LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 119	SEPTEMBRE 2014

Lire l'article de Christelle Kunc.

Sanctuaire Kaizu Tenma dans la préfecture de Shiga.
Un sangaku de longueur 520 cm par 26 cm est visible sous l'avant-toit de droite.
Il contient trente problèmes.

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : septembre 2014. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) a tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à jacverdier@orange.fr. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).
Ce numéro a été tire à 40 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).
Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "maths et philo", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Françoise JEAN, Walter NURDIN, Jacques VERDIER et Gilles WAEHREN. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe WALENTIN.

SOMMAIRE

ÉDITO 3

VIE DE L'ASSOCIATION

Compte-rendu du séminaire 4
Le rallye 5
C'était il y a 25 ans 7
Appel à ateliers Journée Régionale 8
Annonce Expo « Formes simples à Pompidou » 8
Dossier : la formation des nouveaux enseignants 9

DANS NOS CLASSES

Une année Math.en Jeans à Epinal *(Pascal FLIN)* 12
Esprit critique, es-tu là? *(Valérie LAROSE)* 19
Math et Tice autour d'un Sangaku *(Chr. KUNC)* 30

ETUDE MATHEMATIQUE

Gateau Thiriet : la solution du Papy de Killian 40

MATH ET ARTS 17

MATH ET PHILO 37

MATHS ET MÉDIA 24

VU SUR LA TOILE 43

RUBRIQUE PROBLEMES

Solution du Problème 118 44
Énoncé du Problème 119 47
Les défis COLLEGE et LYCEE solution 118 48
Les défis COLLEGE et LYCEE n°119 51

édito

La France championne des maths ?

En aout 2014, Michel de Pracontal a publié, sur Médiapart, une série de trois articles intitulée « La France championne des maths », dont vous trouverez le résumé ci-dessous. Cette trilogie veut donner aux lecteurs de Médiapart les raisons des succès français aux remises de Médailles Fields depuis que la récompense existe.

Michel de Pracontal emploie, par deux fois dans cette série d'articles, le terme « ésotérique ». De rapides recherches dans le dictionnaire permettent de fixer la définition d'un terme qui a pris une connotation très religieuse ces derniers temps : « Qui n'est compréhensible que des initiés ; hermétique, abstrus, abscons » (Larousse) puis « Synonyme de occultiste ». Si l'on pense à la secte des Pythagoriciens, cette vision des mathématiques semble cohérente. Si l'on admet que l'on serait bien incapable, malgré nos nombreuses années d’études consacrées aux mathématiques et à l'enseignement secondaire, de simplement comprendre le contenu de certains sujets de recherches actuels, le sentiment de l'auteur est facile à partager. Il faut reconnaître qu'un problème complexe appelle souvent des réponses complexes, voire l'invention de nouvelles notions, qu'un problème d’arithmétique, même simple, nécessite des siècles d'avancées mathématiques pour trouver une solution. Mais on ne peut pas imaginer que ces connaissances doivent rester le trésor d'un cercle d'initiés. Le terme « ésotérique » déconnecte ces progrès de civilisation qu'apportent les mathématiques de ceux auxquels ils doivent profiter : la communauté humaine.

Notre mission d'enseignant n'est pas d'envoyer un maximum de nos élèves à l'ENS de la rue d'Ulm ; de toute façon, ces articles semblent dire que ces parcours spécifiques ont des accès réservés. Alors doit-on enseigner des mathématiques pour la recherche et le plaisir de découvrir, ou plutôt des mathématiques pour le futur citoyen et la compréhension du monde qui l'entoure ? Car, si la France n'est peut-être pas tout à fait la championne de maths, cédant de peu la première place aux États-Unis, elle est bien mal placée dans le classement PISA, mais tout de même devant ce concurrent direct. Trouver un juste équilibre entre un monde merveilleux qui nous enchante depuis notre jeunesse et le monde dans lequel doivent vivre nos élèves n'est pas toujours une sinécure.

Gilles WAEHREN

Résumé de ces trois articles

Premier article : Un maillage de têtes chercheuses
Notre pays possède l'une des meilleures écoles de mathématiciens au monde. Issue d'une tradition qui remonte à Condorcet et Laplace, cette école allie la continuité historique à une vitalité persistante. Analyse des raisons de ce succès hexagonal, à la veille du Congrès international de mathématiques, qui se tient à Séoul à partir du 13 aout.

Second article : Une formation immuable
Si les mathématiciens français sont parmi les meilleurs au monde, ils le doivent en grande partie à la filière de formation des classes préparatoires et des grandes écoles. Ce système très élitiste et socialement peu égalitaire, en place depuis près de deux siècles, se montre d'une remarquable efficacité pour faire éclore les talents mathématiques.

Troisième article : Que cherchent les mathématiciens ?
Par l'invention de concepts très abstraits, l'objet des mathématiques consiste à résoudre des problèmes souvent très éloignés de la réalité. Mais ces concepts se révèlent puissants et trouvent de nombreuses applications en physique, en biologie et dans les domaines les plus variés, de la finance à la modélisation informatique ou au traitement des images numériques.

Merci à Daniel, Michel et Françoise de nous avoir signalé cette série d'articles.
Et merci aussi à cet organe de presse pour s'être intéressé à ce sujet et pour avoir mené cette enquête approfondie. Suffisamment rare pour être salué !

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

Compte rendu du séminaire de rentrée

Le séminaire bisannuel de l'APMEP Lorraine s'est déroulé les 30 et 31 aout à Ramonchamp dans un cadre vosgien très agréable. La structure d'accueil des Quatre vents a été autant favorable à la détente, en particulier pour les enfants qui ont profité de la piscine, du soleil et du cadre verdoyant, qu'au travail et à la réflexion. Chacun a pu apprécier aussi la qualité de la restauration qui savait mettre en valeur les produits locaux. Petits et grands ont profité de la soirée pour rivaliser avec bonne humeur dans des jeux de société très variés.

Réflexion sur l'engagement dans l'APMEP

Un repas convivial

Le samedi après-midi, nous nous sommes d'abord interrogés sur l'engagement dans l'APMEP et la politique à mettre en œuvre pour dynamiser encore notre association. Il nous est apparu important de mieux faire connaitre l'identité et les spécificités de l'APMEP, de mieux faire comprendre que tout adhérent peut aisément jouer un rôle dans les commissions régionales et nationales. L'APMEP ne se limite pas seulement à l'analyse des contenus mathématiques à enseigner mais elle se doit aussi d'agir sur les conditions de travail des élèves et des enseignants, et de réfléchir à la pédagogie à mettre en œuvre dans les classes. Les différentes actions menées par la Régionale telles que la présentation de l'APMEP auprès des stagiaires et étudiants en mathématiques, les goûters, les journées régionales, le rallye, les animations à travers l'exposition mathématique, les publications doivent se poursuivre et être l'occasion de faire mieux connaitre notre association.

Le dimanche matin, après un comité de rédaction du Petit Vert, les différentes commissions se sont rassemblées pour dresser un bilan de leur travail. Si des problèmes comme la mise en œuvre d'un nouveau programme sont spécifiques à un niveau donné, il ne faut pas oublier pour autant les liens entre les différents cycles. Des rencontres entre le lycée professionnel et les BTS par exemple seraient opportunes. Outre des réunions en présentiel, des plateformes de travail à distance pourraient être utilisées pour favoriser des échanges plus réguliers au sein de ces commissions.

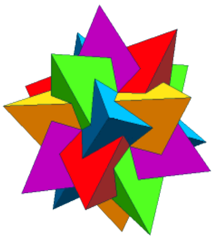
Débat dans un petit groupe

Le dimanche après-midi, le comité de la Régionale s'est réuni pour préparer entre autre les journées nationales à Toulouse et la journée régionale à Nancy qui aura lieu le 11 mars 2015. N'oubliez pas de vous y inscrire très rapidement !

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

Le rallye de Lorraine



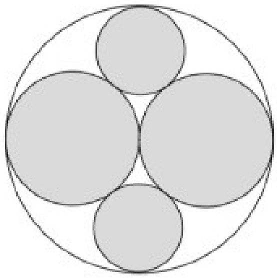
158 classes de troisième étaient inscrites au Rallye régional 2014, dont 151 ont effectivement concouru ; pour les lycées, 106 classes de seconde étaient inscrites, dont seulement 93 ont concouru. On peut estimer à environ 7000 le nombre total d'élèves participants. L'édition 2015 aura lieu le jeudi 2 avril.

Tant pour le collège que pour le lycée, les deux exercices les mieux réussis étaient le n°5 et le n°9 (énoncés sur notre site). Le moins bien réussi était le n°3.

Voici d'ailleurs l'énoncé de ce dernier :

Il faut en connaitre un rayon !

On construit dans un cercle de rayon 2, quatre cercles comme le montre la figure ci-contre. Calculer le rayon des deux plus petits cercles.



N.B. La réponse était $r = 2/3$.

Nous ne pouvons nous empêcher de vous communiquer quelques réponses fournies par les candidats au premier exercice, dont nous vous rappelons l'énoncé :

Le commissaire Girard doit taper un code à quatre chiffres pour entrer au tribunal et y témoigner. Ces quatre chiffres forment un nombre entier dont le nombre de centaines est égal au double du nombre formé par ses deux derniers chiffres, dont le chiffre des dizaines est 1 et dont la somme de <u>tous</u> ses chiffres est 15. Le commissaire tape 3417. La porte ne s'ouvre pas. Pourquoi ?

- La porte ne s'ouvre pas car... il a oublié de taper sur « valider »
- La porte ne s'ouvre pas car... elle doit être défaillante
- La porte ne s'ouvre pas car... elle est en panne

Ces réponses ont amusé l'équipe des correcteurs...

Rappel du palmarès

<u>Pour les collèges</u>

1er prix : classe de 3e4 du collège Pierre Adt de Forbach

2e prix : classe de 3e2 du collège Pierre Adt de Forbach

3e prix : classe de 3e3 du collège Erckmann-Chatrian de Phalsbourg

<u>Pour les lycées</u>

1er prix : classe de 2e1 du Lycée Bichat de Lunéville

2e prix : classe de 2e1 du lycée Mangin de Sarrebourg

3e prix : classe de 2e1 du lycée Tessier de Bitche

On parle du rallye...

... dans le bulletin du lycée Teyssier de Bitche (juin 2014)

http://www4.ac-nancy-metz.fr/lyc-teyssier-bitche/

RALLYE MATHEMATIQUE DE LORRAINE

Une autre vision des mathématiques

Le concours régional « Rallye mathématique de Lorraine » *organisé par l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public APMEP a été proposé à toutes les classe de seconde du lycée Teyssier.*

L'objectif est de changer l'image des maths en offrant aux élèves des classes participantes l'occasion de travailler ensemble dans le plaisir et l'émulation que crée la forme du concours.

Ici les mathématiques deviennent un jeu ou une énigme à résoudre . Ce mode de travail favorise la communication et la coopération au sein de la classe et permet à chaque élève, quel que soit son niveau, d'apporter sa contribution active.

retour au sommaire

Les compétences évaluées dans le cadre de ce concours portent sur l'organisation du travail, la cohésion et la persévérance des élèves ; c'est ainsi que notre classe de seconde accompagnée par Monsieur Laubacher s'est distinguée et se place en troisième position dans la catégorie lycée.

Félicités par Monsieur Pierre-Alain Muller, enseignant de mathématiques et membre actif de l'APMEP, nos lauréats ont pu partager un moment de convivialité et recevoir leurs prix et leur « diplôme ».

Toutes nos félicitations à nos mathématiciens en herbe !

… dans la presse régionale (Est Républicain du 29 mai 2014)

La victoire s'est jouée aux dés

Des élèves de seconde du lycée Bichat ont pris la première place du rallye mathématique, une épreuve ludique proposée par l' APMEP de Lorraine.

■ Les 35 élèves de seconde 1 et leur prof de maths, fiers de leurs diplômes.

« On lance successivement cinq dés, et on note les valeurs des cinq faces du dessus formant un nombre de cinq chiffres. Quelle est la probabilité que le nombre obtenu contienne au moins une fois le chiffre six ? ».

Cette question subsidiaire « Dé-six-sive » a permis à l'une des six classes de seconde du lycée Bichat – les S1-, engagée dans le rallye mathématique de Lorraine, de remporter la victoire. Les élèves ont devancé cinq autres classes avec lesquelles ils avaient terminé ex aequo (40 points sur 40). Après deux heures d'épreuve et dix exercices.

Hier matin, les 35 jeunes matheux ont été félicités et récompensés pour leur travail d'équipe. « C'était énorme, on est dans le meilleur lycée », indique Françoise Jean, représentante de l'APMEP, venue remettre diplômes et cadeaux. « Dans cet exercice avec les dés, vous avez le mieux répondu avec le vocabulaire adapté. Un professeur de mathématiques ne pouvait pas mieux rédiger. » Celui de la classe, Julien Maurice, ajoute : « C'est un travail de toute l'année. Ce sont des élèves studieux avec un profil scientifique pour la plupart. Beaucoup d'entre eux se destinent à la section S ».

Pendant l'épreuve, les jeunes lycéens ont résolu les problèmes, répartis par petits groupes de trois ou quatre avec beaucoup d'échanges entre eux. Grâce à ce travail d'équipe, ils ont pu finir devant les 105 classes de seconde -avec 150 classes de troisième- soit 7.300 élèves environ participants à ce rallye. Les notes étaient comprises entre 14 et 40. Tous s'étaient portés volontaires à ce concours ludique, organisé par l'association de professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP Lorraine). « C'est toute une classe qui a gagné », commente Geneviève Bouvart, coordinatrice de l'équipe de maths du lycée. « Un bon élève ne suffit pas dans ce rallye ». Les compétences de chacun ont été nécessaires : réflexion, imagination, créativité, esprit critique…

Leurs diplômes en main, Amélie, Océane et Valentine résument l'esprit de ce concours en quelques mots : « Travail d'équipe », « coopération », « connaissances réunies ». A côté d'elles, Apolline précise : « J'ai déjà participé à un concours individuel. Par rapport au rallye, c'était nul ».

Xavier COLLIN

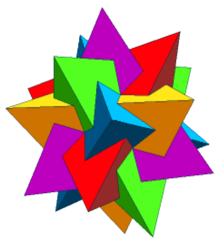
Extraits :

Des élèves de seconde du Lycée Bichat ont pris la première place du rallye mathématique, une épreuve ludique proposée par l'APMEP de Lorraine.

On lance successivement cinq dés et on note les valeurs des cinq faces du dessus formant un nombre de cinq chiffres. Quelle est la probabilité que le nombre obtenu contienne au moins une fois le chiffre six ?

Cette question subsidiaire « Dé-six-sive » a permis à l'une des six classes du lycée Bichat – les S1 - engagée dans le rallye mathématique de Lorraine, de remporter la victoire. Les élèves ont devancé cinq autres classes avec lesquelles ils avaient terminé ex æquo (40 points sur 40). Après deux heures d'épreuve et dix exercices.

Hier matin, les 35 jeunes matheux ont été félicités et récompensées pour leur travail d'équipe. « Dans l'exercice avec les dés », indique Françoise Jean, représentante de l'APMEP, venue remettre diplômes et cadeaux, « vous avez le mieux répondu avec le vocabulaire adapté. Un professeur de mathématiques ne pouvait pas mieux rédiger ». Celui de la classe, Julien Maurice, ajoute : « C'est un travail de toute l'année. Ce sont des élèves studieux avec un profil scientifique pour la plupart. Beaucoup d'entre eux se destinent à la section S ».



retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

C'ÉTAIT IL Y A 25 ANS … DANS LE PETIT VERT N° 19

Repéré dans l'éditorial de Michel Bonn. Ses réflexions sont toujours, voire plus que jamais, d'actualité.

Quel ministre comprendra que tout enseignement doit d'abord être culturel, que la notion de programme telle que définie ci-dessus est révolue, que la formation initiale et continue des enseignants est un droit pour les intéressés et un devoir pour la hiérarchie (je note tout de même que le mot *didactique* est écrit en toutes lettres dans le rapport annexé à la récente loi d'orientation) ? Bref, que notre enseignement, réputé inefficace, est à revoir dans un esprit non de réforme mais de reconstruction fonctionnelle.
Je ne peux résister à l'envie de citer le très récent ouvrage de Marc LEGRAND de Grenoble, « La crise de enseignement, un problème de qualité [1] ».
Tout cela risque d'être coûteux, très coûteux, surtout si l'on y ajoute l'hypothèse des 80 % et la revalorisation de la fonction enseignante : il faut savoir ce que l'on veut vraiment.

Voici un extrait de l'analyse que nous faisions de l'ouvrage cité dans cet édito. La thèse de Marc Legrand y était la suivante :

Pour des raisons profondes, l'école sous-estime fortement les capacités de réflexion, d'imagination, de conceptualisation de la grande majorité des élèves ; par suite elle développe insuffisamment ces qualités, voire dans certains cas les étouffe. Inversement elle surestime la possibilité d'aborder rapidement et utilement une grande masse de connaissances très diverses, et par suite se trouve condamnée à surinvestir dans les apprentissages de type "recettes à appliquer" ; ce faisant elle développe prioritairement des qualités qui sont chaque jour moins bien adaptées aux évolutions de la société.
(…) *L'attitude d'apprentissage qu'engendrent les méthodes d'enseignement les plus classiques s'oppose assez naturellement à l'esprit d'une démarche scientifique.*
(…) [Marc Legrand pense cependant qu'il sera possible] *dans les années à venir, de réussir une initiation de plus en plus large à l'esprit et aux méthodes d'une démarche scientifique.*

Pour l'aspect culturel de l'enseignement, François Drouin reprend l'exemple de la géométrie dans l'espace en joignant deux exemples pris lors de ses promenades à Saint Mihiel.

Pour la première photo, les tirets ont pivoté : la perspective n'est plus respectée.
Pour la seconde, le logo est inspiré de l'œuvre "Les neuf cubes d'Oscar Reutersvard [2]" (hommage à Bruno Ernst), 1934. On peut aussi y deviner le tripoutre de Penrose.

Dans les deux cas, François n'est pas sûr que beaucoup de regards de passants soient perturbés. Pendant leur scolarité et en particulier à propos de la géométrie dans l'espace, ils n'ont peut être pas bénéficié de la progression proposée il y 25 ans...

[1] Paru en juin 1989, aux éditions Aléas (http://www.aleas.fr). Voir également : http://www.cds-auwb.be/www.cds-auwb.be/uploads/file_/PPT%20conf%C3%A9rence%20Legrand%20M._2.pdf
[2] http://frederic.leon77.free.fr/formations/2013_14/coins/images/reutersvard.pdf
http://finelinegd.com/oscar-reutersvard-the-father-of-impossible-figures/ (en anglais)

retour au sommaire

JOURNÉE RÉGIONALE : 11 mars 2015

La Journée régionale des mathématiques aura lieu le mercredi 11 mars prochain, à la Faculté des Sciences (sur le campus de Vandœuvre) le matin et au lycée Jacques Callot l'après midi.

APPEL À ATELIERS

Un des temps forts, gage de réussite de cette journée, est la présentation d'ATELIERS. Le but de ces ateliers est de permettre de partager, d'échanger, de transmettre, de susciter la curiosité, d'ouvrir des pistes, de débattre… sur des sujets en rapport avec les mathématiques et leur enseignement.

Ces ateliers doivent être **variés et nombreux** : il serait bon qu'il y en ait une vingtaine, et nous avons déjà quelques pistes. Nous lançons donc un appel auprès de tous les collègues qui voudraient en animer un. Ces ateliers se dérouleront l'après-midi, durant 1 h 20 et pourront rassembler chacun de 20 à 30 participants.

Envoyez vos propositions le plus rapidement possible à valerie.pallez@ac-nancy-metz.fr .

Nous comptons sur vous !

