



# LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

**N° 123**

**SEPTEMBRE 2015**



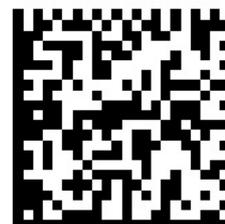
*Pavage du plan « en spirale » par des pentagones, voir [page 21](#).*

[www.apmeplorraine.fr](http://www.apmeplorraine.fr)

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : septembre 2015. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.

Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) à tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr). Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).

Ce numéro a été tiré à 30 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.



" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale A.P.M.E.P. Lorraine.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "maths et philo", "maths et arts", "c'était il y a 25 ans", "problèmes et défis", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr).

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Louissette HIRIART, Françoise JEAN, Walter NURDIN, Jacques VERDIER et Gilles WAEHREN. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe VALENTIN.

## SOMMAIRE

<u><a href="#">ÉDITO</a></u>	3
<u>VIE DE L'ASSOCIATION</u>	
Compte-rendu Commission Lycée	4
C'était il y a 25 ans	6
Rallye 2015 : retours sur l'exercice « Allum'aire »	7
Remise des prix du rallye	10
Animations à Waldweistroff et à Metz	12
Appel à ateliers	13
<u>DANS NOS CLASSES</u>	
Moyens de locomotions futuristes ( <i>Thi-Tuong-VI FABBIAN</i> )	14
Pavages en Terminale A.A. ( <i>Loïc TERRIER</i> )	21
La planche à repasser ( <i>Stéphanie WAEHREN</i> )	41
Vous aussi...écrivez dans le Petit Vert	46
<u>ETUDE MATHEMATIQUE</u>	
Jules Verne, caches tournants, la suite... ( <i>I. DUBOIS et F. DROUIN</i> )	35
<u>MATHS ET PHILO</u>	19
<u>MATHS ET ARTS</u>	
Des Stella Octangula en Meuse et ailleurs	24
Tracé de citadelles ( <i>Jean ERRARD</i> )	47
<u>MATHS ET JEUX</u>	
Zahlenrad : une « roue » numérique qui voyage bien	27
<u>MATHS ET MÉDIA</u>	
Rentrée des classes 1859	30
Centre Région ALCA	31
Chessuku	32
La SNCF pourra-t-elle nous répondre	33
77,6 est-il supérieur à 77,8	33
Route barrée à 220 millilitres	34
<u>VU SUR LA TOILE</u>	49
<u>RUBRIQUE PROBLEMES</u>	50
<u>RUBRIQUE DEFIS</u>	54

## édito

## Au collège, on peut y perdre son latin

Sans vouloir sacrifier au jeu de mot facile, il n'est pas aisé de s'y retrouver entre le texte ministériel de proposition de réforme du collège, les tirs croisés à boulets rouges de la plupart des syndicats, les raccourcis schématisés souvent à l'extrême par les divers représentant(e)s politiques relayés par les médias qui eux-mêmes font dans la caricature et la coupe franche.

Notre ministre souhaite « *bâtir une École exigeante, qui fait réussir tous les élèves, une École plus juste, qui ne laisse aucun enfant aux bords du chemin, et une École qui transmet avec fierté et détermination à notre jeunesse les valeurs de la République* » et propose une réforme qui présente des aspects intéressants mais qui peuvent sembler difficiles à mettre en place.

Parmi ces propositions, l'Accompagnement Personnalisé (3h en sixième et 1 à 2h en cycle 4) et les Enseignements Pratiques Interdisciplinaires (2 à 3h en cycle 4) semblent intéressants mais inquiètent par le flou qui les entoure. Ces enseignements dits complémentaires seraient pris sur les horaires disciplinaires ; mais dans quelle mesure ? Y aura-t-il des moyens de concertation ? Quid des effectifs ? Et l'hétérogénéité ? Quelle(s) formation(s) et quel cadre pour mettre en place l'AP et l'EPI ?

Quant au projet de programmes, s'il semble plus en adéquation avec le S4C<sup>1</sup> sans être réducteur, il reste encore bien des points obscurs. Citons pêle-mêle la place et la formulation du raisonnement et de la preuve, les transformations (translation, symétries, rotation, homothétie), l'étude des solides, l'algorithmique, la disparition des équations-produits mais le maintien des produits remarquables ... sans oublier l'ajout d'une demi-heure en sixième pour compenser la perte de la même durée en troisième, alors que notre association demande 4h par niveau depuis bien longtemps.

Le ministère a présenté, le 4 décembre 2014, le dossier "Stratégie Mathématiques" comprenant 10 mesures articulées autour de 3 grands axes<sup>2</sup> ; la dernière mesure est la création d'un portail national dédié aux maths, une autre le renforcement de la place du jeu ; mais depuis, comme sœur Anne, nous ne voyons rien venir.

Ah oui, il est prévu un plan de formation de 8 jours dans les mois qui viennent (?) pour tous les personnels affectés en collège. Arguons qu'"on" nous donnera toutes les informations et les formations qui nous permettront d'envisager sereinement la rentrée 2016.

Si vous avez parcouru le PAF, vous avez certainement remarqué que les seules propositions pour le collège sont les journées régionales et nationales de l'A.P.M.E.P.<sup>3</sup> et une "petite histoire des mathématiques" ; toutes les autres formations pour le collège sont mises de côté afin d'assurer les formations concernant la réforme et les programmes.

Terminons avec les mots de notre président, celui de notre association. « *Il est important que ça change et il est encore plus important que nous accompagnions ce changement avec vigilance, mais sans a priori* ».

N'hésitez pas à donner votre avis et à apporter votre témoignage sur la réforme et les programmes du collège. Bonne année scolaire.

[Michel Ruiba](#)

<sup>1</sup> S4C : socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

<sup>2</sup> [http://cache.media.education.gouv.fr/file/12\\_Decembre/30/2/DP-l-ecole-change-avec-vous-strategie-mathematiques\\_373302.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/12_Decembre/30/2/DP-l-ecole-change-avec-vous-strategie-mathematiques_373302.pdf)

<sup>3</sup> Vous pouvez vous y inscrire sur GAIA jusqu'au 21 septembre.

**VIE DE LA RÉGIONALE****Commission « Lycée »**

La commission lycée de l'APMEP s'est réunie, forte de 30 participants, le 30 juin 2015 au lycée Schuman de Metz.

Les collègues ont d'abord exprimé leur ressenti des **sujets du baccalauréat 2015** :

- Le sujet en série ES est simple mais déroutant. Certains enseignants regrettent qu'un nombre non négligeable de points soient attribués à l'exercice à prise d'initiative en ES alors que ce n'est pas le cas en S. D'autres estiment que ce sujet permet de valoriser les bons élèves, même si malheureusement, ces derniers ont été déstabilisés par cette question ouverte. Les « impressions d'écran » de calcul formel sont présentées sous une forme qui peut être perturbante pour les candidats. L'algorithme proposé est compliqué pour des ES.  
L'exercice pour les spécialistes est pauvre.
- Le sujet en série S est peu intéressant et comporte beaucoup de géométrie, dont des calculs de distance dans 3 exercices.  
Les objectifs pour chaque exercice n'étant pas précisés sauf pour l'exercice 4, le plus intéressant, les élèves n'ont pas compris ce qu'on attendait d'eux ; ils connaissent des méthodes de résolution mais ne parviennent pas à réinvestir leurs connaissances. Par exemple, ils n'ont pas compris la dernière question de l'exercice 1 car la demande de l'écriture de l'intervalle de fluctuation de la fréquence au seuil de 95% n'était pas explicitement formulée.  
La première question de l'exercice 1, sans les prérequis imposés, était-elle une question de cours? Y aura-t-il encore des ROC ?  
L'exercice de spécialité était trop long et la justification de la matrice 3x3 était délicate.  
Des confusions dans tout l'énoncé entre les verbes rappeler et admettre.  
Aucun moyen de vérifier l'algorithme et aucune exploitation demandée.
- Le sujet en série STMG comportait un algorithme sans intérêt et non utilisé pour la suite de l'exercice. C'est une réelle difficulté pour les élèves de voir le lien entre la courbe représentative de la fonction dérivée de  $g$  et la fonction  $g$ .
- De façon générale.  
Pourquoi les compétences ne sont plus prises en compte dans l'évaluation en maths ? Elles permettraient de valoriser tous les élèves.  
Des ressources sont disponibles sur le site de l'IREM. Notamment dans le domaine des statistiques inférencielles (intervalle de fluctuation, de confiance pour tous les niveaux et toutes les séries).

**➤ Fracture scientifique–non scientifique**

Les maths « utilitaires » se confrontent aux maths « nobles ». Pas de chemin possible entre ces deux voies créant une dichotomie entre les élèves.

Qu'attendons-nous d'un élève en S ? Qu'il sache raisonner ou qu'il soit aguerri au niveau technicité ?

Certains élèves de S choisissent cette filière pour être orientés dans une classe « travailleuse » mais pas pour l'envie de faire des sciences. Les poursuites d'étude l'attestent.

Les matières scientifiques se rajoutent aux matières littéraires offrant un BAC très complet contrairement aux autres BAC généraux, notamment le BAC L. D'ailleurs, la grande majorité des élèves de L souhaitent poursuivre vers le professorat des écoles. Comment seront formés nos futurs écoliers dans le domaine des mathématiques ?

- **L'accompagnement personnalisé** et les mathématiques est très disparate selon les établissements et souvent utilisé comme variable d'ajustement des services.
  - Des heures années qui deviennent des 0.75 heures (1 heure d'accompagnement personnalisé de mi-septembre jusque mi-mai).
  - Des groupes par compétence, comme le calcul par exemple, sont créés dès le début de l'année dans certains lycées.
  - Des systèmes d'inscription permettant aux élèves de choisir.
  - Préparation aux différents concours (Kangourou, rallye de Lorraine, olympiade de mathématiques)
  - Pourquoi mettre en place la réforme des collèges sur le modèle de celle du lycée alors que celle du lycée n'a pas été évaluée ?
  
- **Fragilité en maths et remédiation**

Calcul de base, les puissances, la notion de nombre, les fractions en tant que nombre etc. ne sont pas assimilés par nos élèves.

Le calcul mental en classe de seconde doit être valorisé.

La préparation aux concours, rallyes... donne du sens aux mathématiques et leur montre qu'ils peuvent réussir mais nous ne pouvons que déplorer le manque d'heure en maths pour mener à bien toutes ces activités.

Le Petit vert propose les défis du lycée qui peuvent être utilisés dans les classes ou pour tous les élèves d'un établissement sous forme de question du mois.

Les programmes de seconde seront-ils mis en adéquation avec les nouvelles compétences des futurs collégiens ?

#### ➤ **Calculatrice**

- De nombreuses questions sur l'utilisation du mode examen de la calculatrice.
- Pourquoi ne pas proposer une épreuve en deux parties, une sans calculatrice et le complément avec.
- Pourquoi l'épreuve pratique en mathématiques initiée il y a quelques années en Terminale S a été abandonnée?

*Compte rendu rédigé par [Geneviève Bouvart](#)*

\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*

En mathématique, c'est comme dans un roman policier ou un épisode de Columbo : le raisonnement par lequel le détective confond l'assassin est au moins aussi important que la solution du mystère elle-même.

[Cédric Villani](#)

**VIE DE LA RÉGIONALE****Il y a 25 ans, dans le Petit Vert n°23 de septembre 1990**

Dans ce Petit Vert d'il y a 25 ans<sup>1</sup>, nous avons retenu l'éditorial que nous reproduisons ci-dessous. On y trouvait également un long article de Jacques Lubczanski (*Vers une méthodologie de la recherche en classe de maths*), une étude d'un manuel de la classe de seconde (qui était loin de respecter les nouveaux programmes), le problème du trimestre et la solution (très longue) du problème précédent<sup>2</sup>, etc. Le tout en 24 pages format A5.

**EDITORIAL**

Comme il n'est pas requis d'être original, je vais parler de la rentrée. Ce n'est pas qu'elle surprenne, la date en est connue ; ce n'est pas qu'elle déçoive, pour être déçu, il faut s'être fait des illusions. Mais, une fois déchiré l'écran translucide des vacances, elle dévoile l'opacité de ses classes surchargées, les perspectives incertaines des nouveaux programmes, les finalités peut-être clandestines des évaluations, et même à l'horizon le profil mouvant des IUFM<sup>3</sup>.

Pas très encourageant ! Mais faut-il voir les choses d'un aussi mauvais œil ? Après tout, pourquoi les IUFM ne deviendraient-ils pas un outil de formation remarquable ? Que les évaluations et les programmes demeurent bien au service des élèves et il ne restera aux profs qu'à les mettre en œuvre avec l'intelligence qu'on nous connaît. Seulement, attention, tout cela ne peut ni ne doit se faire en dehors de nous. C'est ici que l'APM a un rôle ; retrouvons-nous dans ses structures :

- Les groupes de travail de l'APM-Lorraine. On y rencontre des collègues luttant avec les mêmes difficultés, on y échange idées et documents, on se sent moins seul pour oser dans sa classe,...
- Le comité et ses commissions pour des activités plus ponctuelles : analyses des sujets du bac et du brevet, mise en place et correction du rallye mathématique, relecture des articles du Petit Vert, choix parmi les solutions des Jeux...

Et si les déplacements nécessaires à ces activités nous empêchent d'y prendre part, nous pouvons toujours :

- Raconter dans un article publié dans le Petit Vert nos impressions, nos expériences...
- Profiter simplement de la bibliothèque à distance [...].
- Emprunter la valise-jeux qui va bientôt être opérationnelle.

La régionale ne peut fonctionner efficacement dans l'Académie et au sein de l'APM nationale que si elle reçoit le maximum de contributions de ses adhérents, pensons-y !

Nous étions une trentaine, réunis en séminaire de rentrée à Saint-Dié-des-Vosges les 8 et 9 septembre, nous y avons commencé le travail de cette année. Nous serons certainement plus nombreux encore à l'assemblée générale le 21 novembre<sup>4</sup>.

Alors, comme on dit à cette époque de l'année, « bonne rentrée et bon courage ».

Jacqueline Euriat

Remplaçons IUFM par ESPÉ, et l'éditorial d'il y a 25 ans reste étonnamment d'actualité. Ferions-nous du sur place ? Il est permis de se poser la question pour ce qui est de la formation des enseignants. L'évolution des programmes et des modalités d'évaluation reste d'actualité en cette rentrée 2015.

*Quant à notre association, elle a élargi ses activités en 25 ans mais Le Petit Vert et le Rallye demeurent des actions phares de la Régionale. Le rallye a été créé en 1990 et visait alors les classes de 6<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> ; il touche désormais beaucoup plus de classes et donc d'élèves, maintenant en 3<sup>ème</sup> et 2<sup>de</sup>. Les rubriques du Petit Vert ont augmenté et son nombre de pages a explosé : vive le numérique ! Vous pouvez toujours envoyer vos contributions à [Jacques](#). Côté bibliothèque, c'est plutôt le calme plat même si vous pouvez toujours contacter [François](#) qui gère ce fonds. L'air du temps étant plutôt à la consultation de documents informatisés, pour vos lectures, n'hésitez pas à explorer le site A.P.M.E.P. national ainsi que le futur site de notre régionale. La valise de jeux, « ancêtre » de notre exposition « Objets mathématiques », circule toujours, en cinq exemplaires dans l'Académie ; elle a « engendré » plusieurs brochures au fil du temps, dont « Avec notre exposition Objets mathématiques ».*

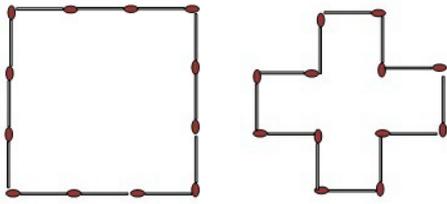
<sup>1</sup> En attendant que notre nouveau site soit opérationnel, vous pouvez [demander](#) une copie PDF de ce numéro.

<sup>2</sup> Les 80 problèmes posés de 1985 à 2005 (et leurs solutions) ont été rassemblés dans la brochure « *Les promenades d'Elton, et autres distractions* », vendue 7 €.

<sup>3</sup> La création des IUFM pour remplacer les CPR (Centres pédagogiques régionaux) date de la rentrée 1990.

<sup>4</sup> Ces A.G. ont désormais lieu au cours de notre Journée régionale. La prochaine aura lieu le 16 mars 2016.

## Rallye 2015 : retours sur l'exercice 4 « Allum'aire »



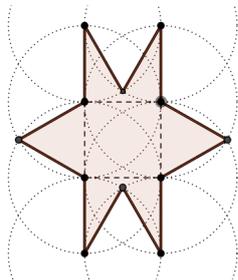
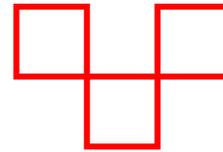
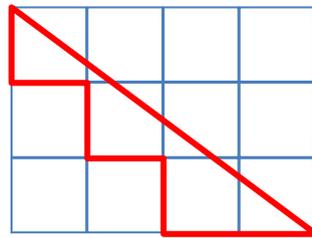
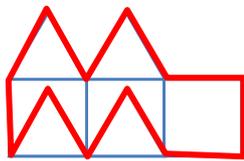
*Rappel de l'énoncé : Le commissaire Girard a cessé de fumer la pipe depuis bien longtemps mais il a conservé une boîte d'allumettes. Il lui arrive souvent de se relaxer durant une enquête compliquée en manipulant les petits bâtonnets de bois souffrés.*

*En considérant que l'unité de longueur est une allumette, notre commissaire en prend 12 et forme successivement un carré de 9 unités d'aire et une croix de 5 unités d'aire.*

*En utilisant les 12 allumettes (sans chevauchement), formez un polygone ayant une aire de 3 unités d'aire.*

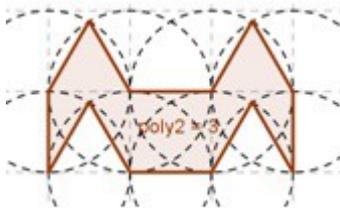
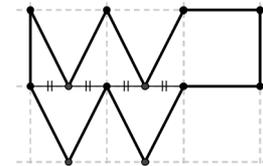
Cet énoncé est à mettre en relation avec le défi collège défi collège n°119 « Avec 12 allumettes », lui même inspiré d'un défi proposé par Martin Gardner.

Le groupe des correcteurs avait envisagé, a priori, trois types de stratégies pouvant être celles des élèves.



La première, partant d'un rectangle 3x1, consiste à déplacer des « morceaux » en les reportant ailleurs. Elle a été repérée dans plusieurs copies, sous des versions variées<sup>1</sup> (figure de gauche).

Démarche parfois menée avec des erreurs, comme dans cette figure (à droite), où les élèves ont bien une aire de 3, mais obtenue avec des allumettes de longueurs différentes.



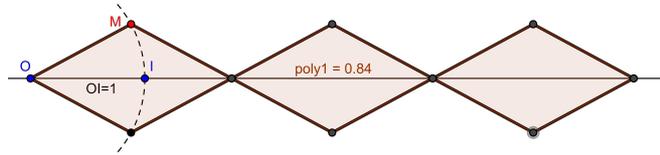
Sur le même principe, on peut trouver d'autres polygones qui conviennent (avec un carré et deux "chevrons") dont celui ci-contre qui a un axe de symétrie.

La seconde stratégie, qui fait intervenir l'utilisation du théorème de Pythagore, intègre la figure dans un rectangle 3x4, dont la diagonale est 5 (soit 5 allumettes). Elle a également été repérée plusieurs fois.

La troisième stratégie correspond à un polygone croisé. Il y a eu des débats entre les correcteurs concernant la définition de « polygone ». Wikipedia nous indique qu'en géométrie euclidienne, un polygone est une figure géométrique plane, formée d'une suite cyclique de segments consécutifs et qu'il peut être croisé si au moins deux côtés non consécutifs sont d'intersection non vide (<http://fr.wikipedia.org/wiki/Polygone>).

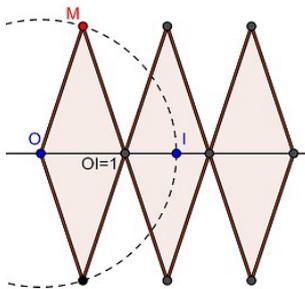
<sup>1</sup> Les productions des élèves ont été photographiées lors de la correction. Par souci de lisibilité, nous les avons reproduites sous GeoGebra (en laissant, la plupart du temps, les tracés de construction « à la règle et au compas »).

De tels polygones ont souvent été rencontrés parmi les propositions validées à la correction, comme dans l'exemple ci-contre.



Malheureusement l'aire de la figure proposée par ces élèves n'était pas égale à 3...

Ce schéma est cependant intéressant : ce polygone croisé fonctionne comme un « accordéon ». Lorsqu'il est très étiré, son aire se rapproche de zéro ; de même lorsqu'il est très « tassé ». Entre ces deux extrémités, l'aire passe donc par un maximum. On peut facilement démontrer que ce maximum est obtenu lorsque les losanges sont carrés.



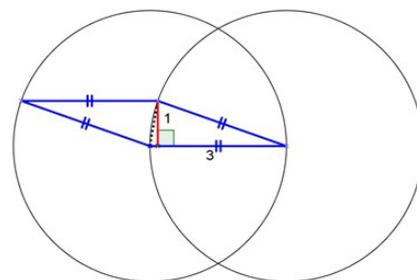
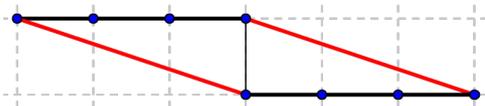
Cet « accordéon » n'évoque-t-il pas les « dessous de plat » de nos grand-mères ou les [pantographes](#) ?



Une petite note pour les utilisateurs de GeoGebra : la commande « Aire » calcule l'aire du polygone défini par les points donnés  $A, B, C, \dots$  (aire algébrique – donc attention si vous avez un polygone croisé !) :

[http://wiki.geogebra.org/fr/Commande\\_Aire](http://wiki.geogebra.org/fr/Commande_Aire)

Avec un périmètre de 12, on pouvait également penser (tout naturellement ?) à un losange de côté 3. Mais encore fallait-il que son aire soit bien égale à 3. Certains ont bien trouvé des losanges de côté 3, mais pas d'aire 3 ; d'autres des « pseudo-losanges » tels celui dessiné ci-dessous : il est composé de deux triangles rectangles  $3 \times 1$  ... malheureusement deux des côtés sont un peu trop longs.



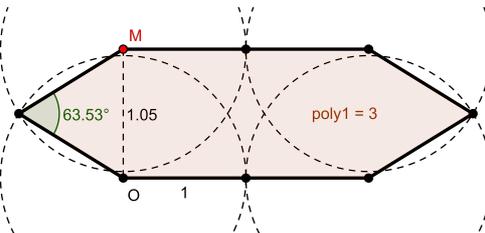
Voici (à droite), une des méthodes permettant d'avoir un « bon » losange.

Nous allons étudier quelques autres propositions auxquelles les correcteurs n'avaient pas pensé a priori.

La première est un rectangle d'aire 2 auquel on ajoute un triangle à chaque extrémité :



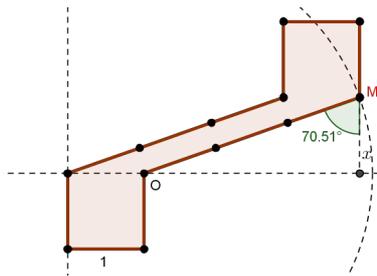
Malheureusement on obtenait ainsi une aire de  $2 \frac{1}{2}$  et non 3...



Mais nous nous en sommes inspirés pour vous proposer cette autre figure : Elle a été obtenue par « tatonnement » avec GeoGebra : le point M est mobile sur la perpendiculaire à la base ; on le fait glisser sur cette droite jusqu'à ce que l'aire affichée soit égale à 3.

On pourrait obtenir la longueur  $x = OM$  par des calculs algébriques ou

trigonométriques, mais c'est assez ardu, et pas du tout à la portée d'élèves de troisième ou de seconde. Voir en annexe.



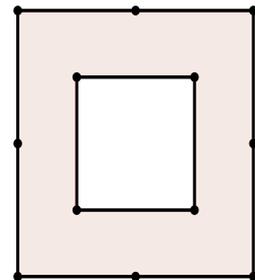
Une avant-dernière solution, très originale.

