

ISSN 0760-9825

# BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 113

# **MARS 2013**



Église et tour Salvador à Teruel

« Art Mudejar à Teruel » page 23

http://www.spainisculture.com/fr/destinos/teruel.html

"LE PETIT VERT" est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu: les propositions sont à jacverdier@orange.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Françoise Jean, Walter Nurdin, Jacques Verdier et Gilles Waehren. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe Walentin.

# Maryvonne

Maryvonne Menez-Hallez nous a quittés le 3 janvier 2013, suite à une longue maladie. Après avoir enseigné de nombreuses années dans un collège parisien, elle a rejoint la région Lorraine et terminé sa carrière au collège de Rambervillers en 2004.

Fortement impliquée dans la vie de notre Régionale, elle a été membre du comité de 2003 à 2006, initiatrice de la commission régionale d'histoire des mathématiques, animatrice d'ateliers à la journée régionale (maths dans les arts et dans l'histoire), auteure d'articles dans le Petit Vert (approche historique des nombres négatifs, IDD maths-histoire).

Maryvonne savait débusquer les bonnes volontés et aider chacun, élève comme collèque, à donner le meilleur de lui-même. C'est elle qui a encouragé notre actuelle présidente à entrer au Comité et à s'y investir pleinement.

C'était une intellectuelle engagée au service de l'éducation, afin d'offrir à chacun l'accès au savoir. Comme formatrice, elle a su ouvrir de nouveaux horizons aux collègues professeurs de mathématiques qui ont eu la chance de la rencontrer.

Le Comité de la Régionale de Lorraine

PAGE 3

édito

# Dynamique Iorraine

Comme vous le savez, l'année 2012 a été très dense pour la régionale Lorraine. Les Journées de Metz ont réuni environ 700 professeurs de mathématiques tous très heureux d'avoir partagé ensemble 4 jours de richesse mathématique. Un bon nombre des lecteurs de ce numéro du Petit Vert pourront se dire non sans fierté « J'y étais! », et nous ne pouvons que nous en réjouir. Parmi tous les retours que nous avons reçus, un grand nombre fait référence au désormais légendaire dynamisme lorrain.

Après ces longs mois de travail intense pour que ces Journées soient réussies, nous avons vu 2013 pointer le bout de son nez avec un certain soulagement en nous disant : « Ah... on va pouvoir souffler un peu ! ». Mais voilà déjà la journée Régionale qui se profile et on ne peut pas s'empêcher de se dire qu'il ne faut pas s'endormir sur ses lauriers

Lors des réunions des différentes commissions nationales qui se sont tenues en octobre, bon nombre de collègues se sont exprimés au sujet des réformes, de l'altération de leurs conditions de travail, du manque (de l'absence?) de formation initiale et continue, de l'histoire des arts... Il y a énormément à dire, à faire et pour que l'APMEP puisse plus que jamais être une force de proposition reconnue par l'institution, elle a besoin de la force que peut apporter chacun de ses adhérents

C'est là qu'entre en jeu le fameux dynamisme lorrain! Nous proposons aux participants de la journée régionale 2013 de prendre part à la réunion d'une des commissions régionales afin de rassembler les forces vives lorraines. Nous comptons donc sur la mobilisation de chacun d'entre vous pour apporter du poids à la réflexion lorraine et, par conséquent, à la réflexion nationale.

Pour nos lecteurs qui ne pourront pas être des nôtres lors de la journée Régionale, mais qui ont reçu le descriptif de la journée, n'hésitez pas à contacter les responsables des commissions pour apporter vos idées!

Céline Coursimault

### DANS NOS CLASSES

# Des maths autrement : du jeu aux maths...

Par Sylvie Baud-Stef, professeur des écoles

École Jean Moulin, Champigneulles (54)

Les mathématiques sont considérées, à l'instar du français, comme discipline incontournable de l'école primaire. Certes, mais quelles mathématiques ?

Car, si dans les programmes de 2008 (cf. BO: hors série n°3 – 2008) on peut lire: « ...La pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision. Du CE2 au CM2, dans les quatre domaines du programme, l'élève enrichit ses connaissances, acquiert de nouveaux outils, et continue d'apprendre à résoudre des problèmes. Il renforce ses compétences en calcul mental. Il acquiert de nouveaux automatismes. L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification. La maîtrise des principaux éléments mathématiques aide à agir dans la vie quotidienne et prépare la poursuite d'études au collège. »

On trouve également une vision relativement limitée de la résolution de problème : « (...) La résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement. (...) »

(...) La résolution de problèmes concrets contribue à consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et à leur mesure, et, à leur donner sens.(...) »

Mais apprendre à raisonner, réfléchir, argumenter ne doit-il, ne peut-il se faire que dans un contexte utilitaire? concret? La dimension « recherche », imaginative, ludique des mathématiques n'est-elle pas alors exclue? Nos élèves ne pourraient-ils pas eux aussi avoir l'occasion de développer leur imagination, leurs capacités d'abstraction dans des situations de recherche?

Désirant ne pas cantonner les élèves dans une vision restreinte des mathématiques, des ateliers de recherche avec un Enseignant-chercheur en mathématiques ont été organisés dans la classe.

Le premier date de 2006 entre A. Stef, enseignant-chercheur de l'Université de Lorraine (Institut Elie Cartan) et une classe de CM1. Différentes rencontres ont ensuite été renouvelées les années suivantes avec des élèves de CM1 et de CM2 auxquels différents types d'activités de recherche et réflexion ont été proposées.

### Un passage obligé : pour vous qu'est ce qu'un mathématicien ?

Chaque rencontre commence, dans un premier temps, par un moment de découverte. Les élèves sont amenés à s'interroger sur :

- qu'est ce qu'un mathématicien ?
- qu'est ce que la recherche ?
- que fait un chercheur en mathématiques ?
- pourquoi fait-on de la recherche en mathématiques ?
- à qui et à quoi servent les mathématiques ?

Au fil de la discussion A. Stef apporte des éléments de réponse, donne différents exemples. Ce moment d'introduction, est indispensable. En effet les élèves prennent conscience que l'activité qu'on va leur proposer est quelque chose de sérieux reposant sur de la réflexion. De plus "l'aura" du chercheur accentue, bien sûr, la mise en condition des élèves.

### Exemple d'activités de recherche : du jeu aux maths...

Deux situations de recherche intéressantes présentées par A. Stef: le jeu de Marienbad et les ponts de Königsberg.

D'une manière générale ces séances de recherche de déroulent de telle façon que les élèves vont passer peu à peu du jeu à une réflexion stratégique et mathématique, selon les étapes suivantes :

- introduction du ieu
- mise en place du jeu
- phase de découverte
- recherche de(s) situation(s) gagnante(s)
- analyse de ces situations
- synthèse-conclusion : recherche d'algorithme, raisonnement

Le jeu de Marienbad est souvent plus connu sous sa forme "le jeu des allumettes" dans l'émission "Fort Boyard". La règle du jeu est simple. Deux candidats s'opposent, face à eux 20 jetons. Chacun prend à son tour 1, 2 ou 3 jetons. Celui qui prend le dernier a perdu.