« Formes simples » à Pompidou

Jusqu'au 5 novembre 2014, au centre Pompidou de Metz, l'exposition « **Formes simples** » ravira l'enseignant de Mathématiques et ses élèves : il y retrouvera d'intéressantes formes mathématiques et de quoi établir de nombreux liens avec l'enseignant d'Arts Plastiques et d'Histoire…

Photos : le ruban sans fin de Max Bill et l'objet mathématique de Man Ray.

http://www.centrepompidou-metz.fr/formes-simples

retour au sommaire

DOSSIER

La formation des enseignants en Lorraine

par Walter Nurdin, ÈSPÉ de Lorraine

Rappel du cas général

Il existe, d'après le Directeur de l'ÈSPÉ[1] de Lorraine, M. Fabien Schneider, sept typologies d'étudiants-fonctionnaires-stagiaires. Nous allons simplement analyser le cas général. On peut se reporter au tableau plus complet du BGV n°177 (page 4) pour mieux saisir la diversité des parcours.
Après avoir obtenu une licence, un étudiant qui envisage de devenir enseignant va s'inscrire à l'ÈSPÉ en Master MEEF[2], master qui se déroule sur deux ans.

	CRPE[3]	CAPES
M1 MEEF	Stage de 4 semaines de 96 heures. 558 heures de cours[4]. Concours. 2 épreuves pour l'admissibilité[5] (Français, mathématiques) 2 oraux pour l'admission.	Stage filé de 6 heures par semaine sur 12 semaines, 72 heures. 586 heures de cours. Concours [6] 2 épreuves pour l'admissibilité 2 oraux pour l'admission.
M2 MEEF	Stage mi-temps payé temps complet. 324 heures de cours. Valider le stage. Valider le M2. Titularisation.	Stage mi-temps payé temps complet. 250 heures de cours. Valider le stage. Valider le M2. Titularisation.

Pour obtenir une affectation à la rentrée suivante les étudiants devront valider, après avoir été admis, le stage **et** obtenir le M2 MEEF.

Nous allons maintenant examiner plus précisément la répartition des heures à l'ÈSPÉ de Lorraine sur trois aspects.
Les quotas horaires pour préparer le concours en M1.
Les heures indiquées pour spécifiquement enseigner les éléments de didactique des mathématiques utiles pour intervenir efficacement en classe.
Les heures prévues pour le retour réflexif sur les enseignements donnés dans les différents stages.
Il est bien évident que le nombre d'heures ne présage pas d'une bonne ou mauvaise formation. Ils sont simplement des indicateurs sur la faisabilité et les possibilités à construire la formation.

M1 premier degré, préparation concours

La préparation de l'épreuve écrite de mathématiques doit se construire sur 75 heures de cours.
Les 75 heures se fractionnent en 50 heures de rappels de mathématiques et en 25 heures de didactique des mathématiques pour répondre aux questions du concours. Sur ces 25 heures, 10 heures seront en co-animation avec des personnes qui interviennent dans les écoles.
Pour l'année scolaire 2012-2013 le relevé des baccalauréats des 138 étudiants de Nancy permet d'affirmer que 33,5% d'entre eux avaient obtenu un bac série L alors qu'ils représentaient, à l'époque, 17% des bacheliers. On peut comprendre que pour la majorité de ces étudiants le nombre d'heures pour préparer le concours est insuffisant.

1 École supérieure du professorat et de l'éducation de Lorraine, créée le 1er septembre 2013
2 Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation
3 Concours de recrutement de professeurs des écoles
4 Toutes les heures indiquées dans l'article sont celles de l'ÈSPÉ de Lorraine
5 Sujet mathématiques CRPE 2014
6 Site du jury de CAPES externe.

retour au sommaire

Une des preuves est dans l'effondrement des résultats de ces étudiants au concours. Un étudiant qui a obtenu un bac série S a 81,2% de chance d'être admis[7], alors qu'un étudiant ayant obtenu un bac série L n'a que 32,6% de « chance » de l'être. Pour ajouter au sentiment d'injustice qu'ils peuvent avoir, lorsqu'ils interrogent la direction sur cette insuffisance d'heures ils entendent en général comme réponse que le master n'a pas pour vocation de préparer au concours mais de les préparer au métier. On imagine alors la frustration et les tensions. Les horaires insuffisants sont de plus improductifs pour la communauté éducative. Comme l'ensemble des étudiants ayant une formation « scientifique » qui préparent le concours ne couvre pas l'ensemble des postes, il y en aura nécessairement qui seront admis avec un bac L. Il faut les aider car il est souhaitable que les élèves de l'école primaire aient une diversité des approches des mathématiques à l'école primaire. Nous avons, par exemple, cette année les premiers étudiants qui n'ont plus côtoyé les mathématiques depuis la classe de première. Ils font des efforts importants pour surmonter les lacunes qu'ils ressentent mais le temps est court. De surcroit, certains ont une représentation des mathématiques comme une matière construite sur des conditionnements où les recettes/formules sont miraculeuses puisqu'elles offrent directement le résultat. Cette courte année de préparation intense les renforce dans cette représentation. Le premier travail que l'on devrait mener avec ces étudiants serait déjà de modifier cette image des mathématiques. Or les conditions et les heures programmées ne le permettent pas pour cette première année. Nous allons voir qu'il en est de même en M2. Par comparaison dans les années 2000, nous avions une centaine d'heures pour les préparer et de plus on intervenait à Nancy en licence pluridisciplinaire.

M1 second degré, préparation concours

La préparation de l'écrit se fait sur 183 heures et l'oral se prépare en 248 heures.

La difficulté principale n'est pas, me semble-t-il, ici dans les heures proposées mais dans le recrutement. La session exceptionnelle de cette année n'a permis l'admission que de 793 étudiants sur les 1592 postes offerts. Le métier d'enseignant n'est plus attractif. Lorsqu'on consulte les fiches de renseignements des étudiants et que l'on devine les parcours de chacun, on constate que les meilleurs étudiants qui auraient pu réussir le concours se détournent de ce métier. Dans des discussions informelles avec des collègues, mais également avec des décideurs universitaires, on peut désormais entendre qu'il ne serait peut être plus possible de proposer un poste en lycée pour certains « néo-capésiens ».

Le vivier des futurs étudiants-professeurs-stagiaires n'est pas l'unique obstacle au recrutement des « meilleurs » enseignants. Il suffit de comptabiliser et de comparer les heures de mathématiques qu'un lycéen actuel de Terminale S a pu « subir » à celles d'un lycéen de Terminale C[8]. Au total le déficit est équivalent à une année et demie de cours. Il est alors compréhensible que certains de nos étudiants aient des difficultés. Il faut donc, soit revoir les programmes des classes scientifiques, soit la formation. Il est vrai que le constat d'un déficit de postes n'est pas réservé à la France. Face à cette même pénurie de professeurs de mathématiques et de sciences physiques l'Angleterre propose aux étudiants « *ayant validé un doctorat dans ces matières une indemnisation de 50 000 euros par an durant trois ans pour devenir professeur* »[9]. Elle rejoint par cette mesure une réponse de même ordre (augmentation salariale) apportée par la Finlande il y a quelques années pour répondre à de mauvais résultats aux enquêtes PISA[10] et ainsi enclencher un cercle vertueux d'améliorations. D'autres mesures accompagnaient cette première décision, l'ensemble a permis d' « inverser la courbe ». La faiblesse en mathématiques a également un cout, l'Angleterre l'évalue à 25 milliard d'euros[11] et espère y remédier en faisant appel à des enseignants venant de Shanghai.

M2 premier degré, enseignement de la didactique des mathématiques

Certes, il existe une ébauche d'appropriation de la didactique en M1 mais cette première approche est largement axée sur le concours et donc fige parfois les réponses au détriment d'une réflexion approfondie.

---

7 Statistique personnelle année 2012-2013 sur les 138 étudiants à Nancy

8 Article et tableaux de Fabien Besnard

9 Lettre de l'éducation n° 811

10 Courrier international n°1118 du 5 avril 2012

11 Courrier international n°1244 du 4 septembre 2014

retour au sommaire

Sur les 324 heures de cours, 29 heures seront consacrées à la « *maitrise des éléments de mathématiques* » à enseigner à l'école primaire. 29 heures pour six niveaux (on oublie les distinctions en maternelle) et pour 5h par semaine d'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. On ne peut pas répondre à toutes les attentes.

M2 second degré, enseignement de la didactique des mathématiques

On retrouve l'intitulé pour 30 heures au semestre 9 auquel on peut ajouter 30 heures au semestre 10 de « *construire une démarche de recherche commune aux sciences* ».

M2 premier degré, analyse réflexive des gestes professionnels

Il est précisé dans les textes que cette formation est par alternance. Par définition même du mot cela impose une réflexion sur les choix opérés dans les situations préparées et sur les gestes professionnels menés en classe.
Les étudiants-stagiaires ont un tuteur de terrain, qui pour l'école primaire est, dans une large majorité, formé. L'étudiant-stagiaire obtient là une aide, des conseils, des pistes de réflexion qui ne peuvent être dénombrés en heures.
Ils ont un tuteur ĖSPÉ qui les visites 3 fois dans l'année et rédige à chaque visite un rapport. Les contacts sont très variables et non imposés.
Au sein même de l'ĖSPÉ 50 heures sont attribuées à « *expérience professionnelle en alternance et développement de compétences* » pour les 36 semaines de travail.

M2 second degré, analyse réflexive des gestes professionnels

85 heures pour le second degré. La préparation du mémoire est intégrée au total.
Les étudiants-stagiaires ont un tuteur de terrain, que l'on imagine tout aussi dévoué que dans le premier degré. Une formation du tuteur est envisagée dans des textes[12], une commission est créée. En attendant la mise en place, l'ĖSPÉ[13] de Nantes, par exemple, programme deux jours de formation sur ces trois sites pour les tuteurs établissements. Il n'existe plus, à ma connaissance et à cet instant, de formation en Lorraine.

Les éléments apportés confortent, selon moi, certaines propositions et revendications de l'APMEP pour la formation des enseignants[14]. L'urgence pour le premier degré est d'étendre la formation au niveau licence. Au minimum, les U.E.[15] libres, ciblées mathématiques, qui sont proposées à Nancy doivent être étendues. Mais, pourquoi restreindre la formation proposée à l'ĖSPÉ au niveau master et ne pas l'étendre à la création d'une « nouvelle » licence pluridisciplinaire ?
L'exigence d'une pratique de concepts mathématiques adaptés pour toutes les séries doit être réaffirmée. Depuis la rentrée 2013, les « *titulaires d'un bac littéraire (L) ne pourront plus se présenter dans une institution d'enseignement supérieur suisse, à moins d'avoir choisi l'option mathématiques en première et terminale.* »[16]
On est donc en devoir et en droit de le demander pour nos propres étudiants, futurs enseignants, pour les aider à s'inscrire dans leur projet professionnel et pour leurs futurs élèves.
Pour le second degré, la première mesure serait de re-créer une véritable série scientifique.
Pour rendre le métier plus attractif, la tâche me semble plus complexe pour ne pas dire plus couteuse.
Dans ce contexte, l'APMEP doit persévérer dans les revendications qui me semblent encore plus d'actualité. Il faudrait peut être établir des priorités pour rendre le discours plus audible à tous les auditoires. Il faut également sans faille aider nos jeunes professeurs à entrer dans ce métier et tenter toutes les pistes qui s'offrent à nous pour organiser des rencontres et des échanges productifs.

---

12 GT3 Formateurs premier et second degrés

13 Formation sur deux jours

14 Propositions et revendications de l'APMEP.

15 Unités d'enseignement

16 Le bac littéraire français n'a plus la cote en Suisse

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

Une année MATh.en.JEANS à Épinal

Pascale Flin et Sandrine Marchal (lycée Pierre Mendes France),
Anthony Buchert et Nathalie Flon (lycée Lapicque).

L'APMEP soutient et encourage les ateliers MATh.en.JEANS qui permettent aux élèves de faire des maths autrement et d'approcher le métier de chercheur en mathématiques. En début d'année scolaire, un enseignant chercheur propose un ou plusieurs sujets de recherche à des élèves volontaires puis il suit les travaux des groupes de recherche tout au long de l'année. Deux établissements voisins peuvent être jumelés et travailler sur les mêmes sujets. En fin d'année un séminaire regroupe tous les groupes des ateliers MATh.en.JEANS d'une grande région. Chaque groupe présente son travail à ses pairs qui l'interrogent, le commentent… C'est à Vandœuvre-lès-Nancy que s'est déroulé le congrès 2014 pour les lorrains.

Déroulement de l'année au lycée Mendès France

Un créneau d'une heure a été bloqué au moment de l'élaboration des emplois du temps pour les deux enseignantes qui encadrent l'atelier et pour les élèves de leurs classes ainsi que pour deux autres classes afin de pouvoir faire participer des élèves de la seconde à la terminale en S et en STI2d.

Quelques jours après la rentrée, nous intervenons dans les classes pour présenter MATh.en.JEANS et fin septembre, une quinzaine d'élèves se réunissent avec Julien Bernat –chercheur à l'IECL– pour la présentation de quelques sujets de recherche. Très rapidement trois groupes se constituent autour de trois thèmes : les bâtons Cuisenaire, les lampes de rue de New York et le jeu du Colonel Blotto. L'après-midi même, Julien ira présenter ces thèmes aux élèves du Lycée Lapicque qui choisiront de travailler sur deux de ces trois thèmes. Le jumelage va donc pouvoir fonctionner sur deux sujets communs.

Les élèves démarrent leurs recherches, tâtonnent jusque fin novembre. Puis début décembre, Julien réunit à Mendès France les ateliers des deux lycées pour que chacun puisse exposer aux autres l'avancée des recherches et les différentes pistes explorées. Un après-midi a été banalisé pour les élèves et enseignants de chacun des lycées, avec un transport par bus de ville pour le déplacement. Cette rencontre est la première prise de contact entre les élèves des deux établissements, et chacun repart avec les conseils de Julien qui a validé ou réorienté le travail des groupes.

Une seconde phase de travail va permettre de faire un peu plus aboutir les recherches. Et fin janvier, les deux ateliers se réunissent de nouveau avec Julien pour faire le point, mais cette fois c'est l'atelier du lycée Mendes France qui se déplace dans le second lycée. Les échanges entre les deux ateliers tissent des liens entre les élèves qui travaillent ensemble lors de cet après-midi et repartent en s'étant un peu plus réparti le travail.

Enfin, la troisième phase arrive pour finaliser les recherches (ou ouvrir d'autres pistes qui n'auront pas le temps d'être explorées) et surtout, après le fond, travailler sur la forme et mettre au point une présentation des travaux qui aura lieu au congrès régional. Les élèves se sont répartis les tâches et chacun œuvre à la préparation de l'exposé en écrivant un texte, en préparant un diaporama ou un algorithme, en confectionnant un panneau qui sera présenté sur le stand au congrès….

Fin Mars, Julien valide une dernière fois les exposés présentés par les élèves. Une mise au point est encore nécessaire sur l'enchainement des parties préparées par chaque atelier au sein d'un même thème.

Début avril, nous partons tous ensemble pour trois jours au congrès, riche en rencontres, en échanges, en découvertes.

Les élèves reviennent enchantés du congrès. Pour la plupart, ils sont prêts à s'engager pour une nouvelle année à l'atelier. A notre retour, une séance photo sur le congrès puis quelques séances d'écriture de compte-rendu, soit sur le déroulement du congrès, soit sur le travail accompli par un groupe, clôturent l'année.

retour au sommaire

Le congrès MATh.en.JEANS vu par les élèves

Vendredi 11 avril

Nous sommes arrivés à la Faculté des Sciences de Nancy où nous avons installé notre stand avec nos trois sujets de recherche : le jeu du colonel Blotto, les bâtons Cuisenaire et les lampes de rues de New York. Puis nous sommes allés visiter quelques stands des autres ateliers.

Pour en citer quelques uns : le collège George Chepfer de Villers les Nancy avec comme sujet « La géométrie de Pierre », le lycée Bichat de Lunéville avec le « jeu de set et chaussette», ou encore le jumelage des collèges les Hauts de Blémont de Metz et Mermoz de Marly avec « l'arithmétique swahilie ».

L'après midi, après l'inauguration par le vice président de l'Université de Lorraine, le Doyen de la Faculté des Sciences, le directeur du LORIA , un inspecteur de Mathématiques et la représentante de l'association MATh.en.JEANS pour la Lorraine, nous avons assisté à un premier exposé : un problème de construction d'une mappemonde.

En fin d'après midi, nous avons suivi une conférence à l'INRIA (Institut de Recherche en Informatique et Automatique) présentée par Bruno Lévy traitant de la géométrie numérique, évoquant les mathématiques dans l'informatique.

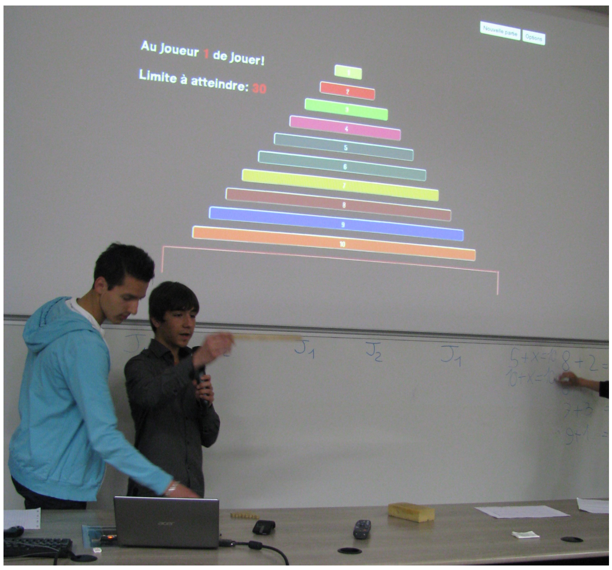
Le soir, nous avons mangé au self du lycée Varoquaux à Tomblaine : leurs élèves internes nous avaient libéré leurs chambres afin qui nous puissions les occuper le weekend. Après le repas, nous avons pu assister à un film au choix « L'Extravagant voyage du jeune et prodigieux T.S. Spivet » ou « Sur le chemin de l'école».

retour au sommaire

Samedi 12 avril

Levés de bonne heure, nous avons pu profiter de la présentation de multiples sujets de recherche présentés par les élèves de chaque atelier lorrain pendant la majorité de la journée. En fin d'après midi, notre groupe est allé visiter l'Atelier de Productique qui se trouve juste à côté de la faculté et on nous a présenté différentes machines de production industrielle automatisées.

Puis nous sommes partis en tram en direction de la chocolaterie Alain Batt. Nous y avons gouté différents types de chocolats et avons appris la composition de ceux-ci.



Après le repas au Restaurant Universitaire du Cours Léopold, la journée s'est achevée par une représentation théâtrale de la Compagnie des Ondes, intitulée, « Elle est mathophile ! ».

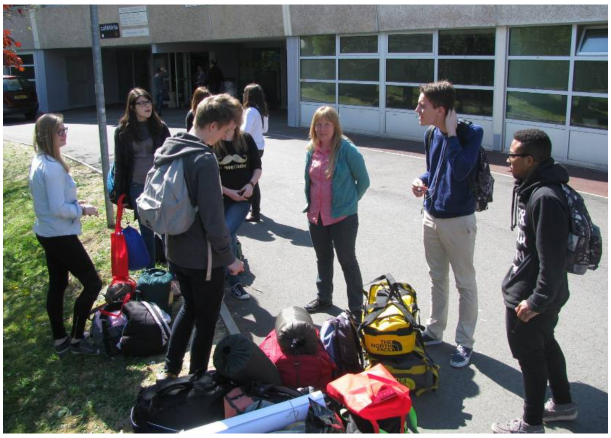
Dimanche 13 avril

Cette dernière journée, nous avons conclu par le passage de notre exposé « Les bâtons Cuisenaire », puis nous avons assisté à un exposé d'un autre lycée.

retour au sommaire

La cérémonie de clôture s'est effectuée par la distribution de cadeaux, des photos de groupe puis le dernier repas.

