

# LE PETIT VERT



ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

**N° 111**

**SEPTEMBRE 2012**



*L'amphithéâtre Lemoigne, sur l'île du Saulcy à Metz, où aura lieu la clôture des Journées Nationales, avec une conférence sur "Les preuves sans mots".*

<http://apmeplorraine.free.fr>

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr).

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Françoise JEAN, Jacques VERDIER et Gilles WAEHREN.

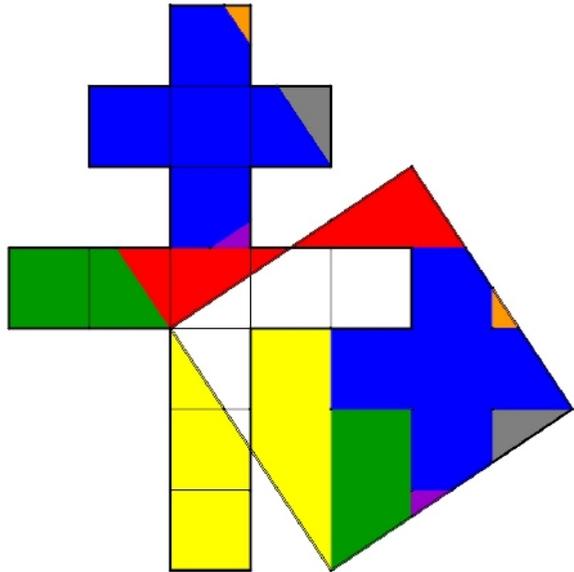
La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe Walentin.

## Journées nationales de Metz : puzzles

L'affiche des Journées nationales propose un découpage de la croix de Lorraine en 12 pièces, permettant de reconstituer un carré. Nous vous demandons de trouver un découpage en 7 pièces seulement (nous savons que, théoriquement, il existe). Pour l'instant, nous vous avons trouvé un découpage en 8 pièces (ci-contre).

**Sauriez-vous trouver une solution en 7 pièces ?**

Bonne recherche... et envoyez-nous vos solutions !



## SOMMAIRE

### EDITORIAL 4

### VIE DE L'ASSOCIATION

Appel pour l'organisation des JN	5
C'était il y a 25 ans...	6
Mobilisons les PE pour les Journées Nationales	6
Appel à ateliers Journée Régionale	19
Appel à bouliers	29

### DANS NOS CLASSES

Evaluation de distances en 3ème ( <i>Théo Roncari</i> )	8
Arithmetic composition ( <i>François Drouin</i> )	21
Vous aussi écrivez dans le Petit Vert	26

### ETUDES MATHÉMATIQUES

Théorème de Van Aubel	12
Le nombre 111	15
Nombres aléatoires normaux	20

### MATH ET MEDIA 16

Recherche professeurs pour la rentrée	16
Frais de scolarité au Canada	17

### VU SUR LA TOILE 28

### RUBRIQUE PROBLEMES

Solution du problème 110	29
Problème 111	30
Solution Défi-Collège 110	31
Solution Défi-Lycée 110	32
Défi-Collège 111	31

édito

## Prêts pour Metz 2012 ?

J'ai connu Metz 1986. Jeune professeure au lycée de Briey et adhérente de notre association, je me suis inscrite au congrès qui, déjà, se déroulait sur l'île du Saulcy. Je suis allée y faire un tour. Pour voir. Un peu comme on irait au spectacle, au marché. Il y aurait bien des conférences de savants mathématiciens à écouter pour me replonger dans les maths, des idées à glaner pour mon enseignement dans les brochures IREM ou dans les discussions avec d'autres collègues. Curieusement, mes collègues ne semblaient pas très motivés par ce petit bain mathématique et nous étions très peu de profs des collèges et lycées du Pays Haut à fréquenter ce congrès.

Et je fus emballée ! J'ai adoré ! Je me souviens être sortie redynamisée de ces trois jours d'échanges. Pleine d'idées nouvelles. Ce fut vraiment un événement qui a marqué ma vie professionnelle.

Les congrès m'ont beaucoup apporté au cours de ma carrière, pour mon enseignement et ensuite pour mes formations :c'est là que je trouvais nombre de ressources et supports pour mes classes ou pour travailler avec les professeurs stagiaires à l'IUFM.

L'équipe de la Régionale Lorraine vous prépare un feu d'artifice pour ces Journées Nationales 2012 : en ouverture notre dernier médaillé Fields et en clôture un mathématicien accompagné par un violoniste ; des thèmes variés au choix pour les autres conférences ; une centaine d'ateliers ; un salon d'une quarantaine d'exposants avec éditeurs, IREM, associations ; mais aussi un banquet, des spectacles, des visites, une colo pour les enfants. Sans compter quelques surprises ...

Alors, 26 ans plus tard, je souhaite que vous soyez nombreux à découvrir un congrès national de l'APMEP — ou à y être fidèles — et à en ressortir aussi enthousiastes que moi.

Un congrès national à deux pas de chez soi est un événement à ne rater sous aucun prétexte ! L'équivalent de 26 Journées Régionales d'un seul coup ! Un événement qui ne se produit que tous les 13 ans en Lorraine. Alors venez, venez nombreux et embarquez vos collègues, vos enfants ou amis professeurs d'école puisque cette année un effort particulier est fait dans leur direction.

A très bientôt donc, pour ces échanges mathématico-amicaux.

Françoise Jean

**VIE DE L'ASSOCIATION****Préparation des JN de Metz : venez nous aider  
On a besoin de gros bras et de petites mains !  
Nous comptons sur vous...**

On a besoin de beaucoup de volontaires pour l'organisation de ces Journées nationales, pour lesquelles on attend de 600 à 800 congressistes. Des gros bras, des petites mains... il y en aura pour tous les goûts !

Merci de contacter à l'avance par courriel les personnes responsables.

Vendredi 19 octobre 16 h. IUT du Saulcy. Préparation des chaines de constitution des mallettes (20 personnes environ).

Samedi 20 octobre 9 h. IUT du Saulcy. Constitution des mallettes et tri des enveloppes (20 personnes environ). Pique-nique sur place.

Pour ces deux actions, contacter Ghislaine ([burkighis@free.fr](mailto:burkighis@free.fr)).

Vendredi 26 octobre 14 h., IUT du Saulcy. Montage des stands (essentiellement manutention de tables et de grilles Caddie). 20 personnes environ. Contacter Françoise ([fm.jean@orange.fr](mailto:fm.jean@orange.fr)).

Vendredi 26 octobre 16 h., IUT. Fléchage des salles dans l'IUT du Saulcy. 4 à 6 personnes. Contacter Daniel ([daniel.vagost@gmail.com](mailto:daniel.vagost@gmail.com))

Samedi 27 octobre 9 h, IUT. Affichages des listes sur les portes des salles. Contacter Daniel ([daniel.vagost@gmail.com](mailto:daniel.vagost@gmail.com))

Samedi 27 octobre, 10 h, Arsenal. Mise en place des postes d'accueil. Michel ([michel.ruiba@ac-nancy-metz.fr](mailto:michel.ruiba@ac-nancy-metz.fr)).

Samedi 27 octobre 12 h 30, Arsenal. Distribution des mallettes et autres documents aux participants. Au moins 16 personnes.

Même horaire : Arsenal, accueil café et viennoiseries.

Pour ces deux actions, contacter Ghislaine ([burkighis@free.fr](mailto:burkighis@free.fr)).

Dimanche 27 et lundi 28, IUT. Renforcement de l'équipe d'assistance technique pour les ateliers. 8 personnes. Contacter Gilles ([gilles.waehren@wanadoo.fr](mailto:gilles.waehren@wanadoo.fr)).

Dimanche 27 et lundi 28, IUT. Vente des brochures de l'APMEP sur le stand. Contacter Michel ([michel.ruiba@ac-nancy-metz.fr](mailto:michel.ruiba@ac-nancy-metz.fr)).

Mardi 30 octobre (15 h), IUT du Saulcy. Démontage des stands (essentiellement manutention de tables et de grilles Caddie). 20 personnes environ. Contacter Françoise ([fm.jean@orange.fr](mailto:fm.jean@orange.fr)).

**Et tout cela dans une ambiance sympa et conviviale !**

**Merci d'avance.**

## Mobilisons les Professeurs des Écoles pour les Journées Nationales de METZ !

Lundi 29 octobre 2012, une conférence et de nombreux ateliers leur seront proposés. Des expositions concernent l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et en maternelle, les professeurs pourront se procurer divers documents pédagogiques, en particulier ceux édités par l'APMEP.