Dans un premier temps les élèves iouent! Puis on leur demande d'établir des constats sur des similitudes dans les situations perdantes OΠ gagnantes. On aboutit alors à un premier constat : l'étape décisive semble être quand il reste 5 jetons. On décompose alors ce qui se passe lorsqu'on prend 1 ieton, ou 2 ou 3. Le problème est reposé pour les situations où il reste 6, 7, 8, ou 9 ietons.

Peu à peu les élèves aboutissent

### au constat que :

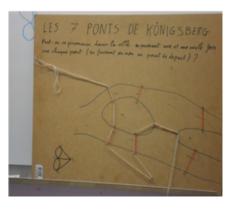
- on gagne, pour celui qui va jouer, quoi que joue l'autre : lorsqu'on a 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 19 ou 20 jetons
- on perd, pour celui qui va jouer, et si l'autre joue bien, quand il y a 1, 5, 9, 13 ou 17 jetons.

Avec l'aide d'A. Stef les élèves aboutissent donc à la formalisation suivante :

- Le joueur est en situation perdante si le nombre de jetons est tel que son reste dans la division par 4 est égal à 1.
- Le joueur est en situation gagnante perdante si le nombre de jetons est tel que son reste dans la division par 4 est égal à 2, 3 ou 0.
- ... et à la conclusion que, avec 20 jetons, celui qui commence a une stratégie pour gagner quoi que joue l'autre !

### Les ponts de Königsberg

Le problème des sept ponts de Königsberg connu pour être à l'origine de la théorie des graphes a été résolu en 1736 par Léonhard Euler. Il se présente de la façon suivante : Dans la ville de Königsberg (aujourd'hui Kaliningrad) il y a deux îles reliées entre elles par un pont. Six autres ponts relient les rives de la rivière à l'une ou l'autre des deux îles. La question est de savoir s'il existe ou non une



promenade permettant, à partir d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ.

Le problème est posé ainsi aux élèves avec comme support une planche avec une ficelle et des clous. Au départ des élèves bien sûr se

précipitent... malgré la consigne "vous ne proposez une solution que si vous êtes certain de réussir".

Après un certain nombre d'essais infructueux un indice leur est donné : le problème de l'enveloppe. Peut-on dessiner la figure ci-contre sans lever le crayon ni passer deux fois sur le même trait ? Ce problème est souvent déjà connu des enfants. Ils sont donc ravis de montrer qu'ils y arrivent !



On revient alors à la question des ponts de Königsberg. Une modélisation est faite, et on passe ainsi du croquis au schéma :



Mais on ne trouve toujours pas de solution. Les élèves sont alors amenés à s'interroger :

- Pourquoi cela ne marche-t-il pas? A-t-on tout essayé ?
- Pourquoi y arrive-t-on avec le problème de l'enveloppe mais pas avec celui des ponts ?

Les élèves vont chercher à comprendre pourquoi on y arrive dans le problème de l'enveloppe. Des essais sont faits, faisant varier les points de départ et d'arrivée. Et peu à peu ils arrivent au constat que les points autres que le départ et l'arrivée ne peuvent avoir qu'un nombre pair d'arêtes. Une explication étant trouvée, elle est transposée au problème des ponts et la conclusion est alors : on ne peut pas se promener dans la ville de Königsberg en traversant une et une seule fois chaque pont.

Cette conclusion déstabilise les élèves. Pour eux, ce n'est pas normal : "d'habitude" les problèmes de maths ont une solution ! Et la dernière phase de l'atelier n'est alors pas la moindre : faire comprendre qu'un problème n'a pas de solution non pas parce qu'on n'en a pas trouvée mais parce qu'on a prouvé que ce n'était pas possible ! Ceci ne s'impose pas à tous les enfants et certains s'acharneront encore un moment comme une sorte de défi à relever !

#### Conclusion

Les situations de recherche en classe peuvent être multiples et diversifiées. L'intérêt de travailler avec un enseignant-chercheur est de sortir de fait de la dimension scolaire : faire des maths cela peut être un métier... et au delà de ça, faire des maths cela peut être un plaisir !

Si l'intervention d'un mathématicien est un plus, elle n'est certes pas indispensable !

Ainsi l'exposition "Objets mathématiques" de la régionale Lorraine est véritablement un très bon outil pour mettre les élèves en situation de recherche via la manipulation des objets mathématiques. En effet, lors de ce type d'activité, en général, les élèves, après un rapide tour de découverte, se fixent sur un jeu. Face à leurs objets mathématiques ils se retrouvent en fait véritablement en situation de recherche : essais, réflexion, stratégie, confrontation, argumentation. Pris dans leur réflexion, ils oublient qu'ils sont en train de « faire des maths ». Et il arrive alors que parfois, certains élèves souvent en situation d'échec ou de blocage, pris au jeu, réussissent à trouver des solutions... et soient en situation d'expliquer à d'autres enfants leur stratégie gagnante.

Toutes ces expériences, déjà fort riches en apprentissages, ont dans la classe, de surcroît, abouti à une présentation par les élèves sur différents supports : articles sur le site de l'école ou dans le journal de classe, panneaux pour l'exposition, stands de jeu ou de manipulation d'objets mathématiques lors de la journée portes ouvertes ou à l'occasion d'une rencontre dans le cadre de la liaison CM2/6ème.

Que ce soit du jeu aux maths, des maths par les jeux, du jeu dans les maths, des maths et des jeux... c'est en fait toujours prendre plaisir à réfléchir, réfléchir avec plaisir, sans parler du plaisir de la rencontre, de l'échange, la valorisation de soi...

Alors comme on peut souvent le dire à l'APMEP : "Faire des mathématiques, ce n'est pas que faire des calculs...".

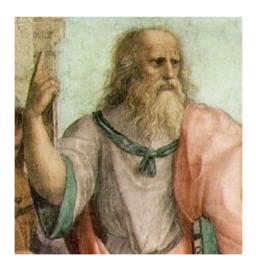
### Maths et philo

Les mathématiques et la philosophie sont, pour nos élèves, deux planètes (nous pourrions même dire deux nébuleuses) très éloignées l'une de l'autre. Pourtant, l'histoire de la philosophie et des sciences montre très souvent que les motivations et les buts poursuivis par les mathématiciens et les philosophes sont très proches, pour ne pas dire les mêmes : rigueur, exigence de vérité... nous nous battons tous « pour l'honneur de l'esprit humain » dit Jean Dieudonné<sup>1</sup>.

## ΑΓΕωΜΕΤΡΗΤΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤω

# « Que nul n'entre s'il n'est géomètre »

En faisant graver cette phrase à l'entrée de l'école qu'il avait fondée à Athènes, l'Académie, **Platon** (427-347 av. J.-C.) montre qu'il avait déjà compris le rôle essentiel des mathématiques dans la formation du citoyen et du philosophe.



L'Ecole d'Athènes (détail), Raphaël. Par son geste, Platon montre la nécessité d'élever nos esprits à l'intelligible.

<sup>1</sup> Dieudonné reprend la formule utilisée par le mathématicien allemand Charles Gustave Jacobi (1804-1851) dans une lettre à Legendre.