Départ de la faculté pour rejoindre Épinal.



Rédigé par
MATHIEU Nicolas ||
COURTIER Quentin ||
MARCHAL Antoine ||
HUMBERT Marceline

retour au sommaire

Les réponses de Marceline Humbert à quelques questions posées pour le journal du lycée

- Sur quel sujet avez vous travaillé tout au long de l'année ?
Dans notre groupe, on a travaillé sur le jeu des bâtons Cuisenaire. Il s'agit d'un jeu qui se joue à deux joueurs et qui est composé de bâtons numérotés de 1 à 10, les joueurs vont jouer tour à tour un bâton qui n'aura pas été joué précédemment. Le joueur perd s'il dépasse le score fixé au début de la partie.

- Avez-vous trouvé une stratégie ?
On a d'abord fait beaucoup d'expérimentations mais aucune stratégie n'était évidente pour nous, mais on s'est ensuite aperçus qu'en retirant le bâton 5 ou le bâton 10 plusieurs stratégies pouvaient fonctionner.

- Comment vous êtes vous préparés ?
On a d'abord partagé les explications des différentes stratégies selon nos recherches afin de nous faciliter la tâche au niveau des explications. Puis on a répété comme pour une pièce de théâtre.

- Redoutiez-vous de passer à l'oral ?
Passer devant un amphithéâtre rempli de personnes avec les yeux rivés sur vous et qui en connaissent un rayon sur les mathématiques, oui c'est déstabilisant mais c'est une bonne expérience qui n'arrive pas tous les jours pour des lycéens comme nous. Je ne regretterai pas de l'avoir fait au contraire ça donne envie de recommencer.

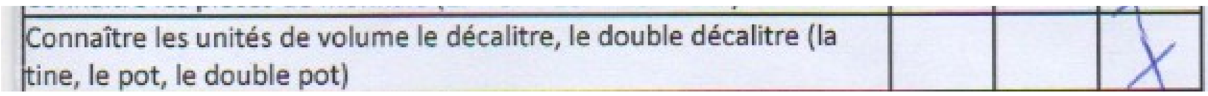
- L'idée que vous aviez du monde de la recherche était-elle la bonne ?
La recherche est un métier peu connu, et je ne pensais pas qu'avec des mathématiques on pouvait s'ouvrir à tant de domaines. De plus je ne connaissais pas le métier d'enseignant chercheur.

La suite de cet article consacré aux ateliers MATh.en.JEANS 2013-2014 d'Épinal, paraitra dans le Petit Vert n°120. Un groupe d'élèves nous rendra compte de son travail de recherche autour du jeu du Colonel Blotto.

AVIS DE RECHERCHE

Tine et pot

Voici un court extrait d'un bulletin trimestriel d'une élève de CE1 scolarisée dans l'École APPEL Sanmuso de Dégoudou au Niger. Les élèves de cette école sont parrainés par les membres de l'association meusienne APPEL.


Connaître les unités de volume le décalitre, le double décalitre (la tine, le pot, le double pot)

L'étude du système métrique nous réserve quelques surprises : on y découvre la tine, le pot et le demi-pot. Un de nos lecteurs réussira-t-il à trouver les conversions en litres de ces unités utilisées actuellement au Niger. Il serait également intéressant de savoir pourquoi ces unités présentes en France avant la Révolution restent utilisées dans ce pays.
Envoyez tout ce que vous trouverez sur ces unités à francois.drouin2@wanadoo.fr

Merci

MATHS ET ARTS (et Centenaire…)

Une croix allemande

François DROUIN
(APMEP Groupe Maths et Arts)

De 1914 à 1918, des Bavarois ont vécu (et combattu) sur les hauteurs de Saint-Mihiel. Un siècle plus tard, des traces de cette occupation restent bien présentes.
Une croix fréquemment dessinée à cette époque attire le regard de l’amateur de géométrie. Pourrions-nous retrouver des tracés plausibles utilisés à l’époque par les créateurs de ces motifs ?

Sur une tombe dans un ancien cimetière militaire allemand.

Devant une ancienne fontaine allemande.

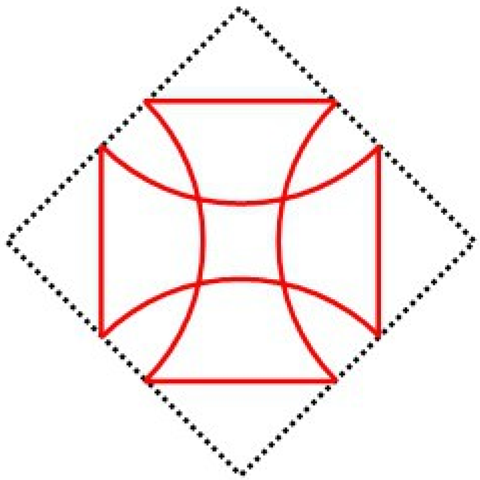
Au pied d’un autel construit en bordure d’un cantonnement en forêt.

retour au sommaire

Ce motif est celui de la Croix de fer, créée en 1813 à l'initiative de l'empereur Friedrich Wilhelm (onze ans après la création de la Légion d'honneur par Napoléon). Son graphisme est l'aboutissement des idées de Karl-Friedrich Schinkel, peintre et architecte néo-classique prussien (1781 – 1841), qui s'est inspiré de celui de la croix de l'ordre hospitalier des chevaliers teutoniques (XIIe siècle).
C'est actuellement le « logo » de la Bundeswehr.

http://fr.wikipedia.org/wiki/Croix_de_fer

Des tracés possibles
L'observation du motif sculpté sur la tombe ou sur le bas de l'autel fait penser que la croix a pu être tracée à partir d'un carré « dressé » sur une ses pointes. Les sommets de ce carré sont alors les centres d'arcs de cercle de même rayon.
N'ayant pas trouvé de normes de construction d'une telle croix, j'ai choisi comme rayon des arcs de cercles, une longueur égale aux sept douzièmes de celle du côté du carré dessiné en pointillés. Ce rapport correspond à ce que l'on constate sur la photo de la tombe, mais il est également possible que l'auteur du tracé se soit contenté d'utiliser un arc de cercle dont le rayon était « un peu plus grand » que la moitié du côté du carré.



Les lecteurs du Petit Vert et leurs élèves auront peut être l'idée d'autres constructions possibles.

La recherche des tracés et la réalisation des dessins correspondants pourront être complétées par l'étude de l'œuvre « Les joueurs de skat » de Otto Dix (1920). L'un des joueurs porte la décoration évoquée précédemment.
http://www.biographie-peintre-analyse.com/2009/07/05/dix-otto-invalides-de-guerre-jouant-aux-cartes-1920-analyse-d-oeuvre/

http://fr.wikipedia.org/wiki/Otto_Dix
http://1jour.1idee.over-blog.com/page-6787998.html

DANS NOS CLASSES

Esprit critique, es-tu là ?

Par Valérie Larose,
professeure au lycée de Vaison-la-Romaine

Les élèves de seconde ont un enseignement dit d'exploration (EDE) obligatoire. Au lycée de Vaison-la-Romaine, ils font leur choix à l'issue de la journée Portes Ouvertes en fin d'année de 3ème durant laquelle les collègues impliqués dans les EDE « Méthodes et Pratiques Scientifiques » (MPS), « Littérature et société » (Litso) et « Théâtre » leur font découvrir les thèmes qui seront explorés.
Nous fonctionnons par semestre, deux thèmes sont proposés aux élèves dans le cadre de chaque EDE, les enseignants pouvant être différents.
Chaque élève a 2 heures consécutives sur 28 semaines dans son emploi du temps avec une pause entre les deux projets. Pas de note dans le bulletin mais une appréciation.
Les élèves suivent l'EDE de leur choix : pas de déçus.
Le choix de l'EDE n'a aucun impact sur l'orientation à l'issue de la seconde. On trouve en MPS des élèves qui choisiront de s'orienter en 1e L, comme en Litso des élèves qui opteront pour la filière S.
La création de ces EDE a beaucoup fait parler d'eux : pour qu'ils existent, des horaires de disciplines « historiques » ont été diminués... Notons un point positif, ces EDE permettent à des collègues de mener des projets ensemble, de réunir deux enseignants de disciplines différentes devant les élèves. Si les binômes « maths-SPC », « SPC-SVT » n'étonnent ni les élèves ni l'administration, il n'en est pas de même avec « maths-lettres » ou « maths-philo »...

En 2013/2014, mon collègue de philosophie et moi-même avons proposé aux 20 élèves de Vaison ayant opté pour Litso le thème « Esprit critique, es-tu là ? » (durée : 28 h).
Pourquoi ? Parce que les élèves cloisonnent très vite les disciplines. Nous pensons que travailler avec deux professeurs enseignant respectivement les mathématiques et la philosophie les aidera à étayer une réflexion au départ plutôt de ressort du cours de philosophie à l'aide d'arguments justifiés par les mathématiques.
Nous avons choisi de favoriser le travail en groupe : apprendre à mettre ses idées en commun, proposer des pistes et être capable de synthétiser l'état des recherches pour les transmettre. Il s'agit d'apprendre à prendre de la distance par rapport à un fait divers, une annonce médiatique et de développer des compétences de recherches et d'analyse.

Nos objectifs :
- développer, aiguiser l'esprit critique chez chaque élève ;
- donner aux élèves des outils et des méthodes leur permettant d'analyser les informations données dans la presse écrite, les JT, les sites internet ;
- développer leur autonomie face aux écrits journalistiques, apprendre à ne pas prendre pour argent comptant les analyses fournies ;
- utiliser les mathématiques pour analyser les graphiques, données chiffrées ;
- découvrir la zététique grâce aux interventions de Denis Caroti du Cortex ;
- développer les capacités d'expression orale et écrite.

Je choisis de relater dans cet article les séances où les élèves ont fait des maths, de manière presque classique puisque mon collègue de philo y assistait !
La région PACA offre aux établissements la possibilité d'accueillir deux conférences dans leur établissement ; pour cela, il faut (cela ne suffisant pas) prendre le temps de remplir un dossier précisant entre autres les objectifs visés. Nous avons su être convaincants puisque nous avons obtenu deux conférences du Cortex (Collectif de recherche Transdisciplinaire Esprit Critique et Sciences) dont une intitulée **« Utilisation et distorsion des chiffres : méfiance !** » animée par Guillemette Reviron.

retour au sommaire

L'affiche de présentation de cette conférence est reproduite en fin d'article

La conférence était destinée à tous les élèves de seconde soit 105 élèves. Les collègues de maths ont fait par la suite un bilan avec leurs élèves quitte à revenir sur quelques points et ceux de Litso ont approfondi le thème. Cette conférence, préparée en amont, a reçu un accueil favorable de la part des élèves et des collègues présents. Les nombreux extraits de vidéos (Le Petit Journal, Canal plus...) sur des thèmes qui les concernent les ont accrochés comme le montrera le retour dans les classes.

En Litso, nous avions prévu de consacrer deux séances au thème « distorsion des chiffres » après cette intervention. M'est venue très vite à l'esprit la rubrique « Maths et média » du Petit Vert et toutes ses perles. J'ai utilisé M&M n°60 puis un article « *Les médias sont-ils fâchés avec les pourcentages ?* » d'après APMEP, IREM de Lorraine et repris dans la séquence 2 du programme de 1e ES de l'académie en ligne (CNED). Je n'ai pas repris les titres donnés par M&M pour chaque extrait afin de ne pas influencer les réponses à venir. Voici deux séries d'extraits traités sur deux séances (chaque séance commence par un bref bilan de la séance précédente et se conclut par la tenue d'un carnet de bord d'où *grosso modo* 60 minutes par séance consacrées à l'étude des extraits).

Tous nos élèves de seconde ont débuté leur année de seconde par 3 heures consacrées aux pourcentages (pour un réinvestissement en histoire/géographie, sciences, SES), les séances se déroulent au mois de janvier... voyons ce qu'il en reste !

Qu'y croire ? Les extraits ci-dessous peuvent comporter des erreurs ou ambigüités : retrouvez-les !

Extrait n°1 entendu sur EUROPE 1 samedi 23/10/1999 à 7 h 53 : *« La Chine a une population deux cent fois supérieure à la France ».*

Extrait n°2 toujours sur EUROPE 1, début novembre 1999 : *Publicité pour une vidéo de deux heures au prix de 10 F : « Ça revient à 0,08 centimes la minute ».*

Extrait n°3 d'une information envoyée le 21/10/99 par un responsable du service CIEL (le serveur Internet de l'académie) à tous les gestionnaires de sites :

> Il y a de temps en temps des chiffres qui interpellent !
> En voici un exemple :
> L'an dernier, dans la semaine du 11/10/98 au 17/10/98, notre serveur WEB avait reçu 836 000 requêtes (appel d'un fichier html, gif, jpg ou autre).
> Cette année et pour la même période (du 11/10/99 au 17/10/99), CIEL en a reçu 2 882 000 soit une progression de 344%

Extrait n°4 : une publicité.

Cette première série ne cause pas trop de difficultés. Les élèves travaillent en groupe de trois-quatre, ils se lancent rapidement dans des calculs. C'est l'occasion de rechercher la population française de 1999 (et de calculer son augmentation en pourcentage entre 1999 et 2014), de se

retour au sommaire

souvenir qu'avant l'euro, c'était le franc ! Les élèves plutôt à profil littéraire, plutôt inquiets en début de séance, réagissent positivement ; le fait que mon collègue de philosophie réponde autant que moi à leurs questions y est peut être pour quelque chose...

La semaine suivante, rebelote ! Mais là ça se passe moins bien, les calculs à effectuer ne sont pas immédiats, multiplier par 4 = 400% d'inflation ne choque pas. Force est de constater que nous (professeurs de maths) avons encore du pain sur la planche.

Les trois extraits de journaux ou revues ci-dessous peuvent comporter des erreurs ou ambigüités : retrouvez-les !

Extrait n°1 : à propos de vols dans un petit village des Alpes

(…) Car, même si la commune figure dans l'arrière pays, elle n'est pas à l'abri de la délinquance, face à laquelle la gendarmerie serait démunie, faute de moyens. « Il faut relativiser les choses, tempête-t-on à la gendarmerie de Puget-Théniers. L'an passé, il n'y a pas eu de vols. Alors si cette année il y en a eu trois, ça lui fait tout de suite 300 % d'augmentation ».

Extrait n°2 : à propos du prix de revient des CD

(…) Fiable, inaltérable, inusable, le CD a sauvé la musique des couacs et les maisons de disques de la faillite. Histoire d'un miracle : (…) en quatre ans, les prix ont chuté de 300 %. Un CD sorti d'usine (support + boîtier + livret de 4 pages) revient royalement à 8,50 €.

Extrait n°3 : à propos des transferts des joueurs de foot

(…) Ce qui se passe depuis un mois dans la rubrique des transferts donne le vertige. En quatre ans, le montant des transactions a quadruplé : 400 % d'inflation, ce n'est pas si mal !

Nous terminons cette 2ème séance par un extrait vidéo du JT de France 2 du 19/02/2013 (la vidéo est disponible sur l'excellent site de Math93).

JT de France 2 du 19 Février 2013

Ça va un peu vite pour les élèves, on repasse la vidéo puis j'affiche le texte

Extrait n°4 : à propos de la hausse du tarif d'électricité

L'électricité va augmenter de 6 % par an pendant 5 ans.

Journaliste : « (…) *notre facture pourrait gonfler de 30 % en 5 ans* ».

J.P. Chapel du service économie de France 2 : « *On avait jamais vu ça. +6 % par an pendant 5 ans, pas besoin d'avoir fait Polytechnique pour savoir que ça représente une hausse de 30 %* ».

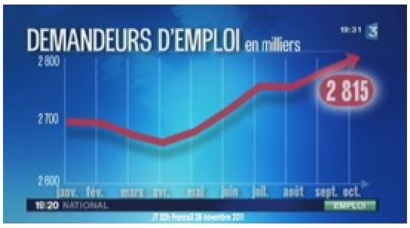
retour au sommaire

Les élèves se lancent dans les calculs et concluent, ce type d'exercice est plus classique pour eux. Ils sont consternés et expriment leur inquiétude : « on ne peut pas toujours tout contrôler », « ça va trop vite pour avoir le temps de réfléchir » et prennent conscience de la nécessité d'adopter un regard critique.

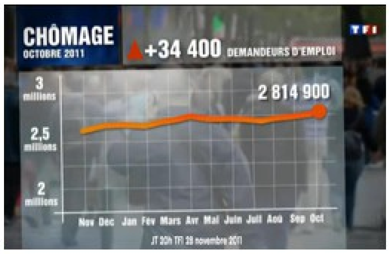
Nous avons également abordé les représentations graphiques car deux exemples exposés par la conférencière les avaient particulièrement marqués. Vous pouvez en prendre connaissance sur le site de Cortex, rubrique ThematiX.

- Un extrait du JT de TF1 de 20h nous montre M. Hortefeux nous commenter l'évolution des chiffres de la délinquance ; l'absence d'axes est plus que gênante ! S'en suit une réflexion sur ce qu'est la délinquance... que mesure-t-on au juste ?
- Un extrait sur le Petit Journal du 29 Novembre 2011 (Canal Plus) montre l'impact que peut avoir le choix d'une échelle sur un graphique : 3 graphiques établis à partir des mêmes données (le nombre de demandeurs d'emplois en octobre 2011) présentés par trois JT n'ayant visiblement pas tous les mêmes objectifs !

JT – 20h – France 2



JT – 20h – France 3



JT – 20h – TF1

Notre objectif est atteint, les élèves sont désormais conscients qu'il vaut mieux ne pas prendre pour argent comptant les informations chiffrées qui abreuvent tout type de média. Cependant, tous ne sont pas encore bien armés pour dénicher l'erreur, la tromperie...

Il semble essentiel, à tout niveau, d'équiper nos élèves pour qu'ils adoptent systématiquement un esprit critique. Pourquoi ne pas consacrer quelques minutes chaque semaine à débusquer les « arnaques » dénichées ici et là ? M&M fournit de nombreux exemples ; si beaucoup tournent autour des calculs de pourcentages, on trouve aussi des études de graphiques (« Infographies n°109, « Grand Scenic Renault » n° 105), des analyses qui motivent nos élèves (« 2011 une année exceptionnelle ? » n°107, « Usage du cannabis en France » n°112), qui peuvent ouvrir leur horizon (Frais de scolarité au Canada, n°111) ce qui n'est pas du luxe compte tenu du fait que peu d'élèves lisent la presse écrite...

Bibliographie

« Esprit critique, es-tu là ? 30 activités zététiques pour aiguiser son esprit critique » ouvrage écrit par le collectif CorteX aux Éditions book-e-book.

Petit cours d'autodéfense intellectuelle de N. Baillargeon (illustré par Chaarb) chez Lux Éditeur (Canada)

La perception graphique : mieux construire et interpréter les graphiques de Olivier Monso et Thibaut de Saint Pol (administrateurs de l'INSEE) dans Courrier des statistiques n° 126, janvier-avril 2009, publication de l'INSEE en ligne sur le net.

Page suivante, l'annexe

N.d.l.r. Le site de la régionale de Lorraine est actuellement en reconstruction, vous y retrouverez la rubrique MATH & MEDIA dès qu'il sera opérationnel.
En ce qui concerne la vidéo du JT de France 2, voir le Petit Vert n°117 de mars 2014.

retour au sommaire

Annexe : L'affiche de la conférence du 19 décembre 2013

ASTS Association Science Technologie Société

Sciences et Citoyenneté

Jeudi 19 décembre 2013 de 15h30 à 17h

Lycée de Vaison la Romaine - Amphithéâtre

Classes de seconde

Utilisation et distorsion des chiffres : méfiance !