Les élèves ont eu l'idée de joindre deux carrés de côté 1 par une bande oblique (un parallélogramme) d'aire 1.

Ces élèves ont utilisé le fait que le cosinus de l'angle (que nous avons mis en vert sur la figure) valait  $1/3$ , donc que l'angle valait environ  $70,5^\circ$ .

Toutes nos félicitations !

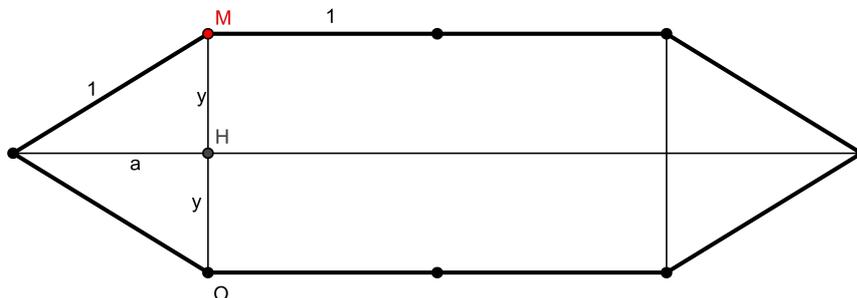
Nous terminons cette analyse de productions de classes par une proposition qui n'entre pas dans la définition d'un polygone trouvée dans Wikipedia, mais qui pour les élèves était sans doute l'utilisation d'un polygone « troué ». Puissent les compléments aux programmes actuellement en discussion fournir des définitions des objets mathématiques à enseigner dans l'enseignement secondaire...



Par ailleurs, certains élèves avaient coupé les allumettes en morceaux pour arriver à leurs fins. Leurs réponses n'ont pas été validées !

### Annexe

Résolution de l'équation algébrique correspondant à la figure du bas de la page précédente.



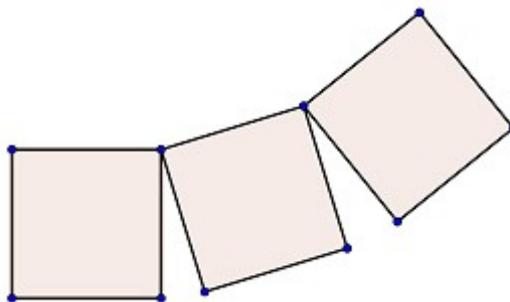
D'après le théorème de Pythagore,  $y^2 + a^2 = 1$ , soit  $a = \sqrt{1 - y^2}$ .

L'aire du grand rectangle vaut  $2 \times 2y = 4y$ .

L'aire des deux triangles latéraux vaut  $2 \times (a \times y) = 2y\sqrt{1 - y^2}$

On est donc amené à résoudre l'équation  $4y + 2y\sqrt{1 - y^2} = 3$ , ce qui dépasse nos capacités.

Une bonne calculatrice « haut de gamme » nous en donne une solution approchée :  $y \approx 0,52626$ , ce qui confirme la valeur obtenue par tâtonnement avec GeoGebra.



« Ceci n'est pas un polygone »

Tout le monde est-il d'accord avec cette proposition ?



## Le Rallye 2015

Vous trouverez ci-dessous quelques échos relatifs à notre rallye, repérés de-ci de-là dans la presse ou sur la toile.

Dans le Républicain Lorrain du jeudi 21 mai.

### Des doués en maths



**HAGONDANGE.** L'APMEP (Association des professeurs de l'enseignement public) organise des formations, des colloques, des ateliers sur l'enseignement des maths. Elle vient d'organiser une épreuve, le Rallye 3<sup>e</sup>/Seconde, qui est renouvelée tous les ans dans l'Académie, depuis une dizaine d'années. Il se distingue des autres concours proposés aux enseignants et élèves à plusieurs titres : il est totalement gratuit, il s'agit d'une épreuve collective (une seule fiche réponse par classe et le sujet est commun aux élèves de 3<sup>e</sup> et de seconde (même si le classement est séparé).

« Cette année, 276 classes participaient à l'épreuve : 117 secondes et 159 classes de 3<sup>e</sup>. Dans notre collège, quatre des cinq classes de 3e ont participé, précise Hélène Marx, professeur de maths au collège d'Hagondange. Cette épreuve, constituée d'un ensemble de dix exercices environ, est soumise à la classe qui va chercher, durant 1h30 les résultats les plus précis et plausibles. Mais, précise encore Mme Marx, il s'agit vraiment de problèmes de recherche qui ne correspondent pas à des exercices classiques. Cela correspond à une réelle activité scientifique, à des tâches complexes ».

Au final, les collégiens ont reçu un diplôme, bien mérité. (Photo Républicain Lorrain)

Dans le journal du lycée Jean-Baptiste de la Salle (Metz). Article écrit par Adil Lemjaouri, adhérent Apmep, professeur dans cet établissement.

Pour cette édition 2014-2015, le jeudi 2 avril, nos cinq classes de seconde ont participé au rallye de Lorraine, organisé par l'association des professeurs de mathématiques de l'académie Nancy-Metz.

L'épreuve consiste à résoudre des exercices de difficultés graduées, de natures diverses tant sur le fond que sur la forme et dans lesquels l'humour et le jeu ne sont pas oubliés.

La particularité de ce rallye réside dans le fait qu'il s'agit d'un travail d'équipe et qu'une seule fiche-réponse est envoyée par classe.

Compte tenu de l'ampleur de la tâche à réaliser, la mise en œuvre d'un travail d'équipe dans les classes est une obligation. La variété des difficultés des dix questions nécessite la contribution de chacun qui, si faible soit-elle, peut enrichir la production de son équipe.

L'objectif transversal de ce rallye rentre parfaitement dans notre projet d'établissement, étant donné qu'il contribue à l'entraide au sein du groupe-classe chère à notre illustre créateur Saint Jean-Baptiste de la Salle.

Ce rallye a encore un succès grandissant avec la participation de plus de 110 classes de seconde et plus de 150 classes de troisième.

Pour notre établissement, notons le bon classement des 2<sup>nd</sup>e 3<sup>q</sup>ui, avec 32 points sur 40, se classe 17<sup>e</sup> sur 117.



Dans le Républicain Lorrain du 2 juin 2015

## Uckange et Fameck en force

Chaque année depuis trois ans et dans le cadre de la liaison troisième-seconde, les élèves du collège Jean-Moulin d'Uckange et ceux du lycée Saint-Exupéry de Fameck participent de concert au rallye mathématique de Lorraine organisé par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP), encadrés par des professeurs performants et dévoués, Cindy Marasse et Hélène Billon. Le concours a eu lieu en avril et durant une heure trente, les élèves ont



Les élèves de 3e de Jean-Moulin et de 2e de Saint-Exupéry primés au rallye mathématique. Photo RL.

réfléchi, en groupes, à dix problèmes plus une question subsidiaire qui permet de départager les ex-aequo, et ont complété une fiche réponse envoyée à l'APMEP. Les vingt et un élèves issus de deux classes du collège (3e Arendt et 3e Rousseau) se sont rendus au lycée et ont travaillé avec la classe de 2nde 1 à la résolution de ces problèmes. De par la constitution inhabituelle du groupe, ils ne pouvaient être classés dans la catégorie seconde mais, pour avoir égalé la seule classe de seconde ayant obtenu le maximum de points (40), l'APMEP leur a remis un prix spécial. Ses représentants sont venus vendredi au lycée de Fameck féliciter les élèves pour l'excellence de leurs résultats et leurs professeurs pour la qualité de leur enseignement. Ils ont remis à chacun un diplôme et des puzzles mathématiques et l'Association socio-éducative du lycée et le collège ont offert une place de cinéma. Les élèves ont ensuite partagé un goûter offert par le lycée.

Dans un message envoyé le 26 mai par Françoise Jean qui a remis les prix avec Walter Nurdin, au nom de l'APMEP, aux heureux lauréats du collège Le Tertre et du lycée de Remiremont.

*Voici quelques photos des heureux bénéficiaires de nos cadeaux à Remiremont. (...) Le Principal du collège et la Proviseure adjointe étaient présents, ont valorisé le travail des élèves, celui des enseignants et replacé cette opération dans le cadre de la liaison collège-lycée.*



Photos Apmep

Rappelons le palmarès de ce Rallye. Pour les collèges : 1<sup>er</sup> prix, 3<sup>ème</sup> D du collège Le Tertre de Remiremont ; 2<sup>e</sup> prix, 3<sup>ème</sup> 1 du collège Jean Mermoz de Marly ; 3<sup>e</sup> prix, 3<sup>ème</sup> 1 du collège Paul Langevin d'Hagondange. Pour les lycées : 1<sup>er</sup> prix, 2<sup>nde</sup> 3 du lycée Fabert de Metz; 2<sup>e</sup> prix, 2<sup>nde</sup> 1 du lycée Mangin de Sarrebourg; 3<sup>e</sup> prix, 2<sup>nde</sup> 7 du lycée André Malraux de Remiremont  
un prix spécial a été décerné à la classe de 2<sup>nde</sup> 1 du lycée saint-exupéry de fameck et à la classe de 3<sup>ème</sup> du collège jean moulin d'uckange qui ont participé ensemble au rallye et ont livré la meilleure production.

## Les mathématiques, un jeu d'enfants

*Lu dans le Républicain Lorrain du 1er avril (édition de Metz).*

*Nous regrettons cependant que le journaliste n'ait pas cité l'APMEP, créatrice des mallettes de jeux mathématiques évoquées dans l'article. Six membres de l'APMEP ont participé à l'animation de cette journée, activité qu'ils pratiquent tout au long de l'année dans le cadre de clubs, de N.A.P. (nouvelles activités périscolaires, dans les écoles primaires), etc.*

**SABLON.** — La 4e édition de la Semaine des mathématiques a eu pour thème "Les mathématiques nous transportent". Dans la circonscription de Metz-Sud, les élèves de douze classes messines de cycle 3 se sont rencontrés au gymnase André-Malraux, au Sablon, autour d'ateliers et d'un rallye sur les maths, soit 290 élèves et 48 encadrants, parents et professeurs.

Diverses activités ont été proposées : la cryptographie, la musique, les arts visuels, la danse, le jeu d'échecs, des valises de jeux mathématiques, le scratch (un nouvel outil de programmation), les jeux de calcul mental du site [Calcul@tice](http://Calcul@tice), la chasse au trésor, le labyrinthe et le mini-bridge.



(Photo Républicain Lorrain)

Anaïs, 10 ans, a découvert le calcul mental sur l'application *Mathador*, grâce à une tablette : « Il y a différents niveaux de difficulté, mais à la fin je trouve toujours le résultat, cela ressemble à l'émission "Des chiffres et des lettres". »

Peyza, 11 ans, a quant à elle tenté de sortir d'un labyrinthe : « Il faut bien se concentrer, surtout avec le champ visuel diminué par une boîte que l'on porte à mi-hauteur sur notre tête. Il faut suivre les lignes au sol selon une logique et trouver la sortie ».

Le dernier raisonnement sera pour les joueurs d'échecs. Melissa, 10 ans, a découvert ce jeu de stratégie spatiale qui, selon elle, « nécessite de beaucoup réfléchir, tout en s'amusant avec mes copines ».

## Chouette, des maths !

*Lu dans le Républicain Lorrain du 8 mai 2015, rubrique WALDWEISTROFF*

Une animation ayant pour thème les mathématiques a eu lieu à l'école élémentaire de Waldweistroff. Les élèves de CP, CE1 et CE2 ont manipulé des jeux et casse-tête géométriques. Il s'agissait d'être logique, imaginatif, d'accepter de ne pas trouver tout de suite la solution, de ne pas laisser tomber. Ces activités ont été proposées par l'Association des Professeurs de mathématiques, dont deux enseignants retraités animaient ces trois demi-journées.

Les élèves se sont impliqués dans les différents ateliers proposés, ils ont su être persévérants... Une expérience à renouveler !



(Photo Républicain Lorrain)

## JOURNÉE RÉGIONALE : 16 mars 2016

La Journée régionale des mathématiques aura lieu le mercredi 16 mars prochain, à la Faculté des Sciences (sur le campus de Vandœuvre) le matin et au lycée Jacques Callot l'après midi.

### APPEL À ATELIERS

Un des temps forts, gage de réussite de cette journée, est la présentation d'ATELIERS. Le but de ces ateliers est de permettre de partager, d'échanger, de transmettre, de susciter la curiosité, d'ouvrir des pistes, de débattre... sur des sujets en rapport avec les mathématiques et leur enseignement.

Ces ateliers doivent être **variés et nombreux** : il serait bon qu'il y en ait une vingtaine, et nous avons déjà quelques pistes. Nous lançons donc un appel auprès de tous les collègues qui voudraient en animer un. Ces ateliers se dérouleront l'après-midi, durant 1 h 20 et pourront rassembler chacun de 20 à 30 participants.

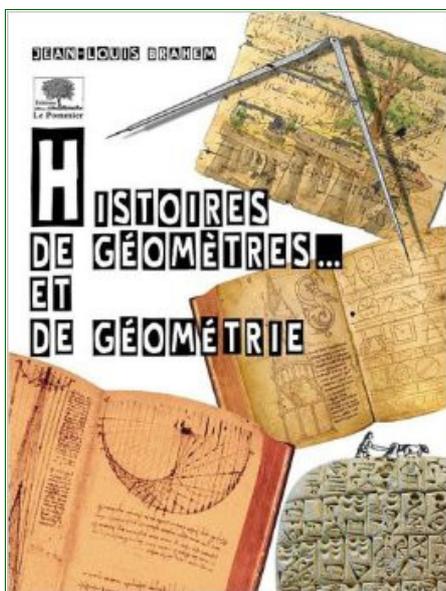
Envoyez vos propositions le plus rapidement possible à [valerie.pallez@ac-nancy-metz.fr](mailto:valerie.pallez@ac-nancy-metz.fr).

**Nous comptons sur vous !**

### NOTES DE LECTURE

## Histoire de géomètres... et de géométries

*En pleine lecture, un de nos adhérents trouvant ce livre passionnant a eu envie de nous faire partager ses moments de bonheur. L'auteur, Jean-Louis Brahem, est architecte et enseigne à l'École d'architecture et de paysage de Lille.*



La géométrie vit depuis l'Antiquité dans la vie quotidienne des gens... Nous redécouvrons sa beauté aux côtés d'un arpenteur de Babylone, qui doit résoudre de délicats problèmes de partage sans connaître ni le théorème de Pythagore ni celui de Thalès. Quelques siècles plus tard nous suivons les aventures du jardinier d'Erathostène à Alexandrie, puis c'est un maçon bâtisseur de cathédrales qui nous guide à travers les problèmes qu'il rencontre et leurs élégantes solutions.

Le livre se lit comme un roman, il est rempli d'illustrations magnifiques et de démonstrations lumineuses ! Le résultat d'un travail colossal, un vrai régal à mettre entre toutes les mains... Loïc.

<http://www.editions-lepommeier.fr/ouvrage.asp?IDLivre=501>

**DANS NOS CLASSES****Moyens de locomotion futuristes**

Par Thi-Tuong-Vi FABBIAN  
Collège Emilie Carles, Ancerville (55)

Lors de la semaine des Mathématiques 2015, dont le thème était « Les Mathématiques nous transportent... », les élèves de 4ème B du collège ont réinvesti leurs connaissances sur les solides pour se lancer dans un projet de groupe. Tels des concepteurs, ils se sont lancés dans la fabrication de moyens de locomotion futuristes...

**Objectifs du projet :**

- réinvestir les connaissances de 4<sup>e</sup> et des années antérieures sur les solides (vocabulaire, représentation en perspective, constructions, patrons...)
- construire un moyen de locomotion à l'aide de divers solides dont au moins 1 cône de révolution (ou 1 cylindre de révolution) et 1 pyramide, et présenter le projet à l'aide d'une affiche.
- se concerter pour rendre une production de groupe : objet final et affiche.

**Description :**

Outre les objectifs cités ci-dessus, je souhaitais en particulier remotiver mes élèves, dont la concentration en classe est souvent « absente » pour plusieurs. Après une courte présentation et quelques explications, les voilà autonomes et embarqués pour deux, même trois séances... car la mise en route fut un peu longue selon les groupes. La constitution des groupes de 4 élèves (maximum) n'était pas imposée.

La **première séance** a été consacrée à la réflexion et au choix du moyen de locomotion. Les élèves ont décidé de quels solides ils auraient besoin et déterminé les dimensions souhaitées. Les tâches étant réparties au sein du groupe, chacun commence à construire ses solides à l'aide de scotch et de cartons fins (de récupération rapportés par leur soin – boîtes de céréales, boîtes à mouchoirs etc.), avec interdiction d'utiliser la boîte telle quelle. Certains ont aussi utilisé du papier Canson.

Pour la séance suivante, les élèves devaient finir quelques solides chez eux.

A la **deuxième séance**, les élèves ont assemblé leurs solides, quitte à en construire d'autres encore, pour obtenir l'objet final. Ils ont fait une ébauche du contenu de leur affiche (nom de l'objet, liste et nombre de chaque type de solides utilisés et dimensions choisies, représentation en perspective de chaque type de solide apparus, rubrique « Petit Défi » avec une énigme en rapport avec le moyen de locomotion choisi). Certains groupes ont même commencé leur affiche.

La **troisième et dernière séance** a permis les ajustements : finitions de l'affiche, résolution de l'énigme. Ceux qui le souhaitaient pouvaient peaufiner leur affiche pour le cours suivant. En revanche, l'objet final a été ramassé pour évaluation à la fin de la séance. Chaque groupe disposait, outre les consignes écrites, du tableau suivant pour les critères d'évaluation.

**NOM de l'objet final :**

Critères d'évaluation		Items du socle
Objet final	Originalité	<b>3-A</b>
	Présence des solides exigés dans l'objet	<b>3-B</b>
	Soin dans la production	<b>3-E</b>
Travail de groupe	Respect des consignes, écoute au sein du groupe	
Affiche	Mise en forme et contenu	<b>RE</b>
	Rubrique « Petit Défi ! »	<b>CO</b>

**Analyse :** Certains groupes ont eu du mal à démarrer le projet : des élèves ont subi la présence d'autres camarades, car je ne voulais pas de groupes de plus de 4 élèves, si bien qu'ils ne se parlaient pas vraiment. D'autres n'arrivaient pas à se mettre d'accord sur l'objet final. Il fallait donc gérer ces débuts délicats.

Cette étape était un peu désespérante, je l'avoue, car je voyais l'heure avancer et peu de solides construits.

Les deux autres séances ont permis un rappel sur les patrons de cônes pour les plus courageux, une mise au point du patron de cylindre et des précisions sur le vocabulaire de géométrie.

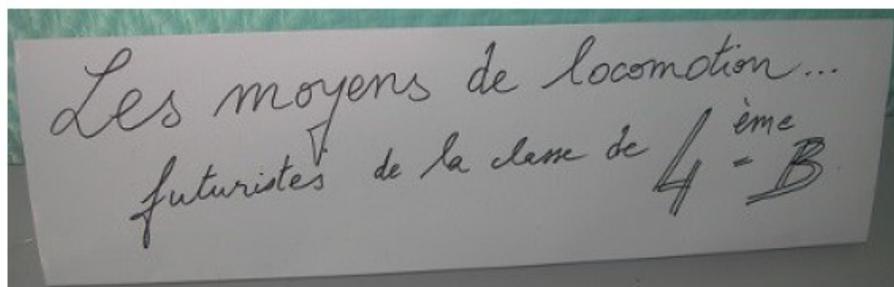
Finalement, au bout des trois séances, je ne regrette pas d'avoir lancé ce projet avec ces élèves, car tous, même les groupes délicats du début, ont produit un travail satisfaisant...

Quand une de mes élèves de 3<sup>ème</sup> a su que les 4<sup>e</sup> ont fait ce projet durant la semaine des mathématiques, elle s'est exclamé : « Oh, ils ont de la chance !... »

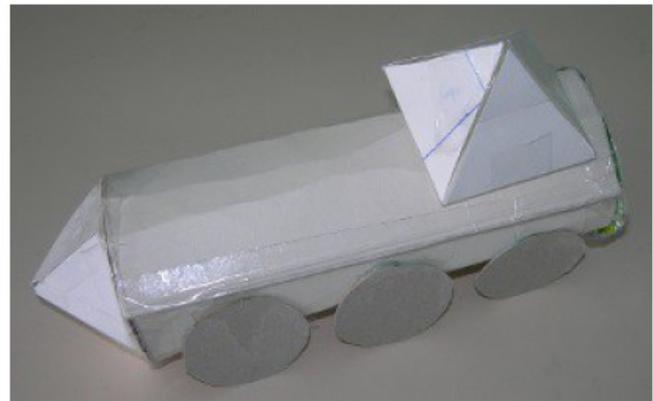
### **Prolongements possibles :**

Je souhaitais, initialement, les faire passer à l'oral pour présenter leur projet et expliquer pourquoi ils avaient choisi tel objet final. Un groupe volontaire aurait pu également réaliser une affiche sur le métier de concepteur de moyens de locomotion, au travers d'une recherche documentaire, avec des questionnements pour les guider (analyse des qualités nécessaires, du lien avec les mathématiques, des études à suivre...).

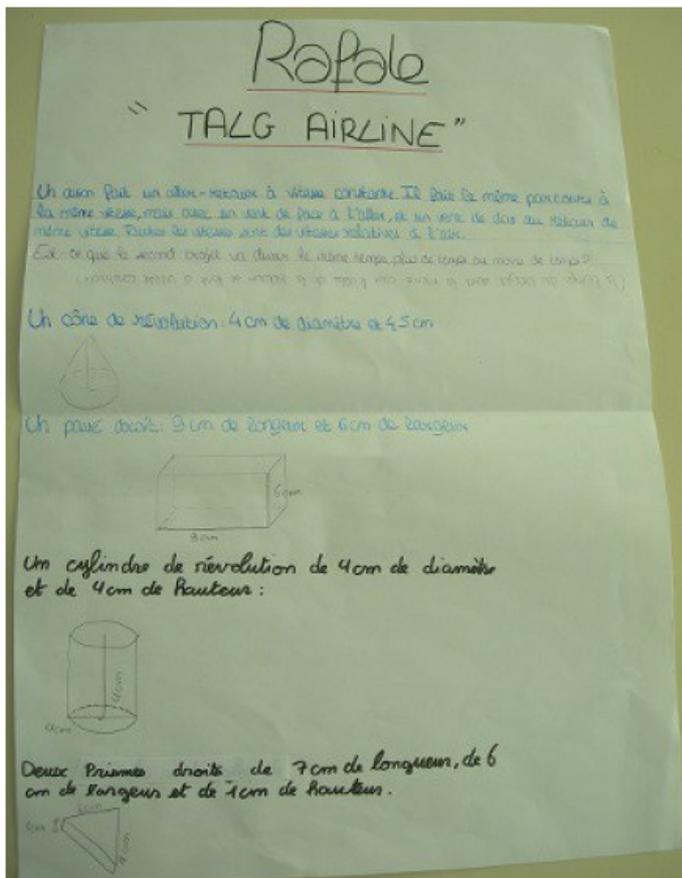
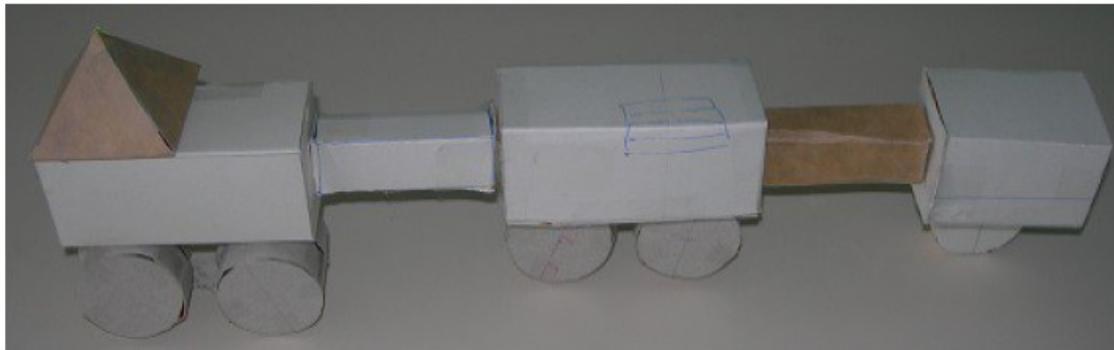
Par manque de temps, je n'ai pas fait ces prolongements.



