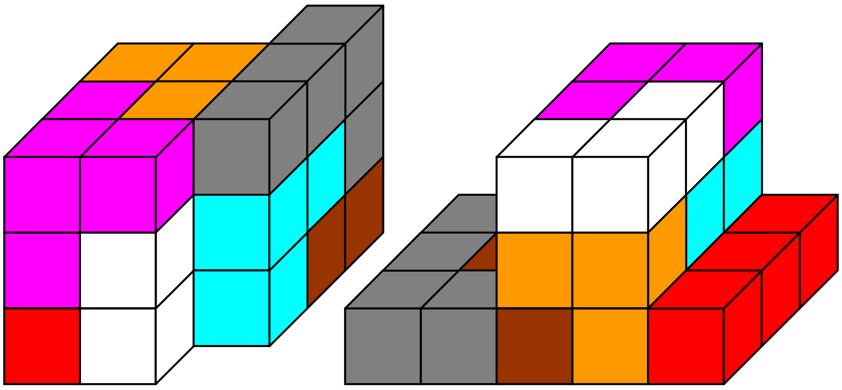
Voici des dessins des sept pièces trouvées.



Piet Hein ayant remarqué qu'elles formaient un assemblage de 27 cubes a réfléchi à la formation d'un cube 3×3×3.

retour au sommaire

On peut réaliser des prismes en utilisant toutes les pièces, en voici trois exemples.



Le défi : Parmi les prismes droits réalisables avec les sept pièces, comment caractériser ceux dont la longueur totale des arêtes est maximale ?

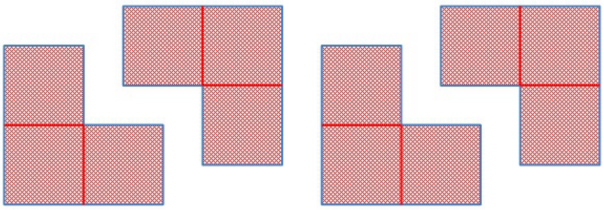
Comment caractériser ceux dont l'aire totale des faces est maximale ?

Aide éventuelle : Par exemple, dans le prisme de droite ci-dessus (qui est un cube), la longueur totale des arêtes est de 36 unités (12 arêtes de 3 unités), et l'aire totale est de 54 unités (6 faces de 9 unités).

Envoyez vos propositions de solutions à François Drouin.

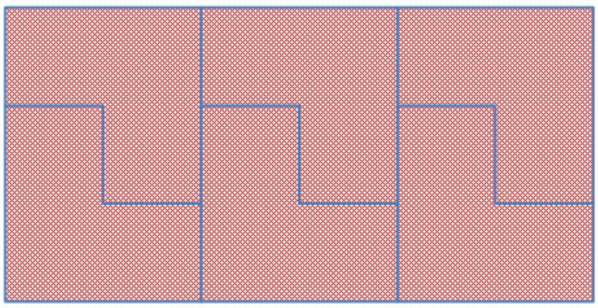
SOLUTION DES DÉFIS DU n°123

Défi collège : Rectangles et « Petits L »



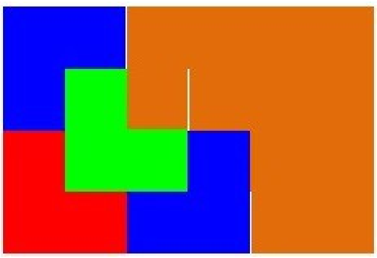
Rappel de l'énoncé : on dispose de nombreux « Petits L » semblables à ceux dessinés ci-contre.

Six « Petits L » permettent la réalisation d'un rectangle dans lequel sont visibles trois rectangles 3×2 formés de deux pièces assemblées.



En assemblant des « Petits L », est-il possible de construire un rectangle dans lequel ne sera visible aucun rectangle 3×2 formé de deux pièces assemblées ?