Conférence animée par Guillemette Reviron

Chiffres de la délinquance, du chômage, de la fraude aux allocations, de l'immigration, des dépenses publiques, de la croissance, du moral des ménages, du CAC 40, de la consommation : pas un seul journal télévisé, pas un seul quotidien qui n'étale multitude de chiffres et de graphiques. Pas un seul politicien, quelles que soient ses idées, qui n'ait pas recours à une avalanche de pourcentages.

- *Comment se prémunir de ce matraquage de données chiffrées ?*
- *Comment lutter contre la « mathophobie » qui nous rend si vulnérables ?*
- *Comment se familiariser avec les grands chiffres, identifier les impressions laissées par un graphique ou l'impact d'un pourcentage sur notre appréhension d'une situation ?*
- *Comment repérer les données manquantes...*

L'Association Science Technologie Société (www.asts.asso.fr) est née de la rencontre, en 1981, d'ingénieurs, de cadres, de chercheurs, de médecins, de juristes de différents horizons, désireux de construire ensemble un lieu où ils pourraient échanger leurs expériences et formuler des propositions. Elle a pour vocation non pas de réunir les seuls scientifiques, qui ont leurs propres organisations, mais d'établir un lien entre eux et l'ensemble des citoyens. Depuis 2000, l'ASTS s'est décentralisée en Provence-Alpes-Côte d'Azur et travaille en collaboration avec le collectif le CorteX.

Le CorteX (http://cortecs.org) est un collectif d'enseignement et de recherche en esprit critique et sciences. Il est né en 2010 à l'Université de Grenoble à l'initiative de cinq formateurs professionnels et a pour objectif de mettre à disposition les travaux de tous les acteurs - enseignants, chercheurs, étudiants - travaillant sur un sujet développant le *critical thinking*, l'esprit critique, quelle que soit leur origine disciplinaire.

L'intervenante : Guillemette Reviron, docteur en mathématiques, est co-fondatrice du Collectif de Recherche Transdisciplinaire Esprit Critique et Sciences (Cortecs). Elle enseigne la pensée critique à l'Université de Montpellier II, mais aussi dans d'autres contextes comme les lycées ou les centres pénitentiaires. Elle est spécialisée dans le dévoiement des connaissances et des mathématiques dans les discours politiques, l'étude des intrusions idéologiques en science, ainsi que dans l'analyse des arguments essentialistes.

CORTECS
WWW.CORTECS.ORG

Lectures en lien avec la conférence :

- *Petit cours d'autodéfense intellectuelle*, Normand Baillargeon, éditions Lux
- *Statistiques méfiez vous !*, Nicolas Gauvrit, éditions Ellipses
- *Déchiffrer le monde, Contre manuel de statistiques pour citoyens militants*, Nico Hirtt, éditions Aden
- *Coïncidences : nos représentations du hasard*, Gérald Bronner, éditions Vuibert

retour au sommaire

MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : www.apmeplorraine.fr

Le Petit Vert dans le Café Pédagogique

19 milliards de dollars

Les chiffres clé du baccalauréat

Infographies

Une demi-sphère sur un pavé (suite et...fin ?)

Un peu de géométrie enfantine

Stères et mètres cubes

Pourcentage et addition

LU DANS LE « CAFÉ PÉDAGOGIQUE MENSUEL »,

ÉDITION SCIENCES, N° 153 (MAI 2014)

Le Petit Vert de la régionale lorraine de l'APMEP
Si nous évoquons souvent les publications et les actions de l'APM, il est de fait que nous parlons moins fréquemment des publications de ses régionales, dont certaines sont fort actives. Mentionnons donc le bulletin de la régionale de Lorraine, qui, né en 1985, parait quatre fois l'an. Pour vous allécher, au sommaire de l'un de ses derniers numéros, figurent, après des informations sur la vie de l'association, une rubrique « dans nos classes », une étude mathématique, un article de « maths et philo », d'autres de « math et media », puis une rubrique de problèmes.
Le site de cette régionale ayant été « hacké », il est en reconstruction. Vous pouvez néanmoins télécharger certains documents à cette adresse (www.apmeplorraine.fr), dont les deux dernières parutions du Petit Vert.

POUR S'INSCRIRE (GRATUITEMENT) À L'UN DES FORMES D'ABONNEMENT : HTTP://WWW.CAFEPEDAGOGIQUE.NET/ALERTSANDSUBSCRIPTIONS.ASPX

retour au sommaire

19 milliards de dollars (19 000 000 000)

Lu dans Libé du 21/02/2014, à propos du rachat de WhatsApp par Facebook :
"19 milliards de dollars, c'est égal au cout de 40 jours+16 heures de pub en prime time le samedi sur TF1".
Petit exercice avant de lire la suite : combien coute une pub de 15 seconde à cette heure-là ?
Nous nous sommes intéressés à la façon dont on écrivait les grands nombres dans les divers articles relatant cet achat, y compris dans la presse étrangère. Voici quelques exemples :

En Français : Facebook s'offre WhatsApp pour **19 milliards de dollars**

En anglais (U.S.) : Facebook to buy WhatsApp for **$19 billion**

(Voir **http://fr.wikipedia.org/wiki/Billion**)

En portugais : Facebook paga **$19,000,000,000 USD** por WhatsApp

En espagnol : Facebook compra a Whatsapp en unos **USD 19 000 millones** (il semblerait donc que le milliard ne soit pas utilisé dans la langue courante en Espagne).

Dans le précédent Petit Vert, page 34, vous avez également pu constater qu'il y a un siècle, on n'écrivait pas les grands nombres comme aujourd'hui : on aurait écrit **19.000.000.000**.

Il y a un certain temps, on entendait parler de kF (kiloFranc). Mais il ne nous semble pas trouver dans les médias de k€, de M€, de G€, etc... comme on parle couramment de ko, Mo, Go en informatique (mais on voit, sur les écrans télé, des Mds € !). Sauf dans les travaux officiels du Ministère des finances, de l'INSEE, de l'OCDE... voir :
http://www2.impots.gouv.fr/documentation/statistiques/annuaire2002/pdf/listeabr.pdf

Il y a un autre problème, plus épineux : deux systèmes mutuellement incompatibles de noms des grands nombres sont utilisés dans une grande partie du monde actuel. On désigne par **échelle longue** et **échelle courte**. Voir :
http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89chelles_longue_et_courte
http://fr.wikipedia.org/wiki/Noms_des_grands_nombres

En informatique, il y a un nouveau problème : le ko peut valoir 1024 octets ! Et le Mo 1 048 576 octets ! Quoique en principe il y a une norme, pratiquement jamais respectée :

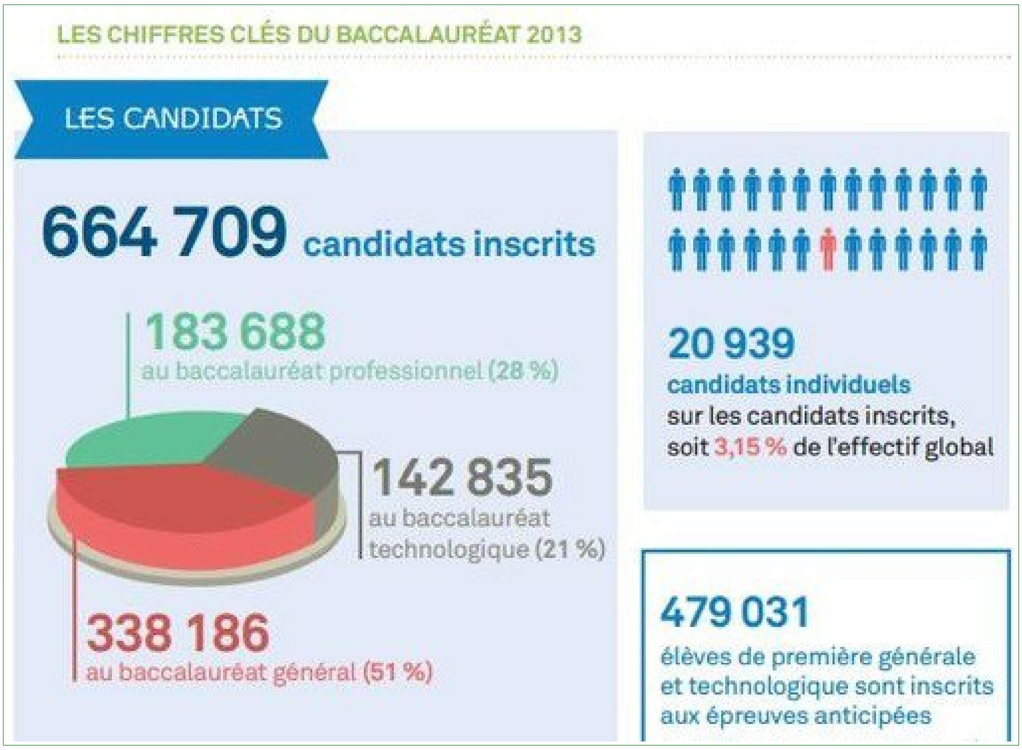
En informatique, il ne faut pas confondre :
- le mébioctet *Mio* (en anglais MiB, pour *mébibyte*) qui représente 1 024 (2^{10}) kibioctets, soit 1 048 576 (2^{20}) octets
- le mégaoctet *Mo* (en anglais MB, pour *mégabyte*) qui représente un million (10^6) d'octets. (source Wikipedia)

Pour illustrer cet article, un « bon » datant de 1924 [1], de 500 milliards (500 000 000 000) de marks ! Il y est bien précisé que cinq cents milliards, c'est 500 000 millions...

[1] *Voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Hyperinflation_de_la_R%C3%A9publique_de_Weimar*

Les chiffres clé du baccalauréat : 2013 … 2014

Dans le Petit Vert de juin, nous vous proposions cette infographie trouvée sur la toile.
Observez le camembert : rien ne vous choque ?
Et la rangée de petits bonshommes en haut à droite : 3,15%, c'est bien 1 sur 26 ?



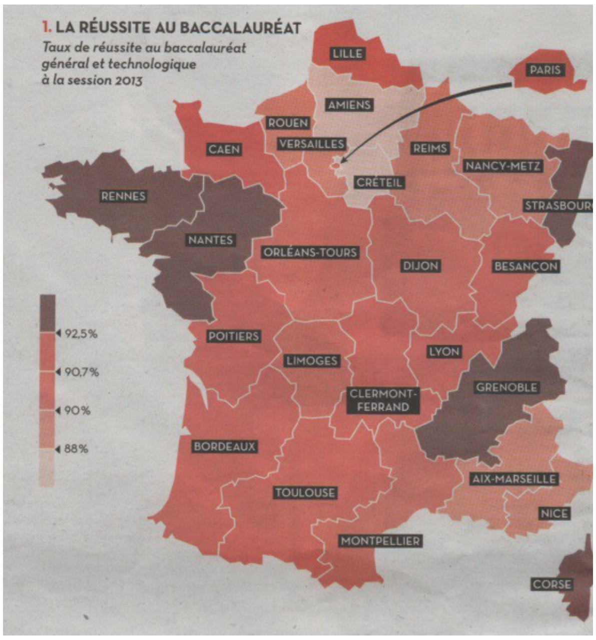
Les statistiques du cru 2014 sont parues récemment.
Cette fois, le « camembert » a l'air correct. Il faut dire que 50 %, c'est plus facile à représenter que 51 % !!!

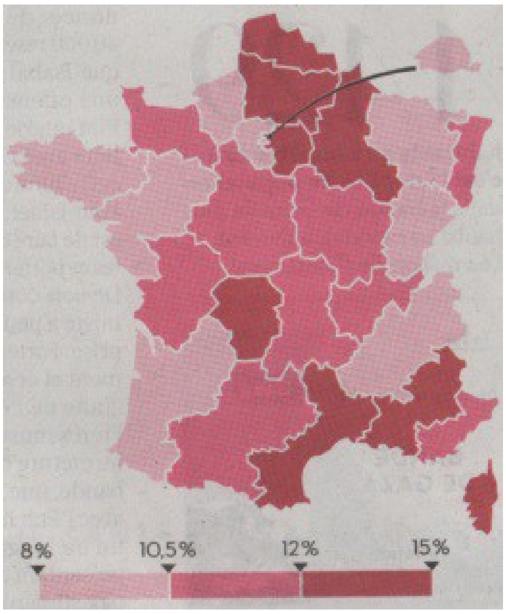
Quelques petites remarques cependant :
- Le plus âgé est représenté par une silhouette environ 60% plus haute que le plus jeune. Est-ce plausible ?
-Utiliser des « camemberts » en 3D sur-représente le secteur placé en avant : on peut ainsi avoir, inconsciemment, une fausse idée des valeurs.

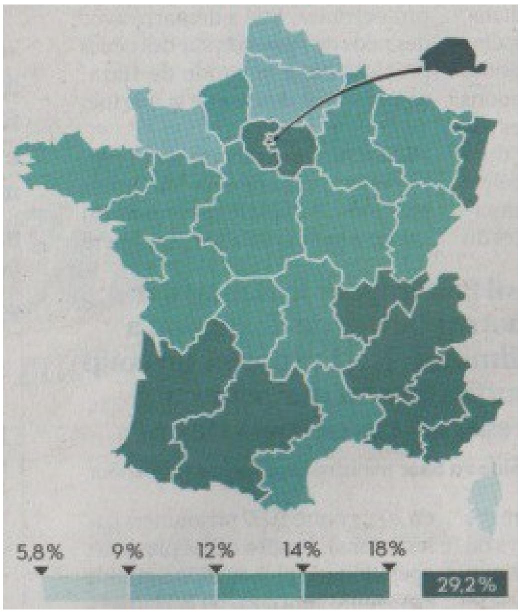
retour au sommaire

INFOGRAPHIES

Dans LIBÉRATION du 9 juillet 2014, un dossier sur les inégalités à l'École était illustré par huit cartes représentant les Académies de la France métropolitaine. Ces cartes correspondaient à différents indicateurs (dont nous ne jugerons pas ici de la pertinence). Nous en avons choisi trois : la réussite au baccalauréat en 2013 (carte brun-orange ci-dessous), le retard scolaire (carte rose-brun), la part des agrégés à la rentrée 2012 (carte bleu-vert).







Ce qui nous a intrigué, et qui vaut cette parution dans cette rubrique, ce sont les échelles de ces cartes. Sur les 8 cartes, une seule était conforme à ce que nous aurions aimé voir : des « bandes » de même largeur correspondant à des intervalles égaux. C'est loin d'être le cas partout ! Sur la première carte, par exemple, les intervalles [88;90], [90;90,7] et [90,7;92,5] sont représentés par des intervalles de même longueur...

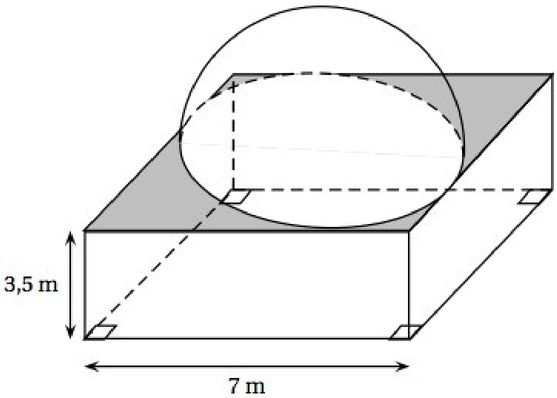
On peut se dire que les bandes ne servent que pour le codage des couleurs et que si l'infographiste avait réussi à mettre les pourcentages dans les rectangles (et non à leur sommet en haut et à gauche), le lecteur (ou la lectrice) aurait été moins surpris(e).

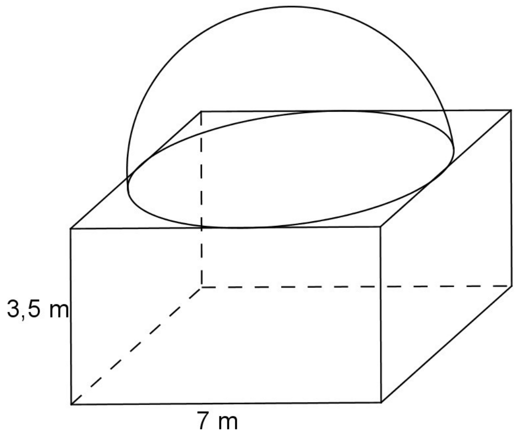
N.B. Pour la troisième carte, le pourcentage de Paris est si « énorme » que ça ne rentre pas dans l'échelle dessinée !

retour au sommaire

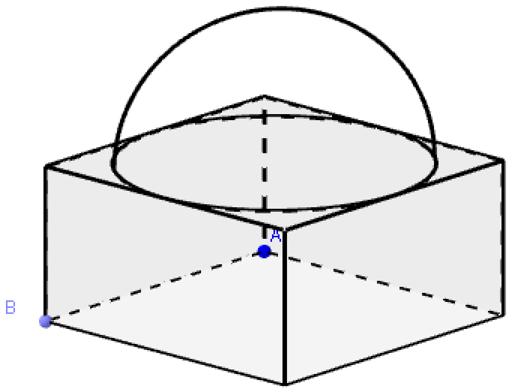
Une demi-sphère sur un pavé (suite … et fin?)

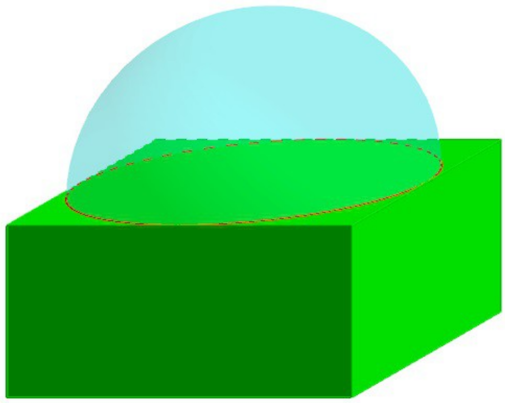
Dans le Petit Vert n°113 de mars 2013, nous vous présentions une demi-sphère posée sur un pavé droit (voir figure 1 ci-dessous), trouvée dans un énoncé de brevet : il sautait aux yeux que la figure était incorrecte, et nous en proposions une version « plus correcte », construite avec GeoGebra (voir figure 2 ci-dessous).
Mais dans le Petit Vert n°114 de juin 2013, nous expliquions que la figure soi-disant correcte avait été réalisé grâce à une supercherie (ou une astuce, si on veut être gentil) : GeoGebra en 2D ne permettait pas le tracé correct d'une telle figure.





Mais des progrès ont été réalisés depuis, et une version « bêta » de GeoGebra en 3D est désormais disponible sur la toile. Voici ce qu'on peut obtenir avec cette version, qui intègre les arcs de cercle dans l'espace (qui sont donc, sur ce schéma, des arcs d'ellipse). Merci à Noël Lambert de nous l'avoir fournie, et à Gilles de l'avoir mise aux couleurs de l'Apmep !

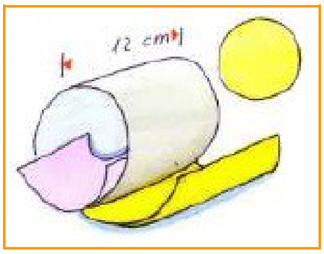




Un peu de géométrie … enfantine

Sur le site ci-dessous, la fiche d'un bricolage pour enfants qui a semble-t-il rendu plusieurs assistantes maternelles folles… et des profs de maths dubitatifs...
http://www.familiscope.fr/activite-imprimer-bricolage-le-jeu-de-billes-du-roi-lion.htm

Pierre-Alain vous en donne un extrait : *Prends un carton de 12* x *12 cm, (…) Enroule le carton pour obtenir un tube de 10 cm de diamètre sur 12 de long* !!!!!!



