LE PETIT VERT

ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 7	SEPT. 1986	Abonnement 4 n^{os} par an : 20 F

SOMMAIRE

NOTE DE LA RÉDACTION

Les fichiers informatiques datant des années 1980 n'étant pas récupérables, ce numéro du Petit Vert a été « reconstitué », mais avec de légères modifications de la mise en page. Certaines ont été tout simplement « scannérisées ». Merci de votre compréhension.

B.E.P.C.

Suite aux réactions - parfois virulentes - provoquées par l'épreuve de mathématiques au BEPC, et interpellant l'APMEP., le Comité du 21 juin a rajouté ce point à son ordre du jour et a décidé la constitution d'un groupe de travail qui s'est réuni à Charmes le 28 juin.

Nous avons adressé, sous forme d'un "MEMORANDUM", à Monsieur le Recteur, à Madame l'Inspectrice Pédagogique Régionale et à la Commission Nationale 1er cycle, les conclusions de nos travaux et discussions.

Voici le début d'une des lettres que nous avons reçues, et qui reflète l'opinion d'une partie des professeurs avec qui nous avons pu discuter :

Activités *numériques* : où sont les nombres ???
- pas un seul exercice de pure technique calculatoire (fractions, racines)
- pas de développements, factorisations, identités remarquables
- aucune équation à résoudre par le calcul
- aucune inéquation à résoudre par le calcul

Bref, aucune question habituellement posée en calcul algébrique en 3ème. Ce fameux calcul algébrique occupe cependant la moitié des livres et nous a pris au moins la moitié de l'année. C'est sans doute contestable et excessif, mais il aurait fallu nous alerter en temps utile et nous donner l'esprit dans lequel il fallait travailler en 3ème cette année (les nouveaux programmes sont à peine connus et n'entreront en vigueur qu'en 1989 ; et d'ailleurs ce sujet n'est pas dans l'esprit du futur programme : il est à la fois inhabituel et vieillot).

M.-O. I.

On trouvera ci-après :
- le texte de l'épreuve (à traiter en 2 heures) ;
- le texte du MEMORANDUM que nous avons envoyé ;
- un extrait de la lettre envoyée par l'IREM (écrite par M. le Professeur MORLET) au Recteur et à l'I.P.R.

Pour le Comité de la Régionale
et le groupe de travail du 28/6,
Jacques Verdier.

SUJET DU B.E.P.C.1986

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

On considère la fonction f dont la représentation graphique sur l'intervalle [-5,+5] est donnée sur la feuille ci-dessous.

1) Par simple lecture graphique :

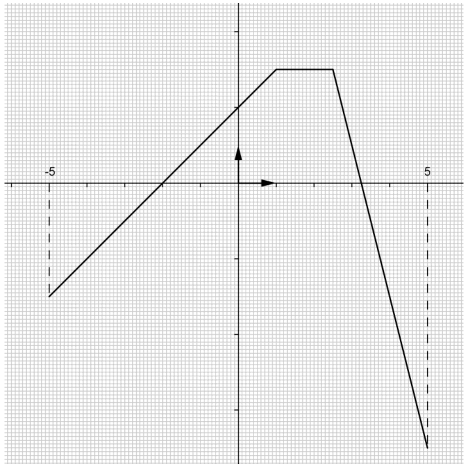
a) déterminer f(-1), f(l), f(,√2), f(3).

b) déterminer les valeurs de x pour lesquelles f(x) = 1

c) déterminer l'ensemble des réels x tels que f(x) ≥ 1

2) Sur la même figure tracer la droite d'équation y = x. Résoudre graphiquement l'équation f(x) = x

3) Donnez l'expression de f(x) sur chacun des intervalles [-5,1], [1,5/2] et [5/2,5].



ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

On se propose de construire un triangle ABC connaissant la mesure de l'angle BAC, la longueur ou segment [AB] et la longueur du segment [BC].

On donne AB = 10 cm, BAC = 45°.

1) Tracer la figure dans les trois cas suivants :

a) BC = 6 cm

b) BC = 7,5 cm

c) BC = 12 cm

Faire trois figures séparées.

Expliquer brièvement la construction et dans chacun des cas dire le nombre de triangles qui répondent à la question.

2) Dans cette question on se place dans le cas où BC = 12 cm. On appelle H la projection orthogonale de B sur la droite (AC). Calculer : la distance BH, le sinus de l'angle ACB, puis une mesure approchée à un degré près de l'angle ACB. (On pourra utiliser soit une calculatrice, soit une table de valeurs numériques).

PROBLÈME

On donne 3 points B, H, C alignés dans cet ordre tels que BC = 13 et BH = 4 (l'unité de longueur étant le cm). Sur la perpendiculaire en H à la droite (BC) on place un point A tel que AH = 6.

1) Calculer AB, AC et déterminer la nature du triangle ABC.

2) Soit B' le point tel que ***HB'*** = ¾ ***HB*** et C' le point tel que ***HC'*** = ¾ ***HC***.(*)
La parallèle D à (BA) menée par B' coupe (AH) en A'.
Déterminer le quotient HA'/HA et en déduite que la droite (A'C') est parallèle à la droite (AC).