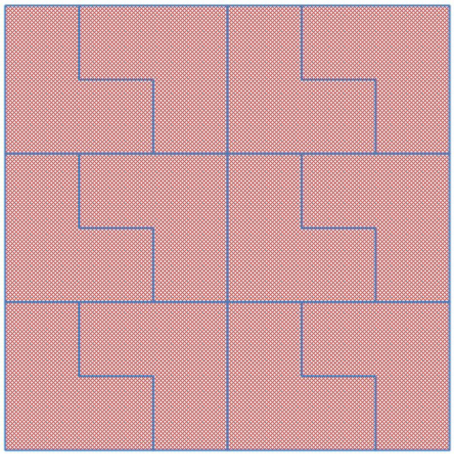
Solution



Un « Petit L » dessiné à l'échelle 2 peut être recouvert par quatre « Petits L » à l'échelle 1. Deux exemplaires de ce recouvrement fournissent un rectangle 6×4 dans lequel n'est visible aucun rectangle 3×2 formé de deux pièces assemblées. Ces rectangles peuvent s'assembler pour former d'autres rectangles qui répondent au défi proposé. Il existe donc une infinité de rectangles qui répondent au défi posé.

retour au sommaire

Un nouveau défi apparait alors : prouver qu'il faut au moins huit pièces pour construire un rectangle solution. L'étude systématique des rectangles d'aire inférieure à 24 et pour laquelle une des dimensions est un multiple de 3 pourra convaincre les lecteurs.



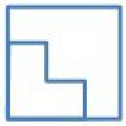
Défi lycée : Carrés et « Petits L »

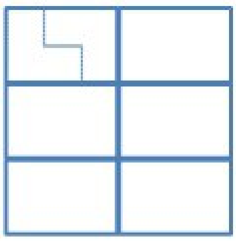
Rappel de l'énoncé : On dispose de nombreux « Petits L » semblables à ceux dessinés ci-dessus.

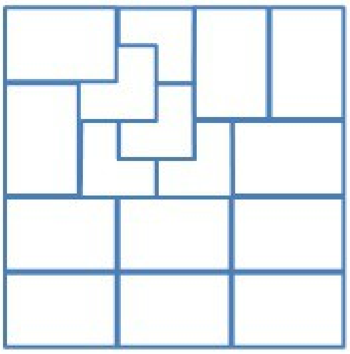
Le carré 6×6 ci-contre est aisément recouvert avec douze « Petits L ».
Mais comment peut-on caractériser les carrés recouvrables par des « Petits L » ?

Solution

Si n est le côté du carré, son aire est n^2. n^2 doit être un multiple de 3, il faut donc que n soit un multiple de 3 pour espérer le recouvrement du carré par des « Petits L ».
Au vu du cas « $n = 3$ », il est clair que cette condition n'est pas suffisante car le carré 3×3 ci-contre ne peut pas être recouvert par des « Petits L ».



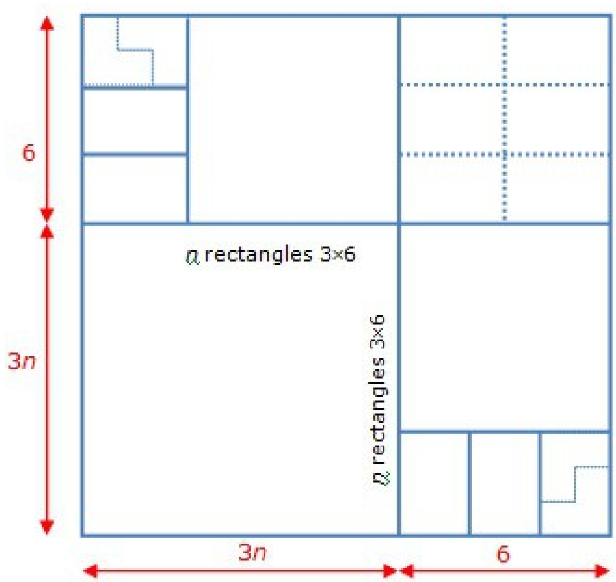




Les carrés 6×6 et 9×9 peuvent être recouverts par des « Petits L ».

Tout côté de carré multiple de 3 plus grand que 9 peut s'écrire sous la forme $c = 3n + 6$.

Le dessin ci-cobtre montre comment découper le carré pour réussir à le recouvrir.



Puisque les carrés de côté 6 et 9 sont recouvrables, on en déduit la faisabilité pour ceux de côté « 6 + 6 = 12 », « 9 + 6 = 15 » ; puis pour ceux de côté « 12 + 6 = 18 » et « 15 + 6 = 21 », etc.

Tout carré de côté multiple de 3 (autre que 3) fait partie soit de la famille issue du carré de côté 6, soit de la famille issue du carré de côté 9.

