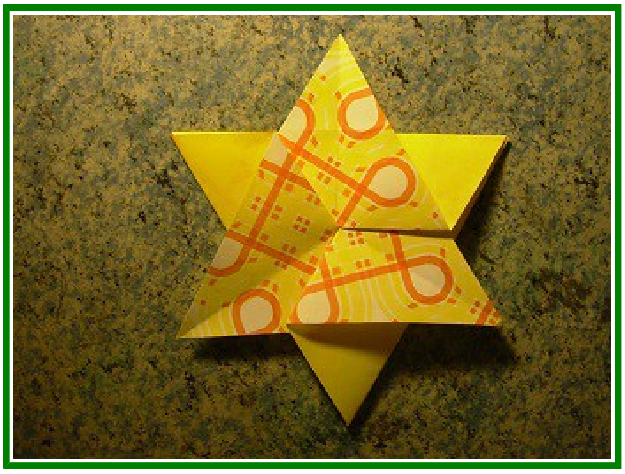
LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 120	DECEMBRE 2014



Pour ce numéro « spécial fêtes de fin d'année », nous vous offrons un chocolat mathématique, proposé par Martine, et une belle étoile en papier plié, proposée par Walter.
Le Comité de rédaction vous souhaite de joyeuses fêtes et de bonnes vacances, et vous propose - au cas où vous auriez des insomnies - de comptabiliser le nombre d'étoiles à cinq branches (ou pentagrammes) contenues dans ce numéro. C'est aussi bien que de compter des moutons... Bonne lecture !

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : décembre 2014. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) à tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à jacverdier@orange.fr.
Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).
Ce numéro a été tiré à 30 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).
Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "maths et philo", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Françoise Jean, Walter Nurdin, Jacques Verdier et Gilles Waehren. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe Walentin.

SOMMAIRE

édito

En guise d'éditorial, nous reprenons celui de Michel Bardy, paru il y a 25 ans, dans le Petit Vert n°20 de décembre 1989.

OUI AU PROSÉLYTISME

Ignorer, superbement ou non, l'A.P.M.E.P., il faut bien constater que c'est l'attitude de beaucoup d'enseignants de Mathématiques. J'essaie alors d'imaginer notre enseignement si l'A.P.M. n'avait jamais existé !

Pas d'I.R.E.M. C'est vrai, ils ne répondent pas tous aux vœux de chacun, mais tout de même... il suffit d'écouter nos collègues non matheux exprimer leurs regrets et leurs réclamations !

Pas ou trop peu de rencontres entre enseignants de Maths de tous niveaux. De ces rencontres d'où l'on sort regonflé, enrichi d'expériences, ou seulement dubitatif, mais de toute façon plein d'interrogations : que deviendrait un enseignant sans questions ?

Pas de brochures. Vous connaissez ? Ces petites contributions individuelles ou collectives, aux prix modestes, qui aident tous ceux qui n'ont pas forcément une idée nouvelle chaque matin et acceptent bien volontiers celles des autres.

Je ne vais pas énumérer tout ce que j'ai trouvé à l'A.P.M.E.P.

Peut-être simplement qu'avec l'âge, j'apprécie de ne pas avoir ajouté à la sclérose des articulations, une sclérose un peu plus haut placée, et j'imagine trop bien ce qu'il pourrait advenir de l'enseignement des mathématiques sans l'action des ferments APM-iques !

Ce qui m'a poussé a écrire ces lignes : la commande d'un éditorial par notre Président, bien sûr, mais surtout la présence d'une vingtaine de participants à notre A.G. régionale, bien peu pour donner une impulsion vigoureuse et apporter des idées... quoique le Président n'en manque pas !

Je me dis que, lorsque 8 % des profs de Maths auront rejoint notre association, alors, par exemple, on n'évaluera plus les élèves hors des limites d'un programme et nous en serons tous plus à l'aise dans notre travail quotidien... L'A.P.M.E.P. aura un poids inégalable et exercera donc une pression jamais atteinte sur l'institution.

Alors, courage, faites du prosélytisme !

Michel Bardy

Prosélytisme : zèle à faire des prosélytes, c'est-à-dire des personnes gagnées à une opinion.

A l'heure où nous nous interrogeons sur les façons de mobiliser nos collègues afin qu'ils rejoignent notre association, reconnaissons que les arguments de Michel Bardy, donnés il y a 25 ans, sont toujours d'actualité !

Entre temps, certains sont venus enfler nos effectifs et nos A.G. régionales comptent désormais entre 100 et 150 personnes.

La réflexion sur l'évaluation est toujours d'actualité, maintenant sous l'angle des compétences et de la prise d'initiative, et il reste bien de la formation à mettre en place pour que chacun se sente à l'aise dans le métier.

Il est plus que jamais nécessaire de gonfler le nombre de nos adhérents avec l'espoir, comme le disait Michel, que nous soyons pleinement entendus par l'institution.

VIE DE LA RÉGIONALE

Toulouse

Voici la réaction, envoyée par courriel, d'un néo-participant aux Journées nationales de l'APMEP.

Invité par un ami enseignant en Mathématiques également (Anas MTALAA, que je remercie), j'ai découvert et vécu mes premières journées nationales de l'APMEP organisées cette année dans la belle ville rose : Toulouse.
J'ai pu assister à des conférences très intéressantes, accéder à de multiples ateliers enrichissants et surtout croiser, rencontrer et échanger avec de très nombreux... matheux comme moi. Parmi lesquels les "Copains d'abord" de Lorraine qui m'ont réservé un très bel accueil au sein du groupe de la régionale pendant ces quatre bonnes journées. Rendez-vous est donc pris à Laon pour 2015.

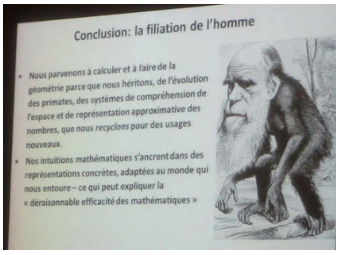
Michel LEFORT

Et quelques photos prises à Toulouse...

Le repas de la régionale Lorraine

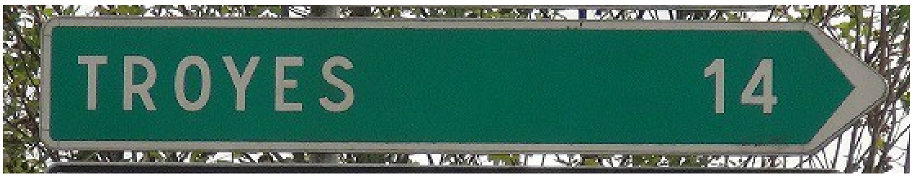
Géométrie dans une plaque d'égout

Mathématiques dans de bien belles choses...



Conclusion de la conférence inaugurale

Sur la route qui menait les lorrains vers la ville rose, certains ont rencontré Pi...



Agenda 2015

La **Journée régionale** aura lieu le mercredi 11 mars.
Le matin à la Faculté des Sciences de Vandoeuvre : conférence d'Arnaud Fischer « La mesure du possible ou comment les mathématiques ont su décrire le monde » ; assemblée générale.
L'après-midi au lycée Callot : réunion des commissions par niveaux et une bonne quinzaine d'ateliers.
Le **Rallye** (concernant les classes de troisième et de seconde) aura lieu le jeudi 2 avril.

Deux « **gouters** » sont également programmés : l'un sur GeoGebra à Bitche début 2015, l'autre sur les mosaïque arabo-musulmanes.

N'oubliez pas de renouveler très rapidement votre **adhésion** annuelle (2015) à l'APMEP. Vous pouvez désormais le faire en ligne sur http://www.apmep.fr/.

sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

Des mathématiques dans de bien belles choses

Le groupe « Maths et Arts » de la régionale Lorraine vient de publier une **nouvelle brochure**.

Des contenus essentiellement géométriques ont attiré le regard de professeurs de mathématiques amateurs de belles choses.

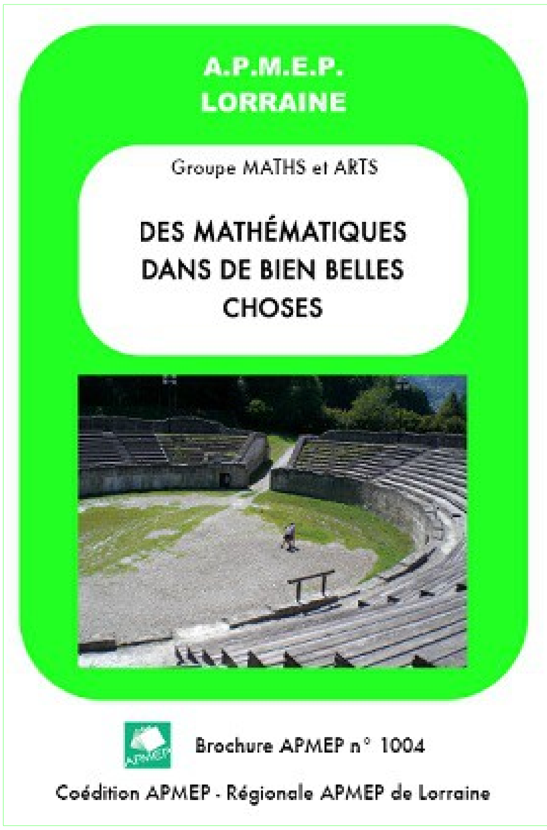
Des courbes apparaissent en architecture et dans divers motifs décoratifs. Elles ont été retrouvées dans des peintures, des photographies et des bandes dessinées. Comment les tracer ? Comment différencier arcs de cercle, ellipses, ovales ?

Comment imaginer le déploiement d'une spirale vue sur un pavement d'église ?

Comment utiliser et dessiner des zelliges à partir de l'étoile à huit pointes ?

Pour répondre à ces questions, des propositions pour la classe ont été imaginées, la mise en œuvre de certaines d'entre elles est relatée et puis analysée.

Les activités sont pour la plupart conçues pour des élèves de collège, certaines d'entre elles pouvant être mises en œuvre dès la fin du cycle 3. Les lycéens n'ont pas été oubliés lors de l'étude du déploiement de la spirale.

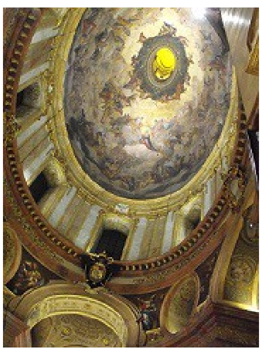


Comment vous procurer cette brochure de 116 pages, **en couleurs** ?

- A l'IREM de Lorraine, pour le prix de 13 €. Pour ceux qui ne sont pas proches de Nancy, par commande à la régionale de Lorraine (contacter Andre.stef@univ-lorraine.fr) ; port 4 €.
- Sur le site national de l'APMEP , au prix public de 20 € + port. Pour les adhérents (identifiez-vous) au prix de 13 € + port.
- La brochure sera également en vente lors de notre Journée régionale du 11 mars 2015, au prix de 13 €.
- Pour un achat par un établissement (avec bon de commande administratif), contactez Andre.Stef@univ-lorraine.fr

La brochure contient une importante « sitographie ». Elle devrait normalement être mise en ligne sous peu sur le site de l'APMEP. Si ce n'était pas le cas, vous pouvez la demander à François Drouin (document PDF, où les liens sont actifs).

Ci-dessous, trois images extraites de la brochure : un motif musulman au harem de Khiva (Ouzbékistan), un ovale de l'opéra de Vienne (Autriche) et la margelle d'un puits à Luttange (Moselle). La couverture représente l'amphithéâtre de Martigny (Suisse).


DANS NOS CLASSES

Le tracé du pentagramme

Par Rachel François
École de Moyen (54)

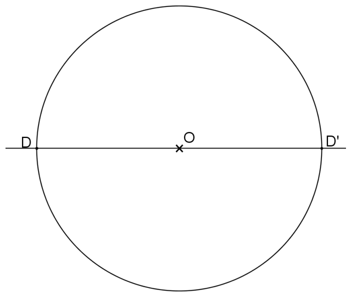
Notre classe de CE2/CM1/CM2 a eu pour mission de décorer les fenêtres de la mairie et de l'école pour Noël. Nous avons choisi de fabriquer des étoiles sur du bois et de les dorer pour mettre de la couleur à des jardinières de sapins posées au bord des fenêtres, et de tracer de simples pentagrammes (étoiles à 5 branches) pour les fixer sur les fenêtres.

L'objectif principal ici est bien de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure. Des relations et propriétés géométriques sont approfondies (alignement, perpendicularité, milieu d'un segment) ainsi que l'utilisation d'instruments et de techniques (règle, compas). Du vocabulaire spécifique est utilisé à bon escient (sommet, centre, rayon, diamètre) dans ce problème de reproduction ou de construction géométrique.

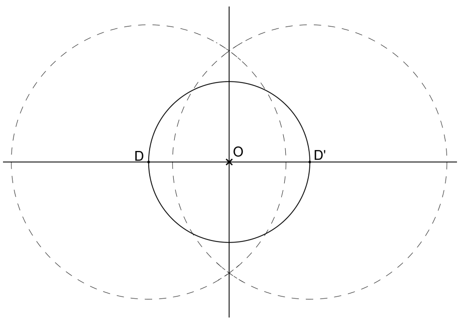
Voici les étapes de nos réalisations.

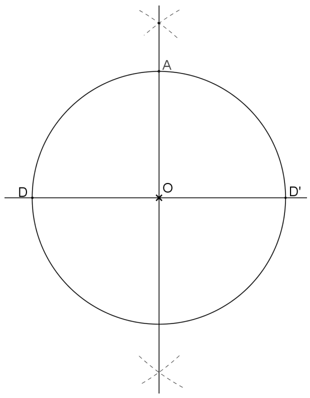
1) Tracer au compas le cercle dans lequel s'inscrira le pentagramme.

2) Tracer un diamètre qui passe par le centre O du cercle et le coupe en deux points, D et D'.

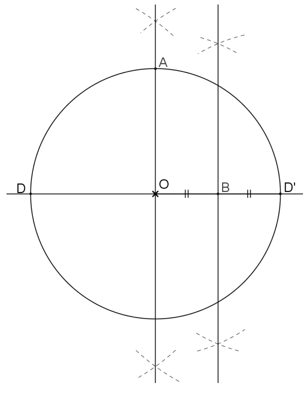


3) 4) Tracer le diamètre perpendiculaire au premier. On écarte un peu plus le compas, on le pointe sur D, on trace le cercle et, avec le même écartement des branches du compas, on trace le cercle de centre D'. Les deux cercles se coupent en deux points qu'il suffit de joindre pour tracer cette perpendiculaire. Le point A, intersection entre le diamètre perpendiculaire et le cercle de centre O, est le sommet du cercle.



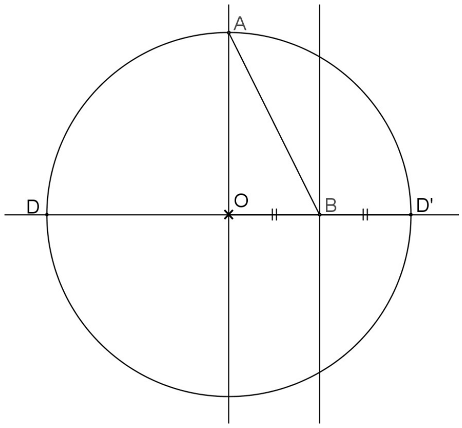


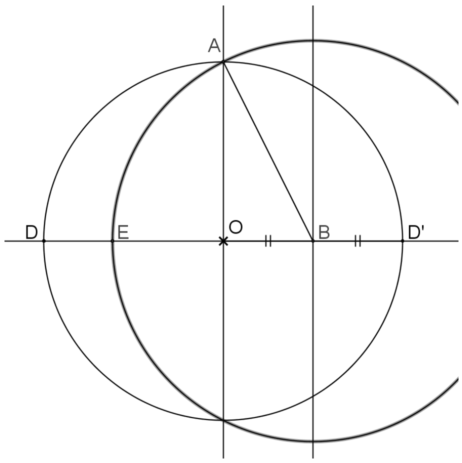
5) Placer le milieu du rayon OD' : deux cercles de même rayon et de centres O et D', on joint leurs deux intersections, qui coupe OD' en B.



sommaire

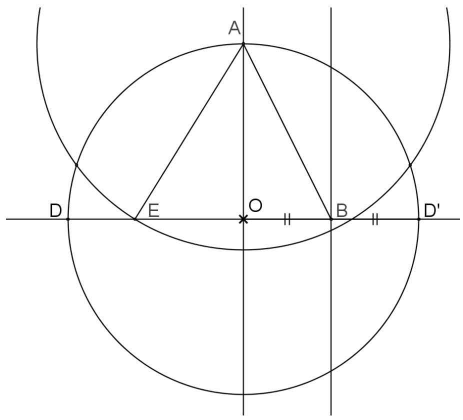
6) Tracer le segment qui joint A à B. OA étant le double de OB.

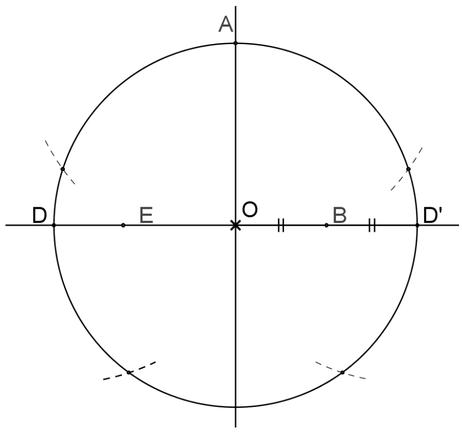




7) Tracer le cercle de centre B et de rayon AB. Il coupe le diamètre horizontal en E.