3) Le plan est rapporté au repère orthonormé (H, ***i***, ***j***) tel que ***HC***= 9***i*** et ***HA*** = 6***j***.
Donner les coordonnés des points A, B, C, B', C' dans le repère (H, ***i***, ***j***).
Écrire une équation de la droite D et une équation de la droite (C'A')

4) Résoudre le système

$$\begin{cases} 3x - 2y + 9 = 0 \\ 4x + 6y - 27 = 0 \end{cases}$$

Pouvait-on prévoir le résultat ?

5) On mène par H la perpendiculaire à (AC) qui coupe (AC) en E et la perpendiculaire à (AB) qui coupe (AB) en F.
Quelle est la nature du quadrilatère AFHE ?
En déduire la distance EF.

(*) Les vecteurs ont été indiqués ici en caractères ***gras italiques*** ; ils étaient surmontés d'une flèche dans l'énoncé original.

Suite du dossier « B.E.P.C. » page suivante

MEMORANDUM A.P.M.E.P.

1. REMARQUES D'ENSEMBLE SUR LE SUJET PROPOSÉ

- Le sujet nous semble conforme à l'esprit et au contenu du programme des collèges (sauf la 3$^{\text{ème}}$ question Act. Num. ; cf. §4 en ce qui concerne les Lycées Professionnels).

- Nous trouvons très positif le fait qu'il y ait un exercice de lecture graphique et un exercice de construction géométrique ; nous sommes également satisfaits de la disparition des "traditionnelles" questions de factorisation-développement de polynômes.

- Nous notons toutefois un certain déséquilibre entre les exercices proposés :

  * il était demandé 5 fois de trouver une équation de droite ;
  * aucune question ne permettait de tester si les mécanismes opératoires de base étaient acquis.

- Le sujet, dans son ensemble, était trop long pour pouvoir être traité correctement en 2 heures (nous entendons par là : sujet terminé, correctement rédigé, copie et figures soignées).

Cet examen montre bien le hiatus important entre le niveau réel des élèves et les exigences du programme de mathématiques.
Ce sujet avait ceci de bon qu'il aurait dû permettre d'apprécier les qualités de "bon sens", de "jugement" des élèves ; la distorsion importante entre les ambitions affichées des programmes et les capacités des élèves les plus faibles pousse bon nombre de professeurs à préférer le "dressage" à une authentique formation : la volonté de faire acquérir à tout prix les mécanismes de base tourne alors au conditionnement, et l'élève applique (parfois très bien) des algorithmes qu'il ne maîtrise pas du tout.

Ce sujet pose le problème de l'information et de la formation des enseignants de collège ; pour ce qui est de l'information, ce n'est pas de notre ressort mais il semble qu'elle n'ait pas été faite partout de la même façon ; pour ce qui est de la formation, l'A.P.M.E.P., qui a fait des propositions concrètes pour un renouvellement de l'enseignement des mathématiques au collège, pourrait y être associée plus étroitement.

2. LE SUJET ÉTAIT DÉROUTANT POUR LES ÉLÉVES

<u>2.1 Activités numériques</u> (en réalité graphiques)

- Outre le fait que ce type d'activités soit - hélas - peu pratiqué en classe, ce qui a dérouté les élèves dès l'abord du sujet, la première phrase était d'un niveau de lecture trop élevé : beaucoup d'élèves n'ont pas compris de quoi on leur parlait (d'autant que le mot "fonction", qui ne figure pas explicitement au programme, n'est pas utilisé par tous les enseignants).

- Les fonctions affines par intervalles (troisième question) ne sont pas du programme de 3$^{\text{ème}}$, même si la plupart des professeurs les traitent : on ne peut donc l'exiger d'un candidat au B.E.P.C. ; là encore, on ne sait pas très bien ce qui est demandé : s'agissait -il d'une simple lecture graphique de l'équation (ce qui était impossible pour le troisième intervalle) ou fallait-il démontrer par le calcul le résultat ?

<u>2.2 Activités géométriques</u>

- On demandait aux candidats de « Tracer la figure dans les trois cas suivants (...) Faire trois figures séparées » Il n'y avait donc aucune ambiguïté possible : il y avait une figure par cas.

Or la première construction était impossible (aucun triangle ne répondait à la question), tandis que la seconde amenait à deux triangles différents.

Une telle formulation ne pouvait qu'être de nature à perturber encore plus les candidats : il aurait fallu, ici, inverser l'ordre des questions a, b et c, et formuler la question autrement.

<u>2.3 Problème</u>

- Un bon nombre d'élèves ont commencé leur figure en haut de la page : le point A demandé se trouvait donc "en bas" et le repère proposé à la troisième question était alors "à l'envers" par rapport à la norme habituelle : situation déroutante encore.

- Certains manuels et certains professeurs n'utilisent pas du tout la notation avec "mesures algébriques", dont on peut fort bien se passer : devait-elle figurer dans un sujet commun à tous ?