N'hésitez pas à diffuser aux Professeurs des Écoles que vous connaissez le document de présentation spécial 1<sup>er</sup> degré téléchargeable à l'adresse

[http://apmeplorraine.free.fr/modules/espaces/ecole/Info\\_PE\\_A\\_PMEP\\_METZ\\_2012.pdf](http://apmeplorraine.free.fr/modules/espaces/ecole/Info_PE_A_PMEP_METZ_2012.pdf)

et à les inciter à venir nous rejoindre au moins ce jour-là.

**Nous comptons sur chacun de nos lecteurs pour informer au moins un Professeur des Écoles de son entourage !**

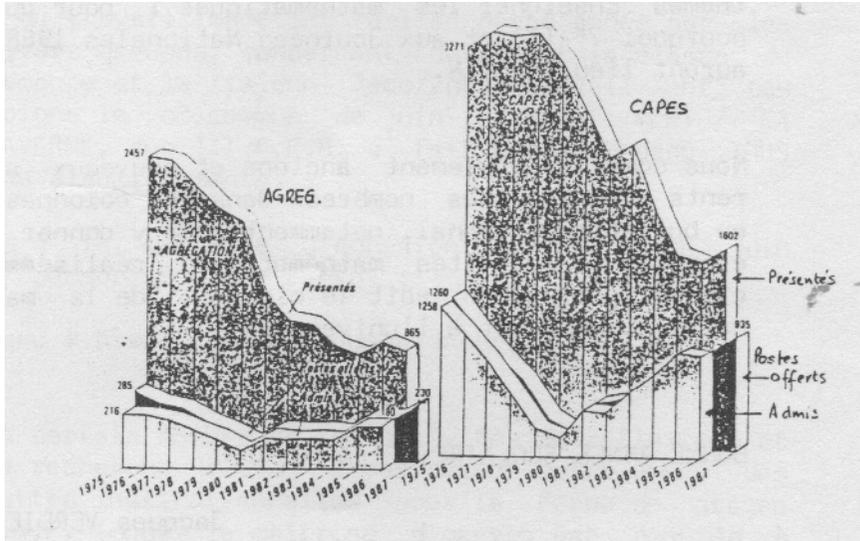
## C'ÉTAIT IL Y A 25 ANS...

Sous le titre « RECRUTEMENT DE PROFESSEURS : QUELQUES CHIFFRES » le Petit Vert n° 11 de septembre 1987 s'inquiétait (déjà) de la chute vertigineuse du nombre de candidats aux concours (CAPES et agrégation). Quelques extraits...

Voici un graphique montrant l'évolution du nombre de candidats présentés et admis au CAPES et à l'Agrégation de mathématiques depuis 1975.

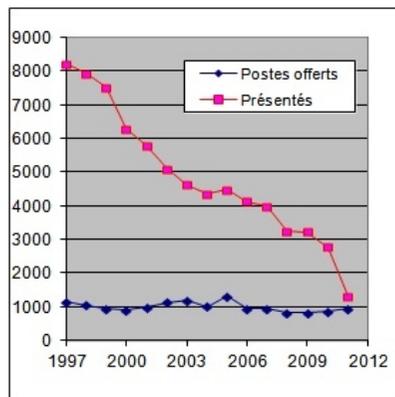
Ce problème de recrutement des professeurs de mathématiques, espèce « en voie de disparition » a été évoqué au Comité National, et au séminaire de rentrée de la Régionale (le 5 septembre dernier à Gérardmer).

Pour nous aider à arrêter notre position sur ce problème crucial, nous vous invitons à faire part de votre opinion et de vos suggestions, par écrit, au Comité de la Régionale.



Cette chute « vertigineuse » du nombre de candidats aux concours a interpellé les membres du Comité de rédaction du Petit Vert n°111. Ils pensent que le nombre de candidats à cette époque diminuait car les candidats avaient très peu de chance d'être reçus (en 1980, au CAPES, le nombre de postes à pourvoir était environ 6 % seulement du nombre de candidats présentés).

Le graphique ci-contre donne l'évolution du nombre de postes et de présentés entre 1997 et 2012 (toujours au CAPES). On constate là encore une « chute libre » du nombre de candidats (de 8204 présentés en 1997, on est tombé à 1300 environ en 2012), et le nombre d'admis, depuis deux ans, est très inférieur au nombre de postes, pratiquement constant depuis 2004 : cette année, 652 pour 950 postes ; et en outre, sur ces 652 reçus, 75 l'ont été également à l'agrégation...).



La raison semble maintenant une désaffection pour les sciences « dures » et les métiers liés aux sciences.

**DANS NOS CLASSES**

# Évaluation de distances à l'aide d'outils géométriques (animation d'un atelier scientifique en troisième)

par *Théo Roncari*

*N.d.l.r. Dans le cadre de l'évaluation de sa licence de mathématiques à l'UFR M.I.M. de Metz, Théo Roncari a proposé et animé cet « atelier scientifique » dans une classe de troisième du collège Jean Burger de Moyeuvre-Grande.*

## **I Présentation globale**

### **But et présentation du contenu scientifique de l'atelier**

Le défi consiste à donner une estimation de la hauteur d'un mur en appliquant des résultats connus de géométrie.

L'atelier fait appel à certains résultats de géométrie vus au collège : ceux décrivant les relations entre les différents côtés d'un triangle et ses angles. L'activité fera appel au théorème de Thalès, ainsi qu'à la trigonométrie (via l'expression de la tangente). Il sera aussi possible, suivant les solutions proposées par les élèves au problème, d'aborder d'autres contenus.

### **Objectifs scientifiques, disciplinaires et objectifs en terme de démarche scientifique**

Le problème posé se résout à l'aide de la géométrie enseignée au collège, celle-ci devant « *rester en prise avec le monde sensible qu'elle permet de décrire* », un objectif inavoué étant que les élèves prennent conscience de l'utilité réelle des mathématiques qu'ils apprennent régulièrement. L'atelier sera aussi l'occasion « *d'aborder l'histoire des sciences* » et de « *réinvestir les connaissances acquises en mathématiques* » sur un problème concret.

En outre, une "mini démarche d'investigation" sera mise en place en début de séance, « *les programmes de collège privilégiant pour les disciplines scientifiques et la technologie une démarche d'investigation* », celle-ci participant à « *une éducation scientifique complète* ». Elle permettra aux élèves de « *propos[er] des éléments de solution qui permett[ront] de travailler sur leurs conceptions initiales et de s'approprier le problème* », de plus, « *dans le domaine des sciences* »

*expérimentales [...] l'observation, l'expérimentation ou l'action directe par les élèves sur le réel doivent être privilégiées ».*

La phase de synthèse et de conclusion sera l'occasion de comparer les résultats des différents groupes avec la mesure réelle, que les résultats soient pris séparément ou ensemble (via une moyenne, vue dès la quatrième), puisque les élèves sont en mesure de comprendre « *quelques notions fondamentales de statistique descriptive* ».

Enfin, cet atelier est tout particulièrement adapté à des élèves de troisième, puisque dès la quatrième, ils sont capables d'« *utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine* » (bien qu'à proprement parler, Thalès ne soit vu qu'en troisième).

Et en troisième, ceux-ci sont en mesure « *d'utiliser les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle* » (le cosinus seul étant vu en quatrième).

## **II L'atelier a priori**

### **Pré-requis**

Connaître le théorème de Thalès ; savoir utiliser les relations trigonométriques ; comprendre l'intérêt des triangles semblables ; être capable de calculer une moyenne.

### **Matériel nécessaire**

Trois bâtons de longueurs connues (de 1 mètre à 1,30 m environ) ; compas et rapporteur ; croix de bûcheron ; des mètres.

### **Chronologie**

Après m'être présenté, le problème sera posé. Les élèves seront alors, par groupes de 5 ou 6, placés dans une "mini démarche d'investigation" pour essayer de trouver des expériences répondant au problème, ceci en connaissant le matériel mis à leur disposition (je passerai toutefois dans les rangs pour les aiguiller si besoin). Quelques minutes après, je schématiserai au tableau les différentes expériences à mener, puis distribuerai à chaque groupe une feuille de route (cf. annexe). Nous descendrons alors dans la cour, où les élèves réaliseront le maximum d'expériences pendant que je corrigerai les quelques erreurs expérimentales éventuelles. Ceci fait, nous remonterons en classe pour que les élèves fassent les calculs nécessaires, et je reporterai les résultats au tableau. Viendra ensuite la phase d'analyse des résultats, où la hauteur réelle sera dévoilée ; ce sera alors l'occasion de comparer les

résultats expérimentaux à la réalité. Pour finir, je questionnerai les élèves sur leurs opinions au sujet des facteurs possibles qui provoquent les erreurs (exemple : bâton pas tenu perpendiculairement par rapport au sol) et distribuerai aux élèves un extrait du roman de Jules Verne L'Ile mystérieuse, où l'expérience qu'ils auront menée sur Thalès est mise en place.