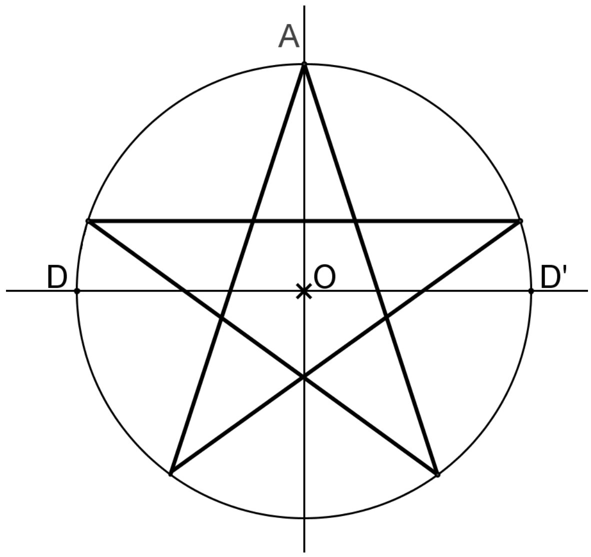
8) Tracer le segment AE et le cercle de centre A et de rayon AE : ce cercle coupe le cercle initial en deux points qui constituent, avec le point A, les trois premiers sommets du pentagramme.





9) Gardons l'écartement des branches du compas, et traçons, à partir des premiers sommets, les deux derniers sommets du pentagramme.

10) Pour finir, quelques coups de gomme, quelques traits à la règle.



sommaire

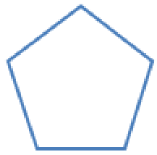
MATHS ET ARTS

Des tracés d'étoiles à cinq branches obtenus à l'aide d'un pentagone régulier

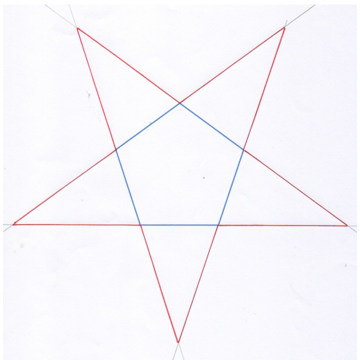
par François Drouin

Le Pentagramme (étoile à cinq branches) est directement obtenu en utilisant la partie dessin des suites bureautiques habituelles.

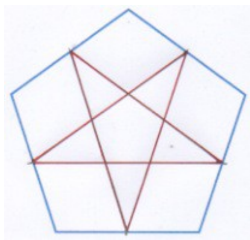
Voici quelques propositions de tracés à partir du pentagone régulier obtenu directement lui aussi.



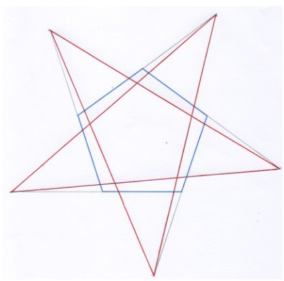
Je prolonge les côtés du pentagone. Je fais vivre la notion de droite. J'obtiens cinq nouveaux points qui seront les sommets de l'étoile.



Je trace les diagonales du pentagone : je trace des segments dont je connais les extrémités.
Je cherche les milieux des côtés du pentagone, puis je trace des segments dont je connais les extrémités.

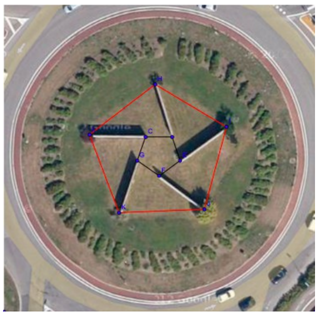


Je prolonge les côtés du pentagone. J'obtiens des demis droites. Je reporte des longueurs égales sur ces demi droites et je trace des segments dont je connais les extrémités.



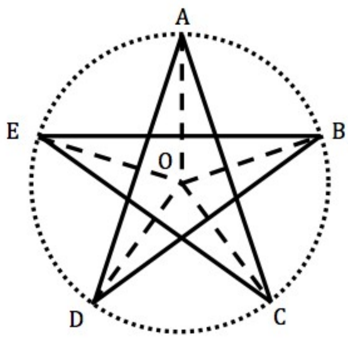
sommaire

Cette méthode permet de visualiser une telle étoile dans le rond point Jean Renoir à Tomblaine. L'image utilisée a été fournie par « Google Maps ». Il est raisonnable de penser que le rond point est circulaire et que les pentagones visualisés par les segments noirs et rouges sont réguliers.



Les tracés précédents pourront être proposés à des élèves de l'École Élémentaire. Les justifications ne pourront être abordées qu'en utilisant des propriétés géométriques qui ne sont peut être plus familières des élèves de l'enseignement secondaire.

En utilisant le fait que le pentagramme possède cinq axes de symétrie et en utilisant la relation entre un angle inscrit et son angle au centre, l'élève de troisième pourra cependant se persuader que les angles formant les pointes mesurent 36° (Les lecteurs des numéros 107 et 108 du Petit Vert ont à leur disposition un résultat concernant tous les types d'étoiles à cinq branches). L'élève pourra ensuite utiliser les commandes AVANCE (en abrégé **av**) et TOURNE DROITE (en abrégé **td)** du logiciel GéoTortue et tracer aisément un Pentagramme. La rubrique « Vu sur la Toile » du Petit Vert n°117 nous fournissait un lien pour télécharger ce logiciel, voici celui du site officiel : http://geotortue.free.fr/ .



Sitographie

Trois animations de tracé sont accessibles à l'adresse :
http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/pentagone_dor.htm

Ces deux sites présentent plusieurs constructions d'un pentagone régulier :
http://ens.math.univ-montp2.fr/SPIP/irem/archi/mathtxt/polygone/exact5.php
http://www.maths.ac-aix-marseille.fr/debart/doc/pentagone.doc

Dans un des sites « vu sur la Toile » du Petit Vert n°118
http://www.korthalsaltes.com/model.php?name_en=star%20pyramids

Un prisme à base « pentagramme » http://www.korthalsaltes.com/pdf/pentagrammic_prism.pdf

Le pentagramme est l'étoile cachée de Sam Loyd (1841-1911)
http://enigmes.info/puzzles/l-etoile-cachee-sam-loyd

Le Pentagramme peut être construit par pliage et découpage :
http://www.papa-noel.be/etoile-noel/5-branches/etoile-noel-2.htm

http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/IMG/pdf/a-vue-d-oeil-ORTH_2_.pdf : un intéressant questionnement à propos d'une relation entre l'aire du pentagramme et l'aire du pentagone.

http://www.zynzek.de/Marktkirche/marktkirche.html Un pentagramme et un hexagramme sur le clocher d'une église allemande.

Page suivante : Quelques pentagrammes rencontrés lors de promenades en Lorraine ou ailleurs...

Quelques pentagrammes rencontrés lors de promenades en Lorraine et ailleurs

Un œil-de-bœuf à Void (55)

Un œil-de-bœuf à Maxey-sur-Meuse (88)

Sur un linteau de porte à Chaillon (55)

Dans le phare d'Erckmühl (29)

Dans l'imposte d'une porte à Géry (55)

Dans l'imposte de la porte d'entrée du phare Nantouar à Louanned (22)

Dans la brasserie du musée de Saint-Nocolas-de-Port (54)

Sur une vitrine à Saint-Mihiel

sommaire

DANS NOS CLASSES

Des pentagrammes au lycée

par Serge Ermisse, Lycée Jean de Pange, Sarreguemines

Date : Deuxième et troisième trimestre de l'année 2013/2014
Niveau : Seconde
Discipline : En accompagnement personnalisé

Contexte : L'accompagnement en maths dans mon lycée étant ciblé principalement pour les élèves en difficulté, on a proposé avec une collègue, et pour la première fois, des thèmes d'études pour de très bons élèves (qui n'iraient donc jamais ou presque en heure d'aide durant l'année). Après le premier conseil de classe, on a donc déterminé les élèves qui pouvaient en bénéficier.
Par la suite**,** les élèves **volontaires**, issus de n'importe quelle classe de seconde, devaient travailler à distance en communiquant avec le professeur référant par l'intermédiaire d'un groupe de travail sur la plateforme *placedulycée*. Un des thèmes que j'ai proposés, sous l'impulsion de François Drouin, a été celui du pentagramme.

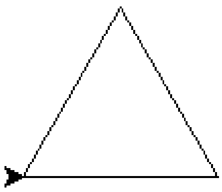
Objectifs : On voulait développer l'autonomie, l'appropriation des différentes fonctionnalités d'une plateforme de l'ENT (messagerie, groupe de travail, forum, …), la démarche d'investigation, le réinvestissement des connaissances sur la trigonométrie, l'approfondissement sur des calculs mêlant racine carré et égalité remarquable, la maitrise de *GeoGebra* et la découverte du logiciel de programmation *Python* (en approfondissement de ce qu'ils avaient pu faire avec *Algobox*).

Sujet d'étude : **Voir l'annexe 1 « Le pentagramme et le nombre d'or »**

Préliminaire : Pour la partie dessin avec Python, avant de donner le sujet, j'ai moi-même cherché à les réaliser. **Voir l'annexe 2 « Le pentagramme avec Python »**. J'imagine donc qu'il y a des choses réalisables par les élèves seuls. Ils pourront tâtonner à l'envi car les multiples essais ne coutent pas cher, ni en travail, ni en temps.
J'ai joint le fichier « triangleEquilateral.py » pour leur donner une base du langage.

```
from turtle import *

for i in range(1,4):
    forward(100)
    left(120)
```

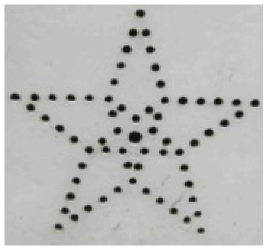


Déroulement du projet : Plusieurs élèves se sont inscrits et semblaient être intéressés mais le concept de « travail à distance » avec un professeur que l'on ne connait pas a été un frein au bon déroulement et une seule élève a fait la totalité du travail demandé.
Certains n'ont fait que la recherche historique et artistique, d'autres n'ont réalisé que les figures avec *GeoGebra*. Un élève, visiblement passionné d'informatique, a fait uniquement un programme *Python*.
Une élève a accepté de faire une présentation orale de son travail, en s'appuyant sur un diaporama (elle l'a pris comme une préparation à l'épreuve de TPE). En accord avec sa professeure de mathématiques, elle a été valorisée par un bonus dans sa moyenne trimestrielle.

Bilan : Pour une première, c'est un peu décevant. Ceci dit, la quinzaine d'élèves qui a participé a surement atteint quelques uns des objectifs que l'on s'était fixés. Pour que cela fonctionne mieux, il faudrait prévoir des rencontres au lycée avec les élèves pour faire le point, les guider un peu dans leur recherche, expliquer comment fonctionnent les logiciels, etc.

sommaire

Annexe 1 : Le pentagramme et le nombre d'or

			
Un œil de bœuf de Neuville-les-Vaucouleurs	Une ouverture dans la façade de la synagogue de Verdun	Au dessus d'une porte d'école de Saint-Mihiel	Soupirail d'une cave à Commercy

Faire un exposé sur ce thème contenant au minimum :

- Les définitions
- L'implantation culturelle (histoire, peinture, architecture, …)
- Les constructions sur papier à l'aide des instruments de géométrie
- La construction à l'aide du logiciel GeoGebra
- Les propriétés (géométriques, calculatoires) remarquables
- Les constructions à l'aide du logiciel Python (voir le fichier joint comme exemple)

Au fur et à mesure de vos avancées, déposer régulièrement vos travaux dans le groupe de travail sur place du lycée. Je ferai le point avec vous régulièrement. On verra plus tard la forme de présentation que l'on adoptera.
Vous avez jusqu'à la fin du troisième trimestre pour achever ce mini-projet.

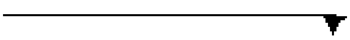
Remarque technique : GeoGebra et Python sont deux logiciels que l'on trouve facilement en **téléchargement gratuit.**

Annexe 2 : Le pentagramme avec Python

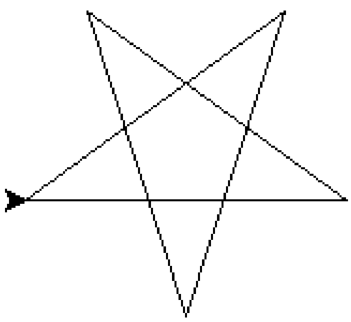
Les deux premiers programmes ne sont pas compliqués et me semblent envisageables pour les élèves. De plus, je remarque que l'on peut utiliser *Python* pour tâtonner et trouver l'angle expérimentalement car à 1 degré près, l'erreur est bien visible.

Les instructions à répéter :

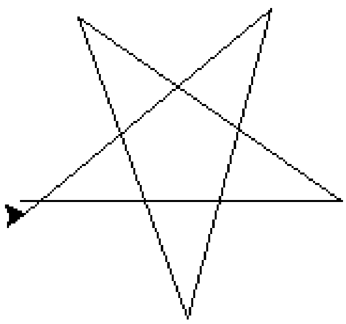
J'avance et je tourne
d'un **certain** angle



Le bon angle :



Un degré de trop :



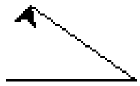
Les lignes de codes :

```
from turtle import *  #importe le module de dessin

for i in range(1,6):
    forward(150)
    left(145)
```

Les instructions à répéter :

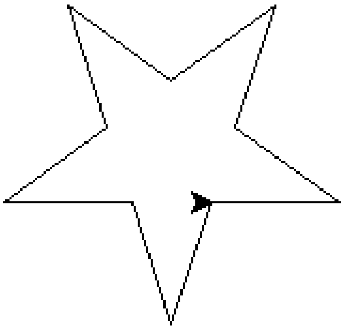
J'avance, je tourne d'un certain angle
J'avance, je tourne d'un autre angle.



Les lignes de codes :

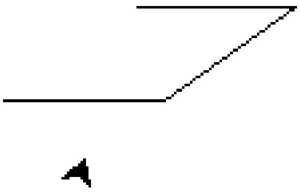
```
from turtle import *
for i in range(1,6)
    forward(60)
    left(144)
    forward(60)
    right(72)
```

Les bons angles :



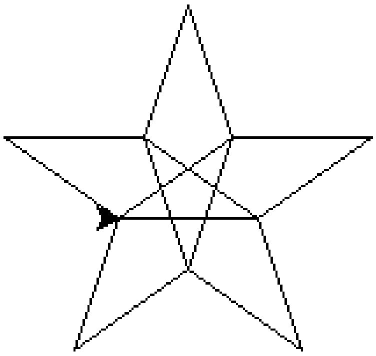
Les deux programmes suivants sont plus compliqués car **le motif à répéter est plus difficile à repérer.** La deuxième difficulté est le replacement du stylo (bien orienté) pour la répétition suivante.

Les instructions à répéter :



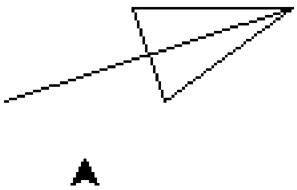
```
from turtle import *

for k in range(1,6):
    for i in range(1,2):
        forward(60)
        left(36)
        forward(60)
        left(144)
        forward(60)
        up()
        left(72)
        forward(60)
        right(180)
        down()
```



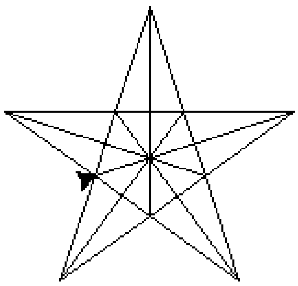
J'avance, je tourne d'un certain angle
J'avance, je tourne d'un autre angle
J'avance et je lève le stylo (**que je vais replacer au point de départ suivant**)

Les instructions à répéter :



```
from turtle import *

left(18)
for i in range(1,6):
    forward(114)
    left(162)
    forward(60)
    left(108)
    forward(37)
    left(108)
    forward(60)
    up()
    right(180)
    forward(97)
    right(126)
    down()
```



J'avance, je tourne d'un certain angle
J'avance, je tourne d'un autre angle
J'avance, je tourne d'un autre angle
J'avance et je lève le stylo (**que je vais replacer au point de départ suivant**)

Remarque : Pour ce dernier, j'ai dû faire la figure avec *GeoGebra* pour estimer les distances.

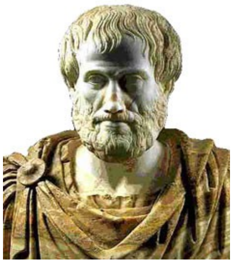
sommaire

MATHS ET PHILO

Par Didier Lambois
Lycée Bichat, Lunéville

Aristote et Barbara (suite)

La syllogistique



Nous avons vu que lorsque nous raisonnons nous utilisons des propositions (universelles ou particulières, affirmatives ou négatives) et des concepts, plus ou moins riches en extension et compréhension. Revenons maintenant à la syllogistique chère à Aristote et essayons de voir comment les différents syllogismes peuvent se construire, quelles formes ils peuvent prendre.

Aristote (384-322 av. J.-C.)

Les figures

Les **figures syllogistiques** vont varier en fonction du rôle (sujet ou attribut) joué par le moyen terme. Le moyen terme pouvant être sujet *(subjectum)* ou attribut *(praedicatum)* dans chacune des deux prémisses il y a quatre figures possibles indiquées dans ce vers latin

Sub-prae, tum prae-prae, tum sub-sub, denique prae-sub

Sub-prae, première figure

Le moyen terme est donc sujet dans la première prémisse, prédicat dans la seconde.

Les hommes *sont mortels // Socrate est un* homme *// Socrate est mortel*

C'est la forme la plus courante de raisonnement. Dans la majeure on énonce une règle et la condition suffisante pour qu'elle s'applique (pour être mortel il suffit d'être un homme), ensuite on observe que la condition est réalisée (Socrate est effectivement un homme), donc on peut conclure. C'est pour cela que la majeure de la première figure est toujours universelle et la mineure affirmative. Tout enfant qui désobéit à ses parents doit être privé de dessert, or tu as désobéi, donc tu seras privé de dessert. Ce type de raisonnement est tellement évident qu'il n'est même pas nécessaire d'aller jusqu'au bout pour que la conclusion apparaisse : les jeunes à la mode ont un *iphone*, or je suis jeune à la mode...