- Proposition inhabituelle encore au début de la troisième question : pourquoi $\boldsymbol{HC} = 9\boldsymbol{i}$ et non pas $\boldsymbol{i} = 1/9.\boldsymbol{HC}$? (c'est ***HC*** qui est antérieurement connu, et ***i*** qui s'exprime en fonction de ***HC***).

- A la question « Pouvait-on prévoir ce résultat ? », nous répondons NON si l'élève a répondu 6,75 au lieu de 27/4 (ce qui est parfaitement exact), ou s'il a donné ses équations sous la forme y = ax + b à la question précédente.

<u>2.4 Conséquences</u>

Le fait que ce sujet ait été si déroutant n'a pas permis une évaluation correcte des savoir-faire : d'un élève qui a "raté" les deux premiers exercices, on ne peut rien dire : il a peut-être bien maîtrisé les savoir-faire correspondants.

<u>2.5 Quelques remarques sur la présentation matérielle des sujets</u>

- Écrire "*Tournez la page*" en bas de la page 1 : des élèves ne se sont même pas aperçu qu'il y avait encore un problème au verso.

- Indiquer le barème global sur l'énoncé (25 pt. par exercice).

- Distribuer aux candidats une feuille quadrillée supplémentaire pour y tracer leur figure (qu'ils puissent l'avoir sous les yeux quand ils répondent aux questions).

3. LES PROBLÈMES DE LA NOTATION

- Nous avons remarqué d'énormes disparités de notation entre les correcteurs (ce qui n'est pas un problème nouveau). Exemples :
* certains ont refusé 6,75 au lieu de 27/4 ;
* certains ont refusé $\sqrt{50}$ ou 7,07 au lieu de $5\sqrt{2}$;
* certains n'ont compté aucun point aux élèves qui avaient correctement déduit les équations de droites à partir de points dont les coordonnées étaient fausses.
* etc.

Cela est dû à ce que les objectifs ne sont pas du tout précisés de manière claire : qu'évalue-t-on alors ?

- Il y avait un très grand déséquilibre entre la note attribuée à chaque exercice et la "quantité de travail" à fournir pour cet exercice. Il faudrait éviter d'être enfermé dans le "carcan" proposé par le B.O. : 25 + 25 + 25 + 5.

- Nous souhaitons que, comme pour le Baccalauréat, se réunisse une commission d'harmonisation des barèmes et des corrections, dont les travaux se baseraient sur l'examen d'un échantillon de copies de toute l'académie (ou du département).

4. LE PROBLÈME SPÉCIFIQUE DES LYCÉES PROFESSIONNELS

- Le B.E.P.C. est un examen qui ne correspond pas du tout à l'enseignement donné dans les Lycées Professionnels (par exemple : les élèves des sections tertiaires ne font absolument pas de géométrie).
Est-il judicieux de faire passer à ces élèves un examen correspondant à ce qui est enseigné dans les collèges ?

- Dans le cas où la réponse serait oui, les I.E.T. ont-ils été associés à la préparation des sujets au même titre que les I.P.R. ?

5. NOS PROPOSITIONS POUR L'AVENIR

- Comme nous l'avons dit au début, nous sommes tout à fait favorables à l'évolution que nous avons pu noter dans le contenu du sujet.

- Nous avons un proposition à faire pour éviter l'énorme distorsion entre ce qu'enseignent les professeurs et ce qui est demandé ensuite à l'examen :
Assez tôt dans l'année (avant Noël), une dizaine de sujets seraient proposés, mis au point et testés par la commission ad hoc.
Deux de ces sujets, tirés au sort, seraient mis sous scellés et réservés à l'examen ; les huit autres seraient diffusés dans tous les établissements, afin que professeurs et élèves sachent ce qui peut leur être demandé. (Notre proposition n'est pas utopique : c'est ce qui a été fait cette année pour l'examen d'entrée à l'École

Extraits des observations de Monsieur le professeur Claude MORLET

(…) Ce sujet fait apparaître le fossé qui existe entre le discours officiel sur les lycées et collèges et la situation réelle des classes. S'il est apparu comme difficile c'est qu'il commence par quelques questions de bon sens : lecture de graphique, réalisation d'une figure géométrique simple. Alors que pressés par des objectifs totalement hors de portée des élèves, les professeurs en sont venus à réduire leur enseignement à quelques stéréotypes que les élèves n'arrivent à appliquer qu'après un long et fastidieux entraînement. Et malheureusement la lecture d'un graphique ne fait pas partie de cet entraînement. Il est d'ailleurs probable que certaines parties de I ou de II auraient eu plus de succès auprès de certains élèves de 5ème ; c'est que l'enseignement donné est bien souvent sclérosant.

Les ambitions sont telles que l'élève ne pratique plus jamais les mathématiques ; il passe son temps à apprendre par cœur certaines règles de calcul, agrémentées de bon nombre d'interdits dont il ne comprend pas la signification ; ce faisant il perd l'habitude d'observer, de construire, de chercher en lui-même la solution, et devient incapable d'observer un graphique, ou de se rendre compte qu'une construction géométrique est impossible, et de dire pourquoi.

Il y a bien longtemps que les professeurs de seconde ont constaté cette réalité. Mais, pressés par un programme encore plus indécent, ils sont condamnés à continuer le gavage.