Voir [http://www.etab.ac-caen.fr/le-castillon/IMG/pdf/Thales\\_et\\_Jules\\_Verne.pdf](http://www.etab.ac-caen.fr/le-castillon/IMG/pdf/Thales_et_Jules_Verne.pdf)

### **Description a priori de la phase de synthèse**

Une fois les résultats annoncés, la comparaison effectuée et les facteurs d'erreur trouvés, j'insisterai particulièrement sur l'utilité des mathématiques enseignées, car souvent, les élèves ne savent pas "à quoi ça sert". Certes aujourd'hui, les géomètres ont des outils pour mesurer rapidement les distances, mais ces outils ne font que faire exactement la même chose que ce que les élèves auront fait, mais plus rapidement et de façon plus précise. Je voudrai leur faire prendre conscience que sans un travail en amont des mathématiques, et plus généralement de la science, un bon nombre de choses qui semblent simples aujourd'hui ne seraient pas possible, comme donner une mesure de la hauteur d'un bâtiment.

### **III L'atelier a posteriori**

Pour commencer, je dois dire que je suis extrêmement satisfait de la séance accomplie. J'ai eu la chance de tomber sur une classe motivée et intéressée par l'atelier, que ce soit pendant la phase de recherche, d'expérience ou de mise en commun.

Les élèves ont rapidement pris possession du problème et ont su réinvestir leurs connaissances en proposant les solutions attendues (Thalès et trigonométrie).

Le seul petit bémol qui serait à noter, est que nous n'avons pas eu le temps de faire la partie statistique lors de la mise en commun, mais ceci car j'ai pris la décision lors de la séance d'écourter cette dernière partie, au profit des phases de recherche de solutions et d'expériences (au final, le cœur de l'atelier). En effet, voyant l'investissement des élèves lors de ces deux phases (nombreuses discussions au sein des groupes pour trouver un protocole et réalisations des expériences soignées), j'ai jugé bon de prolonger la durée prévue pour celles-ci.

Quoiqu'il en soit, cette séance au sein de mon ancien collègue m'a conforté sur mon envie de devenir professeur, et voyant le réel intérêt que les élèves ont porté à ma séance, je me dis que cette voie est réellement faite pour moi, tant j'ai envie d'enseigner les mathématiques et de donner de l'intérêt aux élèves pour cette matière.

## Annexe : Description des expériences

### En utilisant des relations trigonométriques



D'après les relations trigonométriques connues en 3ème:

$$\tan(\text{angle}) = \text{Hauteur mur} / \text{distance au sol}$$

D'où:

$$\text{Hauteur mur} = \tan(\text{angle}) \times \text{distance au sol}$$

Distance mur/observateur, mesurée au sol

### En utilisant la croix de bûcheron

Voir :

<http://www.scoutorama.org/Croix-du-bucheron-et-geometrie.html>

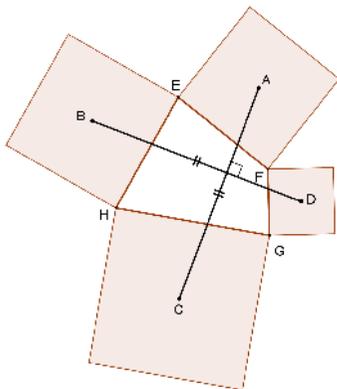
<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/geom/thales/bucheron.swf>

### Tableau de la feuille de route

	Bâtiment 1	Bâtiment 2
Thalès 	OB = OM = BH =  Résultat :	OB = OM = BH =  Résultat :
Trigonométrie 	$\alpha =$ OM =  Résultat :	$\alpha =$ OM =  Résultat :
Croix de bûcheron	Résultat :	Résultat :

## ÉTUDES MATHÉMATIQUES

## LE THÉORÈME DE VAN AUBEL (suite)



Dans les pages 117-118 de la brochure « OBJETS MATHÉMATIQUES <sup>1</sup> », figure le théorème de Van Aubel : EFGH étant un quadrilatère quelconque sur les côtés duquel on a construit extérieurement quatre carrés, le quadrilatère formé par les centres A, B, C, D de ces carrés a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur (voir figure ci-contre). Nous avons présenté cet énoncé dans le Petit Vert n° 97 (mars 2009).

Une des questions posées par des journalistes à Cédric Villani, après qu'il a obtenu la médaille Fields, portait sur ses professeurs de math de troisième et de seconde à qui il avait rendu hommage. Il s'est souvenu de cet exercice donné par son professeur de seconde, qu'il avait mis 2 semaines à résoudre. Et lorsque fièrement il avait soumis sa solution au professeur, ce dernier lui montra qu'on pouvait abrégé et simplifier sa démonstration, le piquant ainsi au vif.

Une abondante littérature concerne ce théorème, publié en 1878 par Henri Van Aubel (professeur de mathématiques à l'Athénée d'Anvers) dans la *Nouvelle correspondance mathématique* sous le titre *Note concernant les centres de carrés construits sur les côtés d'un polygone quelconque*.

Voir (pages 40 à 44) : [http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PPN=PPN598948236\\_0004&DMDID=DMDLOG\\_0013](http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PPN=PPN598948236_0004&DMDID=DMDLOG_0013)

Voir aussi sur la toile :

Démonstration géométrique animée :

<http://agutie.homestead.com/files/vanaubel.html>

Démonstration par les complexes :

[http://serge.mehl.free.fr/anx/appl\\_complex\\_geo.html#sol](http://serge.mehl.free.fr/anx/appl_complex_geo.html#sol)

Pour en savoir plus :

<http://www.osaka-ue.ac.jp/zemi/nishiyama/math2010/aubel.pdf>

<http://www.ijpam.eu/contents/2011-66-1/7/7.pdf>

Et si vous aviez des précisions sur la biographie de ce Van Aubel, qui semble avoir été professeur à l'Athénée royal d'Anvers au XIX<sup>e</sup> siècle, elles sont également les bienvenues.

1 Publication de la Régionale Lorraine APMEP (1996), malheureusement épuisée.

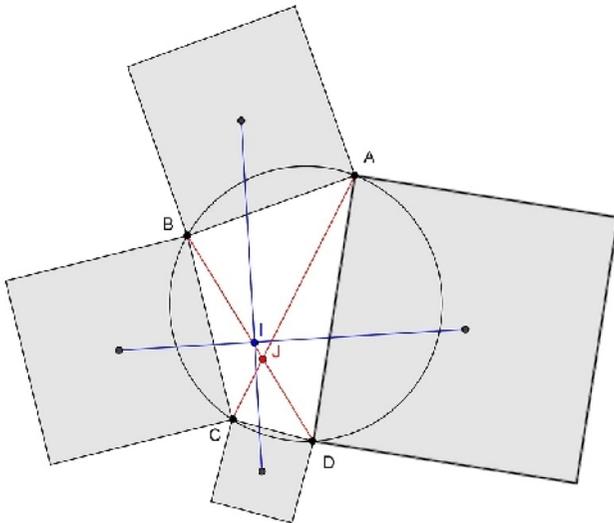
Cet exercice pourrait être proposé à des élèves de lycée, mais en choisissant une formulation plus « ouverte », comme par exemple :

On considère un quadrilatère quelconque ; sur chacun de ses côtés on construit un carré (à l'extérieur de ce quadrilatère).

1 – Que peut-on dire des deux segments dont les extrémités sont les centres des carrés « opposés » ?