Prae-prae, deuxième figure

Les philosophes sont barbus *// Les élèves ne sont pas* barbus *// donc les élèves ne sont pas philosophes.*

Pour cette figure, les deux prémisses ne peuvent être toutes deux affirmatives. Pourquoi ? Parce que pour qu'un syllogisme puisse être concluant le moyen terme (*barbus)* doit être pris au moins une fois dans toute son extension, or le moyen terme est toujours prédicat (pour cette figure) et de ce fait nous ne le prenons pas dans toute son extension ; en disant que les philosophes sont barbus nous ne prenons en compte qu'une partie des barbus.

Si nous disions : Les philosophes sont *barbus* // Les élèves sont *barbus* // donc les élèves sont philosophes, ce ne serait pas vrai ! Ce qui ne serait pas vrai ce n'est pas la phrase qui dit que les élèves sont philosophes, çà c'est peut-être vrai après tout, mais ce qui ne serait pas vrai c'est le raisonnement, dans sa forme.

La deuxième figure a donc toujours une de ses prémisses négative et la conclusion est toujours négative. Cela vient de ce que la proposition affirmative énonce une condition nécessaire et non plus une condition suffisante comme dans la première. Elle ne dit pas qu'il suffit d'être barbu pour être philosophe mais qu'il est nécessaire d'être barbu pour être philosophe. Or quand une condition nécessaire est réalisée on ne peut rien conclure (A moins d'en tirer ce qu'on appelle une conclusion problématique ; si je vois que X est barbu je peux conclure qu'il est possible qu'il soit philosophe.) ; on ne peut tirer une conclusion que si la condition nécessaire n'est pas réalisée.

Sub-sub, troisième figure

Les philosophes *sont des imbéciles // Les* philosophes *sont heureux // donc quelques imbéciles sont heureux*

Les deux prémisses ont le même sujet. La seule chose que nous pourrons donc conclure c'est que les prédicats de ce sujet sont compatibles. La conclusion d'un tel syllogisme est toujours particulière.

Prae-sub, quatrième figure

Le doberman est un chien *// Les* chiens *ne sont pas méchants // donc le doberman n'est pas méchant*
Cette quatrième figure n'avait pas été retenue par Aristote, elle fut introduite par Galien au II°siècle et donne lieu à des controverses que nous ne pouvons développer ici. En fait elle ne diffère de la première que par l'ordre, arbitraire, des prémisses.

Les modes

Mais il faut tenir compte aussi des multiples combinaisons possibles entre les différentes propositions A E I O dans chaque figure. Nous parlerons alors de **modes**. Il y a 256 modes possibles (puisque pour chaque proposition il y a quatre cas possibles ; avec deux propositions, 4x4=16. Avec trois propositions, 16x4=64. Comme il y a quatre figures, 64x4=256), mais le plus grand nombre de ces modes violant quelques règles[1] il n'en reste que 19 qui soient valables[2]. Les logiciens du Moyen-âge, qui ont repris les travaux d'Aristote, les ont indiqués par les formules mnémotechniques suivantes :

- 1ère figure : b**A**rb**A**r**A** c**E**l**A**r**E**nt d**A**r**II** f**E**r**IO**
- 2ème figure : cEsArE cAmEstrEs fEstInO bArOcO
- 3ème figure : dArAptI fElAptOn dIsAmIs dAtIsI bOcArdO fErIsOn
- 4ème figure : bAmAIIpton cAmEntEs dImAtIs fEsApO frEsIsOnorum[3]

Tiens ! Voilà Barbara ! ah ! ah ! ah ! Les voyelles en majuscule, A A A, renvoient bien évidemment à la quantité et à la qualité des propositions ; pour Barbara ce sont trois propositions universelles affirmatives. Dans darii, A I I, la majeure est une universelle affirmative, la mineure et la conclusion sont des particulières affirmatives.

Réduction. Nous avons vu que la première figure est la forme la plus naturelle de raisonnement ; pour les trois dernières figures certaines consonnes indiquent les opérations à effectuer pour ramener les syllogismes à la première figure, c'est-à-dire au mode qu'Aristote qualifiait de parfait. Par exemple la lettre « **m** » *(mutandus)* indique que l'ordre des prémisses doit être interverti. La lettre « **s** » montre que la proposition indiquée par la lettre précédente doit être convertie simplement (Convertir c'est transposer les termes de manière à ce que l'attribut devienne sujet et le sujet attribut. Pour E et I cela se fait simplement : E, aucun élève n'est présent, devient : aucun présent n'est élève. I, quelques élèves sont présents, devient : quelques présents sont élèves.). La lettre « **p** » indique que la conversion doit se faire « *per accidens* », c'est-à-dire que la proposition doit passer d'universelle à particulière, ou l'inverse. Etc. Dans tous les cas la première lettre des mots indique à quel mode de première figure elle doit être ramenée (par exemple il faut ramener la figure en Festino à Ferio). Ca**m**e**s**tre**s** doit être ramenée à celarent.

[1] « Les Logiciens donnent huit lois ou règles du syllogisme, dont les quatre premières regardent les *termes* et les quatre autres les *propositions.*

1. Trois termes seulement : Grand, Moyen et Petit
2. Jamais dans Conclusion n'aient plus d'extension que dans Prémisses.
3. Que jamais le Moyen n'entre en la Conclusion.
4. Mais qu'une fois au moins il soit universel.
5. De deux prémisses négatives rien ne suit.
6. Prémisses affirmant, Conclusion ne peut nier.
7. Conclusion suit toujours la moins bonne Prémisse.
8. Et enfin rien ne suit de deux Particulières. »

[2] Considérant que de toute proposition universelle on peut inférer la proposition particulière correspondante (c'est le procédé dit de subalternation) Leibniz ajoutera cinq modes valides aux dix-neuf précédents. Par exemple Barbari, dérivé de Barbara).

[3] P. Foulquié, *Logique*, Editions de l'Ecole, 1953.

sommaire

Prenons par exemple le syllogisme suivant : Les X sont Y, les Z ne sont pas Y, donc les Z ne sont pas X. J'inverse l'ordre des prémisses (pour le « m »), j'obtiens :

Les Z ne sont pas Y, les X sont Y
En tenant compte des « s », cela donne :
Les Y ne sont pas des Z,
les X sont Y (nous avons bien un sub-prae)
donc les X ne sont pas Z puisqu'il fallait convertir cette dernière proposition.

Le raisonnement a été ainsi ramené à une forme simple et il apparaît comme valide.

Conclusions

Même si pendant des siècles la syllogistique a occupé une place importante dans l'enseignement, nous devons reconnaître aujourd'hui qu'elle n'est pas d'un grand intérêt pratique et qu'elle n'a guère d'utilité pour la science. Aristote disait lui-même qu'elle ne peut avoir un rôle que pour la science achevée et pour l'argumentation, mais que pour la science en train de se faire le plus difficile est de découvrir les prémisses et les moyens termes qui permettront de tirer des conclusions. Il serait aisé aussi de montrer les limites de la syllogistique, qui n'est finalement qu'un cas particulier de la logique des classes, qui n'est elle-même qu'une petite partie de la logique formelle… Mais le grand mérite d'Aristote est précisément d'avoir formalisé la pensée, et c'est en cherchant à dépasser les limites de cette première formalisation que la logique formelle est née. Et en tant qu'enseignants, pourquoi n'osons nous plus commencer par le début, le b.a.-ba, barbara… ?

sommaire

DANS NOS CLASSES

Une année MATh.en.JEANS à Épinal (suite)

Cet article fait suite à celui consacré aux ateliers MATh.en.JEANS 2013-2014 d'Epinal, paru dans le Petit Vert n°119. Un groupe d'élèves nous rend compte de son travail de recherche autour du jeu du Colonel Blotto.

Le jeu du Colonel Blotto

Clara Pierre, Joseph Laurent, Quentin Michel, Clément Roy (Lycée Mendes France)
Cassandra Clément, Marie Paillard, Mélissa Durand Flon (Lycée Lapicque)

Le jeu du Colonel Blotto est un jeu qui se joue à deux. Il se déroule sur 3 terrains. Chaque joueur dispose d'une armée de 12 soldats qu'il faut répartir sur trois terrains en suivant ces règles : Le nombre de soldats placés sur le terrain A doit être supérieur ou égal au nombre de soldats placés sur le terrain B et le nombre de soldats sur le terrain B doit être supérieur ou égal à celui du terrain C. Sur chacun des terrains, les soldats de chaque joueur s'affrontent et gagnent à chaque fois qu'ils sont en supériorité numérique.

Par exemple :

	Terrain A	Terrain B	Terrain C
Joueur 1	9	3	0
Joueur 2	7	4	1

Sur le terrain A, c'est le joueur 1 qui gagne car il a plus de soldats que le joueur 2 (9>7)
Sur le terrain B, c'est le joueur 2 qui gagne car il a plus de soldats que le joueur 1 (4>3)
Sur le terrain C, c'est le joueur 2 qui gagne car il a plus de soldats que le joueur 1 (1>0)
En résumé, le joueur 2 remporte plus de batailles que le joueur 1 (2 batailles sur 3) donc c'est J2 qui gagne la partie.
Notre chercheur, Julien, après nous avoir exposé ce jeu, nous a posé la problématique suivante :

« Comment jouer pour perdre le moins souvent possible ? »

Pour répondre à cette question nous avons décidé de lister toutes les combinaisons possibles.

<u>Nombre a de soldats à placer sur le terrain A</u>
12 est le plus grand nombre de soldats que l'on puisse placer sur ce terrain car c'est le nombre de soldats dont on dispose. La combinaison 12/0/0 (12 soldats sur le terrain A, 0 sur B et 0 sur C) est possible car elle respecte les règles imposées : $12 \geqslant 0 \geqslant 0$
a peut prendre la valeur 4, par exemple en choisissant la combinaison 4/4/4. Mais 4 est la plus petite valeur possible pour a : car si on mettait moins de 4 soldats sur le terrain A, par exemple si on enlevait 1 soldat du terrain A, il faudrait le reporter sur le terrain B ou sur le terrain C, ce qui n'est pas possible car il y aurait alors plus de soldats sur ces terrains que sur le terrain A. Le nombre minimum à placer dans le terrain A est donc 4. Donc le nombre de soldats possibles à mettre dans le terrain A est compris entre 4 et 12.

<u>Nombre b de soldats à placer sur le terrain B</u>
Grâce à la combinaison 12/0/0, on voit que l'on peut mettre 0 au minimum. Et d'ailleurs, il n'est pas possible que le nombre de soldats soit négatif.
Si le nombre de soldats sur le terrain B pouvait être supérieur à 6 par exemple 7, il faudrait mettre alors au moins 7 soldats sur le terrain A. Or 7+7=14, ce qui n'est pas possible car on ne dispose que de 12 soldats. On peut effectivement mettre 6 soldats dans le terrain B en choisissant la combinaison 6/6/0. Le nombre de soldats à placer dans le terrain B est donc compris entre 0 et 6.

sommaire

Nombre c de soldats à placer sur le terrain C

c peut prendre au minimum la valeur 0, c'est le cas dans les combinaisons 6/6/0 et 12/0/0 et d'ailleurs, le nombre de soldats ne peut être négatif.

Le maximum pour c est 4. Parce que si l'on mettait 5 sur ce terrain, il faudrait également placer au moins 5 sur les terrains A et B. Mais 5+5+5=15 et on ne dispose que de 12 soldats, ce n'est donc pas possible.

Le nombre de soldats dans le terrain C est donc compris entre 0 et 4.

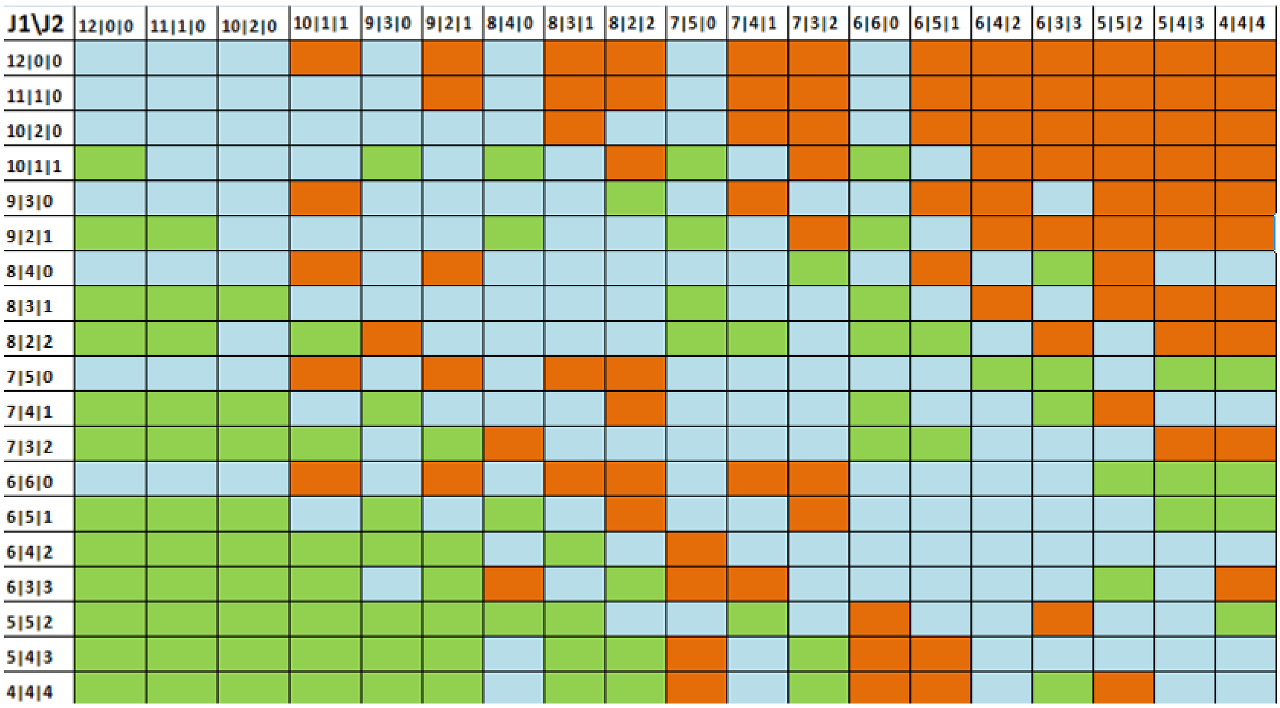
Finalement on obtient le tableau suivant :

	Nombre de soldats a dans le terrain A	Nombre de soldats b dans le terrain B	Nombre de soldats c dans le terrain C
Min	4	0	0
Max	12	6	4

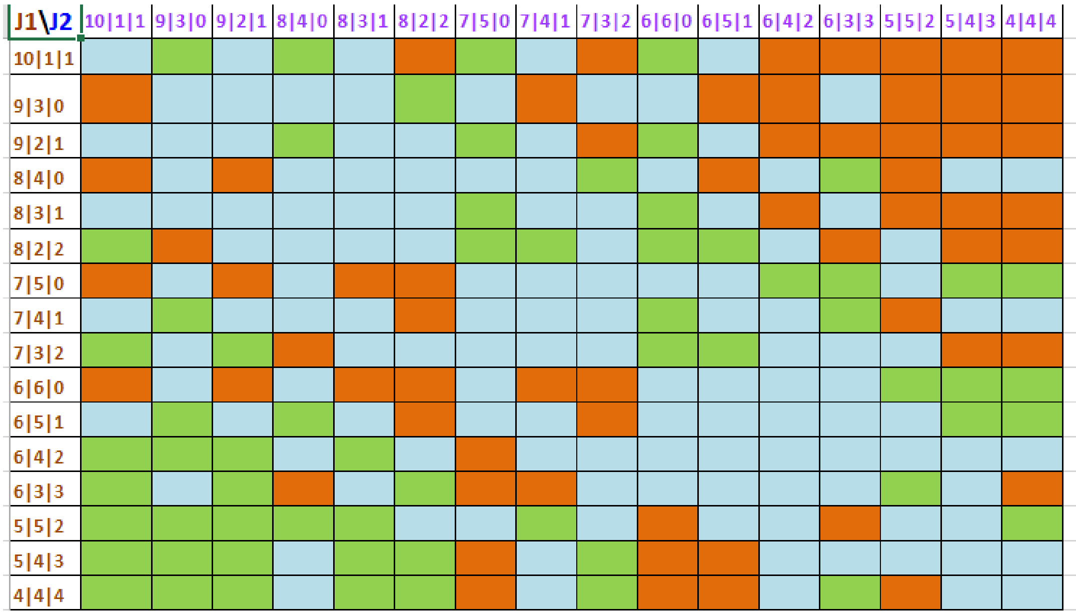
Nous avons recherché toutes les possibilités et nous avons trouvé 19 combinaisons.

Ensuite, nous avons fait combattre chaque combinaison contre toutes les autres et nous avons noté les résultats de chaque combat.