Dans ces conditions, la question essentielle est : « Fallait-il proposer un tel sujet ? ». Et j'ajouterai son corollaire : « Faut-il proposer un sujet analogue l'année prochaine ? ». A l'évidence oui ; et ceci, malgré les protestations.

(…) Il est donc —à l'évidence— souhaitable que l'esprit novateur qui a prévalu cette année (surtout dans les exercices I et II) se retrouve dans les sujets des prochaines années ; et il faut prendre le risque d'être obligé d'adapter le barème. Toutefois :
- il faudrait que ces sujets soient très courts ;
- on pourrait éviter de mettre les questions les plus novatrices au début de l'épreuve ;l
- une information écrite des professeurs devrait être faite, sous la forme, par exemple, de la mise à la leur disposition (en cours d'année 86-87) de "sujets blancs", dans lesquels la volonté novatrice des responsables du choix des sujets apparaîtrait clairement.

Fin du dossier sur le B.E.P.C.

Si OUI, cochez

Accepteriez - vous d'aider à l'organisation matérielle entre aujourd'hui et le 25 octobre ? ☐

Indiquez vos demi-journées de préférence ☐

Accepteriez-vous d'aider à l'organisation matérielle aux dates suivantes :

préparation matérielle (les trois derniers jours des vacances)
- lundi 3 novembre ☐
- mardi 4 novembre ☐
- merc. 5 novembre ☐

(jour de classe) > jeudi 6 novembre ☐

(jour de classe) > vend. 7 novembre ☐

pendant les journées (accueil, permanences, etc...)
- sam. 8 novembre ☐
- dim. 9 novembre ☐
- lun. 10 novembre ☐

rangements (jour férié) > mardi 11 novembre ☐

....

Votre nom :

Votre adresse personnelle :

Votre téléphone (indispensable) :

Votre établissement d'exercice :

Retournez cette fiche au plus tôt à Jacques VERDIER, 22 rue V. Hugo, 54130 SAINT MAX (tél. 83.21.48.96).

Journées nationales 1986

Le dossier de présentation des Journées est paru dans le B.G.V. n° 10 de juin ; il a été envoyé dans tous les établissements de l'Académie. Les ateliers seront présentés dans le B.G.V. n° 11, qui devrait paraître ces jours-ci.

Pour l'organisation matérielle des Journées, nous aurons besoin d'un grand nombre de bonnes volontés (il y aura du travail pour tous les goûts : saisir sur ordinateur les inscriptions, remplir et coller des enveloppes, préparer le fléchage des salles, constituer les dossiers, prévoir l'apéritif et le servir le 8/11, s'occuper des navettes de bus, accueillir les congressistes, etc.).

Nous faisons appel à vous par le bulletin ci-contre. Au cas où vous n'auriez pas pu participer à l'A.G. du 24/09, merci de nous retourner votre réponse le plus tôt possible.

Autorisation d'absence pour les 8 et 10 novembre :

Extraits de la note de service adressée par Monsieur le Recteur à tous les chefs d'établissement de l'Académie, en date du 03/09/86.

> (…) Par autorisation exceptionnelle, les professeurs de mathématiques qui s'inscriront à ces Journées (l'accusé de réception retourné par l'A.P.M.E.P. faisant foi) bénéficieront d'une autorisation d'absence pour les samedi 8 et lundi 10novembre 1986.
> Ce bénéfice sera automatique et ne nécessitera pas de démarche auprès de mes services.
> Je souhaite cependant que dans les classes d'examen, les professeurs concernés prennent leurs dispositions pour remplacer les heures de cours qu'ils auraient assuré pendant ces deux journées.

Si vous avez des problèmes avec votre chef d'établissement à ce sujet, rappelez-lui ce texte. Si le problème ne se résout pas, faites-le nous savoir ; au besoin, nous pourrons envoyer une copie de cette note de service de Monsieur le Recteur.

lu pour vous

**LE DÉVELOPPEMENT
DU TRAVAIL PERSONNEL
DES ÉLÈVES**

Une équipe d'enseignants de REIMS nous a fait parvenir sa réflexion sur son expérience de TRAVAIL AUTONOME en seconde, réflexion axée sur le "développement du travail personnel des élèves" dans la classe de mathématiques.

Nous publions ci-dessous de larges extraits de leur document, et tout d'abord les principes qui ont été à la base de leur travail (ils sont bien connus, mais il ne peut être mauvais de les rappeler) :

NOUS NE SOMMES PAS LÀ POUR TRAVAILLER (nous = les professeurs) MAIS POUR FAIRE TRAVAILLER LES ÉLÈVES.

NOUS NE SOMMES PAS LÀ POUR FAIRE DES MATHÉMATIQUES, MAIS POUR EN FAIRE FAIRE.

LES ÉLÈVES NE SONT PAS LÀ POUR NOUS VOIR FAIRE DES MATHÉMATIQUES, MAIS POUR EN FAIRE.

SUBIR UN COURS, CE N'EST PAS FAIRE DES MATHÉMATIQUES.