S'il veut accéder à la vérité, le philosophe doit en effet apprendre à se détacher du monde sensible, des apparences, pour tenter de saisir l'essence des choses, l'Idée, qui ne peuvent être perçues que par l'intelligence, sans recours à l'expérience sensible<sup>2</sup>. C'est cette difficile ascension vers **le monde intelligible** qui est illustrée par la fameuse allégorie de la caverne (*La République*, Livre VII). Pour saisir une idée, le beau, le juste... ou simplement pour définir ce qu'est l'homme, ou une table, une casserole... nous ne pouvons nous contenter de la diversité des opinions ou de la diversité bigarrée et particulière des objets que nous avons sous les yeux, nous devons nous « abstraire » de cette diversité sensible pour nous élever à la réalité véritable des choses, du Juste etc.

Seules les mathématiques nous enseignent cette libération du monde sensible tout en nous donnant accès à la vérité par la rigueur de leurs démonstrations. Lorsqu'en géométrie nous raisonnons sur un triangle, peu importe le triangle que nous traçons; lorsque nous montrons que nous obtenons le double du carré par la diagonale, peu importe que le carré soit grand ou petit. Nous sortons de l'ordre du visible pour accéder au monde intelligible.

Par leur caractère purement intellectuel, par la rectitude de leur démarche, les mathématiques ne cesseront d'être, pour les philosophes, depuis Platon, l'exemple à suivre



Douter de tout ou tout croire, ce sont deux solutions également commodes, qui l'une et l'autre nous dispensent de réfléchir.

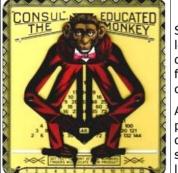
(H. Poincaré, La Science et l'Hypothèse, 1901)

<sup>2</sup> Tout objet du monde sensible n'existe qu'en tant qu'il participe à une réalité plus parfaite, celle de l'Idée. Le cheval n'est qu'une copie imparfaite d'un modèle idéal, une belle casserole n'est qu'un reflet lointain du Beau en soi, le cheval peut vieillir, plaire aux uns et déplaire aux autres, la casserole va se ternir. Tout ce qui est sensible est par définition objet du devenir et objet d'opinion, instable et éphémère. Ce qui est intelligible, l'Idée, est au contraire stable et immuable, c'est l'être (par opposition au devenir), seul objet de science.

### ÉTUDE MATHÉMATIQUE

# Le singe savant

Par Walter Nurdin. IUFM de Lorraine



singe calculateur

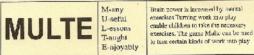
Sur l'image ci-contre, on peut lire 48 dans les mains du singe alors que ses pieds désignent les nombres 6 et 8. Ce singe fournit les résultats des tables de multiplication.

la formation Au cours de des professeurs d'école (étudiants de 2ème année de Master EEE<sup>3</sup>), il arrive que l'on propose le singe savant comme outil ludique aidant à l'apprentissage des tables.

Voici les principaux éléments que l'on donne aux étudiants en n'oubliant pas que cette formation se doit d'être

pluridisciplinaire.

Appelé également « singe calculateur », il été а concu et breveté en 1916 par William Robertson de Belmont et vendu par The Educational Tov Manufacturing Co Dayton. Le concepteur et firme étaient tous deux de Le singe était accompagné d'une notice « mode d'emploi » d'une proposition de mise en œuvre sous forme d'un ieu. Son nom « Consul » fait certainement référence au singe dressé éponyme connu en Europe et starisé USA par aux le film « Consul the Crosses Atlantic » produit en 1909 par Charles Urban.



to turn certain kinds of work into play The mechanism of the Educated Monkey device is well adapted for use in playinggames.

la

It gives a chance to ingentous persons to invent a variety of games, it offersteachers an opportunity to develop a fine art in teaching children numerical tables and stimulating even the dullest to their best.

The game Multe is played as follows: Several Slips of paper ruled as shown below, should be prepared, in each of the upper un spaces there should be written a pair of number, each number being not greater than 12. The slips are placed in a hat or box

Each contestant draws out a slip and selects a product for each pair of numbers and writes the selection on the stip, one product under each pair of numbers. In making these selections, begginers may be allowed to look at the monkey chart, but mot to operate the monkey. When finished, each slip may be considered as ten questions and ten answers

An umpire is elected by the players. The umpire takes a finished slip and calls out the first question and its answer. Each player who is in doubt as to whether the answer is correct is allowed to consult his monkey. If the answer is correct, then the next answer is checked.

Whenever an incorrect answer is found, the umpire cors with seissors one space from the end of that portion of the stip which has already been checked. At the end of the game the player having the longest slip remaining is declared the winner of the game

If each player saves their used slips and pastes them together end to end, then after a certain number of games, the contestnuts with the longest roll of show is declared champion, for the day, or the week, as the case may be.

If the game is played by a class at school, the class should be divided into groups, the members of which are about equally matched in order that no one may become discouraged Beginners who know nothing of the table should be told to select their products at random. linement ships to last for several games can be prepared in advance Sample slip is shown here.

| 5x7 | 8x3 | 2x1 | 4x3  | 11x8 | 7x3 | 4xB  | 6x9 | 5x4 | 12x3 | For     |
|-----|-----|-----|------|------|-----|------|-----|-----|------|---------|
|     | 387 |     | 5775 |      | 1   | 0.25 |     |     |      | pasting |
|     |     |     |      |      |     | 1    |     |     |      | ends    |

Master 2<sup>e</sup> année spécialité : Enfance, Enseignement, Éducation

## The Educated Monkey

WHAT IT CAN DO

When the monkey's feet are set to the point at two numbers, its fingers will locate their product.

It teaches the complete multiplication table.

It muches the complete division table.

It can add, subtract, multiply, divide, or factor elementary numbers.

It is accompanied by an entertaining and instructive game for children

Its link motion unkes a mechanical puzzle which had advanced students guessing. Try an expect with it. (See back of addition card.)

It is classiv in the toy line. A device which interests both young and old.

#### DIRECTIONS

In order to slife the monkey feed along the slot very ensity, be sure to use both your through glocing a dramb directly on each mousely fool and your middle fringers on the rivet heads underneath. (See back of plate.)

To multiply, adjust each of the monkey's foot to point directly to a number. The monkey's foot to point will then iterate the product of the two numbers. To multiply a number by itself, see one foot to point as the number and the other at the  $\Pi$ .

To add, insert the addition card between the monkey and the plane and carotilly locate in inproper position. Secure it to the pixte by the paper fazement; or, if these are not at hand, the card can be neally need to the plane by passing a band of fed twine through the card and through the small sints in the plate and pring in the rear. Further directions are on the back of addition card.

IT MAKES NO DIFFERENCE TO THE MONKEY WHETHER CHILDREN ARE BETTEN OF STULY, HE NUMBER LOSISS PATIENCE AT HAVING TO ANSWER THEIR QUESTIONS.

peut considérer singe savant comme succédané d'abaque puisqu'il donne le résultat d'une formule, un produit, en reliant des segments. Il n'est pas surprenant qu'il apparaisse à cette époque puisque nous sommes, en ce début du 20e siècle, dans l'âge d'or abaques. Philbert Maurice d'Ocagne qui en a été l'un des brillants concepteurs les nommait nomogrammes.

Il existe d'autres abaquesnomogrammes, datant de la même époque, qui permettent de retrouver le

produit de deux nombres. Le plus connu étant le multiplicateur de Möbius à parabole<sup>4</sup>. Emmanuelle et Emmanuel Claisse ont présenté un multiplicateur de Möbius au dernier congrès national de l'APMEP à Metz dans le cadre de l'exposition Math-en-Jeans<sup>5</sup>.