Ce qui nous donne le tableau suivant, qui recense tous les combats :

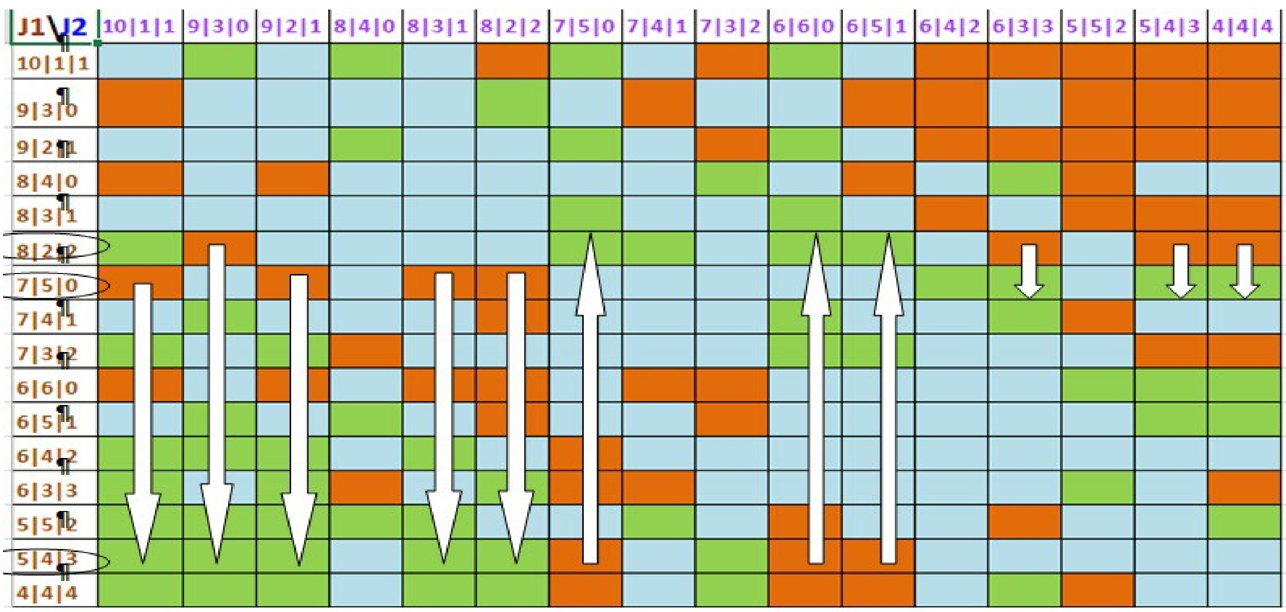


Grâce à ce tableau nous avons pu remarquer qu'aucune combinaison ne perdait jamais, mais également que 3 combinaisons ne gagnaient jamais (12/0/0 ; 11/1/0 ; 10/2/0). Donc nous avons refait notre tableau en enlevant ces 3 combinaisons, ce qui nous donne le tableau suivant.

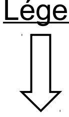


Si on choisit de jouer avec une combinaison, notre adversaire peut toujours trouver une combinaison qui la bat. On a donc décidé de chercher 2 combinaisons qui se complètent afin qu'aucune autre ne les battent les deux à la fois. Mais cette fois encore, nous n'avons trouvé aucun couple de combinaison qui reste invaincu. Exemple : Nous avons donc essayé d'associer : 8/4/0 et 7/5/0. Cependant, la combinaison 9/2/1 bat les deux à la fois, les deux combinaisons précédentes ne sont donc pas optimales.

Ensuite, nous avons cherché un groupe de 3 combinaisons qui se complètent et nous avons trouvé le groupe suivant : 8/2/2 ; 7/5/0 ; 5/4/3. Ce groupe n'est pas imbattable certes, mais si nous jouons un grand nombre de fois aléatoirement ces trois combinaisons de façon équiprobable, aucune combinaison choisie par notre adversaire ne pourra les battre toutes à la fois, et en moyenne, nous pouvons espérer gagner davantage que notre adversaire. En effet, quand une de nos combinaisons (ex : 8/2/2) perd contre une autre combinaison (ex. : 6/3/3), une autre combinaison de notre groupe (ex. : 7/5/0) bat cette dernière.



Légende

 La flèche part de l'endroit où une des combinaisons du groupe perd et se termine à l'endroit où une autre gagne et donc compense la perte.

sommaire

Une fois tout ce travail réalisé, nous avons créé un algorithme permettant de simuler un combat entre l'ordinateur qui appliquera notre stratégie (il jouera aléatoirement une de nos 3 combinaisons) et une combinaison quelconque que notre adversaire pourrait choisir parmi les 19 (cette combinaison sera entrée dans la liste P). L'algorithme permet de simuler un grand nombre de combats très rapidement, l'ordinateur va jouer x fois notre stratégie face à la même combinaison. Grâce à cet algorithme nous avons pu vérifier expérimentalement qu'en moyenne notre stratégie est efficace face à toute combinaison choisie par l'adversaire.

Voici ci-contre, les résultats de 500 combats entre notre groupe de combinaisons et la combinaison 4/4/4.

Avec notre stratégie, nous pouvons remarquer que, contre la combinaison 4/4/4, nous pouvons espérer perdre moins souvent que gagner ou faire égalité.

```
***Algorithme lancé***
Veuillez entrer les trois nombres de votre combinaison
Entrer le terme de rang i de la liste P : 4
Entrer le terme de rang i de la liste P : 4
Entrer le terme de rang i de la liste P : 4
Combien de fois voulez-vous jouer cette combinaison contre l'ordinateur:
Entrer x : 500
Vous avez gagné 159 fois.
Vous avez fait 166 égalité(s);
Vous avez perdu 175 fois.
Si vous voulez continuer à jouer, entrez 1 en valeur de u
Sinon entrez 0 en valeur de u
Entrer u : |
```

Ci-dessous, notre algorithme écrit sur Algobox.

```
VARIABLES
  L EST_DU_TYPE LISTE
  M EST_DU_TYPE LISTE
  N EST_DU_TYPE LISTE
  P EST_DU_TYPE LISTE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  a EST_DU_TYPE NOMBRE
  C EST_DU_TYPE LISTE
  combat EST_DU_TYPE LISTE
  x EST_DU_TYPE NOMBRE
  compteurgain EST_DU_TYPE NOMBRE
  compteurégalité EST_DU_TYPE NOMBRE
  compteurdéfaite EST_DU_TYPE NOMBRE
  j EST_DU_TYPE NOMBRE
  u EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  u PREND_LA_VALEUR 1
  L[1] PREND_LA_VALEUR 8
  L[2] PREND_LA_VALEUR 2
  L[3] PREND_LA_VALEUR 2
  M[1] PREND_LA_VALEUR 7
  M[2] PREND_LA_VALEUR 5
  M[3] PREND_LA_VALEUR 0
  N[1] PREND_LA_VALEUR 5
  N[2] PREND_LA_VALEUR 4
  N[3] PREND_LA_VALEUR 3
  TANT_QUE (u==1) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    compteurgain PREND_LA_VALEUR 0
    compteurégalité PREND_LA_VALEUR 0
    compteurdéfaite PREND_LA_VALEUR 0
    AFFICHER "Veuillez entrer les trois nombres de votre combinaison"
    POUR i ALLANT_DE 1 A 3
      DEBUT_POUR
      LIRE P[i]
      FIN_POUR
    AFFICHER "Combien de fois voulez-vous jouer cette combinaison contre l'ordinateur: "
    LIRE x
    POUR j ALLANT_DE 1 A x
      DEBUT_POUR
      a PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,3)
      SI (a==1) ALORS
        DEBUT_SI
        POUR i ALLANT_DE 1 A 3
          DEBUT_POUR
          C[i] PREND_LA_VALEUR L[i]
          FIN_POUR
        FIN_SI
      SI (a==2) ALORS
        DEBUT_SI
        POUR i ALLANT_DE 1 A 3
          DEBUT_POUR
          C[i] PREND_LA_VALEUR M[i]
          FIN_POUR
        FIN_SI
      SI (a==3) ALORS
        DEBUT_SI
        POUR i ALLANT_DE 1 A 3
          DEBUT_POUR
          C[i] PREND_LA_VALEUR N[i]
          FIN_POUR
        FIN_SI
      POUR i ALLANT_DE 1 A 3
        DEBUT_POUR
        SI (C[i]>P[i]) ALORS
          DEBUT_SI
          combat[i] PREND_LA_VALEUR 1
          FIN_SI
          SINON
            DEBUT_SINON
            SI (C[i]==P[i]) ALORS
              DEBUT_SI
              combat[i] PREND_LA_VALEUR 0
              FIN_SI
              SINON
                DEBUT_SINON
                combat[i] PREND_LA_VALEUR -1
                FIN_SINON
            FIN_SINON
        FIN_POUR
      SI (combat[1]+combat[2]+combat[3]>0)
```

sommaire

```
ALORS
          DEBUT_SI
          compteurdéfaite PREND_LA_VALEUR compteurdéfaite+1
          FIN_SI
          SINON
            DEBUT_SINON
            SI (combat[1]+combat[2]+combat[3]==0) ALORS
              DEBUT_SI
              compteurégalité PREND_LA_VALEUR compteurégalité+1
              FIN_SI
              SINON
                DEBUT_SINON
                compteurgain PREND_LA_VALEUR compteurgain+1
                FIN_SINON
              FIN_SINON
            FIN_POUR
        AFFICHER "Vous avez gagné "
        AFFICHER compteurgain
        AFFICHER " fois."
        AFFICHER "Vous avez fait "
        AFFICHER compteurégalité
        AFFICHER " égalité(s);"
        AFFICHER "Vous avez perdu "
        AFFICHER compteurdéfaite
        AFFICHER " fois."
        AFFICHER "Si vous voulez continuer à jouer, entrez en valeur de u "
        AFFICHER "Sinon entrez 0 en valeur de u"
        LIRE u
        FIN_TANT_QUE

  FIN_ALGORITHME
```

En examinant le tableau pour chercher des combinaisons qui « se complètent », nous n'avons pas trouvé de meilleur choix que notre proposition mais nous n'avons pas prouvé que notre choix de 3 combinaisons était le meilleur. Pour étudier tous les triplets possibles il y aurait (16 x 15 x14)/(3 x 2x1) = 560 triplets de combinaisons à comparer.

			9	8	7	7	6	6	5	5	5	4	4	3
			0	1	2	1	3	2	4	3	2	4	3	3
			0	0	0	1	0	1	0	1	2	1	2	3
9	0	0	3	3	3	4	3	4	3	4	4	4	4	4
8	1	0	3	3	3	3	3	4	3	4	4	4	4	4
7	2	0	3	3	3	3	3	3	3	4	3	4	4	4
7	1	1	2	3	3	3	2	3	2	3	4	3	4	4
6	3	0	3	3	3	4	3	3	3	3	2	4	3	3
6	2	1	2	2	3	3	3	3	2	3	3	3	4	4
5	4	0	3	3	3	4	3	4	3	3	3	3	2	2
5	3	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5	2	2	2	2	3	2	4	3	3	3	3	2	3	4
4	4	1	2	2	2	3	2	3	3	3	4	3	3	2
4	3	2	2	2	2	2	3	2	4	3	3	3	3	3
3	3	3	2	2	2	2	3	2	4	3	2	4	3	3

Le joueur 1 gagne.

Le joueur 1 perd.

Les joueurs 1 et 2 à égalité.

Les élèves du Lycée Lapicque d'Épinal, jumelé avec notre lycée sur ce projet, ont dirigé leurs recherches sur le cas où on avait 9 soldats à répartir, puis 10 soldats. Dans chacun de ces cas, ils ont également construit un tableau similaire au nôtre montrant les différentes combinaisons et les résultats des affrontements entre ces combinaisons.

			10	9	8	8	7	7	6	6	6	5	5	5	4	4
			0	1	2	1	3	2	4	3	2	5	4	3	4	3
			0	0	0	1	0	1	0	1	2	0	1	2	2	3
10	0	0	3	3	3	4	3	4	3	4	4	3	4	4	4	4
9	1	0	3	3	3	3	3	4	3	4	4	3	4	4	4	4
8	2	0	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	4	4	4	4
8	1	1	2	3	3	3	2	3	2	3	4	2	3	4	4	4
7	3	0	3	3	3	4	3	3	3	3	2	3	4	3	4	3
7	2	1	2	2	3	3	3	3	2	3	3	2	3	4	4	4
6	4	0	3	3	3	4	3	4	3	3	3	3	3	2	3	2
6	3	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	4	3
6	2	2	2	2	3	2	4	3	3	3	3	2	2	3	3	4
5	5	0	3	3	3	4	3	4	3	4	4	3	3	3	2	2
5	4	1	2	2	2	3	2	3	3	3	4	3	3	3	3	2
5	3	2	2	2	2	2	3	2	4	3	3	3	3	3	3	3
4	4	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	4	3	3	3	3
4	3	3	2	2	2	2	3	2	4	3	2	4	4	3	3	3

Dans le cas de 9 soldats, contrairement à notre étude sur 12 soldats, ils ont trouvé qu'une combinaison (5/3/1) permettait de ne jamais perdre contre l'adversaire.

Avec 10 soldats, on ne peut de nouveau plus trouver une telle combinaison. Ils ont également proposé un triplet de combinaisons (6/4/0, 6/2/2 et 4/4/2) qui permet sur un grand nombre de parties, de perdre moins souvent que de gagner ou de faire égalité.

MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

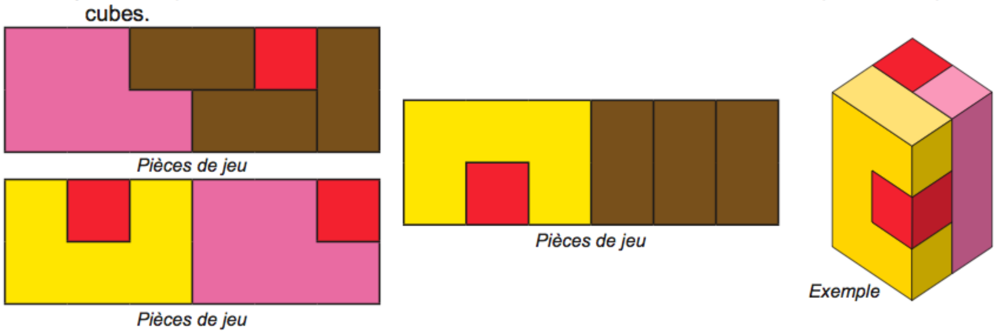
Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : www.apmeplorraine.fr

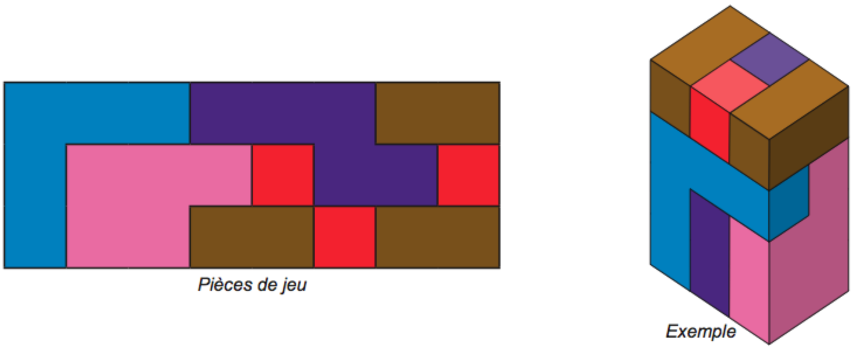
Ah ! ces cubes…

Les Petits Verts n°113, 115 et 116 nous en ont déjà fourni de bien intéressants exemples. Nous complétons la collection par des exemples extraits d'un document pédagogique téléchargeable à l'adresse http://www.gigamic.com/files/media/fiche_pedagogique/fiche-pedagogique-katamino-fr_01-2014.pdf

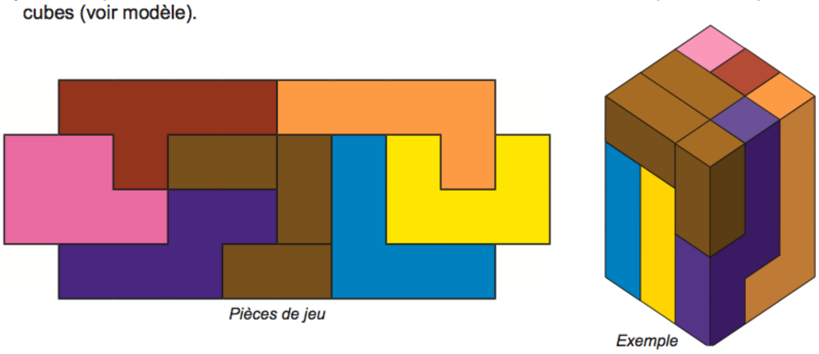
A) Avec les pièces suivantes, réaliser des cubes de **2 x 2 x 3**, soit un cube composé de 12 petits cubes.



B) Avec les pièces suivantes, réaliser un cube de **2 x 3 x 4**, soit un cube composé de 24 petits cubes (voir modèle).



C) Avec les pièces suivantes, réaliser un cube de **3 x 3 x 4**, soit un cube composé de 36 petits cubes (voir modèle).



Le jeu de KATAMINO est présenté par l'éditeur comme « **un des jeux les plus utilisés dans les écoles », i**l n'est donc pas étonnant qu'il ait eu à cœur de fournir un document aux enseignants acheteurs. Les premières versions du jeu ne comportaient que les douze pentacubes plats, la version actuelle comporte en plus cinq petits cubes et trois assemblages de deux cubes.

Quelques remarques à propos de la fiche pédagogique

Il y a confusion dans le document entre les pentaminos (assemblages de cinq carrés) et les pièces du jeu qui sont des polycubes (assemblages de cubes). Cela se remarque en particulier dans le dessin des pièces proposées à l'assemblage.
La recherche de cubes 2x2x3, 2x3x4 ou 3x3x4 fera sans doute sourire les lecteurs du Petit Vert, cependant, nous ne pouvons que nous poser des questions à propos de l'utilisation de cette partie du document avec des élèves.
L'élève en possession des pièces pourrait être lancé dans la recherche de pavés dont une des faces est un carré 2x2, ou un rectangle 2x3, ou un carré 3x3. Il y aurait là l'occasion de faire vivre le fait que les carrés sont des rectangles et que les cubes sont des pavés. Un défi serait d'utiliser le plus possible de pentacubes lors de la réalisation de ces solides.
Puisque les versions récentes de KATAMINO comportent des petits cubes et des barres de deux cubes, il pourra être tentant de reprendre la recherche présente dans notre brochure « D'autres objets mathématiques » et dont la version en couleur téléchargeable dans l'ancien site de notre régionale est jointe en annexe en fin de cet article.

Annexe page suivante ...