Le principe énoncé (faire des maths plutôt que de montrer des maths) se heurte, il faut le reconnaître, au sentiment qu'avec certains élèves ce n'est pas possible.

La distorsion formidable entre les ambitions affichées des programmes et les capacités des élèves les plus faibles pousse les enseignants à préférer le dressage à une authentique formation. La volonté de faire acquérir les mécanismes de base tourne au conditionnement. L'enseignement se réduit alors à une suite de trucs et de recettes qui en appellent de nouvelles à la manière d'une drogue. Quelle autonomie l'élève a-t-il alors par rapport à ses savoir-faire ?

Le travail autonome représente un risque pour l'enseignant, qui va découvrir de façon permanente la distance entre ses objectifs et la réalité. Il est sûr que beaucoup de maîtres répugnent à regarder en face cette réalité des acquis de leurs élèves (y compris les bons !)

C'est dommage, car une plus grande lucidité en la matière conduirait à une lecture très différente des programmes et à une attitude nouvelle face au "saucissonnage" proposé par les manuels de seconde.

Voici la façon dont ces professeurs travaillent dans leurs classes :

1. LES TRAVAUX PRATIQUES PRÉCÈDENT LES COURS

- Les élèves doivent manipuler pour pouvoir conceptualiser (voir travaux de Piaget) ; ils s'imprègnent de l'ensemble des notions AVANT le passage à la conceptualisation.

- Les élèves ne sont pas vierges, ils savent déjà "des choses" : il faut en tirer profit.

- Les T.P. doivent être faisables par tous les élèves, donc motivants, progressifs, bien expliqués, ...

- Ils doivent permettre un bon "débroussaillage" du chapitre qui va suivre (mobilisation des prérequis, découverte progressive des« principaux résultats, etc.).

- Ils préparent, favorisent et accélèrent la conceptualisation.

- Les fiches de T.P. distribuées précèdent donc l'ensemble du chapitre (elles ne remplacent pas le cours ni les exercices, mais permettent une prise de conscience des propriétés et des concepts : le cours consistera en une "remise en ordre" de choses déjà connues ; cf. infra).
Tous les élèves de la classe font ce T.P. ; sur certains chapitres (produit scalaire, par exemple, certains en resteront là).

2. LE COURS EST MORT ! VIVE LA "SYNTHÈSE"

- Les élèves doivent savoir où on veut les conduire : le professeur établit la liste des objectifs à atteindre et la communique au moment où il le juge nécessaire. Les élèves pourront ainsi à tout moment comparer ce qu'ils savent faire et ce qu'ils devraient savoir faire, ce qui permet de les responsabiliser et de les aider à se prendre en charge ; au début, les élèves rangent soigneusement ces objectifs et "oublient" de les utiliser : il y a là tout un apprentissage à faire.

- Le professeur établit un plan de travail très précis qu'il communique aux élèves, ainsi qu'un calendrier à respecter pour l'avancement du travail : les élèves savent ainsi comment ils vont accéder au "cours" (travail personnel sur manuel au sur documents, ou bien cours au tableau avant les exercices, ou bien synthèse après les exercices ...).

- Les élèves savent quels exercices leurs sont conseillés : ceux-ci sont classés en fonction de leur niveau, de leur difficulté, de leurs objectifs ...

- Les élèves doivent apprendre à gérer leur temps (en classe, à la maison, etc.) - c'est difficile au début - et leur travail (choisir les exercices en fonction des objectifs, ne pas faire trop d'exercices de même type, ...).

- Le professeur doit être partout à la fois, répondre à n'importe quelle question, conseiller, écouter, ...

- Lorsque le moment est venu, il est bon de reprendre avec toute la classe les notions importantes rencontrées, les démonstrations utiles, les points difficiles : c'est ce que nous appelons la SYNTHESE. Cette synthèse est très liée à la classe que nous avons en face de nous (niveau, intérêt, questions posées, ...) et il est par conséquent impossible de l'écrire à l'avance dans un manuel.

3. L'ÉVALUATION

- Les élèves doivent savoir à l'avance comment leur travail sera évalué (devoir de contrôle classique fixé à l'avance, note mise sur un dossier rendu, note d'exposé, ...). Il est possible de discuter avec les élèves les critères de l'évaluation : là encore, on retrouve le souci de responsabilisation.

- Les élèves doivent savoir où ils vont à chaque instant : il faut leur donner les moyens de s'auto-évaluer (auto-tests, ou références à des manuels avec exercices résolus).
Un auto-test est donné en même temps que le plan de travail, souvent sur la même feuille. Quand les élèves sont prêts, ils le font. Le contenu et la structure de cet auto-test sont proches de ceux du devoir de contrôle, de façon que l'élève puisse vraiment savoir où il en est dans sa progression.

- Pour que l'évaluation soit tout à fait formative, il faut que les élèves aient la possibilité de retravailler ce qui a été source d'échec dans les contrôles : fiches de correction, fiches de "récupération", ...