Tout carré de côté multiple de 3 (autre que 3) est donc recouvrable par des « Petits L ».

« Avoir un côté multiple de 3 et au moins égal à 6 » caractérise donc les carrés recouvrables par des « Petits L ».

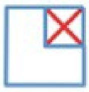
retour au sommaire

Voir également le problème publié dans le Petit Vert n° 36 :
http://apmeplorraine.fr/old/index.php?action=telecharger_pv&pv_id=36 (page 23)

et sa solution dans le Petit Vert n° 37 :
http://apmeplorraine.fr/old/index.php?action=telecharger_pv&pv_id=37 (page 18)

Compléments au défi lycée n°123

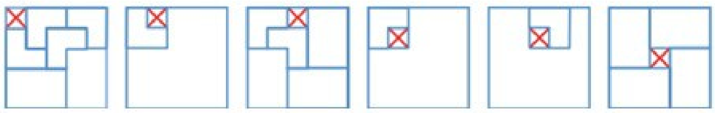
Des carrés « presque recouverts » par des « Petits L »



Le carré 2×2 ne peut pas être recouvert par un « Petit L ».
Une case reste libre. 2×2 – 1 = 3.

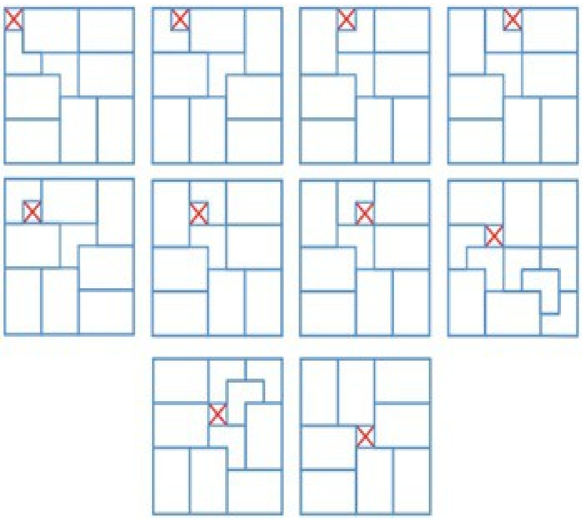
4×4 – 1 = 15.
Cela donne envie d'utiliser cinq « Petits L » : La case vide aura trois positions possibles, les autres cases peuvent être recouvertes par des « Petits L ».
Cette situation peut-elle se généraliser à tous les carrés de côté non multiple de 3 ?

Un entier non multiple de 3 peut s'écrire « $3n + 1$ » ou « $3n + 2$ ». Élevé au carré, il s'écrira « $9n^2 + 6n + 1$ » ou « $9n^2 + 12n + 4$ ». Si une une case reste vide, le nombre de cases à recouvrir sera « $9n^2 + 6n$ » ou « $9n^2 + 12n + 3$ ». Dans les deux cas, un multiple de 3 est obtenu, ce qui laisse espérer un recouvrement par des « Petits L ».

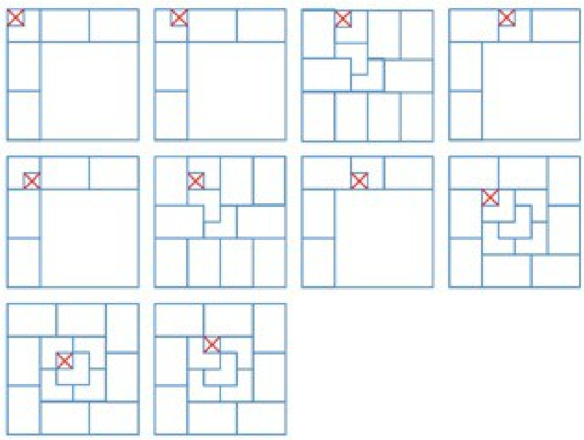


A une symétrie ou une rotation près du carré 5×5, la case laissée vide a six positions possibles. Seules trois d'entre elles amènent à un recouvrement des cases restantes par des « Petits L ».
Il est aisé de se convaincre que les rectangles 3×2 dessinés sont recouvrables par deux « Petits L ».

Il est également aisé de se convaincre que les carrés 6×6 dessinés sont recouvrables par des rectangles 3×2, donc par des « Petits L ».



A une symétrie ou une rotation près du carré 7×7, la case laissée vide a dix positions possibles. Toutes amènent à un recouvrement possible des cases restantes par des « Petits L ».