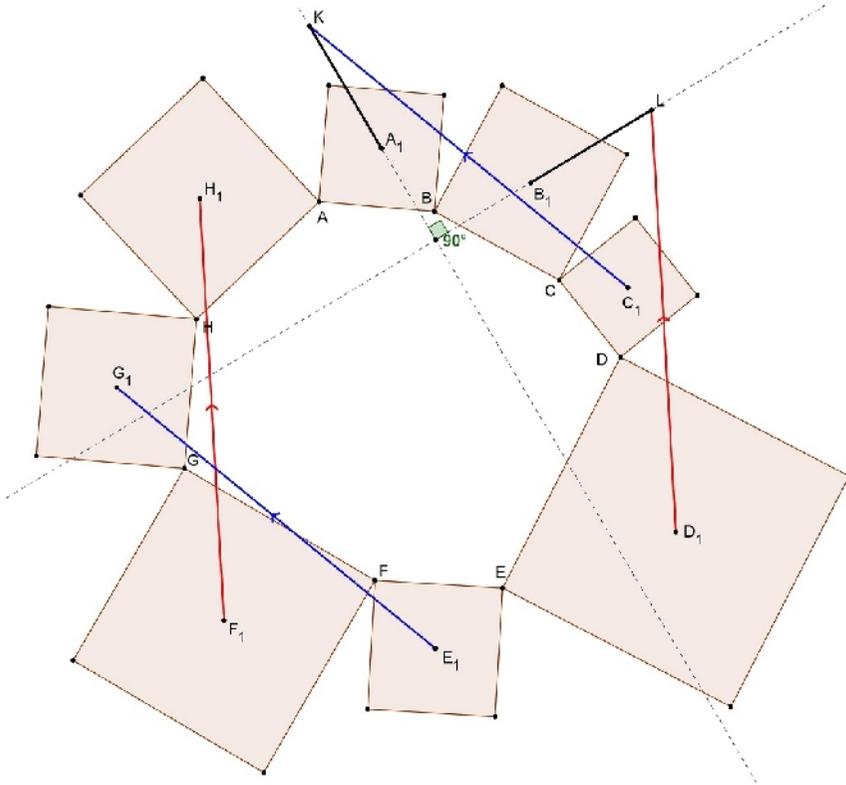
2 – A quelles conditions ces segments sont-ils les diagonales d'un parallélogramme ?

Nous livrons à votre sagacité, en guise de « défi-profs », l'exercice suivant : les quatre points A, B, C et D étant cocycliques, à quelle condition sur le quadrilatère ABCD le point d'intersection J de ses diagonales est-il confondu avec le point I, intersection des segments reliant deux à deux les centres des carrés construits extérieurement sur ses côtés ?



## ANNEXE

Dans son article, Van Aubel ne s'intéresse pas seulement aux segments joignant les centres des carrés construits sur un quadrilatère ; il étend sa recherche sur des polygones ayant un nombre quelconque de côtés. Voici une figure illustrant une propriété de l'octogone :



Sur les côtés d'un octogone ABCDEFGH (nous l'avons choisi ici convexe pour la lisibilité, mais ce n'est pas une condition nécessaire), on construit les carrés de centre  $A_1, B_1$  etc.

Construisons le vecteur  $\overrightarrow{C_1K}$  égal à  $\overrightarrow{E_1G_1}$  et le vecteur  $\overrightarrow{D_1L}$  égal à  $\overrightarrow{F_1H_1}$ . Alors les segments  $A_1K$  et  $B_1L$  sont perpendiculaires et de même longueur.

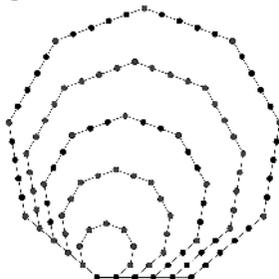
N.B. Van Aubel précise que le fait que les carrés soient construits intérieurement et non extérieurement ne modifie pas ces résultats.

Dans certaines versions de ce théorème, on ne considère pas les centres des carrés, mais les sommets des triangles isocèles rectangles construits sur les côtés du polygone initial, ce qui revient exactement au même.

# 111

Ce Petit Vert de septembre 2012 porte le n°111 : 3 chiffres identiques. La fois suivante, ce sera en juin 2040 (n°222). Nos jeunes adhérents seront encore là. Et pour avoir 4 chiffres identiques, il faudra attendre septembre 2262 (n°1111) !

111 est un nombre ennéagonal :



C'est également un nombre de Harshad (divisible par la somme de ses chiffres) :  $111 / (1+1+1) = 37$ . Voir suite [A005349](#).

On peut construire un carré magique d'ordre 6 avec les 36 premiers entiers ; la somme est 111 :

<b>6</b>	<b>32</b>	<b>3</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>1</b>
<b>7</b>	<b>11</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>30</b>
<b>19</b>	<b>14</b>	<b>16</b>	<b>15</b>	<b>23</b>	<b>24</b>
<b>18</b>	<b>20</b>	<b>22</b>	<b>21</b>	<b>17</b>	<b>13</b>
<b>25</b>	<b>29</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>26</b>	<b>12</b>
<b>36</b>	<b>5</b>	<b>33</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>31</b>

111 est le 11<sup>e</sup> nombre palindrome (le premier étant 11)

$12345679 \times 9 = 111\ 111\ 111$  (où est passé le 8 ?)

Syllogisme : Treize porte bonheur ; or treize s'écrit 111 en base 3 ; donc ... Pour ceux qui pensent que 7 aussi porte bonheur, essayez la base 2 !

# MATH & MEDIA



Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr).

Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre site à l'adresse :

[http://apmeploiraine.free.fr/index.php?module=math\\_et\\_media](http://apmeploiraine.free.fr/index.php?module=math_et_media)

Trouvé par Daniel, dans le journal La Croix du 17/07/12 ([1]) :

## Le ministère de l'éducation cherche des professeurs pour la rentrée

**L'enseignement des mathématiques est particulièrement touché.**

Crise des vocations ou faillite du système de recrutement et de formation des enseignants ? Une fois encore, cette année, les postes ouverts aux concours du Capes n'ont pas tous été pourvus. Le problème est particulièrement crucial en mathématiques : pour les **950** postes offerts au Capes externe, seuls **652** candidats ont été admis, laissant ainsi vacants plus de **300** postes.

Sans commentaire... on vous laisse faire la soustraction !

Ce même article cite Eric Barbozo, président national de l'APMEP :

« Depuis quelques années, on emploie tous ceux qui veulent se présenter, déplore Éric Barbozo. On a mis devant des élèves des contractuels qui, en dépit de leur bonne volonté, n'étaient pas faits pour enseigner les maths et n'avaient reçu aucune formation. »

Il y a 25 ans, dans le Petit Vert n°11, nous évoquions déjà ces problèmes de recrutement des enseignants :

### ZÉRO EN CALCUL !!!

Pendant que vous étiez en vacances, notre ministre René Monory déclarait au journal d'Europe 1 (le 18 août au matin) : « Il faut d'ici l'an 2000 recruter 300 000 à 400 000 enseignants ».

Mettons 372 000, pour les 12 années à venir, ce qui fait 31 000 professeurs (de toutes disciplines) par an.

Or le budget 1988 prévoit 3 100 créations d'emplois de professeurs (pour l'ensemble du second degré, collèges, lycées et L.P.).

Question de mathématiques : n'y aurait-il pas un zéro oublié quelque part ?

[1] L'article complet était disponible en ligne à l'adresse :

[http://www.la-croix.com/Actualite/S-informer/France/Le-ministere-de-l-education-cherche-des-professeurs-pour-la-rentree-NG-2012-07-16-831818/%28CRX\\_ARTICLE\\_ACCESS\\_%29/ACCESS\\_CONTENT](http://www.la-croix.com/Actualite/S-informer/France/Le-ministere-de-l-education-cherche-des-professeurs-pour-la-rentree-NG-2012-07-16-831818/%28CRX_ARTICLE_ACCESS_%29/ACCESS_CONTENT)

## Frais de scolarité au Canada

Dans la revue « Profession Éducation » n°212 (été 2012), on peut lire que le gouvernement du Québec a annoncé « *un projet d'augmentation des droits universitaires de 75 % étalés sur 5 ans* ». Cette annonce a engendré en février dernier un mouvement de grève connu sous le nom de « Printemps érable ».

La phrase citée ci-dessus est ambiguë : s'agit-il d'une augmentation de type « linéaire » (augmentation de la même somme chaque année), ou d'une augmentation de type « exponentiel » (même taux d'augmentation chaque année), ce qui ne revient pas au même ?

Plaçons-nous dans la première hypothèse :

Nous trouvons, sur le net, la valeur des frais de scolarité pour l'année universitaire 2011/2012 : 2 168 dollars canadiens (environ 1 755 €).

Une augmentation « linéaire » globale de 75 % correspond à \$ 325 par an (voir tableau ci-dessous). Nous pouvons remarquer que la hausse prévue à la rentrée prochaine est de 15 %, et qu'elle ne sera plus que de 9,4 % environ dans 5 ans.