EN RESUMÉ

Le déroulement de chaque séquence est approximativement le même

1. Travaux Pratiques d'approche
2. Travail personnel des élèves, s'appuyant sur un "plan de travail" le professeur suit individuellement les élèves et répond à leurs demandes.
3. Synthèse.
4. Auto-évaluation
5. Contrôle sommatif
6. Correction, constitution de fiches d'erreurs, etc..
7. Fiches de "récupération" pour les élèves qui en ont besoin, afin qu'ils puissent retravailler certaines notions.
8. Devoir de "récupération" pour contrôler la phase précédente.

Brochure **AUTONOMIE ET MATHEMATIQUES EN SECONDE, BILAN D'UNE EXPERIENCE**, 1986,
IREM de REIMS (Moulin de la Housse, 51100 REIMS), 21 p., 20 F.

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES : DOUZE SIÈCLES (PRESQUE) OUBLIÉS

La mathématique "moderne" date du XVI^{e} siècle, avec Viète, Cardan, Bombelli, Stevin, Neiper, Roberval, Desargues, Pascal, ... qui ont été suivis des "grands classiques" du XVII^{e} : Newton, Leibniz, Clairaut, d'Alembert, Lagrange, Laplace, Bernoulli, ...
Mais, pour nous, l'essentiel de l'histoire ancienne est celle des mathématiciens grecs : d'abord Thalès et les Pythagoriciens, puis Démocrite, Eudoxe de Cnide et Euclide, Archimède, Apollonius, Ménélaüs, Ptolémée, Héron, Diophante, en terminant par Pappus dont l'œuvre principale est d'avoir traduit et commenté (il était "Professeur") tous ses prédécesseurs : il est une de nos meilleures sources sur l'histoire des mathématiques grecques. Pappus est mort à Alexandrie au début du IV^{e} siècle.

Que connaissons-nous de ces (presque) douze siècles qui séparent Pappus de Viète ?

Les mathématiques "occidentales" ont été, à cette époque, essentiellement Hindoues puis Arabes.

1. LES HINDOUS

L'école hindoue fut en contact avec les Babyloniens, les Grecs, puis, plus tard, avec les Arabes. Elle a eu une influence **considérable** sur le développement de notre science.
Avant. l'ère chrétienne, déjà, le SALVASUTRA représente un état de connaissance intermédiaire entre Babylone et la Grèce ; il indique (en vers !) une méthode pour tracer les angles droits au cordeau et construire des triangles rectangles. Le théorème d'APASTAMBA est équivalent au théorème de Pythagore (et a été trouvé en même temps, indépendamment). Apastamba propose également la construction d'un carré de même aire qu'un rectangle donné.

Du VI^{e} au XI!^{e} siècle, la civilisation indienne a créé **l'écriture décimale de position** pour les nombres, le **zéro** ayant été inventé au VI^{e} s. Seule différait l'a forme des chiffres, qui a du attendre Gutenberg pour se fixer.
Ce système de numération a été adopté au VII^{e} siècle par les Arabes, qui l'ont transmis à l'occident lors de leurs conquêtes.

Les noms utilisés en sanscrit pour désigner le zéro sont assez évocateurs :
sunya (= vide, néant) ou *kha* (= orifice, centre) ou encore *bindu* (= le point).
En arabe, *as sifr* (=le vide), apparu au IX^{e} siècle, est devenu *cifra* en latin du XIII^{e} siècle, pour donner *chiffre* (français, XIV^{e} siècle) ; une autre dérivation de *as sifr* a donné *zefirum* (bas latin), puis *zevero* en ancien italien, devenu *zéro* (dans presque toutes les langues européennes).

Comme autres mathématiciens hindous, on peut citer :

ARYABATHA (début du V^{e} siècle) : "Harmonies Célestes", "Éléments de Calcul", "Le Temps et sa mesure", "Les sphères", sont les 4 parties de son œuvre, écrite en sanscrit et en vers.

BRAHMAGUPTA (V^{e} s.) : ses écrits ont été étudiés par CHASLES.

BHASKARA (XII^{e} siècle) astronome, comme le précédent. Il étudie (d'une manière très différente de Diophante) l'analyse indéterminée. On lui doit, en trigonométrie, le remplacement des cordes par les sinus.

2. LES ARABES

Ce sont eux qui nous ont transmis l'essentiel de la science antique, grecque surtout. Les premières traductions datent du XII^{e} siècle : GERARD DE CRÉMONE a traduit les géomètres arabes (et, à travers eux, tout Euclide).
Au XIII^{e} siècle, LEONARD DE PISE (alias FIBONACCI) a introduit en Europe l'algèbre des arabes.

AL KHIWARIZMI

Abù Abd Allah Muhammad ben Musa al Khwarizmi est né à Khiwa (actuellement en Ouzbekistan, URSS). Il travaille à la bibliothèque d'Al Ma'mun, à l'époque de Charlemagne. Son nom, déformé, a donné algorithme. C'est lui qui a fait connaître le système de numération hindou (numération décimale de position avec zéro).
On a surtout retenu sa méthode de résolution des équations :
* par l'opération *al jabr* (algèbre), il "fait passer" les termes négatifs d'un membre dans l'autre, de façon à n'y obtenir que des additions ;
* par l'opération *al hatf*, il divise les deux membres par un même nombre, pour simplifier l'équation ;
- par l'opération *al muqâbala*, il réduit les termes semblables de part et d'autre.
Une équation est alors réduite à une des formes simples dites "formes d'Al Khwarizmi".