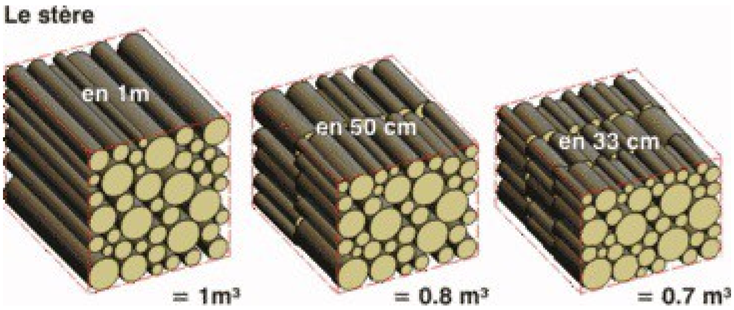
Merci à Pierre-Alain pour sa perspicacité.

retour au sommaire

Stères et mètres cubes

Trouvé sur http://www.energieplus-lesite.be/index.php?id=16643

Les bûches sont généralement conditionnées en **stère**. Il s'agit d'un volume de 1m x 1m x 1m dans lequel sont empilées des bûches. Suivant la longueur des bûches, leurs formes ainsi que leur régularité, on va pouvoir entasser plus ou moins de bûches dans ce même volume. Comme les bûches sont vendues par stère, il faut donc être vigilant sur leur condition d'empilement. D'une part, cela dépend de la qualité géométrique du bois (longueur, régularité et forme) mais aussi de la rigueur avec laquelle on a empilé les bûches.
Illustration de la relation entre le volume apparent et le conditionnement du bois : évolution du volume apparent occupé en fonction de la longueur de la découpe. En prenant au départ 1 m³ de bois coupé sur 1m, on trouve in fine 0,7 m³ de bois coupé en 33 cm.



Pour quantifier cela, on définit le coefficient d'empilage qui est le volume de bois plein présent dans un stère : **CE =** $\mathbf{m^3_{bois\ plein}/m^3_{apparent} = m^3_{bois\ plein}/st\grave{e}re}$

Pourcentages et additions

La rédaction de la rubrique « Math et Médias » pousse un **OUF** de soulagement ! Chez Leroy Merlin, les commerciaux savent travailler avec les « % ». Une réduction de 10 % suivie d'une réduction de 5 % correspond bien à une réduction de 14,5 %, une réduction de 10 % suivie d'une réduction de 10 % correspond bien à une réduction de 19 %.

Le consommateur constatera que, pour bénéficier de ces cumuls de réductions, il faut avoir une carte maison ou avoir déjà acheté et accumulé 1000 points.

Le professeur de mathématiques aura sans doute envie de montrer ce document à ses élèves, tester leurs réactions et leur faire constater que ce ne sont pas des additions qui interviennent, mais des multiplications.

retour au sommaire

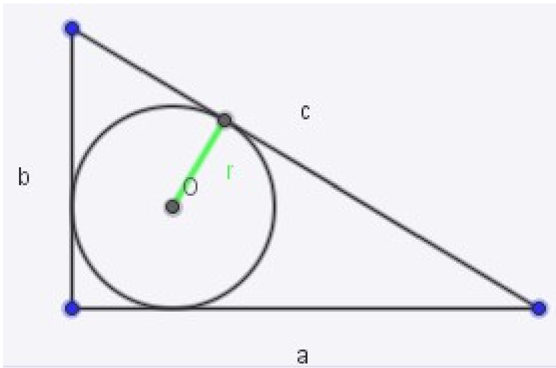
DANS NOS CLASSES

Maths et TICE en 4ème autour d'un SANGAKU

par Christelle Kunc
Collège Chepfer, Villers-les-Nancy

J'étais à la recherche d'une idée originale à tester en classe dans le cadre du groupe « TICE et Pédagogie » de l'IREM de Lorraine, lorsque, parcourant l'excellent livre de Géry Huvent, le mystère des énigmes géométriques japonaises (Dunod), j'ai envisagé de faire démontrer par mes élèves de 4e une jolie formule trouvée dans un SANGAKU.
Outre le côté culturel et historique, l'idée principale était de faire travailler mes élèves sur les domaines suivants :

- la recherche de conjecture,
- l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique GeoGebra,
- la démonstration.



Dans un premier temps, les élèves doivent démontrer une formule reliant les côtés d'un triangle rectangle avec la longueur du rayon de son cercle inscrit.

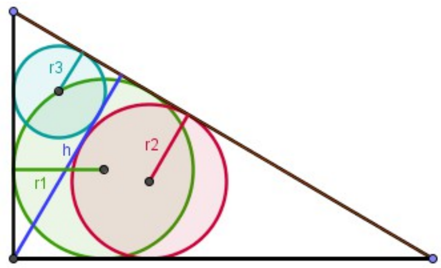
$$r=\frac{a+b-c}{2}$$

(Démonstration à l'aide de propriétés géométriques et calcul littéral)

Puis, dans un deuxième temps, ils doivent utiliser cette formule pour démontrer que dans un triangle rectangle dont on a tracé la hauteur, la somme des rayons des cercles inscrits dans chaque triangle rectangle ainsi construit est égal à la longueur de la hauteur.

$$r_1+r_2+r_3=h$$

(Démonstration à l'aide d'un calcul littéral)



I. FAIRE LE CHOIX DE DM

Pour pouvoir utiliser correctement un logiciel de géométrie dynamique tel que GeoGebra, il faut un apprentissage spécifique des outils ;

- en classe, sur le vidéo projecteur, le professeur peut montrer ou expliquer certaines fonctions du logiciel, mais l'élève reste passif,
- en salle info, souvent l'élève est en binôme, ce qui le motive ou le rassure, mais parfois cela ne lui permet pas de se tromper. Or c'est en passant par l'erreur (corrigée !) que la plupart du temps les progrès sont possibles,
- dans le meilleur des cas, en salle info, l'élève peut se retrouver seul sur son ordinateur (par exemple en 1/2 classe) mais, là encore, l'influence du collectif ou l'aide de l'enseignant peut le guider dans la bonne direction et lui éviter trop d'erreurs.

Finalement, pour s'approprier l'outil correctement, l'idéal est que l'élève s'en serve seul à la maison. Il peut tout d'abord réaliser des petits exercices simples d'un jour sur l'autre (refaire un exercice réalisé en classe…) mais on n'ignore pas qu'une majorité d'élèves ne le fera que si ce travail est vérifié, voire évalué !

retour au sommaire

Il est possible que l'élève réalise des impressions d'écrans, mais ce n'est pas toujours suffisant pour vérifier la bonne construction d'une figure, et rien ne remplace la récupération du fichier.
Il faut alors prévoir une messagerie adaptée et pratique pour l'envoi et la réception des fichiers (PLACE par exemple).

Pour parvenir à établir la formule de ce SANGAKU, j'ai choisi d'insérer des exercices dans deux DM, l'un en Mars et l'autre en Avril (voir annexe). De cette expérience, j'analyse des erreurs des élèves et je tire quelques enseignements sur le choix de la présentation des sujets.

II. CONJECTURE ET DEMONSTRATION

Mise en œuvre

Il y a nécessité de bien séparer la recherche de conjecture de la démonstration, afin d'éviter que les élèves ne se contentent du constat sur GeoGebra pour valider la démonstration. C'est un objectif fondamental de parvenir à convaincre des élèves de 4^{e} que constater un résultat à partir d'exemples ne constitue pas une preuve. D'autant qu'on ne lui a pas toujours demandé cela au cours de sa scolarité dans les classes de niveaux inférieurs !

J'ai donc dans chaque DM donné deux exercices distincts, en prenant soin, en plus, de changer les lettres utilisées dans les deux. Dans chacun des devoirs :
- le premier exercice consiste en la réalisation de la figure sur GeoGebra et doit aboutir à la conjecture d'une relation entre les longueurs de cette figure à l'aide du tableur du logiciel.
- un 2^{e} exercice placé à la suite permet de dessiner la figure sur le sujet (papier/crayon) et de démontrer la conjecture.

Les deux exercices sont donc complètement indépendants.

Résultats

Ce n'étaient pas les seuls exercices constituant ces DM (2 exos/4 ou 2 exos/5), et par conséquent ils n'ont pas toujours été traités par les élèves. Pour éviter d'éventuels problèmes techniques (ou "soit disant problèmes" rencontrés par des élèves de mauvaise foi…) et divers courriers des parents, j'ai fait le choix de considérer l'exercice de construction sur le logiciel comme un exercice parmi les autres. Ainsi, les élèves pouvaient avoir une bonne note s'ils faisaient tous les autres exercices correctement même s'ils n'abordaient pas celui là. Mais à l'inverse, il valorisait des élèves moins bons (notamment dans les démonstrations) dès qu'ils s'efforçaient de m'envoyer leur fichier.

On peut regretter le fait que le travail sur ordinateur soit encore souvent considéré par les parents d'élèves comme accessoire, source de problèmes techniques et parfois même comme "intrusif" sur l'ordinateur familial, mais il faut sans doute encore un peu de temps pour faire évoluer les mentalités.

Sur deux classes de 4^{e} (total 54 élèves), sur l'ensemble des deux devoirs, environ 60 % des élèves m'ont envoyé un fichier GeoGebra et environ 10% ont imprimé une ou plusieurs figures (avec les fenêtres Algèbre et Tableur ouvertes !). Des élèves se sont donc contentés de faire le 2^{e} exercice, c'est-à-dire la construction tracée sur le sujet et la démonstration et n'ont pas utilisé le support informatique du tout.

Dans le 2^{e} DM, j'ai ajouté une petite recherche documentaire sur les Sangakus, afin de valoriser les élèves fragiles mais volontaires et intéresser ainsi le maximum d'élèves.

Contrairement au travail sur logiciel, la recherche documentaire sur internet a, quant à elle, très bonne presse. Et elle est pratiquée dans beaucoup d'autres disciplines !

retour au sommaire

III. LES ERREURS INFORMATIQUES

La moitié des élèves qui ont fait l'exercice sur GeoGebra a construit une figure qui semble correcte, et qui donnerait un dessin correct à l'impression de la page, mais qui n'est pas "dynamique". Ils ont dessiné avec l'ordinateur une jolie figure, mais elle perd ses propriétés lorsqu'on déplace les points "libres" qui la constituent ; la figure construite ne correspond donc pas à l'énoncé.

On peut distinguer deux types d'erreurs, celles qui sont dues à une mauvaise maitrise du logiciel dynamique et celles qui sont dues à des erreurs mathématiques.

Les erreurs liées à l'utilisation du logiciel de géométrie

- La construction de l'angle droit du triangle rectangle "à vue" (horizontal / vertical) ou à l'aide de la grille.
- L'absence de matérialisation des points d'intersection (centre des cercles, pied de la hauteur, …)
- Pas d'existence propre des segments dont on doit connaître les longueurs pour pouvoir effectuer la conjecture par la suite.

J'ai noté que ces erreurs ont diminué entre les deux devoirs (après corrections, autre TP en classe, ..)

Les erreurs mathématiques

Quelques élèves essaient de construire le cercle inscrit sans commencer par construire son <u>centre</u> à l'aide de bissectrices, ou en construisant le triangle après avoir construit le cercle, "à l'œil "! Il s'agit en général d'élèves qui ne pensent même pas à utiliser leur leçon et construisent juste une figure qui a l'apparence de celle qu'on leur demande.
C'est un problème révélé par le logiciel : les élèves n'ont pas compris ce qu'est une construction, ils ne partent pas des hypothèses pour la construire et, de plus, confondent dessin et figure.

Dans le même registre d'erreur, on note principalement des problèmes de construction du <u>rayon</u> des cercles inscrits. Les élèves construisent le cercle en plaçant le centre correctement, puis ils l'agrandissent jusqu'à ce qu'il rentre " à peu près bien " dans le triangle. Et c'est souvent ce que font les élèves sur papier avec leur compas !!! Mais ce qui peut passer inaperçu sur le papier se repère immédiatement sur la construction GeoGebra : on peut alors leur montrer que si on éloigne les sommets du triangle, les "rayons" choisis ne conviennent plus : les cercles sortent des triangles, …
Cette erreur est commise par des élèves qui utilisent partiellement le cours, citent les propriétés dans les démonstrations, et ont l'impression de faire la différence entre dessin et figure car par ailleurs ils ne font pas n'importe quoi. Ils ont beaucoup de mal à comprendre ce qu'on leur reproche.

D'ailleurs cette erreur de rayon est tenace, parce qu'elle persiste entre les deux devoirs malgré les corrections, et les remarques orales et écrites sur le 2e sujet !!!! Il me semble que c'est la notion de distance entre un point et une droite qui n'est pas facile à assimiler pour les élèves dans cette construction. Ce n'est pas étonnant, car c'est un obstacle important en géométrie : l'outil informatique permet de le mettre en lumière, c'est un gros avantage !

L'utilisation du tableur

La moitié des élèves qui ont rendu le travail sur GeoGebra n'a pas utilisé le tableur. En général, c'est parce qu'ils ne sont pas parvenus à une figure correcte qui matérialise les rayons.

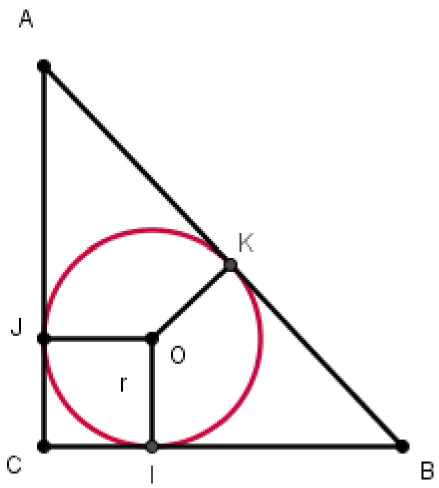
Bilan chiffré : la moitié des élèves qui ont fait l'exercice utilisent le tableur, parmi lesquels 4 l'utilisent mal, 2 l'utilisent bien mais avec une figure "fausse".

Les erreurs rencontrées

- le recopiage des valeurs trouvées et la réalisation d'un tableau de valeurs,
- l'entrée des points au lieu des distances dans le tableau (coordonnées !),
- l'insertion correcte des longueurs dans le tableur mais sans faire effectuer la somme par le tableur et en effectuant celle-ci sur sa calculatrice (!) puis en donnant les résultats sur sa copie.

On peut en conclure que les élèves produisant ces erreurs n'ont pas compris ce qu'est vraiment un tableur et n'en maîtrisent pas les fonctionnalités de base.
J'ai constaté une petite amélioration de l'usage du tableur entre les deux devoirs.

IV. LES DEMONSTRATIONS



- La première démonstration attendue consiste à justifier puis utiliser
les égalités de longueurs AJ = AK, BK = BI et CI = CJ
ainsi que la propriété du quadrilatère CJOI qu'on démontrera être un carré :
CI = IO = JO = CJ = rayon du cercle.

On termine par un petit calcul littéral.

- La deuxième démonstration consiste juste à utiliser la propriété démontrée précédemment dans chaque triangle rectangle et à l'aide d'un calcul littéral, on peut établir rapidement la formule. (C'est rapide, mais il y a plein de lettres et une grosse formule qui fait peur…)

Globalement les démonstrations proposées par les élèves sont satisfaisantes, mais on notera tout de même toujours des difficultés dans l'utilisation du calcul littéral.

Évidemment, certains élèves ont utilisé les valeurs numériques du dessin pour justifier les résultats. Il a fallu revenir sur la notion de démonstration et réexpliquer la nécessité de prouver les formules avec des lettres afin de l'établir pour tous les dessins et non pas pour quelques exemples. On retrouve ainsi le problème de la preuve cité précédemment.

V. BILAN DE L'ACTIVITE

En ce qui concerne l'usage de l'outil informatique, des progrès sont notables entre les deux devoirs. Mais il n'y a quand même que la moitié des élèves qui ont réellement cherché à l'utiliser. Cela semble peu, mais finalement, c'est honorable pour des 4$^{èmes.}$ L'exercice sur GeoGebra ne représentait que 1/4 ou 1/5 de chaque DM. Globalement les notes à ces devoirs sont semblables à celles des autres devoirs plus classiques. Et les élèves qui ont joué le jeu ne sont pas nécessairement les meilleurs élèves des deux classes. Les très bons élèves scolaires ont évidemment fait l'exercice (pour viser l'excellence), mais certains élèves assez "à l'aise" ont fait l'économie de cet effort, et en contre partie, certains autres élèves plutôt fragiles ont été motivés par l'outil.

retour au sommaire

J'ai valorisé toute recherche envoyée, même fausse ou incomplète dans le B2i (envoi d'un fichier, utilisation des outils, …) et le socle de compétences (prise d'initiative, recherche, …).

Je pense que le choix de faire deux DM et non un seul a permis des progrès entre les deux et est intéressant, également dans le fait qu'avec un objectif plus long dans le temps (sur 2 mois), il laisse davantage de traces.

S'agissant du choix des énoncés des exercices de DM, je ferai trois remarques :
1 - Le premier exercice détaille l'utilisation du tableur. Il sert un peu à donner des méthodes. Dans l'exercice 3, j'ai choisi de faire le contraire : donner le résultat à établir mais laisser l'élève faire sa démarche seul sur le tableur. Suivant l'objectif voulu ou le niveau des élèves, on peut proposer un énoncé plus ouvert du type : " A l'aide du tableur, établis une relation entre les trois rayons R_1, R_2 et R_3".
2 - De la même manière, on peut choisir de donner des questions plus ouvertes dans la démonstration de l'exercice 4 (questions d et e). Par exemple, il est possible de laisser l'élève faire le lien seul entre la conjecture et la démonstration en ne donnant la formule à démontrer que dans l'ex 3.
On peut aussi renvoyer l'élève au résultat du DM précédant sans redonner l'égalité utilisée.
(Mes élèves ont réussi la plupart du temps à écrire les trois égalités, mais ont surtout eu du mal à les réutiliser dans le calcul algébrique permettant d'établir la relation.)
3 - En ce qui concerne la découverte de ce qu'est un **Sangaku**, je pense que mon objectif est atteint, car la plupart des élèves ont fait des recherches intéressantes et illustrées. De plus, dans les deux devoirs, les formules, simples et "jolies" ont marqué les esprits. A postériori, il me semble que cela aurait été plus profitable de donner la recherche à faire sur les sangakus en amont des DM plutôt qu'en dernière question. Ainsi cela aurait pu motiver les élèves de savoir qu'ils étaient en situation de résoudre un problème de Sangaku, comme l'étaient les élèves japonais de ces illustres écoles du XVIIe s.

Il me semble que pour mettre en place ce genre de recherche, il est préférable de faire démontrer des résultats inconnus des élèves, afin qu'il y ait un enjeu dans l'intérêt de la démonstration. Trop souvent les "grandes" démonstrations restent limitées aux propriétés du programme et figurent dans les leçons. Sortir des sentiers battus lutte contre l'idée que la démonstration d'une propriété est un résultat artificiel ou inaccessible pour un élève et que c'est surtout le travail du professeur alors que le travail de l'élève serait juste **d'utiliser** les propriétés !

Il est à noter que sujet ne me semble pas utilisable dans d'autres niveaux car les propriétés de la bissectrice d'un angle seront peu utilisées par la suite dans les études de nos élèves et peu d'entre eux en conserveront le souvenir.

Il s'agit donc d'un travail mettant en œuvre des outils modernes mais sur un sujet qui aura peut-être bientôt sa place dans des livres d'histoire mathématique ! Ainsi, pour conclure, méditons tout de même cette phrase d'un de nos confrères belges sur la disparition programmée de la géométrie dans nos programmes :

"Il existe actuellement dans notre société un paradoxe important entre le souhait de former tout citoyen pour qu'il comprenne les réalités du monde qui l'entourent, et d'autre part, le refus de la société à inclure dans l'enseignement obligatoire les outils géométriques nécessaires à la compréhension de ces réalités scientifiques et technologiques."