A une symétrie ou une rotation près du carré 8×8, dix positions sont possibles pour la case laissée vide. Toutes amènent à un recouvrement possible des cases restantes par des « Petits L ».
La recherche pourrait se poursuivre pour des carrés plus grands et pour éventuellement une généralisation…

retour au sommaire

DES PROBLEMES POUR LE PROFESSEUR

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE N°124

Problème proposé par Jacques Choné

Soit ABC un triangle. Déterminer le point M du plan de ce triangle tel que la somme des carrés des aires des triangles BCM, CAM et ABM soit minimum et préciser cette valeur minimum.

Envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème au responsable de cette rubrique : Andre.Stef@univ-lorraine.fr.
Il est fait particulièrement appel aux lecteurs pour suggérer des énoncés de problèmes de géométrie.

Solution du problème n° 123

Nous n'avons reçu **aucune solution** au problème du Petit Vert de septembre (n°123, p.52). Retrouvez son énoncé sur http://apmeplorraine.fr/pv/PV123.pdf et faites-nous parvenir toute proposition de solution, même partielle.
Sinon, cet énoncé rejoindra la liste (très courte) des problèmes qui restent ouverts...

Arnaud Gazagnes, du groupe "Jeux" de l'APMEP, a déniché sur le site de MATh.en.JEANS un problème, utilisant les "Petits L", relatif aux pavages d'escaliers. Peut-être pourrez-vous poursuivre la recherche faite par ces lycéens rennais ? Et faites-nous profiter de vos "trouvailles"... Rendez-vous à cette adresse :
http://www.mathenjeans.fr/sites/default/files/documents/Sujets2012/Pavage%20en%20L_0.pdf

LE SOPHISME DU TRIMESTRE

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ».
Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes, comme celui qui suit. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

3 = 2, la preuve...

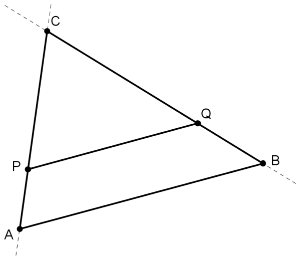
On sait que la dérivée de x^3 est $3x^2$. Mais x^3, c'est aussi x fois x^2, ce qui s'écrit aussi, si on prend x entier : $x^2 + x^2 + ... + x^2$, où on a écrit x fois x^2. On dérive alors cela comme une somme (la dérivée de x^2 est $2x$) : la dérivée de x^3 est $2x + 2x + ... + 2x$ où on a écrit x fois $2x$. Cette dérivée est donc $x.2x = 2x^2$. On a donc obtenu, pour les valeurs entières de x : $3x^2 = 2x^2$. On en conclut que 3 = 2.

D'après http://maths.amatheurs.fr

Solution du Sophisme précédent (Petit Vert n°123)

Théorème : **Deux segments inégaux sont égaux.**

Soient deux segments parallèles inégaux, [AB] et [PQ]. Construisons le triangle formé par AB et les droites (AP) et (BQ). Les triangles ABC et PQC sont semblables.



On a donc $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PC}$.

Après un certain nombre de calculs intermédiaires (exacts), on divisait les deux membres d'une équation par (AB.PC - AC.PQ) , ce qui donnait AB = PQ... Ces calculs intermédiaires n'étaient là que pour vous faire oublier que AB.PC = PQ.AC, donc que AB.PC - AC.PQ = 0.

Et la division par 0, ça peut donner des résultats « bizarres » !!!

Ce sophisme était extrait de « Preussische Lehrerzeitung » de 1913.

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

Des nouvelles du site de la régionale

Le site, qui avait subi les assauts d'un hacker, est encore en cours de reconstruction. Nous espérons qu'il sera bientôt opérationnel.
Mais depuis septembre 2015, grâce à Fathi, ce qui était dans l'ancien site est de nouveau consultable à l'adresse http://apmeplorraine.fr/old/. Cependant, seules les archives antérieures à juin 2013 (Petit Vert n°114) ont pu être récupérées.

Les deux Petits Verts les plus récents sont accessibles directement sur la page d'accueil du site www.apmeplorraine.fr, et les numéros précédents sont également accessibles : par exemple, pour pouvoir télécharger le n° 115, http://apmeplorraine.fr/pv/PV115.pdf.

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

retour au sommaire