Année	Frais scol.	Hausse ann.	Hausse ann.	Hausse cum
2011	\$ 2 168,00			
2012	\$ 2 493,00	\$ 325,00	15%	15%
2013	\$ 2 818,00	\$ 325,00	13,04%	30%
2014	\$ 3 143,00	\$ 325,00	11,53%	45%
2015	\$ 3 468,00	\$ 325,00	10,34%	60%
2016	\$ 3 793,00	\$ 325,00	9,37%	75%

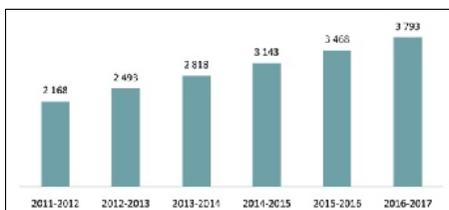
Plaçons-nous maintenant dans la seconde hypothèse :

L'augmentation sur 5 ans est de 75 %, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur de 1,75. Le taux multiplicateur annuel est alors de  $1,75^{1/5}$ ,

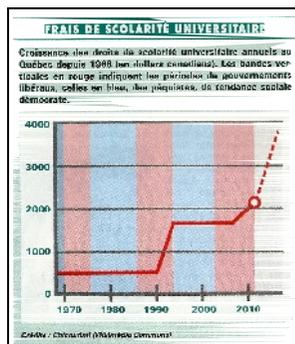
soit environ 1,1184, soit une augmentation annuelle d'environ 11,84 % (voir tableau ci-dessous) :

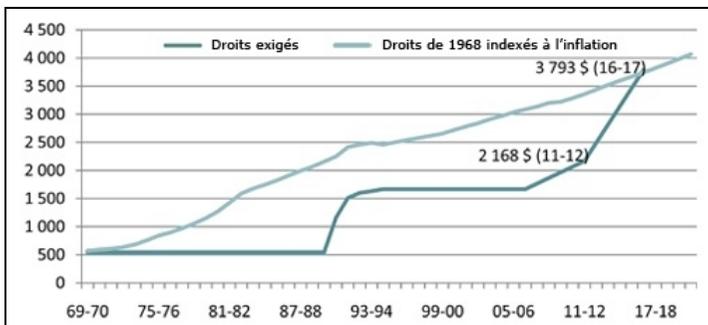
Année	Frais scol.	Hausse ann.	Hausse ann.	Hausse cum
2011	\$ 2 168,00			
2012	\$ 2 424,62	\$ 256,62	11,84%	11,84%
2013	\$ 2 711,62	\$ 287,00	11,84%	25,07%
2014	\$ 3 032,59	\$ 320,97	11,84%	39,88%
2015	\$ 3 391,55	\$ 358,96	11,84%	56,44%
2016	\$ 3 793,00	\$ 401,45	11,84%	75%

Si nous nous rendons sur le site officiel du gouvernement du Québec, <http://www.mels.gouv.qc.ca/enseignementsuperieur/droitsscolarité/index.asp?page=cout> nous constatons que c'est la première hypothèse qui a été choisie :



Par ailleurs, dans ce même article de « Profession Éducation » que nous citons, un autre graphique avait retenu notre attention. On peut y lire l'évolution des frais de scolarité (avec en pontillés ce qui est prévu pour les cinq années à venir, ce qui confirme bien une croissance linéaire sur cette période). Mais il ne montre pas la « justification » de cette augmentation annoncée par le gouvernement, qui est en réalité un « rattrapage » des frais depuis le début des années 70 pour suivre l'inflation. Nous avons trouvé cette dernière information également sur le site du Ministère :





*Mais rien n'est dit de ce qui se pourrait se passer après 2016 : aura-t-on une poursuite de l'augmentation « très rapide » 2011/2016, ou un « recalage » sur l'indice des prix ? Rendez-vous dans cinq ans dans cette même rubrique !*



## JOURNÉE RÉGIONALE : 20 mars 2013

La Journée régionale des mathématiques aura lieu le mercredi 20 mars prochain, à la Faculté des Sciences (sur le campus de Vandœuvre) le matin et au lycée Jacques Callot l'après midi.

### APPEL À ATELIERS

Un des temps forts, gage de réussite de cette journée, est la présentation d'ATELIERS. Le but de ces ateliers est de permettre de partager, d'échanger, de transmettre, de susciter la curiosité, d'ouvrir des pistes, de débattre... sur des sujets en rapport avec les mathématiques et leur enseignement.

Ces ateliers doivent être **variés et nombreux** : il serait bon qu'il y en ait une vingtaine, et nous avons déjà quelques pistes. Nous lançons donc un appel auprès de tous les collègues qui voudraient en animer un. Ces ateliers se dérouleront l'après-midi, durant 1 h 30, et pourront rassembler chacun de 20 à 30 participants.

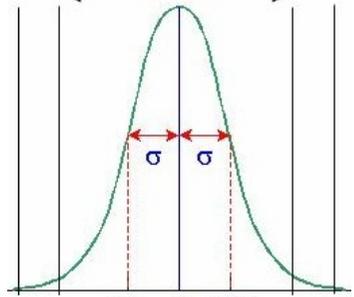
**Envoyez vos propositions le plus rapidement possible** à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr).

***Nous comptons sur vous !***

## ÉTUDE MATHÉMATIQUE

## Génération de nombres aléatoires distribués normalement

Dans le Petit Vert n°11 de septembre 1987 (c'était il y a 25 ans) nous donnions une « astuce » pour générer des nombres aléatoires distribués normalement (loi normale de moyenne  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$ ), à l'aide d'une calculatrice de poche possédant une simple fonction 'RANDOM' (générant des nombres aléatoires distribués uniformément sur  $]0 ; 1[$ ). L'algorithme proposé, que nous avions découvert en « décryptant » les programmes internes d'une TI 59, était le suivant :



On calcule, à l'aide de cette fonction RANDOM, deux nombres aléatoires  $x$  et  $y$  ;  
 On calcule  $\cos(2\pi x)$  et  $\sqrt{-2 \cdot \ln y}$  puis leur produit  $p$  ;  
 Le nombre cherché est  $\mu + p\sigma$ .

A l'époque, au Comité de rédaction du Petit Vert, personne ne savait pourquoi cet algorithme répondait à la question. Nous avions proposé ce problème, mais n'avions reçu aucune réponse.

Vingt-cinq ans après, Geneviève (du lycée Bichat de Lunéville) nous a fait parvenir la solution de cette énigme : il s'agit de l'algorithme de Box-Muller (datant de 1958). La démonstration n'est pas accessible au niveau lycée, mais vous pouvez la trouver sur :

[http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode\\_de\\_Box-Muller](http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_de_Box-Muller)  
 ou <http://www.agroparistech.fr/IMG/pdf/Simul-VA.pdf>.

Vous pouvez utiliser cette « astuce » avec vos élèves s'ils n'ont pas une calculatrice ou un tableur « haut de gamme » générant de tels nombres aléatoires. Et un grand merci à Geneviève !

**DANS NOS CLASSES**

## Arithmetic Composition

*Par François DROUIN,  
I.U.F.M. de Lorraine  
[francois.drouin2@wanadoo.fr](mailto:francois.drouin2@wanadoo.fr)*

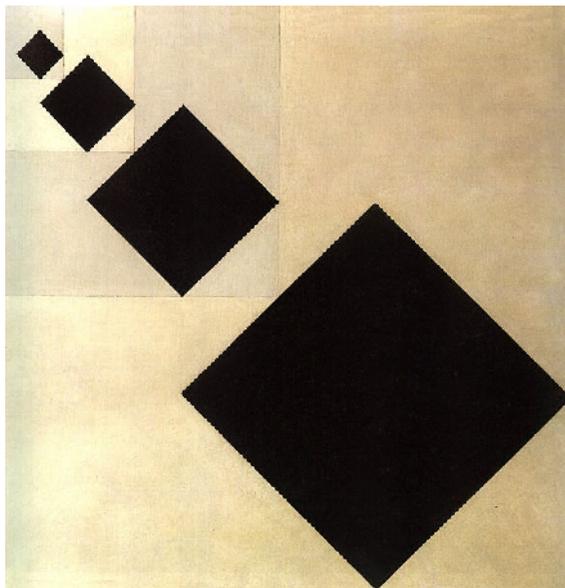
L'APMEP est très preneuse d'activités faisant des liens entre Mathématiques et Arts : une brochure lorraine en contient, un groupe national commence à travailler sur ce thème. Voici une proposition en partie utilisée à l'IUFM lors d'une évaluation et pouvant donner d'autres idées à des enseignants du secondaire.

« Arithmetic Composition » est une œuvre créée en 1929-1930 par Theo van Doesburg (1883 – 1931).