Michel Demal, chef de travaux en maths à la HEH. (Haute École en Hainaut)

N.D.L.R En page de couverture, une photo proposée par Christelle pour illustrer son article.

Annexe page suivante

retour au sommaire

Annexe

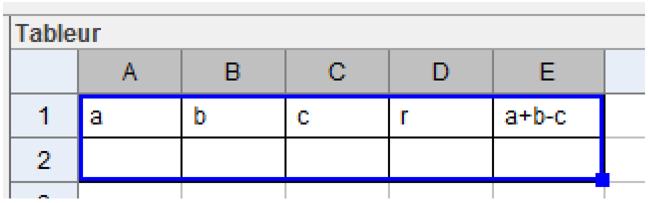
Exercices progressifs donnés à la maison dans le but d'établir une formule relative aux triangles rectangles et trouvée dans un Sangaku.

Note : *les exercices 1 et 2 sont extraits d'un premier DM, puis les exercices 3 et 4 figurent dans le DM suivant.*

Exercice 1 (sur ton ordinateur)

1) Dans GeoGebra, construis un triangle ABC rectangle en C.
Nomme ou renomme les longueurs des côtés afin que : a=BC, b=AC, et c=AB.
Construis le cercle inscrit dans le triangle ABC. Nomme son centre O et la mesure de son rayon r.

2) Fais apparaitre le tableur.
Recopie la ligne 1 en suivant le modèle ci contre, puis entre les distances correspondantes dans la ligne 2.
(*Aide : n'oublie pas de tracer r pour avoir sa mesure !*)


Tableur

	A	B	C	D	E
1	a	b	c	r	a+b-c
2					

3) Modifie la taille de ton triangle rectangle (*attention, il doit rester rectangle* !) et cherche à établir une relation entre les résultats des colonnes D et E. Enregistre ton fichier et envoie-le sous le titre : DM8-NOM-Prénom-Classe sur Place.

(si tu ne parviens pas à m'envoyer ton fichier, tu peux aussi faire plusieurs saisies d'écran avec des triangles de tailles différentes et l'affichage correspondant sur le tableur, en laissant la fenêtre algèbre ouverte.

Écris sur ta copie (à l'aide d'une phrase) la conjecture que tu peux émettre à la suite de cette activité en ce qui concerne le lien existant entre un triangle rectangle et son cercle inscrit.

Exercice 2 (sur ta copie)

Soit un triangle ABC rectangle en C. Son cercle inscrit a pour rayon *r* et pour centre O.

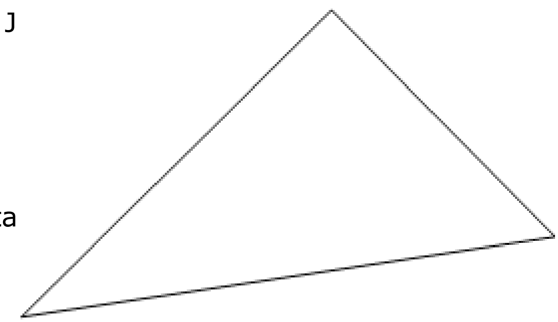
a) Complète la figure ci-contre avec tes instruments et code-la.

Le cercle inscrit est tangent à (BC) en I, à (AC) en J et à (AB) en K. Place I, J, K.

b) Démontre que AJ = AK, BI = BK et CJ = CI.

c) Démontre que CIOJ est un carré.

d) Code tous les résultats obtenus ci-dessus sur ta figure.



e) Montre que $AB=AC+BC-2r$

f) **Déduis-en l'expression de *r* en fonction de AC, BC et AB.**

retour au sommaire

Exercice 3 (sur ton ordinateur)

1) A l'aide du logiciel GeoGebra, construis deux droites perpendiculaires sécantes en R.

En plaçant deux points S et T sur ces droites, construis un triangle RST rectangle en R.

2) Construis la hauteur issue de R, et appelle H le pied de cette hauteur, puis définis h = RH.

3) Construis les cercles inscrits dans chacun des trois triangles rectangles, RST, RHT et RSH et de rayons respectifs R_1, R_2 et R_3.

<u>Remarque</u> : Attention à bien définir les rayons des cercles avant de les construire pour qu'ils soient corrects et qu'ils restent inscrits si tu agrandis ou réduis le triangle RST.

4) En faisant varier sur ta figure les points S et T, et à l'aide du tableur, vérifie la conjecture suivante : $\mathbf{R_1 + R_2 + R_3 = h}$

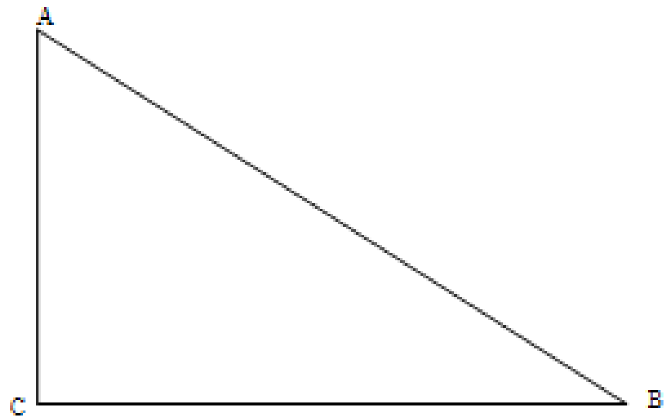
5) Enregistre ton fichier GeoGebra et envoie le moi en pièce jointe sur **Place**. (DM9-NOM-Prénom-Classe).

Exercice 4 (sur ta copie)

a) Dans le triangle ABC rectangle en C ci-contre, construis le cercle inscrit.

On notera r la longueur de son rayon.

b) Construis la hauteur [CP] issue de C (P étant le pied de la hauteur) puis construis les deux cercles inscrits dans les triangles APC et PCB.
On notera r_1 et r_2 la longueur respective de leurs rayons et h la longueur PC.



c) Soit a la longueur BC, b la longueur AC, s la longueur AP et t la longueur PB.
Annote ta figure à l'aide de ces lettres.

d) Dans les exercices 1 et 2 précédents, on a vu que :

"Si ABC est un triangle rectangle en C tel que son cercle inscrit a pour rayon r, alors $r=\frac{abc}{2}$
"

Applique cette propriété dans les deux autres triangles rectangles de la figure et écris les deux égalités ainsi obtenues.

e) En utilisant les trois égalités précédentes, démontre que $r + r_1 + r_2 = h$.

f) **Au Japon**, on découvre parfois accrochés sous les auvents des temples et sur les **torrii** à l'entrée des sanctuaires, des panneaux recouverts d'écritures mathématiques, que l'on nomme des **sangakus**. Le problème géométrique que tu as résolu dans cet exercice figure sur l'un d'entre eux.
Qu'est ce qu'un sangaku ? Quelle fonction ces panneaux pouvaient-ils remplir dans le passé ? Pour quelle raison a-t-on choisi des lieux sacrés pour les exposer ?
Tu essaieras de répondre à ces questions en effectuant une recherche que tu illustreras (par des images et/ou représentations géométriques différentes de la figure proposée dans cet exercice).

MATHS ET PHILO *(Didier LAMBOIS)*

Aristote et Barbara

Il serait ridicule de vouloir résumer en une phrase la révolution intellectuelle qui s'est opérée en Grèce au cours du 4ème siècle av. J.-C., mais nous pouvons sans crainte affirmer que ce qui caractérise cette période est le désir (*philo*) de se libérer des mythes pour parvenir à un véritable savoir (*sophia*), à une connaissance qui soit fixe et nécessaire, à une science stable qui ne puisse être remise en cause.

Pour ce faire, Platon (427-347 av. J.-C.) s'intéresse à ce que nous devons connaître, à l'objet de nos connaissances. Puisque le monde sensible est particulier et qu'il n'y a de science que du général, puisque le monde sensible est en perpétuel devenir, nous devons nous détourner de lui et chercher à construire la connaissance, la « science », en accédant aux essences, aux Idées qui, elles, sont immuables.

Aristote (385-322 av. J.-C.), élève de Platon, est convaincu lui aussi que la connaissance vraie, la connaissance scientifique, doit être une connaissance universelle, fixe et nécessaire. Mais parce qu'il est un bon élève, un bon disciple, Aristote refuse d'adhérer aux théories de son maître, il refuse la théorie des Idées. Pour lui il n'y a d'autre réalité que ce monde en mouvement dans lequel nous vivons, mais nous pouvons le connaître car ce qui est essentiel à la connaissance vraie, ce n'est pas l'objet à connaître mais l'instrument qui nous permet de le connaître et, plus précisément, l'usage que nous allons faire de cet instrument. Aristote va donc chercher à définir quelles sont les formes de pensée qui permettent d'avoir un discours (*logos*) cohérent, les raisonnements qui permettent d'accéder au vrai. Voilà pourquoi nous pouvons considérer Aristote comme le père de la logique.

Les travaux d'Aristote consacrés à la logique ont été regroupés par ses compilateurs sous le titre *d'Organon* (mot grec qui signifie instrument). *L'Organon* comprend *les Catégories* (énumération des rubriques sous lesquelles on peut classer les différentes propriétés d'un objet ou d'un individu), le traité *De l'interprétation* (analyse des énoncés et de leurs relations), les *Analytiques*, se subdivisant en *Premiers analytiques* (théorie du syllogisme) et en *Seconds analytiques* (théorie de la démonstration en science), les *Topiques* (théorie de l'argumentation à partir des prémisses plus ou moins probables) et les *Réfutations sophistiques*.

C'est dans ses *Premiers Analytiques* qu'Aristote fait de la logique une science formelle. Il élabore une théorie syllogistique qui marquera pour longtemps l'enseignement de la logique. Nous nous efforcerons ici de parcourir rapidement ces premiers pas en logique aristotélicienne et scolastique.

Le b.a.-ba de la logique formelle

Nos raisonnements se caractérisent par leur forme, autrement dit par la manière dont les propositions sont liées entre elles. Comme son nom l'indique, la **logique formelle** ne s'intéresse qu'à la forme des raisonnements ; elle se contente de déterminer les conditions qui assurent la validité formelle de la conclusion, sans tenir compte de sa vérité matérielle, c'est-à-dire de sa conformité avec les choses. Ceci explique que les syllogismes classiques et les théorèmes de la logique moderne ne comportent pas de termes concrets mais des symboles. Par exemple, un syllogisme sera exprimé par une formule logique du *genre si tout A est B et si tout B est C, alors tout A est C.* Comme le dit Carnap (1891-1970), les lois logiques ne nous disent rien sur le monde, elles ne font qu'exprimer les conventions qui règlent notre langage et notre pensée.

En général, le contenu des propositions, de ce que nous disons, est connu par intuition[1]. Le raisonnement est un procédé mis en œuvre pour justifier cette intuition, et il se distingue de l'intuition parce qu'il exige des détours, des médiations. Dans un syllogisme, nous arrivons à une conclusion après avoir parcouru toute

[1] L'intuition est pour Descartes une évidence immédiatement présente à l'esprit. Ce qui est immédiat c'est ce qu'on connaît sans intermédiaire. L'intuition est une vision directe des choses, je vois la classe, des objets, on parlera alors d'intuition sensible. Le moi se connait également par intuition (intuition interne), je sais que je suis sans avoir besoin de raisonner. Pascal (1623-1662) parlait d'esprit de finesse, « *il faut tout d'un coup voir la chose d'un seul regard et non par progrès de raisonnement* ».

retour au sommaire

une chaîne de raisons. Alors que l'intuition nous met en présence de choses réelles, de réalités concrètes, le raisonnement au contraire se forme à partir de concepts, d'idées abstraites et générales. Socrate est un individu, mais l'homme est un concept, le mortel en général également. Si nous disons que l'homme est mortel nous manipulons des concepts, nous sommes dans l'abstraction !

Les concepts se caractérisent par leur **compréhension** et par leur **extension**. L'extension d'un terme ou d'un concept est constituée par l'ensemble des objets que peut désigner un concept, par opposition à sa compréhension qui est constituée par la totalité ou l'ensemble des caractères renfermés dans ce concept. Dans l'extension de « *homme* », il y a les français, les argentins, les angolais etc. et dans sa compréhension il y a d'être un mammifère, bipède, raisonnable (?). **Extension et compréhension varient en raison inverse**. Plus la compréhension d'un terme est riche, plus son extension est pauvre, réduite, et inversement. Le concept d'être a une extension maxima mais une compréhension minima. L'idée de *Napoléon 1er*, individu singulier, a une extension minima mais une compréhension maxima.

On peut ainsi hiérarchiser les concepts par leur extension et c'est ce qui permet les syllogismes : les hommes font partie de la classe des mortels, et Socrate appartient à la classe des hommes, il fait par conséquent partie de la classe des mortels. Le syllogisme repose donc sur des emboîtements de classes que le mathématicien Euler (1707-1783) a imaginé de représenter par des cercles emboîtés. Le même schéma peut se faire du point de vue de la compréhension (Mais certains concepts sont parfois identiques en extension et ne se distinguent qu'en compréhension : l'ensemble des facteurs premiers de 35 et l'ensemble des nombres impairs compris entre 4 et 8.).

MORTEL	SOCRATE
HOMME	HOMME
SOCRATE	MORTEL
En extension	En compréhension

D'après l'extension on peut considérer des termes particuliers, qui ne prennent en considération qu'une partie indéterminée de l'extension (un homme, quelques hommes), et des termes universels, pris dans toute leur extension. Ces termes peuvent être vraiment universels (tous les hommes) mais aussi collectifs (tous les élèves de la classe) ou même singuliers (Napoléon 1er).

Aristote nous explique que pour qu'un syllogisme soit valide il faut que le **moyen terme** (le moyen terme est celui qui apparaît dans chacune des deux prémisses, les prémisses étant les deux premières propositions d'un syllogisme, la majeure et la mineure) soit pris au moins une fois dans toute son extension[2].

- Majeure : Tous les ***hommes*** sont mortels
- Mineure : Socrate est un ***homme*** Raisonnement valide
- Conclusion : Socrate est mortel

Mais les raisonnements ne mettent pas seulement en relation des termes, des concepts, ils mettent en relation des propositions, des affirmations, des jugements. La logique ne prend en considération que les **jugements prédicatifs**, auxquels elle ramène les autres. *Je parle* devient *je suis parlant*. Un **jugement** est en effet l'affirmation d'un rapport entre deux idées ; il s'exprime par la proposition qui énonce un rapport entre deux termes, un **sujet** et un **prédicat,** c'est-à-dire un attribut qu'on affirme ou qu'on nie à propos du sujet. Une **copule** unit ces deux termes (Le verbe être est la copule la plus fréquente).

Les propositions peuvent elles aussi, du point de vue de l'extension, de la quantité, être **universelles** (on dit parfois générales), ce sont celles dont le sujet est universel, ou **particulières** si le sujet est particulier. Du point de vue de la qualité elles peuvent être **affirmatives** ou **négatives**. En combinant ces deux aspects nous arrivons à quatre types de propositions :

- Les universelles-affirmatives A
- Les universelles négatives E
- Les particulières affirmatives I
- Les particulières négatives O

[2] De deux particulières on ne peut rien conclure.

retour au sommaire

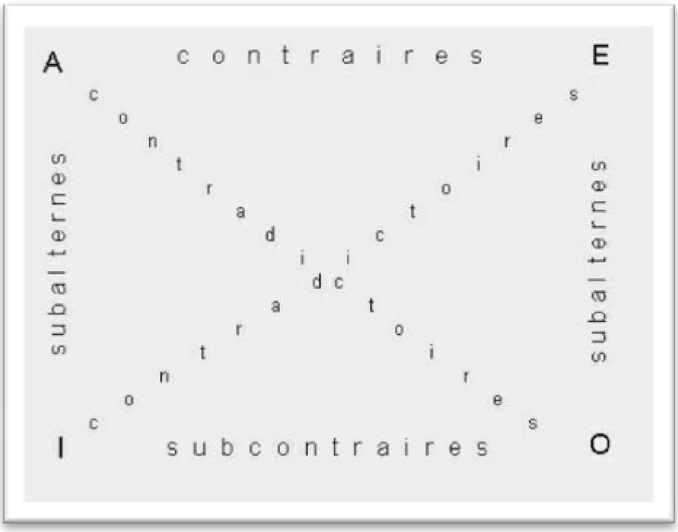
Ces quatre voyelles, A E I O, nous serviront dorénavant à désigner ces quatre types de propositions.

A et E sont des propositions **contraires** ; *tous les élèves sont présents* et *aucun élève n'est présent*. Elles sont toutes deux universelles et ne diffèrent qu'en qualité. Ces propositions ne peuvent être vraies en même temps, mais elles peuvent être toutes deux fausses. Par conséquent, de la vérité de l'une on peut conclure à la fausseté de l'autre. Mais de la fausseté de l'une on ne peut pas conclure à la vérité de l'autre.

I et O seront qualifiées de **subcontraires :** *quelque élève est présent* et *quelque élève n'est pas présent*. Comme les contraires elles ne varient qu'en qualité mais elles peuvent être toutes deux vraies en même temps alors qu'elles ne peuvent être fausses simultanément. De la fausseté de l'une on peut conclure à la vérité de l'autre, mais c'est sans intérêt, contrairement à ce qui se passe pour les contradictoires.

A et O sont des propositions **contradictoires.** E et I également. Les contradictoires diffèrent en qualité et en quantité. Les contradictoires ne peuvent être vraies en même temps, mais elles ne peuvent aussi être fausses en même temps. C'est très important puisque de la fausseté de l'une on pourra conclure à la vérité de l'autre. C'est sur ce principe que se base la ***démonstration par l'absurde***. Si O est fausse (quelque élève n'est pas présent) A est vraie (tous les élèves sont présents). C'est le principe de non-contradiction : deux contradictoires ne peuvent être vraies en même temps ni fausses en même temps. De même le principe du tiers exclu affirme : si A est vrai, alors non-A ne peut l'être.

Nous pouvons maintenant, à partir de toutes ces remarques, comprendre ce que les logiciens appellent le **carré des propositions :**



Mais tout ceci ne nous permet pas encore de reconnaître quels sont les syllogismes valides et nous ne savons toujours pas qui est Barbara, ni pourquoi elle est un modèle pour Baroco… (à suivre)

♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪

Je suis l'équation triste : au bras d'une inconnue.

Léo Ferré

retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

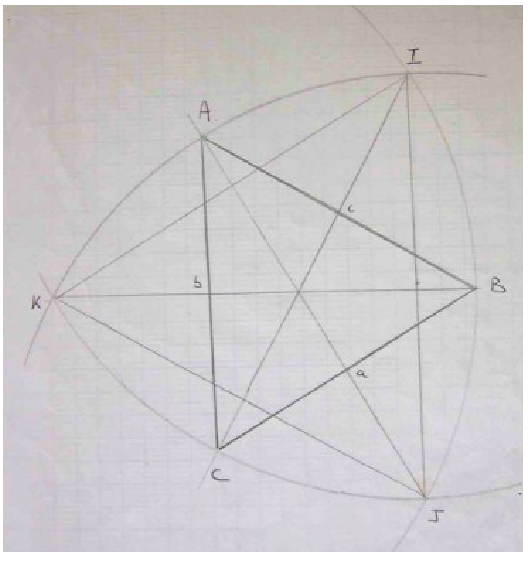
La géométrie rapproche les générations

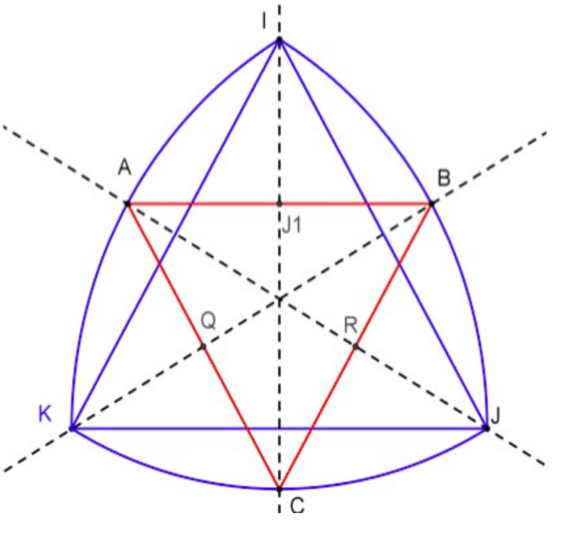
Dans le Petit Vert n°115, nous avions proposé à nos lecteurs la recherche du découpage d'un dessert vendu par une marque vosgienne de surgelés. Nous n'avions pas réussi à résoudre ce problème, mais des lecteurs du bulletin vert national en sont venus à bout : voir BV n°509 de mai-juin 2014, pages 360-362.