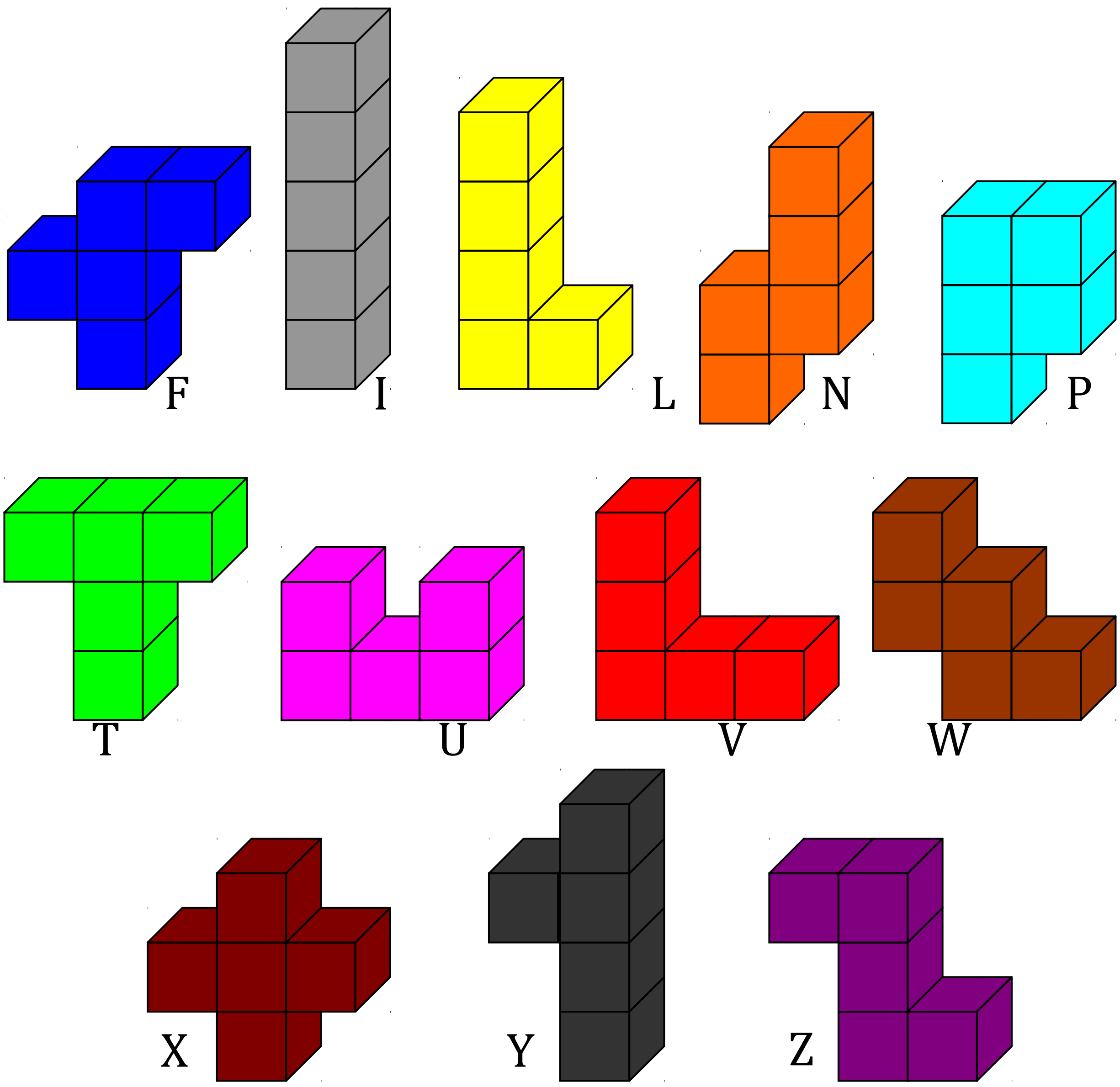
... et encore des cubes...

Nous n'en finissons pas de trouver des formes géométriques injustement baptisées cubes. En voici encore un exemple, sélectionné parmi beaucoup d'autres, trouvé sur http://www.linternaute.com/actualite/grand-projet/projet-fou-sanjay-puri/cubes-de-sanjay-puri.shtml. Mais cette fois, la légende nous informe que ces formes sont baptisées cubes « à juste titre »...

Empilement, formes géométriques, verre et béton : on retrouve la formule de Sanjay Puri dans ce projet d'immeuble de bureaux baptisé à juste titre Cubes. Empilés au hasard grâce à un logiciel de dessin, chacun de ces cubes représente un espace de travail avec sa terrasse.

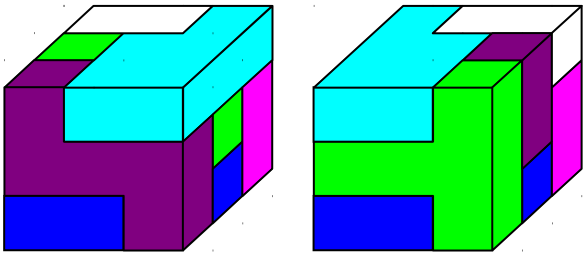
Annexe : Cinq pièces du Pentac et une barre de deux cubes

Voici les douze assemblages « plats » de cinq cubes, les lettres utilisées pour les nommer sont celles utilisées pour nommer les douze Pentaminos.
Les pièces sont coloriées de douze couleurs différentes, ce choix de couleurs sera conservé lors de la visualisation de solutions.



sommaire

$5 \times 5 + 2 \times 1 = 27$. En utilisant cinq pièces du « Pentac » correctement choisies et la barre de deux cubes, il est raisonnable d'espérer réaliser un cube $3 \times 3 \times 3$. Voici deux solutions possibles (la barre de deux cubes est laissée en blanc).



Dans le tableau ci-dessous, voici l'état actuel de nos recherches. Reste à voir si pour chaque cas les solutions sont uniques et si tous les assemblages possibles sont trouvés.

F	P	T	U	V			
F	P	T	U		W		
F	P	T	U				Z
F	P	T		V			Z
F	P	T			W		Z
F	P		U	V	W		
F	P		U	V			Z
F	P		U		W		Z
F		T	U	V			Z
F		T	U		W		Z
	P	T	U	V	W		
	P	T	U	V			Z
	P	T	U		W		Z
	P	T		V	W		Z
	P		U	V	W	X	Z
	P		U		X	X	Z

Une autre piste de recherche

$5 \times 5 + 2 \times 1 = 27$. En utilisant cinq pièces du « Pentac » correctement choisies et deux cubes non alignés, il est raisonnable d'espérer réaliser un cube $3 \times 3 \times 3$.

Et pourquoi ne pas chercher des assemblages pour lesquels les deux cubes auront des positions particulières : à des sommets, au centre de deux faces, au milieu de deux arêtes ?

sommaire

Ah, ces pourcentages...

Voici un extrait d'une affiche que Pierre-Alain a pu lire chez son médecin. Il s'agit là de la version « régime général », mais on trouve la même chose sur la version « régime local », seuls les montants varient.

L'affiche complète est disponible sur le site de l'URPS (Union régionale des professionnels de santé / Médecins libéraux de Lorraine)
http://www.urpsmedecinslorraine.fr/index.php?dims_op=doc_file_download&docfile_md5id=1ce60f428cbeb0585065777f44b98756

Ce que l'on peut lire page 1 :

(...) Hors du parcours de soins coordonnés : Vous êtes hors du parcours de soins si vous n'avez pas déclaré votre médecin traitant ou si vous consultez directement un médecin sans être orienté par votre médecin traitant. Le montant de vos remboursements est alors **diminué de 40 %** depuis le 31 janvier 2009.

Et voilà ce que cela donne lorsque cela est mis en application page 2 :

	Tarif	Base du remboursement	Taux de remboursement	Montant remboursé par l'assurance maladie
Consultation en tant que médecin traitant	23 €	23 €	70 %	15,10 € *
Suivi d'un parient en coordination avec son médecin traitant	26 €	26 €	70 %	17,20 € *
Consultation en tant que non médecin traitant	23 €	23 €	30 %	5,90 € *

*** Les montants remboursés indiqués tiennent compte de la participation forfaitaire de 1 euro** retenue sur chaque consultation ou acte réalisé par un médecin, sauf pour les personnes de moins de 18 ans, les femmes enceintes à partir du sixième mois de grossesse jusqu'à douze jours après l'accouchement, les bénéficiaires de la C.M.U. complémentaire ou de l'Aide médicale de l'État.

Ici, c'est la dernière ligne du tableau qui est sensée être la mise en application de la phrase soulignée… (c'est à dire une diminution de 40 % du remboursement).

Cette diminution est-elle bien de 40 % ??? A vos calculettes...
Ou mieux : proposez-le en exercice à vos élèves (en question ouverte).

Les hipsters résumés en une formule mathématique

Vu sur le net : http://style.lesinrocks.com/2014/11/07/les-hipsters-resumes-en-une-formule-mathematique . Nous vous invitons à visiter ce site, duquel nous extrayons juste une formule pour vous « allécher ». Vous pourrez y voir que les maths, ça sert aussi à expliquer d'étonnants phénomènes de société !

$$m_i(t) = \frac{1}{n} \sum_j J_{ij} s_j(t - \tau_{ij})$$

sommaire

Des montres pleines de géométrie

Livre Didier Gottardini plonge dans les mystères de l'horlogerie et des francs-maçons

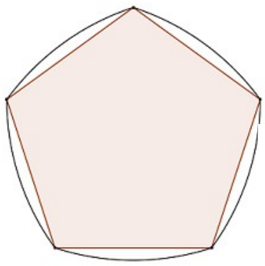
Les montres secrètes des maçons

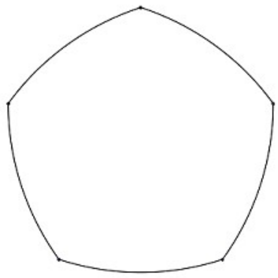
■ Montre Gruen Verithin, de 1930, issue de la collection d'Alain Bauer, au musée du Grand orient de France. Au verso, l'équerre à degrés, le compas et l'étoile flamboyante. Photos Michel SABAH

Les Petits Verts numéros 115 et 119 évoquaient des découpages de triangles de Reuleaux. L'Est Républicain en date du 28/09/2014 présentait des pentagones de Reuleaux dont les pourtours étaient partagés en 60 parties égales.

Les amateurs de géométrie y retrouveront certains de leurs instruments favoris. Les amateurs de pentagrammes pourront utiliser ces pentagones de Reuleaux dans leurs tracés.

En voici deux, tracés avec GeoGebra.





Le livre évoqué dans l'article est « De midi à minuit – Les maîtres horlogers » (Didier Gottardini & Emmanuel Lecugy) Watchprint.com 2014 : http://www.watchprint.com/detail_fr.php?catID=14007-2&papID=watchprint

Ah l'eau, ah l'eau

Voici un document repéré dans un petit catalogue « l'Objet du Mois » : Un allongement jusqu'à 15 m semble bien intéressant pour aller arroser au fond du jardin. La lecture du document fait réagir l'éventuel acheteur : Si la longueur du tuyau est 70 cm et s'il est étiré jusqu'à trois fois sa taille initiale, il ne pourra pas s'allonger jusqu'à 15 m.

En utilisant une bande de papier, j'ai estimé que la longueur annoncée de 70 cm correspondait à 12 cm sur la photo du document. J'ai également mesuré 1,4 cm pour le diamètre d'une spire, ce qui correspond à un diamètre réel d'environ 8,2 cm pour la spire. J'ai compté 27 spires. En assimilant les spires à des cercles, j'arrive à une longueur totale d'environ 7 m. Les 15 m ne sont donc pas plausibles… À moins que l'erreur soit dans l'annonce des 70 cm pour la taille initiale. Un lecteur du Petit Vert aura peut-être également envie de faire réagir ses élèves face à ce document : l'enseignant de mathématiques a son rôle à jouer dans la formation du consommateur…

sommaire

Photomath

l'application qui « résout vos problèmes de maths en un clin d'œil »

par François Drouin

http://www.sciencesetavenir.fr/insolite/20141023.OBS2971/cet-application-resout-vos-problemes-de-maths-en-un-clin-d-oeil.html?xtor=RSS-21

« Sciences et Avenir » nous annonce une application qui « résout vos problèmes de maths en un clin d'œil ».

Bien qu'ayant maintenant du temps pour résoudre des problèmes de maths, je suis allé voir et j'ai été déçu.

Les exemples montrés sont un calcul fractionnaire $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+3\right)$ et des équations du premier degré : bien des problèmes mathématiques n'utilisent ni calcul fractionnaire, ni résolution d'équation. Cette application ne sera sans doute pas d'une grande aide pour résoudre les défis « collège » et « lycée » du Petit Vert (quelque part, c'est tant mieux). Le journaliste précise « ne comptez pas sur Photomath pour résoudre vos problèmes sur les probabilités, les fonctions, les dérivées, ou les produits scalaires... Les parents peuvent (un peu) souffler ». Nous pourrions aussi préciser qu'il ne faut pas compter sur cette application pour résoudre les problèmes non calculatoires.

Les différentes étapes du calcul mis en œuvre par la machine sont montrées. Le journaliste précise qu'elle peut constituer un puissant outil pour vérifier l'exactitude de ses calculs ». Sur ce point, il se trompe.

Étapes fournies par la machine	**Mes étapes de résolution**
$2^3\left(x-\frac{3}{4}\right)-12=2$	$2^3\left(x-\frac{3}{4}\right)-12=2$
$8\left(x-\frac{3}{4}\right)-12=2$	$8\left(x-\frac{3}{4}\right)-12=2$
$8x-\frac{24}{4}-12=2$	$8\left(x-\frac{3}{4}\right)=14$
$8x-6-12=2$	$8(4x-3)=56$
$8x=20$	$4x-3=7$
$x=\frac{20}{8}$	$4x=10$
$x=\frac{5}{2}$	$x=\frac{5}{2}$

L'examen de l'algorithme de résolution fourni par la machine ne me permet pas de vérifier l'exactitude du mien.

Un intervenant sur la liste « maths_profs » suggère d'écrire les sujets de devoir à la main pour bloquer la reconnaissance de caractères : cependant, je ne doute pas que l'élève saura utiliser l'éditeur d'équation de son traitement de textes favori et rétablira un énoncé « lisible » par son téléphone.

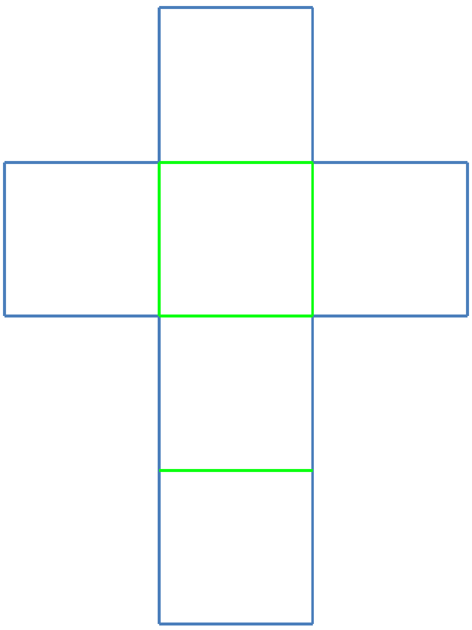
Qu'une application facilite les tâches calculatoires des élèves me plait bien. Il est cependant dommage qu'elle soit présentée comme résolvant les problèmes de maths (elle n'est d'aucune aide pour la mise en œuvre de raisonnements déductifs) et que la démarche mise en avant puisse devenir vite modélisante). Elle pourra donner envie à l'enseignant d'aller explorer d'autres types de problèmes et de travailler des mécanismes de calcul mental pouvant inciter à se passer de machine : dans l'exemple repris dans cet article, lors du passage de la quatrième ligne à la cinquième ligne, la machine elle même n'écrit pas toutes ses étapes de calcul.

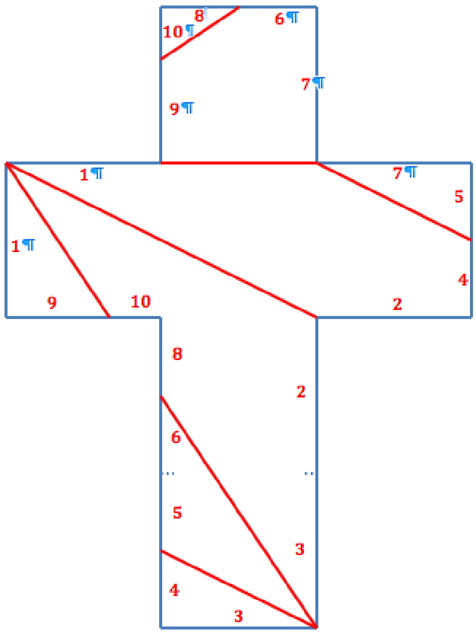
ÉTUDE MATHÉMATIQUE

DES SOLIDES À ENVELOPPER

par François DROUIN

Lors d'échanges récents, David Bertolo (ÉSPÉ site de Metz Montigny) m'a fait découvrir une chose qui m'a bien plu et j'ai eu envie de la partager avec nos lecteurs.

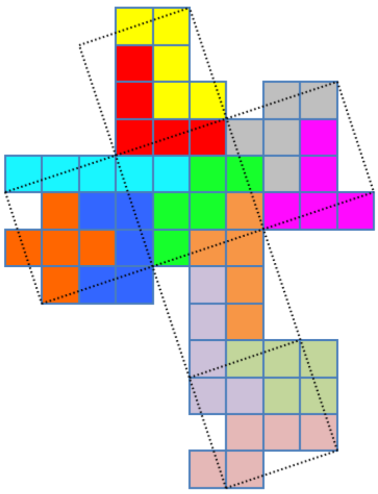




La ligne polygonale bleue indique le bord extérieur du papier découpé. En pliant le long des segments verts, je réussis à envelopper un cube. En pliant le long des segments rouges, je réussis à envelopper un tétraèdre (les nombres rouges indiquent les correspondances des segments du pourtour).

