

Proposition d'une solution du jour 16

Le nombre de diviseurs d'un entier N est :

$$(n_1+1)(n_2+1)\dots(n_k+1)$$

où $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ sont les exposants de tous les diviseurs premiers de N .

Il faut que les diviseurs premiers soient les plus petits possibles pour avoir des n_k les plus grands possibles.

Si on prend que 2.

$$2^{11}=2048.$$

On obtient 12 diviseurs.

On aura avec les autres diviseurs premiers un nombre plus petit de diviseurs.

Il est préférable d'avoir plusieurs diviseurs premiers et même le maximum de diviseurs premiers.

Or $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$ dépasse 2020.

Donc N ne peut donc s'écrire éventuellement qu'avec des 2, 3, 5, 7.

On teste tous les multiples de $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$.

$2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$. On obtient 24 diviseurs.

On continue ainsi en augmentant les puissances de 2.

$2^4 \times 3 \times 5 \times 7 = 1680$ et on trouve : $5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$ diviseurs.

On peut tenter en augmentant les puissances de 3 mais cela donne au maximum 36 diviseurs.

Donc le maximum est 40 diviseurs pour 1680.