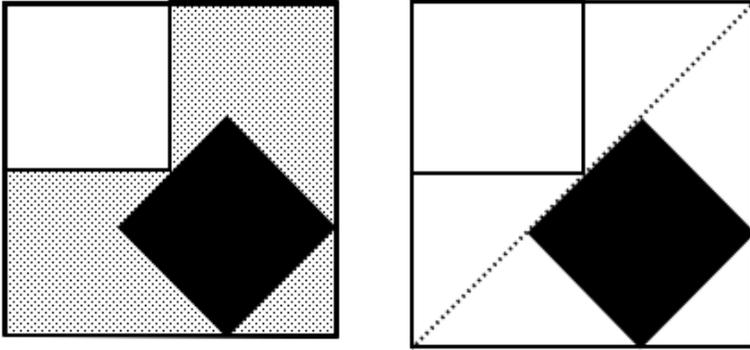
Voir : [http://fr.wikipedia.org/wiki/Theo\\_van\\_Doesburg](http://fr.wikipedia.org/wiki/Theo_van_Doesburg)

La reproduction utilisée de cette œuvre est téléchargeable à l'adresse :

[http://en.wikipedia.org/wiki/File:Theo\\_van\\_Doesburg\\_Arithmetic\\_Composition\\_%281930%29.jpg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Theo_van_Doesburg_Arithmetic_Composition_%281930%29.jpg). Sur ce site, l'œuvre est déclarée relevant du domaine public, son copyright ayant expiré.



Le regard de l'enseignant de mathématiques est peut-être différent de celui de l'amateur d'art.

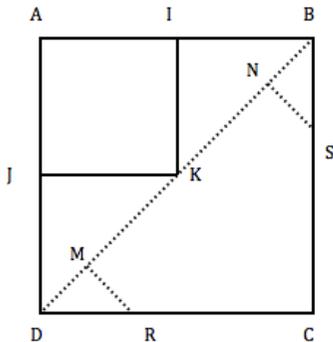


Le côté du carré blanc (en haut à gauche) a pour mesure la moitié du côté du grand carré.

Le carré noir prend appui sur une des diagonales du grand carré. Deux sommets du carré noir sont des points de la diagonale du grand carré et semblent la partager en trois segments de même longueur.

## Activité 1

$ABCD$  est un carré. Le point  $I$  est le milieu du segment  $[AB]$ .  $AIKJ$  est un carré. Prouver que les triangles  $KIB$  et  $KJD$  sont des triangles rectangles isocèles et que le point  $K$  est le milieu du segment  $[BD]$ .



Sur le segment  $[BD]$ , je place des points  $M$  et  $N$  tels que  $DM = BN$ . La droite perpendiculaire à la droite  $(BD)$  passant par le point  $M$  coupe la droite  $(CD)$  au point  $R$ . La droite perpendiculaire à la droite  $(BD)$  passant par le point  $N$  coupe la droite  $(BC)$  au point  $S$ .

Prouver que le quadrilatère  $MNSR$  est un rectangle. Où placer les points  $M$  et  $N$  pour que le quadrilatère  $MNSR$  soit un carré ?

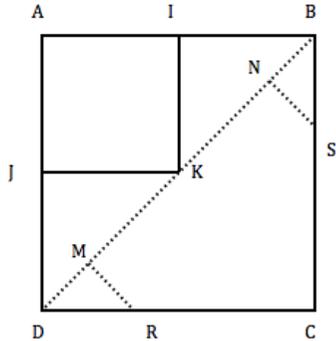
## Quelques éléments de correction

Le contenu de cette activité a été proposé en deuxième session aux étudiants de M1 de l'IUFM de Lorraine, l'énoncé proposé est joint en fin d'article.

En prouvant que les triangles DJK et BIK sont rectangles isocèles, je pourrai déduire que les points D, K et B sont alignés. Pour prouver que K est le milieu du segment [BD], je pourrai utiliser le fait que les droites (IK) et (AD) sont parallèles et que le point I est le milieu du segment [AB].

Je pourrai prouver que les triangles DMR et BNS sont des triangles rectangles et isocèles, je pourrai prouver que le quadrilatère MNRS est un parallélogramme qui a un angle droit.

Pour que le quadrilatère MNSR soit un carré, il me faudra avoir  $MR = MN$ , c'est à dire  $MD = MN = NB$ . Pour que le quadrilatère MNRS soit un carré, je place sur le segment [BC] les points M et N tels que  $DM = MN = NB$ .



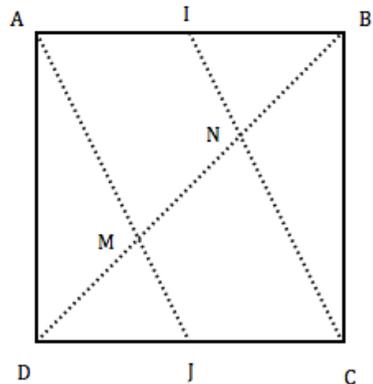
## Activité 2

Des tracés pour obtenir les points M et N tels que  $DM = MN = DB$ .

ABCD est un carré. I est le milieu du segment [AB], J est le milieu du segment [CD].

Prouver que le quadrilatère AICJ est un parallélogramme.

Prouver  $MN = NB$  puis  $DM = MN$ .



## Quelques éléments de correction

Cette partie n'a pas été proposée aux étudiants. Elle utilise cependant une configuration étudiée en formation.

Je pourrai prouver que le quadrilatère non croisé AICJ a deux côtés opposés parallèles et de même longueur.

En utilisant un théorème des milieux (ou le théorème de Thalès) dans les triangles AMB et NDC, je pourrai prouver  $MN = NB$  puis  $DM = MN$ .

### Activité 3

Reproduire l'œuvre de Theo van Doesbourg dans un carré de 16 cm de côté.

*Cette partie n'a pas été proposée aux étudiants. La reproduction de l'œuvre dans un carré de 16 cm pourrait être le thème principal de l'activité. De jeunes élèves pourraient à partir de mesures utiliser la proportionnalité, des élèves plus âgés pourraient être amenés à se poser la question des tracés des carrés formant l'œuvre.*

### Remarques

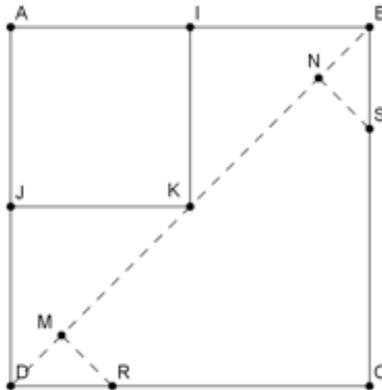
La recherche du positionnement des points M et N peut être menée en utilisant un logiciel de géométrie dynamique. L'énoncé étant écrit d'abord pour être intégré en partie à un partiel pour des étudiants, cet aspect n'est pas abordé.

La reproduction de l'œuvre pourrait être proposée comme travail à la maison complétant ce qui a été fait précédemment. Le dessin pourrait être réalisé sur papier ou en utilisant un logiciel de géométrie.

## Annexe

### MASTER MEF-EEE 2011-2012 M1- Semestre 8 CONTROLE DES CONNAISSANCES – 2<sup>ème</sup> session : EXAMEN TERMINAL ECRIT

#### Exercice 2



ABCD est un carré ; le point I est le milieu du segment [AB] ; le point J est sur le segment [AD] ; AIKJ est un carré.

- 1)
  - a) Prouver que les triangles KIB et KJD sont des triangles rectangles isocèles.
  - b) Prouver que les points D, K et B sont alignés.
  - c) Prouver que le point K est le milieu du segment [BD].
- 2) On place les points M sur le segment [DK], et N sur le segment [BK] tels que  $DM = BN$ . La droite perpendiculaire à la droite (BD) passant par le point M coupe la droite (CD) au point R. La droite perpendiculaire à la droite (BD) passant par le point N coupe la droite (BC) au point S.
  - a) Déterminer les angles des triangles DMR et BNS. Comparer MR et NS. En déduire que le quadrilatère MNSR est un rectangle.
  - b) Où placer les points M et N pour que le quadrilatère MNSR soit un carré ? Justifier.

**Quelques remarques issues de l'échantillon restreint de copies d'étudiants (peu d'entre eux ont composé en mathématiques lors de la deuxième session)**

Auriez-vous accepté pour la question 1 b) la mise en avant d'une propriété que je vais résumer en « dans un carré, les médiatrices des côtés et les diagonales se coupent en un même point » ? L'étudiant voit une propriété sur la figure et l'utilise. Il se trouve que la propriété est vraie... L'utilisation de ce qui est vu est également présent lors de l'utilisation d'éléments de symétrie d'une figure : « De plus les angles  $\widehat{NBS}$  et  $\widehat{BSN}$  grâce à la symétrie axiale (par la droite (AC)) sont donc de même valeur que les angles  $\widehat{MDR}$  et  $\widehat{MRD}$  ».