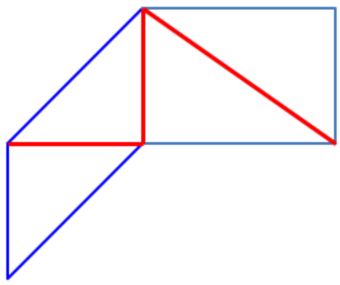
Sur le site de Joseph O'Rourke http://cs.smith.edu/~orourke/, David Bertolo a repéré une intéressante vidéo « Metamorphosis of a Cube » réalisée en 1999 par Erik Demaine, Martin Demaine, Anna Lubiw et Joseph O'Rourke et Irena Pashchenko.
J'ai retrouvé cette vidéo aux deux adresses suivantes :
http://erikdemaine.org/metamorphosis/ et http://video.mit.edu/watch/metamorphosis-of-the-cube-12077/
On y voit que d'autres solides peuvent également être enveloppés, en particulier un pentaèdre et un heptaèdre.

Le fait que les faces du solide puissent être recouvertes par des assemblages de polygones m'a remis en mémoire qu'un cube pouvait être recouvert par les douze Pentaminos accolés.



Ce recouvrement se trouve dans le livre « Mathematical Puzzles and Diversions » de Martin Gardner, PENGUIN BOOKS, 1959 (le problème avait été proposé par H.D. Benjamin dans la revue « Fairy Chess Review »).
Il a été repris dans « Jeux de formes, formes de jeux » de Bernard Bettinelli (IREM et CRDP de Besançon 1991).

Le fait qu'un même polygone en papier puisse recouvrir deux solides différents avait été une de mes surprises lors de mes découpages et collages de carton.

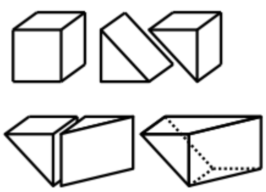


Deux types de pli peuvent être utilisés : des plis « vallée » permettent d'envelopper un premier tétraèdre et des plis « montagne » permettent d'envelopper un second tétraèdre différent du premier.
Pour les bricoleurs, trois exemplaires du premier et trois exemplaires du second permettent la construction d'un cube…

Les lecteurs du Petit Vert peuvent être rassurés : les solides proposés à la fin du cycle 3 ou au collège peuvent être recouverts si on ne fait que des plis « vallée » ou des plis « montagne ».

Exercice 4 : Le commissaire Albert Girard prépare sa retraite en bricolant :

Je sais scier un cube en deux demi-cubes qui sont des prismes à bases triangulaires. En réassemblant les deux pièces, je réalise un solide dont je ne connais pas le nom. Dessinez un patron de ce nouveau solide (je fais confiance à la jeune génération…)



Cependant, pour l'exercice 4 de notre rallye « troisième seconde » 2012, en toute rigueur, les élèves auraient dû préciser le type de pli à utiliser pour que leur solution recouvre le solide.
Mais les correcteurs n'ignoraient pas qu'en classe, on ne fait habituellement que des plis « vallée »…

Patrons et développements

Volontairement, ces mots n'ont pas été utilisés dans ce qui précède. Les programmes actuels pour l'école primaire et le collège utilisent le mot « patron » et semblent privilégier la possibilité d'envelopper le solide (j'ai en mémoire une collègue Professeur des Écoles parlant du « pyjama du solide »). Le mot « développement » évoque plutôt une ouverture du solide, comme cela peut être fait avec du matériel « Clixi » et « Polydron » ou des maquettes de solides réalisées en papier.
Lorsque des sites tentent de fournir des définitions, les deux mots semblent synonymes.
Sur « Wikipedia » : http://fr.wikipedia.org/wiki/Patron_%28g%C3%A9om%C3%A9trie%29

*En géométrie, le **patron** (ou **développement**) d'un solide est une figure géométrique plane qui permet d'obtenir le solide après des pliages (au niveau de certaines arêtes du solide, les autres apparaissant par jonction des bords du patron).*
Sur le site de l'académie de Versailles, dans un document mis à disposition des « classes relais »

http://www.ac-versailles.fr/public/upload/docs/application/pdf/2009-10/cours_sur_le_pave_droit.pdf.
*Un **développement** que l'on appelle aussi **patron** du solide, est la surface construite sur papier qui permet, après pliage et collage, de réaliser le solide.*

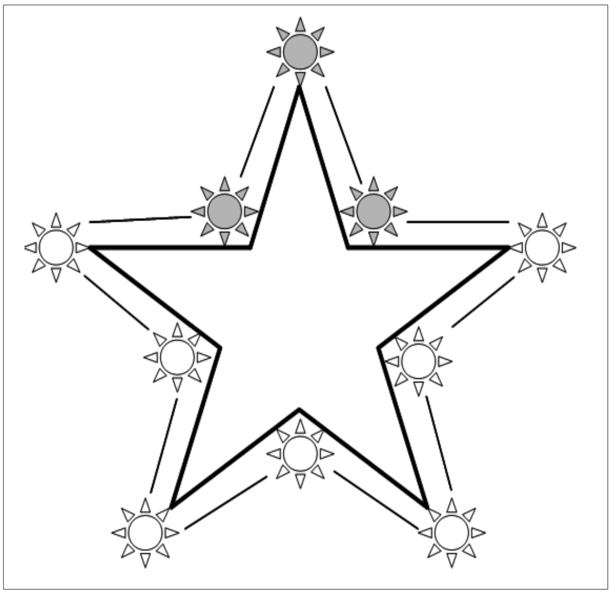
A votre avis, qu'est un patron de solide ?
Les propositions présentant des assemblages de morceaux de faces peuvent elles appelées « patrons » ? *Une réponse positive à cette question met en défaut le fait qu'il existe 11 patrons du cube, une réponse négative met en défaut ce qui est proposé en classe pour le cylindre et le cône… Le terme « recouvrement » utilisé dans cet article permet d'inclure les propositions de la vidéo et celle présentée par Martin Gardner.*
A quel moment faire rencontrer le fait que le choix du type de pli utilisé peut induire la réalisation de deux maquettes de solides différents ?
Au moment où les imprimantes « 3D » se vulgarisent, les patrons de solides trouveront ils encore leur place et leur utilité dans les futurs programmes scolaires ?

Les documents d'accompagnement des futurs programmes apporteront peut-être des réponses à ces questions ; mais, en attendant, n'hésitez pas à nous faire part de vos points de vue.

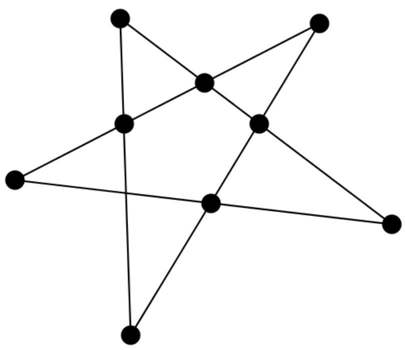
MATHS et JEUX

L'étoile du 15

Dans le Petit Vert N°114 de juin 2013, nous vous proposions cette énigme, pour laquelle nous n'avons reçu aucune solution. Profitez de vos vacances pour nous dire combien vous trouvez de solutions « distinctes » (on considèrera comme « identiques » des solutions obtenues par rotation de 72° ou par symétrie).



On place des nombres entiers différents, choisis parmi les nombres de 1 à 12, dans les 10 soleils de ce dessin de telle sorte que la somme des nombres des 3 soleils de chaque branche de l'étoile soit égale à 15.



Pour agrémenter vous longues soirées d'hiver (ou vos après-midi en cas de tempête de neige), nous vous proposons ce jeu, déjà paru dans le Petit Vert n°107 de septembre 2011…

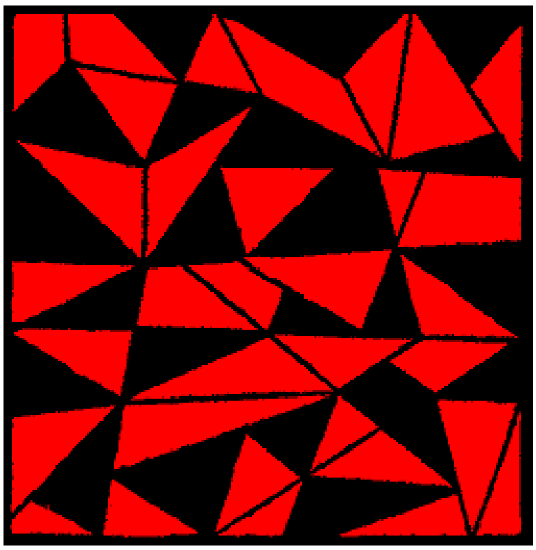
Le jeu de LAM

Placer un pion sur neuf des dix points de l'étoile.
Les pions se déplacent en ligne droite sur l'étoile en sautant au dessus d'un autre pion jusqu'à une case vide. Le pion au dessus duquel vous êtes passés est supprimé.

Le but du jeu est de ne laisser qu'un pion sur l'étoile.

L'étoile cachée (Sam Loyd)

Où se trouve dans ce dessin, une étoile à 5 branches parfaite ?



Réponse dans notre prochain numéro…

sommaire

VU SUR LA TOILE

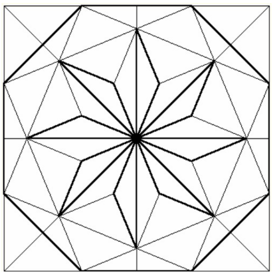
LA TÊTE DANS LA TOILE

À l'approche des fêtes de fin d'année, je vous propose un petit tour des pages consacrées à une figure emblématique de la période de Noël : l'étoile. Depuis les problèmes soulevés par les étoiles magiques jusqu'à la fabrication d'une belle étoile grâce à Étienne GHYS, en passant par quelques belles images, on effectuera un petit périple étoilé.

Plus difficiles à manipuler que les carrés magiques, les étoiles magiques méritent de s'y attarder, entre théorie : http://www.planetseed.com/fr/mathpuzzles/les-etoiles-magiques et mise en pratique au niveau cinquième :
http://www.juggling.ch/gisin/MathZero/frame5.html.

Amimaths présente une classification assez exhaustive des polygones étoilés : http://www.amicollege.com/maths/balade/polygo_3.php?id=0ur7jh4afg8w5.

Et pour ceux qui en voient partout,vous pouvez les découvrir ici : http://www.maths-et-physique.net/article-l-etoile-du-berger-ou-les-polygones-etoiles-mobiles-70321288.html ou les chercher là : http://www.echecsetmaths.com/enigme/triangle_etoile.htm.



Passons à la réalisation, en commençant par l'étoile mystérieuse : http://mathematiques.over-blog.org/article-construction-d-une-etoile-mysterieuse-58662725.html ou par une étoile plus exotique http://web2.crdp.ac-versailles.fr/pedagogi/Lettres/IDD_HMA_geometrie.htm ;

on pourra ensuite découvrir des travaux pour et par des élèves de Garges-lès-Gonesse : http://www.rar-wallon-garges.ac-versailles.fr/spip.php?article46

Les amateurs de la « tortue » peuvent trouver quelques programmes en Python :
http://mathsp.tuxfamily.org/spip.php?article251.

Les bricoleurs habiles, quant à eux, égaieront leurs sapins avec un « petit dodécaèdre étoilé » :
http://xavier.hubaut.info/coursmath/polyouri/pde.htm ou avec cette étoile réalisable en 20 secondes, par Étienne GHYS : http://images.math.cnrs.fr/Des-etoiles.html .

Deux pages distrayantes, pour finir :

- le top 10 des mathématiques religieuses : http://eljjdx.canalblog.com/archives/2011/12/25/23005136.html
sur l'impertinent blog « Chou romanesco... »

- des étoiles à découvrir avec ces jeux d'énigmes, dans lesquels promener la souris et cliquer ne suffira pas toujours : http://hoshisaga.jp/

gilles.waehren@wanadoo.fr

♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪

La musique est une mathématique sonore, la mathématique une musique silencieuse.

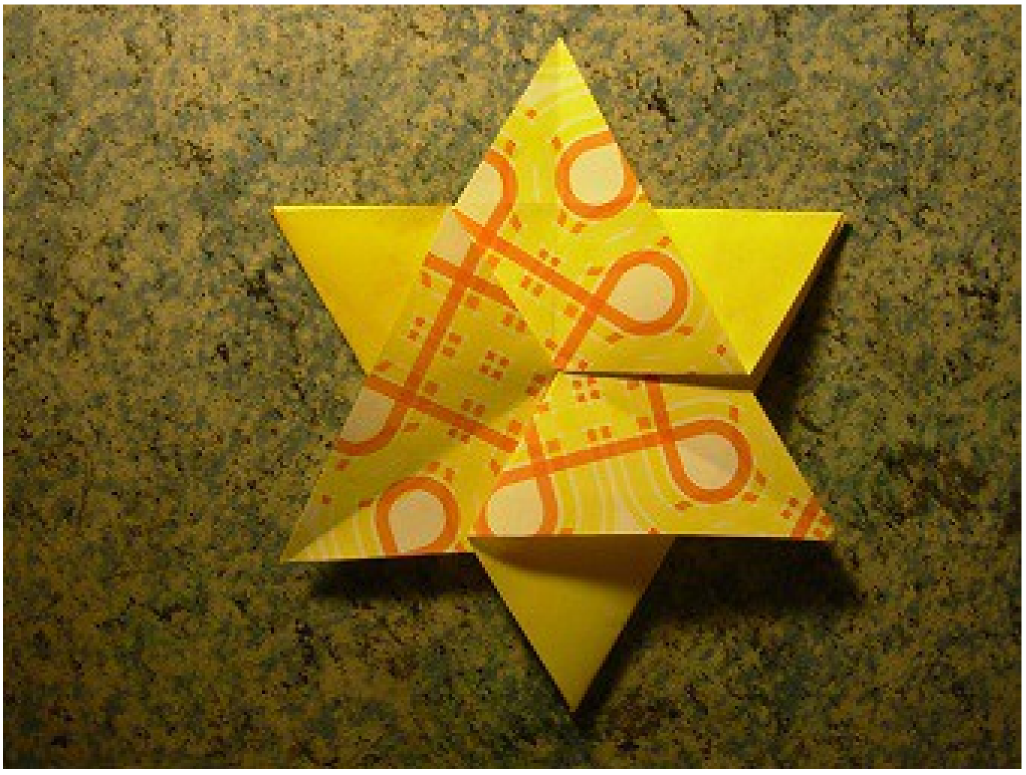
Edouard Herriot

♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪

Pour boucher un trou... et pour occuper vos petits enfants à Noël !

Faire une étoile de Noël en papier :

http://www.papa-noel.be/etoile-noel/5-branches/etoile-noel-2.htm



Suite de la solution du problème n°118

Problème de pesées (proposé par André Stef)

On dispose d'une balance de Roberval supposée équilibrée. Ce qui n'arrive bien sûr jamais, sauf en math (précision importante, car la pesée d'objets en physique, donc en "vrai" fait appel au "principe de double pesée"). On part donc en MATH du principe que si on place un objet sur chaque fléau de la balance, la balance est en équilibre si les deux objets ont même masse (donc même poids, ce que compare la balance), et penche sinon du côté de la masse la plus importante.

Reformulation du problème général posé dans le PV118 :

Quel est le nombre N_k maximal de boules, dont une irrégulière (et une seule), pour lequel il existe un algorithme permettant de déterminer laquelle est irrégulière parmi ces N_k en *k* pesées (maximum) ?

Solution proposée par André Stef (aucune solution n'a été reçue, mais Jacques Choné a écrit un message, indiqué après la solution).
La question ne laisse pas d'ambiguité. On y répondra en introduisant d'autres suites, qui indiqueront au passage que la question aurait pu être comprise de différentes manières (erronées).
On a établi dans le PV119 que $N_3=13$. On peut vérifier que $N_1=0$ et $N_2=4$.

Problème A. On définit A_k le nombre maximal de boules, dont une irrégulière (et une seule), pour lequel il existe un algorithme permettant de déterminer laquelle est irrégulière, **et** si elle est plus lourde ou plus légère, parmi ces A_k en *k* pesées (maximum).
On a établi dans le PV119 que $A_3=12$ ($A_3\geq 12$ via l'algorithme écrit ; $A_3\leq 12$ est non écrit mais résultat intermédiaire de la majoration du nombre de boules possibles). On peut vérifier que $A_1=0$ et $A_2=3$.
Par le principe du résultat médian (PV119) on a $N_k\geq A_k+1$

Problème B. On définit B_k le nombre maximal de boules, dont une irrégulière (et une seule), pour lequel il existe un algorithme permettant de déterminer laquelle est irrégulière, parmi ces B_k en *k* pesées (maximum), en utilisant une boule **supplémentaire** connue de poids normal.
On a établi dans le PV119 que $B_3\geq 13$ via l'algorithme écrit (Attention ! la boule supplémentaire était alors comptée dans les effectifs). On peut vérifier que $B_1=2$ et $B_2=5$.

Problème C. On définit C_k le nombre maximal de boules, dont une irrégulière (et une seule), pour lequel il existe un algorithme permettant de déterminer laquelle est irrégulière, **et** si elle est plus lourde ou plus légère, parmi ces C_k en *k* pesées (maximum),en utilisant une boule **supplémentaire** connue de poids normal.
On a $C_3=13$ ($C_3\geq 13$ via l'algorithme écrit en PV119. $C_3<14$ car un graphe ternaire de hauteur 3 ne peut pas distinguer les 28 cas différents (boule, plus ou moins lourde) avec 14 boules). On peut vérifier que $C_1=1$ et $C_2=4$.
Par le principe du résultat médian (PV119) on a $B_k\geq C_k+1$.