Le train JJCC →



Le train à 7 roues. Pour l'anecdote : ce groupe, imposé par la force des choses (les 3 élèves restants), avait perdu une des roues... ↓



Un avion fait un aller et retour à vitesse constante. Il fait le même parcours à la même vitesse, mais avec un vent de face à l'aller, et un vent de dos au retour à la même vitesse. Toutes les vitesses sont des vitesses relatives à l'air.

Est-ce que le second trajet va durer le même temps, plus de temps, ou moins de temps ?

Un cône de révolution : 4 cm de diamètre et 4,5 cm

Un pavé droit : 9 cm de longueur et 6 cm de largeur.

Un cylindre de révolution de 4 cm de diamètre et de 4 cm de hauteur.

Deux prismes droits de 7 cm de longueur, de 6 cm de largeur et de 1 cm de hauteur.





**La fusée de Kido.**

1. une pyramide à base carré de 6cm.
2. un cylindre de 25 cm.
3. un prisme droit de 9 x 4 cm.
4. 2 petites pyramide de 3 x 5 cm
5. un prisme droit de 3 x 5 cm.
6. un prisme droit de 8 x 3 cm.

Il y a 10 solides.

**Enigme :**

Une fusée parcourt 8 km par seconde.  
Combien de kilomètres parcourt-elle en trois quarts d'heure ?

3/4 d'heure = 45 minutes = 2700 secondes  
 $2700 \times 8 = 21600 \text{ km}$   
 La fusée parcourt 21 600 km en 3/4 d'heure



Houloucoupitière É.C.L.A. 55

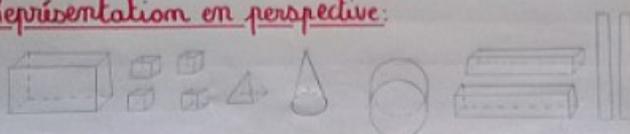
- Il y a 3 pavés droits, le gros pavé droit mesure 4,7 cm sur 5 cm. Et les deux plus petits mesurent 4 cm sur 1 cm.
- Les quatre petits cubes mesurent environ 1,5 cm.
- Un cylindre de 2 sur 3 cm de diamètre.
- Un cône de 4,5 cm de diamètre et de hauteur 9 cm.
- Une pyramide de 1 cm de base de 1,2 cm de hauteur.
- Et 2 rectangles de 15 cm de

Qui suis-je ?

- Mon premier, entoure de nombreux jardins.
- On dort dans mon deuxième.
- Mon troisième est la moitié de coco.
- Mon quatrième est le son de la 16<sup>ème</sup> lettre de l'alphabet.
- Les paysans cultivent mon cinquième.

Et mon tout est un appareil d'aviation qui s'élève et se déplace grâce à des hélices.

Représentation en perspective:



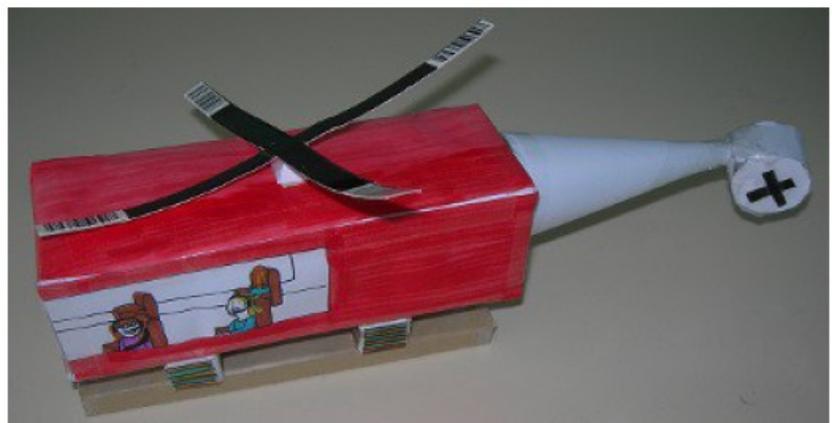
### Houloucoupitière É.C.L.A. 55

- Il y a trois pavés droits, le gros pavé doit mesurer 4,7 cm sur 5 cm. Et les deux plus petits mesurent 4 cm sur 1 cm. Et les deux plus petits mesurent 4 cm sur 1 cm
- Les quatre petits cubes mesurent environ 1,5 cm.
- Un cylindre de 2 sur 3 cm de diamètre.
- Un cône de 4,5 cm de diamètre de hauteur 9 cm.
- Une pyramide de 1 cm de base de 1,2 cm de hauteur.
- Et deux rectangles de 15 cm de longueur et 1 cm de largeur.

### Qui suis-je ?

- Mon premier entoure de nombreux jardins.
- On dort dans mon deuxième.
- Mon troisième est la moitié de coco.
- Mon quatrième est le son de la 16<sup>ème</sup> lettre de l'alphabet.
- Les paysans cultivent mon cinquième.

Et mon tout est un appareil d'aviation qui se déplace grâce à des hélices.



*Note de la rédaction : nous n'avons pas corrigé les omissions, imperfections ou erreurs qui figuraient sur les affiches des élèves. Pour faciliter votre lecture ; nous avons recopié certains énoncés qui étaient peu lisibles.*

**MATHS ET PHILO**

Par Didier Lambois,  
Lycée Ernest Bichat, Lunéville

## Antoine COURNOT



A vouloir être partout, les esprits encyclopédiques ont parfois du mal à se faire une place. Mathématicien de formation, mais aussi philosophe, économiste, pédagogue, recteur de l'académie de Grenoble et de Dijon, président du jury de l'agrégation de mathématiques, etc. Antoine Augustin Cournot (1801-1877) reste méconnu des mathématiciens comme des philosophes et seuls les penseurs anglo-saxons lui accordent une place honorable dans l'histoire des connaissances en le considérant comme le pionnier de l'économie mathématique. Ses écrits, nombreux et variés, méritent pourtant de ne pas tomber dans l'oubli. Citons, parmi les plus importants, les *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (1838), le *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal* (1841), *De l'origine et des limites de la correspondance entre l'algèbre et la géométrie* (1843), *l'Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique* (1851), mais surtout *l'Exposition de la théorie des chances et des probabilités* (1843) qui place le hasard et les probabilités au centre de toute sa réflexion.

### Le relatif admet différents degrés

Au début du XIX<sup>e</sup> siècle la réflexion philosophique est profondément marquée par les travaux de Kant (1724-1804) qui ont su montrer les limites de notre raison et mettre en évidence le caractère irrémédiablement relatif de nos connaissances. Mais le relatif admet différents degrés ; si nos connaissances sont relatives, si l'absolu nous est effectivement inaccessible, si les connaissances ne sont que probables, nous devons et nous pouvons néanmoins nous efforcer d'apprécier et de mesurer cette probabilité. C'est ce que propose et ce qu'explique Cournot dans ses ouvrages. Il distingue la probabilité mathématique que l'on peut aisément quantifier (la chance qu'a un événement de se produire est « *le rapport du nombre des chances favorables à l'événement au nombre total des chances* ») et la probabilité philosophique qui, elle, ne peut être appréciée qu'à partir de considérations liées à l'ordre et à la rationalité des choses elles-mêmes. Ces probabilités, qui motivent nos inductions, nos raisonnements par analogie etc., engendrent une conviction plus ou moins forte qui ne peut bien sûr être mesurée aussi aisément qu'en mathématiques, mais c'est sur cette conviction que s'appuie notre science. Ce faisant, Cournot redonne au probabilisme<sup>1</sup> ses lettres de noblesse, et cette idée sera largement prise en compte par l'épistémologie du XX<sup>e</sup> siècle. « *À la logique du nécessaire fondée par Aristote, Cournot a ajouté la logique du probable* » dit F. Mentré<sup>2</sup>. A notre conception binaire du vrai/faux fait place le probable. Mais le probable pose aussi la question du hasard.

### Hasard et nécessité

Contrairement à ce que pense Laplace (1749-1827), Cournot estime que le hasard n'est pas seulement un vain mot qui ne servirait qu'à masquer notre ignorance. Pour lui le hasard existe, il a une réalité, et il en donne une explication très simple. « *Les événements amenés par la combinaison ou la rencontre d'autres événements qui appartiennent à des séries indépendantes les unes des autres, sont ce qu'on nomme des événements fortuits, ou des résultats du hasard*<sup>3</sup> ». Le hasard n'est que la rencontre de séries causales indépendantes les unes des autres, il n'exclut

<sup>1</sup> Le terme est initialement utilisé pour désigner la doctrine sceptique professée au III<sup>e</sup> siècle av. J.-C. par la Nouvelle Académie. Il s'applique à toute doctrine qui affirme que toute vérité ne peut être que probable, à l'exception bien évidemment des vérités mathématiques...

<sup>2</sup> F. Mentré, Cournot et la renaissance du probabilisme au XIX<sup>e</sup> siècle, p.620.

<sup>3</sup> *Essai sur les fondements de nos connaissances*, tome 2, chap. III, §30.

donc en rien l'idée de déterminisme, chaque série causale étant rigoureusement déterminée. Lorsqu'en vous promenant dans la forêt vous recevez une branche d'arbre sur la tête tout est rigoureusement déterminé : déterminisme mécanique (la résistance de la branche), déterminisme météorologique (le vent), déterminisme psychologique ou social (ce qui a motivé votre sortie) etc. Seule la rencontre de ces déterminismes était imprévisible. Cette définition du hasard permet de réconcilier l'idée de déterminisme et l'idée d'imprévisibilité ; mais cette notion de hasard, qui joue un si grand rôle en statistique, est aussi ce qui donne sens à la vie et à l'histoire.

Le fait historique résulte toujours d'un grand nombre de séries causales<sup>4</sup> ; si les faits s'engendraient les uns les autres de manière nécessaire et régulière il n'y aurait pas à proprement parler d'histoire. S'il y a histoire c'est parce que l'accidentel, le contingent, le fortuit, viennent se mêler au nécessaire. S'il y a histoire, dit Eric Weil<sup>5</sup>, c'est parce que nous pouvons dire : « cela aurait pu se passer autrement ». Imaginons que tout soit nécessaire, que tout soit parfaitement réglé, que l'administration puissante de l'État soit parvenue à imposer une vie strictement organisée, sans imprévu, nous entrerions alors dans une civilisation sans histoire. Le hasard et la nécessité sont constitutifs du réel, ils sont ce qui fait notre histoire, mais aussi ce qui fait l'histoire du vivant<sup>6</sup>, l'histoire du cosmos etc. Hasard et nécessité sont ce qui fait que notre science est toujours à reprendre, toujours probable... et gageons que les théories de Cournot soient probablement vraies.

**HASARD.** Certains affirment que ce mot viendrait du nom propre d'un château syrien, « El Azar », dans lequel des Croisés qui s'ennuyaient inventèrent un jeu de dés. D'autres pensent que le mot est construit à partir du mot arabe *zahr* qui signifie « fleur », et qui a donné en espagnol *azahar*, « fleur d'oranger ». Les dés portant une fleur sur l'une des faces, le mot arabe *az-zahr* a signifié « jeu de dés ». Le mot s'est d'abord appliqué à tous les jeux où n'intervient pas l'habileté du joueur, mais où le gain ou la perte sont déterminés par un ensemble de causes trop complexes pour que le résultat puisse en être prévu. Le mot hasard sert souvent à désigner la cause, ou pour certains l'absence de causes, de ce qui arrive de façon imprévue. Tout ce qui est imprévisible (et paraît de ce fait indéterminé) nous apparaît comme l'effet du hasard. De fait, nous parlons de hasard lorsque nous sommes en présence de phénomènes dont nous ne pouvons déterminer la cause ; en réalité cela ne signifie pas l'absence de causes, cela montre simplement les limites de nos connaissances actuelles et l'incapacité dans laquelle nous sommes d'appréhender des événements trop complexes. Le hasard, dit Cournot, peut aussi être pensé comme ce qui résulte de la rencontre de plusieurs séries de causes indépendantes. Cette rencontre donne au phénomène observé un caractère imprévisible, mais ce dernier est explicable après coup. Seule la rencontre elle-même de ces séries causales reste inexplicable, et c'est ce qui conduit certains à y voir une intention d'un être (Destin ou Dieu) dont nous ignorerions les voies mystérieuses. « *Le hasard est donc le mécanisme se comportant comme s'il avait une intention* » (Bergson, *Les deux sources de la morale et de la religion*). Une branche qui tombe dans la forêt ne fait pas naître en nous l'idée de hasard, il en est tout autrement si elle tombe sur notre tête.

<sup>4</sup> C'est d'ailleurs ce qui explique, entre autre, que l'histoire ne puisse être une science au sens strict du terme. L'historien ne peut expliquer, il ne peut pas isoler une cause, la cause unique et précise d'un événement, il est condamné à choisir son explication, condamné à interpréter. L'explication du passé, dit Cournot, est tout aussi limitée que la prévision de l'avenir, et ce pour les mêmes raisons.

<sup>5</sup> Philosophe français d'origine allemande, né en 1904 et décédé en 1977.

<sup>6</sup> Cournot s'intéressera à ces questions de biologie dans *Matérialisme, vitalisme, rationalisme* (1875).

## Pavages en Terminale A.A.

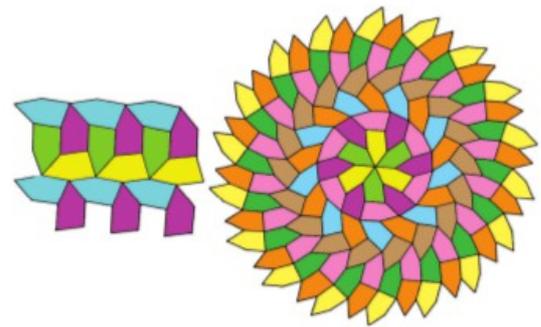
Par Loïc Terrier, Lycée Henri Loritz, Nancy

C'est la première année que j'ai des terminales « Arts Appliqués », et leur programme est assez différent de ce que j'ai pu enseigner jusqu'ici. Pas trop de fonctions, ni probas ni stats, mais par contre de la perspective centrale, des coniques et... des pavages !

Le programme, concernant les pavages, est très modeste. Il ne s'agit pas de donner la classification des groupes de paveurs, ni d'entrer dans de grandes considérations théoriques ! Néanmoins, une fois que l'on a montré que tout triangle et tout quadrilatère pave le plan, on est tenté d'aller chercher un peu d'originalité... Ce que font d'ailleurs les quelques sujets du bac disponibles.

En fouinant un peu sur la toile, je suis tombé sur un article très intéressant de Jean-Paul Delahaye concernant les pavages pentagonaux (Pour la science n°432, octobre 2013). Il y raconte comment des mathématiciens se sont successivement trompés quant au nombre de classes de pentagones convexes paveurs <sup>(1)</sup> : on a longtemps pensé qu'il n'y en avait que cinq, puis huit, et aujourd'hui on en connaît quatorze, sans être sûr que la liste soit close !

Un pavage en particulier m'a intrigué (voir ci-contre). Le pavé utilisé a tous ses côtés de même longueur, et permet de réaliser des pavages périodiques (ie tels qu'il existe deux translations indépendantes les laissant invariants) ou non périodiques.



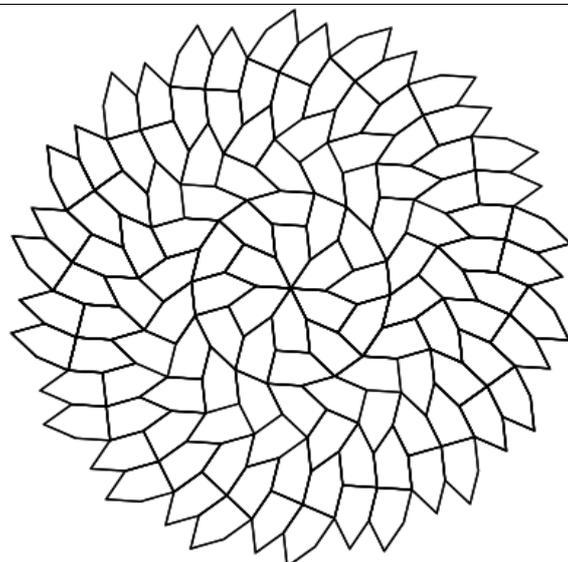
2. L'UNIQUE PENTAGONE dont les angles vérifient les relations  $A + 2B = C + 2E = A + C + 2D = 360^\circ$  permet de construire plusieurs pavages différents, périodiques (comme ci-dessus à gauche) ou non (comme ci-dessus à droite).

J'ai essayé de construire ce pentagone sur GeoGebra, à l'aide des relations d'angles indiquées, mais je n'y suis pas parvenu, la figure que j'obtenais ne permettait aucun des deux pavages représentés. J'ai donc changé d'approche, et j'ai essayé de retrouver sur les pavages les relations entre les angles. Là, miracle, tout s'arrange, les angles sont simples, les pavés s'emboîtent parfaitement ! (une erreur s'était glissée dans l'article)

J'avais l'impression de tenir les ingrédients d'une belle activité, permettant de laisser aux élèves le soin de chercher eux-mêmes les relations angulaires et d'avoir le plaisir de construire leur pavage. J'ai produit l'énoncé suivant :

Le pavage ci-contre a été réalisé à l'aide de pentagones identiques. Chacun de ces pentagones a ses 5 côtés de même longueur.

1. Réaliser une figure approximative d'un pentagone. Les sommets seront notés  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ , en prenant pour  $A$  le sommet où l'angle est le plus petit, et  $B$  le sommet où l'angle est le plus grand.
2. A partir d'observations sur le pavage, déterminer la valeur de  $\hat{A}$ , puis d'autres relations entre les autres angles.
3. Calculer la valeur de chacun des angles.
4. Montrer que le pentagone  $ABCDE$  peut s'obtenir en accolant un triangle équilatéral et un losange.
5. Construire  $ABCDE$  sur **GeoGebra**.
6. A l'aide de ce pentagone et de transformations bien choisies, réaliser un pavage **périodique**.
7. Réaliser un second pavage périodique, différent du premier !



Et voilà, bien content de moi, j'ai proposé cette activité aux élèves...

Bon, ça ne s'est pas du tout passé comme je pensais ! Sur un groupe de 15 élèves, une seule a très vite trouvé la valeur de tous les angles, elle a construit sans trop de peine le pentagone et a passé le temps restant à essayer des pavages (son côté artistique prenant le dessus, elle a néanmoins refusé de chercher un pavage simple!).

En fait, si la valeur de l'angle en A n'a pas posé de problème, c'est la surabondance de relations entre les angles qui a noyé les élèves. Au bout de quelques temps, voyant que ça n'avancait pas et que certains commençaient à se décourager, j'ai proposé de recueillir les différentes égalités d'angles au tableau. Malheureusement, en l'absence de points sur la figure, il était compliqué de savoir d'où ces égalités venaient ! Les choses ne se sont pas arrangées ensuite, puisqu'en essayant de tirer les angles des diverses relations j'ai obtenu un résultat visiblement faux (un angle égal à  $90^\circ$ ). A ce stade, la plupart des élèves ont décroché... J'ai encore un peu cherché, puis me suis décidé à donner les angles pour passer à la construction. Le travail sur ordinateur aurait pu porter ses fruits car les élèves sont maintenant habitués à travailler sur GeoGebra, mais ils ont seulement eu le temps de construire la figure, pas de chercher le pavage.

Mon activité était, je pense, trop ambitieuse pour le temps imparti et, sous sa forme originale, destinée à des élèves aimant chercher... Ce qui n'est malheureusement pas le cas de tous nos élèves, il faut bien l'admettre. Bien décidé à sauver mon activité, j'ai réfléchi à un autre énoncé : pour aider les élèves à calculer les angles, sans pour autant tout leur donner directement, j'ai nommé les points « stratégiques » et écrit les différentes égalités à trouver.

Le pavage ci-dessous a été réalisé à l'aide de pentagones identiques. Chacun de ces pentagones a ses 5 côtés de même longueur.

1. Réaliser une figure approximative de ce pentagone.

Les sommets seront notés  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ , en prenant pour  $A$  le sommet où l'angle est le plus petit, et  $B$  le sommet où l'angle est le plus grand.

2. A l'aide du point  $P$ , déterminer la valeur de  $\hat{A}$ .

3. Associer à chaque point la relation entre les angles correspondante :

- $Q$             ①  $2\hat{C} + 2\hat{D} = 360^\circ$
- $R$             ②  $2\hat{E} + \hat{C} = 360^\circ$
- $S$             ③  $2\hat{D} + \hat{B} = 360^\circ$
- $T$             ④  $\hat{A} + 2\hat{C} + \hat{E} = 360^\circ$

4. A l'aide des relations ② et ④, calculer la mesure des angles  $\hat{C}$  et  $\hat{E}$ .

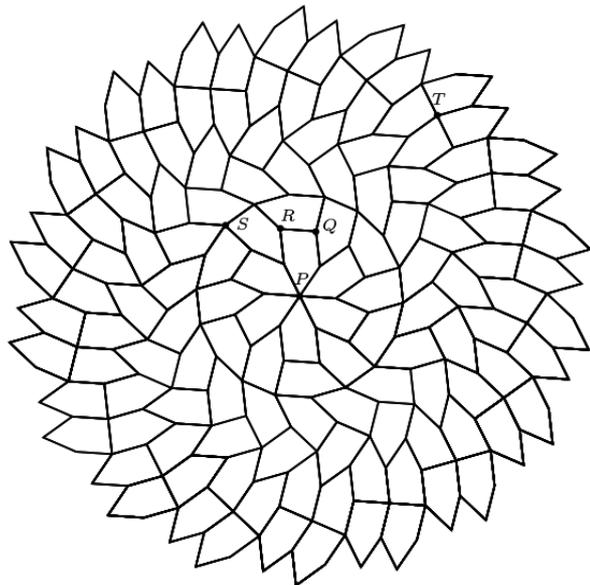
5. En déduire la valeur des autres angles.

6. Montrer que le pentagone  $ABCDE$  peut s'obtenir en accolant un triangle équilatéral et un losange.

7. Construire  $ABCDE$  sur **GeoGebra**.

8. A l'aide de ce pentagone et de transformations bien choisies, réaliser un pavage **périodique**.

9. Réaliser un second pavage périodique, différent du premier !



Reste que l'obtention d'un pavage périodique n'est pas complètement évidente, et le format d'une heure pour cette séance reste très optimiste.

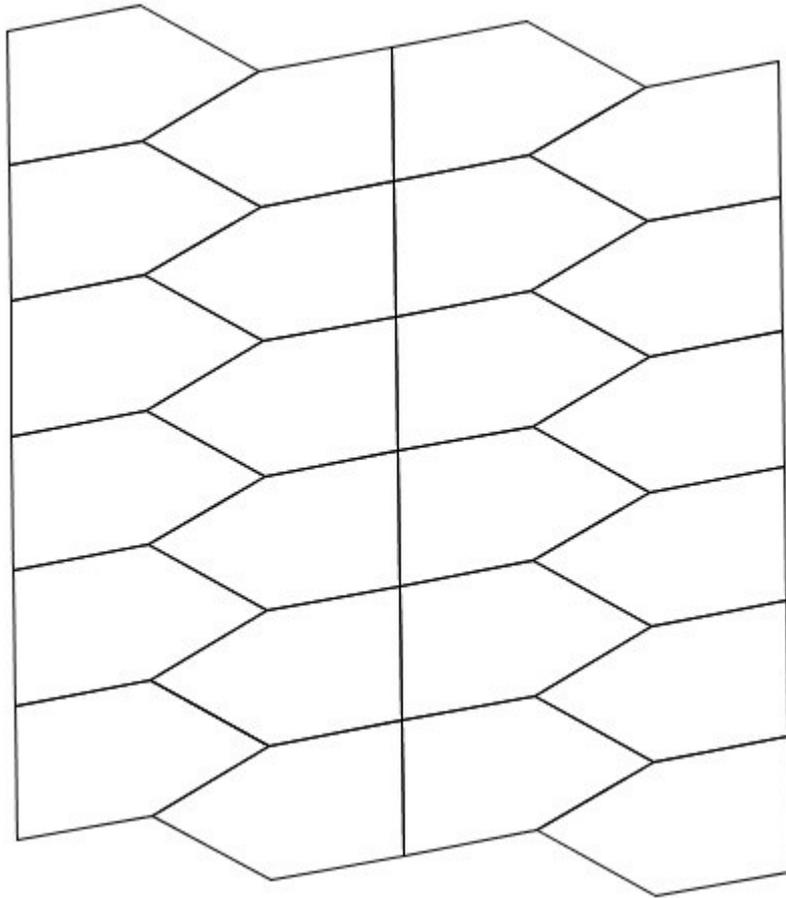
Une autre piste : réaliser les pentagones et les faire manipuler par les élèves avant de passer à la construction théorique utilisant les transformations ! (Les pièces ci-contre ont été réalisées dans un « fab-lab » à l'aide d'une découpe au laser...).