L'objectif premier du singe savant est, comme son acronyme en Anglais (MULTE) l'indique, d'enseigner de nombreuses leçons agréablement et en l'occurrence les tables de multiplication.

La seule manipulation du singe permet déjà des apprentissages. L'isolement du résultat dans le cercle limitant l'empan visuel en facilite, par exemple, la mémorisation.

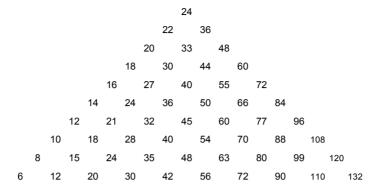
L'observation du triangle des résultats, comme on peut le faire avec la table habituelle de Pythagore, crée également des liens entre les nombres et leur donne ainsi le caractère « vivant » que Pierre Arnoux propose pour enclencher les processus mentaux indispensables à la résolution de problèmes<sup>6</sup>.

Il est donc primordial que ce triangle soit complet.

<sup>4</sup> http://www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/spip.php?article294

<sup>5</sup> Atelier d'Emmanuelle et Emmanuel Claisse aux J.N. de Metz 2012

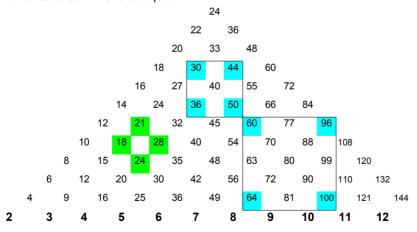
<sup>6</sup> http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conferencenationale/contributions/conference-nationale-arnoux



Comme le singe ne peut pas superposer ses pieds le triangle des résultats possibles ne comporte pas de carrés. Or les carrés sont des jalons pour l'élève et sont fortement chargés mathématiquement. Il est donc indispensable de bien les connaître et donc de les écrire dans le triangle.

On fait repérer ensuite les écarts constants et donc ainsi on distingue les tables qui se complètent sur deux lignes formant un angle droit. Ce qui permet d'achever le triangle des résultats en écrivant les nombres les repérant.

Comme pour la table de Pythagore on peut exhiber sur le triangle, ainsi complété, des « formes carrées » dont les diagonales portent des nombres à somme identique.



On peut également observer que quatre nombres voisins formant un carré ont des sommes qui différent de un et que, si on « étend » le voisinage, d'autres régularités apparaissent.

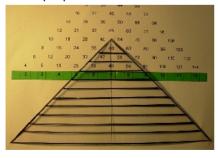
L'observation suffit à l'école primaire. Si l'on veut justifier adroitement ces résultats et ainsi correspondre à l'une des premières phrases des Instructions Officielles qui indique que « L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification. »<sup>7</sup> on peut s'engager sur une démarche par essais systématiques, voire éventuellement en verbalisant sur un exemple pour tenter de le rendre générique.

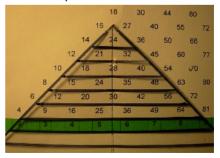
Mais il est possible, au collège, de reprendre ces constats et de tenter des démarches pédagogiques et des démonstrations algébriques en reprenant les propositions que l'on retrouve dans le document d'accompagnement pour le collège « du numérique au littéral »<sup>8</sup>

Le triangle ainsi complété, attribué à chaque élève pourra servir, comme table de Pythagore.

Pour faciliter la lecture des résultats, il reste à construire un triangle rectangle isocèle transparent sur lequel on fait tracer par les élèves des parallèles à l'hypoténuse. En positionnant judicieusement le triangle rectangle on peut lire le résultat de la multiplication souhaitée au sommet principal du triangle isocèle. Certes, cela enlève le plaisir de manipuler le singe mais le transport est plus aisé et la décontextualisation favorise la mémorisation.

L'objectif premier du singe savant est de faire apparaître et, on peut l'espérer, de mémoriser le produit. Mais on peut également le faire construire par les élèves comme le propose le site « *Eurêka* »<sup>9</sup>. Le matériel est peu onéreux. Seul un évidement est délicat. L'enseignant peut le préparer s'il craint l'utilisation du cutter par les élèves. La





<sup>7</sup> Ou'apprend-on à l'école élémentaire ? p. 41

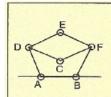
<sup>8</sup> http://eduscol.education.fr/cid45766/mathematiques-pour-le-college-et-le-lycee.html#lien1

<sup>9</sup> http://eureka.ntic.org/display\_lo.php?oai\_id=oai:enseignement.be/respel:5387

construction encourage l'élève à s'engager dans la constitution du triangle puis dans la compréhension du processus technologique qui permet d'obtenir le résultat.

Lorsque le triangle est bien assimilé, on peut engager les élèves à construire des tables multiplicatives différentes. Comme le dispositif du singe savant autorise également des additions, on peut amener les élèves à construire des singes savants « additifs » pouvant être donnés aux CP-CE1.

En d'autres lieux et donc à d'autres niveaux de classe, on peut demander de réaliser à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique un singe savant. La figure construite permet de réaliser la trace du lieu du centre du cercle des résultats et de constater que ce centre décrit un segment. Ce qui justifie le procédé. Le constat étant fait, il reste à le démontrer. C'est la proposition que l'on retrouve dans le modèle original.



### **PUZZLE**

The diagram represents lines connecting the pivot points of the monkey. The angles ADE and EFB are equal and constant and the lines DE, DC, DA, EF, CF and FB are equal to each other in length. Prove geometrically that when the Point A is held stationary and point B moved along a fixed line AB, the parth of the point C is a straight line.

Determine its direction.

Une démonstration est possible en utilisant comme seules connaissances la somme des angles d'un triangle et l'égalité des angles-alternes. Cette démonstration permet de justifier que lorsqu'on fait bouger le point B (l'un des pieds du singe) le long de l'horizontale (AB), tout en conservant la position de A, la droite (AC) (portant en C le résultat) forme un angle constant avec la droite (AB) portant le multiplicande et le multiplicateur.

Pour finir, on peut faire remarquer aux étudiants qu'au vu des différentes applications le singe savant peut parfaitement trouver sa place dans une progression spiralaire.

N.d.l.r. Dans notre prochain numéro, un article de Rachel François sur « La construction du singe savant en classe » (niveau primaire) complétera cet article de Walter Nurdin.

Par ailleurs, le Petit Vert n°4 de mars 1986 proposait un problème similaire à celui du multiplicateur parabolique de Möbius : on munissait l'ensemble des points de la parabole d'une structure de corps commutatif (en définissant une « addition » et une « multiplication » de points). Voir la brochure « Les promenades d'Elton, 80 problèmes du Petit Vert », Éditions APMEP-Lorraine (2005).



Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : <u>jacverdier@orange.fr</u> .

Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre site à l'adresse :

http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=math\_et\_media

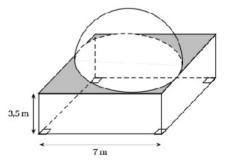
Dans cette rubrique de mars, il sera beaucoup question de cubes et de pavés, qui ont été mis un peu « à toutes les sauces » dans divers médias. Pour commencer, à tout seigneur tout honneur, nous épinglerons le site de l'APMEP! Puis nous irons visiter un site qui propose du matériel pédagogique pour les écoles maternelles, et enfin nous regarderons un prospectus que les magasins Aldi ont déposé dans nos boites à lettres...