Les étudiants ont beaucoup de mal à quitter la géométrie perceptive et entrer dans la géométrie déductive : « Les points D, K et B sont alignés car ils sont tous sur la diagonale du carré ABCD à savoir (BD) », « B et D sont des points du carré ABCD. Ils forment une diagonale du carré. De plus cette droite passe par le point K. Les points D, K et B sont donc alignés ». Remarquons qu'ils n'utilisent pas la géométrie instrumentée : pas de réponse comme « J'ai mesuré et je peux dire que les longueurs sont égales »...

## Vous aussi... écrivez dans le Petit Vert !

Voici un petit guide pour vous aider à relater vos activités, vos expérimentations, etc. afin qu'elles soient comprises par ceux qui vous liront et que ceux-ci puissent les faire évoluer au service de leur enseignement.

SUJET ou TITRE NIVEAU ou CLASSE	Indications concernant l'auteur de la fiche
------------------------------------	--

### A L'ORIGINE...

La situation, le contexte / le climat de la classe qui m'a encouragé / un échec ou une prise de conscience qui m'a déterminé à changer / une lecture qui m'a donné une idée / un travail d'équipe ou une rencontre qui m'a stimulé... : un bout de l'histoire qui m'a amené à proposer **cela** à mes élèves...

Maximum ½ page dactylographiée (ce n'est pas une autobiographie)

### OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES

Indiquer aussi précisément que possible (sans vocabulaire ronflant) ce que j'ai tête, les buts que je poursuis, ainsi que les objectifs-élèves visés.

### DESCRIPTION DE L'ACTIVITÉ (méthodologie et contenus)

- Décrire soit une séance de travail, soit une série de séances.
- Se centrer sur CE QUE LES ÉLÈVES FONT CONCRÈTEMENT, et non sur ce que je dis, ce que j'écris...
- Indiquer très clairement l'effectif, les conditions matérielles, la structure proposée (travaux de groupes, travail en salle informatique...) et la disposition de la classe.

### MATÉRIELS ET DOCUMENTS UTILISÉS

Donner des indications très précises des documents utilisés par les élèves (mettre les fiches en annexe), et des documents dont je me suis servi ou inspiré (livres, articles de revue, logiciels, etc.).

### ÉVALUATION

Comment ça a marché ? Pourquoi l'échec ?

Quels critères de réussite ? Le point de vue des élèves.

La fiche peut aussi décrire quelque chose qui a raté... mais que je trouve utile de relater, justement parce que j'y croyais !

**NOTES PERSONNELLES**

Une fois le travail fait et relaté, je peux prendre de la distance :

- faire apparaître des contradictions,
- montrer comment ça m'a fait évoluer,
- dire pourquoi je ne suis pas près de recommencer,
- affirmer bien haut que je suis ravi et qu'en conséquence je ferai ça tous les ans jusqu'à ma retraite !!!
- 

Bref, **RELATER UN ESSAI QUI A ÉTÉ RÉALISÉ** (et le décrire dans tous ses aspects) ... au lieu de décrire un "tour de main" pédagogique.

Tout cela en 3 pages environ

Les rubriques sont souples, les titres peuvent changer...

Rester concret, ça gagne de la place

Envoyer le tout à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr)

**Urgent.** Pour le prochain Petit Vert (n° 112, de décembre), le Comité de rédaction lance un appel : envoyez très rapidement des propositions d'activités en classe, afin que cette rubrique continue à vivre.

**Merci**



**PUZZLES**

Dans le numéro précédent, nous vous proposons douze pièces à assembler pour former un rectangle. Voici la solution (on remarquera que l'on a utilisé ici les 12 pièces du Pentamino) :

1	9	7	3	+	1	3	=	1	9	8	6
1	9	8	6	+	1	3	=	1	9	9	9
1	9	9	9	+	1	3	=	2	0	1	2
B	E	L	L	E	S	U	I	T	E		
A	R	I	T	H	M	E	T	I	Q	U	E

**VU SUR LA TOILE****TeX et NeT**

Après avoir suivi, sur la liste de diffusion « mathlyc », les longs échanges sur les bienfaits et les inconvénients du langage de description LaTeX, je me suis dit qu'il pouvait être utile de proposer des sites et des sources mettant en valeur les possibilités de ce langage. Le but n'est pas ici de donner une initiation à LaTeX, difficile à faire en quelques lignes, quelques sites ... et à distance (!), mais plutôt l'envie d'essayer à ceux qui ne connaissent pas et d'élargir aux habitués.

L'application « Pyromaths » (<http://www.pyromaths.org/>) permet de construire des fiches d'exercices systématiques et aléatoires (avec leur correction !). Les fichiers sont produits aux formats « pdf » et « tex » pour les besoins de modification. Exomatik reprend ce principe, mais sur des exercices bien déterminés : <http://www.exomatik.net/Serveur/HomePage?Id=26&Cut=2>. On pourra aussi se pencher sur Texomaker : <http://texomaker.les-domlols.com/index.php/presentation>.

Concernant la saisie de cours, on ne manquera pas de jeter un œil sur l'environnement « blogo » qui permet de créer des cadres attractifs : [http://melusine.eu.org/syracuse/wiki/doku.php/mc/blogo#environnement\\_blogo](http://melusine.eu.org/syracuse/wiki/doku.php/mc/blogo#environnement_blogo). Toujours dans un souci de netteté, on appréciera de créer ses diaporamas avec « beamer », à (re)découvrir sans plus attendre, ici : <http://mcclnews.free.fr/latex/introbeamer.php>.

Déjà mentionné, ci-dessus, le site « Syracuse » présente quelques extensions de dessins dans l'espace assez épatantes : <http://melusine.eu.org/syracuse/pstricks/>. Comme c'est souvent le cas, le code est prêt à être copié puis collé. Pour les figures, on pourra préférer « tikz » : <http://math.et.info.free.fr/TikZ/autresExemples.html>.

« Le blog de Fabrice Arnaud » présente également quelques ressources assez intéressantes concernant l'usage de « pst-eucl », extension très mathématique : <http://pi314159.wordpress.com/introduction-a-latex/>.

Un document pour débiter avec pstricks est disponible à l'adresse suivante : [http://xskoh.free.fr/documents/LaTeX/PSTricks/GIROU%20\(Pr%3F%3Fsentation%20de%20PSTricks\)/denis%20girou.pdf](http://xskoh.free.fr/documents/LaTeX/PSTricks/GIROU%20(Pr%3F%3Fsentation%20de%20PSTricks)/denis%20girou.pdf).

Enfin, pour ceux qui cherchent une interface simple et utile pour éditer LaTeX, je ne peux que recommander la combinaison « TeXmaker » et « Pstplus » : [http://www.xmlmath.net/texmaker/index\\_fr.html](http://www.xmlmath.net/texmaker/index_fr.html). Vous apprécierez sûrement « LaTeX pour le prof de maths » et sa présentation propre à répondre aux besoins des migrants du traitement de textes : [http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/Brochure\\_Latex.pdf](http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/Brochure_Latex.pdf).

[gilles.waehren@wanadoo.fr](mailto:gilles.waehren@wanadoo.fr)

## Solution du problème n°110

**Rappel de l'énoncé** : Une sultane avait l'habitude de partager ses servantes en deux groupes - l'un qui la suivait par rangs de cinq, l'autre par rangs de sept - chaque groupe en formation rectangulaire.

De plus, ces deux groupes devaient être chaque jour constitués d'un nombre différent de servantes, et ce pendant neuf jours consécutifs.

Quel est le plus petit nombre de servantes que la sultane pouvait avoir ?

Merci à Jacques Choné et à Jean-Marie Didry pour leur participation active !

On cherche le plus petit nombre entier naturel  $n$  tel que l'équation sur  $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$

$$5x + 7y = n \quad (1) \text{ ait (au moins) 9 solutions.}$$

On « Bachet-Bezoute » :  $5 \times (-4) + 3 \times 7 = 1$ , donc l'équation (1) est équivalente à  $7(y - 3n) = -5(x + 4n)$ , et d'après le théorème de Gauss, on a :

$$x = 7k - 4n, \quad y = 3n - 5k \quad \text{où } k \text{ est un nombre entier vérifiant :}$$

$$7k - 4n \geq 1, \quad 3n - 5k \geq 1,$$

$$\text{c'est-à-dire } \frac{4n+1}{7} \leq k \leq \frac{3n-1}{5}.$$

Pour qu'il y ait au moins 9 valeurs de  $k$  convenables il faut que

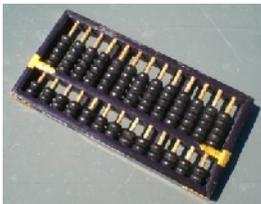
$$\frac{3n-1}{5} - \frac{4n+1}{7} \geq 8, \text{ c'est-à-dire que } n \geq 292.$$

On vérifie que l'équation sur  $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$   $5x + 7y = 292$  (1) a bien 9 solutions :

$$(1, 41), (8, 36), (15, 31), (22, 26), (29, 21), (36, 16), (43, 11), (50, 6), (57, 1)$$



## Appel à bouliers



Lors des Journées nationales, Arnaud Gazagnes animera à Metz un atelier sur l'usage du boulier chinois. Si vous possédez un tel boulier, pourriez-vous le prêter pour que le maximum des participants à cet atelier puisse manipuler ce jour-là (lundi 29/10 à 16h30).