Il semble qu'il existe de nombreux pavages réguliers possibles !



(<sup>1</sup>) Voir : <http://images.math.cnrs.fr/L-enigme-des-pentagones.html>

Et voici, pour ceux qui voudraient faire réaliser par leurs élèves des pavages à l'aide de ces pentagones, une planche à reproduire en x exemplaires et à découper.



Ci-joint également une photo d'un autre pavage apériodique (œuvre collective)



## Des *Stella Octangula* en Meuse et ailleurs

Par François DROUIN

Ces quelques pages reprennent et complètent un des billets mathématiques proposés par l'A.P.M.E.P. Lorraine à l'Est Républicain pendant la semaine des mathématiques de mars 2015.



A l'entrée de l'abbaye de **Jovilliers**, commune de **Stainville** près d'Ancerville



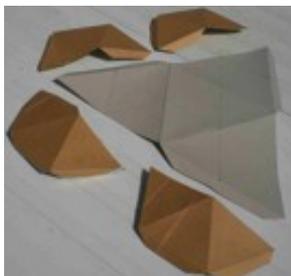
A l'entrée de l'ancien presbytère de **Stainville** près d'Ancerville



Sur un linteau de porte à **Houdelaincourt** près de Gondrecourt le Château

Dans des lieux peu éloignés l'un de l'autre, le promeneur amateur de géométrie aura le regard attiré par ces formes géométriques nommées *Stella Octangula* ou *octangles étoilés* au XVII<sup>ème</sup> siècle par Kepler mais connues dès le début du XVI<sup>ème</sup> siècle par Lucas Pacioli. Il se posera sans doute des questions à propos du choix d'un tel solide à l'entrée d'un bâtiment religieux. La *Stella Octangula* peut être perçue comme deux tétraèdres réguliers entrecroisés.

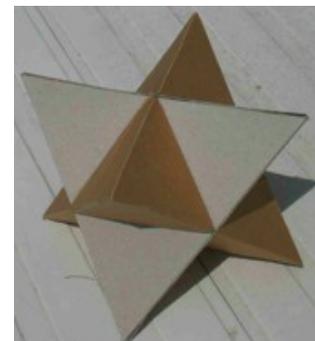
### Une première méthode pour construire une *Stella Octangula* :



Voici de quoi construire un grand tétraèdre et quatre petits tétraèdres « non fermés » de longueur d'arête moitié de celle du grand tétraèdre.



Les petits tétraèdres sont fixés sur les faces du grand tétraèdre.



Le grand tétraèdre est assemblé, une *Stella Octangula* est construite.

Le choix de couleurs différentes pour le grand tétraèdre et les quatre petits tétraèdres « non fermés » facilite la vision des deux grands tétraèdres emboîtés.

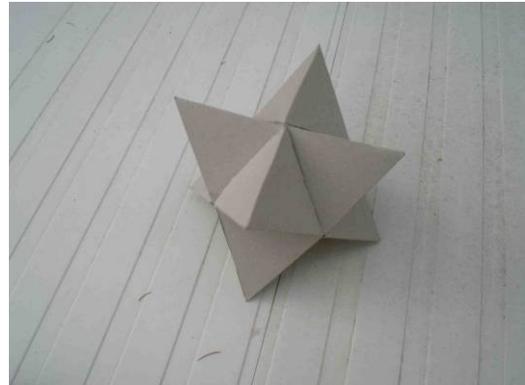
### Une première méthode pour calculer le volume d'une *Stella Octangula*

La longueur de l'arête du grand tétraèdre est le double de celle d'un petit tétraèdre. Le volume du grand tétraèdre est donc égal à huit fois celui du petit tétraèdre. Quatre petits tétraèdres ont été accolés. Le volume de la *Stella Octangula* est donc égal à douze fois le volume d'un petit tétraèdre.

### Une deuxième méthode pour construire une *Stella Octangula*



Un tétraèdre régulier est collé sur chacune des faces d'un octaèdre régulier de même longueur d'arête.

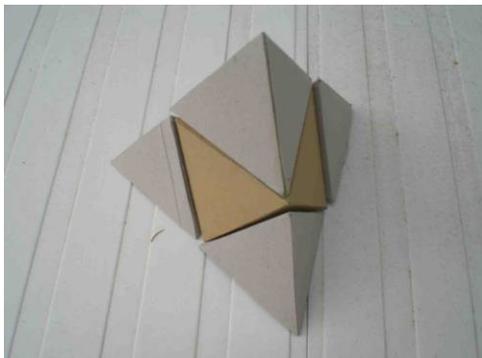


Les huit tétraèdres réguliers peuvent être assemblés et être collés sur l'octogone régulier.

L'assemblage de huit tétraèdres non fermés permet d'imaginer un développement de la *Stella Octangula*.

### Une deuxième méthode pour calculer le volume d'une *Stella Octangula*

Exprimons le volume de l'octaèdre en fonction du volume d'un petit tétraèdre.

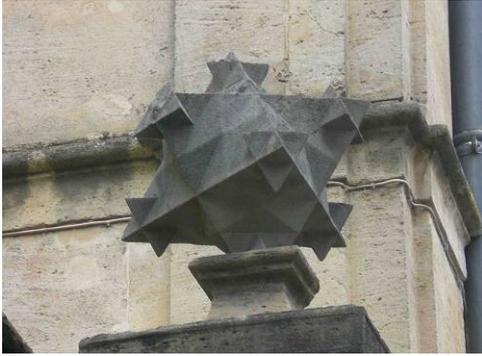


En utilisant quatre tétraèdres et un octaèdre de même longueur d'arête, les utilisateurs de notre exposition « Objets Mathématiques » savent construire un tétraèdre de dimensions doubles de celles du petit tétraèdre. Le volume du grand tétraèdre est donc égal à huit fois celui du petit tétraèdre. Le volume de l'octaèdre est donc égal à quatre fois le volume d'un petit tétraèdre.

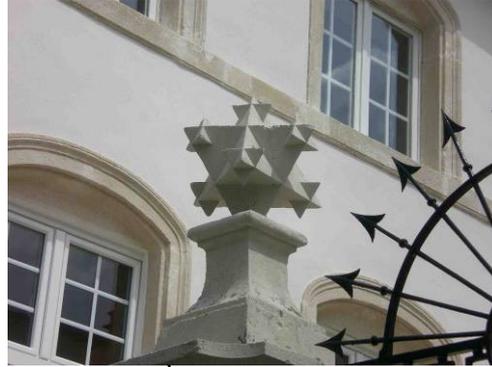
Huit petits tétraèdres ont été accolés à l'octaèdre. Le volume de la *Stella Octangula* est donc égal à douze fois le volume d'un petit tétraèdre.

.../...

## Des versions fractales de la *Stella Octangula*



À Bar-le-Duc



À Saint-Mihiel



Un adhérent de la régionale A.P.M.E.P. Champagne Ardenne en a repéré une à Saint-Fugent-des-Ormes, dans l'Orne.

Une adhérente de notre régionale en a photographié une au village Saint-Paul à Paris, exposée dans la vitrine d'un « éleveur de polyèdres ».

## Avec des élèves

La *Stella Octangula* n'est étudiée ni en collège ni en lycée mais peut être construite par assemblages de solides étudiés dès la classe de quatrième (l'octaèdre régulier sera obtenu par assemblage de deux pyramides à base carrée). Le volume de la *Stella Octangula* peut être abordé en classe de troisième avec l'effet de la multiplication des dimensions sur le volume du solide.

## Sitographie

[http://en.wikipedia.org/wiki/Stellated\\_octahedron](http://en.wikipedia.org/wiki/Stellated_octahedron) À propos des *Stella Octangula*.

<http://leblogdeclaudelothier.blogspot.fr/2010/05/stellata-octaedra.html> À propos de l'assemblage de tétraèdres réguliers sur les faces d'un octogone régulier.

<http://www.maquettes-papier.net/forumenpapier/topic4780.html> La construction d'une *Stella Octangula* en papier.

<http://www.maquettes-papier.net/forumenpapier/download/file.php?id=805&sid=542b202f4ac8edf02bbd5f153a60e5e4> . Une autre construction de *Stella Octangula* en papier.

<http://www.gerscottigersicotta.fr/archives/2011/03/23/20659482.html> Des *Stella Octangula* fractales à Tillac (Gers).

<http://compagnonnage.info/blog/blogs/blog1.php/polyedres/> De nombreux exemples en lien avec le travail des compagnons tailleurs de pierre.

<http://www.compagnonnage.info/PDF/Henri-Calhiol-Octaedres-etoiles.pdf> Issue du site précédent, l'étude de Mr Henri Calhiol à propos des octaèdres étoilés et leur recensement dans le sud ouest de la France.

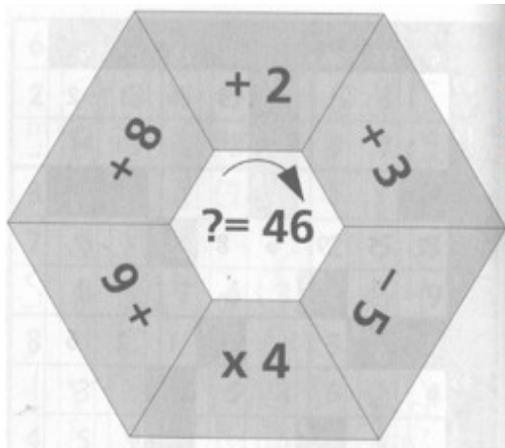
[http://christian.thibaut.free.fr/tailleur\\_pierre\\_12.htm](http://christian.thibaut.free.fr/tailleur_pierre_12.htm) Un créateur de *Stella Octangula* fractales.

## Une « roue numérique » qui voyage bien

Claire Staub, adhérente de la régionale A.P.M.E.P. Ile-de-France, enseignante au collège Paul Éluard de Brétigny-sur-Orge et fidèle lectrice du Petit Vert, a souhaité initier ses élèves de 5<sup>ème</sup> (bilangues et non-bilangues) à la D.N.L. Elle a testé dans sa classe le jeu « Zahlenrad » présenté dans le Petit Vert n°121 et nous a transmis ses énoncés et des productions de ses élèves.

### Exercice 4 (BONUS, en langue étrangère)

Tu préciseras sur ta copie la langue choisie. Cet exercice est non obligatoire et la réponse à rédiger dans la langue étrangère choisie. Il sera noté sur 3 points : 1,5 pour le raisonnement mathématique et 1,5 pour la justesse de la langue. Si tu rédiges ta réponse dans les deux langues étrangères, cela pourra te rapporter 1 point supplémentaire. Si tu as 20 au DM, les points seront reportés sur le DM5. Seule l'aide du dictionnaire et/ou du prof de langue est autorisée !



**Deutsch :** Mit einer Zahl zwischen 1 und 9 sind sechs Rechenaufgaben hintereinander im Uhrzeigersinn abzuarbeiten, um auf das Endergebnis 46 zu kommen. Beginne oben mit der ersten Rechnung (+2).

**English :** Choose a whole number between 1 and 9. Make the 6 indicated operators act clockwise in order to get the result 46 written in the central section. Start with the operator situated in the box above.

Il nous a semblé intéressant d'examiner certaines stratégies de ces élèves qui bien évidemment n'ont pas encore l'outil algébrique à leur disposition.

Premier exemple

Deutsch (11/11)  
Die ausgewählte Anzahl  
ist acht.  
weil  $8 + 2 + 3 - 5 \times 4 + 6 + 8 = 46$

English  
The selected number is eight.  
because  $8 + 2 + 3 - 5 \times 4 + 6 + 8 = 46$

Deutsch

Die ausgewählte Anzahl ist acht.

Weil  $8 + 2 + 3 - 5 \times 4 + 6 + 8 = 46$

English

The selected number is eight.

Because  $8 + 2 + 3 - 5 \times 4 + 6 + 8 = 46$

Il est raisonnable de penser que cet élève a testé les valeurs entières possibles et a constaté que le nombre qui convenait était 8. Il a justifié l'affirmation par la chaîne d'opérations amenant à 46.

Une seconde élève a travaillé à partir du résultat à obtenir et a utilisé les opérateurs « -8 », « -6 », « :4 », « +5 », « -3 », « -2 ».

Deutsch

*Ich weiße, daß ich mit der ersten Rechnung (+2) im Uhrzeigersinn beginnen muß.*

*Ich entscheide, das Gegenteil zu machen und umgelehrt zu zählen.*

*Ich beginne also mit der Endergebnis 46.*

$$\text{Ich rechne : } \frac{46-8-6}{4}+5-3-2 = \frac{32}{4}+5-3-2 = 8+5-3-2 = 8$$

*Ich finde die Zahl 8. 8 ist eine Zahl zwischen 1 und 9.*

English

*I know, that I must to make the 6 indicated operators act clockwise in order to get the result 46.*

*I decid to start with the result 46 and to count upside down.*

$$\text{I calculate : } \frac{46-8-6}{4}+5-3-2 = \frac{32}{4}+5-3-2 = 8+5-3-2 = 8$$

*I find the number 8.*

*8 is a whole number between 1 and 9.*

Cette seconde élève a travaillé à partir du résultat à obtenir et a utilisé les opérateurs « -8 », « -6 », « :4 », « +5 », « -3 », « -2 ».

Ces deux élèves n'ont eu nul besoin d'une algébrisation de la situation proposée.

En première approche, Claire STAUB avait donné dans le devoir précédent un exercice de rallye qu'elle avait traduit pour ses élèves.

### **Exercice 3 (d'après Challenge Maths Poitou-Charentes 1990, Bonus, en langue étrangère)**

Tu préciseras sur ta copie la langue choisie. Cet exercice est non obligatoire et la réponse à rédiger dans la langue étrangère choisie. Il sera noté sur 3 points : 1,5 pour le raisonnement mathématique et 1,5 pour la justesse de la langue. Si tu rédiges ta réponse dans les deux langues étrangères, cela pourra te rapporter 1 point supplémentaire. Si tu as 20 au DM, les points seront reportés sur le DM5. Seule l'aide du dictionnaire et/ou du prof de langue est autorisée !

#### **Vocabulaire spécifique**

ein gerade Zahl / even number / un nombre pair

die Differenz / the difference / la différence (qui est résultat d'une soustraction)

**Deutsch :** Der Onkel Picsou hat sein Vermögen in seine Safe verstecken. Man muss die Geheimnisnummer (vier unterschiedliche Zahlen) finden, um ihn zu öffnen. Wir haben ein paar Anzeichen, um die Geheimnisnummer zu finden :

Die erste Zahl ist eine gerade Zahl

Die Summe von der ersten und der zweiten Zahl macht fünfzehn.

Die dritte Zahl ist die Differenz zwischen der zweiten und der ersten Zahl.

Die erste Zahl ist das Produkt von der dritten und der vierten Zahl.

Suche die Geheimnisnummer, schreib die Etappen von deiner Forschung. Du musst keine Angst haben, falsche Antworten zu geben. Jede Spur von Forschung gibt Punkte.

**English :** The Uncle Picsou had hidden his fortune in a safe. To open it, you must find the secret pin composed of four different numbers. Here are some clues for this pin number :

The first number is an even number.

The Sum of the first two numbers is fifteen.

The third number is the difference between the second and the first one.

The first number is the product of the third and the fourth one.

Find the pin number, write the steps of your search. Don't be afraid to write wrong answers. You can make a score even if you don't find the secret pin.

Voici deux exemples d'écrits d'élèves. La production en langue allemande montre une facilité à rédiger et à utiliser des lettres dans les raisonnements. La production en langue anglaise montre une facilité à organiser et présenter les calculs.

### Deutsch

Die Geheimnisnummer hat vier unterschiedliche Zahlen. Die Summe von der ersten und der zweiten Zahl macht fünfzehn.

Wenn  $A = 2$  da  $B = 13$  aber das ist ein Zahl mit zwei Ziffer.

Wenn  $A = 4$  da  $B = 11$  aber das ist ein Zahl mit zwei Ziffer.

Wenn  $A = 6$  da  $B = 9$ .

Die dritte Zahl ist die Differenz zwischen der zweiten und der ersten Zahl.

Da  $B > A$  also  $C = 9 - 6$ .  $C = 3$

Wir haben  $A = C \times D = 6 = 3 \times D$  also  $D = 2$

Wenn  $A = 8$  da  $B = 7$  aber  $B < A$  also es ist nicht die Antwort.

Die Geheimnisnummer ist 6.9.3.2.

### English

The secret pin is 6932 because the first number is an even number  $< 10$ . It can be 2 / 4 / 6 or 8.

$15 - 2 = 13$  ;  $15 - 4 = 11$  ;  $15 - 6 = 9$  ;  $15 - 8 = 7$ .

So it is 6 or 8.

The difference between second and first is :  $7 - 8 = 1$  ;  
 $9 - 6 = 3$ .

$6 = 3 \times 2$ .

The product between the third and fourth one = the first.

So the secret PIN is 6932.

The secret PIN is 6932 because  
The first number is an even number  $< 10$   
it can be 2/4/6/8

$15 - 2 = 13$   
 $15 - 4 = 11$   
 $15 - 6 = 9$   
 $15 - 8 = 7$

So it is 6 or 8

1	2	3	4
6	9	3	2

The difference between second and first is  
one and three is  $7 - 8 = 1$   
 $6 - 9 = 3$

$6 : 3 = 2$

The product between the third and fourth one = the first  
now the Secret PIN is 6932

D'autres lecteurs du Petit Vert auront peut-être envie de proposer à leurs élèves des défis en langue étrangère. Ils pourront utiliser leurs compétences linguistiques et/ou solliciter les collègues de leur établissement.

L'énoncé traduit à partir d'une proposition du « Challenge Maths Poitou-Charentes 1990 » est une devinette numérique semblable à certaines questions de notre rallye régional ou issues d'échanges entre classes.

**Un exercice du rallye 2014 :** Le commissaire Girard doit taper un code à quatre chiffres pour entrer au tribunal et y témoigner. Ces quatre chiffres forment un nombre entier dont le nombre de centaines est égal au double du nombre formé par ses deux derniers chiffres, dont le chiffre des dizaines est 1 et dont la somme de tous ses chiffres est 15. Le commissaire tape 3417. La porte ne s'ouvre pas. Pourquoi ?

**Une création d'une élève de CM2 pour ses correspondants de 6<sup>ème</sup> :** Il y a 2 chiffres avant la virgule et 2 après. Mon chiffre des centièmes est égal à  $(12 - 6) - 2$ . Mon chiffre des dixièmes est égal à  $42 : 6$ . Mon chiffre des unités est égal à  $2 + 3 + 3$ . Mon chiffre des dizaines est égal à  $1 + 3$ . Qui suis-je ?

Claire Staub sera ravie de recevoir d'autres textes en langue étrangère utilisés par nos lecteurs. Les propositions envoyées à l'adresse [contact@apmeplorraine.fr](mailto:contact@apmeplorraine.fr) lui seront transmises.



**MATH  
&  
MEDIA**



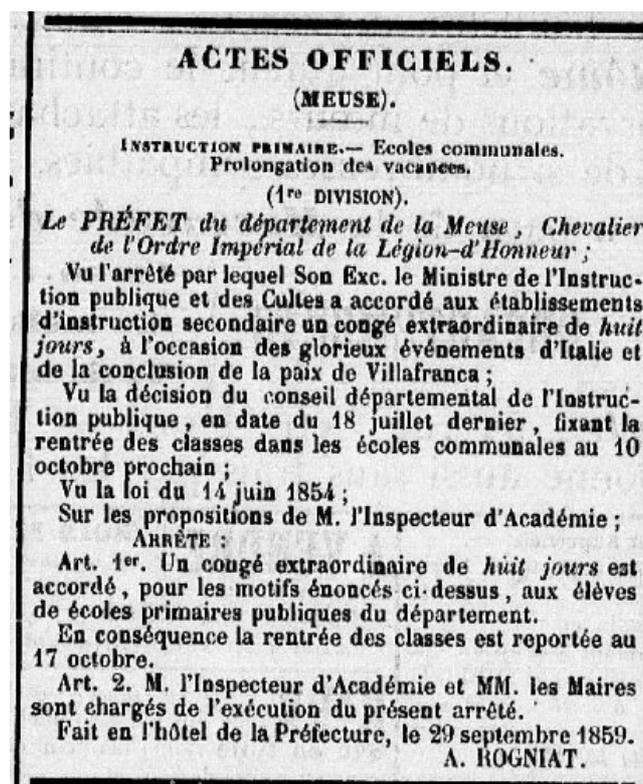
Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr).

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : [www.apmeplorraine.fr](http://www.apmeplorraine.fr)

## Rentrée des classes 1859 en Meuse

Où l'on apprend que, « normalement », la rentrée des classes avait lieu à cette époque vers le 10 octobre... Voir également [http://fr.wikipedia.org/wiki/Armistice\\_de\\_Villafranca](http://fr.wikipedia.org/wiki/Armistice_de_Villafranca)



## Centre de la région ALCA, suite...

*Suite aux articles concernant le centre de la future région (Petits Verts n°121 pages 25-29 et n°122 page41), nous avons envoyé un courrier à l'I.G.N. pour leur faire connaître notre premier article et leur demander des précisions sur leurs méthodes de calcul. Nous avons reçu (le 24 avril) la réponse ci-dessous de M. Bernard BEZES, directeur de la Communication et des relations institutionnelles de l'IGN.*

Bonsoir,

Je vous remercie de l'intérêt que vous portez à l'IGN.

Vous trouverez ci-joint en avant-première un tout petit article écrit pour un prochain numéro d'IGN-Magazine, afin d'explicitier les calculs de centres de gravité de l'IGN où le poids de chaque entité géographique est proportionnel à sa surface.

Nous laissons à nos collègues de l'INSEE les calculs faisant intervenir le poids démographique de ces entités.

Merci de garder ces résultats pour vous jusqu'à la prochaine rentrée scolaire, car à part pour l'Est Républicain qui nous a posé la question pour l'ALCA, nous n'avons pas encore communiqué sur ce sujet symbolique et toujours médiatique.

Bien cordialement

### **QUELS SONT LES 13 CENTRES DES 13 NOUVELLES REGIONS DE FRANCE METROPOLITAINE ?**

par Jean-François Hangouët,  
ingénieur IGN, chef de l'équipe produits photogrammétriques.

J'ai appliqué la même méthode de calcul que Jean-Georges Affholder, ingénieur général géographe honoraire, avait utilisée dans les années 80 pour déterminer le barycentre de la France continentale qui se trouve à Vesdun dans le Cher et celui de la France métropolitaine, avec la Corse, à Nassigny dans l'Allier. On détermine, en trois dimensions, le centre de gravité d'une surface dont on connaît numériquement les contours sur l'ellipsoïde (modèle mathématique de la Terre, proche de la sphère), par un calcul d'intégrale double. Le point trouvé est celui dont la somme des carrés des distances à chaque point de la surface est minimale. On projette ensuite sur l'ellipsoïde, à partir du centre de la Terre, ce point situé un peu en dessous de la surface terrestre en raison de la courbure de cette dernière. Ce centre de gravité correspond à la notion intuitive de point d'équilibre physique d'un fragment de sphère reposant sur une pointe. Compte-tenu de ces conventions de départ et des nouvelles délimitations de régions, nous pouvons affirmer, tous calculs faits sur le fichier des limites administratives GEOFLA® édition 2013 (téléchargeable sur <http://professionnel.ign.fr/geofla#tab-3>), que les 13 nouveaux centres de gravité des 13 nouvelles régions de la France métropolitaine sont les suivants :

	Aire	Centre de gravité sur l'ellipsoïde		
		$\lambda$ (° ' ""')	$\phi$ (° ' ""')	Commune
13 NOUVELLES REGIONS	km <sup>2</sup>			
ALSACE CHAMPAGNE-ARDENNE LORRAINE	57715	5°37'10" E	48°41'21"	Void (55)

(...) *N.d.l.r. Nous n'avons conservé que la première ligne de ce tableau.*

## Un nouveau jeu : Chessuku

Nous avons reçu le message suivant de Jean-Michel, membre de notre comité régional.