TABIT BEN QURRA

Abû al Hassan Tâbit ben Qurra ben Marwân al Harrani (né en 827 à Harran (entre Urfa (Turquie) et Alep (Syrie), mort en 901) a traduit Apollonius, Archimède, et retraduit Euclide (la traduction d'Ishaq ben Hunayn lui semblant incorrecte).

AL HASSAN (ou HAZINE)

Abû al Hassan ibn al Haytm (né à Bassora (Iraq) en 965, mort au Caire en 1039) a été le premier à dire, en optique, que les rayons lumineux allaient de l'objet vers l'œil.
On connaît de lui 92 ouvrages : recueils et abrégés déduits d'Euclide, d'Apollonius, de Ptolémée, etc. ; traités d'analyse géométrique ; mémoires sur le

calcul indien ; problèmes arithmétiques ; ...

ABOULWAFA

Abû al Wâfa Muhammad Ben Muhammad ben Yaya ben Ismaïl ben al Abbas al Bûzgani (né en 940 au Khorassan (à la frontière du Turkmenistan et de l'Afghanistan), mort en 998 à Bagdad) a beaucoup développé la **trigonométrie** en astronomie.
Contemporain d'Abû Kamil (surnommé "Al Hasib ai Misû", le calculateur égyptien) ; ils ont, ensemble, traduit et commenté Euclide, Diophante, Al Khwarizmi,

AL BIRUNI

Abû Rahyân Muhammad ben Ahmad al Birûni (né en 973 à Khiva, mort en 1048 à Ghazni, Afghanistan) rencontre Ibn Sinna (Avicenne) à 20 ans, mais ne partage pas du tout ses opinions. Il séjourne longtemps aux Indes et rapporte son voyage dans "Tarih al Hind" : il y étudie la géographie, les croyances religieuses et les connaissances scientifiques indiennes, et y traduit des passages d'Aryabatha et de Brahmagupta.
Il résout l'équation $x^3 = 3x - 1$ avec 8 décimales exactes et, en mécanique, définit la notion de vitesse instantanée et d'accélération.

OMAR KRAYYAN

Abû al Fath Umar ben Ibrahim al Khayyami, Ghîyat al Din (né en 1040 à Nichabur, mort en 1123) est un grand poète iranien. Il a classé toutes les équations algébriques jusqu'au quatrième degré d'après leur nombre de termes. Il résout géométriquement les équations du troisième degré par intersection de côniques. Son traité d'algèbre a été traduit en français en 1851 (à l'époque où Hamilton donnait l'exemple du premier corps non commutatif, celui des quaternions).

....

N'oublions pas que, jusqu'au XVI^e siècle, les mathématiques ne connaissaient aucun symbole, aucune formalisation : le signe = a été introduit en 1557 par l'anglais RECORDE ; les grandeurs intervenant dans les calculs ont été remplacées par des lettres par VIÈTE qui nota aussi, pour la première fois, l'addition par + et la soustraction par - .

Jacques VERDIER

BIBLIOGRAPHIE :

P.DEDRON et J.ITARD, MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATICIENS, Editions Magnard. Paris 1959.

HISTOIRE DU ZERO, fiche n°116 Parue dans PHOSPHORE.

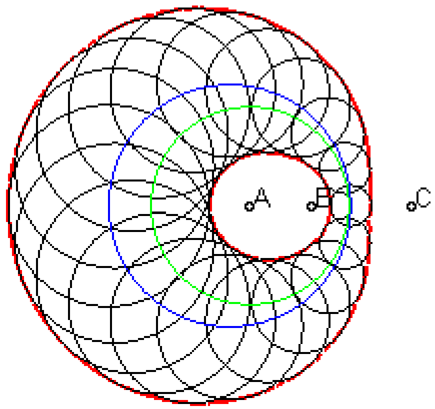
PROBLÈME DU TRIMESTRE n°6

N.D.L.R. Les vecteurs, qui étaient « fléchés » à la main, sont indiqués ici en caractères ***italiques gras***.

1°) Sur un axe ***Ox*** de vecteur unitaire ***t***, on place les points A et B tels que OA = 11 et OB = 17 (*mesures algébriques*).
On considère l'ensemble des points M du plan tels que, en posant AM = a et BM = b, on ait soit 2b + a = 18, soit 2b – a = 18, ensemble appelé Ovale de Descartes.
Montrer qu'il existe un point C de ***Ox*** tel que, en posant CM = c, c et b soient liés par des relations du premier degré, ainsi que c et a. Autrement dit, les Ovales de Descartes ont trois foyers.