Premiers résultats généraux

En considérant le résultat médian ET pour les raisons de symétrie des pesées (PV119), on a $A_k \leq \frac{3^k-1}{2}$, $C_k \leq \frac{3^k-1}{2}$ (le résultat médian ne permet pas de déterminer une boule et les autres cas (3^k-1) permettent au mieux de distinguer les boules avec autant de cas de boules plus lourdes que de boules moins lourdes, on a $N_k \leq \frac{3^k+1}{2}$, $B_k \leq \frac{3^k+1}{2}$ (le résultat médian et le fait qu'il n'est pas nécesaire de déterminer le poids de la boule peuvent permettre la prise en compte d'une boule supplémentaire éventuelle).

Résultats fondamentaux

On a $C_{k+1} \geq 3C_k+1$

En effet, en disposant une première pesée d'un côté C_k boules inconnues et la boule de référence, et de l'autre côté C_k+1 boules inconnues, on pourra :

- si la balance est en équilibre, déterminer en *k* pesées laquelle est de poids différent (et en plus ou en moins) parmi C_k ;
- si la balance penche, constituer C_k couples de boules (une prise de chaque côté de la balance, excluant la boule de référence et une boule de l'aute côté) et déterminer en *k* pesées lequelle est de poids différent (et en plus ou en moins) parmi ces C_k . La pesée initiale permet de déterminer la boule différente dans le couple. Si le reste des pesées est équilibré (résultats médians) la boule irrégulière est celle qui n'a pas été reprise après la première pesée, et on sait également si elle est plus lourde ou plus légère.

Considérant alors que $C_1=1=\frac{3^1-1}{2}$ et $C_k \leq \frac{3^k-1}{2}$, on montre par récurrence sur *k*, que $C_k=\frac{3^k-1}{2}$ pour tout entier naturel non nul *k*.

Cela établit donc également que $C_{k+1}=3C_k+1$ et que l'algorithme récursif précédent fournit bien une méthode d'obtention de la boule irrégulière parmi C_k en *k* pesées,

Les inégalités $B_k \geq C_k+1$ et $B_k \leq \frac{3^k+1}{2}$ permettent de déduire que $B_k=\frac{3^k+1}{2}$ pour tout entier naturel non nul *k*. L'algorithme décrit pour le problème C peut être appliqué au problème B, le résultat médian fournissant un résultat de boule irrégulière (mais sans déterminer si elle est plus lourde ou plus légère).

On remarquera pour la suite que le fait d'avoir droit à plusieurs boules de référence ne changerait rien aux valeurs de B_k et C_k (puisque les valeurs de majoration de B_k et C_k obtenues dans les premiers résultats généraux ne dépendent pas du nombre de boules de référence et sont en fait les valeurs de B_k et C_k).

On a $A_{k+1} \geq 3C_k$

En effet, en disposant une première pesée avec C_k boules de chaque côté, on pourra :

- si la balance est en équilibre, déterminer en *k* pesées laquelle est de poids différent (et en plus ou en moins) parmi C_k , en prenant comme boule de référence une boule de la première pesée ;
- si la balance penche, constituer C_k couples de boules (une prise de chaque côté de la balance) et déterminer en k pesées lequelle est de poids différent (et en plus ou en moins) parmi ces C_k , en prenant comme boule de référence une boule non encore utilisée. La pesée initiale permet de déterminer la boule différente dans le couple.

Les inégalités $A_{k+1} \geq 3C_k$ et $A_k \leq \frac{3^k-1}{2}$ pour tous k permettent d'établir que $\frac{3^k-3}{2} \leq A_k \leq \frac{3^k-1}{2}$ pour tout entier naturel *k* supérieur à 2.

Les inégalités $N_k \geq A_k + 1$ et $N_k \leq \frac{3^k+1}{2}$ permettent d'établir que $\frac{3^k-1}{2} \leq N_k \leq \frac{3^k+1}{2}$ pour tout entier naturel *k* supérieur à 2, ce qui ne permet pas de conclure, pour l'instant, sur la valeur de N_k entre ces deux valeurs entières consécutives.

Détermination de N_k pour $k \geq 2$

On montre que $N_{k+1} = 2C_k + B_k$ pour $k \geq 1$.

En effet un algorithme permettant de déterminer en *k*+1 pesées une boule irrégulière parmi *n* boules se décompose en une première pesée de 2*p* boules (*p* sur chaque plateau) et laissant *q* boules de côté ($2p + q = n$). Dès lors :

- si la balance est en équilibre, l'algorithme appliqué revient à déterminer en *k* pesées laquelle est de poids différent parmi *q* en ayant droit à une boule de référence (n'importe laquelle de la première pesée). La valeur maximale de *q* admissible est donc B_k ;
- si la balance penche, déterminer la boule irrégulière parmi les 2*p* boules déjà testées (et ainsi savoir sans plus d'investigations si elle est plus lourde ou plus légère) revient à déterminer, en *k* pesées, le couple de boules (une prise de chaque côté de la balance) irrégulier (au singulier) parmi *p* ainsi que son poids (plus ou moins). On a droit pour cela à une boule de référence (une des *q* boules non utilisées, puisque *q* peut être choisi non nul). La valeur maximale de *p* admissible est donc C_k .

On conclut alors $N_{k+1} \leq 2C_k + B_k$ en majorant *p* et *q*. On a également $N_{k+1} \geq 2C_k + B_k$ en remarquant qu'on met bien en place un algorithme en faisant appel aux méthodes pour déterminer les boules suivant les problèmes B et C en *k* pesées.

En utilisant les expressions de B_k et C_k obtenues précédemment, on obtient

$$N_k = \frac{3^k-1}{2} \text{ pour } k \geq 2 .$$

La relation déjà établie $N_k \geq A_k + 1$ permet de conclure que

$$A_k = \frac{3^k-3}{2} \text{ pour } k \geq 2 .$$

Remarque :Les algorithmes présentés ici ont été l'objet d'un exposé et d'un rapport par des étudiantes de licence (L3 pluridisciplinaire 2007/2008 à Epinal), sans chercher à montrer que les valeurs sont optimales.

Courrier reçu (en juin) : Jacques Choné nous a transmis un article de G Gannon et M Martelli publié à *The College Mathematics Journal* (28) en 1997 intitulé : "*Weighing coins : divide and conquer to detect a counterfeit*" (http://www.link.cs.cmu.edu/15859-s11/notes-2005/maacoins.pdf). Les auteurs étudient, entre autres, les problèmes appelés A et C ci-dessus. Ils fournissent pour chaque problème un algorithme (différent de ceux présentés ici). Mais ils n'établissent pas rigoureusement que ces valeurs sont maximales, c'est-à-dire que $A_k = (3^k - 3)/2$ et $C_k = (3^k - 1)/2$.

Pour toute proposition de nouveau problème, contacter Andre.Stef@univ-lorraine.fr

Solution du problème n° 119

Déplacement aléatoire de cavalier

proposé par Jacques Choné

Un cavalier se déplace sur un échiquier infini assimilé à $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ en partant de $(0,0)$. Un mouvement consiste en un décalage de deux unités parallèlement à l'un des axes de coordonnées suivi d'un décalage d'une unité dans la direction perpendiculaire. Les mouvements sont indépendants et pour chacun d'entre eux les huit possibilités sont équiprobables. Soit (x_n, y_n) la position du cavalier après le *n*-ième mouvement. Déterminer la fonction génératrice de la variable aléatoire réelle $d_n=x_n-y_n$ c'est-à-dire la fonction $D_n(x)=\sum_k P(d_n=k)x^{k.}$.

N.B. une indication était fournie, mais elle était erronée : même si le cadre général des fonctions génératrices est celui des séries entières, il s'agit ici de sommes finies car $-3n\le d_n\le 3n$. La fonction génératrice attendue est **donc une somme finie de monomes** x^k **pour** $k\in\mathbb{Z}$ (**et non** une fonction polynomiale).

Aucune réponse n'a été reçue. La solution suivante, ainsi que le complément, est proposée par Jacques Choné

Pour $i\ge 1$, la variable aléatoire $d_i-d_{i-1}=x_i-x_{i-1}-(y_i-y_{i-1})$ (qui correspond au *i*-ième déplacement) prend les valeurs $-3,\ -1,\ 1,\ 3$ avec la probabilité $\frac{1}{4}$ (on le voit en examinant les huit possibilités équiprobables).

On a, puisque d_0 est la variable aléatoire certaine égale à 0, $d_n=\sum_{i=1}^{n}(d_i-d_{i-1})$.

Notons que d_n est aussi l'abscisse, après le *n*-ième mouvement d'un point se déplaçant sur $\mathbb{Z}$ en partant de 0, chaque mouvement étant un pas de longueur $-3,\ -1,\ 1,\ 3$ avec la probabilité $\frac{1}{4}$ (marche aléatoire sur $\mathbb{Z}$).

Montrons par récurrence que la fonction génératrice D_n de d_n vérifie :

$$D_n(x)=\left(\frac{1}{4}(x^{-3}+x^{-1}+x+x^3)\right)^n.$$

On a : $D_0(x)=1$ car d_0 est la variable aléatoire certaine égale à 0; la proposition est donc vraie pour $n=0$.

Soit *n* un entier au moins égal à 1; supposons que la proposition est vraie pour $n-1$.

Notons tout d'abord que, les variables aléatoires d_{n-1} et d_n-d_{n-1} étant indépendantes puisque les mouvements successifs sont indépendants, on a, avec $\epsilon\in\{-3,-1,1,3\}$ et pour tout $k\in\mathbb{Z}$:

$$\begin{aligned} P(d_n=k \;/\; d_n-d_{n-1}=\epsilon) &= P(d_n-d_{n-1}+d_{n-1}=k \;/\; d_n-d_{n-1}=\epsilon) \\ &= \frac{P(d_n-d_{n-1}+d_{n-1}=k \quad et \quad d_n-d_{n-1}=\epsilon)}{P(d_n-d_{n-1}=\epsilon)} \\ &= \frac{P(d_{n-1}=k-\epsilon \quad et \quad d_n-d_{n-1}=\epsilon)}{P(d_n-d_{n-1}=\epsilon)} = P(d_{n-1}=k-\epsilon) \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} D_n(x) &= \sum_k P(d_n=k)\; x^k \\ &= \sum_k \sum_{\epsilon\in\{-3,-1,1,3\}} \left(P(d_n=k \;/\; d_n-d_{n-1}=\epsilon)P(d_n-d_{n-1}=\epsilon)\right)\; x^k \\ &= \sum_k \sum_{\epsilon\in\{-3,-1,1,3\}} P(d_{n-1}=k-\epsilon)\; x^{k-\epsilon}x^{\epsilon}\;\frac{1}{4} \\ &= \sum_{\epsilon\in\{-3,-1,1,3\}} \frac{1}{4}x^{\epsilon} \sum_k P(d_{n-1}=k)\; x^k \\ &= D_{n-1}(x)\left(\frac{1}{4}(x^{-3}+x^{-1}+x+x^3)\right) \end{aligned}$$

On en déduit, d'après l'hypothèse de récurrence :

$$D_n(x)=\left(\frac{1}{4}(x^{-3}+x^{-1}+x+x^3)\right)^{n-1}.\left(\frac{1}{4}(x^{-3}+x^{-1}+x+x^3)\right)=\left(\frac{1}{4}(x^{-3}+x^{-1}+x+x^3)\right)^{n}$$

ce qui termine la démonstration.

Complément

On peut en déduire, pour les premières valeurs de *n*, à l'aide d'un logiciel de calcul symbolique, la probabilité de l'événement "le *n*-ième pas du cavalier aboutit sur la première bissectrice des axes", c'est-à-dire de l'événement $'x_n=y_n'$, i.e. $'d_n=0'$. Puisque, comme on l'a vu, d_n est une somme de nombres impairs, cet événement est impossible si *n* est impair et par exemple avec le logiciel (gratuit) "Euler Math Toolbox", on obtient sa probabilité pour $n\in\{0,2,4,6,8,10,12\}$:

```
>function g(n,x)&=((x^(-3)+x^(-1)+x+x^3)/4)^n;
>&makelist(coeff(expand(g(2*i,x)),x,0),i,0,6)

         1  11   145    2023    7269    425909
    [ 1, - , --, ----- , -------, -------, ---------- ]
         4  64  1024  16384  65536  4194304
```

Il s'agit aussi des probabilités de retour à l'origine dans la marche aléatoire sur $\mathbb{Z}$ décrite ci-dessus. Pour avoir le nombre de chemins dans cette marche aléatoire revenant à l'origine après le 2*i*-ème pas, il suffit de multiplier les nombres précédents par 4^{2i} :

```
>&makelist(coeff(expand(g(2*i,x)),x,0)*4^(2*i),i,0,6)
            [1, 4, 44, 580, 8092, 116304, 1703636]
```

Il s'agit de la suite "A005721 Central quadrinomial coefficients" de "The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS)".

Problème du trimestre n°120

Au sujet des tours de Hanoï (proposé par André Stef)

Le problème des tours de Hanoï a été proposé par Edouard Lucas à la fin du XIXème siècle. Voici une description à peine plus générale du problème (n disques au lieu de 64).
On dispose de trois plateaux. On doit déplacer n disques de tailles différentes empilés (en taille décroissante) sur l'un des plateaux vers un autre plateau, en respectant les règles suivantes :

- on ne peut déplacer qu'un disque à la fois,
- on ne peut placer un disque que sur un autre disque plus grand que lui ou sur un emplacement vide (sur un plateau).

Ce problème est très connu. Les questions que l'on peut poser à ce sujet sont :

Comment opérer ces déplacements pour n = 2, 3, 4...?

Comment le faire en un minimun de déplacements ? (question double : quel est le nombre minimum de coups à effectuer pour déplacer ces n disques sur le plateau final ? Donner un algorithme permettant de le faire).

Les réponses sont connues. Ainsi le nombre minimal de déplacements est 2^n - 1. Un algorithme récursif classique réalisant ce minimum est :

algo: déplact de ***n*** disques du plateau **A** vers le plateau **C**, avec l'aide du plateau **B**
DEBUT
SI $n \neq 0$ alors
  FAIRE déplact de ***n-1*** disques du plateau **A** vers le plateau **B**, avec l'aide du plateau **C**
  Déplacer le disque (de taille ***n***) du plateau **A** vers le plateau **C**
  FAIRE déplact de ***n-1*** disques du plateau **B** vers le plateau **C**, avec l'aide du plateau **A**
  fin **SI**
FIN

On lance l'algorithme par l'instruction
FAIRE déplact de ***n*** disques du plateau **1** vers le plateau **3** avec l'aide du plateau **2**
On peut "dérécursifier" cet algorithme (car on peut toujours le faire), des lecteurs se souviennent peut-être l'avoir effectué durant leurs études (en Pascal par exemple).

Enoncé du problème 120

On code les déplacements suivants des disques :

- Si on déplace un disque du plateau 1 vers le plateau 2, on le code : 3
- Si on déplace un disque du plateau 1 vers le plateau 3, on le code : 2
- Si on déplace un disque du plateau 2 vers le plateau 3, on le code : 1
- Si on déplace un disque du plateau 2 vers le plateau 1, on le code : 3
- Si on déplace un disque du plateau 3 vers le plateau 1, on le code : 2
- Si on déplace un disque du plateau 3 vers le plateau 2, on le code : 1

c'est-à-dire qu'on code avec le numéro du plateau non utilisé pour le déplacement.

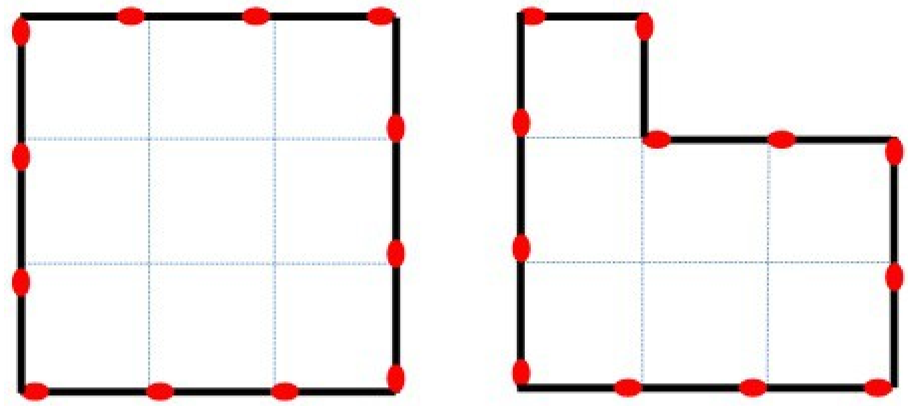
1) On code un déplacement de n disques. Ce code permet-il de retrouver les déplacements effectués ?
2) On code le déplacement, en 2^n - 1 opérations, de n disques du plateau 1 au plateau 3. Décrire ce code (en le justifiant).

NB: Ce sujet a été l'objet d'un atelier MATh.en.JEANS. au collège de Lamarche en 2010/2011 avec Perrine Schaal.

La rubrique « Problèmes » a un nouveau responsable : André STEF. Lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

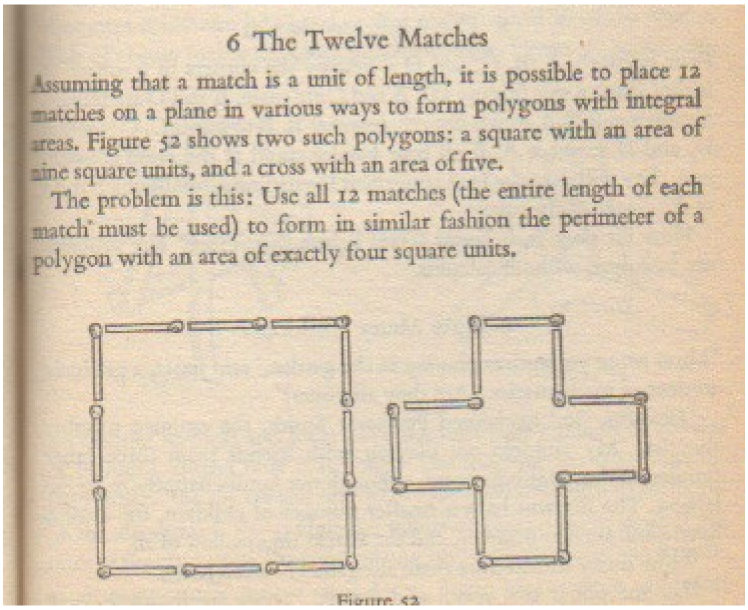
SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 119

Avec douze allumettes



Rappel de l'énoncé : L'unité de longueur est la longueur d'une allumette.
Il est possible de placer douze allumettes sur un même plan et de former un polygone ayant une aire exprimée avec un nombre entier. Ci-dessus, en voici deux exemples : un de neuf unités d'aire et un de sept unités d'aire.
En utilisant les douze allumettes (sans chevauchement), forme un polygone de six unités d'aire, puis de cinq unités d'aire, de quatre unités d'aire, etc.
Pour chacune des aires entières obtenues, trouve le plus possible de polygones différents.