*Bonjour,*

*Ça sert de voyager et de lire la presse locale : dans le vol Luxair que j'ai pris cette semaine, à disposition il y avait des journaux dont "Le Quotidien", journal francophone : je vous envoie les deux (+ 2 solutions) grilles (vol A/R) de ce jeu qui nous rappelle un certain Elton*

*Pourquoi ne pas l'inclure dans maths et média ?*

*A bientôt, J.M.*

L'objectif est de remplir chacune des cases libres d'une grille qui en comporte 64 au total. Pour cela, il faut trouver le chemin qui va de 1 à 64, dans l'ordre arithmétique (1, 2, 3, 4 etc.) en suivant le principe du déplacement du cavalier aux échecs (le fameux « L »). [...] Le nombre de cases déjà remplies au départ conditionne, comme dans le Sudoku, la difficulté de la grille.

Questions et commentaires : [chessuku@lequotidien.lu](mailto:chessuku@lequotidien.lu)



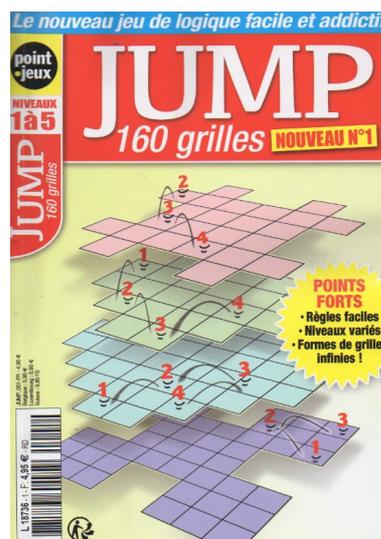
Le Républicain Lorrain du 2 Août 2013 et celui du 2 Avril 2015 présentaient ce jeu, inventé par Esad Kajtaz, un Thionvillois ancien réfugié politique bosniaque arrivé en France en 2004. Il semble que ce jeu soit apparu en 2014 dans le quotidien luxembourgeois « Tageblatt ».

Une revue portant ce nom est ensuite apparue. Le numéro 1 a été commercialisé en France en septembre 2014. En 2015, la revue « JUMP » reprend le même type de déplacement sur des grilles non carrées.

<http://www.republicain-lorrain.fr/moselle/2013/08/02/derriere-la-grille-un-cerveau>

<http://www.republicain-lorrain.fr/moselle/2015/04/02/chessuku-l-idee-qui-peut-faire-mouche>

<http://www.tageblatt.lu/panorama/story/Aus-Langeweile-geboren-30353783> (en allemand).



Jouez bien. Vous aurez peut-être envie de créer de nouvelles grilles qui pourront servir de défi pour vos élèves. N'hésitez pas à envoyer vos créations à l'adresse [contact@apmeplorraine.fr](mailto:contact@apmeplorraine.fr)

## La SNCF pourra-elle nous répondre ?

Isabelle nous a fait parvenir un extrait de "TGV Magazine" numéro 174, page 106, rubrique "Le Fil", "Etonnants, stupéfiants, extravagants... Ce sont les insolites du mois.". Ce mensuel gratuit est mis à disposition des voyageurs et peut être également consultable à l'adresse <http://pvsncfsla6.immanens.com/fr/pvPageH5B.asp?puc=006860&nu=174&pa=1#106>).

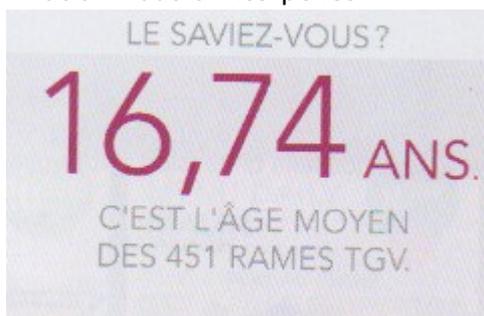


Cette grandeur n'est habituellement pas utilisée pour caractériser la taille d'un cerveau. N'y aurait-il pas quelque ambiguïté dans l'information donnée ? Qu'appelle-t-on déplier un cerveau ?

Comment transformer un volume en surface ?

Nous pouvons imaginer qu'on "déplie" la surface externe du cerveau... Comment calculer la mesure de cette surface ?

La proposition d'Isabelle nous a incités à relire attentivement le magazine, une autre information nous a interpellés.



Sachant qu'un centième d'année est une durée comprise entre 3 et 4 jours, sachant que le magazine a été mis à disposition des voyageurs pendant les 31 jours du mois de mai 2015, quelle est le rôle de cette précision au centième indiquée pour l'âge moyen des rames TGV ?

A quelle date ce calcul a-t-il été effectué ?

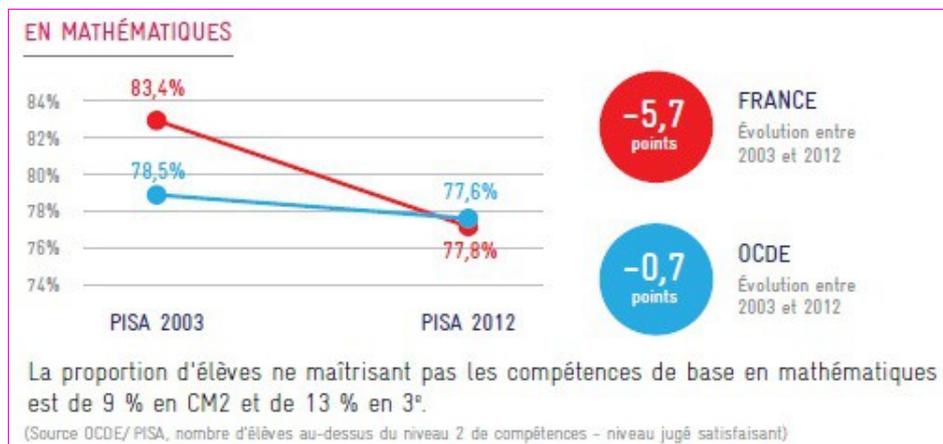
## 77,6 est-il supérieur à 77,8 ???

Trouvé sur le site du Ministère par Jérémie MARTIN, adhérent Apmep enseignant au Collège de Contrexéville. Envoyé début mai sur la liste [maths\\_profs](#).

### Constat 1 :

**Aujourd'hui, le collège ne garantit pas l'acquisition des connaissances de base**

En 10 ans, les élèves ont régressé en français, en maths, en histoire.



Source : <http://www.education.gouv.fr/cid86831/college-mieux-apprendre-pour-mieux-reussir.html#1>

Commentaire de J. Martin :

J'ai appris, et j'apprends aux élèves, que  $77,6 < 77,8$ . Pourtant, sur le site du ministère, on affirme le contraire : le point bleu (qui représente 77,6) est au dessus du point rouge (qui lui représente 77,8) !

Ensuite,  $83,4 - 77,8 = 5,6$ . La France a donc perdu 5,6 points et non pas 5,7 points comme annoncé.

De même,  $78,5 - 77,6 = 0,9$ . L'OCDE a donc perdu 0,9 point et non pas 0,7 point comme annoncé (au passage, sur le site du ministère, il est écrit 0,7 points au lieu de 0,7 point).

Pour en savoir plus sur les résultats de PISA :

<http://www.oecd.org/education/PISA-2012-results-france.pdf>

## Route barrée à 220 millilitres ?

Voici un extrait de Vosges Matin du 28 juillet.

Le journaliste a au moins fait preuve d'humour. Mais il ne nous donne pas la solution de l'énigme.

Après consultation de Wikipedia (ou autres sites), voici la réponse : il s'agit ici de « mètres linéaires ». Et voici ce qu'en dit cette encyclopédie en ligne.

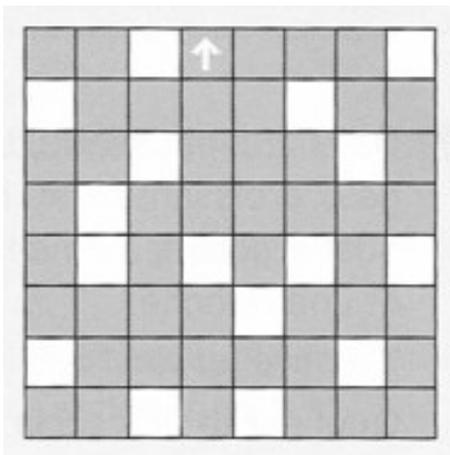
*Dans certains métiers (terrassement, de construction, etc.), on parle de « mètre linéaire » (noté ml). Il s'agit d'un pléonasmе, puisque le mètre désigne précisément une longueur de ligne et que la norme NF X 02-003 précise qu'on ne doit pas affecter les noms d'unités de qualificatifs qui devraient se rapporter à la grandeur correspondante. Par ailleurs le symbole mℓ ou mL correspond dans le SI (système international) à millilitre, ce qui n'a rien à voir avec une longueur et est une source de confusion.*



**ÉTUDE MATHÉMATIQUE****De nouveaux caches tournants***Par Isabelle DUBOIS et François DROUIN*

Ce qui suit complète l'article « Jules Verne connaissait les caches tournants... » paru dans le Petit Vert n°121.

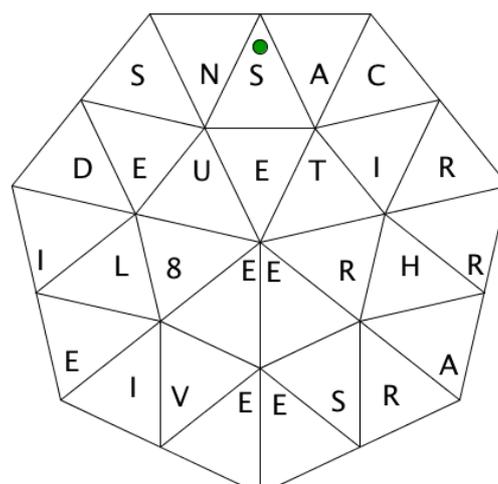
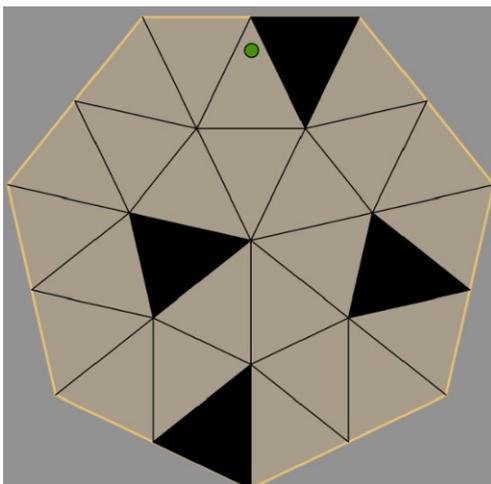
Un de nos adhérents a découvert l'usage d'un cache tournant 8×8 dans le manuel de C.M.2 « CAP Maths » page 165.



Maintenant habitués à la manipulation de ce type de cache carré, vous saurez découvrir le message caché.

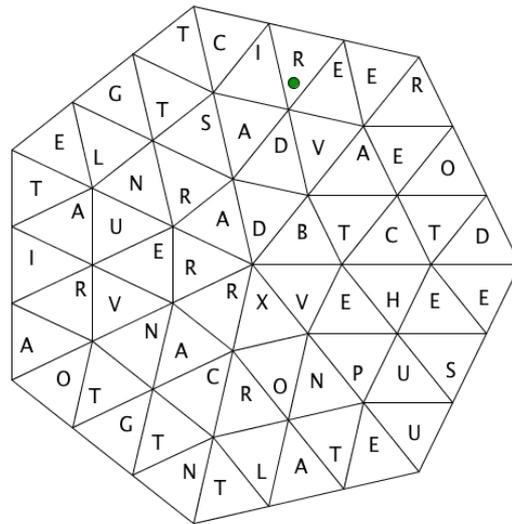
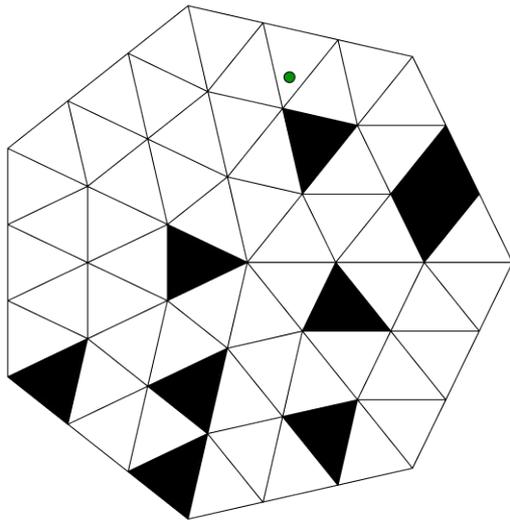
<http://rdassonval.free.fr/flash/cache.swf> : Un autre lecteur nous invite à visiter son site et à y retrouver un programme Flash montrant le fonctionnement d'une grille tournante. Comme dans le livre de Jules Verne, le texte est à retourner avant lecture, ce que nous n'avons pas fait pour les messages présentés dans le Petit Vert. Sur le site, bien d'autres animations attendent de visiteur...

Le Petit Vert n°121 proposait un cache heptagonal et un message à décoder.



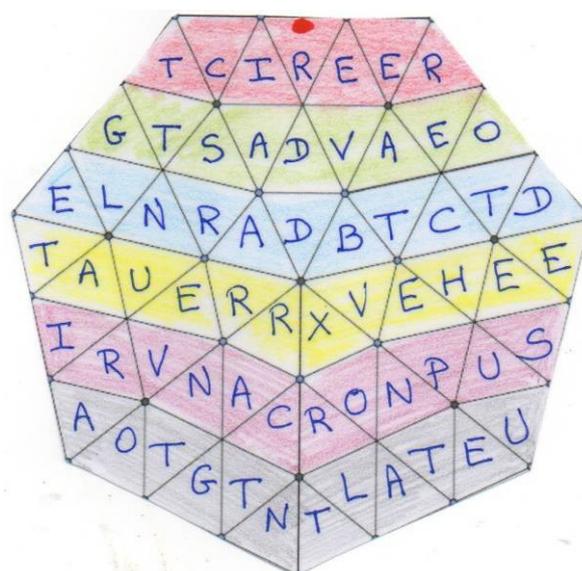
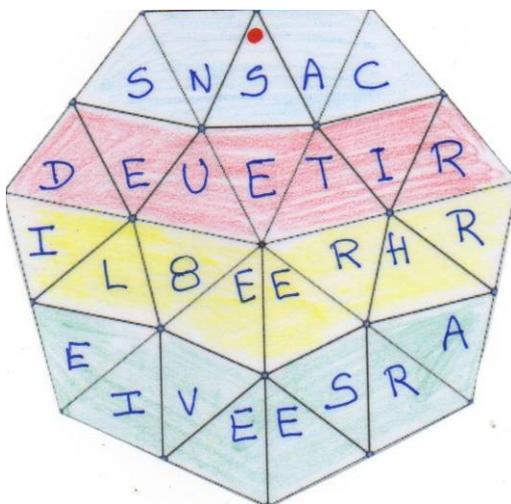
Le texte caché était « A8HEURESDEVANTLE CERISIER », c'est à dire « À 8 heures devant le cerisier ».

Voici un deuxième cache heptagonal. Le message à décoder est « VOTRECONTACTVOUSATTENDRAPLACEALBERTGIRARDAVINGTDEUXHEURESTRENTE », c'est à dire « Votre contact vous attendra place Albert Girard à vingt deux heures trente »



Les caches tournants carrés, triangulaires, hexagonaux proposés dans le Petit Vert précédent parcourent des polygones dans lesquels les textes apparaissent écrits sur des parallèles, les lettres formant le message se repèrent petit à petit ligne après ligne. Ceci est moins vrai pour le premier message heptagonal, ce l'est encore moins pour le deuxième. Que faire pour que le déchiffrement fasse prendre conscience de l'ordre d'écriture des lettres apparaissant dans les trous des caches ?

Une première tentative a été faite fin mars dans une classe de C.M.2 pendant la Semaine des Mathématiques. Le repérage par couleurs s'est avéré nécessaire pour assurer le bon ordre de repérage des lettres.



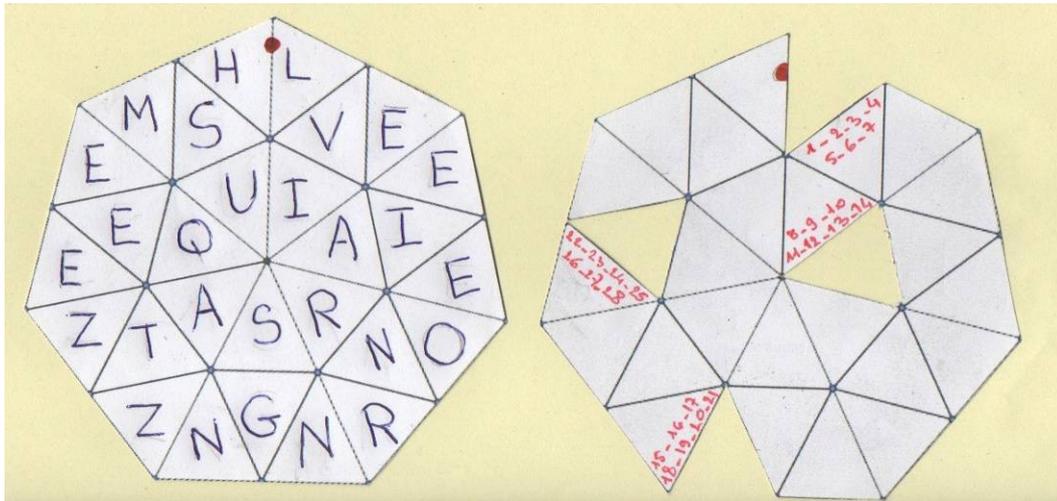
Avant le déchiffrement, l'ordre des couleurs est repéré dans le message, puis respecté lors de la lecture des lettres pour chaque position du cache.

Voici d'autres idées pour remédier aux difficultés de lecture pour des grilles  $(n,k)$ , difficultés dues aux problèmes d'alignements des cases triangulaires. Les idées seront illustrées par une grille pentagonale  $(7,2)$  à 28 cases.

### Numérotation des trous du cache

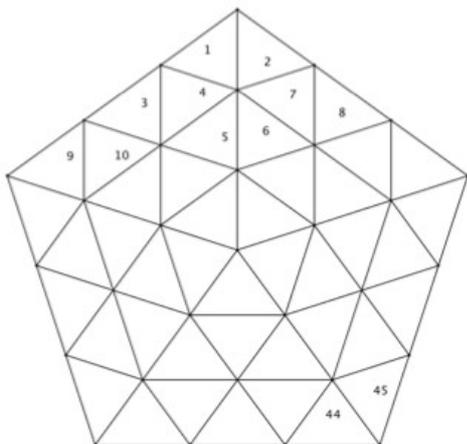
Il s'agit ici de décider d'un ordre concernant les trous du cache tournant, en les numérotant de 1 à  $t=n \times k^2$ . On pourra par exemple écrire sur le carton le numéro correspondant de chaque trou juste à côté de ce dernier, en faisant attention aux confusions possibles lorsque deux trous sont consécutifs. Ensuite, pour lire le message codé, il faut utiliser la disposition suivante, le principe étant que les lettres du trou numéro  $j$  soient consécutives, et que l'on lise le message suivant l'ordre des trous. A chaque trou sont associées  $n$  lettres puisque que l'on se sert de  $n$  positions pour le cache.

Voici le prototype d'un exemple qui pourra nous servir lors du prochain Jardin des Sciences à Metz Bridoux.



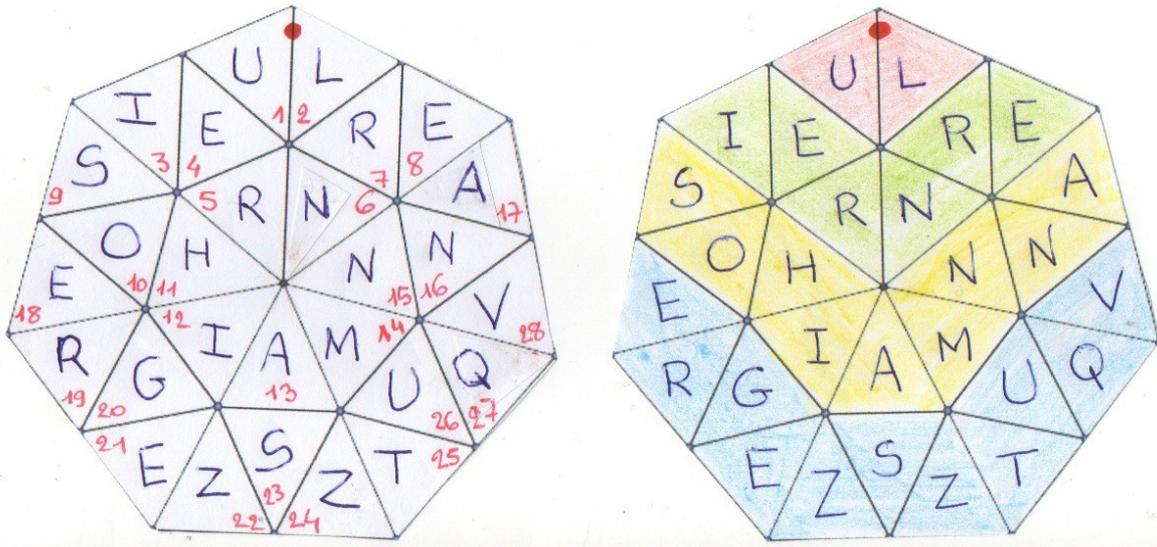
Lors du premier placement du cache vont apparaître les 1<sup>re</sup>, 8<sup>ème</sup>, 15<sup>ème</sup> et 22<sup>ème</sup> lettres du message, lors du deuxième placement du cache, vont apparaître les 2<sup>ème</sup>, 9<sup>ème</sup>, 16<sup>ème</sup> et 23<sup>ème</sup> lettres du message, etc.

### Numérotation des cases



Chaque case est numérotée de 1 à  $m=n \times k^2$  (nombre de cases), la lecture se faisant toujours par ordre croissant des numéros à chaque manipulation du cache. Les cases doivent donc être suffisamment grandes pour y faire figurer à la fois son numéro et les lettres du message. Il y a plusieurs façons de numéroter les cases, l'exemple ci-contre permet de conserver l'ordre de lecture de haut en bas et de droite à gauche. Pour chaque placement du cache sur la grille, il s'agira de noter l'une après l'autre dans l'ordre croissant de leur numéro les lettres apparues.

Voici le prototype d'un exemple qui pourra nous servir lors du prochain Jardin des Sciences à Metz Bridoux. Le cache utilisé est celui évoqué dans le paragraphe « Numérotation des trous du cache ».



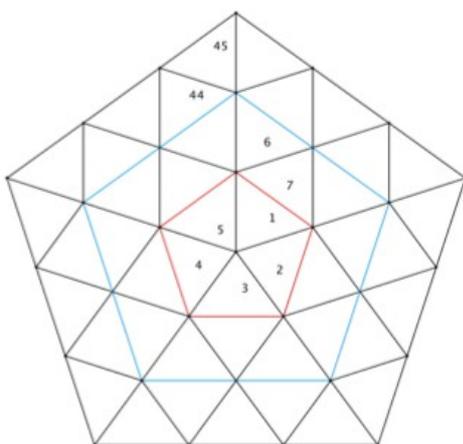
Nous retrouvons la méthode utilisée en C.M.2 pendant la Semaine des Mathématiques.

### **Généralisation : utilisation d'un ordre de type alphabétique**

Il s'agit de généraliser l'ordre de la lecture ordinaire ou dans un tableau à double entrée (de gauche à droite et de haut en bas), en ordonnant les cases suivant deux ou trois critères consécutifs.