# Une demi-sphère sur un pavé

Dans sa rubrique « Annales, examens, concours » (colonne de gauche de la page d'accueil <a href="http://www.apmep.asso.fr/">http://www.apmep.asso.fr/</a>), l'APMEP propose un grand

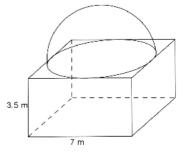
nombre de sujets d'examens. François, qui y cherchait des exercices à proposer à ses étudiants, y a trouvé un exercice, dont voici le début de l'énoncé :

Le parc vous accueille dans une entrée-billetterie : c'est un pavé droit à base carrée surmonté d'une coupole semi-sphérique, représenté ci-contre:



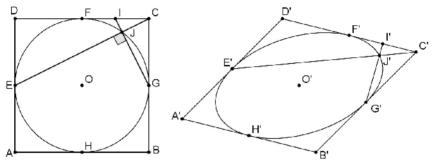
(Le sujet complet est téléchargeable à l'adresse : <a href="http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/BrevetAsiejuin2012-2.pdf">http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/BrevetAsiejuin2012-2.pdf</a>)

Il « saute aux yeux » que la figure cidessus est incorrecte : le cercle de base de la demi-sphère devait être tangent aux milieux des côtés du carré de la face supérieure du pavé. On aurait aimé avoir une figure de ce type →



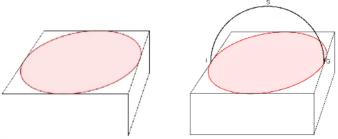
Ce problème de perspective a déjà été traité dans nos colonnes, en particulier dans les Petits Verts n° 29 de mars 1995 et n° 103 de septembre 2010 (<a href="http://apmeplorraine.free.fr/index.php?">http://apmeplorraine.free.fr/index.php?</a> action=telecharger&ressource id=127)

De ce dernier article, nous extrayons les figures suivantes, qui montrent une propriété du cercle inscrit dans un carré : E, F, G, H sont les milieux des côtés du carré, I le milieu de [FC], et J le point d'intersection de [IG] et [EC]. Il est facile de démontrer que J est sur le cercle inscrit dans le carré. Cette propriété est encore vraie en perspective « cavalière » (ou « parallèle »), mais le cercle est devenu une ellipse.



C'est ce qui nous permet de dessiner cette ellipse avec un logiciel comme GeoGebra (version 2D), puisqu'il possède une commande permettant de dessiner un conique connaissant 5 de ses points (ici GHEFJ).

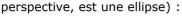
Revenons à notre demi-sphère posée sur ce carré. Il est impossible de la dessiner (c'est-à-dire d'en dessiner **le contour apparent**) si l'on ne dispose que d'un logiciel de géométrie plane. On a commencé par tracer l'ellipse représentant le cercle de base vu en perspective, puis le demicercle (vu en « vraie grandeur », cette fois) de diamètre [EG].

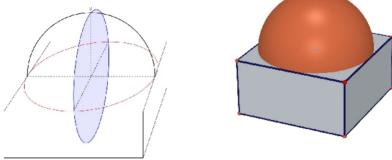


On voit bien, sur la figure de droite, que ce demi-cercle (qui passe par le sommet S de la sphère), ne peut pas correspondre au contour apparent

de la demi-sphère : le « vrai » contour apparent devrait être tangent à l'ellipse.

On voit encore mieux où est le problème, en particulier au sommet S, si on trace le cercle porté par le plan perpendiculaire au précédent (qui, en





(N.B. GeoGebra 2D ne permettant pas de tracer de demi-ellipses, nous avons dû tracer l'ellipse entière).

Seul un logiciel de dessin en 3D nous permet de faire des figures comme celle de droite. Merci à Laurent qui l'a réalisée avec Cabri 3D.

### Des cubes ou des « blocs »?

Sur le site de l'entreprise allemande TISCHLER-SCHUPPEN (fabrication et vente de jouets et matériels pédagogiques en bois), nous avons découvert qu'il existait des cubes de forme non cubique, comme par exemple ceux de la photo ci-dessous :



D'après le descriptif détaillé obtenu sur http://www.cubes-enbois.fr/product info.php/cPath/61 217/products id/213, ce compose de : 2 cubes en bois de taille 240/30/15, 5 cubes en bois de taille 180/30/15,10 cubes en bois de taille 120/30/15, 8 cubes en bois de taille 90/30/15 et 75 cubes en bois de taille 60/30/15 (en mm).

Mais en continuant à parcourir le site de cette entreprise, nous avons découvert ceci

(http://www.cubes-en-

bois.fr/product\_info.php/cPath/206\_125/products\_id/339\_):

### Une collection exclusive des formes spéciales:

L'ensemble se compose de 57 cubes en bois sélectionnés

de diverses tailles et formes.





### dont voici un extrait du descriptif détaillé :

| • | an extrait au acscriptir a    | ctame .     |          |  |
|---|-------------------------------|-------------|----------|--|
|   | cubes en bois - triangulaires | 60x60x30mm  | 2 pièces |  |
|   | cubes en bois – triangulaires | 120x60x30mm | 2 pièces |  |
|   | cubes en bois ronds           | 30x30mm     | 5 pièces |  |
|   | cubes en bois 30mm ronds      | 60x30mm     | 7 pièces |  |
|   | cubes en bois 30mm ronds      | 240x30mm    | 2 pièces |  |
|   | cubes en bois 30mm ronds      | 360x30mm    | 2 pièces |  |
|   | cubes en bois 60mm ronds      | 30x60mm     | 3 pièces |  |

Ce site existe en quatre langues (allemand, anglais, français, néerlandais). Par curiosité, nous avons consulté les descriptifs correspondants dans les autres langues. Et là, surprise, il ne s'agit plus de cubes, mais de « blocs » (Holzbaüklötzen, wooden blocks, houten blokken). Seuls les descriptifs en français nomment tous ces objets « cuhes » I

On peut imaginer que ce site a d'abord été réalisé en allemand, et ensuite traduit pour toucher une clientèle plus large. Peut-être les interprètes chargés de ce travail n'ont-ils pas eu une formation géométrique très poussée... Mais de là à appeler cubes des cylindres, des pyramides et même des sphères...

# Des cubes de plus en plus bizarres...

Notre exploration ne s'arrête pas là. Voici, parmi d'autres, encore deux exemples : l'un trouvé sur une publicité du magasin Aldi, l'autre sur le site de vente en ligne <a href="http://fr.aliexpress.com/wholesale/wholesale-magic-iq-cube-3x3x3.html">http://fr.aliexpress.com/wholesale/wholesale-magic-iq-cube-3x3x3.html</a>.





Tout cela n'est peut-être pas l'idéal pour que nos enfants et nos élèves soient capables de distinguer et de nommer

les divers objets mathématiques de leur environnement.

Mais terminons notre article sur un vrai cube (en perceptive conique à trois points de fuite, vous l'aurez remarqué)!



