Proposition d'une solution
du jour 7

Soit u la suite ainsi définie :
$u(0)=1$, pour $n\geq 1$ $u(n)=u(n-1)+2$
$u(0)=1$, $u(1)=3$, $u(2)=5$, …
On démontre par récurrence que : $u(n)=1+2n$.
Soit w la suite ainsi définie :
$w(1)=u(0)$
$w(2)=u(1)+u(2)$
…
$w(n)=u((n-1)n/2)+ ...+u((n-1)n/2+n-1)$
Calcul de w(n).
$w(n)=1+2(n-1)n/2+1+2((n-1)n/2+1)+...+1+2((n-1)n/2+n-1)$
Il reste à rassembler le tout.
On a beaucoup de 1. En fait, on en a n.
Lorsqu'on distribue les 2 on a beaucoup de $(n-1)n/2$.
Les 2du numérateur se simplifient avec les 2 du dénominateur.
On a donc des $(n-1)n$. On en a n.
Donc « arrive » l'expression : $(n-1)n^2$.
Il reste : $2(1+2+...(n-1))=2n(n-1)/2=n(n-1)$.
Au total :
$w(n)=n+(n-1)n^2+n(n-1)=n+nxn^2-n^2+n^2-n=n^3$.