2°) Un axe ***Ay***, mené de A, de vecteur directeur ***u***, coupe successivement la grande boucle en A'_1, la petite boucle en A'_2 puis en A_1, et enfin la grande boucle en A_2.
Sachant que (***Ox***, ***Oy***) = θ (mod. 2π), calculer $AA_1 = a_1$, $AA'_1 = a'_1$, $AA_2 = a_2$ et $AA'_2 = a'_2$ (*mesures algébriques*).
Monter que la courbe (l'Ovale de Descartes) est anallagmatique dans l'inversion (A, -60).
On appelle A''_1 le milieu de $A_1A'_1$, A''_2 le milieu de $A_2A'_2$ et A' le milieu de $A''_1A''_2$.
Monter que l'ensemble des poins A' est un cercle et que l'ensemble des points A''_1 et A''_2 est un limaçon de Pascal.

Envoyer les solutions et les propositions de problèmes à A. Viricel, 16 rue de la Petite Haye, 54600 VILLERS les NANCY.



notre feuilleton : suite
ÉLÉMENTS DE GEOMÉTRIE, de CLAIRAUT

NOTICE BIOGRAPHIQUE : Alexis Claude CLAIRAUT est né à PARIS en 1713, et y est mort en 1765. Il est entré à l'académie des Sciences à 18 ans. En 1737, il partit en Laponie avec MAUPERTUIS et CELSIUS pour y déterminer la longueur d'un degré de méridien terrestre. C'est au retour de cette expédition qu'il a écrit ses "ÉLÉMENTS DE GEOMÉTRIE", à l'intention de son élève la Marquise du CHATELET.

RESUMÉ DES ÉPISODES PRÉCÉDENTS :
L'enseignement de la géométrie est rebutant, car on commence par des définitions et des axiomes... Les "applications" ne viennent qu'ensuite. Clairaut se propose donc de remonter à ce qui avait donné naissance à la géométrie : la mesure des terrains. Il lui parait « plus à propos d'occuper continuellement les lecteurs à résoudre des problèmes », car « en suivant cette voie, les commençants (...) peuvent acquérir l'esprit d'invention ».

Qu'Euclide se donne la peine de démontrer que deux cercles qui se coupent n'ont pas le même centre, qu'un triangle renfermé dans un autre a la somme de ses côtés plus petite que celle des côtés du triangle dans lequel il est renfermé, on n'en sera pas surpris. Ce géomètre avait à convaincre des sophistes obstinés, qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes ; il fallait donc qu'alors la Géométrie eût, comme la logique, le secours des raisonnements en forme, pour fermer la bouche à la chicane. Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance, est aujourd'hui en pure perte, et n'est propre qu'à obscurcir la vérité et à dégoûter les lecteurs.
Un autre reproche qu'on pourrait me faire, ce serait d'avoir omis différentes propositions qui trouvent leur place dans les éléments ordinaires, et de me contenter, lorsque je traite des propositions, d'en donner seulement les principes fondamentaux.
A cela je réponds qu'on trouve dans ce traité tout ce qui peut servir à remplir mon projet, que les propositions que je néglige sont celles qui ne peuvent être d'aucune utilité par elles-mêmes, et qui d'ailleurs ne sauraient contribuer à faciliter l'intelligence de celles dont il importe d'être instruit ; qu'à l'égard des proportions, ce que j'en dis doit suffire pour faire entendre les propositions élémentaires qui les supposent. C'est une matière que je traiterai plus à fond dans les éléments d'Algèbre, que je donnerai dans la suite.
Enfin, comme j'ai choisi la mesure des terrains pour intéresser les commençants, ne dois-je pas craindre qu'on ne confonde ces éléments avec les traités ordinaires d'arpentage ? Cette pensée ne peut venir qu'à ceux qui ne considéreront pas que la mesure des terrains n'est point le véritable objet de ce livre, mais qu'elle me sert seulement d'occasion pour faire découvrir les principales vérités géométriques.

(Suite page 20)

(Suite de la page 19)
J'aurais pu de même remonter à ces vérités, en faisant l'histoire de la physique, de l'astronomie ou de toute autre partie des mathématiques que j'aurais voulu choisir ; mais alors la multitude des idées étrangères, dont il aurait fallu s'occuper, aurait comme étouffé les idées géométriques, auxquelles seules je devais fixer l'esprit du lecteur.

FIN

Journées nationales A.P.M.E.P.
Metz, les 8, 9 et 10 novembre 1986
N'OUBLIEZ PAS DE VOUS Y INSCRIRE !

Bulletin d'inscription paru dans le B.G.V. de juin, et envoyé dans tous les établissements de l'académie. Si vous ne l'avez pas eu, demandez-le à Jacques VERDIER, 83.21.48.96

Ce numéro a été tiré à 500 exemplaires

LE PETIT VERT
(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

Directeur de la publication : Jacques VERDIER
N° CPPAP : 2 814 D 73 S. Dépôt légal : 1986.
Imprimé au siège de l'Association :
IREM (Faculté des Sciences), Boulevard des Aiguillettes, VANDOEUVRE

ABONNEMENT (4 numéros par an) : 20 FRANCS (*)

NOM :
ADRESSE :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au "PETIT VERT"
Signature :

Joindre règlement à l'ordre de : APMEP-LORRAINE (CCP 1394-64 U Nancy)
(*) L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents l'A.P.M.E.P.