# Étude sur les propriétaires de logements locatifs.

### Lu dans Libération 05/01/2013:

(...) Une enquête réalisée par le groupe De particulier à particulier (PAP) auprès des personnes qui passent des annonces pour trouver un locataire dresse le portrait de cette France des «propriétairesbailleurs». Ils possèdent 6,3 millions de logements locatifs, selon le rapport de la Commission des comptes du logement. Ce qui fait d'eux des acteurs incontournables des politiques menées en la matière : plus d'un cinquième de la population (22,7% des ménages, soit 14,4 millions d'habitants) loge dans leur parc immobilier.

Petits ou grands propriétaires ?

Le comptage des propriétaires-bailleurs est un défi pour les statisticiens. Le parc locatif privé est extrêmement dispersé géographiquement et du point de vue patrimonial. En croisant une multitude de données, les chiffres officiels estiment à 2,8 millions le nombre de particuliers bailleurs privés. Selon l'enquête de PAP, la moitié d'entre eux sont de «petits propriétaires» : 30% ne possèdent qu'un seul bien, et 25% en ont deux. Les autres (45%) sont à la tête d'un patrimoine immobilier locatif qui commence à être significatif : 29% des personnes ayant répondu à l'enquête déclarent posséder entre trois et cinq logements, 10.5% disent en détenir entre six et dix, et 5.5% affirment avoir plus de dix appartements ou maisons.

Nous doutons de la cohérence entre les données du premier paragraphe (nombre de logements) et celles du second paragraphe. L'utilisation d'un tableur permet de s'en convaincre. On pourra ensuite rechercher d'où peut venir la contradiction.

Aide: on peut trouver sur Internet des informations sur les bailleurs privés des années antérieures, qui laissent supposer que le nombre de 2,8 millions de particuliers bailleurs est plausible.

### VIE DE L'ASSOCIATION

# C'ÉTAIT IL Y A 25 ANS...

Dans son éditorial, le Petit Vert nº 13 de mars 1988 se demandait (entre autres) ce que pouvait faire le professeur de mathématiques pour augmenter le « niveau scientifique moyen ». Ces interrogations sont toujours d'actualité!

Extraits...

### Et la pédagogie?

Les élèves n'ont-ils pas de bonnes raisons de ne pas aimer les maths?

Comment leur apprendre à "faire" des maths avec plaisir ? Sont-ils rendus curieux?

Pourquoi tant d'exigences en terminale scientifique ?

Le raisonnement n'est-il pas oublié derrière la quantité de connaissances?

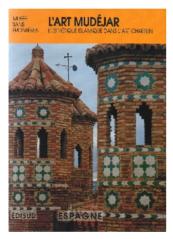
En quittant le lycée, ont-ils des méthodes pour se documenter, pour apprendre, mettre en œuvre leurs connaissances?

### MATHS FT ARTS DANS NOS CLASSES

# Art Mudéjar à Teruel

par François DROUIN (APMEP groupe Maths et Arts)

Lors d'un congrès organisé par nos amis belges de la SBPMef, en fouillant dans une petite librairie, i'ai investi dans un bien intéressant ouvrage dont la couverture est reproduite ci-dessous. Au sein de l'APMEP lorraine, dans la brochure Maths et Arts, nous avions abordé l'Art arabomusulman. L'art Mudéjar nous donne l'occasion d'étudier l'influence de cet art dans les constructions chrétiennes qui ont suivi la « reconquête ».



711 : premiers débarquements de musulmans en Hispanie. Chute de l'Hispanie wisigothe

718: Premiers territoires reconquis.

771 : Expansion maximale du monde musulman en Hispanie.

1085 : Chute de Tolède 1118 : Chute de Saragosse 1236 : Chute de Cordoue. 1248 : Chute de Séville

1492 : Chute du royaume de Grenade.

1609, 1610, 1611: expulsion des « morisques »

de Valence, d'Aragon, de Catalogne.

Dans ces régions d'Espagne, l'art Mudéiar est l'art de la période que nous nommons

« Renaissance » en Italie ou en France.

Teruel est connu de nos collègues espagnols comme ayant été le lieu d'une bataille de la guerre d'Espagne. D'une façon plus universelle, les tours de la cathédrale et des églises San Salvador, San Martin et San Pedro font partie d'un ensemble classé au Patrimoine mondial par l'UNESCO.

Pour en savoir plus sur l'Art Mudéjar :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Art\_mud%C3%A9iar\_

Pour en savoir plus sur Teruel:

http://fr.wikipedia.org/wiki/Teruel

Sur le site de l'office de Tourisme de Teruel, les motifs étudiés se retrouvent dans la page d'accueil :

http://turismo.teruel.net/

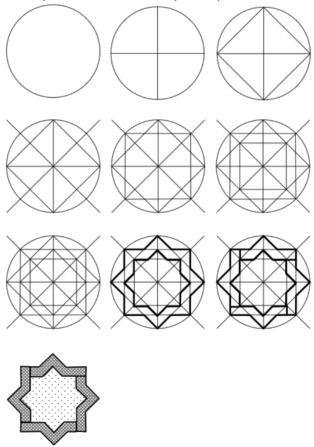
Le hātim arabo-musulman est la source d'inspiration du motif étudié dans cet article. Il se trouve en particulier sur les tourelles de l'abside de l'église San Pedro de Teruel et je l'ai repéré pour la première fois en page de couverture du livre « L'art mudéjar. L'esthétique islamique dans l'art chrétien, ÉDISUD 2000 ».

### Des tracés

Voici dix étapes pour dessiner le motif.

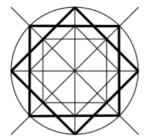
Dès la classe de sixième, passant d'une géométrie perceptive à une géométrie instrumentée, l'élève pourra reproduire le motif à partir d'un cercle de 6 cm de ravon.

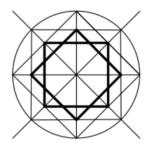
A partir de la classe de cinquième, à l'aide la géométrie déductive, il prouvera que les quadrilatères obtenus petit à petit sont des carrés.



# Voici quelques questions supplémentaires pouvant être posées à des élèves de 3<sup>ème</sup>.

Le motif est formé de deux étoiles à huit branches, l'une étant une réduction de l'autre.

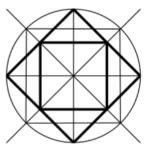




Voici ci-contre les deux carrés permettant les dessins des deux étoiles.

Quelle fraction de l'aire du grand carré est égale à l'aire du petit carré ?

Quelle fraction du coté du grand carré est égale au côté du petit carré ?



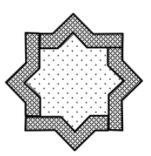
### Compléter:

Le petit carré est une réduction du grand carré à l'échelle ...

La petite étoile est une réduction de la grande étoile à l'échelle ...

Si l'aire de la grande étoile est égale à 1, quelle est l'aire de la petite étoile ?

Si l'aire de la grande étoile est égale à 1, quelle est l'aire de chacune des quatre pièces de la couronne complétant la petite étoile ?



### **VU SUR LA TOILE**

### Maths et Arts...

Voilà une rubrique qui ne m'aura pas donné beaucoup de mal à composer : un titre facile à trouver, des liens fournis par d'autres, un contenu qui parle de lui-même. C'est l'édition « Sciences » du Café Pédagogique du 6 novembre 2012 qui nous aiguillait sur une de leurs pages dédiées au sujet :

http://www.cafepedagogique.net/lemensuel/lenseignant/documentation/Pages/2012/135 CDI HdAMaths.aspx . Je me permets de faire un petite sélection.