Attention : si possible un boulier chinois (5+2 boules par tige) et pas un boulier japonais (4+1 boules) ni

un boulier « russe » (sans barre de séparation).

**Modalités pratiques :**

- Contacter dès maintenant François pour l'informer que vous allez prêter un boulier chinois ([francois.drouin2@wanadoo.fr](mailto:francois.drouin2@wanadoo.fr)).

- Apporter ce boulier à l'accueil des Journées avant lundi 29 à midi. Ce boulier devra être muni d'une étiquette avec vos coordonnées (adresse courriel, numéro de portable...).

- Le récupérer à l'accueil une fois les ateliers terminés.

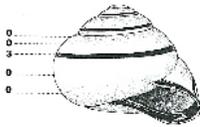
## Problème du trimestre n°111

proposé par Loïc Terrier



Pour celles et ceux qui ne le connaîtraient pas, « La Hulotte » est un journal qui paraît environ tous les six mois et qui raconte la vie des animaux sauvages, des arbres et des fleurs d'Europe (voir [www.lahulotte.fr](http://www.lahulotte.fr)). Le dernier numéro (n° 97) est consacré à ces petits escargots jaunes à rayures que tout le monde connaît bien... ou croit connaître ! Avez-vous déjà observé de près leurs rayures ? Si oui, vous aurez remarqué qu'il en existe de nombreuses combinaisons.

Ci-contre, un type assez répandu. On considère la seule spire du bas : il y a 5 emplacements possibles pour les rayures, et ici chaque emplacement est occupé. Dans « La Hulotte », cette coquille est codée 12345.



A gauche, les rayures 1, 2, 4 et 5 sont absentes : on le code 00300.

Vous avez compris le principe : si une rayure est absente, on note 0 à la place de son numéro. Une coquille sans rayure sera notée 00000.

Dernière subtilité : deux rayures (ou plus) peuvent fusionner pour n'en former plus qu'une ! A droite, les rayures 4 et 5 ont fusionné : on la note 003(45).



Alors bien sûr, la question qui se pose est : combien de coquilles différentes (au sens du codage) existe-t-il ?

Généralisation : si les escargots disposaient de  $n$  emplacements pour les rayures, combien cela offrirait-il de possibilités ?

*Un grand merci à la Hulotte pour les images : © Pierre Déom*

Envoyez votre solution (nous espérons en recevoir une grande quantité), **ainsi que toute proposition de nouveau problème**, à [Loïc Terrier](mailto:Loic.Terrier) (de préférence par courriel, sinon 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE).

## SOLUTION DÉFI COLLEGE n°110

### Un berger qui ne compte pas ses moutons.

Rappel de l'énoncé : Le jeune Alionel veut devenir berger. Il va trouver monsieur Atanase et lui demande aimablement de le prendre en stage. Ce dernier lui montre un enclos où paissent paisiblement des moutons et lui dit : « Dans cet enclos, il y a moins de 1 000 bêtes. Si tu permutes le chiffre des dizaines de ce nombre et le chiffre des unités, il y aura 9 têtes de trop ; mais si tu triples le nombre des dizaines, le cheptel augmente de 400 bêtes. Trouve le nombre de moutons qu'il y a dans l'enclos et je t'accepte comme second ». Aide l'apprenti berger à se faire embaucher par le pâtre.

Le nombre de moutons est inférieur à 1 000 donc on peut écrire ce nombre  $a \times 100 + b \times 10 + c$

d'où  $a \times 100 + b \times 10 + c + 9 = a \times 100 + c \times 10 + b$ , par suite on a  $9b - 9c = -9$  soit  $b - c = -1$ .

D'autre part,  $a \times 100 + b \times 10 + c + 400 = 3 \times (a \times 10 + b) \times 10 + c$  d'où  $10a + b = 20$ .

$a \geq 0$  et  $b \geq 0$ , il n'y a que 2 possibilités pour le chiffre  $a$  :  $a = 1$  et  $a = 2$ .

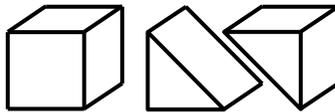
– si  $a = 1$ , alors  $b = 10$  ce qui est impossible puisque  $b$  est un chiffre.

– si  $a = 2$ , alors  $b = 0$  et comme  $b - c = -1$ , on a  $c = 1$ .

Le jeune Alionel peut donner la solution au pâtre Atanase : il y a **201** moutons dans l'enclos.

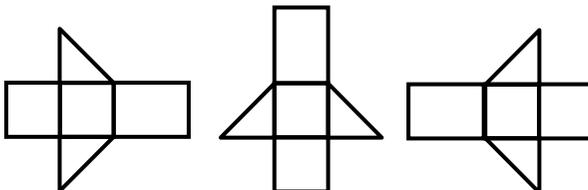
## DÉFI COLLEGE n°111

Lors du récent rallye troisième-seconde, nous avons su que le commissaire Albert Girard avait scié un cube pour obtenir deux prismes à bases triangulaires.



Trouve le plus possible de patrons d'un de ces demi-cubes et dessine les.

Attention, les trois dessins ci-dessous sont les dessins d'un même patron de prisme, ils ne comptent donc que pour un seul !



## SOLUTION DÉFI LYCEE n°110

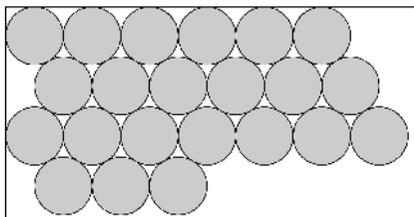
On dispose d'une boîte à fond carré de 178,75 mm de côté.

On veut y disposer des pièces de 1 centime (dont le diamètre est 16,25 mm), en les posant à plat sur le fond, les unes à côté des autres sans qu'elles se chevauchent.

Il est évident qu'on peut facilement disposer ainsi 121 pièces.

Mais peut-on faire mieux ?

Il était évident que la disposition proposée dans l'énoncé (voir PV n° 110) n'était pas optimale. On peut bien sûr faire mieux en disposant les pièces « en quinconce », comme ceci :

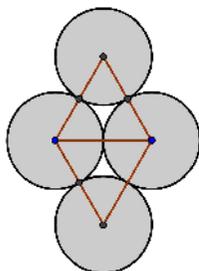


Il est facile de calculer que l'on peut alors placer 6 rangées de 11 pièces (occupant la largeur totale de la boîte, 178,75 mm) alternant avec 6 rangées de 10 pièces, soit au total 126 pièces.

C'est 5 pièces de mieux que ce qui était proposé. Mais il reste un « vide » en bas, que l'on ne peut utiliser.

L'idée la meilleure est la suivante : après la 3<sup>e</sup> rangée (de 11 pièces) , on met à nouveau une rangée de 11 pièces, puis une de 10, etc.

On aura ainsi 4 fois le suite de rangées 11-10-11, soit 128 pièces en tout.



Reste à calculer quelle est la hauteur des 12 rangées. Si  $r$  est le rayon de la pièce, le triangle équilatéral a pour hauteur  $r\sqrt{3}$ . La hauteur totale des trois premières rangées est donc  $r + 2 \times r\sqrt{3} + r = 2r(1 + \sqrt{3})$ .

Pour les 12 rangées, on a donc  $8r(1 + \sqrt{3})$ , soit - puisque le diamètre d'une pièce est 16,25 mm - environ 177,58 mm ; il ne reste que 1,17 mm de « vide » en dessous de la dernière rangée.

On n'a pas trouvé mieux...

Chaque trimestre le Petit Vert vous propose un « DÉFI » destiné à vos élèves de collèges et/ou de lycée. Envoyez toute solution originale de vos élèves, ainsi que toute nouvelle proposition de défi, à Michel RUIBA, 31 rue Auguste Prost, 57000-METZ, [michel.ruiba@ecopains.net](mailto:michel.ruiba@ecopains.net).