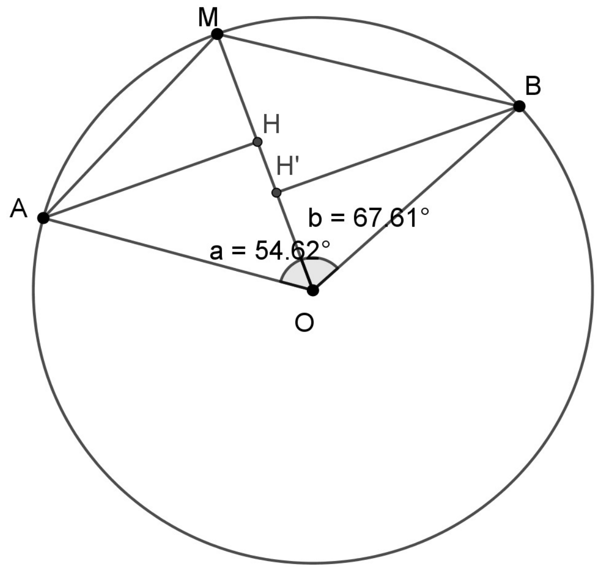
Proposition d'une solution
du jour 15



On note O le centre du cercle et R le rayon du cercle.
On note a= $\widehat{AOM}$ et b= $\widehat{MOB}$.
Ainsi $\widehat{AMO}$ =(π-a)/2 et $\widehat{OMB}$ =(π-b)/2.
Soit H le projeté orthogonal de A sur (MO) et H' le projeté orthogonal de B sur (MO).
On obtient que :
AM x sin((π-a)/2)=AH.
Or AH=Rsin(a).
Donc : AM xcos(a/2)=Rsin(a).
Ainsi : AM=Rsin(a)/cos(a/2).
On démontre de même que : BM=Rsin(b)/cos(b/2).
AM+BM=R(2sin(a/2)cos(a/2)/cos(a/2)+2sin(b/2)cos(b/2)/cos(b/2)
=2R(sin(a/2)+sin(b/2)).
La somme des deux sinus est un exercice classique.
AM+BM=2Rsin((a+b)/4)cos ((a-b)/4).
(a+b)/4 est un angle constant puisque A et B sont fixes.
Donc AM+BM est maximum lorsque le cosinus est maximum.
C'est la cas lorsque a=b.
On trace la bissectrice et M est sur cette bissectrice et sur le demi-cercle contenant A et B.