Dans le cadre d'un projet MATh.en.JEANS, les élèves des collèges « Les Hauts de Blémont » de Metz et « Jean Mermoz » de Marly ont eux aussi cherché des découpages possibles de cet entremets.
Voici ce que le grand-père d'un des élèves de Marly a proposé pour un découpage en quatre parts de même aire. Il s'est intéressé à ce découpage quand son petit-fils lui a parlé de ce qu'il faisait dans l'atelier MATh.en.JEANS et lui a fait part de ses difficultés à partager le gâteau en quatre parts égales. Cette proposition a été intégrée à la présentation des élèves lors du congrès de Vandoeuvre-les-Nancy en avril 2014. Son auteur, présent lors de l'exposé, nous a autorisé à en faire profiter les lecteurs du Petit Vert.

Propositions du « papi de Killian »
Il a fourni des documents manuscrits, sous forme de figures correspondant aux 4 étapes de la construction. Les élèves ont cherché à comprendre ses propositions, à les reproduire à la main et avec GeoGebra puis à vérifier si le partage était équitable.

Étape 1

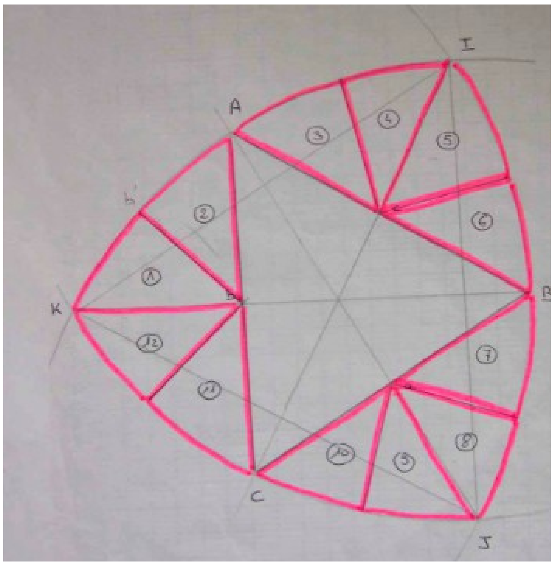


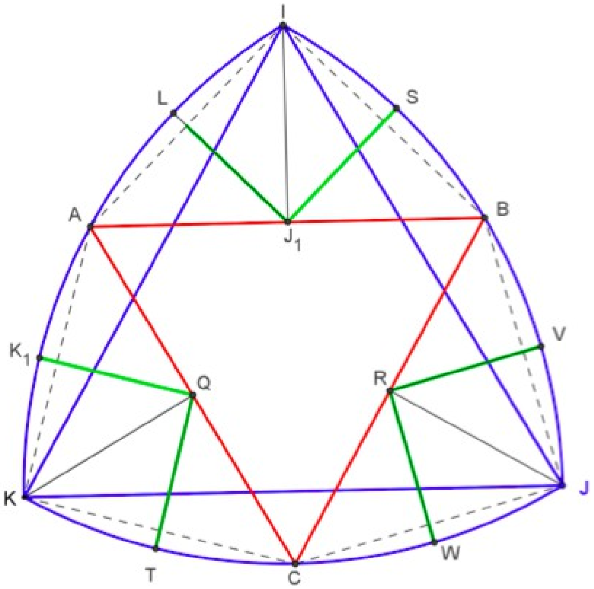


Tracer les médiatrices du triangle équilatéral IJK.
Ces médiatrices coupent les arcs de cercle du gâteau en A, B et C.
Tracer le triangle équilatéral ABC.

retour au sommaire

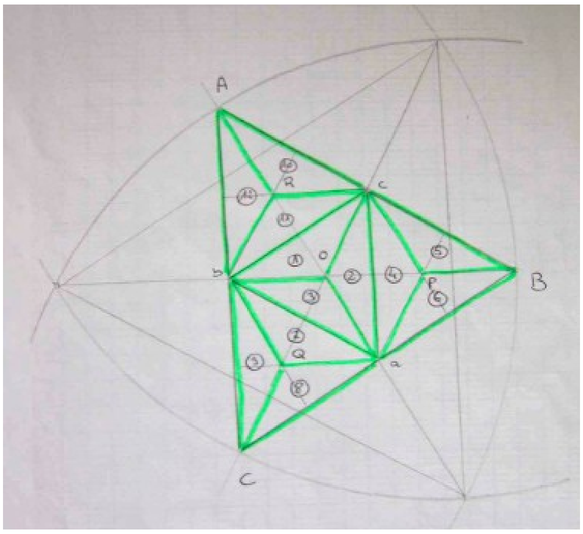
Étape 2

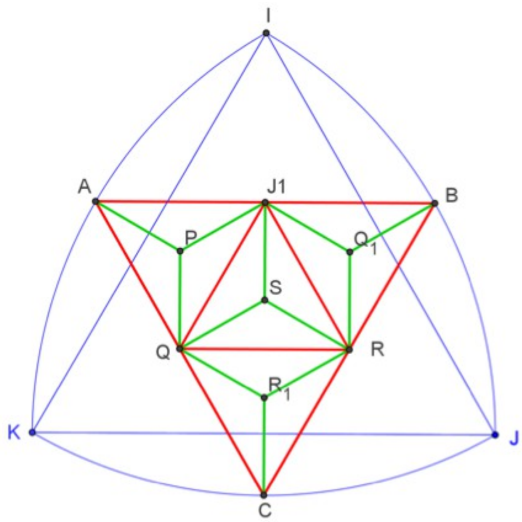




Tracer les bissectrices des angles AQK, KQC, CRJ, JRB, BJ_1I, IJ_1A. *Dans le dessin réalisé avec GeoGebra, les bissectrices sont en vert.*

Étape 3

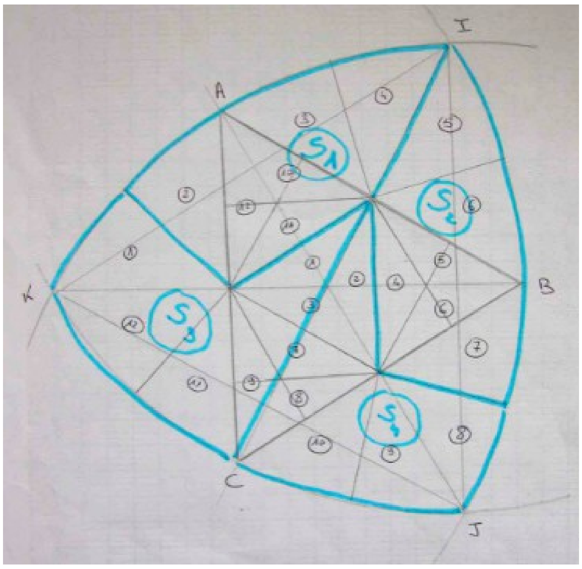


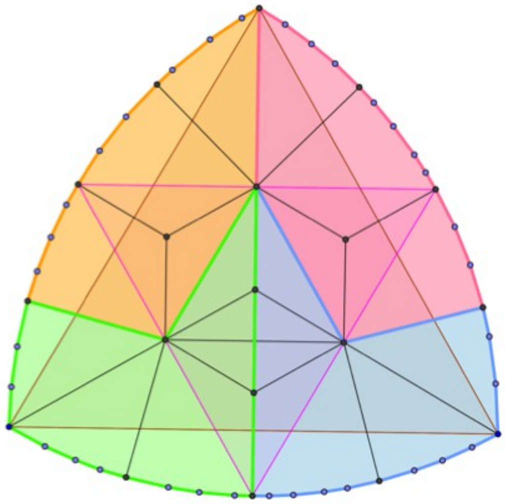


Tracer les médiatrices des côtés des quatre triangles AQJ_1, J_1BR, QRC et QJ_1R. *Dans le dessin réalisé avec GeoGebra, les médiatrices sont en vert.*

retour au sommaire

Étape 4



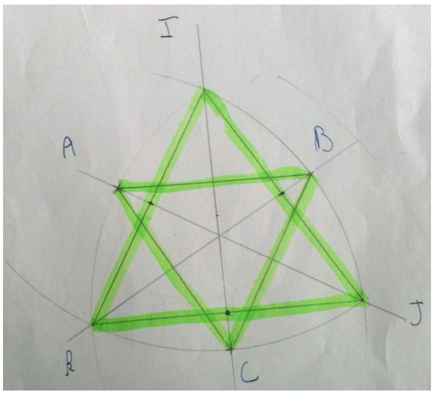


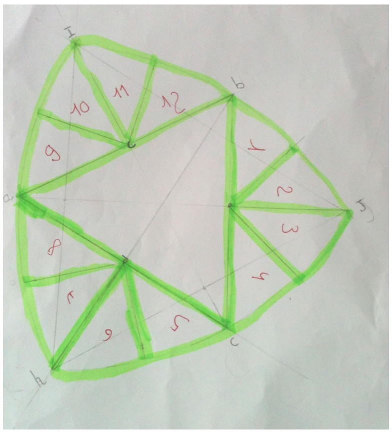
Avec les étapes 2 et 3 assemblées et après avoir placé des points de manière assez régulière sur les arcs de cercle, cette figure est obtenue. Une zone colorée est un polygone obtenu en reliant des points placés sur les arcs de cercle à quelques points judicieusement choisis sur la figure. Son aire est proche de l'aire d'une part de gâteau.

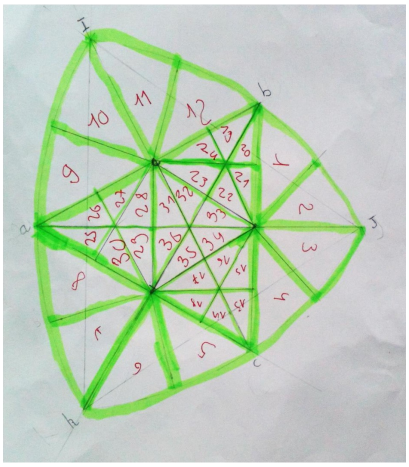
En utilisant la touche  de GeoGebra, les élèves ont vérifié que les quatre zones colorées avaient même aire.

À la date de la présentation de leur travail, ils n'avaient pas encore cherché pourquoi ce partage était équitable. La chercheuse qui les suivait, Isabelle Dubois, leur a confirmé que c'était bien le cas.

Les lecteurs du Petit Vert sauront eux aussi se persuader de la justesse de cette proposition bien originale et constateront une fois de plus l'intérêt de collaborations entre générations…







VU SUR LA TOILE

Vidéos

Animer une séance de mathématiques à l'aide d'une vidéo requiert une préparation solide, mais, parfois, le plus difficile est de trouver un contenu pertinent. Mes récentes recherches sur le sujet m'ont contraint à éplucher une liste de sites de cours filmés (les célèbres MOOC) et l'objet de cette rubrique n'est pas de comparer leurs qualités respectives, mais de proposer quelques liens vers des séquences de longueur variable, moins linéaires, à intégrer dans son propre cours..
Les vacances n'étant jamais bien loin, on m'a conseillé, par deux fois ces derniers temps, d'aller visiter le château de Guédelon, en Bourgogne, dont la spécificité est d'être reconstruit à neuf avec les techniques du Moyen-âge. Les traités architecturaux de l'époque ne sont certes pas pléthore, mais, comme de tout temps, on ne pouvait pas se passer d'un minimum de mathématiques :
http://www.youtube.com/embed/1VHbNoO6Spk.

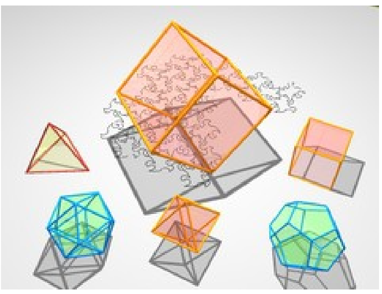
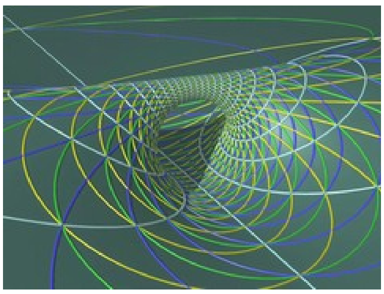
Universcience (http://www.universcience.fr/fr/accueil/), site commun du Palais de la Découverte et de la Cité des Sciences, comporte une rubrique TV dans laquelle on retrouvera une grande partie des fameux « Petits contes mathématiques » :
http://www.universcience.tv/categorie-petits-contes-mathematiques-626.html. Un autre musée bien connu dans notre région met à disposition un grand nombre de vidéos dignes d'intérêt :
http://www.levaisseau.com/fr/les-expositions/expositions-temporaires-41/videos-mathematiques/
Le blog du Coyote référence beaucoup de séquences YouTube en anglais, en général à destination du Lycée : http://www.apprendre-en-ligne.net/blog/index.php/Doc-series-films. On ne manquera pas de visionner les explications de statistiques par la danse.

Plus statique, on pourra suivre quelques conférences très intéressantes sur le site de « Culture Maths » : http://culturemath.ens.fr/video/index-video.htm. La vidéothèque du CNRS (http://videotheque.cnrs.fr/) concentre des films dans beaucoup de domaines, y compris mathématiques (une petite « recherche simple » s'impose ici – mais n'est-on pas sur le site d'un institut de recherche...). L'un d'entre eux s'intéresse à l'art du maillage en Océanie et à son utilisation en classe : http://videotheque.cnrs.fr/doc=4149 .

Pour ceux qui les ont manqués, on rappelle les liens vers les films d'Étienne Ghys et Aurélien Alvarez. « Dimensions » est ici : http://www.dimensions-math.org/Dim_fr.htm et le « Chaos » est là : http://www.chaos-math.org/fr.

Enfin, n'oubliez pas de vous inscrire aux conférences de l'APMEP qui reprendront vraisemblablement à la rentrée : http://www.apmep.fr/-Formations-de-l-APMEP- !

gilles.waehren@wanadoo.fr


Ces trois images sont extraites du film « Dimensions »

retour au sommaire

Solution du problème n° 118

Problème de pesées

proposé par André Stef

Aucune réponse n'a été envoyée. Les questions 5) et 6) sont à nouveau proposées aux lecteurs. Nous donnons ici des éléments de réponse aux questions 1) à 4) et une piste de résolution pour les questions 5 et 6.

Rappel de l'énoncé:
On dispose d'une balance de Roberval supposée équilibrée. Ce qui n'arrive bien sûr jamais, sauf en math (précision importante, car la pesée d'objets en physique, donc en "vrai" fait appel au "principe de double pesée". Si on vous fait le coup d'une simple pesée dans un commerce, appelez la police !).
On part donc en math du principe que si on place un objet sur chaque fléau de la balance, la balance est en équilibre si les deux objets ont même masse (donc même poids, ce que compare la balance), et penche sinon du côté de la masse la plus importante.

Problème connu : On a 9 boules identiques d'aspect mais une boule est plus lourde (mais non détectable "à la main"). Comment peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 2 pesées (au plus) ?
Ce n'est pas la question du Petit Vert, vous pouvez cependant chercher ou regarder la producution d'un atelier MATh.en.JEANS sur le sujet (utile pour la suite) :
http://mathenjeans.free.fr/adh/articles/2009/VillerslesNancy_2009/pesee_Villers_2009.pdf.

Variation : On a 12 boules identiques d'aspect mais une boule est de masse (et donc de poids) différente. Comment peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 3 pesées (au plus) ?
Ce problème est également connu et vous pouvez vous préparer à la suite en cherchant une solution.

Question 1 : On a 13 boules identiques d'aspect mais une boule est de masse (et donc de poids) différente. Peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 3 pesées (au plus) ?

Question 2 : On a 14 boules identiques d'aspect mais une boule est de masse (et donc de poids) différente. Peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 3 pesées (au plus) ?

Question 3 : On a 15 boules identiques d'aspect mais une boule est de masse (et donc de poids) différente. Peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 3 pesées (au plus) ?

Question 4 : Reprendre ces questions en autorisant une boule supplémentaire régulière connue (on sait qu'elle est de même masse que toutes les autres sauf celle qui est donc classée "hors norme").

Question 5 : Combien de boules peut-on autoriser pour que si l'une d'entre elles (exactement) est de masse différente et qu'on a droit à 4 pesées ? (sans boule régulière de référence).

Question 6 : Problème plus général. On a droit à *n* pesées. Combien de boules sont autorisées ?

Reformulation du problème général:

Quel est le nombre N_k maximal de boules, dont une irrégulière (et une seule), pour lequel il existe un algorithme permettant de déterminer la quelle est irrégulière parmi ces N_k en *k* pesées (maximum) ?

La réponse à une question de détermination d'un maximal peut-être découpée de la manière suivante:

- on établit un majorant M_k de N_k (avec *k* fixé)
- on établit que M_k est un nombre admissible en exhibant un algorithme permettant de déterminer la boule irrrégulière lorsqu'il y a M_k boules. (c'est-à-dire qu'on établit que le majorant "est dans l'ensemble étudié").

Les éléments fournis ci-après suivent cette démarche.

NB: il n'était pas demandé d'algorithme dans le problème. Mais le responsable de la rubrique ne sait pas répondre aux questions sans mettre en œuvre des algorithmes.

Eléments pour les questions 1 à 4

Toute solution peut se traduire par un graphe ternaire (chaque nœud a trois fils, correspondant au résultat d'une pesée, même si certains résultats sont impossibles, notés IMP) de hauteur 3 (issu de 3 pesées maximum, toutes les feuilles sont au plus à hauteur 3).

Voici une solution avec 12 boules, dont une est de masse différente. Dans toutes les feuilles, il est possible de déterminer si la boule différente est plus lourde ou plus légère.

pesée 1												1	2	3	4		5	6	7	8											
résultat						↖										↑										↗					
pesée 2	1	2	5	6				3	7	9	10			9	10		11	1			1	2	5	6				3	7	9	10
résultat		↖				↑				↗			↖			↑			↗			↖				↑				↗	
pesée 3	1		2	4	8		1	2	5		6	9		10	12		1	9		10	5		6	4	8		1	2	1		2
résultat	↖	↑	↗	↖		↑		↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖		↑		↗	↖	↑	↗
boule différ	1	7	2	4		IMP		8	6	3	5	9	11	10	12	IMP	12	10	11	9	5	3	6	8		IMP		4	2	7	1
masse	+	-	+	+				-	-	+	-	+	-	+	+		-	-	+	-	+	-	+	+				-	-	+	-

Couleurs: les couleurs sont indicatives. Pour chaque boule, la couleur indique si elle est soupçonnée d'être plus lourde ou plus légère

plus lourde

plus légère

pas d'information

boule régulière (information certaine)

La question du nombre initial de boules qu'on peut déterminer en 3 pesées est liée au nombre de feuilles possibles avec un arbre ternaire de hauteur 3, soit $3^3=27$ feuilles.