Mon préféré pour le moment : le musée virtuel des mathématiques, mais en

anglais: <a href="http://virtualmathmuseum.org/galleryPC.html">http://virtualmathmuseum.org/galleryPC.html</a> . Il a ses artistes reconnus qui ont souvent leurs propres pages: des heures de promenades esthétiques.

D'autres œuvres colorées sont à découvrir sur le site de Gary Andrew Clarke : <a href="http://www.graphicnothing.com/">http://www.graphicnothing.com/</a> (une mine d'or à exploiter avec les élèves).

Plus institutionnelle, la société internationale des arts, des mathématiques et de l'architecture, ISAMA, recense de nombreux liens (je n'ai pas essayé de tous les visiter) :

http://www.isama.org/.

La partie « Histoire des arts » des pages mathématiques de l'académie de Poitiers (<a href="http://ww2.ac-poitiers.fr/math/spip.php?rubrique99">http://ww2.ac-poitiers.fr/math/spip.php?rubrique99</a>) présente des pistes de travail, notamment au Musée ou à la FRAC d'Angoulême :



http://ww2.ac-poitiers.fr/math/IMG/pdf/musee\_angouleme.pdf et <a href="http://ww2.ac-poitiers.fr/math/IMG/pdf/frac\_angouleme.pdf">http://ww2.ac-poitiers.fr/math/IMG/pdf/frac\_angouleme.pdf</a>. L'occasion d'un voyage scolaire dans les Charentes? L'académie de Guyane: <a href="http://webtice.ac-guyane.fr/math/spip.php?article287">http://webtice.ac-guyane.fr/math/spip.php?article287</a> fournira également des pistes aux collègues en manque d'inspiration.



On trouvera sur celui de l'académie de Lille des sujets d'activités travaillés en classe : <a href="http://mathematiques.discipline.ac-lille.fr/tice/histoire-des-arts">http://mathematiques.discipline.ac-lille.fr/tice/histoire-des-arts</a>.

Le collège Marthe Lefèvre de Saint-Quentin: <a href="http://etablissements.ac-amiens.fr/0020056a/spip/spip.php?article304">http://etablissements.ac-amiens.fr/0020056a/spip/spip.php?article304</a> présente un travail mené en classe assez original, autour de Mondrian. On profitera du passage sur le site pour découvrir les défis CM2-6ème.

Marthartistiquement vôtre, gilles.waehren@wanadoo.fr

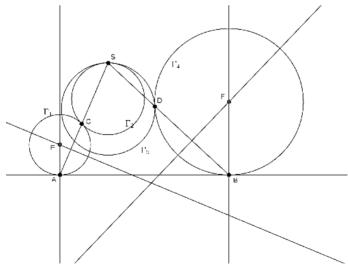
### Solution du problème n°112

<u>Rappel de l'énoncé</u>: Étant donné un triangle ABS tel que le sommet S est à l'aplomb du segment ouvert ] AB[, convenons d'appeler *chapeau de gendarme* de base [AB] et de sommet S toute courbe d'extrémités A et B obtenue par raccordement de quatre arcs de cercle (précisons que par "raccordement" nous entendons une tangente commune au point commun) satisfaisant les conditions suivantes. Le premier et le dernier arc sont tangents à la droite (AB) respectivement en A et B et situés à l'aplomb de la base [AB], les deux autres ont leur point de contact en S avec la tangente commune parallèle à la droite (AB), enfin la courbe présente exactement deux points d'inflexion, l'un au point de contact des deux premiers arcs et l'autre à celui des deux derniers.

Comparer la longueur des chapeaux de gendarme de base et de sommet imposés puis caractériser les chapeaux de gendarme de longueur minimale parmi ceux dont la base et la distance du sommet à cette base sont données.

Merci à Jacques Choné, Pol Le Gall et à l'auteur, Jean-Marie Didry, pour leurs solutions. Leurs trois solutions ont des angles d'attaques différents mais se retrouvent sur une solutions analytique du problème. Pol fait remarquer que le point de raccordement M de deux arcs de cercles du demi-chapeau de gauche se trouve nécessairement sur [AS] et que la longueur de ce demi-chapeau est indépendante de la position de M sur [AS]. Il généralise cette propriété en remplaçant les arcs de cercles par des arcs de paraboles (le début d'un nouveau problème ?).

La solution complète qui suit est celle de Jacques Chôné :



Soit  $\Gamma_i$  i=1,2,3,4 les cercles portant les arcs successifs du chapeau de gendarme en allant de A vers B. Soit C (resp. D) le point de contact de  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  (resp. de  $\Gamma_3$  et  $\Gamma_4$ ). Le point C est le centre de l'homothétie  $h_1$ , de

rapport négatif, transformant  $\Gamma_1$  en  $\Gamma_2$ , donc A en S, puisque les tangentes en A à  $\Gamma_1$  et en S à  $\Gamma_2$  sont parallèles. Donc C est sur le segment [AS] et le rapport de  $h_1$ , en posant  $AC = \lambda AS$ ,  $\lambda \in ]0,1[$ , est  $-\frac{1-\lambda}{\lambda}$ .

Soit  $a \quad \left(a \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$  l'angle en A du triangle ABS.

Le centre E de  $\Gamma_1$  est à l'intersection de la médiatrice de [AC] et de la perpendiculaire en A à [AB]. On en déduit que l'angle en E du triangle AEC vaut

2a et que le rayon AE de  $\Gamma_1$  est  $\frac{AC}{2\sin a} = \frac{\lambda AS}{2\sin a}$ . La longueur de l'arc d'extrémités A et C du chapeau est donc  $\lambda AS = \frac{a}{\sin a}$ . Celle de l'arc d'extrémités

C et S (transformé du précédent par  $h_1$ ) est donc  $(1-\lambda)AS\frac{a}{\sin a}$  t la somme

des mesures de ces deux arcs est  $AS = \frac{a}{\sin a}$ 

On montre de la même manière que la somme des mesures des deux autres arcs du chapeau est  $SB \frac{\beta}{\sin \beta}$ , où  $\beta$  est la mesure de l'angle en B du triangle ABS. On en déduit :

La longueur des chapeaux de gendarme de base et de sommet imposés est constante et égale à  $AS \frac{a}{\sin a} + SB \frac{\beta}{\sin \beta}$ .

Supposons que la base AB et la distance d du sommet à cette base soient données et notons s = AB, S' la projection de S sur [AB] et x le nombre de ]0,1[ défini par  $\overline{AS'} = x \overline{AB}$ . On a alors :

$$a = \arctan \frac{d}{x}$$
,  $\beta = \arctan \frac{d}{s - x}$ ,  $SA = \frac{d}{\sin \alpha}$ ,  $SB = \frac{d}{\sin \beta}$ ,

 $\sin^2 a = \frac{d^2}{d^2 + x^2}$ ,  $\sin^2 \beta = \frac{d^2}{d^2 + (s - x)^2}$ . La longueur du chapeau est alors :

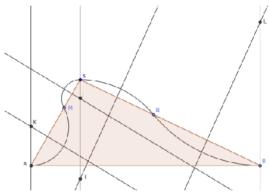
$$L = SA \frac{a}{\sin a} + SB \frac{\beta}{\sin \beta} = \frac{1}{d} (f(x) + f(s - x))$$

avec  $f(x)=(d^2+x^2)\arctan\frac{d}{x}$ .