Éléments de solution



6 The Twelve Matches

Assuming that a match is a unit of length, it is possible to place 12 matches on a plane in various ways to form polygons with integral areas. Figure 52 shows two such polygons: a square with an area of nine square units, and a cross with an area of five.

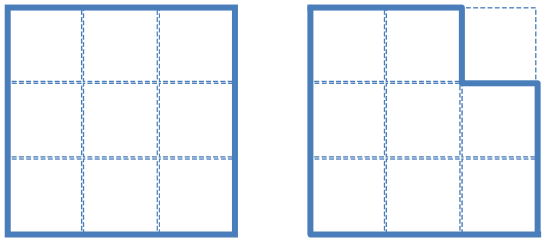
The problem is this: Use all 12 matches (the entire length of each match must be used) to form in similar fashion the perimeter of a polygon with an area of exactly four square units.

Figure 52

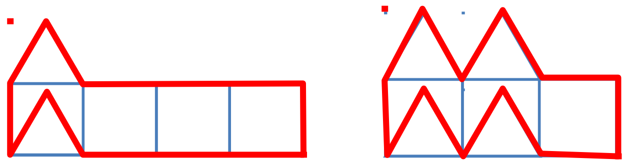
Le problème est inspiré d'une proposition de Martin Gardner dans le livre « Mathematical Puzzles and Diversions » (PENGUIN BOOKS 1959).

sommaire

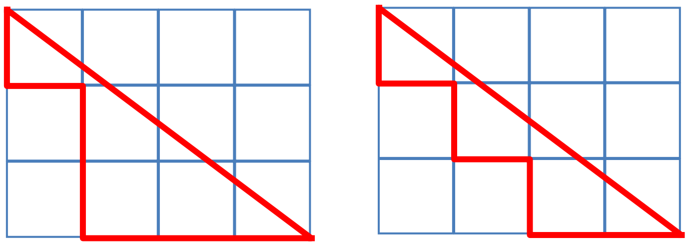
« Rogner » un coin du carré permet de conserver le périmètre et de diminuer l'aire de 1. Des polygones d'aire 8, 7, 6 ou 5 sont ainsi aisément obtenus.



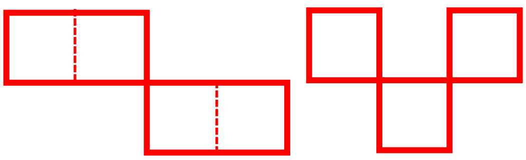
Obtenir un polygone d'aire 4 nécessite une autre stratégie. Un polygone d'aire 3 peut alors être aussi obtenu.



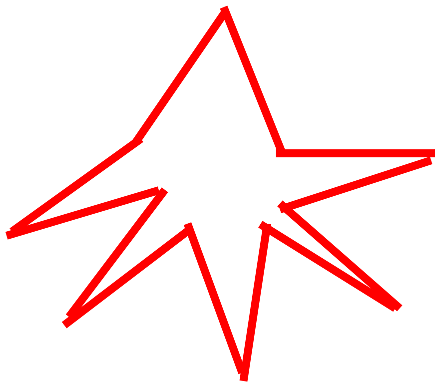
Une autre piste est l'utilisation d'un triangle rectangle 3,4,5. Son aire est 6 ; en l'« écornant », son aire peut être réduite à 4, puis à 3.



Et avec des polygones croisés ? Des polygones d'aire 3 et 4 sont obtenus.



Obtenir un polygone d'aire inférieure à 3 nécessite une nouvelle stratégie.



Avec les douze allumettes, je réalise une ligne brisée fermée. Je me convaincs que l'aire maximale du polygone formé sera l'aire du dodécagone et qu'au minimum l'aire pourra être égale à 0.
L'aire d'un dodécagone de côté c est égale à environ 11,2 c^2 (ce résultat pourra être retrouvé par des élèves de troisième). Je réussis à me persuader que la déformation du polygone me permettra d'obtenir toute aire comprise entre 0 et 11 (minimum et maximum inclus).

sommaire

Solution du défi lycée n°119

Nous avions présenté les deux photos ci-dessous, et posé un certain nombre de questions, dont ces deux-ci qui permettent de répondre à toutes les autres : « Donner une formule générale pour la disposition en pyramide de base carrée de côté *n* » *et* « Donner une formule générale pour l'autre disposition de « base » rectangulaire *n* et *p* ».

Pour ce premier exemple il est facile de voir que la base est constituée de 8x8 boulets.
Les couches suivantes sont des carrés et donc au total :

$8^2+7^2+6^2+...+2^2+1^2 = \frac{8\times(8+1)\times(2\times 8+1)}{6}$, soit 204 boulets

Si la couche de base contient n^2 boulets on aura au total : $\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$ boulets, formule qui peut se démontrer par récurrence sur *n*.

Sur ce second exemple on peut deviner que la base est constituée de14x8 boulets.
Chaque couche supplémentaire est un rectangle qui compte un boulet de moins dans la longueur et un de moins dans la largeur. On a donc 13x7 boulets pour la deuxième couche.
Au total, cet amoncèlement contient :
14x8+13x7+...+8x2+7x1= 420 boulets.
Si maintenant on cherche à connaitre le nombre de boulets d'un empilement semblable dont le base est formée d'un rectangle de *n* boulets dans sa longueur et de *p* boulets dans sa largeur il faut que l'on cherche la formule générale :

$$np+(n-1)(p-1)+...+(n-(p-2))(p-(p-2))+(n-(p-1))(p-(p-1))$$

En développant on peut écrire :

$$p\times np-(1+2+3+...+(p-1))n-(1+2+3+...+(p-1))p+1^2+2^2+3^2+...+(p-1)^2$$

Comme il a été écrit plus tôt on peut démontrer par récurrence que :

$1^2+2^2+3^2+\ldots+(p-1)^2=\frac{(p-1)p(2p-1)}{6}$ et bien évidemment que :1+2+3+...+(p-1)= $\frac{(p-1)p}{2}$

Ainsi la formule générale devient :

$$np^2-\frac{(p-1)p}{2}(n+p)+\frac{(p-1)p(2p-1)}{6}$$

En réduisant au dénominateur 6 les trois expressions et en factorisant par *p* le numérateur il reste à factoriser : $3np-p^2+3n+1=(p+1)+(1-p)(1+p)=(p+1)(3n+1-p)$

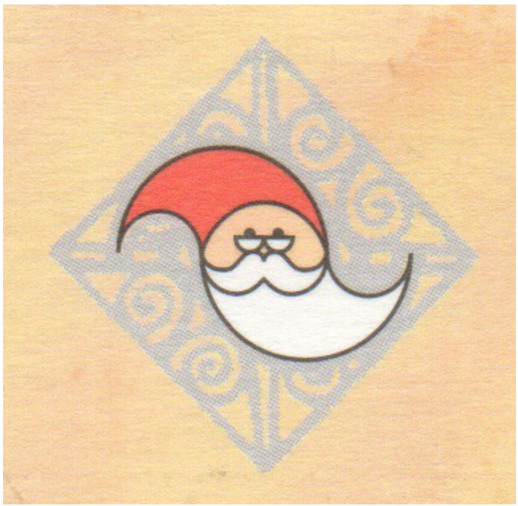
Pour finir, un tel entassement dont la base est une rectangle de dimensions *n*x*p* contient donc :

$\boxed{\frac{p(p+1)(3n+1-p)}{6}}$ boulets.

Et comme c'est la période des fêtes, nous vous offrons en prime cette jolie pyramide de boules de glaces...

sommaire

DEFI COLLEGE n° 120



Au dos d'une carte postale achetée au pays du père Noël (Santa Claus Office, 96930 Artic Circle, FINLAND), figure un logo réalisé avec de nombreux demi-cercles et arcs de cercles.
Redessinez ce logo en utilisant la règle et le compas ou un logiciel de géométrie.

Le Petit Vert se fera un plaisir de montrer vos créations à ses lecteurs. N'hésitez pas à confier vos programmes de construction.

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

Que d'ours ! Que d'ours !

(paroles de Mac Mahon)

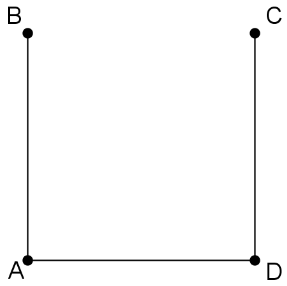
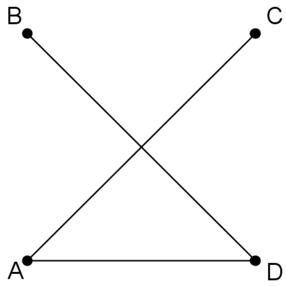
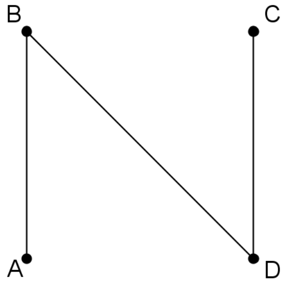
2015 : **une année pleine de projets ?** Dix ours en peluche pour ces quatre étages d'empilement : combien d'étages pourrons-nous réaliser avec **2015** ours ?

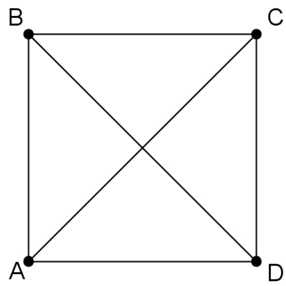
En **2015,** ces étoiles à cinq branches nous inspireront-elles de beaux tracés et des pliages sympathiques ?

Photo prise en décembre 2012 dans la galerie commerciale du CORA de Moulins-les-Metz

DÉFI LYCÉE n° 120

Quatre villes (A, B, C et D) sont disposées aux sommets d'un carré.
Pour l'instant, il n'y a aucune route pour les joindre. On voudrait pouvoir visiter successivement ces quatre villes dans un ordre déterminé à l'avance, sans jamais retraverser une ville déjà visitée.
Voici quelques exemples :

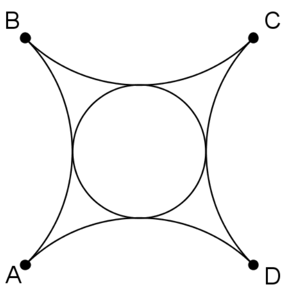
		
Si l'on veut réaliser le trajet B→A→D→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→D→A→B, mais aucun autre trajet n'est possible).	Si l'on veut réaliser le trajet B→D→A→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→A→D→B, mais aucun autre trajet n'est possible).	Si l'on veut réaliser le trajet A→B→D→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→D→B→A, mais aucun autre trajet n'est possible).

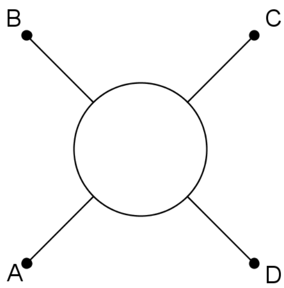


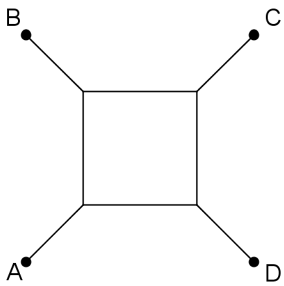
Le problème est le suivant : on veut construire les routes nécessaires pour pouvoir réaliser **tous** les trajets possibles passant par les quatre villes.

Il est évident que la construction des six routes ci-contre le permet. Mais peut-on faire mieux (c'est à dire minimiser la longueur totale des routes construites, donc le coût de construction de ces routes) ?

N'hésitez pas à faire travailler votre imagination … comme par exemple les trajets suivants :







Pouvez-vous **prouver** que vous avez trouvé le trajet minimum, ou est-ce seulement une « intime conviction » ?

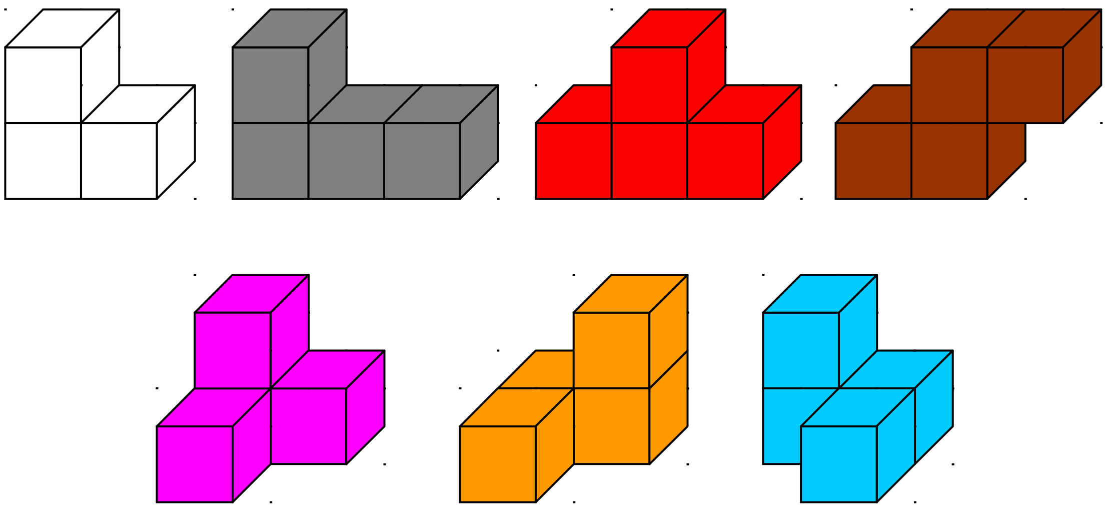
Par ailleurs, le résultat que vous aurez trouvé minimise-t-il également la longueur des trajets (en prenant alors le point de vue de l'automobiliste, et non celui du constructeur des routes) ?

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

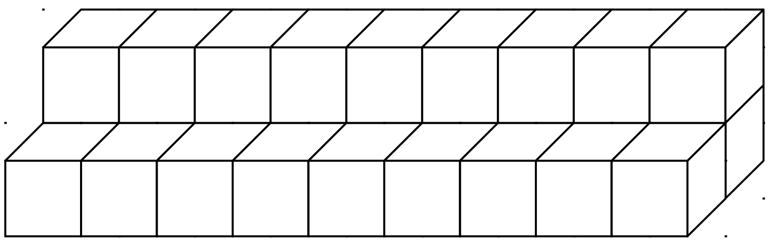
AVIS DE RECHERCHE

François DROUIN, Groupe Jeux

Voici les dessins des sept pièces formant le Cube Soma imaginé par le danois Piet Hein. Elles sont présentes dans notre exposition régionale « Objets mathématiques » et sont sans doute maintenant familières à un certain nombre de nos lecteurs.
Voir également http://fr.wikipedia.org/wiki/Cube_Soma



Ces 7 pièces (chacune n'étant utilisée qu'une seule fois) permettent de construire un cube, mais également une quantité impressionnante « d'objets ».
Avec ces sept pièces, je n'ai réussi jusqu'à présent ni à réaliser le prisme dessiné ci-dessous (dont le volume est bien de 27 cubes unitaires), ni à prouver l'impossibilité de sa construction.



Un lecteur pourrait-il m'aider à avancer dans ma recherche ? Envoyez vos réponses à francois.drouin2@wanadoo.fr . Merci d'avance.

NOTES DE LECTURE et MATHS ET ARTS

par François DROUIN

En 2013, Michèle Audin avait raconté la vie de son père Maurice, mathématicien, torturé puis tué par des parachutistes français en 1957 à Alger.

En 2014, parait son premier roman « **Cent vingt et un jours** » (L'arbalète-Gallimard). Elle est elle-même mathématicienne et membre de l'Oulipo.

Les personnages de cette œuvre de fiction sont pour la plupart des mathématiciens qui vivent et meurent dans les tourments du vingtième siècle. J'avais envie de partager avec les lecteurs du Petit Vert le plaisir que j'ai eu à lire ce livre.

Par ailleurs, l'auteure et l'éditeur ont eu l'excellente idée d'illustrer la page de couverture par des « rotoreliefs » de Marcel Duchamp.

Le lecteur amateur de liens entre Mathématiques et Arts aura très certainement envie d'en savoir plus à propos de Marcel Duchamp et ses « rotoreliefs » et d'en faire construire par ses élèves.

http://fr.wikipedia.org/wiki/Marcel_Duchamp permet d'en savoir un peu plus sur l'artiste.

http://mediation.centrepompidou.fr/education/ressources/ens-duchamp/ens-duchamp.htm explique que les « rotoreliefs » étaient à l'origine des disques en carton à placer sur les tourne-disques.

Le film « Anemic cinema » évoqué dans le lien précédent est visible en particulier à l'adresse http://vimeo.com/4748112.

http://www.youtube.com/watch?v=zX4-sDVVDiw montre l'animation de l'œuvre « la lanterne chinoise ».

Les « rotoreliefs » ont inspiré d'autres artistes : http://rotodisque.blogspot.fr/

http://www.ac-grenoble.fr/ecoles/vienne2/IMG/pdf_Duchamp_pour_reliure_ARTS.pdf montre une utilisation possible à l'école primaire.