Plusieurs choix sont possibles. Nous allons en présenter quelques uns. Une fois un choix effectué, une numérotation implicite de toutes les cases va s'imposer, numérotation qu'il ne sera pas nécessaire d'inscrire dans les cases, mais que nous ferons ci-dessous dans les illustrations.

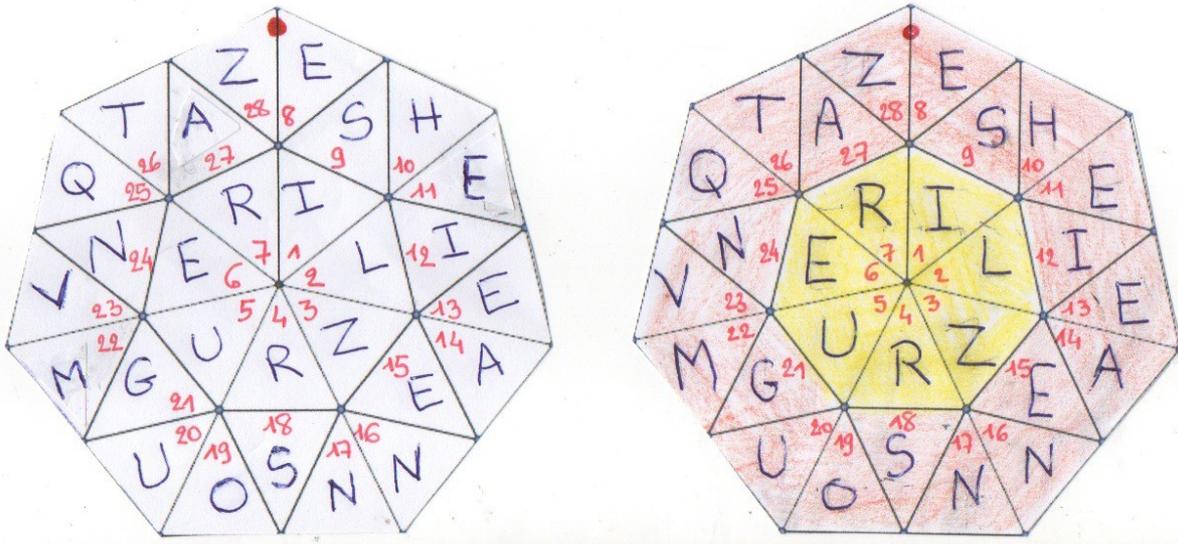
#### Une première possibilité



Les « couronnes polygonales » sont ordonnées (de l'intérieur vers l'extérieur ou vice-versa), dans chaque couronne les cases sont ordonnées par un sens de lecture (avec un point de départ convenu), par exemple le sens horaire.

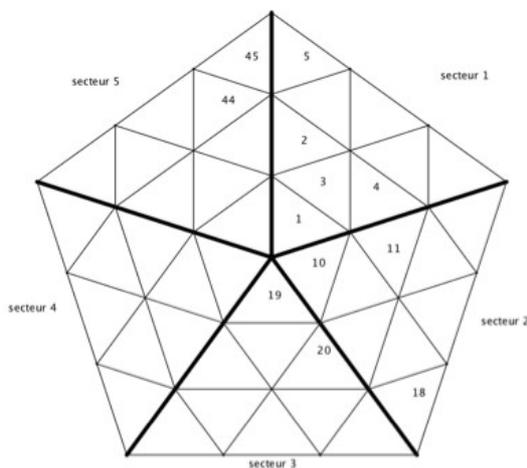
Voici l'ordre des cases que cela implique sur notre pentagone (de l'intérieur vers l'extérieur, sens horaire, point de départ sur le « segment vertical en haut du polygone »). Pour chaque placement du cache sur la grille, il s'agira de noter l'une après l'autre de l'intérieur vers l'extérieur et dans l'ordre croissant de leur numéro les lettres apparues.

Voici le prototype d'un exemple qui pourra nous servir lors du prochain Jardin des Sciences à Metz Bridoux. Le cache utilisé est celui évoqué dans le paragraphe « Numérotation des trous du cache ».



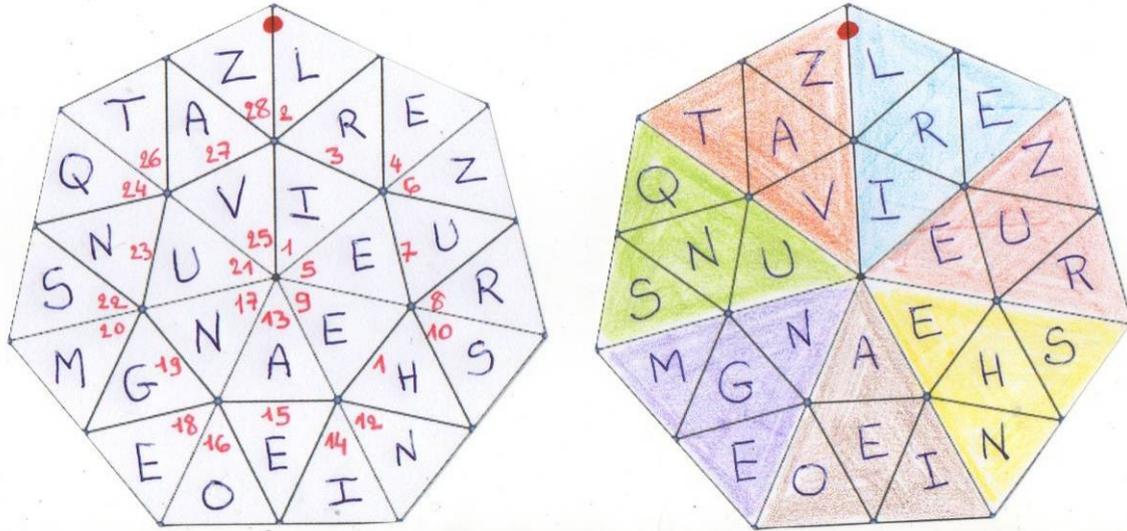
Lors du premier placement du cache vont apparaître les lettres de rang 1 (L), 8 (E), 19 (O), 24 (N), lors du deuxième placement du cache, vont apparaître les lettres de rang 3 (Z), 11 (E), 22 (M), 73 (A), etc.

#### Une deuxième possibilité



Chacun des  $n$  grands secteurs triangulaires de base est numéroté de 1 à  $n$  en convenant d'un ordre (sens horaire par exemple), puis chaque case d'un secteur est ordonnée, de façon similaire entre les secteurs. Les lignes qui constituent le secteur triangulaire de base pourront être utilisées : il y a  $k$  lignes, ordonnées par exemple par ordre croissant du nombre de cases, et sur une ligne on lit de gauche à droite lorsque le secteur est regardé « pointe en bas ». Pour chaque placement du cache sur la grille, il s'agira de noter l'une après l'autre, dans chacun des triangles formant le polygone régulier et dans l'ordre croissant de leur numéro, les lettres apparues.

Voici le prototype d'un exemple qui pourra nous servir lors du prochain Jardin des Sciences à Metz Bridoux. Le cache utilisé est celui évoqué dans le paragraphe « Numérotation des trous du cache ».



Lors du premier placement du cache vont apparaître les lettres de rang 2 (L), 5 (E), 16 (O), 23 (N), lors du deuxième placement du cache, vont apparaître les lettres de rang 6 (Z), 9 (E), 20 (M), 27 (M), etc.

Dans chacun des cas, le même texte est à découvrir :

« LEONZEMARSAQUINZEHEURES VINGT », c'est à dire « Le onze mars à quinze heures vingt ».

N.d.l.r. Dans un courriel du 1<sup>er</sup> avril (ce n'est pas un poisson !), Roland Dassonval nous proposait un programme téléchargeable en flash :

<http://rdassonval.free.fr/flash/cache.swf>

Il précisait :

Les activités manuelles ont un intérêt pédagogique et sont nécessaires. Une présentation sur écran avec un programme dynamique et de la parole verbale peut-être utile pour expliquer aux élèves. Je crois qu'une activité sur écran a aussi un intérêt pédagogique, la main utilise la souris.

Vous trouverez peut être sur [mon site](#) des programmes qui peuvent être adaptés pour obtenir du manuel sans écran.

Si vous avez des idées de programmes en flash, je suis preneur : les retraités ont du temps libre !

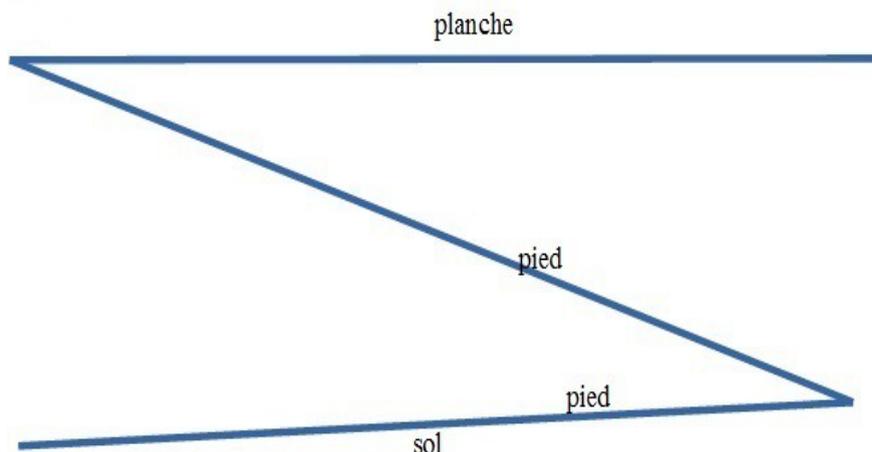
[rdassonval@free.fr](mailto:rdassonval@free.fr)

**DANS NOS CLASSES****LA PLANCHE À REPASSER**

Par Stéphanie WAEHREN  
Collège Pierre Messmer, Sarrebourg

Un exemple concret d'utilisation de la démonstration en cinquième : cette activité en trois temps a été conçue pour mes élèves de 5ème alors que je cherchais une utilisation intéressante des propriétés sur les angles alternes-internes. Je souhaitais aussi faire comprendre l'importance d'utiliser des propriétés du cours pour convaincre.

Voici l'énoncé proposé aux élèves.



Ce schéma à l'échelle représente la planche à repasser que j'ai achetée au supermarché du coin.

J'ai l'impression d'avoir été trompée : la planche ne semble pas du tout parallèle au sol.

Je veux convaincre le magasin qu'il doit reprendre sa marchandise, mais je ne dispose que de mon rapporteur pour faire des mesures sur la planche.

Que faire pour prouver ma bonne foi ?

1) Réfléchir à la question et faire des mesures sur le dessin.

2) Pour convaincre le vendeur, faire l'activité 4 1) et 2) du livre<sup>1</sup>, et en déduire la propriété f).

3) Écrire un raisonnement logique à présenter au vendeur de sorte qu'il soit convaincu du problème de la planche.

**Premier temps**

Les réponses aux questions 1) et 2) ont été trouvées en classe et mises en commun.

La question 2) permet d'établir la propriété d'égalité des angles alternes-internes en cas de parallélisme en utilisant les propriétés de la symétrie centrale.

Nous avons discuté brièvement de la marche à suivre, et j'en ai profité pour leur expliquer le principe de la contraposée, puisque c'est le type de raisonnement attendu.

Nous avons ensuite expliqué l'intérêt de convaincre le vendeur : nous avons là un objet défectueux et souhaitons nous faire rembourser... Encore faut-il mettre ce défaut en évidence.

**Entre-temps** : écriture des propriétés de parallélisme

**Second temps**

Les élèves devaient s'imaginer dans la situation et écrire une lettre au vendeur dans le but de démontrer le défaut de la planche afin de se faire rembourser. J'ai bien précisé que le vendeur ne leur donnerait satisfaction que s'il était réellement convaincu du défaut ; de plus, il se

<sup>1</sup> Manuel "PHARE", classe de 5ème, Hachette, édition 2010, activité 4 p. 193

rappelle de ses cours de mathématiques et se laissera donc plus facilement convaincre si les élèves utilisent les propriétés du cours.

Les élèves avaient quelques jours pour me rendre la « lettre au vendeur ».

Après une première lecture de leurs lettres, dont la plupart n'étaient pas suffisamment convaincantes, je leur rends leur lettre avec quelques annotations, et surtout une réponse du vendeur :

*Très cher(e) client(e),*

*Votre démonstration est très convaincante.*

*En effet, après vérification, plusieurs planches à repasser du même modèle possèdent le même défaut : leurs angles alterne-internes ne sont pas égaux.*

*Or, si les planches étaient parallèles au sol, les angles alterne-internes devraient être égaux. Comme ce n'est pas le cas, c'est donc bien que les planches ne sont pas parallèles au sol.*

*Toute l'équipe du S.A.V. vous remercie, puisque vous évitez à d'autres clients la même déception. Nous allons en effet signaler le problème à notre fournisseur et lui renvoyer toutes les planches défectueuses.*

*Lors de votre prochaine visite dans notre magasin, nous vous échangerons la planche à repasser défectueuse avec celle de votre choix (même de valeur supérieure).*

*En espérant vous avoir donné satisfaction, nous vous rappelons que l'équipe du S.A.V. se tient à votre disposition pour toute autre question ou remarque.*

*Veillez accepter nos plus cordiales salutations.*

*M. X., S.A.V. magasin X.*

Cette réponse était destinée aux quelques élèves (2 dans chaque classe de 5ème) qui avaient écrit un raisonnement satisfaisant.

Les autres ont reçu la réponse suivante :

*Très cher(e) client(e),*

*J'ai bien saisi le sens de votre requête.*

*Cependant je ne peux y accéder que si vous démontrez que la planche est défectueuse, c'est à dire dans votre cas, qu'elle n'est pas parallèle au sol.*

*J'ai encore quelques restes de mes cours de mathématiques, et aucune propriété que j'ai apprise ne s'applique au cas que vous mentionnez.*

*Veillez donc être plus précis et complet, s'il vous plaît.*

*Je suis au regret de vous dire que, dans l'état actuel des choses, je ne puis ni vous rembourser ni remplacer la planche à repasser.*

*En attendant de vos nouvelles, veuillez accepter mes plus cordiales salutations.*

*M. X., S.A.V. magasin X*

En passant, nous avons eu l'occasion de parler de la lettre « X » désignant souvent les personnes dont on ne souhaite pas citer le nom, ou les inconnus.

### **Troisième temps**

Les élèves écrivent une nouvelle lettre qui tiendrait compte de mes annotations et qui serait plus à même de convaincre le vendeur.

## Mes impressions sur le travail des élèves

L'écriture de la première lettre a motivé tous les élèves.

Le fait de s'exprimer sur un support différent des cahiers-copies, sous une forme différente, leur a plu et certains m'ont rendu de belles lettres sous enveloppe avec un timbre dessiné, un nom de magasin inventé, etc....

Le fait de n'avoir pas eu satisfaction immédiatement les a, par contre, un peu démotivés, et j'ai eu plus de mal à récupérer les deuxième lettres.

Les deuxième lettres me sont revenues au compte-goutte, mais étaient effectivement beaucoup plus satisfaisantes, puisque cette fois la majorité de ces lettres proposaient un raisonnement assez complet.

C'était rarement parfait, mais ce n'était pas non plus le but de l'opération.

Certaines lettres proposaient juste une petite avancée, et auraient besoin d'une troisième réécriture.

En voici quelques exemples<sup>2</sup> :

Comme il me semble que ma planche n'est pas parallèle au sol, j'ai réalisé des mesures avec mon rapporteur. Or les deux angles entre le sol et le pied, et le pied et la planche, n'ont pas la même valeur. Il est donc mathématiquement impossible que la planche soit parallèle au sol.

(Aude)

Madame, Monsieur,

Suite à un achat d'une table à repasser dans votre magasin, j'ai constaté qu'elle n'est pas parallèle au sol. En effet un angle fait  $18^\circ$  alors que l'autre fait  $20^\circ$ . Pour que la table soit parallèle, les deux angles doivent être égaux. Or ce n'est pas le cas.

Je vous demande de bien vouloir rembourser ou échanger ce produit défectueux.

Je vous prie d'agréer, Madame, Monsieur, mes salutations distinguées.

(Paul)

Bonjour Monsieur le vendeur,

Je vous écris cette lettre pour vous informer que la planche que j'ai achetée dans votre magasin n'est pas parallèle au sol car la planche, les pieds et le sol n'ont pas un angle égaux, donc si tout est possible de pouvoir échanger de planche s'il vous plait avec mes remerciements d'avance.

(Zora)

Madame, Monsieur,

Suite à mon achat d'une table à repasser dans votre magasin, j'ai constaté qu'elle n'était pas parallèle au sol.

En effet, les angles alternes-internes ne sont pas égaux. Celui de la planche et de la barre transversale fait  $18^\circ$ , tandis que celui de la barre transversale et du pied de la table à repasser est de  $20^\circ$ .

Je vous demande donc de bien vouloir me rembourser ou échanger ce produit défectueux.

.../...

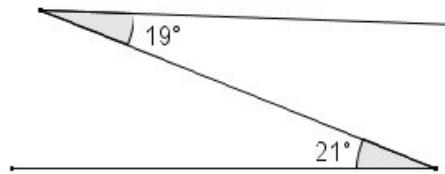
<sup>2</sup> Voir également en fin d'article les deux lettres écrites par Lucas.

Cher S.A.V.

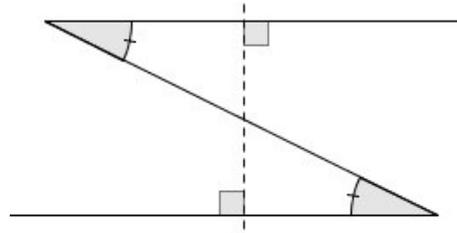
Je me suis mal expliqué et j'espère que vous comprendrez celle-ci.

La planche à repasser n'est pas parallèle au sol. Je vais vous l'expliquer avec un schéma.

La planche que j'ai achetée :



La planche comme elle devrait être :



Les angles devraient être alternes-internes égaux. (...)

(Raphaël)

*N.d.l.r. Nous avons refait au propre les deux schémas de Raphaël, pour plus de lisibilité.*

### Analyse de l'activité

Après avoir rendu ce travail, je regrette un peu de ne pas avoir pris le temps d'en parler aux professeurs de français de mes classes : nous aurions pu faire un travail interdisciplinaire autour de cette lettre.

J'ai moi-même été assez lente à corriger ces lettres, car ni moi, ni les élèves n'avons l'habitude d'un travail en trois temps...

Mais je trouve les résultats très encourageants : la plupart des élèves comprennent après un premier échec l'importance :

- de citer la propriété,
- d'utiliser le bon vocabulaire (angles alternes-internes à la place de « les angles »),
- de convaincre (peut être utile d'un point de vue financier),
- d'utiliser correctement une contraposée.

Certains ayant des difficultés à l'écrit ont pensé à faire un schéma explicatif : ils se sont ainsi débrouillés pour se faire comprendre.

Et même si les fautes de français restent très nombreuses, on voit un effort non négligeable dans le choix du vocabulaire utilisé qui était plus soutenu que dans les travaux rendus habituellement.

Par rapport au contrôle-bilan qui a suivi : ce travail n'a pas empêché les élèves d'utiliser les propriétés réciproques lorsqu'il ne le fallait pas, ni d'estimer que s'il n'y a pas parallélisme, les angles ne sont pas alternes-internes.

Par contre, le schéma global du raisonnement semble assez bien assimilé.

J'ai souvent eu la surprise de constater que les élèves voulaient utiliser les propriétés de la symétrie et non les angles pour montrer un parallélisme, car la démonstration du début les a semble-t-il marqués.

... / ...

[retour au sommaire](#)

### La première lettre de Lucas

Henry Lucas 2 rue des fleurs 57445 REDING	MAGASIN GIFI 25 ROUTE DE PHALSBOURG 57400 SARREBOURG
---	--

Reding, le 01 février 2015

Objet: Demande d'échange ou de remboursement d'un achat

Madame, Monsieur

Suite à ma visite dans votre magasin, j'ai acheté une planche à repasser. Mais après ouverture de l'emballage, je remarque que celle-ci présente les défauts suivants:  
 après mesure à l'aide de mon rapporteur, je constate que la planche à repasser n'est pas parallèle à mon sol.  
 Si c'est parallèle alors les angles sont égaux.  
 Si les angles ne sont pas égaux alors ce n'est pas parallèle.

En vous remerciant de l'attention que vous porterez à ma demande, je vous prie d'agréer, Madame, Monsieur, l'expression de ma considération distinguée

Signature :  
*L. Henry*

### La seconde lettre de Lucas

HENRY LUCAS 2 RUE DES FLEURS 57445 REDING	MAGASIN GIFI 25 ROUTE DE PHALSBOURG 57400 SARREBOURG
---	--

Reding, le 09 mars 2015

Objet : Demande d'échange ou de remboursement d'un achat

Madame, Monsieur

Suite à la réception de votre courrier, je me permets de vous reformuler différemment les causes de mon désagrément.

Après mesure à l'aide de mon rapporteur, je constate que la planche à repasser n'est pas parallèle à mon sol.

Car il y a deux propriétés qui disent :

« Si deux droites sont parallèle alors les angles alternes-internes sont égaux. »  
 « Si les angles ne sont pas égaux alors ce n'est pas parallèle. »

Mes angles n'étant pas égaux, ma planche à repasser ne peut pas être droite.

En vous remerciant de l'attention portez à ma demande, je vous prie d'agréer,  
 Madame, Monsieur l'expression de ma considération distinguée

Signature :  
*L. Henry*

**DANS NOS CLASSES****Vous aussi... écrivez dans le Petit Vert !**

*Vous êtes très nombreux à « plébisciter » les activités en classe que nous publions au fil des numéros. Mais beaucoup moins nombreux à nous proposer des activités que vous avez pratiquées avec vos élèves. Peut-être n'osez-vous pas... Pour vous aider à franchir le pas, voici un petit guide sur lequel vous pourrez vous appuyer pour relater vos activités, vos expérimentations, etc. afin qu'elles soient comprises par ceux qui vous liront et que ceux-ci puissent les faire évoluer au service de leur enseignement.*

**A L'ORIGINE...**

Préciser la situation : le niveau de la classe, le contexte, le climat de la classe qui vous a encouragé, un échec ou une prise de conscience qui vous a déterminé à changer, une lecture qui vous a donné une idée, un travail d'équipe ou une rencontre qui vous a stimulé... : bref, un bout de l'histoire qui vous a amené à proposer cela à vos élèves... Maximum ½ page (ce n'est pas une autobiographie).

**OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES**

Indiquer aussi précisément que possible (sans vocabulaire ronflant) ce que vous aviez en tête, les buts que vous poursuiviez, ainsi que les objectifs-élèves visés.

**DESCRIPTION DE L'ACTIVITÉ (méthodologie et contenus)**

- Décrire soit une séance de travail, soit une série de séances.
- Se centrer sur CE QUE LES ÉLÈVES FONT CONCRÈTEMENT.
- Indiquer très clairement l'effectif, les conditions matérielles, la structure proposée (travaux de groupes, travail en salle informatique...) et la disposition de la classe.

**MATÉRIELS ET DOCUMENTS UTILISÉS**

Donner des indications précises sur les documents utilisés par les élèves (mettre les fiches en annexe), et les documents dont vous vous êtes servi ou inspiré (livres, articles de revue, logiciels, sites internet, vidéos, etc.).

**ÉVALUATION**

Qu'avez-vous observé dans la classe ? Quelques remarques pertinentes d'élèves ? Quelques documents élèves intéressants à scanner pour illustrer leurs démarches ? Quelle analyse en faites-vous ? Quels critères de réussite pour votre activité ? Le point de vue des élèves.

La fiche peut aussi décrire quelque chose qui a raté... mais que vous trouvez utile de relater, justement parce que vous y croyiez !

**NOTES PERSONNELLES**

Une fois le travail fait et relaté, vous pouvez prendre de la distance :

- faire apparaître des contradictions,
- montrer comment cela vous a fait évoluer,
- dire pourquoi vous n'êtes pas prêt de recommencer,
- affirmer bien haut que vous êtes ravi et qu'en conséquence vous ferez ça tous les ans jusqu'à votre retraite !!!