Résultat médian

Le résultat médian (13 résultats à gauche, 13 à droite), correspondant à 3 pesées avec équlibre parfait, ne peut qu'identifier une boule n'ayant pas été testée. On ne peut alors pas déterminer si elle est plus lourde ou plus légère.

Résultats autres que le résultat médian

La symétrie des résultats de pesées (13 pesées de gauche et 13 pesées de droites, sur le tableau précédent) permet au mieux 13 autres identifications de boules, la symétrie des pesées (la balance penche d'un côté ou d'un autre) traduisant alors le fait que la boule irrégulière est plus lourde ou plus légère.

Un algorithme de résolution (traduit par un arbre du type précédent) pourra donc déterminer au maximum 13+1=14 boules (La 14ème étant le résultat médian). Ce qui répond à la question 3 (et partiellement à la question 4).

Majoration du nombre de boules possibles

On désigne par n le nombre de boules dans la pesée initiale; n est donc pair ($n=2\ p$). Le déséquilibre (par exemple penchant vers la gauche) fournit un nombre de possibilités n de couples (numéro boule irrégulière, masse inférieure ou supérieure). Le sous-arbre gauche (résultats de 1 à 9) contient 9 feuilles. Comme l'algorithme de résolution traite toutes les possibilités, on a alors $n=2\mathrm{p}\leq 9$, soit $n\leq 8$.

On désigne par q le nombre de boules non présentes dans la pesée initiale. Le sous-arbre associé à une première pesée équilibré (résultats 10 à 18) contient 9 feuilles (dont la feuille médiane). Le nombre de couples autorisés (numéro boule irrégulière, masse inférieure ou supérieure), est donc au maximum 9, soit une boule de poids indéterminé pour le résultat médian et 8 pour les sous arbres gauche et droit. Pour les raisons de symétrie déjà évoqués, on a donc $q\leq 4+1=5$.
En conclusion, le nombres maximal de boules qu'un algorithme de résolution peut traiter est 8+5=13, ce qui répond à la question 2.

Question 1: On trouvera ci-dessous un arbre de résolution possible avec 13 boules.

pesée 1												1	2	3	4		5	6	7	8										
résultat						↖										↑										↗				
pesée 2	1	2	5	6				3	7	9	10			9	10		11	1			1	2	5	6				3	7	9
résultat		↖				↑				↗			↖			↑			↗			↖				↑				↗
pesée 3	1		2	4	8		1	2	5		6	9		10	12		1	9		10	5		6	4	8		1	2	1	
résultat	↖	↑	↗	↖		↑		↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖		↑		↗	↖	↑
boule différe	1	7	2	4		IMP		8	6	3	5	9	11	10	12	13	12	10	11	9	5	3	6	8		IMP		4	2	7
masse	+	-	+	+				-	-	+	-	+	-	+	+	??	-	-	+	-	+	-	+	+				-	-	+

Avec une boule de référence (question 4)

Le fait d'ajouter une boule de référence (de masse régulière) permet une première pesée avec un nombre de boules inconnues n impair. Suivant le raisonnement précédent, on a $n\leq 9$. L'arbre ci-dessous est la mise en oeuvre d'un algorithme permettant de déterminer la boule irrégulière parmi 14 et une 15ème régulière connue (notée Ref).

AVEC 14 BOULES ET UNE DE REFERENCE (ref)

pesée 1											13	1	2	3	4		5	6	7	8	Ref										
résultat						↖										↑										↗					
pesée 2	1	2	5	6				3	7	9	10			9	10		11	1			1	2	5	6				3	7	9	10
résultat		↖				↑				↗			↖			↑			↗			↖				↑				↗	
pesée 3	1		2	4	8		1	2	5		6	9		10	12		1	9		10	5		6	4	8		1	2	1		2
résultat	↖	↑	↗	↖		↑		↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖	↑	↗	↖		↑		↗	↖	↑	↗
boules	1	7	2	4		13		8	6	3	5	9	11	10	12	14	12	10	11	9	5	3	6	8		13		4	2	7	1
masse	+	-	+	+		+		-	-	+	-	+	-	+	+	??	-	-	+	-	+	-	+	+		-		-	-	+	-

Questions 5 et 6

Piste possible: On peut procéder par récurrence sur le nombre de pesées sur le principe de ce que l'on observe avec 3 pesées:

- Si la première pesée fournit un équilibre, il reste alors une pesée de moins pour examiner les boules restantes
- Si la première boule fournit un déséqulibre, on peut recomposer les boules en "superboules", associant une boule éventuellement plus lourde et une boule éventuellement plus légère. Déterminer alors la superboule et sa masse revient à déterminer la boule irrégulière dans cette superboule et sa masse.
- Arbre ternaire= puissances de 3 dans l'air...

La rubrique « Problèmes » a un nouveau responsable : André STEF. Lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

retour au sommaire

Problème du trimestre n°119

Proposition de Jacques Choné

Un cavalier se déplace sur un échiquier infini assimilé à $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ en partant de $(0,0)$. Un mouvement consiste en un décalage de deux unités parallèlement à l'un des axes de coordonnées suivi d'un décalage d'une unité dans la direction perpendiculaire. Les mouvements sont indépendants et pour chacun d'entre eux les huit possibilités sont équiprobables. Soit (x_n, y_n) la position du cavalier après le *n*-ième mouvement. Déterminer la fonction génératrice de la variable aléatoire réelle $d_n = x_n - y_n$, c'est-à-dire la fonction $D_n(x)=\sum_k P(d_n=k)x^k$.

Remarque : connaitre la fonction (ou série) génératrice D_n revient à connaître la loi de probabilité de la variable aléatoire d_n . En effet, on peut par exemple retrouver directement la loi par la formule $P(d_n=k)=\frac{D_n^{(k)}(0)}{k!}$, même si l'expression de cette dérivée peut ne pas être sympathique (et c'est le cas ici) !

Intérêt des séries génératrices :

- ce sont des séries entières, dont le rayon de convergence est supérieur à 1 (au sens large, bien sûr).
- la série converge simplement pour x=1 (car $\sum_k P(d_n=k)=1$)
- Si X et Y sont deux variable aléatoires indépendantes à valeurs entières de séries génératrices respectives F_X et F_Y alors la série génératrice de la variable aléatoire X+Y vérifie $F_{X+Y}=F_X F_Y$

Indication pour ce problème : même si le cadre général des fonctions génératrices est celui des séries entières, il s'agit ici de sommes finies car $-3n \leq d_n \leq 3n$. La fonction génératrice attendue est donc une fonction polynomiale.

Envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 118

Le Diable et le Fainéant

Un Fainéant se désespérait d'être toujours sans le sou. Ne sachant plus à quel saint se vouer, il eût l'idée d'invoquer le Diable. A peine avait-il prononcé son nom qu'il le vit apparaitre. Dominant son effroi, le Fainéant demanda à son visiteur une recette pour faire fortune.
« C'est enfantin, répondit le Diable. Il suffit de traverser plusieurs fois le pont que tu vois là-bas. Après chaque traversée, tu te trouveras avec, dans ta poche, deux fois plus d'argent qu'auparavant.
- Pas possible s'exclama le Fainéant.
- Je m'en porte garant, affirma le Diable. Mais attention ! Il y a une condition : pour me payer de ma peine, tu me donneras 24 euros au terme de chaque traversée miraculeuse. Entendu ?
- Entendu, répondit le Fainéant, enthousiasmé à l'idée de faire si facilement fortune. Commençons sur le champ ! »
Le Fainéant traversa donc le pont une première fois et, ô stupeur, constata qu'il avait dans sa poche le double de la somme qui s'y trouvait auparavant. Ravi, il s'empressa de donner 24 euros au diable et de traverser le pont une seconde fois. Il put s'assurer de nouveau que le diable n'avait pas menti : son argent avait encore doublé. Il remit 24 euros au diable et fit une troisième traversée, au terme de laquelle, l'argent ayant doublé une nouvelle fois, il se retrouva avec exactement... 24 euros en poche, juste de quoi payer son perfide conseiller qui disparut en ricanant.

Combien le Fainéant avait-il d'argent initialement ?
Ce problème a pour origine l'ouvrage « Sur le sentier des mathématiques » (Boris Kordemski, Dunod, 1963). Il a par ailleurs été repris en 1999 dans l'épreuve de mathématiques du Concours de recrutement des professeurs des écoles pour les académies de Dijon et Nancy. Pour rendre le texte plus actuel, nous avions proposé des sommes en euros.

Une première solution
J'appelle s la somme possédée par le fainéant avant sa première traversée du pont.

Après une première traversée, la somme possédée par le fainéant est $2s - 24$

Après une deuxième traversée, la somme possédée par le fainéant est $2\times(2s - 24) - 24$

Après une troisième traversée, la somme possédée par le fainéant est
$2\times(2\times(2s - 24) - 24) - 24$. Il donne 24 € au diable donc $2\times(2\times(2s - 24) - 24) - 24 = 24$

L'équation se réduit à $8s - 144 = 24$.

$s = 21$. J'en conclus que le fainéant possédait 21 € avant son premier passage.

Une deuxième solution
Juste avant la troisième traversée, le fainéant possédait 24 €. Il avait donc reçu 12 € du diable et donné 24 € pour sa seconde traversée. Juste avant la seconde traversée, il avait donc 36 €. Il avait la moitié de cette somme, donc 18 € que le diable a doublé. Juste après la première traversée, il avait 18 € + 24 €, c'est à dire 42 €. Il avait donc 21 € avant de commencer ses traversées.

Et avec un tableur ?
Nous pouvons explorer la situation en fonction de la somme possédée par le fainéant et même montrer qu'il faut au moins avoir 24 € au départ pour ne pas être lésé :
- avec 24 €, le fainéant restera toujours à 24 € après chaque passage
- avec moins de 24 €, il va se retrouver ruiné (au pire au 5e passage)
- avec plus de 24 €, sa fortune augmente de plus en plus vite (à 1 € près, c'est l'exponentielle 1 – 2 – 4 – 8 – 16 ...) *[voir copie d'écran page suivante]*.

retour au sommaire

	A	B	C
1			
2	Somme initiale	25	Augm/dim
3			
4	1er passage		
5	Somme doublée	50	
6	Remise au diable	24	
7	Reste	26	1
8			
9	2e passage		
10	Somme doublée	52	
11	Remise au diable	24	
12	Reste	28	3
13			
14	3e passage		
15	Somme doublée	56	
16	Remise au diable	24	
17	Reste	32	7
18			
19	4e passage		
20	Somme doublée	64	
21	Remise au diable	24	
22	Reste	40	15
23			
24	5e passage		
25	Somme doublée	80	
26	Remise au diable	24	
27	Reste	56	31
28			
29			

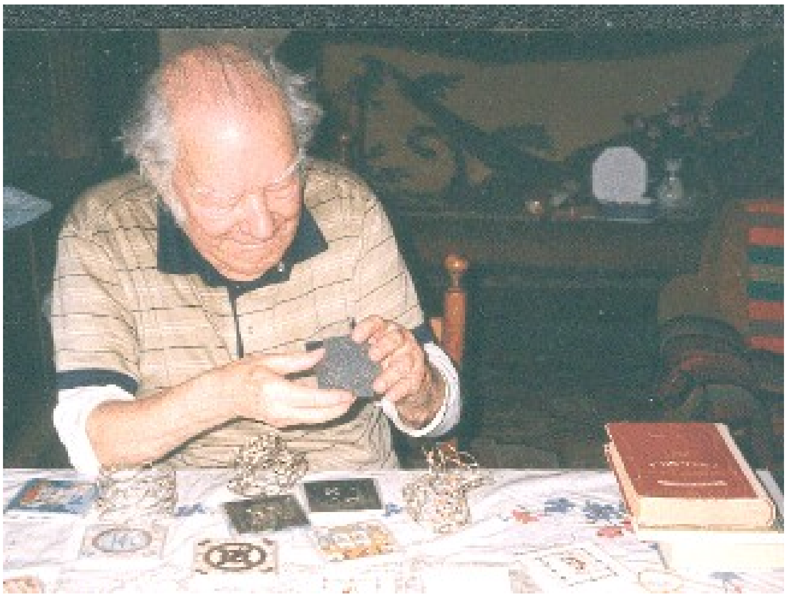
Avec les élèves

La première démarche est sans aucun doute familière à des élèves dès le collège. L'inconnue choisie, il reste à faire vivre le récit de l'énoncé. A la fin de l'histoire, une équation se crée, il reste à la résoudre.

La deuxième démarche évite le calcul algébrique. Un raisonnement est à construire en imaginant une remontée dans le temps pour revenir aux conditions initiales.

L'usage du tableur permet d'explorer la situation et d'imaginer des prolongements possibles en fonction de la somme possédée par le fainéant.

Ces trois démarches méritent de faire partie de la « boite à outils » à disposition des élèves en fin de collège.



Boris Kordemski (1907-1999) et ses puzzles

retour au sommaire

Solution du défi lycée n°118

Piles de crêpes

Un cuisinier, qui n'a pas le compas dans l'œil, fait des crêpes et les pose au fur et à mesure sur un plateau. Malheureusement, ses crêpes ne sont pas toutes de la même taille. Une fois qu'il a constitué sa pile de crêpes (ou pourra supposer qu'il y en a n), comment faire pour les ranger dans l'ordre, de façon que la plus grande soit en bas de la pile et la plus petite en haut ?

Pour cela, on dispose uniquement d'une fine spatule, que l'on peut glisser sous une des crêpes, et l'on retourne d'un coup tout le paquet de crêpes qui est posé au-dessus de la spatule.

Le premier défi est le suivant : **écrire un algorithme permettant de trier la pile de crêpes**. On notera glisserretourner(k) la procédure qui permet de retourner les k crêpes du haut de la pile.

Le second défi est un peu plus complexe : on a constaté que les crêpes réalisées par le cuisinier avaient toutes une face plus grillée que l'autre. On veut, toujours en utilisant la seule procédure glisserretourner(k), faire en sorte que non seulement les crêpes soient rangées en ordre de taille, mais qu'elles aient toutes la face la moins brulée sur le dessus. Écrire l'algorithme correspondant.

N.B. « Travaux pratiques » : on pourra vérifier que l'algorithme « fonctionne bien » en construisant des crêpes dans du carton épais !

Solution

En ce qui concerne le premier défi, l'algorithme était simple à trouver.

Pour k de n à 2 faire :

- chercher l'indice i de la plus grande crêpe parmi les k premières en partant du haut
- glisserretourner(i)

{commentaire : on fait ainsi passer la plus grande des k premières crêtes du le dessus}

- glisserretourner(k)

{la plus grande des k premières crêpes se retrouve ainsi en $k^{\text{ème}}$ position des la pile}

Fin de la « boucle » faire

Remarque : on effectuera ainsi (2n-2) fois la procédure glisserretourner.

Essayez avec des crêpes (ou des disques de carton), et vous verrez que « ça fonctionne » !

Cela se complique un peu pour le second défi.

Pour k de n à 2 faire :

- chercher l'indice i de la plus grande crêpe parmi les k premières en partant du haut
- glisserretourner(i)

{commentaire : on fait ainsi passer la plus grande des k premières crêtes sur le dessus}

- **si** dessus non-brulé **alors** glisserretourner(1)

{la face brulée de la crêpe du dessus sera alors visible, mais le glisserretourner suivant la remettra dans le bon sens}

- glisserretourner(k)

{la plus grande des k premières crêpes se retrouve ainsi en $k^{\text{ème}}$ position des la pile}

Fin de la « boucle » faire

Si dessus brulé, **alors** glisserretourner (1)

{commentaire: les n -1 glisserretourner(k) ont bien rangé les crêpes par ordre de taille, mais encore faut-il retourner celle du dessus si sa face brulée est visible}

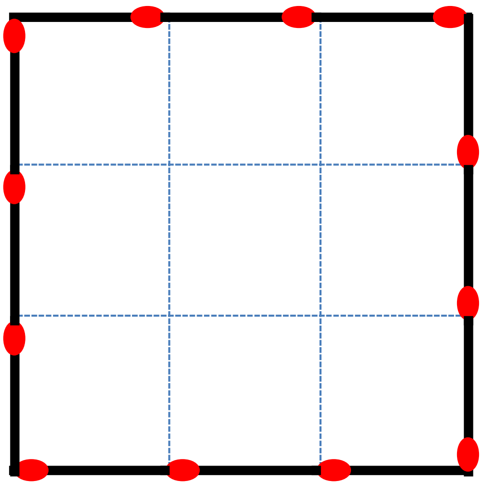
Remarque : on effectuera ainsi (3n-2) fois la procédure glisserretourner dans le pire des cas.

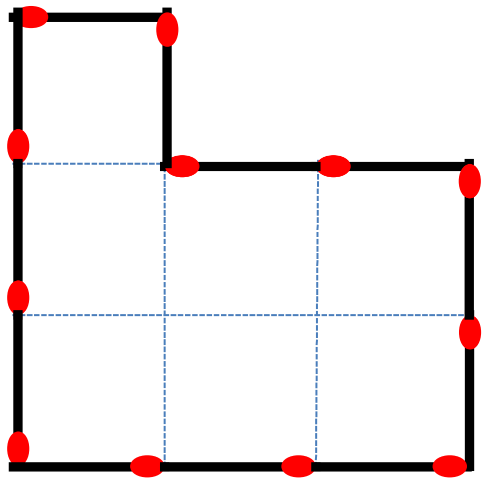
N.D.L.R. Ces algorithmes s'inspirent très fortement de ce que Martin Quinson avait présenté dans un atelier « Algorithmique sans ordinateur » lors d'une précédente journée régionale.

retour au sommaire

DEFI COLLEGE n° 119

Avec douze allumettes





L'unité de longueur est la longueur d'une allumette.

Il est possible de placer douze allumettes sur un même plan et de former un polygone ayant une aire exprimée avec un nombre entier. Ci-dessus, en voici deux exemples : un de neuf unités d'aire et un de sept unités d'aire.

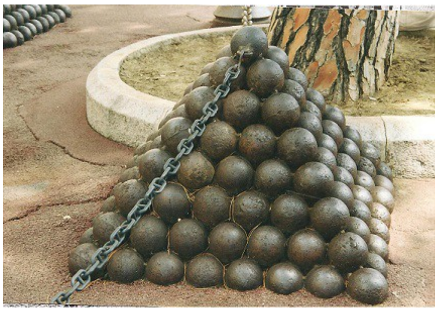
En utilisant les douze allumettes (sans chevauchement), forme un polygone de six unités d'aire, puis de cinq unités d'aire, de quatre unités d'aire, etc.

Pour chacune des aires entières obtenues, trouve le plus possible de polygones différents.

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

DÉFI LYCÉE n° 119

Les boulets de Monaco.




Ces deux photos ont été prises devant le palais princier de Monaco .

Voici quelques questions possibles...

1. Combien y a-t-il de boulets dans la pyramide à base carrée de gauche ?.
2. Combien y a-t-il de boulets dans la « forme » à base rectangulaire de droite ?
3. Donner une formule générale pour la disposition en pyramide de base carrée de côté *n.*
4. Donner une formule générale pour l'autre disposition de « base » rectangulaire *n* et *p* .
5. Si, dans la disposition de droite, on double les valeurs de *n* et *p*, quelle sera la conséquence sur le nombre total de boulets ?
6. Est-il possible de disposer les boulets de la photo de droite pour les ranger en pyramide à base carrée ?
7. Est-il possible de disposer les boulets de la photo de gauche pour les ranger comme dans la photo de droite ?

Cette situation inspirera sans doute d'autres questions à poser à des élèves, selon le niveau de classe, le degré d'initiative laissé aux élèves, les modalités de restitution de la recherche proposées...

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

retour au sommaire