La dérivée troisième de f est  $f'''(x) = \frac{-4d^3}{(d^2 + x^2)^2} < 0$  et  $f'''(x) = 2\left(\arctan\frac{d}{x} - \frac{xd}{d^2 + x^2}\right)$  a pour limite 0 quand x tend vers  $+\infty$ . Donc

f'' est strictement positive sur  $\mathbb{R}^{+*}$  et f est convexe sur ]0,s[ ce qui signifie que, pour tout  $x\in ]0,s[$  on a :  $f(x)+f(s-x)\sim 2f\left(\frac{s}{2}\right)$  avec égalité si et seulement si  $x=\frac{s}{2}$  . On en déduit :

Les chapeaux de gendarme étudiés de longueur minimum sont ceux où le triangle *ABS* est isocèle de sommet *S*, cette longueur minimale étant  $\frac{2}{d} f\left(\frac{s}{2}\right) = \frac{2}{d} \left(d^2 + \frac{s^2}{4}\right) \arctan \frac{2d}{s}.$ 



La figure proposée par Jean-Marie Didry, l'auteur du problème :

### Problème du trimestre n°113

Un petit problème d'arithmétique, à nouveau tiré du livre de W. S. Anglin « *Mathematics : a concise history and philosophy »* (Springer, 1994).

- Quel est le plus petit entier qui devient 4 fois plus grand quand on place son chiffre des unités en tête ?
- Quelle est la plus petite base dans laquelle il existe un nombre à deux chiffres solution ?

Envoyez votre solution (nous espérons en recevoir une grande quantité), **ainsi que toute proposition de nouveau problème**, à <u>Loïc Terrier</u> (de préférence par courriel, sinon 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE).

# SOLUTION DÉFI COLLEGE nº112

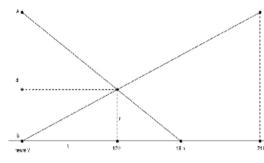
La solution était « presque évidente » : à un moment, on a divisé les deux membres de l'égalité par  $(b - a) \dots$  qui est nul puisque b = a!

# SOLUTION DÉFI LYCEE nº112

<u>Rappel de l'énoncé</u>: A l'heure du lever du soleil, deux vieilles babouchkas russes sont parties à la rencontre l'une de l'autre, l'une partant d'Avgousta et l'autre de Biyouni (sur la même route). Elles se sont croisées à midi pile, mais ne se sont pas arrêtées, et chacune a continué à marcher à la même vitesse qu'avant. La première est arrivée à Biyouni à 16 heures, la seconde est arrivée à Avgousta à 21 heures.

A quelle heure le soleil s'était-il levé ce jour-là?

Représentons graphiquement le parcours des deux babouchkas en fonction du temps :



Notons t le temps (en heures) écoulé entre leur départ et midi, d la distance entre les deux villes A et B, et r la distance entre B et le point où elles se sont croisées.

En utilisant Thalès dans les deux triangles correspondant à B d'une part , on a :

$$\frac{t}{r} = \frac{t+9}{d}$$
 d'où l'on tire 
$$\frac{d}{r} = \frac{t+9}{t}$$
.

En considérant d'autre part les deux triangles correspondant à A on a :  $\frac{4}{r} = \frac{t+4}{d}$  d'où l'on tire  $\frac{d}{r} = \frac{t+4}{4}$ .

De ces deux dernières proportions, on tire  $\frac{t+9}{t} = \frac{t+4}{4}$  d'où, en faisant le « produit en croix »,  $4t+36 = t^2+4t$ , soit  $t^2 = 36$ , soit t = 6. Les deux femmes sont donc parties 6 heures avant leur rencontre, c'est à dire à 6 heures du matin : c'est l'heure du lever de soleil ce jour-là.

# DÉFI COLLEGE/LYCEE n°113

Extrait d'une publicité trouvée dans un catalogue de produits surgelés.



C'est un carré qui est découpé (le fabriquant évoque un Tangram et on peut utiliser le "quadrillage" visible sur les pièces pour s'en persuader) ; on suppose que le partage est équitable pour qu'il n'y ait pas de conflit entre les convives (les parts doivent avoir même « taille »).

Est-il possible de retrouver le découpage proposé par le fabriquant (sachant qu'au départ le « gâteau » est carré) ?

N.d.I.r. Si vos élèves « se lancent »dans les calculs, nous vous conseillons de leur proposer de partir d'un carré de 16 cm de côté.

Chaque trimestre le Petit Vert vous propose un « DÉFI » destiné à vos élèves de collèges et/ou de lycée. Envoyez toute solution originale <u>de vos élèves</u>, ainsi que toute nouvelle proposition de défi, à Michel RUIBA, 31 rue Auguste Prost, 57000-METZ, michel.ruiba@ecopains.net.



### Journées nationales de Metz 2012

Les comptes rendus, diaporamas ou autres documents relatifs aux conférences à bon nombre d'ateliers sont mis en ligne sur le site national APMEP: <a href="http://www.apmep.asso.fr/-2012-Metz-">http://www.apmep.asso.fr/-2012-Metz-</a>.

### **ANNONCE EXPOSITION**

# UNE IDÉE, MILLE MACHINES... ...DE LEONARD DE VINCI A JEAN FRRARD

En maquettes et en 3D, l'exposition « Une idée, mille machines » permet de prendre la mesure du génie et d'apprécier la curiosité et l'inventivité des ingénieurs de la Renaissance, Jean Errard en Lorraine et du plus grand d'entre eux. Léonard de Vinci en Italie.

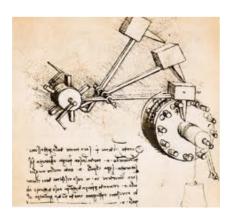
Les parallèles que l'on peut tracer entre les deux personnages sont nombreux : tous deux ont conçu des livres de machines, tous deux se sont passionnés pour la géométrie et ont plaidé pour l'utilisation d'instruments mathématiques, tous deux ont dessiné des fortifications, tous deux enfin ont servi auprès de puissants princes en tant qu'ingénieurs militaires et ont couru les routes poudreuses de la querre.

Comment est-on passé de la réflexion de Léonard à celle de Jean Errard ? L'exposition ne se contente pas de mettre en parallèle les deux œuvres mais de montrer qu'entre le début et la fin du XVIe siècle, l'intelligence mécanique a évolué.

Sous une forme originale, le parcours, spécialement conçu pour le grand public et les jeunes en particulier, mêle histoire, sciences et jeu.

Les visites sont théâtralisées par des acteurs/quides costumés campant les personnages de Jean Errard et de sa fille Barbe.

Musée de l'histoire du fer, JARVILLE LA MALGRANGE (54), T. 03 83 15 27 70 Du 4 mai 2013 au 4 janvier 2014. En semaine (sauf mardi) de 14h à 18h : week-end et jours fériés de 10h à 12h et de 14h à 18h.





Site: http://www.renaissancenancy2013.com/page,evenement,id,7370 06614