Bref, **RELATER UN ESSAI QUI A ÉTÉ RÉALISÉ** (et le décrire dans tous ses aspects) ... au lieu de décrire un "tour de main" pédagogique.

Tout cela en 3-4 pages environ

Les rubriques sont souples, les titres peuvent changer..

ENVOYER LE TOUT À [JACVERDIER@ORANGE.FR](mailto:JACVERDIER@ORANGE.FR)

[retour au sommaire](#)

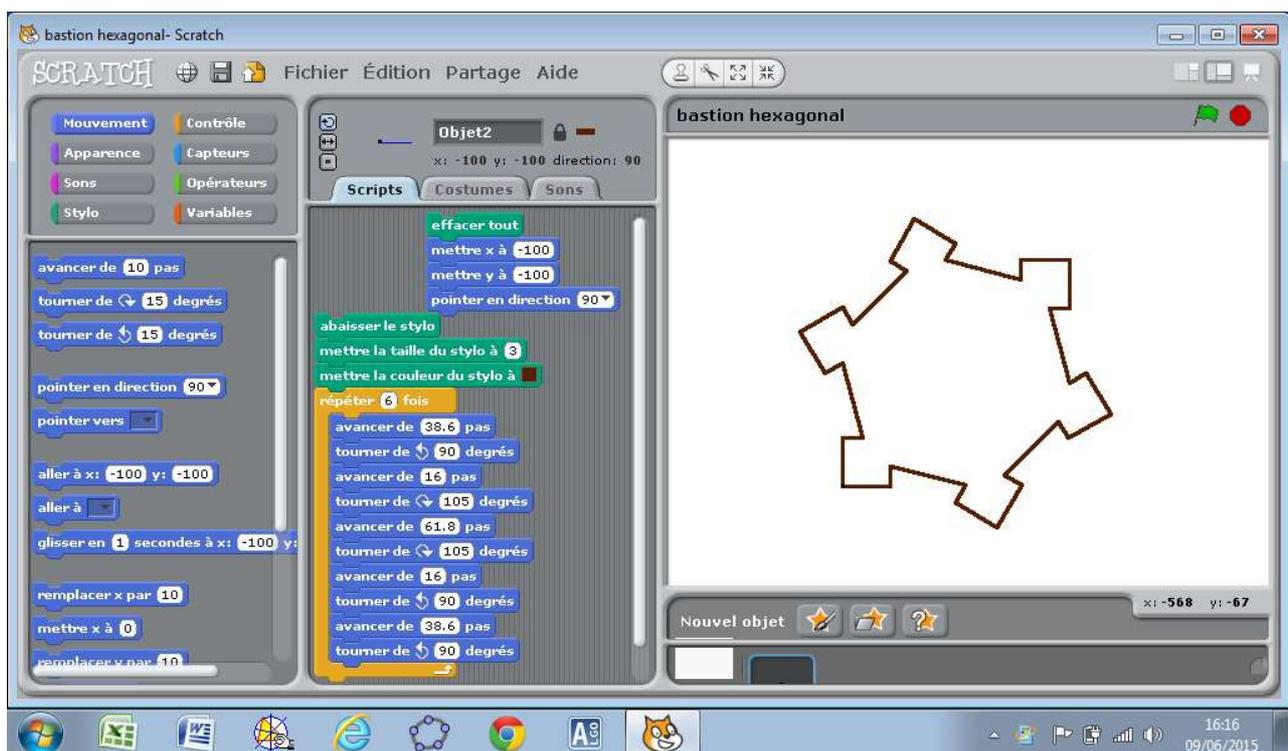
## Retours sur les tracés de citadelle proposés par Jean Errard

En septembre 2013, le Petit Vert n°115 proposait deux textes permettant le dessin d'une citadelle hexagonale selon la méthode utilisée par le lorrain Jean Errard. Nous avons alors évoqué la possibilité de tracés à la règle et au compas, avec des gabarits d'angles ou à l'aide de GeoGebra.

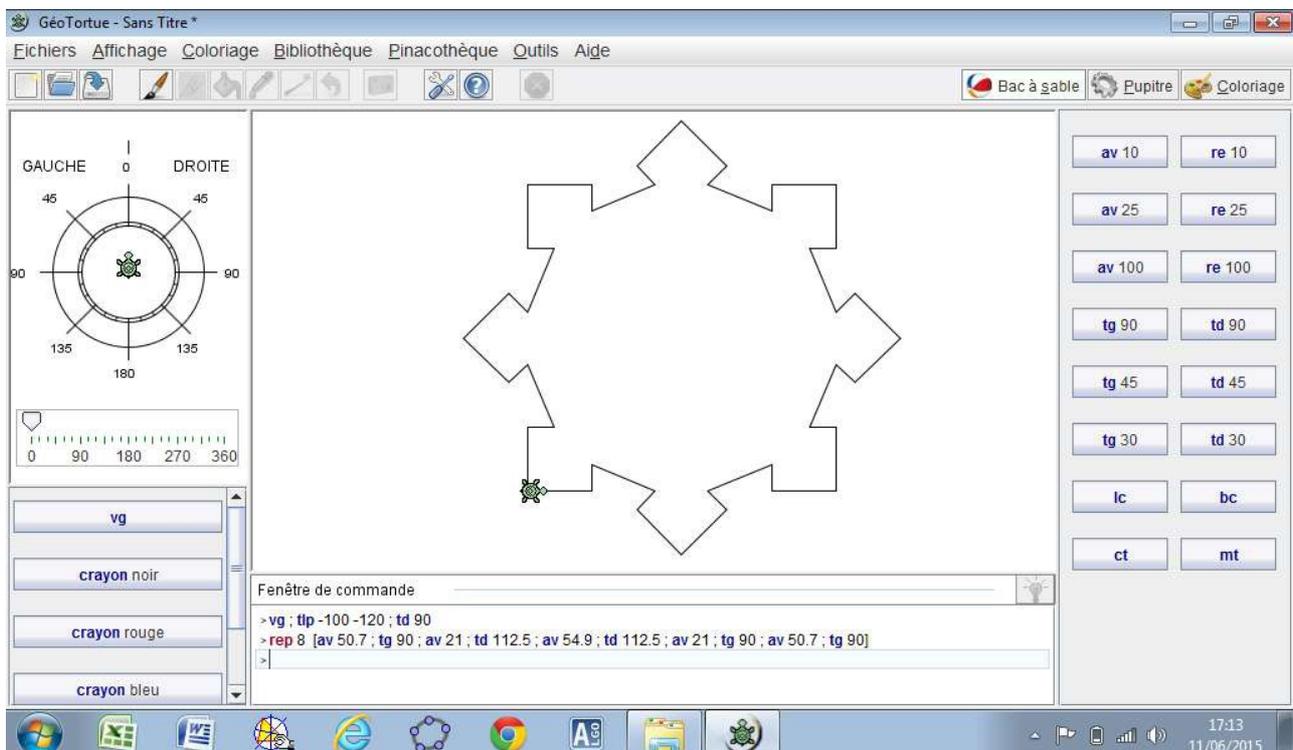
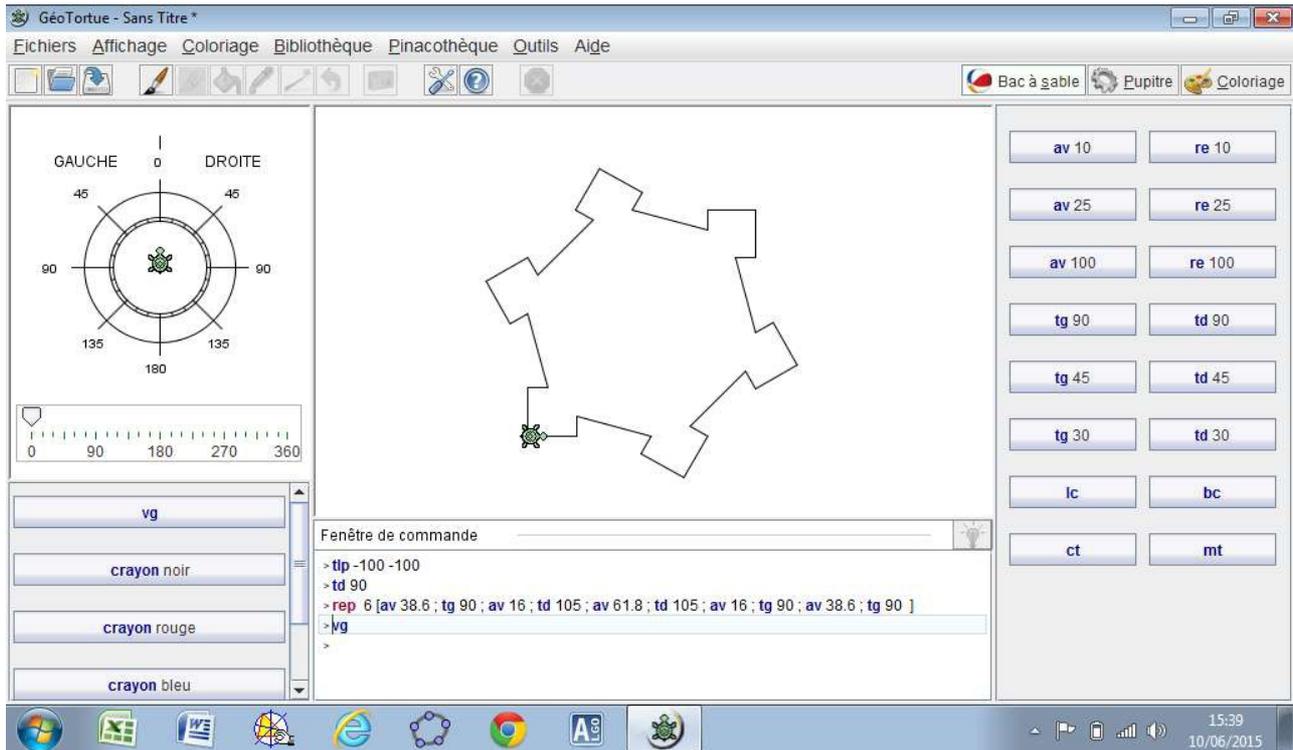
<http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV115.pdf> est l'adresse de téléchargement du Petit Vert n°115, l'article en question commence à la page 10.

Lors du stage de Formation Continue « Représentation de la Terre », un doctorant de l'École d'architecture a fait un exposé sur la numérisation du Patrimoine, en particulier des plans reliefs des places fortes.

Après une séance d'introduction sur les angles à partir d'Ermel Géométrie cycle 3, Renaud Dehaye (ÉSPÉ de Lorraine, site de Nancy) a repris le texte de Jean Errard proposé dans le Petit Vert et à utilisé le logiciel Scratch pour sa construction.



En complément, Renaud nous propose deux tracés effectués avec GeoTortue.



Volontairement, le tracé d'une citadelle heptagonale n'a pas été abordé...

Ces propositions mettent en œuvre des éléments d'algorithmique et les rotations présentes dans les projets de programmes pour le cycle 4.

## Voir et revoir

### Voir

Pour entraîner nos élèves à la lecture et à l'interprétation des images, on peut toujours leur demander de raconter ce qu'ils voient dans les preuves sans mots. Jean-Paul DELAHAYE a écrit divers articles à ce sujet, notamment dans « Pour la Science » :

<http://www.lifl.fr/~jdelahay/pls/050.pdf>

et sur le site « Accromath » : <http://accromath.uqam.ca/2008/02/preuves-sans-mots/>.

Vous connaissez de nombreuses démonstrations du théorème de Pythagore, le site « Maths à modeler » : <http://mathsamodeler.ujf-grenoble.fr/LAVALISE/Preuvessansmot/meb.htm> vous en propose une très figurative, avec une petite mise en garde :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe\\_du\\_carr%C3%A9\\_manquant](https://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_du_carr%C3%A9_manquant) (une autre version sur GeoGebraTube : <https://www.geogebra.org/material/show/id/610753>).

Les calculs de sommes d'entiers ont donné lieu à plusieurs figures :

[http://labomath.free.fr/g1prob/sommes\\_entiers/index.html](http://labomath.free.fr/g1prob/sommes_entiers/index.html) ; et les identités remarquables à une vidéo sympathique : <https://www.youtube.com/watch?v=esybhm9hHo> (un autre exemple : <https://www.math.hmc.edu/funfacts/ffiles/10001.1-4-8.shtml>).

AOPS (Art Of Problem Solving) présente, en plus d'une manière d'apprendre les maths alternatives, quelques preuves sans mots :

[http://www.artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Proofs\\_without\\_words](http://www.artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Proofs_without_words) , c'est en anglais, certes, mais avec des phrases courtes...

Si vous désirez en découvrir d'autres, vous pourrez vous procurer l'ouvrage ici référencé :

<http://www.apmep.fr/Preuves-sans-mots>.

### Revoir

Après avoir parlé ici des vidéos de mathématiques qu'on trouve sur le net et de leurs qualités très aléatoires, je voudrais présenter quelques chaînes YouTube qui méritent de s'y abonner. D'abord, « MicMaths » de Mickaël Launay (qui m'a été signalée par un ancien élève) propose des films courts sur les sujets variés et attractifs comme une jolie représentation des tables de multiplications (<https://www.youtube.com/watch?v=-X49VQgi86E>) ou l'apparition de coniques sur la plage des vacances (si loin, si proches) :

<https://www.youtube.com/watch?v=eFPhYYKCyFc>.

En anglais, la chaîne « Numberphile », dont le logo  $n$  a sa série de vidéos dédiées, se penche sur de nombreux problèmes mathématiques connus (le problème du placement des dames sur l'échiquier : <https://www.youtube.com/watch?v=jPcBU0Z2Hj8>) ou, moins célèbre, la malédiction de la ligne 8 dans les compétitions sportives :

[https://www.youtube.com/watch?v=fjEB\\_wbemQA](https://www.youtube.com/watch?v=fjEB_wbemQA).

« MinutePhysics » traite, en anglais sous-titré, de questions mathématiques et autres problèmes scientifiques. On y trouvera une preuve sans mots de la formule de l'aire du disque : <https://www.youtube.com/watch?v=whYqhp6S6g>, le calcul de la masse d'un million de dollars sur une île déserte : <https://www.youtube.com/watch?v=-zexOIGlrFo>, mais aussi une explication du paradoxe du chat de Schrödinger :

<https://www.youtube.com/watch?v=IOYyCHGWJq4>.

Enfin, pour les amateurs d'infographies à décrypter, la chaîne « Data Gueule » nous abreuve de données économiques à un rythme effréné, donnant un certain dynamisme aux vidéos, par exemple sur les énergies fossiles : <https://www.youtube.com/watch?v=aUmJ35kMq1Q>.

Pour terminer en beauté, je ne peux résister à donner ce lien vers les turbulences, Van Gogh et les mathématiques : <http://ed.ted.com/lessons/the-unexpected-math-behind-van-gogh-s-starry-night-natalya-st-clair#review>.

## Solution du problème n° 122

### Au sujet du Petit Poucet

proposé par André Stef

Rappel de l'énoncé : "Il était une fois un Bûcheron et une Bûcheronne qui avaient sept enfants tous Garçons. L'aîné n'avait que dix ans, et le plus jeune n'en avait que sept."

Voici les deux premières phrases de l'histoire du Petit Poucet de Charles Perrault, conte plutôt bien connu. Le rapport avec le Petit Vert vient de la troisième phrase :

"On s'étonnera que le Bûcheron ait eu tant d'enfants en si peu de temps ; mais c'est que sa femme allait vite en besogne, et n'en faisait pas moins que deux à la fois..."

Un mathématicien pourra avoir (et à eu) cette idée bizarre de chercher quelles ont pu être les naissances possibles. Ainsi cela a pu être dans l'ordre des jumeaux, puis des triplés puis des jumeaux (qu'on codera  $(2,3,2)$ ) ou des triplés puis des jumeaux puis à nouveau des jumeaux  $(3,2,2)$ , ...

Question 1 : Énoncer toutes les naissances possibles répondant aux contraintes formulées.

Question 2 : Généralisation. Le nombre d'enfants n'est plus 7 mais un paramètre entier  $n$ . Dénombrer le nombre de naissances possibles en fonction de  $n$ .

### Solution proposée par Jacques Choné

Il s'agit de dénombrer les décompositions (où l'on tient compte de l'ordre des termes) de l'entier  $n$  en sommes d'entiers au moins égaux à 2. Dans toute la suite le mot décomposition sera employé dans ce sens. Notons que dans notre contexte une somme d'entiers peut se réduire à un seul terme.

Soit  $v_n$  le nombre de ces décompositions. Nous allons démontrer que pour tout  $n \geq 1$ , on a  $v_n = f_{n-1}$  où  $(f_n)_n$  désigne la suite de Fibonacci définie par  $f_0 = 0$ ,  $f_1 = 1$  ... et pour  $n \geq 2$ ,  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ .

On conviendra dans cette étude que si  $n$  est un entier (relatif) et  $k$  un entier naturel, le coefficient binomial

$$\binom{n}{k} \text{ est nul si } n < k.$$

Pour tout  $n \in \mathbb{Z}$  et  $k$  au moins égal à 1, on note  $v(n, k)$  le nombre des décompositions de  $n$  ayant  $k$  sommants (on a évidemment  $v(n, k) = 0$  si  $n \leq 0$ ).

Montrons par récurrence, que pour tout entier  $k \geq 1$ , on a pour tout entier  $n$  :  $v(n, k) = \binom{n-k-1}{k-1}$ .

On a, pour tout  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $v(n, 1) = \binom{n-2}{0}$  (car ce nombre est nul si  $n < 2$  et égal à 1 si  $n \geq 2$ ). La proposition est donc vraie pour  $k=1$ .

Soit  $k$  un entier au moins égal à 1. Supposons que pour tout  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $v(n, k) = \binom{n-k-1}{k-1}$ .

En dénombrant les décompositions de  $n$  en  $k+l$  sommants suivant la valeur  $i$  du premier terme, on obtient (on notera que dans les sommes il y a seulement un nombre fini de termes non nuls) :

$$v(n, k+1) = \sum_{i \geq 2} v(n-i, k) = \sum_{i \geq 2} \binom{n-i-k-1}{k-1} = \sum_{l \leq n-k-3} \binom{l}{k-1} = \binom{n-k-2}{k}$$

Ce qui termine la récurrence.

On en déduit que :  $v_n = \sum_{k \geq 1} \binom{n-k-1}{k-1} = \sum_{l \geq 0} \binom{n-2-l}{l} = f_{n-1}$  ,

car il est connu que les sommes des termes des diagonales montantes du tableau de Pascal sont les nombres

de Fibonacci  $\left( \sum_{k=0}^n \binom{n-k}{k} = f_{n+1} \right)$

Remarque : Il est facile de montrer que le nombre de décompositions de  $n$  en sommes d'entiers au moins égaux à 1 est  $2^{n-1}$ . Mais on pourrait aussi étudier le nombre de décompositions de  $n$  en sommes d'entiers au moins égaux à 3 (ou à tout entier fixé).

## Remarques

1) Comme l'écrit Jacques Choné, sa solution autorise la décomposition en une seul part, contrairement au problème initial (des ainés et des "plus jeunes"). il y a donc un écart de 1 entre la formulation de sa réponse à la question 2 et la réponse de la question 1.

2) Une fois trouvée la solution et aperçue la solution de la suite de Fibonacci, on peut alors chercher une manière "élégante" (on dit encore "naturelle") de la faire apparaître. Par exemple, en raisonnant sur la première part d'une décomposition (et non le nombre de parts), on peut constater :

- le nombre de décompositions de  $n$  où la première part vaut 2 est égal au nombre de décompositions de  $n-2$ ,
- il y a bijection entre les décompositions de  $n$  où la première part est au moins égale à 3 et les décompositions de  $n-1$  où la première part est au moins égale à 2 (considérer la fonction qui retranche 1 à la première part d'une décomposition de  $n$ , pour obtenir alors une décomposition de  $n-1$ ).

Vous trouverez dans le site ci-dessous la réponse faite par cinq élèves du lycée Bichat de Lunéville, à qui cet énoncé avait été proposé dans le cadre de MATH.en.JEANS en 2013.

[http://www.mathenjeans.fr/sites/default/files/poucet\\_luneville\\_bichat\\_2013\\_notes\\_et\\_liens.pdf](http://www.mathenjeans.fr/sites/default/files/poucet_luneville_bichat_2013_notes_et_liens.pdf)

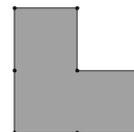
Il leur avait été demandé de répondre à la question 1 avec 8, 9, 10, 11 et 12 enfants (pas le cas général, dont la question n'était d'ailleurs pas envisagée car inconnue de l'auteur du sujet). Les résultats leur ont fait conjecturer le résultat général, qu'ils ont démontré (principe de la remarque 2 ci-dessus). Un joli travail de recherche, très bien présenté, que nous vous invitons vivement à consulter !

La rubrique « Problèmes » a un nouveau responsable : André STEF. Lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : [Andre.Stef@univ-lorraine.fr](mailto:Andre.Stef@univ-lorraine.fr)

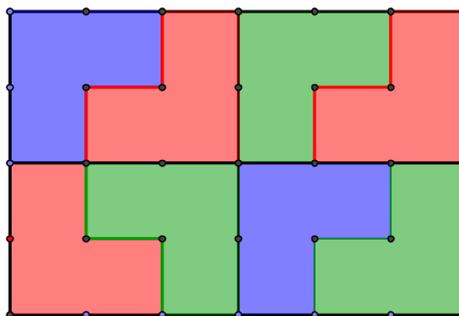
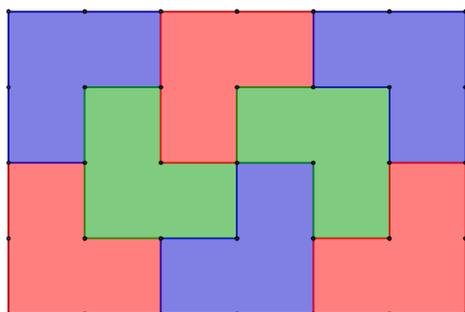
## Problème du trimestre n°123

### Pavages de rectangles par des « Petits L »

On dispose d'un nombre illimité de « briques » ayant la forme d'un « Petit L » (voir ci-contre). On conviendra que ces briques sont formées des trois carrés de côté une unité de longueur ; elles ont donc une aire de trois unités d'aire.



On cherche à « paver » des rectangles à l'aide de ces « Petits L ». Voici par exemple deux rectangles de dimensions 4x6.

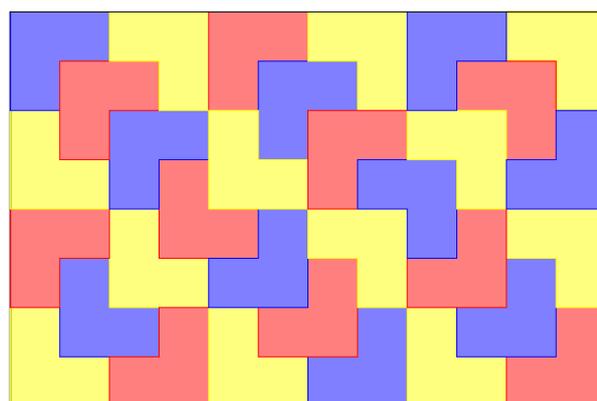
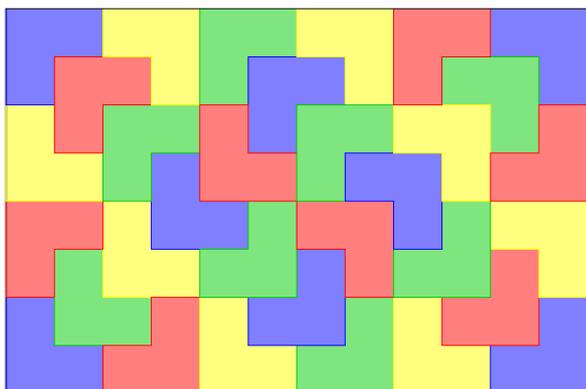


Celui de droite est constitué de quatre « sous-rectangles » de dimensions 2x3. Par contre, dans celui de gauche il n'y a aucun « sous-rectangle ».

La première question de notre problème est la suivante :

**Comment caractériser les rectangles ne contenant aucun « sous-rectangle » ?**

Ci-dessous, vous trouverez deux exemples de rectangles de dimensions 8x12. Vous remarquerez que celui de gauche admet un centre de symétrie, et qu'il est constitué d'autant de « Petits L » de chaque couleur. Celui de droite admet un centre de symétrie en ce qui concerne les formes, mais pas les couleurs.



On sait que toute « carte » peut être coloriée avec seulement quatre couleurs (*théorème dit des quatre couleurs*). Notre seconde question est la suivante :

**Pour les rectangles ne comportant aucun « sous-rectangle », trois couleurs suffisent-elles ?**

A propos des « Petits L », voir également le défi collège et le défi lycée dans ce même numéro.

Envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème, au responsable de cette rubrique :

[Andre.Stef@univ-lorraine.fr](mailto:Andre.Stef@univ-lorraine.fr)

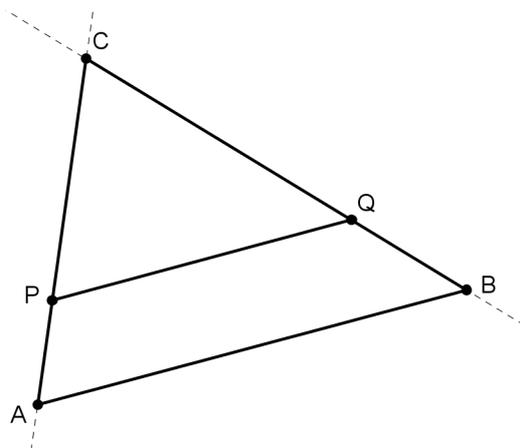
## LE SOPHISME DU TRIMESTRE

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Pour étudier ces sophismes, il est recommandé de faire les figures « à main levée », même si elles ne sont pas tout à fait exactes. L'usage de logiciels de géométrie dynamique est absolument proscrit.

Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes, comme celui qui suit. Envoyez toute nouvelle proposition à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr).

**Théorème : Deux segments inégaux sont égaux.**

Soient deux segments parallèles inégaux, [AB] et [PQ]. Construisons le triangle formé par AB et les droites (AP) et (BQ).



Les triangles ABC et PQC sont semblables.

On a donc  $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PC}$ , c'est à dire  $AB \cdot PC = PQ \cdot AC$

En multipliant les deux membres de l'égalité précédente par  $(AB - PQ)$ , on obtient successivement :

$$AB \cdot PC \cdot (AB - PQ) = PQ \cdot AC \cdot (AB - PQ)$$

$$AB^2 \cdot PC - AB \cdot PC \cdot PQ = AB \cdot AC \cdot PQ - PQ^2 \cdot AC$$

$$AB \cdot (AB \cdot PC - AC \cdot PQ) = PQ \cdot (AB \cdot PC - AC \cdot PQ)$$

D'où, en divisant les deux membres par  $(AB \cdot PC - AC \cdot PQ)$  :

$$AB = PQ$$

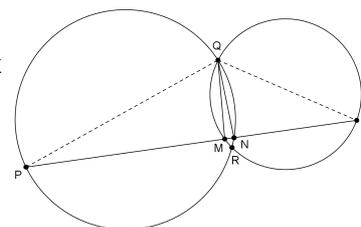
Le théorème ci-dessus est donc démontré.

Ce sophisme est extrait de « Preussische Lehrerzeitung » de 1913.

### Solution du Sophisme précédent (Petit Vert n°122)

Etant donnés deux cercles sécants en Q et R, de diamètres respectifs QP et QS, il s'agissait de démontrer qu'on pouvait « abaisser » deux perpendiculaires distinctes, issues de Q, sur la droite PS.

En réalité, la figure proposée était trompeuse : les segments QP et QS ne sont pas les diamètres du cercle. Si on avait réellement tracés les véritables diamètres, la droite PQ serait passée par le point R, et les points M et N confondus avec R.



## SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 122

Il s'agissait de reproduire un tableau de Gary Andrew Clarke, intitulé « The four corners » (*Voir : <http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32449706312/title-untitled-date-23rd-june-2012>*), soit à l'aide de la règle et du compas, soit à l'aide d'un logiciel de géométrie.

Il fallait décrire le protocole de construction, en précisant les hypothèses faites.

Dans un premier temps, on pouvait se contenter des tracés des segments et du cercle. Dans un second temps, si on avait utilisé un logiciel, il fallait expliquer comment procéder pour colorier les cinq formes présentes sur cette image.

Tout d'abord il y avait un certain nombre d'hypothèses à faire.

- Le rectangle de départ était-il quelconque ? ou un rectangle de proportion 4/3 (option choisie dans la version présentée ci-dessous) ? ou un rectangle d'or (hypothèse qui pouvait être écartée, la proportion 1/1,618 environ ne correspondant pas au tableau) ? ...
- Le point F était-il bien le pied de la perpendiculaire menée de B sur [AC] ?
- Le cercle devait être tangent aux droites (BF) et (CF). Mais comment déterminer le point J ? Était-il vraiment sur la bissectrice de l'angle BCA ?

Un étude minutieuse de la figure originale laisserait à penser, par exemple, que F n'est pas tout à fait le pied de la perpendiculaire issue de B sur (AC)...

En tout état de cause, nous vous proposons la solution de Christelle Kunc (nous en avons reçu d'autres, mais pas à partir des mêmes hypothèses ; mais aucune réalisée par des élèves).

Elle a utilisé GeoGebra, en partant d'un rectangle de proportion 4/3. Voici son protocole de construction (qui permet de réaliser la construction « à l'ancienne », à la règle et au compas).

Points A(-3,5), B(-3,-7), C(6,-7) et D(6,5)

Segment e=[AC] (longueur 15)

Droite f perpendiculaire à (AC) issue de B

Droite g bissectrice de l'angle BCA

Point E intersection des droites f et g

Point F intersection des droites e et f

Droite i bissectrice des droites g et e

Droite k bissectrice des droites f et e

Point G intersection des droites i et k (ce sera le centre du cercle)

Droite l passant par G et perpendiculaire à e

Point H intersection de E et L

Cercle p de centre G passant par H.

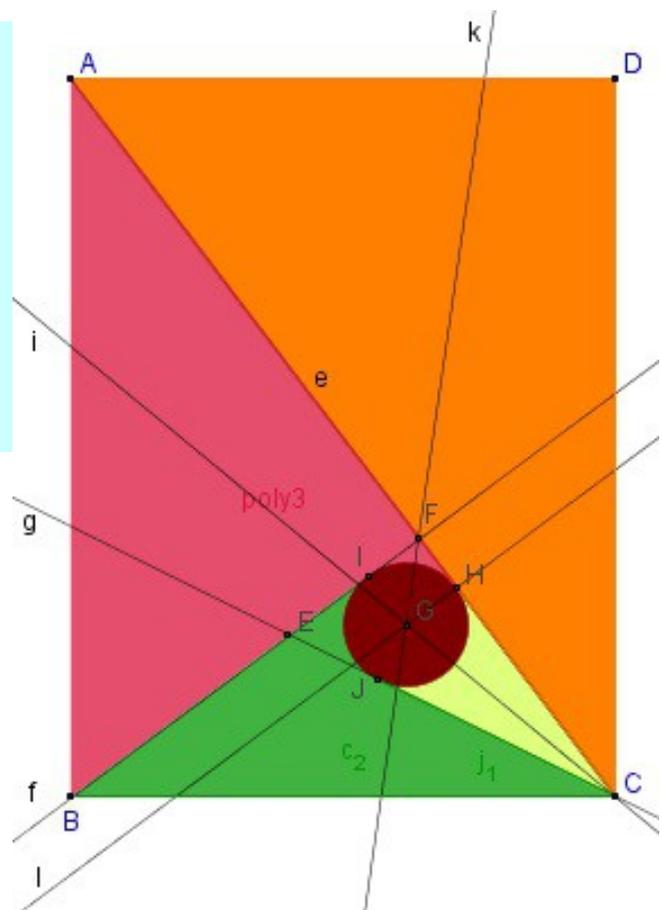
A partir de ce moment, la figure en « noir et blanc » est terminée.

Reste à colorier. Il faudra alors faire preuve d'astuce, GeoGebra ne permettant de colorier que des polygones ou des cercles : or il y a dans cette figure des « triangles curvilignes » (EIJ, IFH, CJH) ...

L'astuce consistera, par exemple, à colorier en vert le quadrilatère BIJC, en rouge le quadrilatère AHIB et en jaune le triangle CHJ. Le disque de centre G sera alors colorié en brun, avec une « densité de couleur » suffisante pour qu'elle « écrase » les parties à cacher des quadrilatères précédents.

Faute de place, nous ne vous décrivons pas ici la suite du protocole de [Christelle](#), mais elle pourra vous envoyer son fichier GeoGebra.

Cependant, si vous proposez cette activité à vos élèves, merci de nous faire parvenir vos compte rendus.



En complément, nous vous proposons une « promenade » parmi des œuvres de Gary Andrew Clarke (voir pages suivantes). Cela vous inspirera peut-être pour de nouvelles activités en classe...

### **Défi collège : complément**

## Une promenade parmi des œuvres de Gary Andrew Clarke

<http://garyandrewclarke.tumblr.com/>

<http://www.artstar.com/collections/gary-andrew-clarke> nous présente Gary Andrew Clarke, artiste anglais né en 1970. Un de nos adhérents nous a signalé son travail et son site.



Nous retrouvons l'œuvre utilisée pour le « défi collège » du Petit Vert n°122. Des tangentes à un cercle attirent notre regard.

<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32449706312/title-untitled-date-23rd-june-2012>



<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/74359829842>

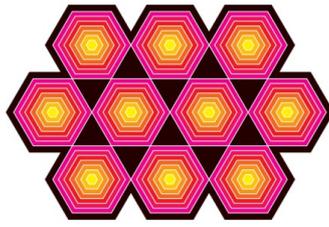
<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/44135287899/opened-2nd-jan-2013> . Ce ne sont pas là des « Petits L ». Des alignements ont sans doute servi à la construction.



<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32451626648/tangram-sam-muscle-man>

<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/35631606046/title-untitled-date-2nd-march-2009>

Des Tangrams et une spirale se remarquent dans un sympathique algorithme de construction. Le nombre d'or est présent.



<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/76821092152>

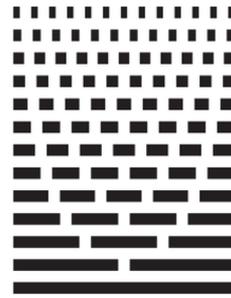
<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/75955947963>

<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32806271999/always-ending>

Des polygones réguliers ont été utilisés.



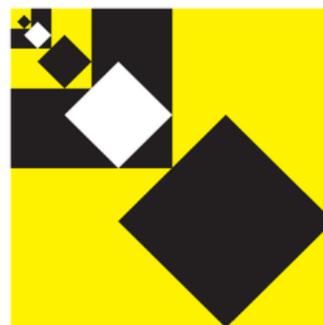
Ces deux œuvres pourront être montrées pour visualiser le théorème de Thalès. Par ailleurs, celle de droite visualise des triangles de même aire.



<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32603357403/title-untitled-date-28th-june-2012>

<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32665801828/title-untitled-date-27th-december-2009>

Si la largeur de l'œuvre est prise comme unité de longueur, des fractions de 1 sont visualisées. Par ailleurs, un algorithme est utilisé pour du coloriage de l'œuvre de gauche et des courbes sont visualisées dans celle de droite.



<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/44192305755/10th-feb-2012>

<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/34288728011/title-untitled-date-8th-november-2010>

<http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/33307794356/title-untitled-date-25th-may-2011>

La première œuvre peut être mise en relation avec ce qui a été évoqué en particulier dans le Petit Vert 122 à propos de la somme de carrés de nombres entiers. L'artiste a visualisé  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$ .

La deuxième œuvre pourra être mise en relation avec des pavages arabo musulmans que nos brochures « Maths et Arts » ont commencé à aborder. La troisième œuvre est à mettre en relation avec « Arithmetic Composition » de Théo Van Doesburg évoquée et étudiée dans le Petit Vert n°111 (septembre 2012) <http://paintingdb.com/s/10221/>.

### Avec des élèves

Ces propositions donneront peut être envie d'introduire certaines de ces œuvres lors d'études de contenus mathématiques. N'hésitez pas à nous faire parvenir ce que vous avez mis en place avec vos élèves ([contact@apmeplorraine.fr](mailto:contact@apmeplorraine.fr)) et n'oubliez pas de scanner certains de leurs travaux : les relations « Maths et Arts » peuvent enrichir ce qui est enseigné dans les classes.

Par ailleurs, en 2015, les projets de programmes pour le Cycle 4 évoquent « Utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation, homothétie ». Le site de Gary Andrew Clarke présente de nombreuses occasions de mettre œuvre ces exemples d'activités et ne nous interdit pas l'usage des instruments traditionnels.

François DROUIN

### Le tricolore et Pierre Bellemare, suite

Suite à l'article publié dans le Petit Vert de juin dernier, article que nous avons envoyé à P. Bellemare, ce dernier nous a répondu par courriel.

Bonsoir

J'ai bien reçu votre lettre et j'ai lu l'article que vous avez consacré au tricolore. A ce propos j'ai eu une étrange sensation : j'entrai dans un univers inconnu sans avoir le moindre souvenir de ma participation à cette aventure. Ensuite vous êtes passé au domaine mathématique qui m'est également totalement étranger. J'ai finalement passé un bon moment dans l'inconnu. Merci et au plaisir de vous combler par mon ignorance.

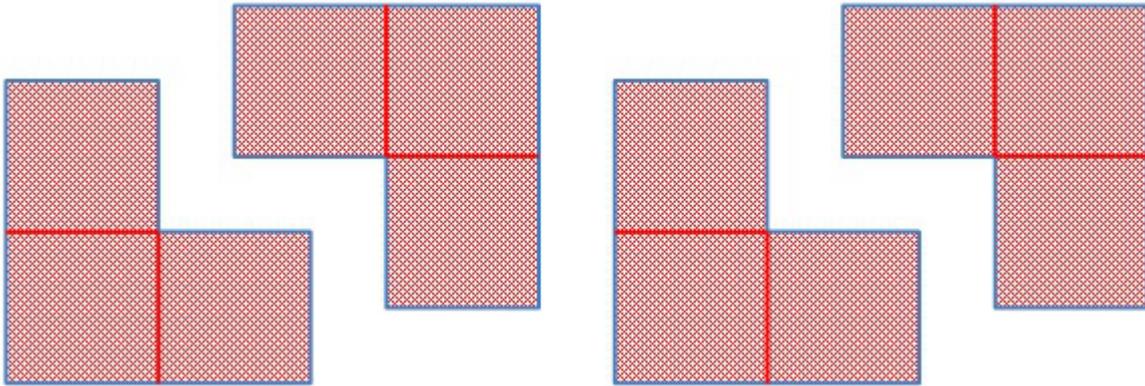
Pierre Bellemare Radio Television

[retour au sommaire](#)

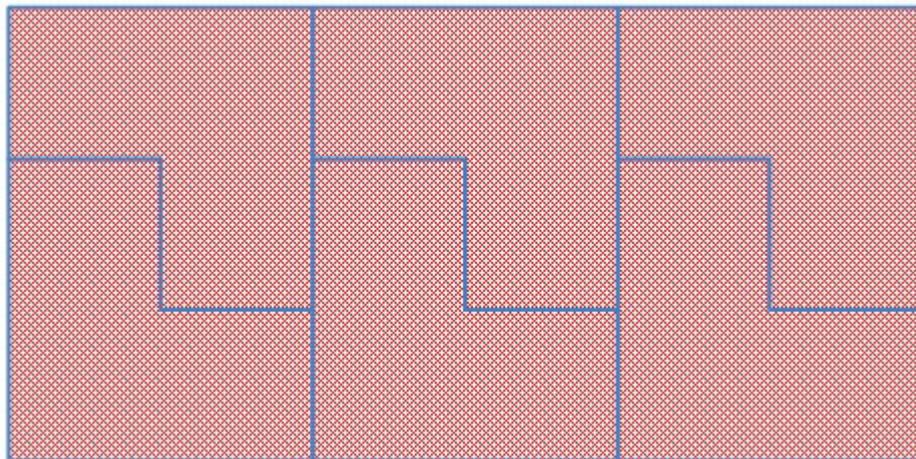
## DÉFI COLLÈGE n° 123

### Rectangles et « Petits L »

Tu disposes de nombreux « Petits L » semblables à ceux dessinés ci-dessous.



Six « Petits L » permettent la réalisation d'un rectangle dans lequel sont visibles trois rectangles 3x2 formés de deux pièces assemblées (image ci-dessous).



En assemblant des « Petits L », est-il possible de construire un rectangle dans lequel ne sera visible aucun rectangle 3x2 formé de deux pièces assemblées ?

A propos des « Petits L », voir également le défi lycée et le problème dans ce même numéro.

Envoyez vos propositions de solution à [contact@apmeplorraine.fr](mailto:contact@apmeplorraine.fr). Merci.

## SOLUTION DU DÉFI LYCÉE n°122

### Petit problème de probas

**1.** J'imagine un tournoi par élimination directe entre 3 joueurs A, B et C.

En s'appuyant sur les statistiques des matchs précédents, nous supposons que :

- Quand A joue contre B, A gagne avec une probabilité de 0,75 ;
- Quand B joue contre C, B gagne avec une probabilité de 0,65 ;
- Quand C joue contre A, C gagne avec une probabilité de 0,55.

(on est dans la situation du paradoxe de Condorcet).

Le tournoi se déroule ainsi : deux des joueurs s'affrontent, et le gagnant joue contre le troisième joueur. Je suis l'organisateur du tournoi, et j'ai donc le choix entre trois possibilités :

- Soit je fais jouer A et B en premier, et le vainqueur rencontrera C ;
- Soit je fais jouer A et C en premier, et le vainqueur rencontrera B ;
- Soit je fais jouer B et C en premier, et le vainqueur rencontrera A.

Mais le joueur C est mon chouchou, et je ne suis pas impartial. Comment vais-je organiser mon tournoi pour favoriser C ?

Il n'y a même pas besoin de faire de calculs, il est « évident » que C a intérêt à rencontrer A au second tour. Il faut donc faire jouer d'abord A contre B.

Cependant, on pourrait résoudre ce problème en construisant les trois arbres de probabilités correspondant aux trois scénarios possibles. On constaterait sur ces arbres que :

- si le tournoi débute par A contre B, C gagne la finale avec une probabilité de 0,5 ;
- si le tournoi débute par A contre C, C gagne la finale avec une probabilité de 0,1925 ;
- si le tournoi débute par B contre C, C gagne la finale avec une probabilité de 0,1925.

Il faut donc bien commencer par A contre B, qui donne le plus de chances à C.

### 2. Compliquons un peu...

J'invite un quatrième joueur, D.

Les statistiques concernant A, B et C de la première partie ne sont pas modifiées.

On ajoute les données suivantes : A gagne contre D avec une probabilité de 0,70 ; B gagne contre D avec une probabilité de 0,60 ; D gagne contre C avec une probabilité de 0,50 (ils ont exactement le même niveau).

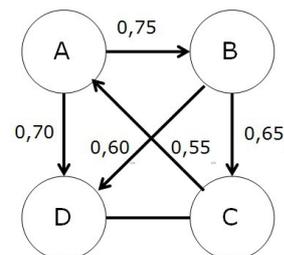
Le tournoi se jouera alors ainsi :

- soit A joue contre B et C contre D, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront ;
- soit A joue contre C et B contre D, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront ;
- soit A joue contre D et B contre C, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront.

Je suis toujours aussi impartial et je veux encore favoriser C. Comment vais-je organiser mon tournoi ?

Là encore, il faut que la finale oppose A à C si on veut favoriser C. Il faut donc que A gagne le premier match. Et on aura tout intérêt à commencer encore par les matchs A contre B et C contre D.

Là encore, on pourrait représenter toutes les possibilités par des arbres, mais la situation se complique... L'utilisation du petit schéma ci-contre, indiquant les probabilités de victoires entre les joueurs, peut aider au raisonnement.



### 3. Et si on avait 8 joueurs ? 16 joueurs ? 32 ...

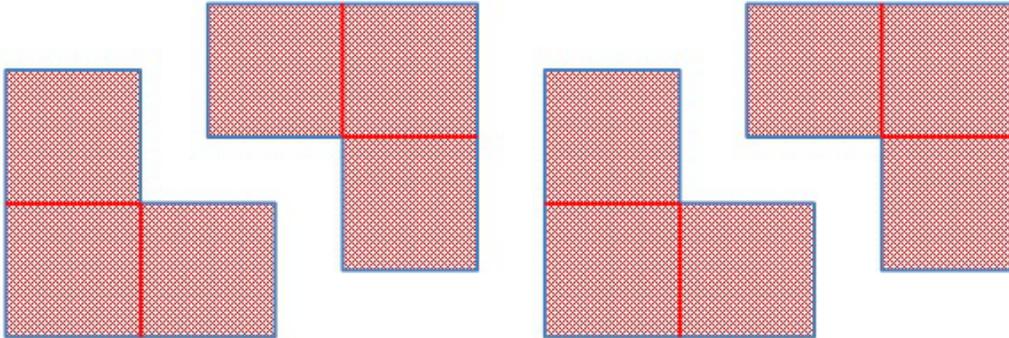
On procèdera comme habituellement dans les tournois : un joueur sur deux est éliminé à chaque tour. L'informatique peut-elle nous aider ?

Nous sommes à la recherche d'un « programmeur » de bonne volonté qui pourrait nous soumettre un algorithme...

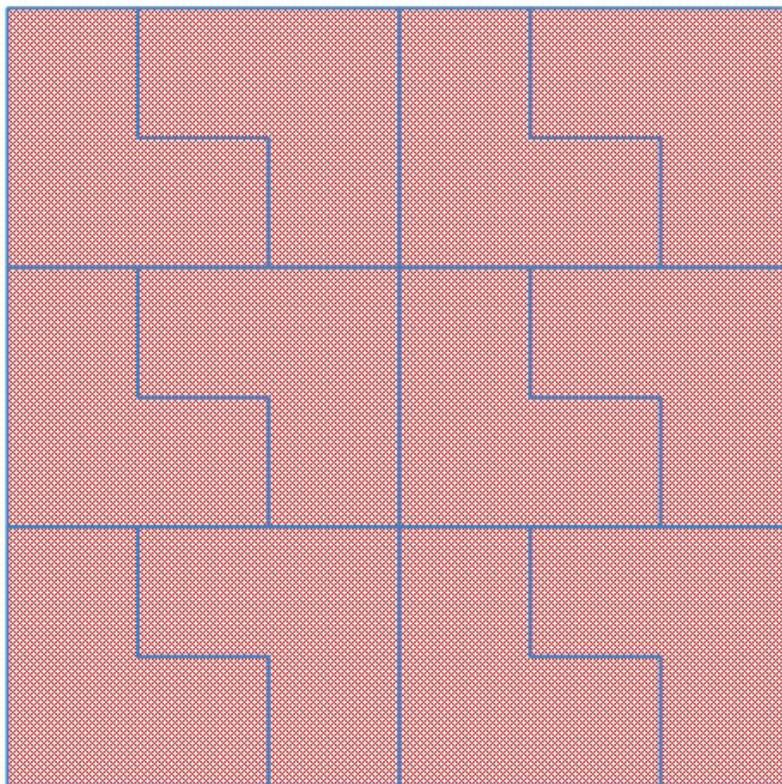
## DÉFI LYCÉE n° 123

### Carrés et « Petits L »

Tu disposes de nombreux « Petits L » semblables à ceux dessinés ci-dessous.



Ce carré 6x6 est aisément recouvert avec douze « Petits L » :



Comment caractériser les carrés recouvrables par des « Petits L » ?

A propos des « Petits L », voir également le défi collège et le problème dans ce même numéro.

Envoyez vos propositions de solution à [contact@apmeplorraine.fr](mailto:contact@apmeplorraine.fr). Merci.

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à [michel.ruiba@ecopains.net](mailto:michel.ruiba@ecopains.net) et [francois.drouin2@wanadoo.fr](mailto:francois.drouin2@wanadoo.fr) . **Merci.**